

Zagadnienia aktuarialne – teoria i praktyka

pod redakcją
Walentego Ostasiewicza



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2011

Recenzenci

Helena Jasiulewicz, Wojciech Kordecki, Zbigniew Palmowski

Redaktor Wydawnictwa

Aleksandra Śliwka

Redakcja techniczna

Barbara Łopusiewicz

Korektor

Barbara Cibis

Łamanie

Beata Mazur

Projekt okładki

Beata Dębska

Publikacja jest dostępna na stronie www.ibuk.pl

Streszczenia opublikowanych artykułów są dostępne w międzynarodowej bazie danych The Central European Journal of Social Sciences and Humanities <http://cejsh.icm.edu.pl> oraz w The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie wymaga pisemnej zgody Wydawnictwa

© Copyright Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-186-7

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	7
Irmina Czarna, Zbigniew Palmowski , Porównanie prawdopodobieństw paryskiej i klasycznej ruiny dla procesu ryzyka typu Lévy'ego	9
Irmina Czarna, Zbigniew Palmowski , Problem wyboru optymalnej paryskiej dywidendy dla procesu ryzyka typu Lévy'ego – numeryczna analiza	22
Joanna Dębicka , Składki netto dla ubezpieczeń wielostanowych obciążone kosztami zawarcia i prowadzenia umowy	38
Monika Dyduch , Niekonwencjonalna metoda prognozy wartości jednostek funduszy emerytalnych	69
Stanisław Heilpern , Niestandardowe modele ryzyka – badanie wpływu stopnia zależności na prawdopodobieństwo ruiny	79
Aleksandra Iwanicka , Wpływ zewnętrznych czynników ryzyka na prawdopodobieństwo ruiny w dwuwymiarowym modelu ryzyka z lekkoogonowymi rozkładami wypłat	92
Helena Jasiulewicz, Wojciech Kordecki , Składki zaufania z zastosowaniem niesymetrycznych funkcji strat	101
Kamil Jodź , Składka w modelu ryzyka indywidualnego z zależnymi roszczeniami opisanymi funkcjami łączącymi	118
Marek Kałuszka, Michał Krzeszowiec , Własności składki <i>mean-value</i> przy zniekształconym prawdopodobieństwie	136
Zbigniew Michna , Procesy Lévy'ego w modelach ubezpieczeniowych	149
Agnieszka Mruklik , Ubezpieczenia na życie ze stochastyczną techniczną stopą oprocentowania – zastosowanie modelu Hulla i White'a	157
Agnieszka Pobłocka , Rezerwa IBNR w ubezpieczeniach majątkowych – praktyczne metody jej szacowania	173
Agata de Sas Stupnicka , Równowaga na rynku ubezpieczeń zdrowotnych w zależności od przyjętego sposobu rozliczania świadczeń medycznych	190
Joanna Sawicka , Zagadnienia kalkulacji składki zaufania na podstawie łącznej wartości i liczby szkód	202
Alicja Wolny-Dominiak , Analiza porównawcza modeli mieszanych szacowania stóp taryf w ubezpieczeniach majątkowych z wykorzystaniem krosvalidacji	229
Walenty Ostasiewicz , Polacy nie gęsi, iż swój język mają!	238

Summaries

Irmina Czarna, Zbigniew Palmowski , Comparison of Parisian and classical ruin probabilities for a Lévy risk process	21
Irmina Czarna, Zbigniew Palmowski , Numerical analysis of dividend problem with Parisian delay for a spectrally negative Lévy risk process	37
Joanna Dębicka , Expense-loaded premiums for multistate insurance contracts	68
Monika Dyduch , Alternative method of forecast of pension funds units value	78
Stanisław Heilpern , Nonstandard risk models – study of influence of the degree of dependence on the probability of ruin	91
Aleksandra Iwanicka , The influence of some outside risk factors on a ruin probability in a two-dimensional risk model with light-tailed claim sizes	100
Helena Jasiulewicz, Wojciech Kordecki , Credibility premiums using asymmetric loss functions	117
Kamil Jodź , Insurance premium in individual risk model with dependent claims described by copulas functions	135
Marek Kaluszka, Michał Krzeszowiec , Properties of mean-value principle under rank-dependent utility model	148
Zbigniew Michna , Lévy processes in insurance models	156
Agnieszka Mruklik , Life insurance with stochastic interest rate – an application of the Hull and White model	172
Agnieszka Pobłocka , IBNR reserve in non-life insurance. Practical methods of its estimation	189
Agata de Sas Stupnicka , Balance on the health insurance market – the impact of payment system	201
Joanna Sawicka , Calculation of credibility premium on the basis of number and total amount of claims	228
Alicja Wolny-Dominiak , Comparative analysis of mixed models for ratemaking in non-life insurance with k-fold cross-validation	237

