

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki,
Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński,
Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Barbara Będowska-Sójka: Zastosowanie zmienności zrealizowanej i modeli typu ARCH w wyznaczaniu wartości zagrożonej	11
Jacek Bialek: Zastosowanie statystycznych indeksów łańcuchowych do oceny przeciętnego zwrotu grupy OFE.....	23
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Zastosowanie modelu logitowego i modelu regresji Coxa w analizie zmian cen akcji spółek giełdowych w wyniku kryzysu finansowego.....	33
Katarzyna Byrka-Kita: Premia z tytułu kontroli na polskim rynku kapitałowym – wyniki badań.....	42
Krzysztof Echaust: Analiza przekroczeń wysokości depozytów zabezpieczających na podstawie kontraktów futures notowanych na GPW w Warszawie.	52
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Rentowność inwestycji na rynku regulowanym i w alternatywnym systemie obrotu w Polsce	61
Daniel Iskra: Wartość zagrożona instrumentu finansowego szacowana przedziałowo.....	74
Bogna Janik: Analiza stóp zwrotu z inwestycji w indeksy akcji spółek społecznie odpowiedzialnych.....	83
Paweł Kliber: Niestacjonarność aktywności transakcyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	93
Krzysztof Kowalke: Ocena przydatności rekomendacji giełdowych opartych na metodzie DCF na przykładzie spółek budowlanych.....	103
Mieczysław Kowerski: Modele selekcji próby stóp dywidend spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.....	113
Dominik Krężolek: Granica efektywności portfeli inwestycyjnych a indeks ogona rozkładu stopy zwrotu – analiza empiryczna na przykładzie GPW w Warszawie	124
Monika Kubik-Kwiatkowska: Znaczenie raportów finansowych dla wyceny spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA	133
Agnieszka Majewska: Wycena opcji menedżerskich – wybrane problemy ...	142
Sebastian Majewski: Pomiar nastroju inwestycyjnego jako metoda wspomagająca strategię inwestycyjne	152
Piotr Manikowski: Cykle ubezpieczeniowe w Europie Środkowej.....	162

Artur Mikulec: Metody oceny wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu	171
Joanna Olbryś: Tarcie w procesach transakcyjnych i jego konsekwencje	181
Andrzej Paliński: Spłata zadłużenia kredytowego w ujęciu teoriogrowym ...	190
Monika Papież, Stanisław Wanat: Modele autoregresji i wektorowej autoregresji w prognozowaniu podstawowych zmiennych charakteryzujących rynek ubezpieczeń działu II	199
Daniel Papła: Przykład zastosowania metod analizy wielowymiarowej w analizie zarażania rynków finansowych	209
Tomasz Pisula: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania upadłości przedsiębiorstw	219
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane reguły nastawione na cel a prognozowanie wskaźnika inflacji	235
Paweł Siarka: Wykorzystanie modeli scoringowych w bankowości komercyjnej.....	246
Rafał Siedlecki: Struktura kapitału w cyklu życia przedsiębiorstwa	262
Anna Sroczyńska-Baron: Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier.....	271
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowania kopuli niesymetrycznych w modelowaniu ekonomicznym	281
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowanie estymatora k -to-rekordowego do szacowania wartości narażonej na ryzyko	289
Piotr Staszewicz: Multi entry framework for financial and risk reporting...	298
Anna Szymańska: Czynniki decydujące o wyborze ubezpieczyciela w przypadku ubezpieczeń komunikacyjnych AC.....	310
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Oceny ratingowe jako element konkurencyjności wybranych systemów gospodarczych – weryfikacja na przykładzie agencji Fitch.....	323
Rafał Tuzimek: Wpływ wypłat dywidendy na wartość akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	333
Jacek Welc: Rewersja do średniej dynamiki przychodów oraz rentowności spółek a zmiany relatywnej dynamiki zysków	347
Ryszard Węgrzyn: Zastosowanie delty „wolnej od modelu” w hedgingu opcyjnym	356
Stanisław Wieteska: Wyładowania atmosferyczne jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w polskim obszarze klimatycznym.....	367
Alicja Wolny-Dominiak: Modelowanie liczby szkód w ubezpieczeniach komunikacyjnych w przypadku występowania dużej liczby zer.....	381

