

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki,
Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński,
Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Barbara Będowska-Sójka: Zastosowanie zmienności zrealizowanej i modeli typu ARCH w wyznaczaniu wartości zagrożonej	11
Jacek Bialek: Zastosowanie statystycznych indeksów łańcuchowych do oceny przeciętnego zwrotu grupy OFE	23
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Zastosowanie modelu logitowego i modelu regresji Coxa w analizie zmian cen akcji spółek giełdowych w wyniku kryzysu finansowego	33
Katarzyna Byrka-Kita: Premia z tytułu kontroli na polskim rynku kapitałowym – wyniki badań	42
Krzysztof Echaust: Analiza przekroczeń wysokości depozytów zabezpieczających na podstawie kontraktów futures notowanych na GPW w Warszawie.	52
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Rentowność inwestycji na rynku regulowanym i w alternatywnym systemie obrotu w Polsce	61
Daniel Iskra: Wartość zagrożona instrumentu finansowego szacowana przedziałowo	74
Bogna Janik: Analiza stóp zwrotu z inwestycji w indeksy akcji spółek społecznie odpowiedzialnych	83
Paweł Kliber: Niestacjonarność aktywności transakcyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	93
Krzysztof Kowalke: Ocena przydatności rekomendacji giełdowych opartych na metodzie DCF na przykładzie spółek budowlanych	103
Mieczysław Kowerski: Modele selekcji próby stóp dywidend spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	113
Dominik Krężolek: Granica efektywności portfeli inwestycyjnych a indeks ogona rozkładu stopy zwrotu – analiza empiryczna na przykładzie GPW w Warszawie	124
Monika Kubik-Kwiatkowska: Znaczenie raportów finansowych dla wyceny spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA	133
Agnieszka Majewska: Wycena opcji menedżerskich – wybrane problemy ...	142
Sebastian Majewski: Pomiar nastroju inwestycyjnego jako metoda wspomagająca strategię inwestycyjne	152
Piotr Manikowski: Cykle ubezpieczeniowe w Europie Środkowej	162

Artur Mikulec: Metody oceny wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu	171
Joanna Olbryś: Tarcie w procesach transakcyjnych i jego konsekwencje	181
Andrzej Paliński: Spłata zadłużenia kredytowego w ujęciu teoriogrowym	190
Monika Papież, Stanisław Wanat: Modele autoregresji i wektorowej autoregresji w prognozowaniu podstawowych zmiennych charakteryzujących rynek ubezpieczeń działu II	199
Daniel Papla: Przykład zastosowania metod analizy wielowymiarowej w analizie zarażania rynków finansowych	209
Tomasz Pisula: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania upadłości przedsiębiorstw	219
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane reguły nastawione na cel a prognozowanie wskaźnika inflacji	235
Paweł Siarka: Wykorzystanie modeli scoringowych w bankowości komercyjnej	246
Rafał Siedlecki: Struktura kapitału w cyklu życia przedsiębiorstwa	262
Anna Sroczyńska-Baron: Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier	271
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowania kopuli niesymetrycznych w modelowaniu ekonomicznym	281
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowanie estymatora k -to-rekordowego do szacowania wartości narażonej na ryzyko	289
Piotr Staszewicz: Multi entry framework for financial and risk reporting	298
Anna Szymańska: Czynniki decydujące o wyborze ubezpieczyciela w przypadku ubezpieczeń komunikacyjnych AC	310
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Oceny ratingowe jako element konkurencyjności wybranych systemów gospodarczych – weryfikacja na przykładzie agencji Fitch	323
Rafał Tuzimek: Wpływ wypłat dywidendy na wartość akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	333
Jacek Welc: Rewersja do średniej dynamiki przychodów oraz rentowności spółek a zmiany relatywnej dynamiki zysków	347
Ryszard Węgrzyn: Zastosowanie delty „wolnej od modelu” w hedgingu opcyjnym	356
Stanisław Wieteska: Wyładowania atmosferyczne jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w polskim obszarze klimatycznym	367
Alicja Wolny-Dominiak: Modelowanie liczby szkód w ubezpieczeniach komunikacyjnych w przypadku występowania dużej liczby zer	381

