

**PRACE NAUKOWE**

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

**RESEARCH PAPERS**

of Wrocław University of Economics

**323**

# **Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski**



Redaktorzy naukowi

**Krzysztof Jajuga**

**Wanda Ronka-Chmielowiec**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2013

Redaktor Wydawnictwa: Agnieszka Flasińska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

[www.ibuk.pl](http://www.ibuk.pl), [www.ebscohost.com](http://www.ebscohost.com),

w Dolnośląskiej Bibliotece Cyfrowej [www.dbc.wroc.pl](http://www.dbc.wroc.pl),

The Central and Eastern European Online Library [www.ceeol.com](http://www.ceeol.com),

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

[http://kangur.uek.krakow.pl/bazy\\_ae/bazekon/nowy/index.php](http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php)

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

[www.wydawnictwo.ue.wroc.pl](http://www.wydawnictwo.ue.wroc.pl)

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

Wrocław 2013

**ISSN 1899-3192**

**ISBN 978-83-7695-351-9**

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

## Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	11
<b>Adam Adamczyk:</b> Poziom wewnętrznych źródeł finansowania jako determinanta inwestycji w działalność B + R przedsiębiorstw .....	13
<b>Roman Asyngier:</b> Ekonomiczne i prawne aspekty nieprawidłowości funkcjonowania rynku NewConnect. Ocena i propozycje zmian.....	23
<b>Jacek Bialek:</b> Zastosowanie autorskiego indeksu wydajności pracy do analizy dynamiki cen jednostek rozrachunkowych OFE .....	34
<b>Magdalena Chmielowiec-Lewczuk:</b> Zrównoważona Karta Wyników w zakładzie ubezpieczeń.....	43
<b>Dawid Dawidowicz:</b> Ocena efektywności nowych i pozostałych funduszy inwestycyjnych akcji polskich w latach 2000–2012.....	53
<b>Ewa Dziwok:</b> Weryfikacja modeli krzywej dochodowości na podstawie metod dynamicznych.....	66
<b>Krzysztof Echaust:</b> Zwroty dzienne a zwroty nocne – porównanie wybranych własności na przykładzie kontraktów <i>futures</i> notowanych na GPW w Warszawie.....	75
<b>Urszula Gierałtowska:</b> Inwestowanie w metale szlachetne jako alternatywna forma lokowania kapitału .....	88
<b>Paweł Kliber:</b> Spread WIBOR-OIS jako miara ryzyka kredytowego i premii płynnościowej .....	101
<b>Karol Marek Klimczak:</b> Struktura autoregresyjna zysku rezydualnego spółek z Polski, Niemiec i Francji.....	112
<b>Anna Korzeniowska:</b> Wybrane problemy rynku finansowego wynikające z sytuacji na rynku oszczędności gospodarstw domowych.....	120
<b>Mieczysław Kowerski:</b> Cateringowa teoria dywidend.....	128
<b>Marzena Krawczyk:</b> Adekwatność oferty instytucji rynku finansowego do potrzeb kapitałowych MŚP.....	142
<b>Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda:</b> Wpływ doświadczenia giełdowego na koszt pozyskiwania kapitału na rynku Catalyst .....	151
<b>Robert Kurek:</b> Ewolucja konwergencji regulacji i sposobów nadzorowania na rynku ubezpieczeniowym UE.....	161
<b>Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń:</b> Efekty wpływu czynników behawioralnych na stopy zwrotu z akcji spółek sektora budowlanego notowanych na GPW w Warszawie.....	170

<b>Sebastian Majewski:</b> Behawioralny portfel według Masłowa – analiza symulacyjna.....	180
<b>Marta Malecka:</b> Metody oceny jakości prognoz ryzyka rynkowego – analiza porównawcza .....	192
<b>Aleksander R. Mercik:</b> Wykorzystanie rozkładu $t$ -Studenta do szacowania wartości zagrożonej .....	202
<b>Artur Mikulec:</b> Znormalizowany względem czasu $\tau$ wskaźnik Calmara i jego zastosowanie w analizie efektywności inwestycji portfelowych.....	212
<b>Wojciech Misterek:</b> Bariery w zakresie pozyskania zewnętrznych źródeł finansowania na realizację projektów innowacyjnych przedsiębiorstw .....	223
<b>Paweł Niszczota:</b> Wpływ języka raportowania na płynność spółek zagranicznych notowanych na GPW .....	232
<b>Dorota Pekasiewicz:</b> Wyznaczanie współczynnika bezpieczeństwa na podstawie kwantyla rozkładu sumy roszczeń w portfelu ubezpieczeń komunikacyjnych.....	241
<b>Agnieszka Perepeczo:</b> Reakcja akcjonariuszy na decyzje o wypłacie dywidendy w spółkach publicznych – wyniki badań empirycznych.....	253
<b>Tomasz Pisula:</b> Metodyczne aspekty zastosowania modeli skoringowych do oceny zdolności kredytowej z wykorzystaniem metod ilościowych.....	265
<b>Paweł Porcenaluk:</b> Analiza wybranych miar ryzyka płynności dla akcji notowanych na GPW w Warszawie w latach 2001–2011 .....	289
<b>Marcin Salamaga:</b> Zastosowanie metody średniej kroczącej do badania zyskowności inwestycji na polskim rynku kapitałowym .....	298
<b>Rafał Siedlecki:</b> Prognozowanie trudności finansowych przedsiębiorstw z wykorzystaniem miary rozwoju Hellwiga .....	308
<b>Anna Sroczyńska-Baron:</b> Możliwości aplikacyjne gier mniejszościowych na Gieldzie Papierów Wartościowych .....	319
<b>Michał Stachura, Barbara Wodecka:</b> Asymetria w ujęciu Boshnakova – propozycja metody szacowania miar asymetrii z próby.....	328
<b>Piotr Staszkiwicz:</b> Verification of the disclosure lemma applied to the model for reputation risk for subsidiaries of non-public group with reciprocal shareholding on the Polish broker-dealers market.....	337
<b>Anna Szymańska:</b> Bayesowskie szacowanie stawek składki w ubezpieczeniach komunikacyjnych z wybranymi funkcjami straty .....	347
<b>Jacek Welc:</b> Prognozowana dynamika zysków spółek a obciążenie błędów prognoz – doświadczenia polskie .....	357
<b>Jerzy Węclawski:</b> Pożyczki hybrydowe jako alternatywna forma finansowania przedsiębiorstw .....	366
<b>Ryszard Węgrzyn:</b> Analiza wrażliwości zmienności implikowanej względem instrumentu podstawowego opcji – podejście dynamiczne.....	375
<b>Stanisław Wieteska:</b> Obciążenia obiektów budowlanych śniegiem jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w Polskim obszarze klimatycznym .....	385

