

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki,
Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński,
Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Barbara Będowska-Sójka: Zastosowanie zmienności zrealizowanej i modeli typu ARCH w wyznaczaniu wartości zagrożonej	11
Jacek Bialek: Zastosowanie statystycznych indeksów łańcuchowych do oceny przeciętnego zwrotu grupy OFE	23
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Zastosowanie modelu logitowego i modelu regresji Coxa w analizie zmian cen akcji spółek giełdowych w wyniku kryzysu finansowego	33
Katarzyna Byrka-Kita: Premia z tytułu kontroli na polskim rynku kapitałowym – wyniki badań	42
Krzysztof Echaust: Analiza przekroczeń wysokości depozytów zabezpieczających na podstawie kontraktów futures notowanych na GPW w Warszawie.	52
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Rentowność inwestycji na rynku regulowanym i w alternatywnym systemie obrotu w Polsce	61
Daniel Iskra: Wartość zagrożona instrumentu finansowego szacowana przedziałowo	74
Bogna Janik: Analiza stóp zwrotu z inwestycji w indeksy akcji spółek społecznie odpowiedzialnych	83
Paweł Kliber: Niestacjonarność aktywności transakcyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	93
Krzysztof Kowalke: Ocena przydatności rekomendacji giełdowych opartych na metodzie DCF na przykładzie spółek budowlanych	103
Mieczysław Kowerski: Modele selekcji próby stóp dywidend spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	113
Dominik Krężolek: Granica efektywności portfeli inwestycyjnych a indeks ogona rozkładu stopy zwrotu – analiza empiryczna na przykładzie GPW w Warszawie	124
Monika Kubik-Kwiatkowska: Znaczenie raportów finansowych dla wyceny spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA	133
Agnieszka Majewska: Wycena opcji menedżerskich – wybrane problemy ...	142
Sebastian Majewski: Pomiar nastroju inwestycyjnego jako metoda wspomagająca strategię inwestycyjne	152
Piotr Manikowski: Cykle ubezpieczeniowe w Europie Środkowej	162

Artur Mikulec: Metody oceny wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu	171
Joanna Olbryś: Tarcie w procesach transakcyjnych i jego konsekwencje	181
Andrzej Paliński: Spłata zadłużenia kredytowego w ujęciu teoriogrowym ...	190
Monika Papież, Stanisław Wanat: Modele autoregresji i wektorowej autoregresji w prognozowaniu podstawowych zmiennych charakteryzujących rynek ubezpieczeń działu II	199
Daniel Papla: Przykład zastosowania metod analizy wielowymiarowej w analizie zarażania rynków finansowych	209
Tomasz Pisula: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania upadłości przedsiębiorstw	219
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane reguły nastawione na cel a prognozowanie wskaźnika inflacji	235
Paweł Siarka: Wykorzystanie modeli scoringowych w bankowości komercyjnej.....	246
Rafał Siedlecki: Struktura kapitału w cyklu życia przedsiębiorstwa	262
Anna Sroczyńska-Baron: Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier.....	271
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowania kopuli niesymetrycznych w modelowaniu ekonomicznym	281
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowanie estymatora k -to-rekordowego do szacowania wartości narażonej na ryzyko	289
Piotr Staszewicz: Multi entry framework for financial and risk reporting...	298
Anna Szymańska: Czynniki decydujące o wyborze ubezpieczyciela w przypadku ubezpieczeń komunikacyjnych AC.....	310
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Oceny ratingowe jako element konkurencyjności wybranych systemów gospodarczych – weryfikacja na przykładzie agencji Fitch.....	323
Rafał Tuzimek: Wpływ wypłat dywidendy na wartość akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	333
Jacek Welc: Rewersja do średniej dynamiki przychodów oraz rentowności spółek a zmiany relatywnej dynamiki zysków	347
Ryszard Węgrzyn: Zastosowanie delty „wolnej od modelu” w hedgingu opcyjnym	356
Stanisław Wieteska: Wyładowania atmosferyczne jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w polskim obszarze klimatycznym.....	367
Alicja Wolny-Dominiak: Modelowanie liczby szkód w ubezpieczeniach komunikacyjnych w przypadku występowania dużej liczby zer.....	381