Summaries

Barbara Będowska-Sójka: Modeling value-at-risk when realized volatility and ARCH-type models are used.....	22
Jacek Bialek: The application of chain indices to evaluate the average rate of return of a group of Open Pension Funds.....	32
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The application of the logit model and the Cox regression model in the analysis of financial crisis related price changes of listed companies' shares	41
Katarzyna Byrka-Kita: Control premium on Polish capital market – empirical evidence	51
Krzysztof Echaust: Analysis of margin exceedances on the basis of futures contracts quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	60
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Return on investment on a regulated market and multilateral trading facility in Poland	73
Daniel Iskra: Confidence interval for Value at Risk.....	82
Bogna Janik: Analysis of rates of return on investments in equity SRI indices	92
Paweł Kliber: Non-stationarity in transaction activity on the Warsaw Stock Exchange.....	102
Krzysztof Kowalke: Assessment of the usefulness of Stock Exchange recommendations based on the DCF method on the example of construction companies.....	112
Mieczysław Kowerski: The sample selection models of dividend yield of companies quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	123
Dominik Krężolek: The efficient frontier of investment portfolios and the tail index of distribution of returns – an empirical analysis on the WSE	132
Monika Kubik-Kwiatkowska: Value relevance of financial reporting on the Warsaw Stock Exchange.....	141
Agnieszka Majewska: The value of employee stock options – selected problems.....	151
Sebastian Majewski: Measuring of investment sentiment as a method of supporting investment strategies.....	161
Piotr Manikowski: Insurance cycles in Central Europe.....	170
Artur Mikulec: Investment performance evaluation methods in the absence of normality of the rates of return.....	180
Joanna Olbryś: Friction in trading processes and its implications	189
Andrzej Paliński: The game theoretic approach to bank credit repayment....	198
Monika Papież, Stanisław Wanat: The application of autoregressive models and vector autoregressive models in forecasting basic variables on the non-life insurance market	208

Daniel Papla: Example of using multidimensional methods in analyzing the contagion on the financial markets	218
Tomasz Pisula: Application of artificial neural networks for forecasting corporate bankruptcy	234
Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected targeting rules and forecasting inflation rate	245
Paweł Siarka: The use of scoring models in commercial banking.....	261
Rafał Siedlecki: The structure of capital in the company life cycle	270
Anna Sroczyńska-Baron: The choice of shares portfolio based on the theory of games.....	280
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymmetric copulas applications in economic modelling.....	288
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Value-at-Risk estimation using ‘ <i>k</i> -th record’ estimator	297
Piotr Staszewicz: Zapis poczwórny jako mechanizm pozwalający na integrację sprawozdawczości finansowej i ostrożnościowej	309
Anna Szymańska: Factors determining a choice of an insurer in case of motor hull insurance	322
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Assessments of rating as part of competitiveness of selected economies – verification on the example of Fitch agency	332
Rafał Tuzimek: Effect of dividend payments on the value of shares listed on the Warsaw Stock Exchange	346
Jacek Welc: Impact of mean-reversion of sales growth and profitability on the relative growth of corporate earnings	355
Ryszard Węgrzyn: Application of model free delta to option hedging	366
Stanisław Wieteska: Lightning as an element of risk in non-life insurance in the Polish area of climate.....	380
Alicja Wolny-Dominiak: Zero-inflated claim count modeling in automobile insurance. Case Study	390

Artur Mikulec

Uniwersytet Łódzki

METODY OCENY WYNIKÓW INWESTYCYJNYCH PRZY BRAKU NORMALNOŚCI ROZKŁADU STÓP ZWROTU

Streszczenie: W literaturze, oprócz klasycznych wskaźników rentowności inwestycji uwzględniających ryzyko, odnaleźć można wiele innych miar. Na szczególną uwagę zasługują metody oceny wyników inwestycyjnych stosowane przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu lub gdy w szeregu występują obserwacje odstające. Należą do nich m.in.: zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik alfa wyższego rzędu, wskaźnik Omega oraz indeks Stutzer'a. W artykule przedstawiono wymienione wyżej miary oraz zastosowano je do oceny wyników inwestycyjnych otwartych funduszy emerytalnych.

Słowa kluczowe: zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik alfa wyższego rzędu, wskaźnik Omega, indeks Stutzer'a.

1. Wstęp

Głównym celem artykułu jest przybliżenie mniej znanych w polskiej literaturze wskaźników oceny efektywności inwestycji stosowanych wówczas, gdy stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego. W pierwszej części artykułu przedstawiono zatem zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a, wskaźnik alfa wyższego rzędu, wskaźnik Omega oraz indeks Stutzer'a. W drugiej części dokonano porównania wyników inwestycyjnych otwartych funduszy emerytalnych uzyskanych za okres październik 1999 r.-czerwiec 2010 r. [Domański (red.) 2011] z najnowszymi wynikami oceny efektywności inwestycji OFE za okres październik 1999 r.-sierpień 2011 r.

2. Zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a

Zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a (*Modified Sharpe Ratio*) oparty na wartości VaR [Gregoriou, Gueyie 2003] przypomina w swojej konstrukcji klasyczny wskaźnik Sharpe'a, niemniej jednak w charakterze miary ryzyka wykorzystuje $MVaR_{i,\alpha}$, tj. zmodyfikowaną wartość narażoną na ryzyko VaR_i . Zmodyfikowany wskaźnik Sharpe'a dla i -tego aktywa dany jest wzorem:

$$MS_i = \frac{\bar{r}_i - \overline{RFR}}{MVaR_{i,\alpha}}, \quad (1)$$

gdzie \bar{r}_i to średnia stopa zwrotu i -tego aktywa, \overline{RFR} to średnia stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka, a $MVaR_{i,\alpha}$ to zmodyfikowana wartość narażona na ryzyko VaR_i wyznaczona na podstawie charakterystyk rozkładu stopy zwrotu.

W praktyce do wyznaczania wartości narażonej na ryzyko, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny, stosuje się wzór: $VaR_{i,\alpha} = -(\bar{r}_i + u_\alpha \hat{\sigma}_i) \cdot W_{i,0}$, gdzie: \bar{r}_i i $\hat{\sigma}_i$ to odpowiednio średnia stopa zwrotu i odchylenie standardowe stopy zwrotu i -tego aktywa, u_α to kwantyl rzędu α rozkładu normalnego standaryzowanego, a $W_{i,0}$ to obecna wartość i -tego aktywa. W przypadku, gdy stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego, Zangari zaproponował wyznaczenie zmodyfikowanej wartości narażonej na ryzyko $MVaR_{i,\alpha}$, wykorzystując wyższe momenty ich rozkładu, tj. miary asymetrii i kurtozy. Wykorzystał w tym celu aproksymację Cornisha-Fishera, która wówczas lepiej przybliżyła kształt „prawdziwego” rozkładu [Zangari 1996]:

$$MVaR_{i,\alpha} = -(\bar{r}_i + u_\alpha^{C-F} \hat{\sigma}_i) \cdot W_{i,0}, \quad (2)$$

gdzie:

$$u_\alpha^{C-F} = u_\alpha + \frac{(u_\alpha^2 - 1) \cdot As_i}{6} + \frac{(u_\alpha^3 - 3u_\alpha) \cdot e_i}{24} - \frac{(2u_\alpha^3 - 5u_\alpha) \cdot e_i^2}{36}, \quad (3)$$

przy czym, As_i to współczynnik asymetrii, a e_i to współczynnik ekscesu podane wzorami:

$$As_i = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_i^{(t)} - \bar{r}_i)^3}{S^3(r_i^{(t)})}, \quad (4)$$

$$e_i = K_i - 3 = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_i^{(t)} - \bar{r}_i)^4}{S^4(r_i^{(t)})} - 3. \quad (5)$$

Wartość $MVaR_{i,\alpha}$ oparta na aproksymacji Cornisha-Fishera będzie dawała większą stratę niż tradycyjna wartość $VaR_{i,\alpha}$, gdy rozkład stopy zwrotu będzie charakteryzował się asymetrią ujemną lub będzie platokurtyczny ($e_i < 0$), oraz konsekwentnie wartość $MVaR_i$ będzie dawała mniejszą stratę, gdy rozkład stopy zwrotu będzie

asymetryczny dodatnio lub leptokurtyczny ($e_i > 0$). Wartość $MVaR_{i,\alpha}$ odpowiada wartości $VaR_{i,\alpha}$, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny.

3. Wskaźnik alfa wyższego rzędu

Kolejnym wskaźnikiem efektywności inwestycji stosowanym w przypadku, gdy stopy zwrotu nie mają rozkładu normalnego, jest wskaźnik alfa wyższego rzędu ($\hat{\alpha}_i^{HS}$). Jego wartość uzyskuje się na podstawie modelu *CAPM* opartego na wyższych momentach rozkładu – asymetrii (skośności) i kurtozy (spłaszczenia). Okazuje się, że jest on wówczas lepszy niż tradycyjny model *CAPM*, gdyż daje dokładniejsze wyniki. Załóżmy zasadność modelu *CAPM* opartego na trzecim momencie oraz kwadratową funkcję nadwyżkowej stopy zwrotu i -tego aktywa ($r_{i,t} - RFR$) postaci [Hwang, Satchell 1998]:

$$(r_{i,t} - RFR_t) = \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i}(r_{M,t} - RFR_t) + \alpha_{2,i}(r_{M,t} - E(r_M))^2 + \varepsilon_{i,t}, \quad (6)$$

