

Anna ĆWIAKAŁA-MAŁYS*, Wioletta NOWAK*

UOGÓLNIONA ANALIZA WRAŻLIWOŚCI ZYSKU W PRZEDSIĘBIORSTWIE PRODUKUJĄCYM N -ASORTYMENTÓW

Przedstawiono najważniejsze elementy analizy wrażliwości zysku w przedsiębiorstwie produkującym n -asortymentów, gdy dopuszcza się możliwość jednorazowej zmiany – według stałej stopy wolumenu sprzedaży – jednostkowej ceny i jednostkowego kosztu zmiennego każdego z asortymentów oraz kosztu stałego. Wyprowadzono wzory, umożliwiające obliczenie i analizę uogólnionej dźwigni operacyjnej oraz popytowego, cenowego i kosztowego progu rentowności.

Słowa kluczowe: *dźwignia operacyjna, próg rentowności*

1. Wprowadzenie

W warunkach gospodarki rynkowej i rosnącej konkurencji, ze względu na ograniczenia po stronie popytu, coraz więcej przedsiębiorstw nie jest w stanie wykorzystać w pełni posiadanych zdolności produkcyjnych. Aby możliwe stało się budowanie strategii rozwoju przedsiębiorstwa, szczególnie istotna jest informacja o tym, przy jakiej wielkości produkcji zostaną pokryte jego koszty całkowite i kiedy wygeneruje zysk. Moment, w którym następuje zrównanie kosztów z przychodami określa się w literaturze przedmiotu mianem progu rentowności przedsiębiorstwa (punktem krytycznym, punktem bez straty).

Próg rentowności dostarcza istotnych informacji do podejmowania decyzji dotyczących wielkości, struktury produkcji oraz sprzedaży, a także danych do prognozowania wyników działalności przedsiębiorstwa. Można go też wykorzystać przy podejmowaniu decyzji związanych z rozmiarami planowanych inwestycji, w wyznaczaniu minimalnej

* Instytut Nauk Ekonomicznych, Uniwersytet Wrocławski, ul. Uniwersytecka 22/26, 50-415 Wrocław, e-mail: acwmalys@prawo.uni.wroc.pl, wnowak@prawo.uni.wroc.pl

skali produkcji i sprzedaży, która gwarantuje pokrycie wszystkich dokonanych nakładów inwestycyjnych. Problem prognozy rentowności został szeroko opisany w literaturze z zakresu współczesnej rachunkowości zarządczej. Szczególnie duże zainteresowanie tym tematem wykazali: M. Sierpińska i T. Jachna [5], A.A. Jaruga i in. [3], T. Dudycz i S. Wrzosek [2], Z. Leszczyński i T. Wnuk [4], A. Cwiąkała-Małyś i W. Nowak [1].

Kategorie ekonomiczne: koszt, produkcja i zysk są ze sobą ściśle powiązane oraz wzajemnie od siebie uzależnione. Nie można realizować produkcji, nie generując kosztów. Jednocześnie wielkość kosztów jest skorelowana z wielkością produkcji. Natomiast produkcja i wynikająca z niej zarówno sprzedaż, jak i koszty oddziałują bezpośrednio na zysk. W procesie zarządzania przedsiębiorstwem decydujące znaczenie ma więc informacja o związku koszty–produkcja. Analiza relacji koszty–produkcja–zysk opiera się w literaturze na pewnych założeniach, które znacznie upraszczają rzeczywistość gospodarczą. Przyjmuje się, że w pewnych przedziałach koszt stały jest całkowicie stały, w długich horyzontach czasowych wszystkie koszty w przedsiębiorstwie są zmienne, a wytworzone wyroby są w całości sprzedane.

W gospodarce rynkowej, charakteryzującej się dużą zmiennością, przyjęcie takich założeń stanowi swoistego rodzaju zagrożenie dla systemu decyzyjnego przedsiębiorstwa. Istotne zatem staje się zbadanie wpływu poszczególnych pojedynczych zmiennych lub ich kombinacji na stopę zwrotu zysku. Ważne jest, zarówno z punktu widzenia teoretycznego jak i praktycznego, przeanalizowanie zmian zysku pod wpływem zmian popytu, jednostkowej ceny, jednostkowego kosztu zmiennego i kosztu stałego, przy założeniu, że te czynniki mogą zmieniać się według stałych stóp.

