

# PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

# RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 426

**Taksonomia 26**

**Klasyfikacja i analiza danych –  
teoria i zastosowania**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2016

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego  
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania  
znajdują się na stronach internetowych  
[www.pracnaukowe.ue.wroc.pl](http://www.pracnaukowe.ue.wroc.pl)  
[www.wydawnictwo.ue.wroc.pl](http://www.wydawnictwo.ue.wroc.pl)

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons  
Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska  
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
Wrocław 2016

**ISSN 1899-3192** (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)  
**e-ISSN 2392-0041**  
**ISSN 1505-9332** (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:  
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
ul. Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław  
tel./fax 71 36 80 602; e-mail:[econbook@ue.wroc.pl](mailto:econbook@ue.wroc.pl)  
[www.ksiegarnia.ue.wroc.pl](http://www.ksiegarnia.ue.wroc.pl)

Druk i oprawa: TOTEM

## Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	9
<b>Jacek Batóg:</b> Identyfikacja obserwacji odstających w analizie skupień / Influence of outliers on results of cluster analysis .....	13
<b>Andrzej Bąk:</b> Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza / Linear ordering of objects using Hellwig and TOPSIS methods – a comparative analysis.....	22
<b>Grażyna Dehnel:</b> <i>MM</i> -estymacja w badaniu średnich przedsiębiorstw w Polsce / <i>MM</i> -estimation in the medium-sized enterprises survey in Poland.....	32
<b>Andrzej Dudek:</b> <i>Social network analysis</i> jako gałąź wielowymiarowej analizy statystycznej / Social network analysis as a branch of multidimensional statistical analysis.....	42
<b>Iwona Foryś:</b> Analiza dyskryminacyjna w wyborze obiektów podobnych w procesie szacowania nieruchomości / The discriminant analysis in selection of similar objects in the real estate valuation process .....	51
<b>Gregory Kersten, Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz:</b> Ocena zgodności porządkowej systemu oceny ofert negocjatora z informacją preferencyjną / Analyzing the ordinal concordance of preferential information and resulting scoring system in negotiations.....	60
<b>Iwona Konarzewska:</b> Rankingi wielokryteriowe a współzależność liniowa kryteriów / Multi-criteria rankings and linear relationships among criteria .....	69
<b>Anna Król, Marta Targaszewska:</b> Zastosowanie klasyfikacji do wyodrębniania homogenicznych grup dóbr w modelowaniu hedonicznym / The application of classification in distinguishing homogeneous groups of goods for hedonic modelling.....	80
<b>Marek Lubicz:</b> Problemy doboru zmiennych objaśniających w klasyfikacji danych medycznych / Feature selection and its impact on classifier effectiveness – case study for medical data.....	89
<b>Aleksandra Łuczak:</b> Wpływ różnych sposobów agregacji opinii ekspertów w FAHP na oceny priorytetowych czynników rozwoju / Influence of different methods of the expert judgments aggregation on assessment of priorities for evaluation of development factors in FAHP.....	99
<b>Iwona Markowicz:</b> Tablice trwania firm w województwie zachodniopomorskim według rodzaju działalności / Companies duration tables in Zachodniopomorskie voivodship by the type of activity .....	108

<b>Małgorzata Markowska, Danuta Strahl:</b> Filary inteligentnego rozwoju a wrażliwość unijnych regionów szczebla NUTS 2 na kryzys ekonomiczny – analiza wielowymiarowa / Smart development pillars and NUTS 2 European regions vulnerability to economic crisis – a multidimensional analysis.....	118
<b>Kamila Migdał-Najman, Krzysztof Najman:</b> Hierarchiczne deglomeracyjne sieci SOM w analizie skupień / The hierarchical divisive SOM in the cluster analysis .....	130
<b>Kamila Migdał-Najman, Krzysztof Najman:</b> Hierarchiczne aglomeracyjne sieci SOM w analizie skupień / The hierarchical agglomerative SOM in the cluster analysis .....	139
<b>Barbara Pawelek, Józef Pocięcha, Jadwiga Kostrzewska, Mateusz Baryła, Artur Lipieta:</b> Problem wartości odstających w prognozowaniu zagrożenia upadłością przedsiębiorstw (na przykładzie przetwórstwa przemysłowego w Polsce) / Problem of outliers in corporate bankruptcy prediction (case of manufacturing companies in Poland) .....	148
<b>Wojciech Roszka:</b> Syntetyczne źródła danych w analizie przestrzennego zróżnicowania ubóstwa / Synthetic data sources in spatial poverty analysis.....	157
<b>Małgorzata Rószkiewicz:</b> Czynniki różnicujące efektywność pracy ankietera w wywiadach <i>face-to-face</i> w środowisku polskich gospodarstw domowych / Factors affecting the efficiency of face-to-face interviews with Polish households.....	166
<b>Adam Sagan, Marcin Pelka:</b> Analiza wielopoziomowa z wykorzystaniem danych symbolicznych / Multilevel analysis with application of symbolic data .....	174
<b>Marcin Salamaga:</b> Zastosowanie drzew dyskryminacyjnych w identyfikacji czynników wspomagających wybór kraju alokacji bezpośrednich inwestycji zagranicznych na przykładzie polskich firm / The use of classification trees in the identification of factors supporting the choice of FDI destination on the example of Polish companies.....	185
<b>Agnieszka Stanimir:</b> Pomiar wykluczenia cyfrowego – zagrożenia dla Pokolenia Y / Measurement of the digital divide – risks for Generation Y ...	194
<b>Mirosława Sztemberg-Lewandowska:</b> Grupowanie danych funkcjonalnych w analizie poziomu wiedzy maturzystów / Functional data clustering methods in the analysis of high school graduates' knowledge .....	206
<b>Tadeusz Trzaskalik:</b> Modelowanie preferencji w wielokryterialnych dyskretnych problemach decyzyjnych – przegląd bibliografii / Preference modeling in multi-criteria discrete decision making problems – review of literature .....	214

---

<b>Joanna Trzęsiok:</b> Metody nieparametryczne w badaniu zaufania do instytucji finansowych / Nonparametric methods in the study of confidence in financial institutions .....	226
<b>Hanna Wdowicka:</b> Analiza sytuacji na lokalnych rynkach pracy w Polsce / Local labour market analysis in Poland.....	235
<b>Artur Zaborski:</b> Zastosowanie skalowania dynamicznego oraz metody wektorów dryfu do badania zmian w preferencjach / The use of dynamic scaling and the drift vector method for studying changes in the preferences.....	245

## Wstęp

W dniach 14–16 września 2015 r. w Hotelu Novotel Gdańsk Marina w Gdańsku odbyła się XXIV Konferencja Naukowa Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS (XXIX Konferencja Taksonomiczna) „Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”, zorganizowana przez Sekcję Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego oraz Katedrę Statystyki Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego. Przewodniczącymi Komitetu Organizacyjnego konferencji byli prof. dr hab. Mirosław Szreder oraz dr hab. Krzysztof Najman, prof. nadzw. UG, sekretarzami naukowymi dr hab. Kamila Migdał-Najman, prof. nadzw. UG oraz dr hab. Anna Zamojska, prof. nadzw. UG, a sekretarzem organizacyjnym Anna Nowicka z Fundacji Rozwoju Uniwersytetu Gdańskiego.