<b>Zuzanna Wośko:</b> Odporność sektora bankowego w Polsce na szoki zewnętrzne w kontekście ryzyka kredytowego. Badanie zależności między zmiennymi makroekonomicznymi .....	397
<b>Anna Zamojska:</b> Wskaźnik Sharpe'a w teorii i w praktyce.....	406
<b>Aneta Zglińska-Pietrzak:</b> Bootstrapowe prognozy zmienności stóp zwrotu na podstawie modelu GARCH .....	415
<b>Monika Zielińska-Sitkiewicz:</b> Ocena kondycji rynku nieruchomości mieszkaniowych na podstawie badania danych z raportów finansowych firm deweloperskich .....	423

## Summaries

<b>Adam Adamczyk:</b> The level of internal sources of finance as a determinant of investment in R & D of enterprises .....	22
<b>Roman Asyngier:</b> Economic and legal aspects of irregularities in the functioning of the NewConnect market. Assessment and suggestions for changes .....	33
<b>Jacek Bialek:</b> Application of the original index of labour productivity in the analysis of open pension funds' units dynamics .....	42
<b>Magdalena Chmielowiec-Lewczuk:</b> Balanced Scorecard in insurance company.....	52
<b>Dawid Dawidowicz:</b> Evaluation of efficiency of new Polish equity investment funds in comparison to the other investment funds in the period 2000–2012 .....	65
<b>Ewa Dziwok:</b> Yield curve verification based on the correlation surface method .....	74
<b>Krzysztof Echaust:</b> Traded period returns and non-traded period returns – comparison of selected properties on the basis of futures contracts quoted on Warsaw Stock Exchange.....	87
<b>Urszula Gieraltowska:</b> Investing in precious metals as an alternative form of capital investment .....	100
<b>Paweł Kliber:</b> WIBOR-OIS spread as a measure of liquidity and default risk .....	111
<b>Karol Marek Klimczak:</b> Autoregressive structure of residual income of Polish, French and German firms.....	119
<b>Anna Korzeniowska:</b> Selected problems of financial market resulting from the situation on household savings market .....	127
<b>Mieczysław Kowerski:</b> Catering theory of dividends .....	141
<b>Marzena Krawczyk:</b> Adequacy of the offer given by financial market institution to capital needs of SMEs .....	150
<b>Paweł Kufel, Magdalena Mosionek-Schweda:</b> The impact of the stock-market experience on the cost of capital gained on the Catalyst market.....	160

<b>Robert Kurek:</b> The evolution in convergence of supervision regulations and methods on the European Union insurance market .....	169
<b>Sebastian Majewski, Mariusz Doszyń:</b> The effects of impact of behavioural factors on the rate of return of construction companies stocks listed on the Warsaw Stock Exchange.....	179
<b>Sebastian Majewski:</b> Behavioural portfolio according to Maslov – simulation analysis .....	191
<b>Marta Malecka:</b> Methods for evaluating Value-at-Risk forecasts – comparative analysis .....	201
<b>Aleksander R. Mercik:</b> Using the Student's $t$ distribution in Value-at-Risk estimation.....	211
<b>Artur Mikulec:</b> Tau-normalized-Calmar ratio and its application in the analysis of portfolio investment efficiency .....	222
<b>Wojciech Misterek:</b> Barriers in obtaining external funding to the realization of innovative projects in companies .....	231
<b>Paweł Niszczoła:</b> The language used in filings and the trading activity of foreign companies listed on the Warsaw Stock Exchange .....	240
<b>Dorota Pekasiewicz:</b> Determination of the safety factor based on quantile of the sum of claims distribution in the portfolio of automobile insurance....	252
<b>Agnieszka Perepeczo:</b> Market reactions to dividend announcements in public companies – empirical evidence.....	264
<b>Tomasz Pisula:</b> Methodological aspects of the application of credit scoring models to assess the creditworthiness with the use of quantitative methods .....	288
<b>Paweł Porcenaluk:</b> The analysis of the selected liquidity risk measures for stocks listed on the Warsaw Stock Exchange in 2001–2011 period.....	297
<b>Marcin Salamaga:</b> An application of moving average rules for testing the profitability of Polish stock market.....	307
<b>Rafał Siedlecki:</b> Forecasting financial problems of companies based on Hellwig measurement of development .....	318
<b>Anna Sroczyńska-Baron:</b> The application of the minority games and gambling on the stock exchange.....	327
<b>Michał Stachura, Barbara Wodecka:</b> Boshnakov's approach to asymmetry – proposal of estimation of sample asymmetry measures .....	336
<b>Piotr Staszkiwicz:</b> Weryfikacja lematu ujawnienia dla modelu ryzyka reputacji niepublicznych grup kapitałowych z powiązaniem wzajemnymi na polskim rynku firm inwestycyjnych .....	346
<b>Anna Szymańska:</b> Bayesian estimation of premium rates in motor insurance with selected loss functions .....	356
<b>Jacek Welc:</b> Forecasted earnings growth of companies and earnings forecast bias – Polish experience.....	365
<b>Jerzy Węclawski:</b> Hybrid loans as an alternative form of corporate finance ..	374

