

# **EKONOMETRIA**

**26**

## **Zastosowanie matematyki w ekonomii**

**Redaktor naukowy Janusz Łyko**



**Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2009**

## Spis treści

Wstęp .....	7
<b>Beata Bal-Domańska</b> , Ekonometryczna analiza sigma i beta konwergencji regionów Unii Europejskiej .....	9
<b>Andrzej Bąk, Aneta Rybicka, Marcin Pelka</b> , Modele efektów głównych i modele z interakcjami w <i>conjoint analysis</i> z zastosowaniem programu R .....	25
<b>Katarzyna Budny</b> , Kurtoza wektora losowego .....	44
<b>Wiktor Ejsmont</b> , Optymalna liczebność grupy studentów .....	55
<b>Kamil Fijorek</b> , Model regresji dla cechy przyjmującej wartości z przedziału $(0,1)$ – ujęcie bayesowskie .....	66
<b>Paweł Hanczar</b> , Wyznaczanie zapasu bezpieczeństwa w sieci logistycznej ...	77
<b>Roman Huptas</b> , Metody szacowania wewnątrzdziennej sezonowości w analizie danych finansowych pochodzących z pojedynczych transakcji .....	83
<b>Aleksandra Iwanicka</b> , Wpływ zewnętrznych czynników ryzyka na prawdopodobieństwo ruiny w skończonym horyzoncie czasowym w wieloklasowym modelu ryzyka.....	97
<b>Agnieszka Lipieta</b> , Stany równowagi na rynkach warunkowych .....	110
<b>Krystyna Melich-Iwanek</b> , Polski rynek pracy w świetle teorii histerezy.....	122
<b>Rafał Piszczek</b> , Zastosowanie modelu logit w modelowaniu upadłości .....	133
<b>Marcin Salamaga</b> , Próba weryfikacji teorii parytetu siły nabywczej na przykładzie kursów wybranych walut .....	149
<b>Antoni Smoluk</b> , O zasadzie dualności w programowaniu liniowym .....	160
<b>Małgorzata Szulc-Janek</b> , Influence of recommendations announcements on stock prices of fuel market .....	170
<b>Jacek Welc</b> , Regresja liniowa w szacowaniu fundamentalnych współczynników Beta na przykładzie spółek giełdowych z sektorów: budownictwa, informatyki oraz spożywczego .....	180
<b>Andrzej Wilkowski</b> , O współczynniku korelacji .....	191
<b>Mirosław Wójciak</b> , Klasyfikacja nowych technologii energetycznych ze względu na determinanty ich rozwoju.....	199
<b>Andrzej Wójcik</b> , Wykorzystanie modeli wektorowo-autoregresyjnych do modelowania gospodarki Polski .....	209
<b>Katarzyna Zeug-Żebro</b> , Rekonstrukcja przestrzeni stanów na podstawie wielowymiarowych szeregów czasowych.....	219

## Summaries

<b>Beata Bal-Domańska</b> , Econometric analysis of sigma and beta convergence in the European Union regions .....	24
<b>Andrzej Bąk, Aneta Rybicka, Marcin Pelka</b> , Main effects models and main and interactions models in <i>conjoint analysis</i> with application of R software.....	43
<b>Katarzyna Budny</b> , Kurtosis of a random vector .....	53
<b>Wiktor Ejsmont</b> , Optimal class size of students .....	65
<b>Kamil Fijorek</b> , Regression model for data restricted to the interval (0,1) – Bayesian approach .....	76
<b>Paweł Hanczar</b> , Safety stock level calculation in a supply chain network.....	82
<b>Roman Huptas</b> , Estimation methods of intraday seasonality in transaction financial data analysis .....	96
<b>Aleksandra Iwanicka</b> , An impact of some outside risk factors on the finite-time ruin probability for a multi-classes risk model.....	109
<b>Agnieszka Lipieta</b> , States of contingent market equilibrium .....	121
<b>Krystyna Melich-Iwanek</b> , The Polish labour market in light of the hysteresis theory .....	132
<b>Rafał Piszczek</b> , Logit model applications for bankrupty modelling.....	148
<b>Marcin Salamaga</b> , Attempt to verify the purchasing power parity theory in the case of some foreign currencies.....	159
<b>Antoni Smoluk</b> , On dual principle of linear programming .....	168
<b>Małgorzata Szulc-Janek</b> , Analiza wpływu rekomendacji analityków na ceny akcji branży paliwowej (Analiza wpływu rekomendacji analityków na ceny akcji branży paliwowej) .....	178
<b>Jacek Welc</b> , A linear regression in estimating fundamental betas in the case of the stock market companies from construction, it and food industries .....	190
<b>Andrzej Wilkowski</b> , About the coefficient of correlation .....	198
<b>Mirosław Wójciak</b> , Classification of new energy related technologies based on the determinants of their development .....	208
<b>Andrzej Wójcik</b> , Using vector-autoregressive models to modelling economy of Poland.....	218
<b>Katarzyna Zeug-Żebro</b> , State space reconstruction from multivariate time series .....	227