Celem artykułu jest analiza wrażliwości zysku, w tym prognozy rentowności, w przedsiębiorstwie produkującym n -asortymentów, gdy dopuszcza się możliwość zmiany według stałej stopy wolumenu sprzedaży, jednostkowej ceny i jednostkowego kosztu zmiennego każdego z asortymentów oraz kosztu stałego. W związku z tym, że czynniki determinujące zysk mogą się zmieniać według stałych stóp, analizę wrażliwości zysku nazywa się uogólnioną.

Artykuł składa się z dwóch głównych części. Pierwsza dotyczy zagadnienia dźwigni operacyjnej, a druga prognozy rentowności.

2. Uogólniona dźwignia operacyjna

Zysk przedsiębiorstwa produkującego (sprzedającego) n -asortymentów wyraża się wzorem

$$Z = \sum_{i=1}^n (S_i - Kz_i) - K_s, \quad (1)$$

gdzie:

$$S_i = p_i \cdot q_i - \text{przychód ze sprzedaży } i\text{-tego asortymentu,} \quad (2)$$

$$Kz_i = kz_i \cdot q_i - \text{koszt zmienny dla } i\text{-tego asortymentu,} \quad (3)$$

K_s – koszt stały, p_i – jednostkowa cena sprzedaży i -tego asortymentu, kz_i – jednostkowy koszt zmienny i -tego asortymentu, q_i – wolumen sprzedaży (produkcji) i -tego asortymentu.

Jeśli założy się, że wszystkie wielkości mogą się zmieniać według stałych stóp, to zysk przedsiębiorstwa produkującego n -asortymentów liczy się w następujący sposób:

$$Z_z = \sum_{i=1}^n (S_i(1 + dp_i) - Kz_i(1 + d_{kzi}))(1 + dq_i) - K_s(1 + d_{Ks}), \quad (4)$$

gdzie: dq_i – stopa zmiany¹ wolumenu sprzedaży i -tego asortymentu, dp_i – stopa zmiany jednostkowej ceny sprzedaży i -tego asortymentu, d_{kzi} – stopa zmiany jednostkowego kosztu zmiennego i -tego asortymentu, d_{Ks} – stopa zmiany kosztu stałego. Pozostałe oznaczenia jak wcześniej.

W celu ustalenia, o ile procent zmieni się zysk przedsiębiorstwa, gdy jednocześnie ulegnie zmianie jednostkowa cena, jednostkowy koszt zmienny i wolumen sprzedaży każdego z asortymentów oraz koszt stały, należy obliczyć stopę zwrotu zysku według wzoru

$$d_z = \frac{Z_z - Z}{Z}. \quad (5)$$

Po podstawieniu równań (1) i (4) do (5) dostaje się

$$d_z = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot dq_i + \beta, \quad (6)$$

gdzie:

$$\alpha_i = \frac{S_i}{Z} - \frac{Kz_i}{Z} + \frac{S_i}{Z} dp_i - \frac{Kz_i}{Z} d_{kzi}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

$$\beta = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{Z} dp_i - \sum_{i=1}^n \frac{Kz_i}{Z} d_{kzi} - \frac{K_s}{Z} d_{Ks}. \quad (8)$$

Na podstawie wzoru (6) otrzymuje się odpowiedź na pytanie, o ile zmieni się zysk przedsiębiorstwa, jeśli wolumen sprzedaży i -tego asortymentu zmieni się o dq_i , przy czym jednocześnie jego cena zmieni się o dp_i , a jednostkowy koszt zmienny o d_{kzi} .

¹ Jeśli $dq_i > 0$ ($dq_i < 0$), to mówi się o stopie wzrostu (spadku).

Ponadto koszt stały przedsiębiorstwa zmienia się o d_{K_s} . Wzór (6) można traktować jako **uogólnioną dźwignię operacyjną** w przedsiębiorstwie produkującym n -asortymentów.