---

<b>Ryszard Węgrzyn:</b> Analysis of the sensitivity of implied volatility to the underlying instrument of option – a dynamic approach.....	384
<b>Stanisław Wieteska:</b> Overload of roofs of buildings with snow as an element of risk in property insurance in the Polish climate area.....	396
<b>Zuzanna Wośko:</b> Resilience of the Polish banking sector to external shocks in the context of credit risk. Analysis of the relationship between macro-economic variables .....	405
<b>Anna Zamojska:</b> Sharpe ratio – theory and practice.....	414
<b>Aneta Zglińska-Pietrzak:</b> Bootstrap predictions of returns for GARCH processes .....	422
<b>Monika Zielińska-Sitkiewicz:</b> Assessment of the condition of the Polish real estate market based on the data analysis from the financial statements of developers .....	437

**Artur Mikulec**

Uniwersytet Łódzki

---

## **ZNORMALIZOWANY WZGLĘDEM CZASU $\tau$ WSKAŹNIK CALMARA I JEGO ZASTOSOWANIE W ANALIZIE EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI PORTFELOWYCH**

---

**Streszczenie:** Znormalizowany względem czasu  $\tau$  wskaźnik Calmara należy do wskaźników zysków i strat opartych na maksymalnym spadku stopy zwrotu. W porównaniu z prostymi wskaźnikami zysków i strat – Calmara, Sterlinga i Burke’a – umożliwia jednak porównanie i ocenę wyników portfeli inwestycyjnych: pochodzących z różnych okresów; gdy dane na temat wartości średniej i odchylenia standardowego stopy zwrotu analizowanych portfeli inwestycyjnych (lub ich wskaźniki Sharpe’a) zostały zannualizowane lub gdy klasyczne wskaźniki Calmara dla porównywanych portfeli inwestycyjnych zostały podane dla różnych okresów. W referacie przedstawiona została metoda obliczania znormalizowanego względem czasu wskaźnika Calmara wraz z empiryczną analizą efektywności inwestycji Otwartych Funduszy Emerytalnych w latach 2000–2011 z wykorzystaniem tego wskaźnika.

**Słowa kluczowe:** maksymalny spadek, znormalizowany względem czasu  $\tau$  wskaźnik Calmara, efektywność inwestycji portfelowych, otwarte fundusze emerytalne.

### **1. Wstęp**

W literaturze znanych jest wiele metod oceny efektywności inwestycji portfelowych. W jednej z najobszerniejszych i stosunkowo nowych prac [Cogneau, Hübner 2009a, b] autorzy omawiają aż 101 metod pomiaru efektywności portfela inwestycji.

W artykule podjęto próbę szczegółowego wyjaśnienia sposobu wyznaczania – mało znanego w polskiej literaturze – znormalizowanego względem czasu  $\tau$  wskaźnika Calmara (wskaźnika zysków i strat opartego na maksymalnym spadku stopy zwrotu) oraz próbę oceny jego przydatności w analizie efektywności inwestycji portfelowych. W pierwszej części artykułu przedstawiono ideę oraz metodę obliczania tego wskaźnika. W drugiej części artykułu zamieszczono wyniki empirycznej analizy efektywności inwestycji oraz ranking Otwartych Funduszy Emerytalnych w latach 2000–2011. Ze względu na ograniczoną objętość artykułu nie dokonano porównań wskaźnika Calmara z innymi metodami oceny efektywności inwestycji finansowych,



a w prezentacji wyników rankingu OFE nie wykorzystano benchmarku zewnętrznego, lecz wewnętrzny – jeden z analizowanych funduszy emerytalnych, ING.

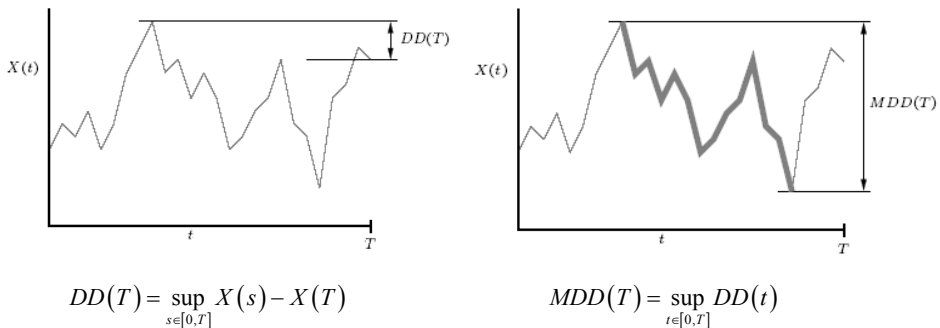
## 2. Podział metod oceny efektywności inwestycji

W zakresie zewnętrznej oceny działalności inwestycyjnej podmiotów rynku finansowego i kapitałowego (*external performance analysis*) wyróżnia się m.in.:

- (1) wskaźniki analizujące ryzyko i zwrot (*risk-adjusted performance measures*);
- (2) wskaźniki zysków i strat (*gains-to-losses measures*):
  - oparte na momentach częściowych stopy zwrotu: zysku-straty (*gain-to-loss ratio*), zysków i strat (*gains-to-losses*), oczekiwanych zysków i strat (*expected gains-to-losses*), Farinellego-Tibilettiego (*Farinelli-Tibiletti ratio*), Omega (*Omega ratio*), potencjalnych zysków (*Upside Potential ratio, U-P ratio*), Kappa (*Kappa ratio*);
  - oparte na maksymalnym spadku stopy zwrotu: Calmara (*Calmar ratio*), Sterlina (*Sterling ratio*), Burke'a (*Burke ratio*), znormalizowany względem czasu  $\tau$  wskaźnik Calmara ( *$\tau$ -normalized-Calmar ratio*);
- (3) inne miary oceny zewnętrznej (*other external measures*);
- (4) podejście modelowe (*market timing models, factor models, style analysis*).

