

**PRACE NAUKOWE**

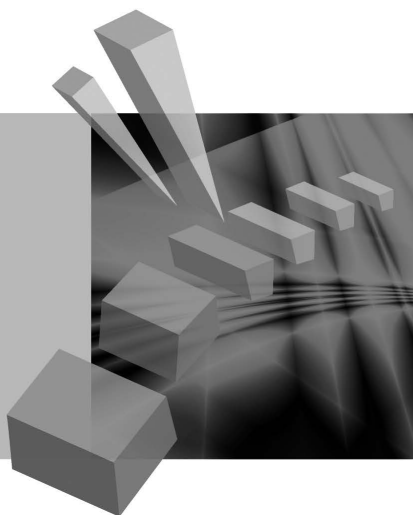
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

**RESEARCH PAPERS**

of Wrocław University of Economics

**238**

# Zastosowania badań operacyjnych Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka



Redaktor naukowy

**Ewa Konarzewska-Gubała**



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu  
Wrocław 2011

Recenzenci: Stefan Grzesiak, Donata Kopańska-Bródka, Wojciech Sikora,  
Józef Stawicki, Tomasz Szapiro, Tadeusz Trzaskalik

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

[www.ibuk.pl](http://www.ibuk.pl), [www.ebscohost.com](http://www.ebscohost.com),

The Central and Eastern European Online Library [www.ceeol.com](http://www.ceeol.com),

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

[http://kangur.uek.krakow.pl/bazy\\_ae/bazekon/nowy/index.php](http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php)

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się  
na stronie internetowej Wydawnictwa

[www.wydawnictwo.ue.wroc.pl](http://www.wydawnictwo.ue.wroc.pl)

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie  
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu  
Wrocław 2011

**ISSN 1899-3192**

**ISBN 978-83-7695-195-9**

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

# Spis treści

Wstęp.....	9
------------	---

---

## Część 1. Zarządzanie projektami i innowacjami

---

<b>Tomasz Błaszczyk:</b> Świadomość i potrzeby stosowania metod badań operacyjnych w pracy polskich kierowników projektów .....	13
<b>Barbara Gładysz:</b> Metoda wyznaczania ścieżki krytycznej przedsięwzięć z rozmytymi czasami realizacji zadań .....	25
<b>Marek Janczura, Dorota Kuchta:</b> Proactive and reactive scheduling in practice.....	34
<b>Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta:</b> A new method of project schedule levelling .....	52
<b>Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak:</b> Harmonogramowanie projektów na podstawie charakterystyk kompetencji – wrażliwość modelu na różne aspekty liczb rozmytych .....	66
<b>Jerzy Michnik:</b> Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami .....	80

---

## Część 2. Podejmowanie decyzji finansowych

---

<b>Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro:</b> Wielokryterialna symulacyjna ocena decyzji o finansowaniu edukacji wyższej .....	95
<b>Marek Kośny:</b> Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorca zmian w rozkładzie dochodu.....	111
<b>Agnieszka Przybylska-Mazur:</b> Podejmowanie decyzji monetarnych w kontekście realizacji celu inflacyjnego .....	120
<b>Agata Gluzicka:</b> Analiza ryzyka rynków finansowych w okresach gwałtownych zmian ekonomicznych .....	131
<b>Ewa Michalska:</b> Zastosowanie prawie dominacji stochastycznych w konstrukcji portfela akcji .....	144
<b>Grzegorz Tarczyński:</b> Analiza wpływu ogólnej koniunktury giełdowej i wzrostu PKB na stopy zwrotu z portfela akcji przy wykorzystaniu rozmytych modeli Markowitza.....	153

---

**Część 3. Problemy logistyki, lokalizacji i rekrutacji**


---

<b>Paweł Hanczar, Michał Jakubiak:</b> Wpływ różnych koncepcji komisjonowania na czas realizacji zamówienia w węźle logistycznym .....	173
<b>Mateusz Grzesiak:</b> Zastosowanie modelu transportowego do racjonalizacji dostaw wody w regionie .....	186
<b>Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza:</b> Model odejść klientów na rynku telekomunikacyjnym z uwzględnieniem efektów sieciowych .....	197
<b>Piotr Miszczyński:</b> Problem preselekcji kandydatów w rekrutacji masowej na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa .....	211