Monika Dyduch

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

NIEKONWENCJONALNA METODA PROGNOZY WARTOŚCI JEDNOSTEK FUNDUSZY EMERYTALNYCH

Streszczenie: W artykule przedstawiono prognozowanie jednostek funduszu emerytalnego Polsat na podstawie modelu MH, integrującego analizę falkową oraz sieci neuronowe. Fundusz emerytalny wybrany do prognozy jest najlepszym funduszem według rankingu stopy zwrotu w sierpniu 2010 r. oraz wartości hipotetycznego konta emerytalnego.

Słowa kluczowe: inwestycje, fundusze, analiza falkowa.

1. Wstęp

Otwarty fundusz emerytalny (inne nazwy: OFE, fundusze emerytalne, drugi filar) to jednostka ubezpieczeń społecznych zarządzana przez powszechne towarzystwo emerytalne. Otwarte fundusze emerytalne powstały w ramach reformy systemu emerytalnego w 1999 r. i pozwalają na gromadzenie środków na emeryturę w tzw. II filarze. OFE jest więc częścią systemu, z którego w przyszłości będzie wypłacana emerytura.

Wartość jednostki funduszu emerytalnego zależy od wielu czynników, m.in. od sytuacji na GPW w Warszawie, ponieważ ok. 30% aktywów jest lokowane w akcje (tab. 1), a ok. 60% w obligacje (tab. 2).

Sierpniowa sytuacja na warszawskiej giełdzie nie sprzyjała zarządzającym funduszami emerytalnymi. Wprawdzie indeksy z segmentów mniejszych emitentów zyskiwały na wartości, jednak duże spółki traciły (w efekcie główny index WIG: -0.6%). Zyskiwały za to obligacje: indeks IROS, który mierzy koniunkturę w segmencie obligacji skarbowych, zwiększył swą wartość w lipcu o +1,2%.

Dzięki temu, że ponad połowa aktywów otwartych funduszy emerytalnych jest zainwestowana w obligacje skarbowe (tab. 2), jednostki rozrachunkowe niemal wszystkich OFE w sierpniu zyskiwały na wartości, średnio 0,28%. Najlepszy rezultat wypracował OFE Polsat – stopa zwrotu wyniosła 0,8%. Do udanych miesięcy sierpień zaliczają również klienci PKO BP Bankowy OFE oraz AXA OFE, którzy osiągnęli stopę zwrotu na poziomie 0,4%. Jedynym funduszem, który skończył miesiąc na minusie, był OFE Warta (tab. 3).

Tabela 1. Porównanie OFE według inwestycji w akcje

OFE	Inwestycje w akcje (sierpień 2010 r.)
Polsat	38.6
Amplico OFE (d. AIG OFE)	33.68
ING	33.62
Allianz Polska OFE	33.46
Warta	33.34
Pekao	32.5
PZU Złota Jesień	32.35
Aviva (d. CU)	32.16
AEGON	32.03
Pocztylion	31.86
Nordea	31.72
Bankowy	30.89
Generali	30.22
AXA	29.89

Źródło: GPW w Warszawie.

Tabela 2. Porównanie OFE według inwestycji w obligacje

OFE	Inwestycje w obligacje
Pocztylion	64.55
Bankowy	61.51
PZU Złota Jesień	60.57
AXA	59.81
Pekao	59.11
Polsat	59.01
AEGON	58.81
Warta	58.56
Generali	57.22
Allianz Polska OFE	57.12
Amplico OFE (d. AIG OFE)	53.16
Nordea	51.7
Aviva (d. CU)	50.78
ING	50.64

Źródło: GPW w Warszawie.

Tabela 3. Ranking funduszy emerytalnych w okresie czerwiec-sierpień 2010 r.