## 3. Wskaźniki zysków i strat oparte na maksymalnym spadku stopy zwrotu

Wskaźniki zysków i strat są oparte na wartościach średniej stopy zwrotu  $\bar{r}_i^{(T)}$  dla  $i$ -tego portfela inwestycyjnego w okresie  $[0, T]$  oraz wartościach ryzyka  $i$ -tego portfela inwestycyjnego mierzonego maksymalnym, absolutnym spadkiem stopy zwrotu  $MDD_i(T)$  (*maximum drawdown*) w okresie  $[0, T]$ , tj. największą różnicą pomiędzy następującymi po sobie najwyższą i najniższą skumulowaną stopą zwrotu w okresie  $[0, T]$ .



**Rys. 1.** Drawdown oraz *maximum drawdown* stopy zwrotu

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Magdon-Ismail 2004].

Wskaźnik Calmara można zapisać w postaci [Young 1991]:

$$Calmar_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)}}{|MDD_i(T)|}. \quad (1)$$

W analizie portfelowej rozpowszechniona jest wersja wskaźnika odnosząca  $\bar{r}_i^{(T)}$ , tj. stopę zwrotu  $i$ -tego portfela inwestycyjnego ponad aktywa wolne od ryzyka  $\overline{RFR}$  dla okresu  $[0, T]$  do maksymalnego spadku stopy zwrotu  $MDD_i(T)$  w okresie  $[0, T]$ . W tej postaci wskaźnik Calmara oraz prezentowane poniżej wskaźniki Sterlinga i Burke'a stają się podobne do wskaźnika Sharpe'a. Zmodyfikowany wskaźnik Calmara dany jest wzorem:

$$Calmar_i^*(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)} - \overline{RFR}}{|MDD_i(T)|}. \quad (2)$$

Ogólnie pożądane są wyższe wartości wskaźnika Calmara, a do jego obliczeń wykorzystuje się miesięczne stopy zwrotu z okresu trzech lat.

Wskaźnik Sterlinga [Kestner 1996] porównuje średnią stopę zwrotu  $i$ -tego portfela inwestycyjnego ponad aktywa wolne od ryzyka  $\overline{RFR}$  w okresie  $[0, T]$  do średniego poziomu ryzyka wyrażonego przez *maximum drawdown* w okresie  $[0, T]$ , tj.  $|MDD_i(T)|$ .

Wskaźnik Sterlinga przybiera postać:

$$Sterling_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)} - \overline{RFR}}{|MDD_i(T)|} \Rightarrow Sterling_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)} - \overline{RFR}}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |MDD_{i,j}(T)|}. \quad (3)$$

Przyjęcie jako miary ryzyka średniej wartości odnotowanych spadków stopy zwrotu w analizowanym okresie powoduje, że wskaźnik jest mniej wrażliwy na wartości odstające czy nietypowe. Postuluje się, aby w analizie przyjmować średnią za  $n = 5$  maksymalnych spadków stopy zwrotu w całym badanym okresie.

Wskaźnik Burke'a mierzy stosunek „nadwyżki” średniej stopy zwrotu  $i$ -tego portfela inwestycyjnego i aktywów wolnych od ryzyka  $\overline{RFR}$  w okresie  $[0, T]$  do pierwiastka sumy kwadratów największych spadków stopy zwrotu  $MDD_{i,j}(T)$  odnotowanych w analizowanym okresie i stanowiących swego rodzaju miarę zaobserwowanego ryzyka [Burke 1994].

$$Burke_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)} - \overline{RFR}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (MDD_{i,j}(T))^2}}. \quad (4)$$

W praktyce przyjęcie  $n = 5$  maksymalnych spadków stopy zwrotu okazuje się wystarczające w analizie. M. Caporin i F. Lisi sugerują przyjęcie w przypadku wskaźnika Sterlinga i Burke'a wartości  $n$  z przedziału  $n = \{[T/20], [T/10]\}$ , gdzie  $[.]$  oznacza najbliższą liczbę całkowitą  $T/20$  lub  $T/10$  [Caporin, Lisi 2009].

Zalety wskaźników opartych na  $MDD$ :

- są stosunkowo proste w obliczeniach;
- służą do porównań względnych (również względem portfela rynkowego);
- mają intuicyjną interpretację – odnoszą średnią stopę zwrotu na jednostkę ryzyka w postaci maksymalnej straty zanotowanej w okresie  $[0, T]$ .

Wady wskaźników opartych na  $MDD$ :

- brak możliwości przeskalowania wartości tych wskaźników w czasie – w przypadku wskaźnika Sharpe'a znany jest sposób jego annualizacji (*square-root-T-law*), tj. wyrażania jego wartości w skali roku, pozwalający sprowadzić do porównywalności wartości obliczone na podstawie różnych okresów  $T$ , problem pojawia się w przypadku konieczności przeskalowania  $MDD$ , który obliczony został dla całego analizowanego okresu  $[0, T]$ ;
- brak możliwości zastosowania tych wskaźników w „typowej” analizie portfelowej – nie ma możliwości przeprowadzenia optymalizacji portfela w oparciu np. o wskaźnik Calmara, gdyż brak jest możliwości wyjaśnienia jak  $MDD$  dla portfela inwestycyjnego powiązany jest z poszczególnymi jego aktywami.

Powszechną praktyką rozwiązania pierwszego problemu jest porównywanie wskaźników obliczonych dla tych samych, np. 3-letnich okresów. Ograniczenie to jest jednak sztuczne i znacznie ogranicza możliwości wykorzystania wskaźników opartych na maksymalnym spadku stopy zwrotu. Co jednak zrobić w przypadku gdy:

- wyniki porównywanych portfeli inwestycyjnych pochodzą z różnych (znanych) okresów,
- dane na temat średniej i odchylenia standardowego stopy zwrotu portfeli inwestycyjnych (lub ich wskaźniki Sharpe'a) podane są w skali roku,
- wskaźniki Calmara dla porównywanych portfeli inwestycyjnych są podane dla różnych (znanych badaczowi) okresów?

Powstaje pytanie: jak w uniwersalny sposób opisać, a następnie wyrazić w skali roku maksymalny spadek stopy zwrotu  $MDD$  wykorzystywany w charakterze miary ryzyka?