Summaries

Barbara Będowska-Sójka: Modeling value-at-risk when realized volatility and ARCH-type models are used.....	22
Jacek Bialek: The application of chain indices to evaluate the average rate of return of a group of Open Pension Funds.....	32
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The application of the logit model and the Cox regression model in the analysis of financial crisis related price changes of listed companies' shares	41
Katarzyna Byrka-Kita: Control premium on Polish capital market – empirical evidence	51
Krzysztof Echaust: Analysis of margin exceedances on the basis of futures contracts quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	60
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Return on investment on a regulated market and multilateral trading facility in Poland	73
Daniel Iskra: Confidence interval for Value at Risk.....	82
Bogna Janik: Analysis of rates of return on investments in equity SRI indices	92
Paweł Kliber: Non-stationarity in transaction activity on the Warsaw Stock Exchange.....	102
Krzysztof Kowalke: Assessment of the usefulness of Stock Exchange recommendations based on the DCF method on the example of construction companies.....	112
Mieczysław Kowerski: The sample selection models of dividend yield of companies quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	123
Dominik Krężolek: The efficient frontier of investment portfolios and the tail index of distribution of returns – an empirical analysis on the WSE	132
Monika Kubik-Kwiatkowska: Value relevance of financial reporting on the Warsaw Stock Exchange.....	141
Agnieszka Majewska: The value of employee stock options – selected problems.....	151
Sebastian Majewski: Measuring of investment sentiment as a method of supporting investment strategies.....	161
Piotr Manikowski: Insurance cycles in Central Europe.....	170
Artur Mikulec: Investment performance evaluation methods in the absence of normality of the rates of return.....	180
Joanna Olbryś: Friction in trading processes and its implications	189
Andrzej Paliński: The game theoretic approach to bank credit repayment....	198
Monika Papież, Stanisław Wanat: The application of autoregressive models and vector autoregressive models in forecasting basic variables on the non-life insurance market	208

Daniel Papla: Example of using multidimensional methods in analyzing the contagion on the financial markets	218
Tomasz Pisula: Application of artificial neural networks for forecasting corporate bankruptcy	234
Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected targeting rules and forecasting inflation rate	245
Paweł Siarka: The use of scoring models in commercial banking.....	261
Rafał Siedlecki: The structure of capital in the company life cycle	270
Anna Sroczyńska-Baron: The choice of shares portfolio based on the theory of games.....	280
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymmetric copulas applications in economic modelling.....	288
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Value-at-Risk estimation using ‘ k -th record’ estimator	297
Piotr Staszewicz: Zapis poczwórny jako mechanizm pozwalający na integrację sprawozdawczości finansowej i ostrożnościowej	309
Anna Szymańska: Factors determining a choice of an insurer in case of motor hull insurance	322
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Assessments of rating as part of competitiveness of selected economies – verification on the example of Fitch agency	332
Rafał Tuzimek: Effect of dividend payments on the value of shares listed on the Warsaw Stock Exchange	346
Jacek Welc: Impact of mean-reversion of sales growth and profitability on the relative growth of corporate earnings	355
Ryszard Węgrzyn: Application of model free delta to option hedging	366
Stanisław Wieteska: Lightning as an element of risk in non-life insurance in the Polish area of climate.....	380
Alicja Wolny-Dominiak: Zero-inflated claim count modeling in automobile insurance. Case Study	390

Michał Stachura, Barbara Wodecka

Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach

ZASTOSOWANIE ESTYMATORA K-TO-REKORDOWEGO DO SZACOWANIA WARTOŚCI NARAŻONEJ NA RYZYKO

Streszczenie: W wielu obszarach stosowania procedur zarządzania ryzykiem powszechnie stosowaną miarą ryzyka jest wartość narażona na ryzyko (VaR). O jej popularności decydują walory interpretacyjne, co więcej, jest ona zalecana przez liczne instytucje nadzoru. Pewnym jednak mankamentem tej miary jest trudność w skutecznym szacowaniu jej wartości. W opracowaniu zaproponowana jest specyficzna modyfikacja szacowania VaR w modelu przekroczeń bazującym na uogólnionym rozkładzie Pareta i jest ona zweryfikowana przez badania symulacyjne oraz analizę przykładowych danych empirycznych. Przeprowadzone badania pozwalają stwierdzić, że zaproponowana metoda umożliwia lepsze rozpoznanie asymptotyki ogona rozkładu, dzięki czemu uzyskuje się adekwatniejsze oszacowania VaR.