Dźwignia (6) umożliwia badanie wpływu zmian poszczególnych wielkości na zmianę zysku w przedsiębiorstwie produkującym n -asortymentów. Jeżeli *ceteris paribus* jednostkowa cena i -tego asortymentu zmieni się o dp_i , to zysk przedsiębiorstwa zmieni się o $(S_i/Z) \cdot 100\%$. Wyrażenie S_i/Z interpretuje się jako cenową dźwignię operacyjną dla i -tego asortymentu. Z kolei zmiana jednostkowego kosztu zmiennego o $d_{k_{zi}}$ spowoduje zmianę (w przeciwnym kierunku) zysku o Kz_i/Z . Kosztowa dźwignia operacyjna dla i -tego asortymentu jest zatem równa Kz_i/Z . Wyrażenie $(S_i - Kz_i)/Z$ wskazuje, o ile zmieni się zysk przedsiębiorstwa, jeśli *ceteris paribus* o d_{q_i} zmieni się sprzedaż i -tego asortymentu. Można je określić jako popytową dźwignię operacyjną dla i -tego asortymentu. Zmiana *ceteris paribus* kosztu stałego o d_{K_s} spowoduje zmianę (w przeciwnym kierunku) zysku o K_s/Z . Dźwignia operacyjna dla kosztu stałego wynosi K_s/Z .

Z równania (6) wynika, że gdy zmianie ulega jedynie wolumen sprzedaży każdego z asortymentów, tzn. $dp_i = d_{k_{zi}} = d_{K_s} = 0$, $\forall i = 1, \dots, n$, wtedy stopa zwrotu zysku w przedsiębiorstwie wynosi

$$d_z = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^n (S_i - Kz_i) dq_i. \quad (9)$$

Jeżeli z kolei nie zmienia się tylko wolumen sprzedaży każdego z asortymentów ($d_{q_i} = 0$, $\forall i = 1, \dots, n$), to

$$d_z = \beta. \quad (10)$$

Można zatem interpretować β jako łączną dźwignię operacyjną dla jednostkowej ceny, jednostkowego kosztu zmiennego każdego z asortymentów i kosztu stałego. β określa, o ile zmieni się zysk przedsiębiorstwa, jeśli $\forall i = 1, \dots, n$ jednocześnie zmieni się jednostkowa cena i -tego asortymentu o dp_i , jednostkowy koszt zmienny o $d_{k_{zi}}$ oraz koszt stały przedsiębiorstwa o d_{K_s} .

W analizie wrażliwości zysku istnieje szczególny przypadek, gdy

$$d_z = -1. \quad (11)$$

Warunek ten oznacza, że zysk przedsiębiorstwa

$$Z_z = 0. \quad (12)$$

Innymi słowy przedsiębiorstwo osiąga próg rentowności.

3. Uogólniony próg rentowności

Ze wzorów (6) i (11) wynika, że przedsiębiorstwo produkujące n -asortymentów osiąga próg rentowności, jeśli

$$\sum_{i=1}^n \mu_i dq_i = \nu, \quad (13)$$

gdzie:

$$\mu_i = S_i(1 + dp_i) - Kz_i(1 + d_{kzi}), \quad (14)$$

$$\nu = -\sum_{i=1}^n (S_i(1 + dp_i) - Kz_i(1 + d_{kzi})) + K_s(1 + d_{Ks}). \quad (15)$$

Jeśli przyjmiemy, że jednorazowej zmianie ulegają jednostkowe ceny i jednostkowe koszty zmienne wszystkich asortymentów oraz koszt stały przedsiębiorstwa, to równanie (13) umożliwia analizę związku między stopami zmian wolumenu sprzedaży poszczególnych asortymentów w sytuacji progu rentowności. Innymi słowy, równanie (13) określa *popytowy próg rentowności*.