W latach 1997–2003 powstały prace empiryczne i symulacyjne Monte-Carlo temat  $MDD$ , w 2000 r. opublikowano pracę analityczną – podejście oparte na arytmetycznym ruchu Browna z zerowym dryfem ( $\bar{r} = 0$ ). W 2003 r. ukazała się praca *On the maximum drawdown of a brownian motion* [Magdon-Ismail i in. 2003], a w 2004 r. praca *Maximum drawdown* [Magdon-Ismail, Atiya 2004]. M. Magdon-Ismail i in. [2003] podali sposób obliczenia oczekiwanego maksymalnego spadku stopy zwrotu –  $E[(MDD)_i(T)]$  oraz znormalizowanego względem czasu  $\tau$  wskaźnika Calmara –  $\overline{Calmar}_i(\tau)$ .

#### 4. Znormalizowany względem czasu $\tau$ wskaźnik Calmara

Załóżmy, że wartość  $i$ -tego portfela inwestycyjnego  $X(t)$  w czasie  $T$  może być opisana za pomocą arytmetycznego ruchu Browna (bez reinwestowania osiągniętych zysków):

$$dX(t) = \bar{r}_i dt + \hat{\sigma}_i dW(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

przy czym czas inwestycji  $T$  jest mierzony w latach,  $\bar{r}_i$  i  $\hat{\sigma}_i$  oznaczają odpowiednio średnią stopę zwrotu na jednostkę czasu (dryf) i odchylenie standardowe stopy zwrotu na jednostkę czasu (zmiennosc), a  $dW$  jest przyrostem Wienera (zakłócenie). Wówczas spadki  $DD_i(T)$  oscylują wokół zera i  $DD_i(T)$  podlega ruchowi Browna.

Oczekiwany maksymalny spadek stopy zwrotu  $E[(MDD_i(T))]$  dla  $i$ -tego portfela inwestycyjnego w okresie  $[0, T]$  można wówczas zdefiniować wzorem (6), przy czym funkcje  $Q_p(x)$  i  $Q_n(x)$  mają złożoną postać całkową i nie mają wygodnej formy analitycznej. Funkcje  $Q_p(x)$  i  $Q_n(x)$  same w sobie są niezależne względem parametrów  $\bar{r}_i$ ,  $\hat{\sigma}_i$  oraz  $T$ , dlatego są „funkcjami uniwersalnymi” w tym sensie, że ich wartości mogą być wyznaczone i stabilizowane<sup>1</sup> [Magdon-Ismael i in. 2003]:

$$E[MDD_i(\bar{r}, \hat{\sigma}, T)] = \begin{cases} \frac{2\hat{\sigma}_i^2}{\bar{r}_i} Q_p\left(\frac{\bar{r}_i^2 T}{2\hat{\sigma}_i^2}\right) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\bar{r}_i} \left(0,63519 + 0,5 \ln T + \ln \frac{\bar{r}_i}{\hat{\sigma}_i}\right), & \bar{r}_i > 0 \\ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \hat{\sigma}_i \sqrt{T} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 1,2533 \hat{\sigma}_i \sqrt{T} & , \bar{r}_i = 0 \\ \frac{-2\hat{\sigma}_i^2}{\bar{r}_i} Q_n\left(\frac{\bar{r}_i^2 T}{2\hat{\sigma}_i^2}\right) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \left(-\bar{r}_i T - \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\bar{r}_i}\right) & , \bar{r}_i < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Pierwsze spostrzeżenie, które odnotowali autorzy, jest takie, iż skalowanie wartości  $E[(MDD_i(T))]$  względem czasu wymaga różnej transformacji od  $T$  przez  $\sqrt{T}$  do  $\log T$ , gdy  $\bar{r}_i$  przechodzi od wartości ujemnych przez zero do wartości dodatnich, tzn. nie ma jednego sposobu ich skalowania – dalsze rozważania przeprowadzmy dla  $\bar{r}_i > 0$ .

Autorzy wykazali, że  $E[(MDD_i(T))]$  dla  $i$ -tego portfela inwestycyjnego w okresie  $[0, T]$  przeliczona na jednostkę  $\hat{\sigma}_i^{(a)}$  zależy od wskaźnika Sharpe’a wyrażonego w skali roku:

<sup>1</sup> Opis i tablice wartości funkcji  $Q_p(x)$  i  $Q_n(x)$ : <http://www.cs.rpi.edu/~magdon/data/Qfunctions.html>.

$$\frac{E[MDD_i(T)]}{\hat{\sigma}_i^{(a)}} = \frac{2Q_p \left( \frac{T}{2} Shrp_i^2 \right)}{Shrp_i} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{0,63519 + 0,5 \ln(T) + \ln(Shrp_i)}{Shrp_i}, \quad (7)$$

przy czym:  $Shrp_i \equiv S_i^{(a)} = \frac{\bar{r}_i^{(a)}}{\hat{\sigma}_i^{(a)}}$ , a  $\bar{r}_i^{(a)}$  i  $\hat{\sigma}_i^{(a)}$  oznaczają odpowiednio średnią stopę zwrotu i odchylenie standardowe stopy zwrotu wyrażone w skali roku (zannualizowane)<sup>2</sup>.

