

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 384

Taksonomia 24

**Klasyfikacja i analiza danych –
teoria i zastosowania**

Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Marek Walesiak



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2015

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Beata Mazur

Projekt okładki: Beata Dębska

Tytuł dofinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego
oraz ze środków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania
znajdują się na stronie internetowej Wydawnictwa
www.pracnaukowe.ue.wroc.pl
www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons
Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2015

ISSN 1899-3192 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
e-ISSN 2392-0041 (Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu)
ISSN 1505-9332 (Taksonomia)

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
tel./fax 71 36 80 602; e-mail:econbook@ue.wroc.pl
www.ksiegarnia.ue.wroc.pl

Druk i oprawa: TOTEM

Spis treści

Wstęp.....	9
Krzysztof Jajuga, Józef Pociecha, Marek Walesiak: 25 lat SKAD.....	15
Beata Basiura, Anna Czapkiewicz: Symulacyjne badanie wykorzystania entropii do badania jakości klasyfikacji.....	25
Andrzej Bąk: Zagadnienie wyboru optymalnej procedury porządkowania liniowego w pakiecie <code>pllord</code>	33
Justyna Brzezińska: Analiza klas ukrytych w badaniach sondażowych.....	42
Grażyna Dehnel: Rejestr podatkowy oraz rejestr ZUS jako źródło informacji dodatkowej dla statystyki gospodarczej – możliwości i ograniczenia ..	51
Sabina Denkowska: Wybrane metody oceny jakości dopasowania w <i>Propensity Score Matching</i>	60
Marta Dziechciarz-Duda, Klaudia Przybysz: Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do identyfikacji pozafiskalnych czynników ubóstwa.....	75
Iwona Foryś: Potencjał rynku mieszkaniowego w Polsce w latach dekonjunktury gospodarczej.....	84
Eugeniusz Gatnar: Statystyczna analiza konwergencji krajów Europy Środkowej i Wschodniej po 10 latach członkostwa w Unii Europejskiej.....	93
Ewa Genge: Zaufanie do instytucji publicznych i finansowych w polskim społeczeństwie – analiza empiryczna z wykorzystaniem ukrytych modeli Markowa.....	100
Alicja Grześkowiak: Wielowymiarowa analiza uwarunkowań zaangażowania Polaków w kształcenie ustawiczne o charakterze pozaformalnym.....	108
Monika Hamerska: Wykorzystanie metod porządkowania liniowego do tworzenia rankingu jednostek naukowych.....	117
Bartłomiej Jefmański: Zastosowanie modeli IRT w konstrukcji rozmytego systemu wag dla zmiennych w zagadnieniu porządkowania liniowego – na przykładzie metody TOPSIS.....	126
Tomasz Józefowski, Marcin Szymkowiak: Wykorzystanie uogólnionej miary odległości do porządkowania liniowego powiatów województwa podkarpackiego w świetle funkcjonowania specjalnej strefy ekonomicznej Euro-Park Mielec.....	135
Krzysztof Kompa: Zastosowanie testów parametrycznych i nieparametrycznych do oceny sytuacji na światowym rynku kapitałowym przed kryzysem i po jego wystąpieniu.....	144
Mariusz Kubus: Rekurencyjna eliminacja cech w metodach dyskryminacji....	154