Fundusz	Zysk		
	sierpień	lipiec	czerwiec
AXA OFE	0,40%	2,50%	-1,20%
Generali OFE	0,10%	2,40%	-1,70%
Amplico OFE	0,20%	2,30%	-1,40%
PKO BP Bankowy OFE	0,50%	2,60%	-1,60%
OFE Pocztylion	0,30%	2,50%	-1,70%
ING OFE	0,30%	2,70%	-1,80%
Allianz Polska OFE	0,30%	2,80%	-1,70%
OFE PZU „Złota Jesień”	0,00%	2,30%	-1,60%
AEGON OFE	0,30%	2,60%	-1,60%
Nordea OFE	0,40%	2,80%	-1,60%
OFE Polsat	0,80%	2,40%	-1,70%
Pekao OFE	0,30%	2,40%	-1,70%
AVIVA CU OFE	0,10%	2,20%	-1,30%
OFE WARTA	-0,10%	2,40%	-1,60%

Źródło: [Internet 3].

Tabela 4. Zysk wypracowany przez OFE do 30 czerwca 2010 r.

OFE	Zysk
OFE Polsat	7543 zł
Generali OFE	7377 zł
ING OFE	7280 zł
Pekao OFE	7238 zł
Amplico OFE	7169 zł
OFE Allianz Polska	6973 zł
OFE PZU Złota Jesień	6969 zł
AXA OFE	6969 zł
OFE Warta	6880 zł
Aviva CU	6710 zł
Nordea OFE	6352 zł
OFE Pocztylion	6251 zł
PKO BP Bankowy OFE	6240 zł
AEGON OFE	6148 zł

Źródło: [Internet 3].

OFE Polsat okazał się również najlepszym funduszem w rankingu funduszy według wartości hipotetycznego konta emerytalnego, czyli według rzeczywistego zarobku funduszy dla swoich klientów. Również dobrym funduszem okazał się Generali OFE. Uczestnicy funduszu OFE Polsat oraz Generali OFE na swoim koncie zgromadzili kwotę równą odpowiednio 25,8 tys. i 25,6 tys. zł. Dobre wyniki uzyskały również ING OFE, Pekao OFE oraz Amplico OFE – wypracowały zysk powyżej 7 tys. zł, podczas gdy średnia dla wszystkich funduszy wyniosła +6,9 tys. zł (tab. 4).

2. Opis modelu MH

W proponowanym modelu do predykcji wartości jednostek funduszu Polsat w pierwszej kolejności rzeczywisty szereg czasowy dzielimy na podszeregi n -elementowe, gdzie n jest wielokrotnością liczby 2. Z otrzymanego zbioru podszeregów do dalszych obliczeń wybieramy m początkowych próbek n -elementowych. Wyodrębnione m podszeregów poddajemy transformacie falkowej algorytmem „a Troust” z filtrem $h_3\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}\right)$.

Kolejnym etapem jest inicjalizacja sieci neuronowej. Wykorzystujemy jedną z podstawowych własności sieci – zdolność do uogólniania wiedzy, czyli sieć nauczona na jednym zbiorze danych generuje właściwe wyniki dla innego zbioru danych nieuczestniczącego w procesie uczenia. Zatem przez sieć generujemy współczynniki falkowe przyszłych wartości szeregu, przyjmując jako zbiór uczący współczynniki falkowe wcześniejszych obserwacji szeregu.

Z otrzymanych współczynników przez odwrotną transformatę falkową konstruujemy przyszłe (nowe) wartości szeregu czasowego.

3. Opis badania

W artykule wykonujemy badania na szeregu prezentującym wartości jednostek funduszu emerytalnego Polsat w okresie 24.07.2007-11.08.2010r. (rys. 1). Szereg zawiera 761 obserwacji. Wszelkie symulacje komputerowe i obliczenia wykonano w programie MATLAB na podstawie własnych autorskich programów.

Ze względu na ograniczenia TF szereg poddany przekształceniu ograniczamy do 512 obserwacji, czyli do wielokrotności liczby 2.