wówczas miara efektywności i -tego aktywa $\hat{\alpha}_i^{HS}$ przyjmuje postać:

$$\hat{\alpha}_i^{HS} = \bar{r}_i - \lambda_1 \bar{r}_M - \lambda_2 (\hat{\beta}_{i,M} - \hat{\gamma}_{i,M}), \quad (7)$$

dla której współczynniki λ_1 i λ_2 wyznacza się, odpowiednio:

$$\lambda_1 = \frac{\hat{\gamma}_M^2 \hat{\gamma}_{i,M} - (\hat{\theta}_M - 1) \hat{\beta}_{i,M}}{\hat{\gamma}_M^2 - (\hat{\theta}_M - 1)}, \quad (8)$$

$$\lambda_2 = \frac{\hat{\gamma}_M \hat{\sigma}_M}{\hat{\gamma}_M^2 - (\hat{\theta}_M - 1)}, \quad (9)$$

przy czym:

$$\bar{r}_i = E(r_{i,t} - RFR_t), \quad (10)$$

$$\bar{r}_M = E(r_{M,t} - RFR_t), \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}_M = E[(r_{M,t} - E(r_M))^2]^{1/2}, \quad (12)$$

oraz:

$$\hat{\gamma}_M = \frac{E[(r_{M,t} - E(r_M))^3]}{\sigma_M^3}, \quad (13)$$

$$\hat{\theta}_M = \frac{E[(r_{M,t} - E(r_M))^4]}{\sigma_M^4}, \quad (14)$$

$$\hat{\beta}_{i,M} = \frac{E[(r_{i,t} - E(r_i))(r_{M,t} - E(r_M))]}{E[(r_{M,t} - E(r_M))^2]}, \quad (15)$$

$$\hat{\gamma}_{i,M} = \frac{E[(r_{i,t} - E(r_i))(r_{M,t} - E(r_M))^2]}{E[(r_{M,t} - E(r_M))^3]}. \quad (16)$$

Parametry $\hat{\gamma}_M$ i $\hat{\theta}_M$ są współczynnikami skośności (asymetrii) i kurtozy (spłaszczenia) rozkładu stopy zwrotu aktywa rynkowego M , $\hat{\beta}_{i,M}$ to współczynnik beta (ryzyko systematyczne) i -tego aktywa oraz aktywa rynkowego M , a $\hat{\gamma}_{i,M}$ to współczynnik koasymetrii¹ i -tego aktywa oraz aktywa rynkowego M , który można zapisać w postaci:

$$\hat{\gamma}_{i,M} = \frac{\text{cov}[r_{i,t}, (r_{M,t} - \bar{r}_M)^2]}{E((r_{M,t} - \bar{r}_M)^3)}. \quad (17)$$

Jeżeli stopy zwrotu $r_{i,t}$ mają rozkład normalny, to $\lambda_1 = \hat{\beta}_{i,M}$ i $\lambda_2 = 0$, a wartość wskaźnika $\hat{\alpha}_i^{HS}$ Hwanga i Satchella jest równa wartości wskaźnika Jensena.

4. Wskaźnik Omega

Keating i Shadwick również zaobserwowali, że przyjmowane często założenie, iż dwa pierwsze momenty, tj. średnia i wariancja, w pełni charakteryzują rozkład stopy zwrotu, jest przyczyną niedokładności w ocenie wyników inwestycyjnych. Autorzy uznali za właściwe wprowadzenie do miary opisującej ryzyko-zwrot portfela inwestycyjnego (w miejsce średniego poziomu stopy zwrotu) referencyjnego punktu odniesienia – progu MAR – odpowiadającego podziałowi stóp zwrotu na stopy przynoszące zyski i powodujące straty z inwestycji [Keating, Shadwick 2002a; 2002b].

Autorzy zaproponowali wskaźnik Omega (*Omega ratio*) efektywności inwestycji, który w swojej ocenie wykorzystuje wszystkie wyższe momenty rozkładu stopy zwrotu. Wskaźnik Omega opiera się na podziale stóp zwrotu r_i na zyski i straty

¹ Współczynnik koasymetrii $\hat{\gamma}_{i,M}$ (*co-skewness*) stosowany w rozszerzonej teorii *CAPM* powstał w wyniku rozszerzenia koncepcji macierzy kowariancji na wyższe momenty. Znany jest także współczynnik kokurtozy (*co-kurtosis*), <http://www.business.uconn.edu>.

względem przyjętego progu MAR (*Minimum Acceptable Return*), będącego minimalną akceptowaną stopą zwrotu i -tego aktywa. Funkcja Omega i -tego aktywa dana jest wzorem:

$$\Omega(r_i = MAR) = \frac{\int_a^b (1 - \hat{F}(x)) dx}{\int_a^b (\hat{F}(x)) dx}, \quad (18)$$

przy czym (a, b) to określony przedział analizowanych stóp zwrotu, a $\hat{F}(x)$ to dystrybuanta empiryczna rozkładu stopy zwrotu.