Summaries

Barbara Będowska-Sójka: Modeling value-at-risk when realized volatility and ARCH-type models are used.....	22
Jacek Bialek: The application of chain indices to evaluate the average rate of return of a group of Open Pension Funds.....	32
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The application of the logit model and the Cox regression model in the analysis of financial crisis related price changes of listed companies' shares	41
Katarzyna Byrka-Kita: Control premium on Polish capital market – empirical evidence	51
Krzysztof Echaust: Analysis of margin exceedances on the basis of futures contracts quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	60
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Return on investment on a regulated market and multilateral trading facility in Poland	73
Daniel Iskra: Confidence interval for Value at Risk.....	82
Bogna Janik: Analysis of rates of return on investments in equity SRI indices	92
Paweł Kliber: Non-stationarity in transaction activity on the Warsaw Stock Exchange.....	102
Krzysztof Kowalke: Assessment of the usefulness of Stock Exchange recommendations based on the DCF method on the example of construction companies.....	112
Mieczysław Kowerski: The sample selection models of dividend yield of companies quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	123
Dominik Krężolek: The efficient frontier of investment portfolios and the tail index of distribution of returns – an empirical analysis on the WSE	132
Monika Kubik-Kwiatkowska: Value relevance of financial reporting on the Warsaw Stock Exchange.....	141
Agnieszka Majewska: The value of employee stock options – selected problems.....	151
Sebastian Majewski: Measuring of investment sentiment as a method of supporting investment strategies.....	161
Piotr Manikowski: Insurance cycles in Central Europe.....	170
Artur Mikulec: Investment performance evaluation methods in the absence of normality of the rates of return.....	180
Joanna Olbryś: Friction in trading processes and its implications	189
Andrzej Paliński: The game theoretic approach to bank credit repayment....	198
Monika Papież, Stanisław Wanat: The application of autoregressive models and vector autoregressive models in forecasting basic variables on the non-life insurance market	208

Daniel Papla: Example of using multidimensional methods in analyzing the contagion on the financial markets	218
Tomasz Pisula: Application of artificial neural networks for forecasting corporate bankruptcy	234
Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected targeting rules and forecasting inflation rate	245
Paweł Siarka: The use of scoring models in commercial banking.....	261
Rafał Siedlecki: The structure of capital in the company life cycle	270
Anna Sroczyńska-Baron: The choice of shares portfolio based on the theory of games.....	280
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymmetric copulas applications in economic modelling.....	288
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Value-at-Risk estimation using ‘ k -th record’ estimator	297
Piotr Staszewicz: Zapis poczwórny jako mechanizm pozwalający na integrację sprawozdawczości finansowej i ostrożnościowej	309
Anna Szymańska: Factors determining a choice of an insurer in case of motor hull insurance	322
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Assessments of rating as part of competitiveness of selected economies – verification on the example of Fitch agency	332
Rafał Tuzimek: Effect of dividend payments on the value of shares listed on the Warsaw Stock Exchange	346
Jacek Welc: Impact of mean-reversion of sales growth and profitability on the relative growth of corporate earnings	355
Ryszard Węgrzyn: Application of model free delta to option hedging	366
Stanisław Wieteska: Lightning as an element of risk in non-life insurance in the Polish area of climate.....	380
Alicja Wolny-Dominiak: Zero-inflated claim count modeling in automobile insurance. Case Study	390

Dominik Krężolek

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

GRANICA EFEKTYWNOŚCI PORTFELI INWESTYCYJNYCH A INDEKS OGONA ROZKŁADU STOPY ZWROTU – ANALIZA EMPIRYCZNA NA PRZYKŁADZIE GPW W WARSZAWIE¹

Streszczenie: Przedmiotem artykułu jest próba odpowiedzi na pytanie, czy istnieje związek pomiędzy wartością indeksu ogona rozkładu stabilnego a granicą efektywności inwestycji. Wykorzystane zostaną walory notowane na GPW w Warszawie w latach 2000-2009. Optymalizacja portfeli przeprowadzona zostanie na podstawie strategii minimalizacji ryzyka przy jednoczesnej maksymalizacji dochodu. Badanie wykaże, jaka jest optymalna alokacja aktywów w portfelach tworzących granicę efektywności inwestycji.