Słowa kluczowe: wartość narażona na ryzyko, uogólniony rozkład Pareta, teoria wartości ekstremalnych, estymator k -to-rekordowy.

1. Wstęp

Wartość narażona na ryzyko (VaR) jest miarą ryzyka należącą do grupy miar zagrożenia, wykorzystywaną m.in. jako element kontroli, np. poszczególnych banków przez nadzór bankowy. Ogólnie VaR pozwala oszacować największą dopuszczalną stratę, jaką można ponieść przy zadanym poziomie tolerancji α w określonym horyzoncie czasowym. Analitycy banku J.P. Morgan przyjmują $\alpha = 5\%$. Dla odmiany Komitet Bazylejski Nadzoru Bankowego proponuje przyjąć $\alpha = 1\%$. Choć są to jedne z najczęściej przyjmowanych wartości α w badaniach nad szacowaniem wartości narażonej na ryzyko, to dyskusyjne jest, jaki poziom tolerancji α jest najwłaściwszy.

Abstrahując od ekonomicznej interpretacji definicji VaR, warto odnotować, że istota tego pojęcia sprowadza się do kwantyla¹ rozkładu pewnej zmiennej losowej. W praktyce jest to wartość nieznaną, którą należy oszacować. Istnieje wiele różnora-

¹ Bez straty ogólności można przyjąć dla wygody, że rozważany jest górny kwantyl zmiennej losowej, czyli kwantyl rzędu $1 - \alpha$. I tak też konsekwentnie czynione jest w dalszym ciągu opracowania.

kich metod służących do wyznaczania VaR, co ma swoje odbicie w bardzo bogatej literaturze, dotyczącej zarówno poszczególnych metod, jak i badań porównawczych nad nimi. Mimo to brak jest wyraźnych wskazań co do przewagi którejś z metod szacowania VaR nad pozostałymi. Szerszy opis wielu metod wraz z empirycznymi ilustracjami ich użycia można znaleźć m.in. w monografii [Tsay 2005]. Z kolei zwięzły przegląd wraz z krótkim porównaniem metod szacowania VaR znajduje się np. w pracy [Kuziak 2003].

Pośród częściej stosowanych w praktyce metod wyznaczania VaR wymienić należy podejścia oparte na: analizie wariancji-kowariancji, symulacji historycznej, symulacji Monte Carlo, wyznaczaniu kwantyla próbkowego, wyznaczaniu kwantyla modelowego rozkładu teoretycznego, teorii wartości ekstremalnych, wartościach pochodzących z ogona rozkładu. Warto też oczywiście wspomnieć o metodach bazujących na modelach warunkowej heteroskedastyczności.

W wymienionej grupie poczesne miejsce zajmuje metoda wyznaczania kwantyla przy założeniu, że dane² pochodzą z uogólnionego rozkładu Pareta o parametrach $\xi \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$, którego dystrybuanta jest postaci:

$$G_{\xi, \sigma}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\xi}{\sigma}x)^{-1/\xi} & \text{dla } x \in (0, \infty), \quad \text{gdy } \xi > 0 \\ 1 - e^{-x/\sigma} & \text{dla } x \in (0, \infty), \quad \text{gdy } \xi = 0. \\ 1 - (1 + \frac{\xi}{\sigma}x)^{-1/\xi} & \text{dla } x \in (0, -\frac{\sigma}{\xi}), \quad \text{gdy } \xi < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Wybór uogólnionego rozkładu Pareta podyktowany jest jego dużą elastycznością w przypadku modelowania danych o tzw. grubych ogonach, dla których musi być spełnione dodatkowe założenie, że $\xi > 0$. Za użyciem tego rozkładu stoi dodatkowo twierdzenie Pickandsa-Balkemy-de Haana (por. [Balkema, de Haan 1974]), które jest podstawą tzw. modelu przekroczeń, opisującego warunkowy rozkład przekroczeń analizowanej zmiennej ponad pewien ustalony próg.