Funkcja Omega jest ilorazem zysków i strat i -tego aktywa względem przyjętego punktu progowego $r_i = MAR$, ważonym odpowiednim prawdopodobieństwem². Obliczając wartość Omega dla wszystkich potencjalnych wartości progu MAR , otrzymuje się funkcję charakterystyczną dla analizowanego i -tego aktywa, przechodzącą przez punkt $(r_i = MAR, \Omega(r_i) = 1)$, gdzie r_i jest konkretną i ustaloną wartością progu MAR przyjętą na potrzeby analizy.

Na podstawie rozkładu stopy zwrotu istnieje możliwość bezpośredniego wyznaczenia wartości funkcji Omega $\Omega(r_i^* = MAR)$ właściwej dla danego i -tego aktywa, przy której zyski uzyskane z inwestycji pokrywają poniesione straty. Nieparametryczną metodę wyznaczania wskaźnika Omega na podstawie dystrybuanty empirycznej analizowanych stóp zwrotu dla i -tego aktywa przy progu $r_i = MAR$ można opisać następująco:

1. Mając szereg czasowy $r_{i,j}$ stóp zwrotu i -tego aktywa dla danego okresu, wyznaczamy minimalną i maksymalną stopę zwrotu w danym szeregu, przyjmując $a = r_{i,MIN}$ i $b = r_{i,MAX}$ oraz długość analizowanego szeregu k ($j = 1, \dots, k$).

2. Dzielimy analizowany przedział stóp zwrotu (a, b) na k równo rozmieszczonych punktów $n_{i,j}$ ($j = 1, \dots, k$), przyjmując, że pierwszy $n_{i,1} = a = r_{i,MIN}$, a ostatni $n_{i,k} = b = r_{i,MAX}$. Punkty pośrednie $n_{i,j}$ ($j = 2, \dots, k-1$) wyznacza się

według wzoru: $n_{i,j} = r_{i,MIN} + \frac{|r_{i,MIN}| + |r_{i,MAX}|}{k-1}$.

3. Dla każdego z punktów $n_{i,j}$ ($j = 1, \dots, k$) na przedziale (a, b) wyznaczamy częstości względne $c_{i,j}$ ($j = 1, \dots, k$) występowania poszczególnych wartości stóp zwrotu w danym szeregu $r_{i,j}$, dzieląc liczbę jej wystąpień przez długość szeregu k .

² Jedynym założeniem jest zbieżność całek we wzorze (18).

4. Na podstawie wartości $c_{i,j}$ ($j=1, \dots, k$) obliczamy skumulowane częstości względne występowania poszczególnych wartości stóp zwrotu na przedziale (a, b) – wartości dystrybuanty empirycznej $\hat{F}(c_{i,j})$.

5. Dla każdego $j=1, \dots, k$ wyznaczamy wartości $1 - \hat{F}(c_{i,j})$.

6. Dla każdego $j=1, \dots, k$ obliczamy skumulowane wartości dystrybuanty empirycznej $\hat{F}(c_{i,j})$, tj. $skum \hat{F}(c_{i,j})$, oraz skumulowane wartości $1 - \hat{F}(c_{i,j})$, tj. $skum(1 - \hat{F}(c_{i,j}))$.

7. Analizując uzyskany w kroku 2 ciąg wartości $n_{i,j}$ ($j=1, \dots, k$) oraz przyjęty próg $r_i = MAR$, poszukujemy kolejnych wartości $n_{i,j}$ (oznaczymy je przez $n_{i,j}^*$ i $n_{i,j}^{**}$), pomiędzy którymi znajduje się minimalna akceptowana stopa zwrotu MAR , a więc wartości spełniających warunek $n_{i,j}^* \leq MAR \leq n_{i,j}^{**}$.