Słowa kluczowe: rozkłady stabilne, granica efektywności, ryzyko, portfele optymalne.

1. Wstęp

Proces inwestowania jest zjawiskiem obecnym w bardzo wielu dziedzinach życia, a jego głównym założeniem jest pomnażanie w czasie początkowej wartości zainwestowanego kapitału. Szeroko rozumiany rynek finansowy jest obszarem bardzo złożonym w aspekcie zarówno badawczym, jak i inwestycyjnym. Możliwości pomnażania kapitału jest bardzo wiele: inwestycje w papiery wartościowe, nieruchomości, dzieła sztuki, fundusze inwestycyjne itp., natomiast każda z nich narażona jest na ryzyko oraz niepewność. Strategie inwestycyjne wybierane przez inwestora dobierane są subiektywnie, zgodnie z indywidualnymi preferencjami. Niemniej jednak ich efektywność należy skorelować z rzeczywistością rynku. Rozważając środowisko rynków finansowych, należy zwrócić uwagę na specyficzne statystyczne własności, jakimi cechują się analizowane szeregi czasowe.

Stopy zwrotu, będące przedmiotem badania, charakteryzują się wysokim poziomem zmienności, tworzeniem skupisk danych, heteroskedastycznością wariancji, leptokurtozą czy też występowaniem grubych ogonów empirycznych rozkładów.

¹ Praca napisana w ramach grantu promotorskiego o numerze KBN: N N111 299838.

Założenie normalności rozkładu stopy zwrotu nie jest obecnie odpowiednim podejściem przy budowaniu portfeli inwestycyjnych. Nieuwzględnianie wspomnianych własności może negatywnie wpływać na alokację kapitału, a tym samym na efektywność inwestycji.

Biorąc pod uwagę powyższe charakterystyki, zaproponowano klasę rozkładów prawdopodobieństwa, które dokładniej dopasowują się do rozkładów empirycznych – rozkłady stabilne. Teoretyczne badania nad ich własnościami zapoczątkowali B. Mandelbrot [1963] oraz E. Fama [1965] w latach 60. XX wieku, jednakże ze względu na stopień złożoności oraz brak odpowiedniego aparatu obliczeniowego nie były szeroko wykorzystywane w praktyce. Rozkłady należące do tej klasy cechują się pewnym parametrem kształtu, umożliwiającym modelowanie asymetrii oraz grubości ogona rozkładu, co czyni je użytecznymi w wielu dziedzinach nauki (od inżynierii, przez fizykę, aż po zastosowanie na rynkach finansowych).

Własności rozkładów stabilnych mają szczególne znaczenie w analizie portfelowej. Jak wspomniano powyżej, zasadność stosowania rozkładu normalnego do analizy finansowych szeregów czasowych, jakimi są stopy zwrotów z inwestycji, nie jest odpowiednia, a w związku z tym zmodyfikować należy także sposób budowy portfela inwestycyjnego. W artykule przedstawiono optymalną alokację aktywów w przypadku klasycznym, opartym na rozkładzie normalnym, oraz nieklasycznym, wykorzystującym rozkład stabilny. Badanie przeprowadzono na podstawie wybranych walorów notowanych na GPW w Warszawie.

2. Metodologia

Teoria budowy portfela inwestycyjnego zapoczątkowana w latach 50. XX wieku przez H. Markowitza oraz sposób wyboru optymalnej strategii inwestycyjnej oparte są na dwóch podstawowych ilościowych charakterystykach instrumentów finansowych: oczekiwanym dochodzie oraz ryzyku. Zatem problem decyzyjny, przed jakim stoi indywidualny inwestor, determinowany jest rodzajem aktywów oraz strategią inwestycyjną, jaką jest gotów zrealizować [Tarczyński 1997, s. 67]. Z matematycznego punktu widzenia wybór efektywnego portfela w teorii Markowitza może zostać przedstawiony jako zagadnienie programowania kwadratowego, którego funkcją celu jest maksymalizacja oczekiwanego dochodu przy zadanym poziomie ryzyka lub minimalizacja ryzyka przy zadanym poziomie oczekiwanego dochodu. Poziom zarówno oczekiwanego dochodu, jak i akceptowalnego ryzyka są subiektywnie dobrane przez indywidualnego inwestora. Niemniej jednak teoria ta zakłada rozkład normalny stopy zwrotu oraz wariancję jako miarę ryzyka. Podejście to można uogólnić na przypadek rozkładów stabilnych, którego szczególnym rodzajem jest rozkład normalny.