Do zalet tej metody wyznaczania VaR zaliczyć należy: odejście od rozkładu normalnego, łatwość obliczeniową, możliwość stosowania względnie prostych wzorów analitycznych. Natomiast wśród wad wymienić trzeba problem niestabilności modelu w czasie czy też bazowania na założeniu niezależności danych, skutkujący m.in. nieuwzględnieniem efektu klastrowania danych.

Do estymacji parametrów uogólnionego rozkładu Pareta powszechnie w praktyce stosowana jest metoda największej wiarygodności. Następnie dla tak oszacowanych parametrów, przy zadanym poziomie tolerancji α , VaR wyznacza się jako:

$$\text{VaR}(\alpha) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{n_u} \alpha \right)^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} - 1 \right), \quad (2)$$

² Odnotujmy, że w praktyce jako nadmienione dane rozważa się albo wyjściowe dane empiryczne, albo konstruowany na ich podstawie szereg tzw. przekroczeń ponad stosownie ustalony poziom. Oba te ujęcia są uwzględnione w dalszej części opracowania.

gdzie u oznacza ustalony próg dla wyboru obserwacji pochodzących z ogona rozkładu, a n_u jest liczbą przekroczeń tego progu wśród n obserwacji.

Taka procedura estymacji VaR (w dalszym ciągu opracowania nazywana i oznaczana jako M1) jest powszechnie opisywana w literaturze i niejednokrotnie z dobrym skutkiem wykorzystywana w praktyce – na przykład warto przywołać interesujące badania prezentowane w opracowaniach [Gençay, Selçuk 2004; Gilli, Këllezi 2006] – jednakże bezwzględnie trzeba odnotować, że czynione jest to przy milcząco przyjmowanym założeniu, że dane pochodzą z rozkładu z parametrem $\xi > 0$.

Wobec powyższego celem opracowania jest zaproponowanie pewnej modyfikacji procedury estymacyjnej, polegającej na poprzedzeniu jej estymacją parametru ξ za pomocą narzędzi teorii wartości ekstremalnych, a następnie użyciu go jako już znanego w dotychczasowej procedurze. W zaproponowanym ujęciu (dalej nazywanym i oznaczanym jako M2) dodatkowy krok jest nie tylko alternatywną drogą szacowania ξ , lecz jest przede wszystkim swego rodzaju testem służącym weryfikacji hipotezy, że $\xi > 0$.

Zastosowanie teorii wartości ekstremalnych do estymacji ξ jest możliwe, bowiem uogólniony rozkład Pareta z parametrem ξ leży w obszarze przyciągania uogólnionego rozkładu wartości ekstremalnych (z tym samym parametrem) o dystrybucji:

$$G_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{-1/\xi}) & \text{dla } 1 + \xi x > 0, \quad \text{gdy } \xi \neq 0 \\ \exp(\exp(-x)) & \text{dla } -\infty < x < \infty, \quad \text{gdy } \xi = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Do szacowania parametru ξ w praktyce zwykle stosuje się estymator Hilla bądź Pickandsa (oba oparte na statystykach pozycyjnych). Jednak ze względu na wcześniejsze badania autorów (por. [Dziubdziela, Stachura, Wodecka 2011]) w dalszym ciągu niniejszego opracowania użyty jest estymator oparty na k -tych wartościach rekordowych, będący uśrednieniem (po stosownie dobieranych rzędach rekordów) estymatora oryginalnie zaproponowanego w 1995 r. przez Berreda.

2. Badania symulacyjne³

W celu porównania zaproponowanej zmodyfikowanej metody szacowania VaR (M2) z jej wersją wyjściową (M1) przeprowadzono następujące badania symulacyjne.