Marta Kuc: Wpływ sposobu definiowania macierzy wag przestrzennych na wynik porządkowania liniowego państw Unii Europejskiej pod względem poziomu życia ludności	163
Paweł Lula: Kontekstowy pomiar podobieństwa semantycznego	171
Iwona Markowicz: Model regresji Feldsteina-Horioki – wyniki badań dla Polski	182
Kamila Migdał-Najman: Ocena wpływu wartości stałej Minkowskiego na możliwość identyfikacji struktury grupowej danych o wysokim wymiarze	191
Małgorzata Misztal: O zastosowaniu kanonicznej analizy korespondencji w badaniach ekonomicznych.....	200
Krzysztof Najman: Zastosowanie przetwarzania równoległego w analizie skupień	209
Edward Nowak: Klasyfikacja danych a rachunkowość. Rozważania o relacjach	218
Marcin Pelka: Adaptacja metody <i>bagging</i> z zastosowaniem klasyfikacji pojęciowej danych symbolicznych.....	227
Józef Pocięcha, Mateusz Baryła, Barbara Pawelek: Porównanie skuteczności klasyfikacyjnej wybranych metod prognozowania bankructwa przedsiębiorstw przy losowym i nielosowym doborze prób	236
Agnieszka Przedborska, Małgorzata Misztal: Wybrane metody statystyki wielowymiarowej w ocenie jakości życia słuchaczy uniwersytetu trzeciego wieku	246
Wojciech Roszka: Konstrukcja syntetycznych zbiorów danych na potrzeby estymacji dla małych domen	254
Aneta Rybicka: Połączenie danych o preferencjach ujawnionych i wyrażonych	262
Elżbieta Sobczak: Poziom specjalizacji w sektorach intensywności technologicznej a efekty zmian liczby pracujących w województwach Polski	271
Andrzej Sokołowski, Grzegorz Harańczyk: Modyfikacja wykresu radarowego	280
Marcin Szymkowiak, Marek Witkowski: Wykorzystanie mediany do klasyfikacji banków spółdzielczych według stanu ich kondycji finansowej ..	287
Justyna Wilk, Michał B. Pietrzak, Roger S. Bivand, Tomasz Kossowski: Wpływ wyboru metody klasyfikacji na identyfikację zależności przestrzennych – zastosowanie testu <i>join-count</i>	296
Dorota Witkowska: Wykorzystanie drzew klasyfikacyjnych do analizy zróżnicowania płac w Niemczech	305
Artur Zaborski: Analiza niesymetrycznych danych preferencji z wykorzystaniem modelu punktu dominującego i modelu grawitacji.....	315

Summaries

Krzysztof Jajuga, Józef Pocięcha, Marek Walesiak: XXV years of SKAD	24
Beata Basiura, Anna Czapkiewicz: Simulation study of the use of entropy to validation of clustering.....	32
Andrzej Bąk: Problem of choosing the optimal linear ordering procedure in the p_llord package.....	41
Justyna Brzezińska-Grabowska: Latent class analysis in survey research...	50
Grażyna Dehnel: Tax register and social security register as a source of additional information for business statistics – possibilities and limitations.....	59
Sabina Denkowska: Selected methods of assessing the quality of matching in Propensity Score Matching	74
Marta Dziechciarz-Duda, Klaudia Przybysz: Applying the fuzzy set theory to identify the non-monetary factors of poverty.....	83
Iwona Foryś: The potential of the housing market in Poland in the years of economic recessions.....	92
Eugeniusz Gatnar: Statistical analysis of the convergence of CEE countries after 10 years of their membership in the European Union.....	99
Ewa Genge: Trust to the public and financial institutions in the Polish society – an application of latent Markov models.....	107
Alicja Grześkowiak: Multivariate analysis of the determinants of Poles' involvement in non-formal lifelong learning	116
Monika Hamerska: The use of the methods of linear ordering for the creating of scientific units ranking.....	125
Bartłomiej Jefmański: The application of IRT models in the construction of a fuzzy system of weights for variables in the issue of linear ordering – on the basis of TOPSIS method	134
Tomasz Józefowski, Marcin Szymkowiak: GDM as a method of finding a linear ordering of districts of Podkarpackie Voivodeship in the light of the operation of the Euro-Park Mielec special economic zone	143
Krzysztof Kompa: Application of parametric and nonparametric tests to the evaluation of the situation on the world financial market in the pre- and post-crisis period.....	153
Mariusz Kubus: Recursive feature elimination in discrimination methods ...	162
Marta Kuc: The impact of the spatial weights matrix on the final shape of the European Union countries ranking due to the standard of living.....	170
Paweł Lula: The impact of context on semantic similarity.....	181
Iwona Markowicz: Feldstein-Horioka regression model – the results for Poland.....	190