Zgodnie z zaprezentowanym w pkt 2 algorytmem szereg czasowy składający się z 512 obserwacji dzielimy na podszeregi 8-elementowe (2^3), tzn. na podszeregi o elementach :

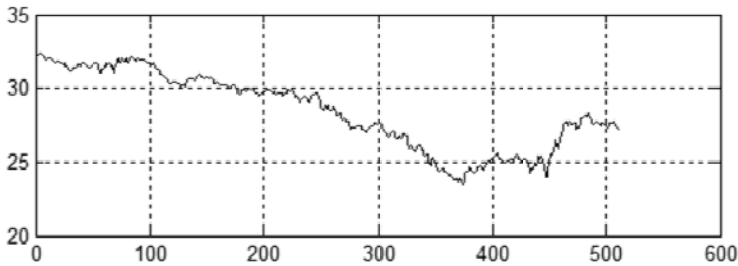
podszereg 1: $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

podszereg 2: $t = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

podszereg 3: $t = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

.....

podszereg 505: $t = 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512$.



Rys. 1. Wartości jednostek funduszu emerytalnego Polsat w okresie 25.09.2006 r.-25.09.2009 r.

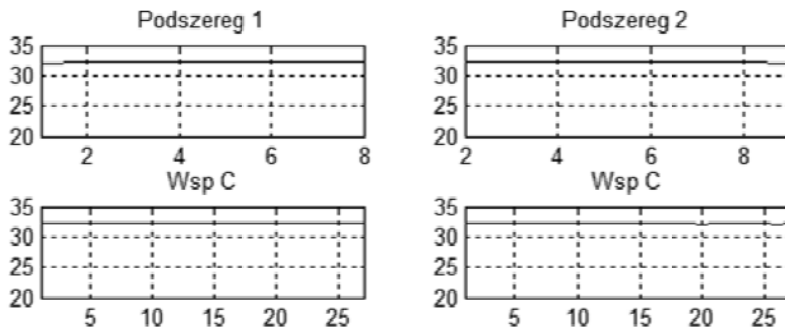
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z GPW w Warszawie.

W wyniku podziału otrzymujemy 505 podszeręgów 8-elementowych. Z otrzymanego zbioru podszeręgów do dalszych obliczeń wybieramy 500 początkowych próbek 8-elementowych, 5 ostatnich zaś pozostawiamy celem dokonania sprawdzenia działania algorytmu.

3.1. Transformata falkowa

Każdy z 500 wyodrębnionych podszeręgów 8-elementowych poddajemy transformacie falkowej algorytmem „a Troust”, która pozwala przedstawić sygnał w postaci liniowej kombinacji współczynników $c_p(t), d_p(t)$. Zatem używając algorytmu „a Troust”, przeprowadzamy w programie komputerowym MATLAB pięciopozomową dekompozycję każdego 8-elementowego podszeręgu, przyjmując zgodnie z rozważaniami zawartymi w pkt drugim filtr $h_3\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}\right)$.

Dla podszeręgu pierwszego i drugiego w wyniku transformaty falkowej algorytmem „a Troust” otrzymujemy odpowiednio współczynniki C pokazane na rys. 2.

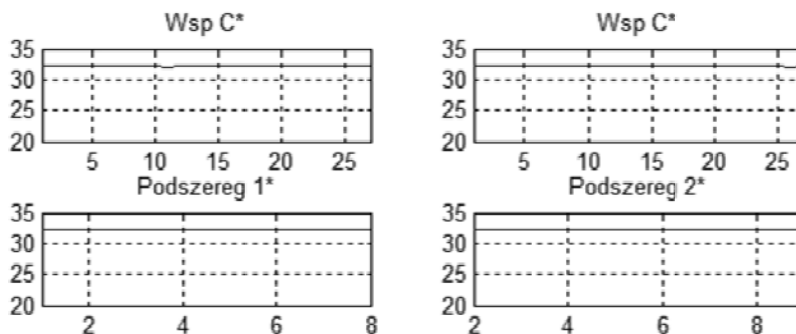


Rys. 2. Współczynniki C uzyskane po transformacie falkowej podszeręgów 1 i 2

Źródło: opracowanie własne.

Analogicznie otrzymujemy współczynniki dla wszystkich pięciuset podszeregów 8-elementowych.

W wyniku odwrotnej transformaty falkowej dla podszeregów 1 i 2 otrzymujemy szeregi przedstawione na rys. 3.



Rys. 3. Podszeregi 1 i 2 uzyskane przez odwrotną transformatę falkową

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane współczynniki są niezbędne do kolejnego etapu algorytmu z wykorzystaniem sztucznej sieci neuronowej.