Zgodnie z uogólnionym rozkładem Pareta dla parametrów $\xi \in \{0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20\}$ i σ stale równego 1 dokonano $J = 1000$ repetycji symulacji

³ Wszystkie prezentowane, zarówno w tym, jak i w następnym rozdziale, obliczenia oraz wykresy wykonane są w środowisku obliczeniowym R.

próby liczebności $n = 1000^4$. Na tej podstawie (przy ustalonych ξ i σ) dla każdej próby wyznaczono estymatory $\hat{\xi}$, $\hat{\sigma}$ oraz dla $\alpha = 5\%$ oszacowano VaR zgodnie z obiema metodami. Ponadto w obrębie obu metod dokonano szacowania VaR bezpośrednio z próby ($u = 0$), jak również z ustalonym progiem u równym próbkowemu kwantylowi rzędu $1 - \alpha$, wyznaczonemu na podstawie wysymulowanej próby (*nota bene*: kwantyl ten jest oczywiście równy oszacowaniu VaR metodą kwantyla próbkowego).

Wybrane wyniki – i to tylko dla $\xi \in \{0,2; 1; 5\}$ – uzyskane na podstawie badań symulacyjnych zebrano w tab. 1. W pierwszym bloku kolumn (ozn. „VaR”) zamieszczono mediany (wiersze ozn. „M”) oraz połowy rozstępów (wiersze ozn. „R/2”) oszacowań VaR (dla J stosownych repetycji) uzyskanych kolejno na podstawie metod: kwantyla próbkowego, M1, M2, M1 z progiem, M2 z progiem (ozn. odpowiednio: „kw”, „M2”, „M2”, „M1u”, „M2u”). W drugim natomiast bloku kolumn zamieszczone są mediany oraz połowy rozstępów oszacowań parametrów uogólnionego rozkładu Pareta uzyskane odpowiednio metodą największej wiarygodności (kolumny „MNW”) i przy użyciu jej modyfikacji („ZMNW”). W nagłówkach bloków wierszy – obok teoretycznych wartości parametru ξ – dodatkowo zamieszczono odpowiadające im teoretyczne wartości VaR.

Tabela 1. Parametry symulacyjnych rozkładów szacowań VaR, ξ , σ

		VaR					MNW		ZMNW	
		kw	M1	M2	M1u	M2u	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$
		$\xi = 0,2; \text{ VaR} = 4,102821$								
M		4,087	4,114	4,191	4,106	4,106	0,2006	1,0010	0,2186	0,9859
R/2		0,826	0,607	1,471	0,825	0,825	0,1324	0,1926	0,3360	0,2724
		$\xi = 1; \text{ VaR} = 19,0$								
M		18,81	18,92	19,56	18,83	18,83	0,9981	1,000	1,017	0,9901
R/2		11,795	7,49	15,78	11,79	11,79	0,2025	0,2213	0,37645	0,2834
		$\xi = 5; \text{ VaR} = 639999,8$								
M		592900	626400	756700	592900	592900	4,991	1,001	5,065	0,9896
R/2		4270040	1837450	38171685	4270040	4270040	0,614	0,36695	1,576	0,40135

Źródło: opracowanie własne.

Przeprowadzone badania symulacyjne pokazują bardzo dobrą zgodność wskazań wszystkich estymatorów VaR bez względu na wartość parametru ξ , bowiem wartości median są bardzo zbliżone do stosownych wartości teoretycznych, choć można jednak

⁴ Wybrano tylko jedną wartość σ , ponieważ parametr ten nie decyduje o grubości ogona rozkładu.

zauważyć pewną prawidłowość, że mediany uzyskane metodą M2 bez progów są, przy ustalonym ξ , zawsze największe⁵. Z kolei porównanie połówek rozstępów próbkowych z pozoru może przemawiać nieznacznie na niekorzyść ujęcia M2 bez progów (gdzie R/2 przyjmuje zawsze wartości największe). Jednak relatywnie (względem median) połówki rozstępów próbkowych są do siebie zbliżone dla każdej z metod.

Można zatem z powyższego wnosić, że w przypadku danych pochodzących z uogólnionego rozkładu Pareta żadne z zaproponowanych podejść do estymacji VaR nie wykazuje wyraźnych przewag nad innymi – szczególnie, gdy analizom poddane są dane powyżej pewnego progu. Analogiczne wnioski uzyskano również na podstawie badań symulacyjnych ze zmienionym poziomem tolerancji na $\alpha = 1\%$.