Rodzina rozkładów stabilnych stosowana jest w modelowaniu stóp zwrotu aktywów finansowych z wielu powodów, do których zalicza się:

- uwzględnianie przez te rozkłady leptokurtozy oraz skośności rozkładu,

– rozkłady stabilne są wygodne w modelowaniu ze względu na liczbę charakteryzujących je parametrów [Belkacem 1997, s. 3].

Niech X oznacza jednowymiarową zmienną losową mającą rozkład stabilny: $X \sim S_\alpha(\beta_X, \sigma_X, \mu_X)$. Rozkład tej zmiennej najwygodniej przedstawić za pomocą funkcji charakterystycznej [Samorodnitsky, Taqqu 1994, s. 5]:

$$\varphi_R(\theta) = E \exp i\theta X = \begin{cases} \exp \left\{ i\mu\theta - \sigma^\alpha |\theta|^\alpha \left(1 - i\beta \operatorname{sign}(\theta) \tan \frac{\pi\alpha}{2} \right) \right\} & \text{dla } \alpha \neq 1 \\ \exp \left\{ i\mu\theta - \sigma |\theta| \left(1 + i\beta \frac{2}{\pi} (\operatorname{sign}(\theta)) \ln |\theta| \right) \right\} & \text{dla } \alpha = 1 \end{cases},$$

gdzie: $0 < \alpha \leq 2$ jest indeksem stabilności, $-1 \leq \beta \leq 1$ jest parametrem skośności, $\sigma > 0$ jest parametrem skali, natomiast $\mu \in \mathbb{R}$ – jest parametrem położenia, oraz

$$\operatorname{sign}(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{dla } \theta > 0 \\ 0 & \text{dla } \theta = 0. \\ -1 & \text{dla } \theta < 0 \end{cases}$$

Dodatkowo należy podkreślić, iż rozkłady stabilne mają tzw. obszar przyciągania (*domain of attraction*), co oznacza, że wszystkie rozkłady stabilne wchodzące w zakres tego obszaru cechują się podobnymi własnościami.

3. Problem optymalnej alokacji aktywów

Budowa portfela inwestycyjnego związana jest z problemem właściwej alokacji aktywów. Odpowiednie proporcje udziałów spółek w portfelu umożliwiają z jednej strony zminimalizowanie ryzyka inwestycyjnego, natomiast z drugiej strony – uzyskanie maksymalnego poziomu oczekiwanego dochodu. Rozkłady stabilne cechuje własność stabilności ze względu na probabilistyczny schemat sumowania. Oznacza to, że liniowa kombinacja niezależnych stabilnych zmiennych losowych mających indeks stabilności α jest w dalszym ciągu stabilną zmienną losową z tym samym indeksem stabilności. Tylko rozkłady stabilne mają tę własność. Jest to ważna cecha z punktu widzenia analizy portfelowej.

Jeśli R_1, R_2, \dots, R_N są niezależnymi stabilnymi zmiennymi losowymi z indeksem stabilności α , tzn. $R_i \sim S_\alpha(\beta_i, \sigma_i, \mu_i)$, $i = 1, \dots, N$, wtedy [Mittnik, Rachev, Schwartz 2002, s. 55]:

$$R_P = \sum_{i=1}^N w_i R_i \sim S_\alpha(\beta_P, \sigma_P, \mu_P),$$

gdzie:

$$\sigma_p = \begin{cases} \left((|w_1|\sigma_1)^\alpha + \dots + (|w_N|\sigma_N)^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}} & \text{jeśli } \alpha \neq 1, \\ |w_1|\sigma_1 + |w_2|\sigma_2 + \dots + |w_N|\sigma_N & \text{jeśli } \alpha = 1 \end{cases},$$