Kamila Migdal-Najman: The assessment of impact value of Minkowski's constant for the possibility of group structure identification in high dimensional data.....	199
Małgorzata Misztal: On the use of canonical correspondence analysis in economic research.....	208
Krzysztof Najman: The application of the parallel computing in cluster analysis.....	217
Edward Nowak: Data classification and accounting. A study of correlations	226
Marcin Pelka: The adaptation of bagging with the application of conceptual clustering of symbolic data.....	235
Józef Pociecha, Mateusz Baryła, Barbara Pawelek: Comparison of classification accuracy of selected bankruptcy prediction methods in the case of random and non-random sampling technique.....	244
Agnieszka Przedborska, Małgorzata Misztal: Selected multivariate statistical analysis methods in the evaluation of the quality of life of the members of the University of the Third Age.....	253
Wojciech Roszka: Construction of synthetic data sets for small area estimation.....	261
Aneta Rybicka: Combining revealed and stated preference data.....	270
Elżbieta Sobczak: Specialization in sectors of technical advancement vs. effects of workforce number changes in Poland's voivodships.....	279
Andrzej Sokółowski, Grzegorz Harańczyk: Modification of radar plot.....	286
Marcin Szymkowiak, Marek Witkowski: Classification of cooperative banks according to their financial situation using the median.....	295
Justyna Wilk, Michał B. Pietrzak, Roger S. Bivand, Tomasz Kossowski: The influence of classification method selection on the identification of spatial dependence – an application of join-count test.....	304
Dorota Witkowska: Application of classification trees to analyze wages disparities in Germany.....	314
Artur Zaborski: Asymmetric preference data analysis by using the dominance point model and the gravity model.....	323

Bartłomiej Jefmański

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

e-mail: bartlomiej.jefmanski@ue.wroc.pl

ZASTOSOWANIE MODELI IRT W KONSTRUKCJI ROZMYTEGO SYSTEMU WAG DLA ZMIENNYCH W ZAGADNIENIU PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO – NA PRZYKŁADZIE METODY TOPSIS

Streszczenie: Rozmyta metoda TOPSIS zakłada, że oceny kryteriów i/lub współczynniki wagowe wyrażone są w postaci trójkątnych liczb rozmytych. Otwartą kwestią pozostaje sposób ustalenia parametrów tych liczb. Możliwym rozwiązaniem jest zastosowanie modeli teorii reakcji na pozycje skali (IRT). Celem artykułu jest zaprezentowanie propozycji metody ustalania rozmytych współczynników wagowych, opartej na trzech modelach IRT: PCM (*Partial Credit Model*), GPCM (*Generalised Partial Credit Model*) oraz RSM (*Rating Scale Model*). Proponowaną metodę zilustrowano na przykładzie empirycznym dotyczącym uporządkowania liniowego wybranych modeli smartfonów.

Słowa kluczowe: porządkowanie liniowe, rozmyta metoda TOPSIS, liczby rozmyte, rozmyte wagi, modele IRT.

DOI: 10.15611/pn.2015.384.13

1. Wstęp

Rozmyta metoda TOPSIS umożliwia prowadzenie analiz w warunkach informacji rozmytej, tj. gdy oceny obiektów i/lub wag kryteriów wyrażone są w postaci wartości lingwistycznych. Pozwala to respondentom formułować oceny w sposób bardziej naturalny niż za pomocą liczb, ale jednocześnie powoduje, że opis ten jest mniej precyzyjny i subiektywny. Pomocna okazuje się teoria zbiorów rozmytych, która pozwala m.in. wyrazić pojęcia nieostre i niejednoznaczne za pomocą liczb rozmytych. Z uwagi na to, że wyniki porządkowania liniowego obiektów mogą zależeć od parametrów opisujących liczby rozmyte, sposób ich estymacji wymaga odpowiednich metod.

Celem artykułu jest przedstawienie propozycji metody ustalania rozmytych współczynników wagowych opartej na trzech modelach IRT: modelu punktów częściowych (PCM), uogólnionym modelu punktów częściowych (GPCM) oraz

wielokategorialnym modelu Rascha (RSM). Proponowana metoda zakłada, że kryteria charakteryzujące obiekty wyrażone są na skali metrycznej, natomiast współczynniki wagowe w postaci wartości lingwistycznych.

2. Rozmyta metoda TOPSIS

Załóżmy, że dany jest zbiór obiektów $A = \{A_i | i = 1, \dots, n\}$ i zbiór kryteriów $C = \{C_j | j = 1, \dots, m\}$, gdzie $\tilde{X} = \{\tilde{x}_{ij} | i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m\}$ oznacza zbiór rozmytych ocen, a $\tilde{W} = \{\tilde{w}_j | j = 1, \dots, m\}$ zbiór rozmytych wag. Uporządkowanie liniowe obiektów przy wyżej wyszczególnionych założeniach możliwe jest m.in. poprzez zastosowanie rozmytej metody TOPSIS.