Mając na uwadze ogólny wzór na wskaźnik Calmara (1), jego odpowiednik dla oczekiwanych efektów inwestycyjnych (*Calmar ratio of expected performance*) obliczony na podstawie okresu  $[0, T]$  i wyrażony w skali roku można zapisać w postaci:

$$Clmr_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(a)} \cdot T}{E[MDD_i(T)]}, \quad (8)$$

a przekształcając powyższe wyrażenie z uwzględnieniem wzoru (6) lub (7) otrzymujemy kolejną postać wskaźnika Calmara dla oczekiwanych efektów inwestycyjnych, względem wskaźnika Sharpe'a:

$$Clmr_i(T) = \frac{\frac{T}{2} Shrp_i^2}{Q_p \left( \frac{T}{2} Shrp_i^2 \right)} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{T \cdot Shrp_i^2}{0,63519 + 0,5 \ln(T) + \ln(Shrp_i)}. \quad (9)$$

Można zapisać, że:

$$Calmar_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)}}{|MDD_i(T)|} \approx \frac{\bar{r}_i^{(a)} \cdot T}{E[MDD_i(T)]} = Clmr_i(T). \quad (10)$$

Na podstawie wzoru (9) należy zauważyć, że wartość obliczonego wskaźnika Calmara zależy od wartości  $\bar{r}_i^{(a)}$  i  $\hat{\sigma}_i^{(a)}$  tylko poprzez przeskalowany wskaźnik Sharpe'a ( $Shrp_i$ ), a dla ustalonych  $\bar{r}_i^{(a)}$  i  $\hat{\sigma}_i^{(a)}$  jego wartość wzrasta wraz ze wzrostem  $T$ . Dlatego też znajomość wartości wskaźnika  $Clmr_i(T)$  dla  $i$ -tego portfela inwestycyjnego bez znajomości  $T$  jest bezużyteczna.

Normalizacja w czasie, czyli sprowadzanie wartości wskaźników Calmara obliczonych dla różnych okresów  $[0, T]$  do porównywalności  $[0, T] \rightarrow [0, \tau]$ , jest dokonywana w kolejnym etapie analizy. Najwygodniej jest w tym przypadku przyjąć okres referencyjny  $\tau = 1$  (1 rok).

<sup>2</sup> Przyjmijmy, że  $\bar{r}_i \equiv \bar{r}_i^{(a)}$  oraz  $\hat{\sigma}_i \equiv \hat{\sigma}_i^{(a)}$ , gdyż  $E[MDD_i(T)]$  jest wyrażona w skali roku.

Pierwszy sposób normalizacji<sup>3</sup> polega na przeskalowaniu licznika zgodnie z relacją  $(\bar{r}_i^{(a)} \cdot T) \rightarrow (\bar{r}_i^{(a)} \cdot \tau)$ :

$$Calmar_i(T) = \frac{\bar{r}_i^{(T)}}{|MDD_i(T)|} \approx \frac{\bar{r}_i^{(a)} \cdot T}{E[MDD_i(T)]} = Clmr_i(T), \quad (11)$$

a mianownika zgodnie z relacją  $E[MDD_i(T)] \rightarrow E[MDD_i(\tau)]$  za pomocą proporcji:

$$\frac{E[MDD_i(\tau)]}{E[MDD_i(T)]} = \frac{MDD_i(\tau)}{MDD_i(T)} \Rightarrow MDD_i(\tau) = \frac{E[MDD_i(\tau)] \cdot MDD_i(T)}{E[MDD_i(T)]}. \quad (12)$$

Wykorzystując wzory (11) i (12), można zapisać znormalizowany względem czasu  $\tau$  wskaźnik Calmara ( $\tau$ -normalized-Calmar ratio) w postaci:

$$\overline{Calmar}_i(\tau) = \frac{\bar{r}_i^{(\tau)}}{MDD_i(\tau)} = \frac{\bar{r}_i^{(a)} \cdot \tau}{MDD_i(\tau)} = \frac{\bar{r}_i^{(a)} \cdot T}{MDD_i(T)} \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \frac{E[MDD_i(T)]}{E[MDD_i(\tau)]}, \quad (13)$$

gdzie:  $\frac{\bar{r}_i^{(a)} \cdot T}{MDD_i(T)} = Calmar_i(T)$ , a  $\frac{\tau}{T} \cdot \frac{E[MDD_i(T)]}{E[MDD_i(\tau)]} = \gamma_i^{(\tau)}$  jest czynnikiem normalizującym, wobec czego:

$$\overline{Calmar}_i(\tau) = Calmar_i(T) \cdot \gamma_i^{(\tau)}. \quad (14)$$

Okazuje się jednak, że tak obliczony znormalizowany wskaźnik Calmara –  $\overline{Calmar}_i(\tau)$  może zależeć od wybranego do analizy okresu referencyjnego  $\tau$ . Jeżeli  $Shrp_i \neq Shrp_b$ , to relatywna siła pomiędzy portfelami  $i$  oraz  $b$  zależy od  $\tau$ , jednak biorąc pod uwagę długookresowe zachowanie się relatywnej siły pomiędzy analizowanymi portfelami, tzn.  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \beta(\tau, i|b) = \beta(i|b)$  można wyznaczyć wskaźnik relatywnej siły pomiędzy portfelami niezależny od  $\tau$ . Wskaźnik  $rs_{ib}$  (niezależny od  $\tau$ ), który może posłużyć do uporządkowania portfeli inwestycyjnych, z punktu widzenia ich efektywności wyraża się następująco:

<sup>3</sup> Drugi sposób normalizacji wartości wskaźnika Calmara odnaleźć można w pracy [Domański (red.) 2011].

$$rs_{ib} = \beta(i|b) = \frac{Calmar_i(T_i)}{Calmar_b(T_b)} \cdot \frac{\frac{1}{T_i} Q_p \left( \frac{T_i}{2} Shrp_i^2 \right)}{\frac{1}{T_b} Q_p \left( \frac{T_b}{2} Shrp_b^2 \right)}. \quad (15)$$

Wskaźnik relatywnej siły między portfelami ma następujące własności:

- wartość  $rs_{ib} > 1$  informuje, że portfel  $i$  jest lepszy z punktu widzenia wskaźnika Calmara niż portfel  $b$ , tzn.  $i$  jest bardziej preferowany niż  $b$  ( $i \succeq b$ );
- charakteryzuje się przechodniością, która jest pożądana w przypadku każdego wskaźnika opisującego relacje, preferencje;
- jest kompletny i niesymetryczny, gdyż zachodzi relacja:  $\beta(i|b) = \frac{1}{\beta(b|i)}$ , tak więc ( $i \succeq b$ ) lub ( $b \succeq i$ ) i ( $i \succeq b$ )  $\Rightarrow$  ( $b \preceq i$ ), relacja  $\succeq$  tworzy całkowite uporządkowanie;
- wybór portfela wzorcowego  $b$ , spośród porównywanych portfeli, nie ma wpływu na ich całkowite uporządkowanie.