Warunek progu rentowności (11) można także zapisać w postaci

$$\sum_{i=1}^n \vartheta_i dp_i = \gamma, \quad (16)$$

gdzie:

$$\vartheta_i = S_i(1 + dq_i), \quad (17)$$

$$\gamma = -\sum_{i=1}^n (S_i - Kz_i(1 + d_{kzi}))(1 + dq_i) + K_s(1 + d_{Ks}), \quad (18)$$

lub następująco:

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i d_{kzi} = \psi, \quad (19)$$

gdzie:

$$\varphi_i = Kz_i(1 + dq_i), \quad (20)$$

$$\psi = \sum_{i=1}^n (S_i(1 + dp_i) - Kz_i)(1 + dq_i) - K_s(1 + d_{Ks}). \quad (21)$$

Równanie (16) określa *cenowy próg rentowności*. Pozwala na analizę, w sytuacji progu rentowności, związku między stopami zmian jednostkowych cen danych asortymentów, gdy wystąpi jednorazowa zmiana wolumenu sprzedaży i jednostkowego kosztu zmiennego każdego z asortymentów oraz kosztu stałego przedsiębiorstwa.

Z kolei równanie (19) umożliwia badanie związku między stopami zmian jednostkowych kosztów zmiennych wszystkich asortymentów, gdy jednorazowo zmieni się wolumen sprzedaży i jednostkowa cena każdego z asortymentów oraz koszt stały przedsiębiorstwa. Innymi słowy, przedstawia *kosztowy próg rentowności*.

W dalszej części artykułu przedstawiono zagadnienie dźwigni operacyjnej i progu rentowności ograniczone do przypadku przedsiębiorstwa produkującego dwa asortymenty.

4. Uogólniona dźwignia operacyjna i próg rentowności dla produkcji dwuasortymentowej

Uogólniona dźwignia operacyjna w przypadku przedsiębiorstwa produkującego dwa asortymenty ma postać

$$d_z = \alpha_1 d_{q1} + \alpha_2 d_{q2} + \beta, \quad (22)$$

gdzie:

$$\alpha_i = \frac{S_i}{Z} - \frac{Kz_i}{Z} + \frac{S_i}{Z} dp_i - \frac{Kz_i}{Z} d_{kzi}, \quad i = 1, 2, \quad (23)$$

$$\beta = \left(\frac{S_1}{Z} d_{p1} - \frac{Kz_1}{Z} d_{kz1} \right) + \left(\frac{S_2}{Z} d_{p2} - \frac{Kz_2}{Z} d_{kz2} \right) - \frac{K_s}{Z} d_{Ks}, \quad (24)$$

$$Z = (S_1 - Kz_1) + (S_2 - Kz_2) - K_s, \quad (25)$$

pozostałe oznaczenia jak wcześniej.

Równaniem (22) można się posłużyć w celu uzyskania odpowiedzi na pytanie, jak powinien kształtować się popyt na pierwszy i drugi asortyment, by przedsiębiorstwo osiągnęło zadaną stopę zwrotu zysku, jeśli jednostkowe ceny zmienią się o d_{p1} i d_{p2} , jednostkowe koszty zmienne o d_{kz1} i d_{kz2} , a koszt stały o d_{Ks} .

Z warunków (11) i (22) otrzymuje się równanie popytowego, cenowego i kosztowego progu rentowności.

Popytowy próg rentowności

W warunkach progu rentowności związek między stopami zmian popytu na pierwszy i drugi asortyment dla ustalonej stopy zmiany jednostkowej ceny i jednostkowego

kosztu zmiennego każdego z asortymentów oraz kosztu stałego przedsiębiorstwa jest następujący:

$$\mu_1 d_{q1} + \mu_2 d_{q2} = v, \quad (26)$$

gdzie:

$$\mu_i = S_i(1 + dp_i) - Kz_i(1 + d_{kzi}), \quad i = 1, 2, \quad (27)$$

$$v = -(S_1(1 + d_{p1}) - Kz_1(1 + d_{kz1})) - (S_2(1 + d_{p2}) - Kz_2(1 + d_{kz2})) + K_s(1 + d_{Ks}). \quad (28)$$

Jeśli popyt na pierwszy asortyment zmieni się o d_{q1} , to dopuszczalna zmiana popytu na drugi asortyment wynosi wówczas

$$d_{q2} = -\frac{\mu_1}{\mu_2} d_{q1} + \frac{v}{\mu_2}, \quad \mu_2 \neq 0. \quad (29)$$

Współczynnik $-\mu_1/\mu_2$ określa, o ile (procent) może zmienić się popyt na drugi asortyment, jeśli popyt na pierwszy zmieni się o jednostkę (1%), by przedsiębiorstwo produkujące dwa asortymenty nie ponosiło strat.