Rozmyta metoda TOPSIS wymaga realizacji następujących kroków [Chen 2000]:

Krok 1. Obliczenie znormalizowanych ocen:

$$\tilde{z}_{ij}(x) = \frac{\tilde{x}_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \tilde{x}_{ij}^2}}, \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m. \quad (1)$$

Krok 2. Obliczenie ważonych znormalizowanych ocen:

$$\tilde{v}_{ij}(x) = \tilde{w}_j \tilde{z}_{ij}(x). \quad (2)$$

Krok 3. Wyznaczenie wzorca A^+ i antywzorca A^- rozwoju:

$$\tilde{A}^+ = \{\tilde{v}_1^+(x), \tilde{v}_2^+(x), \dots, \tilde{v}_m^+(x)\} = \left\{ (\max_i \tilde{v}_{ij}(x) | j \in J_1), (\min_i \tilde{v}_{ij}(x) | j \in J_2) | i = 1, \dots, n \right\}, \quad (3)$$

$$\tilde{A}^- = \{\tilde{v}_1^-(x), \tilde{v}_2^-(x), \dots, \tilde{v}_m^-(x)\} = \left\{ (\min_i \tilde{v}_{ij}(x) | j \in J_1), (\max_i \tilde{v}_{ij}(x) | j \in J_2) | i = 1, \dots, n \right\}, \quad (4)$$

gdzie J_1 oraz J_2 są odpowiednio kryteriami wpływającymi stymulująco i destymulująco na kryterium syntetyczne.

Krok 4. Obliczenie dla każdego obiektu odległości od wzorca d_i^+ i antywzorca rozwoju d_i^- (w oryginalnej pracy jest to odległość euklidesowa).

Krok 5. Obliczenie miary syntetycznej:

$$C_i^+ = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad i = (1, \dots, n). \quad (5)$$

Wartości miary (5) unormowane są w przedziale $\langle 0; 1 \rangle$. Im mniejsza odległość obiektu od wzorca, a większa od antywzorca, tym wartość miary syntetycznej jest bliższa jedności.

Krok 6. Ustalenie rankingu obiektów. Najlepszy obiekt posiada największą wartość miary syntetycznej.

3. Konstrukcja rozmytych współczynników wagowych z zastosowaniem modeli IRT

Modele IRT stanowią alternatywę dla klasycznej teorii pomiaru. Pozwalają na wyjaśnienie mechanizmu leżącego u podstaw odpowiadania respondentów na pozycje skali z punktu widzenia zarówno własności skali, jak i cech respondentów związanych z mierzonym zjawiskiem (np. zdolności, kompetencji, zaangażowania emocjonalnego itp.) [Sagan 2005]. Umożliwiają przekształcenie wyników pomiaru ze skali porządkowej w skalę przedziałową, a parametry charakteryzujące respondentów i pozycje skali wyrażone zostają wspólną jednostką pomiaru (określaną mianem logitu) na tym samym kontinuum. Szczegółową charakterystykę modeli IRT można znaleźć m.in. w opracowaniach: Hambleton i in. [1991], Embretson i Reise [2000], Ostini i Nering [2006], DeMars [2010].

3.1. Ogólna charakterystyka wybranych modeli IRT

Propozycja metody ustalania rozmytych współczynników wagowych dotyczy trzech modeli dla kategorii uporządkowanych: PCM – *Partial Credit Model* [Masters 1982], GPCM – *Generalized Partial Credit Model* [Muraki 1992] oraz RSM – *Rating Scale Model* [Andrich 1978]. U podstaw wyszczególnionych modeli leżą założenia o jednowymiarowości skali (wszystkie pozycje skali mierzą wyłącznie jedną zmienną ukrytą) oraz lokalnej niezależności pozycji skali (odpowiedź na określoną pozycję skali jest niezależna od odpowiedzi na inne pozycje). Modele nie znajdują zastosowania w analizie „ekstremalnych” wzorców odpowiedzi na pozycje skali (np. w sytuacji, gdy respondent wybiera kategorię „zdecydowanie nieważne” w ramach wszystkich pozycji skali).