$$\beta_p = \begin{cases} \frac{\text{sign}(w_1)\beta_1(|w_1|\sigma_1)^\alpha + \dots + \text{sign}(w_N)\beta_N(|w_N|\sigma_N)^\alpha}{(|w_1|\sigma_1)^\alpha + \dots + (|w_N|\sigma_N)^\alpha} & \text{jeśli } \alpha \neq 1 \\ \frac{\text{sign}(w_1)\beta_1|w_1|\sigma_1 + \dots + \text{sign}(w_N)\beta_N|w_N|\sigma_N}{|w_1|\sigma_1 + \dots + |w_N|\sigma_N} & \text{jeśli } \alpha = 1 \end{cases},$$

$$\mu_p = \begin{cases} w_1\mu_1 + \dots + w_N\mu_N & \text{jeśli } \alpha \neq 1 \\ -\frac{2}{\pi}(w_1 \ln|w_1|\sigma_1\beta_1 + \dots + w_N \ln|w_N|\sigma_N\beta_N) & \text{jeśli } \alpha = 1 \end{cases}.$$

W sytuacji gdy parametr stabilności $\alpha < 2$, wariancja zmiennej losowej o rozkładzie stabilnym jest nieskończona, nie może zatem reprezentować miary ryzyka i zależności w kategoriach wariancji lub korelacji [Rachev, Mittnik, Stabile 2000, s. 25]. Stąd ryzyko można wyrazić w kategoriach parametru skali, podobnie jak odchylenie standardowe w przypadku teorii Markowitza. Przypadek jednowymiarowy przedstawiony powyżej można uogólnić na N -wymiarową zmienną losową [Samorodnitsky, Taqqu 1994, s. 57-110].

Niech zmienna losowa R będzie wektorem o wymiarze N . Zmienna losowa R jest stabilna, jeśli jej funkcja charakterystyczna wyrażona jest wzorem:

$$\Phi_R(\Theta) = \begin{cases} \exp \left\{ i\Theta^T \mu - \int_{S_N} |\Theta^T s|^\alpha \left(1 - i \text{sign}(\Theta^T s) \tan \frac{\pi\alpha}{2} \right) \Gamma(ds) \right\} & \text{dla } \alpha \neq 1 \\ \exp \left\{ i\Theta^T \mu - \int_{S_N} |\Theta^T s| \left(1 + i \frac{2}{\pi} \text{sign}(\Theta^T s) \ln(\Theta^T s) \right) \Gamma(ds) \right\} & \text{dla } \alpha = 1 \end{cases},$$

gdzie: miara widmowa Γ jest ograniczoną nieujemną miarą w przestrzenie jednostkowej S_N , jednostkowy wektor $s \in S_N$ jest wektorem funkcji całkowalnych, natomiast μ jest wektorem położenia. W przypadku gdy parametr stabilności jest większy od jedności, wektor położenia μ jest wektorem wartości oczekiwanych komponentów wektora R , tj. $\mu = E[R]$. Parametr skali portfela N -składnikowego, będącego kombinacją liniową postaci $R_p = \sum_{i=1}^N w_i R_i$, można zapisać następująco:

$$\sigma^\alpha [R_p] = \int_{S_N} |w^T s| \Gamma(ds).$$

Miara $\sigma^\alpha [R_p]$ reprezentuje ryzyko portfela. Struktura zależności pomiędzy dwoma indywidualnymi składnikami portfela wyrażona jest za pomocą kowariancji [Samorodnitsky, Taqqu 1994, s. 87-88] (zależność pomiędzy dwiema symetrycznymi stabilnymi zmiennymi losowymi), określonej jako:

$$[R_i, R_j]_\alpha = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \sigma^\alpha (w_i R_i + w_j R_j)}{\partial w_i} \Big|_{w_i=0, w_j=1} = \int_{S_N} s_i s_j^{(\alpha-1)} \Gamma(ds),$$

gdzie $a^{(p)} = |a|^p \text{sign}(a) = \begin{cases} a^p & \text{dla } a \geq 0 \\ -|a|^p & \text{dla } a < 0 \end{cases}$