Konferencja Naukowa została dofinansowana ze środków Narodowego Banku Polskiego.

Zakres tematyczny konferencji obejmował takie zagadnienia, jak:

a) teoria (taksonomia, analiza dyskryminacyjna, metody porządkowania liniowego, metody statystycznej analizy wielowymiarowej, metody analizy zmiennych ciągłych, metody analizy zmiennych dyskretnych, metody analizy danych symbolicznych, metody graficzne),

b) zastosowania (analiza danych finansowych, analiza danych marketingowych, analiza danych przestrzennych, inne zastosowania analizy danych – medycyna, psychologia, archeologia, itd., aplikacje komputerowe metod statystycznych).

Zasadniczymi celami konferencji SKAD były prezentacja osiągnięć i wymiana doświadczeń z zakresu teoretycznych i aplikacyjnych zagadnień klasyfikacji i analizy danych. Konferencja stanowi coroczne forum służące podsumowaniu obecnego stanu wiedzy, przedstawieniu i promocji dokonań nowatorskich oraz wskazaniu kierunków dalszych prac i badań.

W konferencji wzięło udział 81 osób. Byli to pracownicy oraz doktoranci następujących uczelni i instytucji: AGH w Krakowie, Politechniki Łódzkiej, Politechniki Gdańskiej, Politechniki Opolskiej, Politechniki Wrocławskiej, Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Uniwersytetu Gdańskiego, Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w Kielcach, Uniwersytetu Łódzkiego, Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, Uniwersytetu Szczecińskiego, Uniwer-

sytetu w Białymstoku, Wyższej Szkoły Bankowej w Toruniu, a także przedstawiciele NBP i PBS Sp. z o.o.

W trakcie dwóch sesji plenarnych oraz trzynastu sesji równoległych wygłoszono 58 referatów poświęconych aspektom teoretycznym i aplikacyjnym zagadnienia klasyfikacji i analizy danych. Odbyła się również sesja plakatowa, na której zaprezentowano 14 plakatów. Obradom w poszczególnych sesjach konferencji przewodniczyli profesorowie: Józef Pocięcha, Eugeniusz Gatnar, Tadeusz Trzaskalik, Krzysztof Jajuga, Marek Walesiak, Barbara Pawełek, Feliks Wysocki, Ewa Roszkowska, Andrzej Sokołowski, Andrzej Bąk, Tadeusz Kufel, Mirosław Krzyśko, Krzysztof Najman, Małgorzata Rószkiewicz, Mirosław Szreder.

Teksty 25 recenzowanych artykułów naukowych stanowią zawartość prezentowanej publikacji z serii „Taksonomia” nr 26. Pozostałe recenzowane artykuły znajdują się w „Taksonomii” nr 27.

W pierwszym dniu konferencji odbyło się posiedzenie członków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego, któremu przewodniczył prof. dr hab. Józef Pocięcha. Ustalono plan przebiegu zebrania obejmujący następujące punkty:

- A. Sprawozdanie z działalności Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS.
- B. Informacje dotyczące planowanych konferencji krajowych i zagranicznych.
- C. Organizacja konferencji SKAD PTS w latach 2016 i 2017.
- D. Wybór przedstawiciela Rady Sekcji SKAD PTS do IFCS.
- E. Dyskusja nad kierunkami rozwoju działalności Sekcji.

Prof. dr hab. Józef Pocięcha otworzył posiedzenie Sekcji SKAD PTS. Sprawozdanie z działalności Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS przedstawiła sekretarz naukowy Sekcji dr hab. Barbara Pawełek, prof. nadzw. UEK. Poinformowała, że obecnie Sekcja liczy 231 członków. Przypomniała, że na stronie internetowej Sekcji znajdują się regulamin, a także deklaracja członkowska. Poinformowała, że zostały opublikowane zeszyty z serii „Taksonomia” nr 24 i 25 (PN UE we Wrocławiu nr 384 i 385). W „Przeglądzie Statystycznym” (zeszyt 4/2014) ukazało się sprawozdanie z ubiegłorocznej konferencji SKAD, która odbyła się w Międzyzdrojach, w dniach 8–10 września 2014 r. Prof. Barbara Pawełek przedstawiła także informacje dotyczące działalności międzynarodowej oraz udziału w ważnych konferencjach członków i sympatyków SKAD.

W konferencji Międzynarodowego Stowarzyszenia Towarzystw Klasyfikacyjnych (IFCS – International Federation of Classification Societies) w dniach 6–8 lipca 2015 r. w Bolonii, zorganizowanej przez Università di Bologna, udział wzięło 19 osób z Polski (w tym 17 członków Sekcji), które wygłosiły 15 referatów (wkład członków SKAD – 79,0%). Ponadto prof. Józef Pocięcha był członkiem Komitetu Naukowego Konferencji z ramienia SKAD, członkiem Międzynarodowego Komitetu Nagród IFCS oraz organizatorem i przewodniczącym sesji nt. „Classification models for forecasting of economic processes”.

W konferencji „European Conference on Data Analysis” (Colchester, 2–4 września 2015 r.) zorganizowanej przez The German Classification Society (GfKI) w współpracy z The British Classification Society (BCS) i Sekcją Klasyfikacji i Analizy Danych PTS (SKAD) udział wzięło 18 osób z Polski (w tym 14 członków Sekcji), które wygłosiły 15 referatów (wkład członków SKAD – 66,0%). Ponadto profesorowie Krzysztof Jajuga oraz Józef Pociecha byli członkami Komitetu Naukowego konferencji, prof. Andrzej Dudek został poproszony przez organizatorów o przygotowanie referatu i wygłoszenie na Sesji Plenarnej „Cluster analysis in XXI century, new methods and tendencies”, prof. Krzysztof Jajuga był przewodniczącym sesji plenarnej, przewodniczącym sesji nt. „Finance and economics II” oraz organizatorem i przewodniczącym sesji nt. „Data analysis in finance”, prof. Józef Pociecha był organizatorem i przewodniczącym sesji nt. „Outliers in classification procedures – theory and practice”, prof. Andrzej Dudek był przewodniczącym sesji nt. „Machine learning and knowledge discovery II”.