Prawdopodobieństwo wyboru przez n -tego respondenta kategorii x ($x = 1, 2, \dots, m$) na i -tej pozycji skali, odpowiednio dla modeli PCM, GPCM oraz RSM, wyrażone jest wzorem:

$$\pi_{nix} = \frac{\exp \sum_{j=0}^x (\beta_n - \tau_{ij})}{\sum_{k=0}^m \exp \sum_{j=0}^k (\beta_n - \tau_{ij})}, \quad (6)$$

$$\pi_{nix} = \frac{\exp \sum_{j=0}^x \alpha_i (\beta_n - \tau_{ij})}{\sum_{k=0}^m \exp \sum_{j=0}^k \alpha_i (\beta_n - \tau_{ij})}, \quad (7)$$

$$\pi_{nix} = \frac{\exp \sum_{j=0}^x [\beta_n - (\delta_i + \tau_j)]}{\sum_{k=0}^m \exp \sum_{j=0}^k [\beta_n - (\delta_i + \tau_j)]}, \quad (8)$$

gdzie: β_n – stopień zdolności n -tego respondenta do udzielenia poprawnej odpowiedzi na i -tą pozycję skali, δ_i – stopień trudność i -tej pozycji skali, τ_{ij} – wartość progowa dla j -tej kategorii w ramach i -tej pozycji skali, α_i – parametr dyskryminacji dla i -tej pozycji skali.

W modelu PCM i GPCM odległości między wartościami progowymi nie są równe w ramach wybranej pozycji skali i mogą się różnić między poszczególnymi pozycjami. Model GPCM różni się od PCM dodatkowym parametrem dyskryminacji α . Model RSM jest bardziej restrykcyjny w swoich założeniach w stosunku do modeli PCM i GPCM, bowiem zakłada, że odległości między wartościami progowymi są jednakowe dla wszystkich pozycji skali. Ponadto w ramach modelu RSM szacowany jest dodatkowy parametr δ charakteryzujący stopień trudności odpowiedniej pozycji skali.

3.2. Współczynniki wagowe jako trójkątne liczby rozmyte

Wagi kryteriów w rozmytej metodzie TOPSIS zaproponowanej przez Chena [2000] mają postać trójkątnych liczb rozmytych scharakteryzowanych za pomocą trzech parametrów:

$$\tilde{w}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}), \quad (9)$$

gdzie: \tilde{w}_{ij} – waga j -tego kryterium nadana przez i -tego respondenta, a_{ij} – lewy zakres dziedziny liczby rozmytej, b_{ij} – środek dziedziny liczby rozmytej, dla którego wartość funkcji przynależności wynosi 1, c_{ij} – prawy zakres dziedziny liczby rozmytej.

Proponowane podejście polega na wykorzystaniu wartości progowych, szacowanych w ramach wyszczególnionych wcześniej modeli IRT, do ustalenia trzech parametrów liczb rozmytych. Wartości parametrów dla uporządkowanych punktów szacunkowych skal pomiarowych (określanych mianem kategorii lub wartości lingwistycznych) ustalane są zgodnie z odpowiadającymi tym punktom wartościami progowymi. Wartości progowe wyznaczane są na kontinuum zmiennej ukrytej w punkcie przecięcia krzywych charakterystycznych sąsiadujących ze sobą kategorii. Zatem wartość progową stanowi punkt, w którym prawdopodobieństwo wyboru przez respondenta jednej z dwóch sąsiadujących kategorii jest takie samo i wynosi 0,5.

Przyjmując jako przykład 5-stopniową skalę oceny ważności o następujących punktach: zdecydowanie nieważne (ZN), nieważne (N), średnio ważne (ŚW), ważne (W), zdecydowanie ważne (ZW), formuły na ustalenie parametrów trójkątnych liczb rozmytych dla każdego z tych punktów przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1. Formuły dla parametrów trójkątnych liczb rozmytych

Kategoria	Parametry liczb rozmytych		
	a	b	c
ZN	-4	-4	τ_{i1}
N	τ_{i1}	$\frac{\tau_{i1} + \tau_{i2}}{2}$	τ_{i2}
ŚW	τ_{i2}	$\frac{\tau_{i2} + \tau_{i3}}{2}$	τ_{i3}
W	τ_{i3}	$\frac{\tau_{i3} + \tau_{i4}}{2}$	τ_{i4}
ZW	τ_{i4}	4	4

Źródło: opracowanie własne.