4. Analiza empiryczna

Analizę portfelową przeprowadzono na podstawie notowań wybranych spółek warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych od stycznia 2000 r. do grudnia 2009 r. Wykorzystano akcje spółek, które były notowane równoległe do notowań indeksu WIG20. Zbudowano 5 portfeli dwuskładnikowych, a głównym kryterium wyboru spółek wchodzących w ich skład była minimalizacja współczynnika korelacji pomiędzy poszczególnymi walorami. Ostatecznie do budowy portfeli wykorzystano notowania spółek JUPITER, ŚWIECIE, RAFAKO, BUDIMEX, MOSTALZAB oraz INGBSK, natomiast ostateczne składowe każdego z nich przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1. Składowe portfeli inwestycyjnych

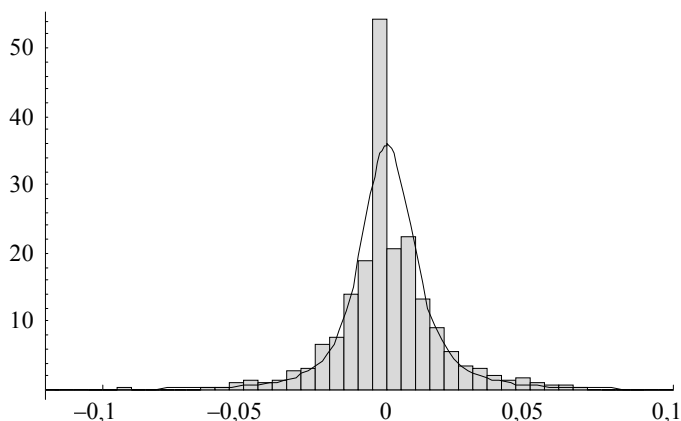
Portfel	Składniki portfela
Portfel 1	JUPITER
	ŚWIECIE
Portfel 2	RAFAKO
	ŚWIECIE
Portfel 3	BUDIMEX
	JUPITER
Portfel 4	MOSTALZAB
	ŚWIECIE
Portfel 5	INGBSK
	ŚWIECIE

Źródło: obliczenia własne.

Analiza indywidualnych składników portfeli wykazała, że wartość indeksu stabilności zawiera się w przedziale od 1,33 do 1,61. Świadczy to o rozbieżności z rozkładem normalnym, czego dowodzą wyniki testów Kołmogorowa-Smirnowa

oraz Jarque-Bera. Dodatkowo, ponieważ $\alpha < 2$, wariancja rozkładu stabilnego stopy zwrotu jest nieskończona, natomiast parametr położenia reprezentuje wartość oczekiwaną (dla $1 < \alpha < 2$).

Na rysunku 1 przedstawiono histogram stopy zwrotu akcji spółki INGBSK oraz dopasowany rozkład stabilny. Jak widać, rozkład stopy zwrotu spółki INGBSK jest leptokurtyczny. Znacznie więcej obserwacji skoncentrowanych jest wokół parametru położenia, reprezentowanego wartością oczekiwaną, niż w przypadku rozkładu gaussowskiego. Ponadto indeks stabilności świadczy o występowaniu grubych ogonów.



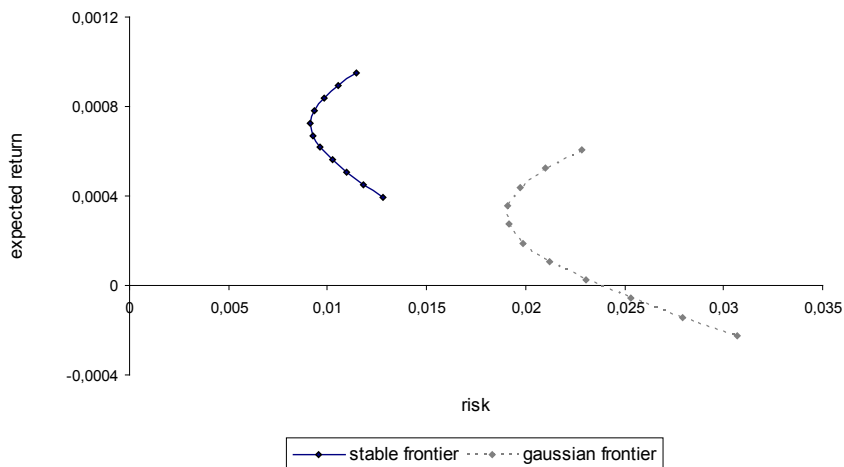
Rys. 1. Dopasowanie rozkładu stabilnego – INGBSK

Źródło: obliczenia własne.