**Paweł Hanczar**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

---

## WYZNACZANIE ZAPASU BEZPIECZEŃSTWA W SIECI LOGISTYCZNEJ

---

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wyniki badań nad możliwością rozszerzenia wybranych modeli planowania i optymalizacji z zakresu logistyki przedsiębiorstwa do postaci umożliwiającej stosowanie ich w planowaniu działalności sieci logistycznej. W pierwszej części została przedstawiona propozycja sposobu wyznaczania zapasu bezpieczeństwa w przedsiębiorstwach działających w ramach łańcucha dostaw. W części drugiej podejście to zostało zweryfikowane. Artykuł kończy prezentacja zastosowania podejścia na prostym przykładzie.

**Słowa kluczowe:** zapas bezpieczeństwa, łańcuch dostaw, czas dostawy.

### 1. Sieć logistyczna

Przez pojęcie sieci logistycznej rozumie się najczęściej grupę niezależnych firm konkurujących i kooperujących ze sobą w celu zapewnienia właściwego przepływu towarów i towarzyszących im informacji zgodnie z oczekiwaniami klienta. Każde przedsiębiorstwo jest elementem sieci logistycznej i odgrywa w niej odpowiednią rolę.

Planowanie działalności sieci logistycznej to proces bardzo skomplikowany, realizowany na wielu płaszczyznach i wymagający uwzględnienia wielu obszarów funkcjonalnych. Z jednej strony spotyka się modele uwzględniające wiele przedsiębiorstw, lecz na stosunkowo niskim poziomie szczegółowości. Z drugiej zaś są proponowane podejścia bardziej szczegółowe, ale dotyczące wyłącznie wybranych obszarów działalności, takich jak produkcja czy zaopatrzenie.

Uwzględnienie podczas planowania całej sieci logistycznej znacznie poszerza obszar analizowanych rozwiązań logistycznych. Na przykład na poziomie przedsiębiorstwa w obszarze sterowania zapasami podejmuje się decyzje dotyczące wyłącznie jego wielkości. Natomiast prowadzenie rozważań na poziomie całej sieci pozwala podejmować decyzje odnośnie do zarówno wielkości, jak i do lokalizacji.

### 2. Zapas bezpieczeństwa w sieci logistycznej

Zapas bezpieczeństwa to wielkości zapasu pozwalające zachować zdolność zaspokajania popytu w czasie nagłego nieplanowanego wzrostu popytu. Jego utrzymy-

wanie pozwala zneutralizować losowość występującą w procesie sterowania zapasami. Wzrost zapasu bezpieczeństwa zmniejsza prawdopodobieństwo wystąpienia braku w magazynie, natomiast zwiększa koszty.

Najczęściej używana formuła wyznaczania wielkości zapasu bezpieczeństwa została zaproponowana przez Hadleya i Whitina w roku 1963 [Hadley, Whitin 1963]. W tej propozycji wielkość tego zapasu zależy od czasu realizacji zamówienia, od wielkości zapotrzebowania oraz od przyjętego poziomu obsługi. Jej podstawą jest założenie, że odchylenie standardowe zapotrzebowania w czasie realizacji zamówienia jest określone wzorem (1):

$$\sigma_Z = \sqrt{D^2 \sigma_L^2 + L \sigma_D^2}, \quad (1)$$

gdzie:  $D$  – średnie zapotrzebowanie w okresie,

$L$  – średni czas realizacji zamówienia,

$\sigma_L$  – odchylenie standardowe zapotrzebowania w okresie,

$\sigma_D$  – odchylenie standardowe czasu realizacji zamówienia.