Kolejny punkt posiedzenia Sekcji obejmował zapowiedzi najbliższych konferencji krajowych i zagranicznych, których tematyka jest zgodna z profilem Sekcji. Prof. dr hab. Józef Pociecha poinformował o dwóch wybranych konferencjach krajowych (były to XXXIV Konferencja Naukowa „Multivariate Statistical Analysis MSA 2015”, Łódź, 16–18 listopada 2015 r. i X Międzynarodowa Konferencja Naukowa im. Profesora Aleksandra Zeliasia nt. „Modelowanie i prognozowanie zjawisk społeczno-gospodarczych”, Zakopane, 10–13 maja 2016 r.) oraz o trzech wybranych konferencjach zagranicznych. Konferencja „European Conference on Data Analysis” odbędzie się na Uniwersytecie Ekonomicznym we Wrocławiu w dniach 26–28 września 2017 r. W przeddzień tej konferencji, tj. 25.09.2017 r., odbędzie się Niemiecko-Polskie Sympozjum nt. „Analizy danych i jej zastosowań GPSDAA 2017”. Następna konferencja Międzynarodowego Stowarzyszenia Towarzystw Klasyfikacyjnych (IFCS) odbędzie się w 2017 r. w Tokio. W 2019 r. Niemiecko-Polskie Sympozjum nt. „Analizy danych i jej zastosowań GPSDAA 2019” organizuje prof. Andreas Geyer-Schultz w Karlsruhe.

W następnym punkcie posiedzenia podjęto kwestię organizacji kolejnych konferencji SKAD. SKAD 2016 zorganizuje Katedra Metod Statystycznych Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego Uniwersytetu Łódzkiego.

W kolejnej części zebrania dokonano wyboru przedstawiciela Rady Sekcji SKAD PTS do IFCS na kadencję 2016–2019. Powołano Komisję Skrutacyjną, której przewodniczącym został prof. Tadeusz Kufel, a członkami dr hab. Iwona Konarzewska i dr Dominik Rozkrut. Profesor Józef Pociecha poprosił zebranych o proponowanie kandydatur zgłaszając jednocześnie prof. Andrzeja Sokołowskiego. Wobec braku następnych kandydatur listę zamknięto. Komisja Skrutacyjna przeprowadziła głosowanie tajne. W głosowaniu uczestniczyło 41 członków Sekcji. Profesor Andrzej Sokołowski został przedstawicielem Rady Sekcji SKAD PTS do



IFCS na kadencję 2016–2019, uzyskując następujący wynik: 39 głosów na „tak”, 1 głos na „nie”, 1 głos był nieważny.

W ostatnim punkcie zebrania dyskutowano nad kierunkami rozwoju działalności Sekcji obejmującymi następujące problemy: udział w międzynarodowym ruchu naukowym (wspólne granty, publikacje), umiędzynarodowienie konferencji SKAD (uczestnicy zagraniczni, dwujęzyczność konferencji), wydawanie własnego czasopisma.

Profesor Józef Pociecha zamknął posiedzenie Sekcji SKAD.

*Krzysztof Jajuga, Marek Walesiak*

**Tadeusz Trzaskalik**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
e-mail: tadeusz.trzaskalik@ue.katowice.pl

---

**MODELOWANIE PREFERENCJI  
W WIELOKRYTERIALNYCH DYSKRETNYM  
PROBLEMACH DECYZYJNYCH –  
PRZEGLĄD BIBLIOGRAFII**

---

**PREFERENCE MODELING IN MULTI-CRITERIA  
DISCRETE DECISION MAKING PROBLEMS –  
REVIEW OF LITERATURE**

---

DOI: 10.15611/pn.2016.426.22

**Streszczenie:** Niniejsza praca poświęcona jest metodom wielokryterialnego dyskretnego wspomaganie decyzji. Ma ona charakter przeglądowy, jej celem jest opisanie różnych sposobów modelowania preferencji decydenta, stosowanych w dyskretnym podejściu wielokryterialnym, które można znaleźć w literaturze przedmiotu. Wśród rozpatrywanych zagadnień znajdują się: wykorzystanie funkcji użyteczności, ocena porównań parami przez decydenta, relacja przewyższania, uogólnione kryteria, punkty referencyjne i zbiory punktów referencyjnych, interaktywne modelowanie preferencji decydenta, uwzględnienie zależności między kryteriami, metody werbalne. W pracy przedstawiono również wybrane przykłady wykorzystania modelowania preferencji w zagadnieniach o różnym charakterze.

**Słowa kluczowe:** wielokryterialne dyskretnie wspomaganie decyzji, modelowanie preferencji, kryterium, wariant decyzyjny.

**Summary:** The paper is devoted to methods of multi-criteria decision aid. It is a review, its purpose is to describe the various ways of decision maker's preference modeling used in a discrete multi-criteria approach that can be found in the literature. Among the considered issues there are the following: applying the utility function, decision maker's pairwise comparisons, outranking relations, generalized criteria, reference points and sets of reference points, interactive modeling, relationship among criteria and decision alternatives, verbal methods. Some examples of preference modeling in different problems are mentioned.

**Keywords:** multi-criteria decision aid, preference modeling, criteria, decision alternatives.

## 1. Wstęp

Szybki rozwój wielokryterialnego podejmowania decyzji MCDM (*Multiple Criteria Decision Making*) – subdyscypliny badań operacyjnych – datuje się od lat 80. ubiegłego wieku i trwa nieprzerwanie do dziś. Obecnie w dalszym ciągu powstają nowe metody, a także liczne modyfikacje metod istniejących. W literaturze przedmiotu znajduje się bardzo wiele prac o charakterze aplikacyjnym. Wśród istniejących metod wielokryterialnych wyróżniają się metody wielokryterialnego dyskretnego wspomaganie decyzji MCDA (*Multiple Criteria Decision Aid*), będące przedmiotem zainteresowania autora niniejszej pracy.

W metodach tych kluczowym pojęciem jest wspomaganie decyzji. B. Roy, jeden z najwybitniejszych przedstawicieli tego kierunku badań, pisze na ten temat, co następuje: „Wspomaganie decyzji jest działalnością tego, który na podstawie jasno wyrażonych, lecz niekoniecznie w pełni sformalizowanych modeli pomaga znaleźć elementy odpowiedzi na pytania, jakie stawia interwenient w procesie decyzyjnym, elementy wyjaśniające decyzję i zwykle zalecające lub po prostu uprzywilejowujące pewne zachowanie w celu zwiększenia spójności między ewolucją procesu z jednej strony, a celami i systemem wartości interwenienta z drugiej strony” [Roy 1990]. Wspomaganie jest adresowane do uczestników (interwenientów) procesu decyzyjnego. Zakłada się, że zidentyfikowano najważniejszego uczestnika procesu decyzyjnego, którego nazywamy decydentem. Może to być osoba, ciało kolegialne lub zbiorowość.