W proponowanym podejściu dwa z trzech parametrów liczb rozmytych przyporządkowanych kategoriom skrajnym ustalane są arbitralnie. Chodzi o parametry a i b w przypadku pierwszej kategorii oraz b i c w przypadku ostatniej kategorii. Taki zabieg umożliwi lewo- i prawostronne ograniczenie skali ocen ważności. Gwarantuje, że wartości mniejsze lub większe na kontinuum zmiennej ukrytej od odpowiednio lewo- i prawostronnego ograniczenia skali w postaci trójkątnych liczb rozmytych będą miały wartość stopnia przynależności do tych liczb równą 1. Przyjęte w artykule wartości wyżej wymienionych parametrów wynikają z faktu, że w modelach IRT kontinuum zmiennej ukrytej często ograniczane jest do przedziału $\langle -4; 4 \rangle$.

Dysponując w ramach każdego z kryteriów trójkątnymi liczbami rozmytymi opisującymi poszczególne kategorie skali, należy dokonać transformacji ocen ważności każdego z respondentów do postaci stosownych trójkątnych liczb rozmytych. Wagi dla każdego z kryteriów, w postaci trójkątnych liczb rozmytych, ustalane są na podstawie średniej arytmetycznej z ocen ważności wyrażonych w postaci trójkątnych liczb rozmytych (zgodnie z zasadami arytmetyki dla tych liczb).

4. Przykład empiryczny

Propozycję ustalenia wag z zastosowaniem trójkątnych liczb rozmytych i modeli IRT zastosowano do uporządkowania liniowego 10 wybranych modeli smartfonów dostępnych na polskim rynku. Wybrane modele były według serwisu skąpiec.pl w styczniu 2014 r. najczęściej wyszukiwanymi w sieci modelami. Modele scharak-

teryzowano za pomocą 7 kryteriów: C_1 – wielkość ekranu (cale), C_{2a} – rozdzielczość ekranu w poziomie (px), C_{2b} – rozdzielczość ekranu w pionie (px), C_3 – rozdzielczość wbudowanego aparatu cyfrowego (Mpx), C_4 – ilość wbudowanej pamięci (GB), C_5 – pamięć RAM (GB), C_6 – maksymalny czas rozmów (h).

Ważność poszczególnych kryteriów w użytkowaniu smartfonów oceniono na podstawie wyników badania ankietowego (ankieta internetowa) przeprowadzonego wśród użytkowników smartfonów w sierpniu 2014 r. Próba miała charakter celowy, a jej liczebność wyniosła 47 respondentów. W ocenie ważności zaproponowano szacunkową skalę porządkową z pięcioma punktami: „zdecydowanie nieważne”, „nieważne”, „średnio ważne”, „ważne”, „zdecydowanie ważne”. Żaden z respondentów nie wybrał w ocenie kryteriów kategorii „zdecydowanie nieważne” lub „nieważne”, dlatego w dalszej analizie wykorzystano pozostałe trzy.

Kryteria zostały znormalizowane zgodnie z formułą przekształcenia liniowego [Shih i in. 2007]. Znormalizowane wartości kryteriów wyszczególniono w tab. 2.

Wartości progowe dla każdego z kryteriów oszacowane z zastosowaniem trzech modeli IRT wyszczególniono w tab. 3.

Tabela 2. Znormalizowana macierz danych

Model	C_1	C_{2a}	C_{2b}	C_3	C_4	C_5	C_6
Samsung Galaxy S4 I9505	0,11	0,15	0,15	0,16	0,14	0,16	0,14
Samsung Galaxy S3 i9300	0,11	0,10	0,10	0,10	0,14	0,08	0,17
myPhone Next	0,10	0,08	0,08	0,10	0,03	0,08	0,04
Samsung Galaxy S III mini I8190	0,09	0,07	0,06	0,06	0,07	0,08	0,11
Samsung Galaxy S DUOS S7562	0,09	0,07	0,06	0,06	0,02	0,06	0,10
Samsung Galaxy Note III N9005	0,13	0,15	0,15	0,16	0,28	0,23	0,17
Sony Xperia Z	0,11	0,15	0,15	0,16	0,14	0,16	0,11
Goclever Quantum 4	0,09	0,07	0,06	0,02	0,03	0,04	0,04
Apple iPhone 5 16 GB	0,09	0,09	0,09	0,10	0,14	0,08	0,06
Sony Xperia J	0,09	0,07	0,07	0,06	0,02	0,04	0,06