3. Przykłady empiryczne

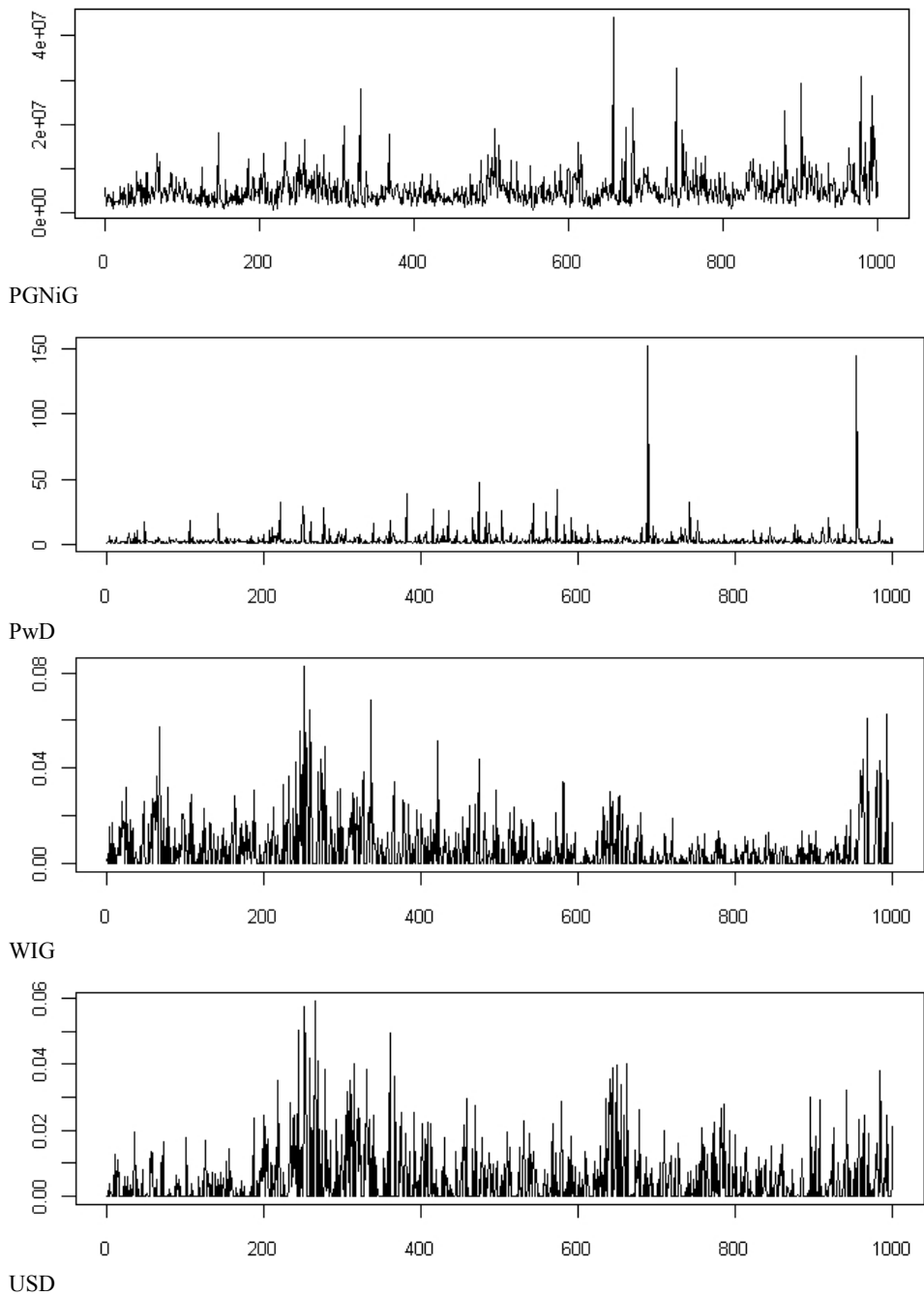
Ze względu na fakt, że dane empiryczne niejednokrotnie mogą dość silnie odstawać od modelowego rozkładu teoretycznego, warto jest przyjrzeć się analizom wybranych szeregów empirycznych, w przypadku których brak jest już zgodności wskazań stosowanych estymatorów – co jest oczywiście konsekwencją tego, że dane nie pochodzą z uogólnionego rozkładu Pareta, a jedynie są za jego pomocą aproksymowane.