Jak pisze dalej B. Roy, decydent jest w stosunku do własnych problemów decyzyjnych w takiej sytuacji, jak lekarz wobec własnego zdrowia. Ponadto może mu brakować kompetencji. Dlatego też wspomaganie decyzji często zajmuje się analityk – specjalista z zakresu badań operacyjnych, ekonomii, statystyki, finansów itd., który pracuje samodzielnie lub kieruje zespołem. Rola analityka polega na zbudowaniu modelu rozpatrywanego problemu decyzyjnego i wykorzystaniu go do wyjaśnienia decydentowi konsekwencji takiego lub innego zachowania oraz do zalecenia działań.

W dalszych rozważaniach przyjmujemy, że decydent akceptuje możliwość podjęcia decyzji na podstawie analizy dostępnych i ustalonych w danej sytuacji działań, nazywanych dalej wariantami decyzyjnymi. Przyjmujemy, że zbiór ten jest skończony.

Analizując warianty decyzyjne, będziemy rozpatrywali poszczególne składowe ich oceny, nazywane dalej kryteriami. Dobór kryteriów powinien być dokonany w taki sposób, by odzwierciedlał preferencje decydenta. Mierzenie wartości rozpatrywanych kryteriów przeprowadzamy z wykorzystaniem skal pomiarowych: nominalnej, porządkowej, interwałowej i ilorazowej.

Rozpatrywaną w dalszej części niniejszego artykułu klasę problemów decyzyjnych można scharakteryzować następująco: mamy zbiór wariantów decyzyjnych, spośród które decydent chciałby uszeregować od najlepszego do najgorszego, wy-

brać wariant najlepszy lub też posortować je do ustalonych uprzednio klas, kierując się swymi preferencjami, wyrażonymi poprzez zaakceptowany zbiór kryteriów oceny.

Celem niniejszej pracy jest opisanie różnych sposobów modelowania preferencji, stosowanych w dyskretnym podejściu wielokryterialnym.

## 2. Wykorzystanie funkcji użyteczności

R.L. Keeney i H. Raiffa, twórcy teorii użyteczności wieloatributowej (*multiattribute utility theory*) wyszli z założenia, że preferencje decydenta mogą być opisane za pomocą globalnej funkcji użyteczności [Keeney, Raiffa 1976]. Znajomość tej funkcji pozwala na uzyskanie zupełnego uporządkowania zbioru wariantów decyzyjnych, a tym samym zarówno na uporządkowanie wariantów decyzyjnych, jak i na znalezienie najbardziej preferowanego wariantu decyzyjnego. Podstawowym zadaniem staje się więc wyznaczenie postaci globalnej funkcji użyteczności.

Przyjmuje się, że zbiór rozpatrywanych kryteriów spełnia warunek dekompozycyjności. Każdy wariant decyzyjny oceniany jest ze względu na każde z kryteriów oddzielnie, a następnie uzyskane oceny agreguje się. Tak więc najpierw wyznaczamy użyteczności częściowej każdego wariantu decyzyjnego względem każdego z kryteriów, a następnie wykorzystujemy globalną funkcję użyteczności do agregacji ocen częściowych.

Zasadniczym problemem staje się więc określenie postaci globalnej funkcji użyteczności. Najprostszą formą globalnej funkcji użyteczności jest funkcja addytywna. Musi być wówczas jednak spełniony warunek preferencyjnej niezależności kryteriów, zdefiniowany następująco: dwa kryteria są niezależne w sensie preferencyjnym, jeżeli preferencja decydenta względem jednego z nich jest niezależna od oceny względem drugiego [Keeney, Raiffa 1976].

Do metod opartych na wykorzystaniu addytywnej funkcji użyteczności należy metoda sumy ważonej SAW (*Simple Additive Weighing Method*) [Churchman, Ackoff 1954]. Każdemu wariantowi decyzyjnemu przyporządkowana zostaje użyteczność cząstkowa względem kolejno rozpatrywanych kryteriów, a łączną ocenę uzyskujemy poprzez zsumowanie użyteczności cząstkowych przemnożonych przez wagi kryterialne. Jako wariant najlepszy przyjmowany jest ten, który uzyskał oceną najwyższą.

Rozszerzeniem tej metody na przypadek rozmyty jest metoda sumy ważonej w ujęciu rozmytym FSAW (*Fuzzy Simple Additive Weighing Method*) [Tzeng, Huang 2011]. Uwzględnia ona nieprecyzyjność zarówno w opisie kryteriów, jak i w ocenach ekspertów poprzez wykorzystanie trójkątnych liczb rozmytych. Popularne są również techniki SMART i SMARTER (*SMART Exploiting Ranks*) [Edwards, Barron 1994]. Charakterystyczne jest tu wykorzystanie wag rozpiętości oraz techniki drzewa wartości. Ocenę końcową dla każdego z wariantów uzyskujemy – po

dobnie jak w przypadku metody SAW – jako sumę ważoną jego ocen ze względu na poszczególne kryteria. W metodzie SMARTER, stanowiącej uproszczoną wersję metody SMART, przyjmuje się, że funkcje wartości mają charakter liniowy.

### 3. Porównania parami przez decydenta

W 1980 r. T.L. Saaty zaproponował bardzo obecnie popularną i mającą wiele zastosowań metodę analitycznej hierarchizacji AHP (*Analytic Hierarchy Process*) [Saaty 1980]. Cel ogólny, który chce osiągnąć decydent, umieszczamy na najwyższym poziomie rozpatrywanej hierarchii. Jest on dekomponowany na niezależne od siebie kryteria oceny. Znajdują się one na kolejnych poziomach hierarchii. Kryteria mogą się dzielić na podkryteria, które z kolei mogą podlegać dalszemu podziałowi. Na najniższym poziomie hierarchii znajdują się rozpatrywane warianty decyzyjne.

Istotą metody jest porównywanie parami, zarówno kryteriów decyzyjnych, jak i wariantów decyzyjnych ze względu na rozpatrywane kryteria. Wykorzystywana jest w tym celu dziewięciostopniowa skala werbalna (skala Saaty'ego), w której ocena preferencji dokonywana przez decydenta wykorzystywana jest do obliczeń począwszy od wartości 1 (przy ocenie decydenta preferencji obiektów w równym stopniu, przy czym obiektami są odpowiednio kryteria lub warianty decyzyjne), do wartości 9, odpowiadającej ogromnej przewadze jednego z obiektów nad drugim. Wykorzystując pojęcie wartości własnej i maksymalnego wektora własnego, otrzymujemy wagi dla kryteriów oraz dla wariantów decyzyjnych ze względu na poszczególne kryteria. Uszeregowanie końcowe otrzymujemy przez połączenie tych rankingów częściowych. Istotnym elementem metody AHP jest badanie zgodności porównań. Jeżeli jest ona zbyt mała, należy poinformować o tym decydenta, który powinien dokonać porównań ponownie i usunąć występujące niezgodności.