8. Bazując na ciągach wartości $skum \hat{F}(c_{i,j})$ i $skum(1 - \hat{F}(c_{i,j}))$ dla każdego $j=1, \dots, k$ wyznaczamy wartości funkcji $\ln \Omega(r_{i,j}) =$

$$= \ln \left(\frac{skum(1 - \hat{F}(c_{i,k})) - skum(1 - \hat{F}(c_{i,j}))}{skum(\hat{F}(c_{i,j}))} \right).$$

9. W ostatnim kroku dla wartości $n_{i,j}^* \leq MAR$ odczytujemy odpowiadającą jej obliczoną wartość $\ln \Omega(r_{i,j}^*)$. Wartość wskaźnika Omega dla i -tego aktywa obliczamy według wzoru $\Omega(r_i^* = MAR) = e^{\ln \Omega(r_{i,j}^*)}$. Otrzymujemy wówczas wartość $\Omega(r_{i,j}^*)$ dla i -tego aktywa, przy której zyski osiągnięte z inwestycji zrównają się z poniesionymi stratami.

Wskaźnik Omega ma naturalną interpretację – jest to stosunek wartości oczekiwanych zysków do wartości oczekiwanych strat przy danym poziomie minimalnej akceptowanej stopy zwrotu MAR .

5. Indeks Stutzera

Spośród miar oceny efektywności inwestycji na szczególną uwagę zasługuje indeks Stutzera (*Stutzer index*), bazujący na teorii wielkich odchyłeń (*Large Deviation Theory*), stanowiący alternatywę dla powszechnie stosowanego wskaźnika Sharpe'a. Indeks Stutzera porządkuje aktywa zgodnie ze wskaźnikiem Sharpe'a, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny, oraz uwzględnia w ocenie „asymetrię rozkładu” (skośność i spłaszczenie) przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu.

Jeżeli przez $r_{i,t}^\circ$ oznaczymy nadwyżkowe stopy zwrotu i -tego aktywa o wartościach stóp zwrotu $r_{i,t}$ względem aktywa p o wartościach stóp zwrotu $r_{p,t}$ dla $t = 1, \dots, T$, a przez $\overline{r_i^\circ(T)}$ średnią nadwyżkową stopę zwrotu w analizowanym okresie T i $\overline{r_i^\circ(T)} > 0$, to indeks Stutzerza przyjmuje postać [Stutzer 1998; Benson i in. 2008]:

$$I_i = \max_{\theta} \left\langle -\ln E \left[\exp \left\{ \theta \cdot r_{i,t}^\circ \right\} \right] \right\rangle, \quad (19)$$

przy czym dla szeregów czasowych stóp zwrotu do wyznaczenia I_i stosuje się wzór:

$$I_i = \max_{\theta} \left\langle -\ln \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp \left\{ \theta \cdot r_{i,t}^\circ \right\} \right) \right\rangle. \quad (20)$$

Indeks I_i wyznacza się numerycznie, maksymalizując wartość podaną wzorem (20), np. za pomocą dodatku *Solver (MS Excel 2010)*, przy czym θ to parametr sterujący ustalany początkowo jako wartość ujemna ($\theta < 0$) średniej nadwyżkowej stopy zwrotu $\overline{r_i^\circ(T)}$ podzielonej przez ich wariancję. Porównywane aktywa należy uszeregować według malejących wartości I_i , gdyż indeks Stutzerza jest średnią nadwyżkową stopą zwrotu taką, że prawdopodobieństwo jej nieosiągnięcia (osiągnięcia) w analizowanym okresie T jest najmniejsze (największe)³.

W przypadku, gdy stopy zwrotu $r_{i,t}$ i -tego aktywa dla $t = 1, \dots, T$ mają rozkład normalny, indeks Stutzerza można wyznaczyć, bazując na wartości klasycznego wskaźnika Sharpe'a (S_i):

$$I_i = \frac{1}{2} (S_i)^2. \quad (21)$$

6. Wyniki inwestycyjne OFE w latach 1999-2010 i 1999-2011

Poniżej przedstawiono wyniki inwestycyjne OFE w dwóch porównywanych okresach, tj. październik 1999 r. – czerwiec 2010 r. oraz październik 1999 r. – sierpień

³ Jeżeli średnia nadwyżkowa stopa zwrotu porównywanych aktywów w analizowanym okresie T jest ujemna ($\overline{r_i^\circ(T)} < 0$), to interpretacja I_i jest odwrotna. Indeks Stutzerza jest stopą zwrotu, przy której prawdopodobieństwo osiągnięcia (nieosiągnięcia) w czasie T założonego poziomu nadwyżki stopy zwrotu z i -tego aktywa względem aktywa p będzie największe (najmniejsze), a porównywane aktywa należy uporządkować według rosnących wartości I_i .

2011 r. Na podstawie wartości wskaźnika Omega oraz indeksu Stutzera ukazano zmianę wyników inwestycyjnych OFE w ciągu ostatnich kilkunastu miesięcy.