## 5. Wyniki inwestycyjne OFE w latach 2000–2011

Analizą objęto działalność inwestycyjną Otwartych Funduszy Emerytalnych w latach 2000–2011, dla których obliczono:

- 1) średnie miesięczne logarytmiczne stopy zwrotu OFE w badanym okresie ( $T = 12$ ) wyrażone w skali roku – na podstawie wartości jednostek rozrachunkowych;
  - 2) skumulowane roczne stopy zwrotu;
  - 3) średnie roczne stopy zwrotu  $\bar{r}_i^{(a)}$  i ich odchylenie standardowe  $\hat{\sigma}_i^{(a)}$  w badanym okresie oraz wskaźniki Sharpe'a  $Shrp_i$  dla poszczególnych OFE;
  - 4) oczekiwane maksymalne spadki stopy zwrotu  $E[MDD_i(T)]$ ;
  - 5)  $MDD_i$  – maksymalne spadki stopy zwrotu (empiryczne) dla poszczególnych OFE – na podstawie skumulowanych stóp zwrotu;
  - 6) wskaźniki Calmara –  $Calmar_i(T)$  (1) oraz wskaźniki Calmara dla oczekiwanych efektów inwestycyjnych –  $Clmr_i(T)$  (8),
  - 7)  $\gamma_i^{(\tau)}$  – czynniki normalizujące wskaźniki Calmara –  $Calmar_i(T)$  dla  $\tau = 1, 2, 3$ ;
  - 8) znormalizowane względem czasu  $\tau$  wskaźniki Calmara –  $\overline{Calmar}_i(\tau)$  (13)–(14);
  - 9)  $rs_{ib}$  – wskaźniki relatywnej siły pomiędzy portfelami OFE, które posłużyły do względnego uporządkowania OFE pod względem efektywności inwestycji (15).
- W tabeli 1 zamieszczono wymienione obliczenia cząstkowe (pkt 3)–6)) dla OFE w latach 2000–2011, które w dalszej kolejności zostały wykorzystane do obliczeń

wartości znormalizowanego względem czasu  $\tau$  wskaźnika Calmara dla  $\tau = 1, 2, 3$ . Należy zauważyć, iż rzeczywiście wartości znormalizowanego względem czasu  $\tau$  wskaźnika Calmara (tab. 2) zależą od przyjętej wartości  $\tau$  i wartości wyznaczonego czynnika normalizującego  $\gamma_i^{(\tau)}$ . Natomiast wskaźnik relatywnej siły  $rs_{ib}$  pomiędzy  $i$ -tym portfelem inwestycyjnym OFE oraz portfelem wzorcowym ( $b = ING$ )<sup>4</sup> jest taki sam dla różnych wartości  $\tau = 1, 2, 3$ , daje zatem takie samo uporządkowanie portfeli inwestycyjnych funduszy pod względem ich efektywności. Warto dodać również, iż zmiana portfela wzorcowego w grupie porównywanych portfeli inwestycyjnych nie ma żadnego wpływu na ich całkowite uporządkowanie (kolejność w rankingu).

**Tabela 1.** Obliczenia cząstkowe dla wskaźnika Calmara OFE w latach 2000–2011

OFE	Średnia stopa zwrotu $\bar{r}_i^{(a)}$	Odchylenie standardowe stopy zwrotu $\hat{\sigma}_i^{(a)}$	Wskaźnik Sharpe'a $Shrp_i$	$E[MDD_i(T)]$	$MDD_i(T)$	$Calmar_i(T)$	$Clmr_i(T)$
Allianz	7,78	7,90	0,984	14,953	12,721	7,338	6,243
AXA	7,93	8,03	0,988	15,164	13,405	7,102	6,278
Generali	8,27	8,78	0,941	16,960	14,260	6,957	5,849
Nordea	7,73	8,08	0,956	15,497	13,864	6,688	5,983
ING	8,36	9,13	0,916	17,829	15,714	6,386	5,629
PZU	7,90	8,72	0,906	17,113	15,252	6,216	5,540
Pocztalion	7,27	8,80	0,825	17,979	13,436	6,490	4,850
Amplico	7,52	8,78	0,857	17,650	14,774	6,108	5,113
AEGON	7,20	8,33	0,864	16,690	14,215	6,075	5,175
WARTA	7,57	9,19	0,824	18,790	15,340	5,924	4,836
PKO BP Bankowy	7,21	8,76	0,824	17,899	14,688	5,894	4,837
Pekao	7,48	8,96	0,835	18,200	15,636	5,741	4,932
Aviva	7,65	8,77	0,872	17,510	16,562	5,544	5,244
POLSAT	8,28	11,20	0,739	23,874	19,698	5,042	4,160

Źródło: opracowanie własne.

<sup>4</sup> Jako punkt odniesienia przyjęto efektywność inwestycji funduszu ING, który na przestrzeni badanego okresu plasował się w czołówce najlepszych funduszy emerytalnych [Domański (red.) 2011].