Oprócz podstawowej wersji metody istnieje wiele jej odmian. Jedną z nich jest jej wariant rozmyty [Mikhailov 2003]. Dokonując oceny, wykorzystujemy skalę lingwistyczną i liczby rozmyte.

W klasycznej wersji metody AHP przyjmuje się, że kryteria są niezależne od siebie, co może stanowić istotne ograniczenie jej stosowalności. T.L. Saaty zaproponował strukturę sieciową, w której dopuszcza zależności pomiędzy komponentami [Saaty 1996]. Są nimi zarówno pogrupowane kryteria, jak i warianty decyzyjne. Idea porównań jest w analitycznej metodzie sieciowej ANP (*Analytic Network Process*) taka sama, jak w metodzie AHP. Należy porównać parami elementy, wchodzące w skład poszczególnych komponentów, jak również komponenty między sobą, stosując ponownie skalę Saaty'ego. Istnieje również rozmyta wersja tej metody [Tzeng, Huang 2011].

Problemy pojawiające się przy stosowaniu metody AHP (m.in. zjawisko odwrócenia rankingu w przypadku powtórzenia wariantu decyzyjnego) wyeliminowane zostały w metodzie REMBRANDT (*Ratio Estimation in Magnitudes or deciBells*

to Rate Alternatives which are Non-Dominated) [Lootsma, Mensch, Vos 1990]. Skala Saaty'ego została zastąpiona skalą logarymiczną, a wykorzystywana do wyznaczania wektorów skali metoda wartości własnej Perrona-Frobeniusa – metodą logarymicznych najmniejszych kwadratów.

Również na idei porównania parami jest oparta metoda MACBETH (*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique*) [Bana e Costa, Vansnick 1993]. Powstaje macierz porównań parami, pozwalająca na zweryfikowanie zgodności dokonanych porównań. O ile jednak w metodzie AHP wydobywamy stosunki relatywnych wag lub preferencji między elementami hierarchii, o tyle w metodzie MACBETH prosimy decydenta o porównanie różnic w ich atrakcyjności. Wykorzystywany jest ponownie model agregacji addytywnej.

#### 4. Relacja przewyższania

Zgodnie z przedstawionym uprzednio podejściem klasycznej teorii podejmowania decyzji, porównując dwa warianty decyzyjne, możemy mieć do czynienia z jedną z następujących sytuacji: wariant pierwszy jest równoważny wariantowi drugiemu, wariant pierwszy jest preferowany w stosunku do wariantu drugiego lub wariant drugi jest preferowany w stosunku do wariantu pierwszego.

Założenie to zostało zakwestionowane przez B. Roy, który zaproponował rozszerzenie zbioru podstawowych sytuacji preferencyjnych w taki sposób, by obejmowały one sytuację równoważności, preferencji słabej, preferencji silnej i nieporównywalności. Rozróżnienie tych sytuacji dokonywane jest przez wprowadzenie progów: równoważności i preferencji. Roy wprowadza relacje zgrupowane, w tym rozmytą relację przewyższania. Relacje zgrupowane łączą wymienione powyżej sytuacje podstawowe [Roy 1990].

W podejściu tym przyjmuje się również założenie o ograniczonej kompensacji oznaczające, że możliwa jest taka sytuacja, w której duża przewaga wariantu pierwszego nad wariantem drugim ze względu na jedno z kryteriów powoduje, że hipotezę o przewyższaniu wariantu drugiego przez wariant pierwszy należy odrzucić nawet wówczas, gdy jest on silnie preferowany ze względu na wszystkie pozostałe kryteria. Do analizy tego typu przypadków wykorzystywany jest próg weta, uwzględniany w badaniu niezgodności. Praktyczne wykorzystanie propozycji teoretycznych Roy odzwierciedlone zostało w metodach z rodziny ELECTRE (*ELimination and Choice Expressing the REality*) [Roy, Bouyssou 1993].

Metody ELECTRE I, ELECTRE Iv oraz ELECTRE IS stosowane są zarówno do rozwiązywania problemu porządkowania, jak również problemu wyboru. Weryfikacja hipotezy o przewyższaniu wariantu pierwszego nad wariantem drugim wymaga sprawdzenia, czy spełnione są dwa warunki: zgodności oraz braku niezgodności. Pierwszy polega na sprawdzeniu, czy siła koalicji kryteriów wspierających hipotezę o przewyższaniu (uwzględniająca wagi kryteriów, określone przez decydenta) jest wystarczająco duża. Drugi badany jest z wykorzystaniem progów weta.

Metoda ELECTRE III służy do porządkowania zbioru wariantów decyzyjnych. Na podstawie obliczonych dla każdej pary wariantów współczynników zgodności i wiarygodności wyznacza się dwa porządki: pierwszy – za pomocą procedury destylacji zstępującej i drugi – za pomocą destylacji wstępującej. Uzyskane w wyniku procedur destylacji porządki częściowe wykorzystuje się do wyznaczania rankingu końcowego.

Metoda ELECTRE TRI wykorzystywana jest w problematyce sortowania. Przypisuje ona rozpatrywane warianty decyzyjne do pewnych predefiniowanych kategorii jakości. Granice między poszczególnymi kategoriami wyznaczane są za pomocą granicznych profilów. Przypisanie dowolnego wariantu decyzyjnego do danej kategorii odbywa się przez jego porównanie z profilami granicznymi wyznaczającymi tę kategorię.

Jeżeli oceny wariantów decyzyjnych podane są w postaci rozkładów prawdopodobieństwa wartości kryteriów, stosujemy reguły wyboru oparte na dominacji stochastycznej (lub prawie dominacji stochastycznej). Warunkiem koniecznym zaistnienia wieloatrybutowej dominacji stochastycznej jest zachodzenie dominacji stochastycznej ze względu na każde kryterium. Możliwe jest osłabienie warunku jednorodności i uwzględnienie warunku większości według zasad przyjętych w metodzie ELECTRE I [Zaraś, Martel 1991]. Z kolei Nowak zaproponował metodę porządkowania wariantów decyzyjnych z wykorzystaniem reguł dominacji stochastycznej i metody Electre III [Nowak 2004].

## 5. Uogólnione kryteria

Kolejną grupą metod, wykorzystujących relacje przewyższania są metody PROMETHEE (*Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations*) [Brans 1982].