Pod rozwagę wzięto następujące dane empiryczne: wolumen sprzedaży akcji PGNiG na GPW w Warszawie; wielkość roszczeń z ubezpieczeń od skutków pożarów (klasyfikowanych jako wielkie) w Danii (ozn. dalej jako „PwD”); zwroty logarytmiczne notowań dziennych na zamknięcie indeksu WIG; zwroty logarytmiczne średniego kursu dziennego dolara amerykańskiego względem złotego notowanego w NBP (ozn. dalej jako „USD”). Wszystkie dane tworzą szeregi długości $n = 1000$ o dacie końcowej 30.09.2011, z wyjątkiem danych dotyczących ubezpieczeń, dla których dniem końcowym jest 31.12.1990⁶. Przebiegi analizowanych szeregów zilustrowane są na rys. 1, gdzie w przypadku szeregów WIG i USD na wykresach zamieszczone są tylko wartości dodatnie.

Dla wszystkich czterech szeregów empirycznych dokonano estymacji VaR (dla poziomów tolerancji $\alpha = 5\%$ i $\alpha = 1\%$) oraz parametrów ξ i σ zgodnie z metodami użytymi w badaniach symulacyjnych. Wyniki zebrane są w tab. 2 (zorganizowanej analogicznie jak tab. 1, z tym wszakże wyjątkiem, że pary wierszy M i R/2 zastąpione są teraz wierszami odpowiadającymi poziomom tolerancji).

⁵ Lekkie zawyżanie VaR – w odróżnieniu od jego zaniżania – nie powinno budzić niepokoju.

⁶ Specyfika tego okresu uwarunkowana jest dostępnością danych zebranych w środowisku R, skąd szereg empiryczny został pozyskany.



Rys. 1. Wykresy szeregów empirycznych

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Oszacowania VaR, ξ , σ dla rozkładów empirycznych

		VaR				MNW		ZMNW		
		kw	M1	M2	M1u	M2u	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	$\hat{\sigma}$
PGNiG										
5%		1,13E+07	1,90E+07	2,17E+08	1,13E+07	1,23E+07	0,81248	1480450	0,224337	50862293
1%		1,93E+07	7,50E+07	4,10E+08	1,94E+07	2,42E+07				
PwD										
5%		10,2041	10,4766	30,4988	10,2539	10,2459	0,21054	2,50945	0,87480	2,09340
1%		27,8293	19,5096	132,0534	28,0709	28,0374				
WIG										
5%		0,02342	0,07949	X	0,02391	X	0,05008	0,02459	-0,0766	X
1%		0,04105	0,12738	X	0,04340	X				
USD										
5%		0,02378	0,08094	0,12729	0,02427	0,02426	0,05004	0,02504	0,34289	0,02434
1%		0,03904	0,12970	0,27330	0,04144	0,04140				

Źródło: opracowanie własne.

Obserwacja wyników uwidacznia znaczne rozbieżności wskazań wartości estymatorów uzyskanych różnymi metodami. Odnotujmy te najbardziej znamienne:

- MNW lokuje szereg PGNiG jako pochodzący z rozkładu o najgrubszym ogonie ($\hat{\xi} = 0,81248$), zaś według wskazań ZMNW najgrubszy ogon ma szereg PwD ($\hat{\xi} = 0,87480$). Zauważmy, że to drugie wskazanie jest o wiele bardziej zgodne ze wzrokową oceną obu szeregów.
- Dla szeregu WIG metody wskazują na całkowicie odmienny typ grubości ogona (różny znak $\hat{\xi}$), w konsekwencji więc ZNMW podważa hipotezę, że $\xi > 0$, i wskazuje, że VaR w tym przypadku należy wyznaczać innymi metodami (MNW tego problemu jednak nie wychwytuje)⁷.
- Estymatory VaR uzyskane metodą M2 bez progów są, przy ustalonym ξ , zawsze zdecydowanie największe, pod warunkiem że ξ jest wyestymowane jako dodatnie.