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Wartości progowe dla kryteriów

Kryteria	RSM		PCM		GPCM	
	τ_1	τ_2	τ_1	τ_2	τ_1	τ_2
C_1	0,32	3,16	-1,29	2,72	-2,26	0,55
C_{2a}	-0,08	2,77	-1,15	2,06	-2,25	0,14
C_{2b}	-0,08	2,77	-0,62	1,86	-1,49	0,04
C_3	-0,28	2,57	-1,88	1,95	-2,60	0,06
C_4	-0,49	2,36	-1,79	1,66	-3,7	-0,19
C_5	0,60	3,44	0,63	1,94	-1,78	-0,28
C_6	0,32	3,16	-1,29	2,72	-2,26	0,55

Źródło: opracowanie własne z zastosowaniem pakietu eRm programu R.

Na podstawie wartości progowych ustalono liczby rozmyte odpowiadające poszczególnym ocenom ważności kryteriów. Po dokonaniu transformacji wyników pomiaru do postaci liczb rozmytych i ich uśrednieniu otrzymano wagi dla poszczególnych kryteriów (tab. 4).

Tabela 4. Wagi dla kryteriów w postaci trójkątnych liczb rozmytych

Kryteria	RSM			PCM			GPCM		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
C_1	1,06	2,21	3,30	-0,06	1,59	2,95	-1,84	0,44	1,66
C_{2a}	0,99	2,25	3,17	0,14	1,81	2,76	-1,63	0,87	1,72
C_{2b}	0,99	2,25	3,17	0,14	1,81	2,76	-1,63	0,87	1,72
C_3	0,96	2,18	3,13	0,29	1,86	2,68	-1,42	1,03	1,70
C_4	0,97	2,36	3,17	-0,12	1,81	2,82	-1,94	0,87	1,84
C_5	0,92	2,84	3,15	-0,03	1,97	2,80	-1,84	1,14	1,93
C_6	0,83	1,59	3,08	0,21	1,32	2,53	-1,23	0,65	1,47

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Wyniki uporządkowania liniowego obiektów

Model	RSM	PCM	GPCM	Pozycja w rankingu
Samsung Galaxy S4 I9505	0,725508	0,7158	0,697902	2
Samsung Galaxy S3 i9300	0,480931	0,474803	0,465406	4
myPhone Next	0,178115	0,177357	0,177335	7
Samsung Galaxy S III mini I8190	0,208997	0,205879	0,207966	6
Samsung Galaxy S DUOS S7562	0,124602	0,120075	0,115968	8
Samsung Galaxy Note III N9005	0,980537	0,99707	0,997317	1
Sony Xperia Z	0,702254	0,693314	0,677326	3
Goclever Quantum 4	0,018816	0,020498	0,022253	10
Apple iPhone 5 16 GB	0,333795	0,331402	0,334635	5
Sony Xperia J	0,06058	0,061886	0,059359	9

Źródło: opracowanie własne.

W celu ustalenia współrzędnych obiektu wzorcowego porównano trójkątne liczby rozmyte za pomocą metody wyostrzania zaprezentowanej w opracowaniu Dinga i Lianga [2005]. Wszystkie kryteria mają charakter stymulant, dlatego współrzędne wzorca ustalono jako liczby rozmyte, odpowiadające wartościom maksymalnym. Wyniki uporządkowania liniowego, wraz z wartościami miary syntetycznej, przedstawiono w tab. 5.

5. Zakończenie

Ustalenie systemu wag dla kryteriów w zagadnieniu porządkowania liniowego obiektów może bazować na informacji pozastatystycznej i być realizowane metodą ocen respondentów. W takim przypadku oceny ważności kryteriów najczęściej wyrażone są w postaci wartości lingwistycznych. Transformacja tych wartości do postaci liczb rozmytych pozwala uwzględnić nieprecyzyjność tego typu stwierdzeń oraz umożliwia zastosowanie rozmytej metody TOPSIS.