W modelowaniu preferencji decydeny wykorzystujemy rozmyte funkcje preferencji, zwane uogólnionymi kryteriami. Są to funkcje, których argumentami są różnice w ocenie par rozpatrywanych wariantów decyzyjnych. Wartości tych rozmytych funkcji preferencji są z przedziału  $[0, 1]$ , przy czym wartości bliskie zera świadczą o braku preferencji lub słabej preferencji, natomiast wartości bliskie jedności świadczą o tym, że (lepsz) wartość jednego z kryteriów jest silnie preferowana wobec wartości drugiego z nich. Zaproponowano sześć typów uogólnionych kryteriów, uznając przy tym, że są one wystarczające do opisanie praktycznie występujących sytuacji. Należą do nich: kryterium zwykłe, quasi-kryterium, kryterium z liniową preferencją, kryterium poziomowe, pseudokryterium oraz kryterium gaussowskie [Brans, Vincke, Marechal 1986].

Charakterystyczne dla metod z rodziny PROMETHEE są zagregowane indeksy preferencji, na podstawie których oblicza się przepływy przewyższania: dodatni i ujemny. W metodzie PROMETHEE I na podstawie tych przepływów jako rezultat

końcowy otrzymujemy uporządkowanie częściowe wariantów decyzyjnych. W metodzie PROMETHEE II obliczamy przepływ przewyższania netto, co pozwala na otrzymanie uporządkowania zupełnego, umożliwiające określenie rankingu rozpatrywanych wariantów.

Metody EXPROM (*EXtension of the PROMethee method*) [Diakoulaki, Koumoutsos 1991] stanowią modyfikację metod z rodziny PROMETHEE. Na podstawie obliczonych dla każdej pary wariantów decyzyjnych słabych i ścisłych indeksów preferencji obliczane są całkowite indeksy preferencji stanowiące miarę siły, z jaką jeden z rozważanych wariantów preferowany jest w stosunku do drugiego oraz obliczane są przepływy przewyższania – dodatni i ujemny. W końcowej części metody postępujemy tak jak w metodzie PROMETHEE I lub II.

Gdy oceny wariantów decyzyjnych podane są w postaci rozkładów prawdopodobieństwa wartości kryteriów, porównujemy warianty decyzyjne zgodnie z regułami dominacji stochastycznej, a następnie możemy zastosować procedury agregacyjne (z wykorzystaniem progów weta), stosując algorytmy metody PROMETHEE [Nowak 2005] lub EXPROM [Górecka 2010].

## 6. Punkty referencyjne i zbiory punktów referencyjnych

Punktami referencyjnymi mogą być rozwiązanie idealne i antyidealne, rozpatrujemy też zbiory punktów referencyjnych, wskazane przez decydenta.

W metodzie TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) [Hwang, Yoon 1981; Roszkowska, Wachowicz 2015b] wariant najbardziej preferowany powinien cechować się najmniejszą odległością od ważonego rozwiązania idealnego i największą od ważonego rozwiązania antyidealnego. W przypadku nieprecyzyjnego zdefiniowania problemu można zastosować tę metodę w wersji rozmytej FTOPSIS (*Fuzzy TOPSIS*) [Jahanshloo, Hosseinzadeh Lotfi, Izadikhah 2006]. Inną metodą, w której dokonujemy oceny wariantów decyzyjnych według ich położenia względem punktu idealnego i antyidealnego, jest metoda VIKOR (serb. *VIskrzterijumska Optimizacija i Kompromisno Resenje*) [Opricovic 1998]. Dla każdego wariantu decyzyjnego obliczamy wartości parametrów: średniej ważonej odległości od punktu idealnego i maksymalnej ważonej odległości od punktu idealnego. Przy podejmowaniu decyzji możemy balansować między wartością średnią a maksymalną.

W metodzie BIPOLAR [Konarzewska-Gubała 1989] warianty decyzyjne porównujemy z wykorzystaniem podanego przez decydenta bipolarnego systemu referencyjnego, zawierającego obiekty „dobre” i „złe”, wyznaczając wskaźniki przewyższania i określając strukturę preferencji (tu metoda nawiązuje do metodologii ELECTRE). Następnie określamy pozycję każdego wariantu decyzyjnego względem bipolarnego systemu referencyjnego, po czym wnioskujemy o relacjach w zbiorze badanych wariantów decyzyjnych. Pojawianie się wariantów lepszych od obiektów „dobrych” (czyli wariantów *overgood*) oraz gorszych od złych (czyli



obiektów *underbad*), a także analiza bardzo licznych zbiorów referencyjnych znajdujących się w pracy [Trzaskalik, Sitarz, Dominiak 2013]. Problem oceny wariantów lepszych od wariantu idealnego czy gorszych od wariantu antyidealnego metodą FTOPSIS podjęto również w pracy [Roszkowska, Wachowicz 2015a]. Gdy oceny wariantów decyzyjnych oraz obiektów referencyjnych podane są w postaci rozkładów prawdopodobieństwa wartości kryteriów, porównujemy warianty decyzyjne wg reguł dominacji stochastycznej, a agregacji dokonujemy zgodnie z zasadami metody PROMETHEE II [Górecka 2009].

## 7. Interaktywne modelowanie preferencji decydenta w warunkach ryzyka

W procedurach interaktywnych decydent dostarcza informacji o charakterze lokalnym. Proces pozyskiwania informacji preferencyjnej ma charakter iteracyjny: fazy dialogu z decydentem oraz obliczeniowa są wielokrotnie powtarzane, a decydent każdorazowo ma możliwość zapoznania się z uzyskiwanymi wynikami pośrednimi. Decydent może ujawniać swe preferencje, opierając się na wartościach kryteriów lub też na podstawie współczynników wymiany [Nowak 2008].

W metodzie STEM-DPR (*STEp Method for Discrete Decision Making Problems under Risk*) [Nowak 2008] w każdej iteracji wyznaczane jest jedno rozwiązanie próbne, które wraz z rozwiązaniem idealnym prezentowane jest decydentowi. Jeżeli przedstawiona propozycja nie jest dla decydenta satysfakcjonująca, jest on proszony o wskazanie kryterium, które przyjęło wartość satysfakcjonującą, oraz podanie, w jakim stopniu ocena ze względu na to kryterium może być pogorszona. Wykorzystano wskaźnik określający, jak wiele rozwiązań ocenianych jest lepiej od rozwiązania próbnego. W fazie dialogowej decydentowi prezentowane są charakterystyki probabilistyczne rozpatrywanych rozwiązań.