Poniżej przedstawiono graficzne porównanie granicy efektywności inwestycji otrzymanej przy zastosowaniu klasycznej teorii Markowitza, tj. dla $\alpha = 2$ (rozkład normalny), z teorią wykorzystującą założenie stabilności rozkładu stopy zwrotu, tj. dla $\alpha < 2$. Na rysunku 2 przedstawiono granice efektywne dla Portfela 1, którego składowymi są walory JUPITER oraz ŚWIECIE.

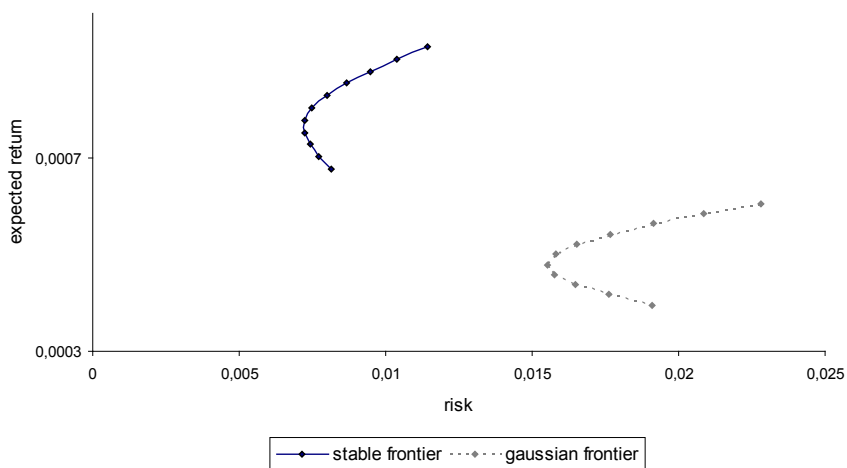
Rysunek 2 ukazuje granice efektywne w przypadku zastosowania klasycznej teorii Markowitza oraz przy wykorzystaniu rozkładów stabilnych. Granica wyznaczona według teorii Markowitza okazuje się nieefektywna. Stosując rozkład stabilny, uzyskano znacznie niższe ryzyko dla dowolnej alokacji składników w portfelu. Podobne wnioski można wyciągnąć, analizując oczekiwany dochód. Na przykład ryzyko związane z uzyskaniem oczekiwanego dochodu na poziomie 0,05% wynosi dla rozkładu stabilnego niespełna 1,1%, podczas gdy dla rozkładu normalnego oscyluje w granicach 2,06%. Tym samym również efektywne udziały spółek w portfelu będą istotnie różne.

W przypadku granicy stabilnej uzyskanie 0,05% oczekiwanej stopy zwrotu związane jest z budową portfela składającego się w blisko 80% z akcji spółki JUPITER



Rys. 2. Granice efektywne – Portfel 1

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 3. Granice efektywne – Portfel 5

Źródło: obliczenia własne.

oraz w pozostałej części z akcji spółki ŚWIECIE. Natomiast w przypadku granicy gaussowskiej portfel powinien składać się w ok. 17% z walerów spółki JUPITER przy pozostałym udziale walerów spółki ŚWIECIE. Wynika stąd całkowicie odmienna alokacja aktywów w przypadku obu prezentowanych teorii. Ponadto, jak

wynika ze stabilnej granicy efektywnej, inwestor podejmujący 1% ryzyka może uzyskać oczekiwany efektywny dochód na poziomie przekraczającym 0,08% (przy odpowiednim udziale składników badanego portfela).

Na rysunku 3 przedstawiono granice efektywne uzyskane dla Portfela 5, składającego się z walorów INGBSK oraz ŚWIECIE. W tym przypadku, podobnie jak dla Portfela 1, granica gaussowska jest nieefektywna w porównaniu z granicą stabilną. Dodatkowo widać, iż zakładając brak możliwości dokonywania krótkiej sprzedaży, nie można dokonać takiej alokacji składników w portfelu, aby dla obu efektywnych granic uzyskać dla zadanego poziomu ryzyka odpowiednie wartości oczekiwanej stopy zwrotu oraz dla oczekiwanej stopy zwrotu odpowiednie wartości poziomu ryzyka.