⁷ Podobne rozbieżności co do znaków pojawiły się w pracy [Gilli, Kellezi 2006] w badaniach dotyczących indeksów ES50 (Dow Jones Euro Stoxx 50) i SMI (Swiss Market Index), w których MNW na podstawie uogólnionego rozkładu Pareta dawała zawsze dodatnie wartości $\hat{\xi}$, zaś metoda wywodząca się z teorii wartości ekstremalnych – choć inna niż w niniejszym opracowaniu – oceniała $\hat{\xi}$ jako ujemne.

4. Wnioski

W podsumowaniu należy zwrócić uwagę na dwie kwestie, wynikające wprost z przeprowadzonych rozważań.

- W świetle badań symulacyjnych stwierdza się, że zaproponowana metoda szacowania VaR w klasie uogólnionych rozkładów Pareta daje równie dobre efekty co powszechnie stosowana bezpośrednia MNW.
- Badania przykładowych szeregów empirycznych uwidaczniają, że szacowanie grubości ogona za pomocą narzędzi teorii wartości ekstremalnych – które są o wiele ogólniejsze względem modelu przekroczeń bazującego na uogólnionym rozkładzie Pareta – może dawać odmienne co do nasilenia, a niekiedy nawet sprzeczne co do typu, oceny grubości ogona, a w konsekwencji dawać diametralnie odmienne oszacowania VaR.

Oprócz wniosków płynących bezpośrednio z przedstawionych analiz wyłania się fakt ogólny, że lepiej jest zweryfikować, w obszarze przyciągania którego rozkładu wartości ekstremalnej leży rozkład empiryczny, i aproksymować go uogólnionym rozkładem Pareta (o ile właśnie taki model jest przyjęty), pochodzącym z tego samego obszaru przyciągania, aniżeli wprost dobierać parametry uogólnionego rozkładu Pareta do danych, tym drugim bowiem sposobem można trafić w inny obszar przyciągania, który determinuje inną asymptotykę ogona rozkładu.

Literatura

- Balkema A.A., de Haan L., *Residual life time at great age*, "Annals of Probability" 1974, vol. 2, no 5.
- Dziubdziela W., Stachura M., Wodecka B., *Extreme value index of left and right tails for financial time series*, Acta Universitatis Lodzianensis, Folia Oeconomica, 2011, no 255.
- Embrechts P., Klüppelberg C., Mikosch T., *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, 4th corrected printing, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2003.
- Gençay R., Selçuk F., *Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets*, "International Journal of Forecasting" 2004, vol. 20.
- Gilli M., Këllezli E., *An application of extreme value theory for measuring financial risk*, "Computational Economics" 2006, vol. 27, no 1.
- de Haan L., Ferreira A., *Extreme Value Theory. An Introduction*, Springer, New York 2006.
- Jaworski P., Miśkał J., *Modelowanie matematyczne w finansach i ubezpieczeniach*, Poltext, Warszawa 2005.
- Kuziak K., *Koncepcja wartości zagrożonej VaR (Value at Risk)*, StatSoft, 2003.
- Tsay R.S., *Analysis of Financial Time Series*, Wiley, Hoboken 2005.
- R Development Core Team (2011). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

VALUE-AT-RISK ESTIMATION USING 'K-TH RECORD' ESTIMATOR

Summary: In many areas of risk management applications, Value-at-Risk (VaR) is one of the commonly used risk measures. Its interpretative advantages decide that the measure is popular, and, moreover, recommended by supervisory institutions. However, difficulties with its effective estimation are the major VaR's disadvantages. A certain modification of VaR estimation procedure using the peak over threshold model based on the generalised Pareto distribution is introduced in the paper and afterwards verified by simulation research and properly chosen empirical data analysis as well. Consequently, one may state that the introduced method enables better tail asymptotic detection, as a result of what one obtains more adequate VaR estimates.

Keywords: value at risk, generalised Pareto distribution, extreme value theory, k -th-record's estimator.