Do analizy wykorzystano szeregi czasowe miesięcznych (logarytmicznych) stóp zwrotu poszczególnych OFE zawierające odpowiednio $n = 129$ i $n = 144$ obserwacje. Natomiast ze względu na dużą zmienność miesięcznych (logarytmicznych) stóp zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka za próg *MAR* dla wskaźnika Omega przyjęto medianę miesięcznych stóp zwrotu wynoszącą 0,5118% – założenie takie poczyniono w obydwu analizowanych okresach. Podana stopa zwrotu stanowiła również punkt odniesienia przy wyznaczaniu nadwyżkowej stopy zwrotu *i*-tego OFE dla indeksu Stutzera.

Tablica 1. Wartości wskaźników Omega i indeksów Stutzera dla porównywanych okresów

OFE	Wskaźnik Omega 2010 $\Omega(r_i^*)$	Pozycja w VI 2010	Wskaźnik Omega 2011 $\Omega(r_i^*)$	Pozycja w IX 2011	OFE	Indeks Stutzera 2010 I_i (%)	Pozycja w VI 2010	Indeks Stutzera 2011 I_i (%)	Pozycja w IX 2011
Generali	1,3730	2	1,3606	1	Polsat	0,8846	1	0,5534	1
Polsat	1,3305	5	1,3431	2	Generali	0,8010	2	0,5115	2
WARTA	1,2616	10	1,2856	3	ING	0,6353	3	0,4348	3
PZU	1,3530	4	1,2771	4	PZU	0,5750	4	0,3421	4
AXA	1,3227	6	1,2694	5	Nordea	0,5338	6	0,3346	5
Nordea	1,3210	7	1,2539	6	WARTA	0,5374	5	0,3257	6
Allianz	1,2469	11	1,2332	7	Aviva	0,5220	9	0,3229	7
AEGON	1,2892	8	1,2255	8	Allianz	0,5312	7	0,3223	8
Amplico	1,2310	14	1,2248	9	AXA	0,5298	8	0,3191	9
ING	1,2627	9	1,2205	10	Pekao	0,5063	10	0,2734	10
Pocztylion	1,2394	12	1,2162	11	Pocztylion	0,5032	11	0,2712	11
PKO BP Bankowy	1,2371	13	1,2090	12	Amplico	0,4439	12	0,2368	12
Aviva	1,3752	1	1,1928	13	AEGON	0,4038	13	0,2089	13
Pekao	1,3585	3	1,1782	14	PKO BP Bankowy	0,2444	14	0,1372	14

Źródło: opracowanie własne.

Wartości wskaźnika Omega pokazują, że choć w porównywanych okresach wszystkie fundusze osiągnęły dodatni stosunek wartości oczekiwanych zysków do wartości oczekiwanych strat przy zadanym poziomie minimalnej (miesięcznej) akceptowanej stopy zwrotu *MAR*, to w okresie od lipca 2010 r. do września 2011 r. aż 12 z 15 funduszy odnotowało spadek wartości wskaźnika Omega. Najmniejszy spadek omawianego wskaźnika w ciągu ostatnich 15 miesięcy objętych analizą wystąpił w przypadku Generali OFE (do 1,3606), a największy spadek w przypadku Aviva

OFE (do 1,1928), tym samym Generali OFE uplasował się na 1 pozycji w rankingu, a Aviva OFE spadł z 1 na 13 miejsce w zestawieniu. Jedynie w przypadku OFE Polsat i WARTA OFE odnotowano wzrost wartości wskaźnika Omega odpowiednio do 1,3431 oraz do 1,2856 – fundusze te zajęły odpowiednio 2 i 3 miejsce w rankingu (zob. tab. 1).

Biorąc pod uwagę wartości indeksu Stutzera, należy zauważyć, że w ciągu ostatnich 15 miesięcy objętych analizą wszystkie OFE odnotowały znaczny spadek wartości I_i , który nie miał co prawda wpływu na kolejność funduszy „w czołówce i w końcówce” porównywanych rankingów, lecz także wskazuje na pogorszenie się „w ostatnim czasie” wyników inwestycyjnych wszystkich funduszy emerytalnych. Niższe wartości indeksu Stutzera przy tym samym punkcie odniesienia informują bowiem, że zmniejszeniu uległa średnia nadwyżkowa (miesięczna) stopa zwrotu dla i -tego funduszu, której prawdopodobieństwo nieosiągnięcia w całym badanym okresie, czyli osiągnięcia niedodatniej nadwyżkowej stopy zwrotu, jest najmniejsze. Można zatem stwierdzić, że od lipca 2010 r. do września 2011 r. fundusze co prawda osiągnęły „swoje” średnie nadwyżkowe stopy zwrotu względem mediany miesięcznych stóp zwrotu (0,5118%), lecz kształtowały się one na niższym poziomie.