W fazie dialogowej metody INSDECM (*INteractive Stochastic DECision Making Procedure*) [Nowak 2006] analizie poddane zostają wartości parametrów rozkładów ocen rozważanych wariantów decyzyjnych. Dane prezentowane decydentowi grupowane są w macierz możliwości, zawierającą optymistyczne i pesymistyczne wartości analizowanych parametrów uzyskiwane w rozważanym zbiorze wariantów decyzyjnych. Decydent proszony jest o wyrażenie opinii na temat wartości pesymistycznych. Jeżeli uznaje, że są one satysfakcjonujące, to następuje przejście do fazy wyboru rozwiązania końcowego. W przeciwnym razie proszony jest o sformułowanie dodatkowego warunku, który spełniać powinno rozwiązanie końcowe. W fazie obliczeniowej wyznaczany jest zbiór wariantów spełniających sformułowany warunek. Procedura kończy się w momencie uznania przez decydenta, że jedno z proponowanych rozwiązań jest satysfakcjonujące.

W metodzie ATO-DPR (*Analysis of Trade-Offs for Discrete decision making Problem under Risk*) [Nowak 2010] w celu wyznaczenia wariantu próbnego analizowane są współczynniki wymiany.

## 8. Modelowanie zależności pomiędzy kryteriami oraz między kryteriami a wariantami decyzyjnymi

W wielu rozpatrywanych uprzednio sytuacjach zazwyczaj przyjmowano warunek preferencyjnej niezależności kryteriów. Niejednokrotnie zachodzi jednak potrzeba uwzględnienia zależności między kryteriami, jak również zależności między kryteriami (lub grupami kryteriów) a wariantami decyzyjnymi. Zależności te uwzględniono we wzmiankowanej uprzednio metodzie ANP. Innym podejściem stosowanym w takich sytuacjach jest metoda DEMATEL (*DEcision MAKing Triall and Evaluation Laboratory*) [Gabus, Fontela 1973], która łączona bywa z metodami ANP i VIKOR [Tzeng, Huang 2011].

Metoda WINGS (*Weighted Influence Non-linear Gauge System*) [Michnik 2013] jest uniwersalną metodą pozwalającą w ilościowy sposób oceniać znaczenie składników badanego systemu i ich wzajemne wpływy. Uwzględnia się w niej – brakujące w DEMATEL – oceny siły (znaczenia) składników. W przypadku zastosowania WINGS jako metody wielokryterialnego wspomaganie decyzji, odgrywają one rolę wag kryteriów. Metoda WINGS pozwala na uwzględnienie zależności nie tylko między kryteriami, lecz także między wariantami decyzyjnymi.

## 9. Metody werbalne

Metody werbalne wykorzystywane są do rozwiązywania problemów nieustrukturyzowanych. W metodach tych nie wykorzystuje się informacji o charakterze ilościowym na temat ważności kryteriów, zamiast tego typu informacji stosowane są oceny werbalne, na których nie wykonuje się żadnych operacji ilościowych.

Metoda ZAPROS (ros. ЗАПРОС – *Замкнутые Процедуры у Опорных Суммации*) [Larichev, Moskovich 1995] wykorzystuje werbalne skale porządkowe. Konstruowana jest wspólna skala porządkowa dla wszystkich rozpatrywanych kryteriów. Celem przeprowadzanych w metodzie ZAPROS porównań jest ustalenie pełnego porządku w rozpatrywanym zbiorze wektorów. Aby to osiągnąć, decydent proszony jest o dokonanie porównań parami hipotetycznych wektorów, których wszystkie składowe z wyjątkiem jednej przybierają najlepsze wartości. Hybrydą metody ZAPROS oraz wspomnianej uprzednio metody MACBETH jest metoda MARS [Górecka, Roszkowska, Wachowicz 2014].

W metodzie ZAPROS III [Larichev 2001] wprowadzono pojęcie wariacji jakościowej, która powstaje w wyniku zmiany jednej oceny w ramach skali dotyczącej jednego z rozpatrywanych w problemie decyzyjnym kryteriów. Decydent porównuje wszystkie możliwe wariacje jakościowe dla każdej pary kryteriów przy założeniu, że wszystkie pozostałe oceny przybierają takie same wartości.

## 10. Przykłady wykorzystania modelowania preferencji

Zastosowań metod wielokryterialnego dyskretnego wspomaganie decyzji jest bardzo wiele. W przedstawionym dalej krótkim przeglądzie ograniczymy się do wymienienia kilku wybranych aplikacji [Trzaskalik (red.) 2014]. Należą do nich:

- konstrukcja motywacyjnego systemu premiowania w dziale Telefonicznej Obsługi Klienta (metody AHP i PROMETHEE II),
- wybór systemu ERP w przedsiębiorstwie (metoda ANP),
- ocena wniosków o przyznanie dotacji unijnych (metody PROMETHEE II i EXPROM II z dominacjami stochastycznymi i progim weta),
- wspomaganie negocjacji (wykorzystano metodę TOPSIS),
- lokalizacja centrów handlowych (metody werbalne),
- wybór portfela projektów (metody interaktywne w warunkach ryzyka),
- zagadnienie selekcji akcji do portfela (zmodyfikowana metodą BIPOLAR),
- renowacja zabytkowych organów (metoda ELECTRE I, metody hybrydowe).

## 11. Zakończenie

Wybór metody wielokryterialnej, jaką zastosujemy w konkretnym problemie decyzyjnym, jest sam w sobie problemem wielokryterialnym. Pojawiły się więc pewne propozycje wspomagające decydenta w tym zakresie. Należą do nich model Gershona i model Teckle'a. W pierwszym z nich [Gershon 1981] wyselekcjonowane wstępnie metody wielokryterialne (będące tu wariantami decyzyjnymi) ocenia się ze względu na 27 kryteriów, podzielonych na 4 grupy. W drugim [Teckle 1988] rozpatrujemy 49 kryteriów, również podzielonych na 4 grupy. Wyboru końcowego dokonujemy w obu przypadkach z wykorzystaniem programowania kompromisowego. Warto podkreślić, że przedstawione powyżej propozycje nie zastąpią jakościowej analizy problemu i stanowią jedynie jej uzupełnienie.

Dużą popularnością cieszą się obecnie metody hybrydowe. Przykładami mogą być: wspomniana uprzednio metoda łącząca ze sobą elementy podejścia DEMATEL, ANP i AHP, metoda MARS czy też metody proponujące włączenie progów weta występujących w metodach z rodziny ELECTRE do metod z rodziny PROMETHEE. To hybrydowe podejście powinno być stosowane ostrożnie, gdyż błędne jest łączenie ze sobą metod, u których podstaw leżą różne założenia metodologiczne.

Podobną ostrożność należałoby zachować w występujących obecnie często próbach wykorzystania dyskretnych metod wielokryterialnych w analizach statystycznych. Nie przesądzając z góry o słuszności (lub jej braku) zastosowania omawianych w niniejszej pracy metod MCDA w konkretnej sytuacji, trzeba pamiętać o decyzyjnym kontekście tych metod i należałoby sobie na początku odpowiedzieć na pytanie, kto jest decydentem i jakie są jego preferencje. Nie można zapomnieć

o tym, że metody MCDA dotyczą modelowania preferencji decydenta. Dlatego też istotna jest odpowiedź na pytanie, czy w analizowanym problemie statystycznym wykorzystanie metody MCDA jest rzeczywiście uzasadnione.