Pomimo że przedstawiony wzór nie jest zgodny z zasadami teorii wymiarów, jest on powszechnie stosowany zarówno w teorii (zob. np. prace [Coyle, Bardi, Langley 2002; Krawczyk 2001]), jak i w praktyce. Dyskusja na temat jego poprawności i użyteczności została zaprezentowana m.in. w opracowaniach [Brown 1962; Hadley, Whitin 1963] i wykracza poza zakres niniejszego artykułu. Przyjmując wzór (1) za odchylenie standardowe zapotrzebowania w czasie realizacji zamówienia, wielkość zapasu bezpieczeństwa  $ZB$  można określić według wzoru (2):

$$ZB = k \sqrt{D^2 \sigma_L^2 + L \sigma_D^2}, \quad (2)$$

gdzie:  $k$  – parametr poziomu obsługi.

Jak widać, użycie zaprezentowanego wzoru możliwe jest wyłącznie w przypadku pojedynczego przedsiębiorstwa. Spostrzeżeniem, które umożliwia jego zastosowanie do wyznaczenia wielkości i lokalizacji zapasów bezpieczeństwa w sieci logistycznej, jest fakt, że zmiana czasu realizacji zamówienia (a co za tym idzie – wielkości zapasu bezpieczeństwa) w jednym z ogniw sieci ma wpływ na wielkość zapasu bezpieczeństwa w ogniwach następnym i poprzednim. Jeśli przedsiębiorstwo oczekuje na realizację zamówienia  $L^C$  tygodni, a dostarcza towar do swoich odbiorców w ciągu  $L^D$  tygodni, to w sytuacji, gdy  $L^C \leq L^D$ , nie ma potrzeby tworzenia zapasu bezpieczeństwa. W odwrotnej sytuacji, tj. gdy  $L^C \geq L^D$ , w celu zapewnienia płynności dostaw przedsiębiorstwo zmuszone jest do utrzymywania zapasu bezpieczeństwa, podczas wyznaczania którego przyjmuje się czas dostawy na poziomie  $L^R$  określonym według wzoru (3):

$$L^R = L^C - L^D. \quad (3)$$

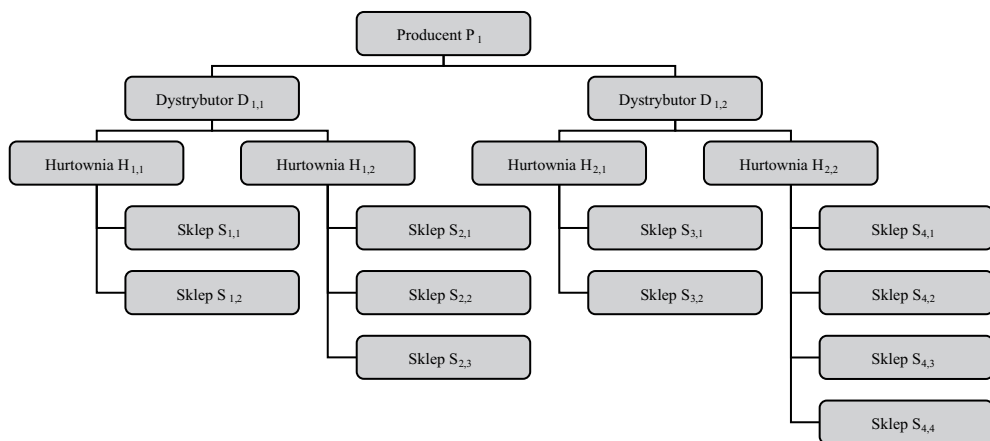
Wielkość  $L^R$  nie jest czasem realizacji zamówienia, tylko czasem, na który dostawca w rzeczywistości musi utrzymywać zapas bezpieczeństwa. Dodatkowo w nowym wzorze należy uwzględnić zmienną decyzyjną  $I_p$  określoną jako skrócenie czasu realizacji zamówienia na  $p$ -tym poziomie sieci logistycznej. Wtedy wielkość  $L^S$  określona jako czas realizacji zamówienia w ogniwie sieci logistycznej będzie wyznaczana według wzoru (4):

$$L^S = L^R + I_p - I_{p-1}. \quad (4)$$

Wartość  $L^S$  będzie podstawą do wyznaczenia wielkości zapasu bezpieczeństwa w poszczególnych ogniwach