7. Zakończenie

W pracy przedstawiono wybrane metody oceny wyników inwestycyjnych stosowane przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu. Zagadnienie to wydaje się ważne zarówno z naukowego, jak i z praktycznego punktu widzenia. Jest ono tym bardziej istotne, że większość inwestorów w praktycznych analizach przyjmuje milczące założenie o normalności rozkładu stóp zwrotu, co rzadko jest prawdą. Zasadniczo trudno jest wskazać słabe strony czy też wady opisanych metod, gdyż założenia ich stosowalności są „minimalne”, np. zasadniczość modelu *CAPM* opartego na trzecim momencie i kwadratowa funkcja nadwyżkowej stopy zwrotu w przypadku wskaźnika $\hat{\alpha}_i^{HS}$, zbieżność całek w przypadku funkcji Omega – z pewnością są bardziej skomplikowane obliczeniowo. Wynika to z faktu, że tak naprawdę w ogóle nie wymagają znajomości postaci rozkładu stóp zwrotu (gdy nie jest on rozkładem normalnym), a w obliczeniach wykorzystują szeregi czasowe stóp zwrotu i wyższe momenty rozkładu, bazując na wzorach aproksymacyjnych, podejściu nieparametrycznym czy metodach numerycznych. Na podkreślenie zasługuje fakt, iż omówione metody umożliwiają właściwą ocenę wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu, jak również dają poprawne (oraz korespondujące lub zbieżne z innymi powszechnie znanymi wskaźnikami) wyniki, gdy stopy zwrotu mają rozkład normalny – świadczy to o ich uniwersalności i wysokiej użyteczności. Uzyskane na ich podstawie wyniki mają użyteczną interpretację ekonomiczną, niemniej jednak, nie umniejszając zalet tych metod, należy stwierdzić, że kompleksowa ocena wyników inwestycyjnych powinna być dokonana z wykorzystaniem podejścia wie-

lowymiarowego, gdyż każda z omówionych miar w inny sposób ujmuje aspekt oceny efektywności inwestycji.

Porównanie wyników inwestycyjnych otwartych funduszy emerytalnych dokonane w artykule na bazie danych historycznych z lat 1999-2010 i 1999-2011 na podstawie wskaźnika Omega i indeksu Stutzerza ma charakter względny i może stanowić podstawę wyboru czy zmiany funduszu emerytalnego.

Literatura

- Benson K., Gray P., Kalotay E., Qiu J., *Portfolio construction and performance measurement when returns are non-normal*, „Australian Journal of Management” 2008, 32, 3.
- Domański Cz. (red.), *Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka. Otwarte fundusze emerytalne*, Wydawnictwo PWE, Warszawa 2011.
- Gregoriou G.N., Gueyie J.-P., *Risk-adjusted performance of hedge funds using a modified Sharpe ratio*, „Journal of Wealth Management” 2003, 6.
- Hwang S., Satchell S., *Evaluation of mutual fund performance in emerging markets*, „Emerging Markets Quarterly” 1998, 2, 3.
- Keating C., Shadwick W.F., *An introduction to Omega*, The Finance Development Centre 2002a, <http://finance.yendor.com/etfviz/2007/0928/Omega-intro.pdf>.
- Keating C., Shadwick W.F., *A universal performance measure*, „Journal of Performance Measurement” 2002b, 6, 3.
- Stutzer M., *A portfolio performance index*, „Financial Analysts Journal” 1998, 56, 3.
- Zangari P., *A VaR methodology for portfolios that include options*, RiskMetrics Monitor, First Quarter 1996, 4-12.

INVESTMENT PERFORMANCE EVALUATION METHODS IN THE ABSENCE OF NORMALITY OF THE RATES OF RETURN

Summary: In the literature, in addition to the classic return on investment indicators that take into account the risk, also a lot of other measures can be found. Particularly noteworthy are the investment performance evaluation methods used in the absence of normality of the rates of return or when a lot of outliers occur. For example the following methods can be presented here: a modified Sharpe ratio, alfa ratio based on higher moments, Omega ratio and Stutzer index. The paper presents mentioned above measures. Also it will be shown how these measures can be applied and used for the assessment of the investment performance for Open Pension Funds.

Keywords: modified Sharpe ratio, alfa ratio based on higher moments, Omega ratio, Stutzer index.