## Literatura

- Bana e Costa C.A., Vansnick J.C., 1993, *Sur la quantification des jugements de valeur: L'approche MACBETH*, Cahiers du LAMSADE, 117, Université Paris-Dauphine, Paris.
- Brans J.P., 1982, *L'ingénierie de la décision. Elaboration d'instruments d'aide à la décision. La méthode PROMETHEE*, [w:] R. Nadeau, M. Landry (red.), *L'aide à la décision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir*, Presses de l'Université Laval, Québec.
- Brans J.P., Vincke Ph., Marechal B., 1986, *How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method*, European Journal of Operational Research, vol. 24.
- Churchman C.W., Ackoff R.L., 1954, *An approximate measure of value*, Journal of Operations Research Society of America, vol. 2, no. 2, s. 172–187.
- Diakoulaki D., Koumoutsos N., 1991, *Cardinal ranking of alternative actions: Extension of the PROMETHEE method*, European Journal of Operational Research, vol. 53, no. 3, s. 337–347.
- Edwards W., Barron F.H., 1994, *SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute measurement*, Organizational Behavior and Human Decision Process, vol. 60, s. 306–325.
- Gabus A., Fontela E., 1973, *Perceptions of the World Problematic: Communication Procedure, Communicating with Those Bearing Collective Responsibility. DEMATEL 1*, Battelle Geneva Research Centre, Geneva.
- Gershon M., 1981, *Model choice in multi-objective decision-making in natural resource systems*, Ph.D. Dissertation, University of Arizona, Tucson.
- Górecka D., 2009, *Wielokryterialne wspomaganie wyboru projektów europejskich*, TNOiK Dom Organizatora, Toruń.
- Górecka D., 2010, *Zastosowanie metod wielokryterialnych opartych na relacji przewyższania do oceny europejskich projektów inwestycyjnych*, [w:] M. Nowak (red.), *Metody i zastosowania badań operacyjnych '10*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- Górecka D., Roszkowska E., Wachowicz T., 2014, *MARS – a hybrid of ZAPROS and MACBETH for verbal evaluation of the negotiation template*, [w:] P. Zaraté, G. Camilleri, D. Kamissoko, F. Amblard (red.), *Group Decision and Negotiation 2014*, Toulouse University Press, Toulouse.
- Hwang C.L., Yoon K., 1981, *Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications: A State of the Art Survey*, Springer-Verlag, New York.
- Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfi F., Izadikhah M., 2006, *Extension of the TOPSIS method for decision-making problems with fuzzy data*, Applied Mathematics and Computation, vol. 185, s. 1544–1551.
- Keeney R.L., Raiffa H., 1976, *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, John Wiley & Sons, New York.
- Konarzewska-Gubała E., 1989, *Bipolar: Multiple criteria decision aid using bipolar reference system*, LAMSADE, Cahiers et Documents, 56, Paris.
- Larichev O., 2001, *Ranking multicriteria alternatives: The method ZAPROS III*, European Journal of Operational Research, vol. 131, no. 3, s. 550–558.
- Larichev O., Moskovich H.M., 1995, *ZAPROS-LM – a method and system for ordering multiattribute alternatives*, European Journal of Operational Research, vol. 82, no. 3, s. 503–521.
- Lootsma F.A., Mensch T.C.A., Vos F.A., 1990, *Multi-criteria analysis and budget reallocation in long-term research planning*, European Journal of Operational Research, vol. 47, s. 295–305.

- Michnik J., 2013, *Weighted Influence Non-linear Gauge System (WINGS) – an analysis method for the systems of interrelated components*, European Journal of Operational Research, vol. 228, no. 3, s. 536–544.
- Mikhailov L., 2003, *Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgments*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 134, s. 365–385.
- Nowak M., 2004, *Preference and veto thresholds in multicriteria analysis based on stochastic dominance*, European Journal of Operational Research, vol. 158, s. 339–350.
- Nowak M., 2005, *Investment project evaluation by simulation and multiple criteria decision aiding procedure*, Journal of Civil Engineering and Management, vol. 11, no. 3, s. 193–202.
- Nowak M. 2006, *INSDECM – An Interactive Procedure for Stochastic Multicriteria Decision Problems*, European Journal of Operational Research, vol. 175, no. 3, s. 1413–1430.
- Nowak M., 2008, *Interaktywne wielokryterialne wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka: metody i zastosowania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- Nowak M., 2010, *Trade-off analysis in discrete decision making problems under risk*, [w:] D. Jones, M. Tamiz, J. Ries (red.), *New Developments in Multiple Objective and Goal Programming*, Springer-Verlag, Berlin.
- Opricovic S., 1998, *Multicriteria optimization of civil engineering systems*, Technical report, Faculty of Civil Engineering, Belgrade.
- Roszkowska E, Wachowicz T, 2015a, *Ocena ofert negocjacyjnych spoza dopuszczalnej przestrzeni negocjacyjnej*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 385, Taksonomia 25: *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowanie*, s. 201–209.
- Roszkowska, E., Wachowicz, T., 2015b, *Application of Fuzzy TOPSIS to scoring the negotiation offers in ill-structured negotiation problems*, European Journal of Operational Research, vol. 242, no. 3.
- Roy B., 1990, *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Roy B, Bouyssou D., 1993, *Aide multicritère à la décision: méthodes et cas*, Economica, Paris.
- Saaty T.L., 1980, *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York.
- Saaty T.L., 1996, *Decision Making with Dependence and Feedback. The Analytic Network Process*, RWS Publications, Pittsburgh.
- Teclé A., 1988, *Choice of multi-criteria decision-making techniques for watershed management*, Ph.D. Dissertation, University of Arizona, Tucson.
- Trzaskalik T. (red.), 2014, *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Metody i zastosowania*, PWE, Warszawa.
- Trzaskalik T., Sitarz S., Dominiak C., 2013, *Unified procedure for Bipolar method*, [w:] L. Zadnik, J. Žerovnik, J. Povh, S. Srobne, A. Lisec (red.), *The 12th International Symposium on Operational Research*, Slovenian Society Informatika – Section for Operational Research, Dolenjske Toplice.
- Tzeng G.H., Huang J.J., 2011, *Multiple Attribute Decision Making. Methods and Applications*, CRC Press, London.
- Zaraś K., Martel J.M., 1994, *Multiattribute analysis based on stochastic dominance*, [w:] B. Munier, M.J. Machina (red.), *Models and Experiments in Risk and Rationality*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.