Jak wykazano w przykładzie empirycznym, rozpiętość liczb rozmytych przyporządkowanych wartościom lingwistycznym jest zróżnicowana w zależności od wybranego modelu IRT. Dowodzi to zasadności przyjętego podejścia, które w przeciwieństwie do klasycznej teorii pomiaru nie zakłada jednakowych odległości pomiędzy punktami szacunkowych skal pomiaru.

Wybór modelu IRT nie miał wpływu na ostateczne uporządkowanie obiektów, pomimo różnic w odległościach od wzorca i antywzorca oraz wartościach miary syntetycznej. Należy jednak podkreślić, że są to wyłącznie wstępne wyniki, które posłużyły głównie do charakterystyki proponowanego podejścia, a nie badania zgodności otrzymanych wyników z zastosowaniem różnych modeli IRT. Realizacja drugiego celu będzie możliwa po zwiększeniu liczebności próby badawczej. Z kolei większa liczebność próby może skutkować wzrostem zmienności ocen ważności kryteriów poprzez wybór kategorii do tej pory niestosowanych (czyli „zdecydowanie nieważne” i „nieważne”). To również może mieć wpływ na wyniki uporządkowania liniowego obiektów.

Nowym problemem badawczym, który pojawił się w trakcie realizacji etapów rozmytej metody TOPSIS, jest wybór, w zależności od funkcji preferencji kryteriów, wartości maksymalnych i minimalnych jako współrzędnych wzorca i antywzorca rozwoju. Pojawia się zatem konieczność porównania trójkątnych liczb rozmytych, co wymaga zastosowania odpowiednich metod. Wybór metody może mieć zatem również wpływ na wyniki uporządkowania liniowego obiektów.

Literatura

- Andrich D., 1978, *A rating formulation for ordered response categories*, Psychometrika, vol. 43, s. 561-573.
- Chen C.-T., 2000, *Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment*, Fuzzy Sets and Systems, no. 114, s. 1-9.
- DeMars Ch., 2010, *Item Response Theory*, Oxford University Press, Oxford.
- Ding J.F., Liang G.S., 2005, *Using fuzzy MCDM to select partners of strategic alliances for linear shipping*, Information Sciences, vol. 1-3, s. 197-225.
- Embretson S.E., Reise S.P., 2000, *Item Response Theory for Psychologists*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.
- Hambleton R.K., Swaminathan H., Rogers H.J., 1991, *Fundamentals of Item Response Theory*, Sage Publications, Newbury Park, CA.

- Masters G.N., 1982, *A rasch model for partial credit scoring*, Psychometrika, vol. 47, no. 2, s. 149-174.
- Muraki E., 1992, *A generalized partial credit model: application of an EM algorithm*, Applied Psychological Measurement, vol. 16, s. 159-176.
- Ostini R., Nering M., 2006, *Polytomous Item Response Theory Models*, Sage Publications, Thousand Oaks.
- Sagan A., 2005, *Ocena ekwiwalencji skal pomiarowych w badaniach międzykulturowych*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie, nr 659, s. 59-73.
- Shih H.-S., Shyr H.-J., Lee E.S., 2007, *An extension of TOPSIS for group decision making*, Mathematical and Computer Modelling, vol. 45, no. 7, s. 801-813.

THE APPLICATION OF IRT MODELS IN THE CONSTRUCTION OF A FUZZY SYSTEM OF WEIGHTS FOR VARIABLES IN THE ISSUE OF LINEAR ORDERING – ON THE BASIS OF TOPSIS METHOD

Summary: A fuzzy TOPSIS method assumes that the assessment of criteria or/and weight coefficients are introduced in the form of triangular fuzzy numbers. An open issue is the way to establish parameters of these numbers. A possible solution is an application of the Item Response Theory models. The aim of this article is to introduce a suggestion of the method of establishing fuzzy weight coefficients based on the three IRT models: PCM (Partial Credit Model), GPCM (Generalised Partial Credit Model) and RSM (Rating Scale Model). A suggested method was illustrated on the empirical example concerning linear ordering of selected models of smartphones.

Keywords: linear ordering, fuzzy TOPSIS, fuzzy numbers, fuzzy weights, IRT models.