Korzystając ze wzoru (29) można przeanalizować szczególne przypadki. Gdy popyt na pierwszy asortyment nie zmieni się (tzn. $d_{q1} = 0$), wtedy wielkość sprzedaży drugiego asortymentu może zmienić się o

$$d_{q2} = \frac{v}{\mu_2} = \frac{-(S_1(1 + d_{p1}) - Kz_1(1 + d_{kz1})) + K_s(1 + d_{Ks})}{S_2(1 + d_{p2}) - Kz_2(1 + d_{kz2})} - 1. \quad (30)$$

Jeśli popyt na pierwszy asortyment zmaleje do zera ($d_{q1} = -1$), to

$$d_{q2} = \frac{\mu_1 + v}{\mu_2} = \frac{K_s(1 + d_{Ks})}{S_2(1 + d_{p2}) - Kz_2(1 + d_{kz2})} - 1. \quad (31)$$

Cenowy próg rentowności

W sytuacji progu rentowności związek między stopami zmian jednostkowej ceny pierwszego i drugiego asortymentu dla ustalonych stóp zmian popytu i jednostkowego kosztu zmiennego każdego z asortymentów oraz stopy kosztu stałego przedsiębiorstwa określa równanie

$$\mathcal{G}_1 d_{p1} + \mathcal{G}_2 d_{p2} = \gamma, \quad (32)$$

gdzie:

$$\mathcal{G}_i = S_i(1 + dq_i), \quad i = 1, 2, \quad (33)$$

$$\gamma = -(S_1 - Kz_1(1 + d_{kz1}))(1 + d_{q1}) - (S_2 - Kz_2(1 + d_{kz2}))(1 + d_{q2}) + K_s(1 + d_{Ks}). \quad (34)$$

Jeśli przedsiębiorstwo produkuje oba asortymenty, to dla danej stopy zmiany jednostkowej ceny pierwszego asortymentu d_{p1} , cena drugiego asortymentu zmienia się według zależności

$$d_{p2} = -\frac{g_1}{g_2} d_{p1} + \frac{\gamma}{g_2}. \quad (35)$$

Współczynnik $-g_1/g_2$ określa, o ile (procent) może się zmienić jednostkowa cena drugiego asortymentu, jeśli jednostkowa cena pierwszego zmieni się o jednostkę (1%), by przedsiębiorstwo produkujące dwa asortymenty nie ponosiło strat.

Kosztowy próg rentowności

W warunkach progu rentowności związek między stopami zmian jednostkowego kosztu zmiennego pierwszego i drugiego asortymentu dla ustalonych stóp zmian popytu i jednostkowej ceny każdego z asortymentów oraz stopy kosztu stałego przedsiębiorstwa jest następujący:

$$\varphi_1 d_{kz1} + \varphi_2 d_{kz2} = \psi, \quad (36)$$

gdzie:

$$\varphi_i = Kz_i(1 + d_{q_i}), \quad i = 1, 2, \quad (37)$$

$$\psi = (S_1(1 + d_{p1}) - Kz_1)(1 + d_{q1}) + (S_2(1 + d_{p2}) - Kz_2)(1 + d_{q2}) - K_s(1 + d_{Ks}). \quad (38)$$

Jeśli przedsiębiorstwo produkuje oba asortymenty, to dla danej stopy jednostkowego kosztu zmiennego pierwszego asortymentu d_{kz1} stopa jednostkowego kosztu zmiennego drugiego asortymentu spełnia równanie

$$d_{kz2} = -\frac{\varphi_1}{\varphi_2} d_{kz1} + \frac{\psi}{\varphi_2}. \quad (39)$$

Współczynnik $-\varphi_1/\varphi_2$ określa, o ile (procent) może się zmienić jednostkowy koszt zmienny drugiego asortymentu, jeśli jednostkowy koszt zmienny pierwszego zmieni się o jednostkę (1%), by przedsiębiorstwo produkujące dwa asortymenty nie ponosiło strat.