**Tabela 2.** Znormalizowany względem czasu wskaźnik Calmara OFE w latach 2000–2011

OFE	Czynnik normalizujący	$\overline{Calmar}_i(\tau)$	$rs_{ib}$	Czynnik normalizujący	$\overline{Calmar}_i(\tau)$	$rs_{ib}$	Czynnik normalizujący	$\overline{Calmar}_i(\tau)$	$rs_{ib}$
	$\gamma_i^{(\tau)}$	$\tau = 1$			$\tau = 2$			$\tau = 3$	
Allianz	0,251	1,839	<b>1,195</b>	0,321	2,357	<b>1,195</b>	0,398	2,923	<b>1,195</b>
AXA	0,250	1,772	<b>1,159</b>	0,321	2,277	<b>1,159</b>	0,398	2,825	<b>1,159</b>
Generali	0,264	1,834	<b>1,106</b>	0,329	2,287	<b>1,106</b>	0,404	2,812	<b>1,106</b>
Nordea	0,259	1,731	<b>1,072</b>	0,326	2,181	<b>1,072</b>	0,402	2,689	<b>1,072</b>
ING	0,272	1,739	<b>1,000</b>	0,334	2,130	<b>1,000</b>	0,408	2,605	<b>1,000</b>
PZU	0,276	1,717	<b>0,967</b>	0,336	2,087	<b>0,967</b>	0,410	2,546	<b>0,967</b>
Pocztalio	0,317	2,056	<b>0,957</b>	0,356	2,308	<b>0,957</b>	0,425	2,755	<b>0,957</b>
Amplico	0,299	1,825	<b>0,921</b>	0,347	2,120	<b>0,921</b>	0,418	2,555	<b>0,921</b>
AEGON	0,295	1,792	<b>0,920</b>	0,345	2,098	<b>0,920</b>	0,417	2,533	<b>0,920</b>
WARTA	0,318	1,883	<b>0,872</b>	0,356	2,110	<b>0,872</b>	0,425	2,517	<b>0,872</b>
PKO BP Bankowy	0,318	1,874	<b>0,868</b>	0,356	2,099	<b>0,868</b>	0,425	2,505	<b>0,868</b>
Pekao	0,311	1,784	<b>0,852</b>	0,353	2,026	<b>0,852</b>	0,422	2,426	<b>0,852</b>
Aviva	0,291	1,614	<b>0,844</b>	0,343	1,904	<b>0,844</b>	0,415	2,303	<b>0,844</b>
POLSAT	0,395	1,989	<b>0,695</b>	0,387	1,949	<b>0,695</b>	0,446	2,251	<b>0,695</b>

Źródło: opracowanie własne.

Biorąc zatem pod uwagę okres 12 lat inwestycji OFE, tj. lata 2000–2011, z punktu widzenia znormalizowanego względem czasu  $\tau$  wskaźnika Calmara pięcioma najlepszymi funduszami na rynku okazały się: **Allianz**, **AXA**, **Generali**, **Nordea** oraz **ING**. Na końcu zestawienia znalazły się: **Pekao**, **Aviva** oraz **POLSAT**.

## 6. Podsumowanie i wnioski

Metoda oceny efektywności inwestycji opierająca się na obliczaniu znormalizowanego względem czasu  $\tau$  wskaźnika Calmara jest mało znana w polskiej literaturze przedmiotu. Stosunkowo prosty w końcowych w rachunkach wskaźnik opiera się na skomplikowanym aparacie matematycznym – być może z tego powodu nie jest tak popularną miarą oceny efektywności inwestycji jak wskaźnik Sharpe’a i jego liczne modyfikacje. Wskaźnik zysków i strat  $\overline{Calmar}_i(\tau)$  ma prostą interpretację ekonomiczną, a ponadto może posłużyć do budowy rankingu efektywności portfeli inwestycji, który charakteryzuje się pożądanymi własnościami – przede wszystkim jest niezależny od wyboru portfela wzorcowego. Biorąc pod uwagę własności omawianego wskaźnika, należy stwierdzić, że jest on ciekawą alternatywą dla klasycznych, często wykorzystywanych w analizach, miar oceny efektywności inwestycji i może stanowić cenne uzupełnienie analiz wielowymiarowych dotyczących efektywności inwestycji.

## Literatura

- Burke G., 1994, *A sharper Sharpe ratio*, *Futures*, vol. 23, no. 3, s. 56.
- Caporin M., Lisi F., 2009, *Comparing and selecting performance measures for ranking assets*, Marco Fanno Working Paper, 99, <http://papers.ssrn.com> (24.11.2012).
- Cogneau P., Hübner G., 2009a, *The (more than) 100 ways to measure portfolio performance. Part 1: Standardized risk-adjusted measures*, *Journal of Performance Measurement*, vol. 13, no. 4, s. 56–71.
- Cogneau P., Hübner G., 2009b, *The (more than) 100 ways to measure portfolio performance. Part 2: Special measures and comparison*, *Journal of Performance Measurement*, vol. 14, no. 1, s. 56–69.
- Domański C. (red.), 2011, *Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka. Otwarte fundusze emerytalne*, PWE, Warszawa.
- Kestner L.N., 1996, *Getting a handle on true performance*, *Futures*, vol. 25, no. 1, s. 44–46.
- Magdon-Ismael M., *An analysis of the maximum drawdown risk measure*, May 6, 2004, [http://www.cs.rpi.edu/~magdon/talks/mdd\\_NYU04.pdf](http://www.cs.rpi.edu/~magdon/talks/mdd_NYU04.pdf) (24.11.2012).
- Magdon-Ismael M., Atiya A.F., 2004, *Maximum drawdown*, *Risk Magazine*, vol. 17, no. 10, s. 99–102.
- Magdon-Ismael M., Atiya A.F., Pratap A., Abu-Mostafa Y.S., 2003, *On the maximum drawdown of a Brownian motion*, *Journal of Applied Probability*, vol. 41, no. 1, s. 146–171.
- Young T.W., 1991, *Calmar Ratio: A smoother tool*, *Futures*, vol. 20, no. 1, s. 40.

### TAU-NORMALIZED-CALMAR RATIO AND ITS APPLICATION IN THE ANALYSIS OF PORTFOLIO INVESTMENT EFFICIENCY

**Summary:** Tau-normalized-Calmar ratio belongs to the group of profit and loss ratios based on the maximum drawdown of the rate of return. Opposed to simple profit and loss ratios – of Calmar, Sterling and Burke – it offers the advantage of comparing and evaluating outcomes of financial investment from different periods; when data on the mean and standard deviation of the portfolios return (or Sharpe ratios) have been annualized or when classic Calmar ratios for compared portfolios have been disclosed for different periods. The paper shows the method of calculating tau-normalized-Calmar ratio and presents its application in the empirical analysis of investment efficiency of the open pension funds in the years 2000–2011.

**Keywords:** Maximum drawdown, tau-normalized-Calmar ratio, portfolio investment efficiency, open pension funds.