5. Podsumowanie

Rozbieżności obserwowane w poziomie dochodu i ryzyka dla granic efektywnych obu analizowanych modeli mogą wynikać z dużej różnicy rozkładu empirycznego od teoretycznego rozkładu normalnego. Składniki portfela cechują się leptokurtozą oraz grubymi ogonami, co sugeruje odrzucenie podejścia zakładającego rozkład normalny stopy zwrotu, będącego podstawowym założeniem teorii Markowitza. We wszystkich przypadkach granica efektywności uzyskana metodą Markowitza okazała się nieefektywna w porównaniu z granicą efektywności utworzoną przy założeniu, że stopy zwrotu rozważanych akcji podlegają rozkładowi stabilnemu. Wynika stąd, że poziom indeksu stabilności wpływa na sposób alokacji aktywów w portfelu inwestycyjnym. Grubość ogona empirycznego rozkładu, wynikająca z poziomu parametru stabilności, uwzględnia występowanie obserwacji istotnie oddalonych od jego centralnej części. Stosowanie rozkładu normalnego prowadzi do zupełnie odmiennej alokacji aktywów. Rozkład gaussowski jest dobrym przybliżeniem pewnych zjawisk ekonomicznych, ale jak dowodzą badania nad jego dokładnością i zasadnością stosowania, w przypadku aktywów finansowych bardziej stosowne jest wykorzystanie rozkładów alternatywnych, jakimi są rozkłady stabilne. Główną zaletą metody jest wykorzystanie klasy i własności rozkładów prawdopodobieństwa, które w sposób dokładniejszy dopasowują się do rzeczywistych rozkładów stóp zwrotu akcji, uwzględniając podstawowe charakterystyki finansowych szeregów czasowych. Podejście takie jest ważne zwłaszcza w przypadku rozkładów o grubych ogonach. Jako wadę podejścia można wskazać ograniczenie dotyczące równości indeksu ogona wszystkich składników budowanego portfela. Założenie takie w praktyce nie jest spełnione, co może obciążyć uzyskane wyniki charakterystyk portfela pewnym błędem szacunku. Prezentowany sposób wyznaczania granicy efektywnej portfeli inwestycyjnych stanowi ciekawą alternatywę dla podejścia klasycznego, niewątpliwie wartą dalszego studiowania w aspekcie zarówno teoretycznym, jak i praktycznym.

Literatura

- Belkacem L., *How to select optimal portfolio in α -stable markets*, "Rapport de recherche", no 3100, Theme 4, INRIA, 1997.
- Fama E., *The behavior of stock market prices*, „Journal of Business” 1965, no 38.
- Mandelbrot B., *The variation of certain speculative prices*, „Journal of Business” 1963, no 36.
- Mittnik S., Rachev S., Schwartz E., *Value-at-risk and basset allocation with stable return distributions*, „Allgemeines Statistisches Archiv”, Physica-Verlag 2002, no 86.
- Rachev S., Mittnik S., *Stable Paretian Models in Finance. Series in Financial Economics and Quantitative Analysis*, John Wiley & Sons Ltd., New York 2000.
- Samorodnitsky G., Taqqu M.S., *Stable Non-Gaussian Random Processes. Stochastic Models with Infinite Variance*, Chapman & Hall, New York 1994.
- Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe. Volium 2*, Agencja Wydawnicza „Placet”, Warszawa 1997.

THE EFFICIENT FRONTIER OF INVESTMENT PORTFOLIOS AND THE TAIL INDEX OF DISTRIBUTION OF RETURNS – AN EMPIRICAL ANALYSIS ON THE WSE

Summary: The aim of this paper is an attempt to answer the question if there exists any relationship between the index of stability of stable distribution and portfolio efficiency frontier. The data from the WSE is used (over the period 2000–2009). Portfolio optimization based on minimizing the risk while maximizing the expected return is considered. The study shows what the optimal allocation of assets in investment portfolios which create investment efficiency frontier is.

Keywords: stable distributions, efficient frontier, risk, optimal portfolios.