### 3. Przykład zastosowania

Zaprezentowane podejście wyznaczania zapasu bezpieczeństwa w sieci logistycznej zostało wykorzystane do rozwiązania przykładowego zadania. Ze względu na brak możliwości weryfikacji podejścia na rzeczywistej sieci logistycznej przedstawione dalej rozważania dotyczą zadania, które zostało przygotowane w całości na potrzeby niniejszego artykułu. W przykładzie rozważa się sieć logistyczną przedstawioną na rys. 1.



Rys. 1. Sieć logistyczna

Źródło: opracowanie własne.

Wielkość średniego zapotrzebowania, wariancja zapotrzebowania oraz czas realizacji zamówienia dla wszystkich ogniw zostały zaprezentowane w tab. 1. Dla uproszczenia przyjęto, że czas realizacji zamówienia nie jest zmienną losową. Zapotrzebowanie ogniw pośrednich (takich jak hurtownia, dystrybutor i producent) jest sumą zapotrzebowań zgłaszanych w ogniwach podrzędnych.

Tabela 1. Dane zadania przykładowego

Lp.	Symbol ogniwa			Zapotrzebowanie średnie	Wariancja zapotrzebowania	$L^C$
1	<i>P</i>	1	1	845	306	20
2	<i>D</i>	1	1	394	144	10
3	<i>D</i>	1	2	451	162	10
4	<i>H</i>	1	1	166	54	5
5	<i>H</i>	1	2	228	90	5
6	<i>H</i>	2	3	122	48	5
7	<i>H</i>	2	4	329	114	5
8	<i>S</i>	1	1	90	21	2
9	<i>S</i>	1	2	76	33	2
10	<i>S</i>	2	1	51	15	2
11	<i>S</i>	2	2	85	45	2
12	<i>S</i>	2	3	92	30	2
13	<i>S</i>	3	1	61	27	2
14	<i>S</i>	3	2	61	21	2
15	<i>S</i>	4	1	81	18	2
16	<i>S</i>	4	2	93	42	2
17	<i>S</i>	4	3	66	18	2
18	<i>S</i>	4	4	89	36	2

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Zapas bezpieczeństwa

Lp.	Symbol ogniwa			Zapotrzebowanie średnie	Wariancja zapotrzebowania	$L^C$	$L^R$	ZB
1	<i>P</i>	1	1	845	306	20	10	91
2	<i>D</i>	1	1	394	144	10	5	44
3	<i>D</i>	1	2	451	162	10	5	47
4	<i>H</i>	1	1	166	54	5	3	21
5	<i>H</i>	1	2	228	90	5	3	27
6	<i>H</i>	2	3	122	48	5	3	20
7	<i>H</i>	2	4	329	114	5	3	30
8	<i>S</i>	1	1	90	21	2	2	11
9	<i>S</i>	1	2	76	33	2	2	13
10	<i>S</i>	2	1	51	15	2	2	9
11	<i>S</i>	2	2	85	45	2	2	16
12	<i>S</i>	2	3	92	30	2	2	13
13	<i>S</i>	3	1	61	27	2	2	12
14	<i>S</i>	3	2	61	21	2	2	11
15	<i>S</i>	4	1	81	18	2	2	10
16	<i>S</i>	4	2	93	42	2	2	15
17	<i>S</i>	4	3	66	18	2	2	10
18	<i>S</i>	4	4	89	36	2	2	14

Źródło: opracowanie własne.

Jako pierwszego sposobu wyznaczania zapasu bezpieczeństwa w sieci logistycznej użyto najprostszego podejścia polegającego na wyznaczeniu wielkości zapasu bezpieczeństwa dla każdego ogniwa oddzielnie. Sposób ten nie dopuszcza możliwości zmiany przyjętych czasów realizacji zamówienia. Wyniki zostały przedstawione w tab. 2. Łączny zapas bezpieczeństwa w sieci logistycznej liczony jako suma zapasów bezpieczeństwa w każdym ogniwie wyniósł w tym przypadku 414 sztuk.