Zakończenie

Celem uogólnionej analizy wrażliwości zysku w przedsiębiorstwie produkującym n -asortymentów jest badanie wpływu zmian wszystkich lub wybranych wielkości na

stopę zwrotu zysku w sytuacji, gdy jednorazowej zmianie ulega wolumen sprzedaży, jednostkowa cena i jednostkowy koszt zmienny każdego z asortymentów oraz koszt stały przedsiębiorstwa. Podstawowym narzędziem analizy jest uogólniona dźwignia operacyjna, którą można wyrazić jako funkcję stóp zmian wolumenu sprzedaży poszczególnych asortymentów, funkcję stóp zmian jednostkowych cen lub jednostkowych kosztów zmiennych.

Dźwignię operacyjną wykorzystuje się w celu uzyskania odpowiedzi na pytanie, jaki musi zachodzić związek np. między wolumenami sprzedaży poszczególnych asortymentów, by przedsiębiorstwo osiągnęło zadaną stopę zwrotu (zadany poziom) zysku, jeśli dopuszcza się możliwość jednorazowej zmiany jednostkowej ceny i -tego asortymentu, jego jednostkowego kosztu zmiennego i kosztu stałego przedsiębiorstwa.

Szczególne miejsce w uogólnionej analizie wrażliwości zysku zajmuje zagadnienie progu rentowności (100-procentowy spadek poziomu zysku). Próg rentowności można rozważać z różnego punktu widzenia. Jeśli wartość sprzedaży w pełni pokrywa koszty całkowite przedsiębiorstwa, to można analizować:

- po pierwsze, związek między stopami zmian wolumenu sprzedaży poszczególnych asortymentów – przy założeniu, że jednorazowej zmianie uległy jednostkowe ceny i jednostkowe koszty zmienne wszystkich asortymentów oraz koszt stały przedsiębiorstwa,
- po drugie, związek między stopami zmian jednostkowych cen danych asortymentów, jeśli wystąpi jednorazowa zmiana wolumenu sprzedaży i jednostkowego kosztu zmiennego każdego z asortymentów oraz kosztu stałego przedsiębiorstwa,
- po trzecie, związek między stopami zmian jednostkowych kosztów zmiennych wszystkich asortymentów, gdy jednorazowo zmieni się wolumen sprzedaży i jednostkowa cena każdego z asortymentów oraz kosztu stałego przedsiębiorstwa.

W pierwszym przypadku bada się popytowy próg rentowności, w drugim cenowy, a w trzecim kosztowy.

Bibliografia

- [1] ĆWIAKAŁA-MALYS A., NOWAK W., *Zarys metodologiczny analizy finansowej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław 2005.
- [2] DUDYCZ T., WRZOSEK S., *Analiza finansowa*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław 2000.
- [3] JARUGA A.A., NOWAK W.A., SZYCHTA A., *Rachunkowość zarządcza. Koncepcje i zastosowania*, Absolwent, Łódź 1999.
- [4] LESZCZYŃSKI Z., WNUK T., *Controlling*, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa 2000.
- [5] SIERPIŃSKA M., JACHNA T., *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa 1997.

The generalized sensibility analysis of the profit in a company which produces n -assortments

This article presents the most important elements of the sensibility analysis of the profit in a company which produces n -assortments, when a volume of sale of each assortment and its unit price, unit variable cost and fixed costs of a company can singly grow with constant rates.

The article contains analytical formulas for the generalized operating leverage and demand, price and cost break-even point. The generalized operating leverage was formulated as a linear function of growth rates of the sales volume of assortments. It describe the relation among demand growth rates of assortments which makes it possible to obtain a given return rate (a given level) of the company profit.

The authors distinguish between demand, price and cost break-even points. The demand break-even points shows the relation among demand growth rates of n -assortments, the price displays the relation among unit price growth rates and the cost break-even point shows the relation among unit variable cost growth rates when the profit of a company declines one hundred per cent.

Keywords: *operating leverage, break-even point*