3.2. Sieć neuronowa

Głównym narzędziem prezentowanego algorytmu jest sieć neuronowa, która służy w przedstawianym algorytmie do generowania współczynników falkowych. Wygenerowane przez sieć współczynniki falkowe służą do konstrukcji przyszłych (nowych) wartości szeregu czasowego, które otrzymujemy przez odwrotną transformatę falkową.

Celem uruchomienia sieci przyjmujemy:

- Wejście – 8-elementowe przedziały czasowe.

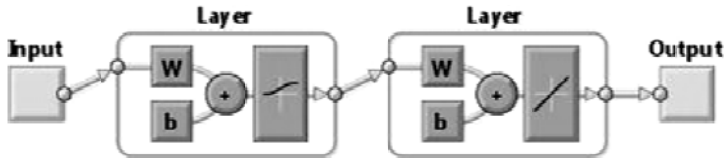
W przypadku rozważanego szeregu będzie to przedział interesującej nas prognozy, czyli $t = 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508$

i $t = 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509$.

- Zbiór uczący i testowy sieci.

Sieć uczy się na podszeregach 8-elementowych. Uczymy sieć, że dla $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ (podszereg 1) współczynniki falkowe przyjmują wartości pokazane na rys. 2, uzyskane przez transformatę falkową. Zatem sieć, otrzymując na wejściu $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, powinna wygenerować na wyjściu współczynniki falkowe zaprezentowane dla tego podszeregu na rys. 2 itd. Dla pozostałych podszeregów sieć uczy się na 500 podszeregach.

- Wyjście – współczynniki transformaty falkowej dla zadanej na wejściu próbki czasowej.
- Parametry uczenia sieci:
 - liczba epok = 1500;
 - krok uczenia = 0.01;
 - dopuszczalny błąd sieci = 1e-12.
- Struktura sieci – strukturę sieci użytej w algorytmie przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Struktura sieci neuronowej użytej w algorytmie

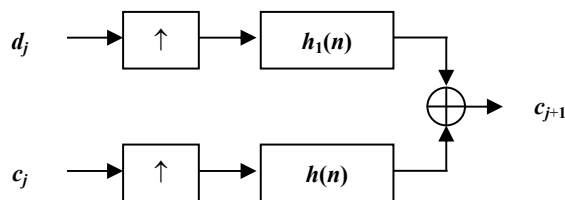
Źródło: opracowanie własne.

Po uruchomieniu sieci przy wyżej określonych parametrach sieć na wyjściu generuje współczynniki transformaty falkowej w formie macierzy o wymiarach 500×27 .

3.3. Odwrotna transformata falkowa

Odwrotna transformata falkowa, której schemat blokowy przedstawia rys. 5, polega na kompozycji współczynników c_{j+1} na podstawie c_j i d_j :

$$c_{j+1}(k) = \sum_m c_j(m)h(k - 2m) + \sum_m d_j(m)h_1(k - 2m)$$



Rys. 5. Schemat blokowy odwrotnej dyskretniej transformaty falkowej

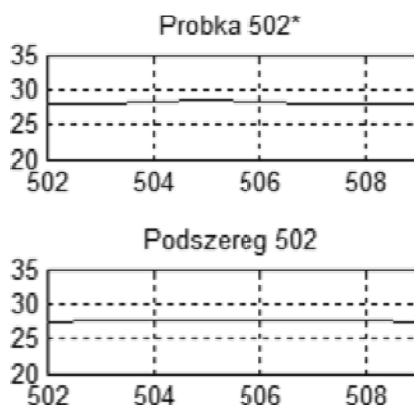
Źródło: opracowanie własne.

Zatem zgodnie z przedstawionym algorytmem, wykorzystując współczynniki falkowe wygenerowane przez sieć neuronową, konstruujemy przez odwrotną transformatę falkową oryginalny szereg czasowy. Otrzymane podszeregi 501 i 502 przedstawiają rys. 6 i tab. 5.

Tabela 5. Wartości jednostek funduszu otrzymane z modelu MH – próbka 501* oraz oryginalny szereg czasowy – próbka 501 (rzeczywiste wartości jednostek funduszu)

Próbka 501	Próbka 501*
27,38	27,41318456
27,44	27,47051328
27,62	27,67858754
27,7	27,73105724
27,62	27,64820333
27,7	27,78645724
27,73	27,76360876
27,6	27,63066945

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6. Szereg czasowy otrzymany z odwrotnej transformaty falkowej – próbka 502* oraz oryginalny szereg czasowy – próbka 502

Źródło: opracowanie własne.