Jako kolejne zastosowano prezentowane podejście. Podczas wyznaczania wielkości zapasu bezpieczeństwa wielkości zmiennych decyzyjnych  $I_p$  definiowanych jako skrócenie czasu realizacji zamówienia na poziomie  $p$  zostały określone w procesie optymalizacji. Za kryterium przyjęto minimalizację łącznego zapasu bezpieczeństwa w sieci logistycznej. Wyniki zostały zaprezentowane w tab. 3. Łączny zapas bezpieczeństwa w sieci logistycznej liczony jako suma zapasów bezpieczeństwa w każdym ogniwie wyniósł w tym przypadku 128 sztuk.

**Tabela 3.** Zapas bezpieczeństwa

Lp.	Symbol ogniwa	Zapotrzebowanie średnie	Wariancja zapotrzebowania	$L^C$	$L^R$	$I$	$L^S$	ZB
1	$P$ 1 1	845	306	20	10	10	20	128
2	$D$ 1 1	394	144	10	5	5	0	0
3	$D$ 1 2	451	162	10	5	5	0	0
4	$H$ 1 1	166	54	5	3	2	0	0
5	$H$ 1 2	228	90	5	3	2	0	0
6	$H$ 2 3	122	48	5	3	2	0	0
7	$H$ 2 4	329	114	5	3	2	0	0
8	$S$ 1 1	90	21	2	2	0	0	0
9	$S$ 1 2	76	33	2	2	0	0	0
10	$S$ 2 1	51	15	2	2	0	0	0
11	$S$ 2 2	85	45	2	2	0	0	0
12	$S$ 2 3	92	30	2	2	0	0	0
13	$S$ 3 1	61	27	2	2	0	0	0
14	$S$ 3 2	61	21	2	2	0	0	0
15	$S$ 4 1	81	18	2	2	0	0	0
16	$S$ 4 2	93	42	2	2	0	0	0
17	$S$ 4 3	66	18	2	2	0	0	0
18	$S$ 4 4	89	36	2	2	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

Wynik, jaki uzyskano dla prostego przypadku testowego, jest zgodny z oczekiwaniami. Zapewnienie tego samego poziomu obsługi będzie wymagało mniejszego zapasu bezpieczeństwa i w mniejszej liczbie lokalizacji będzie konieczne



jego utrzymanie. Zastosowanie zaprezentowanego podejścia w praktyce wymagać będzie uwzględnienia dodatkowych parametrów, takich jak minimalne stany magazynów (tak aby zapewniona była odpowiednia dostępność produktów).

#### 4. Zakończenie

Zaprezentowane wyniki to początek badań nad możliwością rozszerzenia wybranych modeli planowania i optymalizacji z zakresu logistyki przedsiębiorstwa do postaci umożliwiającej stosowanie ich w planowaniu działalności sieci logistycznej. Przedstawiona propozycja sposobu wyznaczania zapasu bezpieczeństwa w przedsiębiorstwach działających w ramach łańcucha dostaw została pozytywnie zweryfikowana na prostym przykładzie. W ramach dalszych prac niezbędne wydaje się sprawdzenie, jakie wyniki można uzyskać, stosując zaprezentowane podejście dla bardziej skomplikowanych sieci logistycznych.

#### Literatura

- Brown G., *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*, Prentice-Hall, 1962.  
Coyle J.J., Bardi E.J., Langley Jr. C.J., *Zarządzanie logistyczne*, PWE, Warszawa 2002.  
Hadley G., Whitin T.M., *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, 1963.  
Krawczyk S., *Metody ilościowe w logistyce przedsiębiorstwa*, C.H. Beck, Warszawa 2001.

#### SAFETY STOCK LEVEL CALCULATION IN A SUPPLY CHAIN NETWORK

**Summary:** The aim of this paper is to provide the extension of the safety stock level evaluation procedure commonly used in a single company for the field of supply chain planning. In the first part the method of the safety stock level calculation in the single node of supply chain network is presented. In order to decrease the cost of safety stock in the whole network we consider the possibilities of adjusting lead times. The last part of the paper describes the application of the presented model to optimize the safety stock levels in nodes of a small supply network.