Porównując przedstawione na rys. 6 otrzymane wartości podszeregów (podszereg o nazwie 502*) z wartościami rzeczywistymi (podszereg o nazwie 502), można stwierdzić, że wygenerowany przez algorytm szereg jest dobrym odzwierciedleniem szeregu rzeczywistego. Zatem przedstawiony algorytm jest skutecznym narzędziem w prognozowaniu wartości jednostek funduszu emerytalnego.

4. Zakończenie

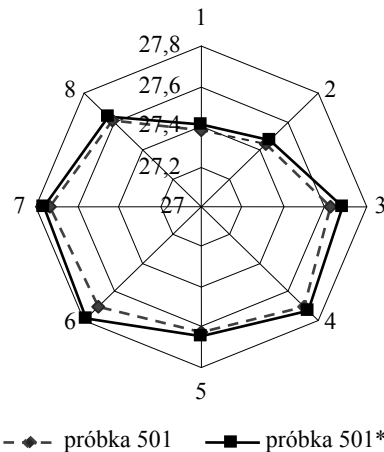
Co pół roku Komisja Nadzoru Finansowego przedstawia oficjalny ranking funduszy emerytalnych. Zestawienie to jednak obejmuje tylko „gołe” wyniki w całym okresie, bez rozbicia na części oraz oceny ryzyka. Nie przedstawia również kierunku (wzrost lub spadek) wartości jednostek funduszu emerytalnego, które w dużej mierze uzależnione są od sytuacji na giełdzie. Dlatego w artykule podjęto próbę zaprognozowania wartości jednostek funduszy emerytalnych na przykładzie OFE Polsat. Należy nadmienić, że wszystkie fundusze emerytalne osiągnęły dodatnią stopę zwrotu, przy czym jednostki OFE Polsat osiągnęły najwyższą stopę zwrotu wśród funduszy od początku działalności (tab. 6).

W pracy przede wszystkim przedstawiono model bazujący na analizie falkowej i sztucznej sieci neuronowej. Skoncentrowano się wokół zaprezentowania idei algorytmu prognozowania wartości jednostek funduszu emerytalnego na przykładzie OFE Polsat przez analizę falkową. Zaproponowano model prognozujący elementy szeregu czasowego na podstawie współczynników falkowych generowanych przez sieć neuronową.

Tabela 6. Porównanie OFE według stopy zwrotu od początku działalności

OFE	Stopy zwrotu (%)
Polsat	+226.80
ING	+217.10
Generali	+210.70
Nordea	+201.50
Warta	+200.00
PZU Złota Jesień	+199.30
AXA	+194.50
Aviva (d. CU)	+192.40
AEGON	+191.50
Bankowy	+187.60
Amplico OFE (d. AIG OFE)	+187.20
Pekao	+183.20
Allianz Polska OFE	+179.60
Pocztylion	+176.70

Źródło: [Internet 2].



Rys. 7. Porównanie rzeczywistych wartości jednostek funduszu (próbka 501) z wartościami otrzymanymi z modelu MH

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki pokazują (rys. 6), że obserwacje wygenerowane przez zaproponowany model wiarygodnie odzwierciedlają rzeczywisty szereg czasowy, nie są idealne, ale można stwierdzić, że model MH jest skutecznym narzędziem w prognozowaniu wartości jednostek funduszu emerytalnego.

Literatura

- Kurowski P. (2006), *Rozwój funduszy emerytalnych w wybranych krajach Europy Środkowo-Wschodniej, Warunki startu i funkcjonowania*, seria „Studia i Monografie”, IPiSS, Warszawa.
- Chybniński F. (2009), *Otwarte fundusze emerytalne w Polsce*, C.H. Beck, Warszawa.

Źródła internetowe

- [1] www.gpw.pl.
- [2] www.money.pl.
- [3] www.multiofe.pl.

ALTERNATIVE METHOD OF FORECAST OF PENSION FUNDS UNITS VALUE

Summary: The article presents the forecast of units of Polsat Pension Fund based on the model of MH, which integrates analysis wavelet and neural networks. The pension fund which was chosen for the forecast was the best fund according to the ranking rate returns in August 2010 and to the value of a hypothetical retirement account.

Key words: investment, funds, Wavelet analysis.