---

**Część 4. Pomiar dokonań, konkurencja firm, negocjacje**


---

<b>Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała:</b> Podejście ilościowe do odwzorowania celów strategicznych w systemie pomiaru dokonań organizacji na przykładzie strategii miasta Wrocławia .....	231
<b>Michał Purczyński, Paulina Dolata:</b> Zastosowanie metody DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim .....	246
<b>Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski:</b> Konkurencja firm o różnym horyzoncie planowania w modelu Bertrand z kosztem decyzji i ograniczoną świadomością cenową klientów .....	263
<b>Jakub Brzostowski:</b> Poprawa rozwiązania negocjacyjnego w systemie <i>Nego-Manage</i> poprzez zastosowanie rozwiązania przetargowego .....	296

---

**Część 5. Problemy metodologiczne**


---

<b>Helena Gaspars-Wieloch:</b> Metakryterium w ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej – analiza mankamentów metody i próba jej udoskonalenia.	313
<b>Dorota Górecka:</b> Porównanie wybranych metod określania wag dla kryteriów oceny wariantów decyzyjnych .....	333
<b>Maria M. Kaźmierska-Zatoń:</b> Wybrane aspekty optymalizacji prognoz kombinowanych .....	351
<b>Artur Prędko:</b> Spojrzenie na metody estymacji w modelach regresyjnych przez pryzmat programowania matematycznego .....	365
<b>Jan Schneider, Dorota Kuchta:</b> A new ranking method for fuzzy numbers and its application to the fuzzy knapsack problem .....	379

---

## Summaries

---

### Part 1. Project and innovation management

---

<b>Tomasz Błaszczuk:</b> Awareness and the need for operations research methods in the work of Polish project managers .....	24
<b>Barbara Gładysz:</b> A method for finding critical path in a project with fuzzy tasks durations .....	33
<b>Marek Janczura, Dorota Kuchta:</b> Proaktywne i reaktywne harmonogramowanie w praktyce .....	51
<b>Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta:</b> Nowa metoda niwelacji harmonogramu projektu .....	64
<b>Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak:</b> Project scheduling using fuzzy characteristics of competence – sensitivity of the model to the use of different aspects of fuzzy numbers .....	79
<b>Jerzy Michnik:</b> Dependence among criteria in multiple criteria models of innovation management .....	92

---

### Part 2. Financial decision-making

---

<b>Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro:</b> Simulation approach in multicriteria decision analysis of higher education financing policy .....	110
<b>Marek Kośny:</b> First and second-order stochastic dominance in analyses of income growth pattern .....	119
<b>Agnieszka Przybylska-Mazur:</b> Monetary policy making in context of execution of the strategy of direct inflation targeting .....	130
<b>Agata Gluzicka:</b> Analysis of risk of financial markets in periods of violent economic changes .....	143
<b>Ewa Michalska:</b> Application of almost stochastic dominance in construction of portfolio of shares .....	152
<b>Grzegorz Tarczyński:</b> Analysis of the impact of economic trends and GDP growth in the return of shares using fuzzy Markowitz models .....	169

---

### Part 3. Logistics, localization and recruitment problems

---

<b>Paweł Hanczar, Michał Jakubiak:</b> Influence of different order picking concepts on the time of execution order in logistics node .....	185
<b>Mateusz Grzesiak:</b> Application of transportation model for rationalization of water supply in the region .....	196
<b>Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza:</b> Model of churn in the telecommunications market with network effects .....	210

<b>Piotr Miszczyński:</b> The problem of pre-selection of candidates in mass recruitment on the example of the chosen company.....	227
--	-----

---

#### **Part 4. Performance measurement, companies competition, negotiations**

---

<b>Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała:</b> Quantitative approach to the organization strategy mapping into the performance measurement system: case of strategy for Wrocław city .....	245
<b>Michał Purczyński, Paulina Dolata:</b> Application of Data Envelopment Analysis to measure effectiveness of advertising spendings in the brewing industry .....	262
<b>Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski:</b> Bertrand competition with switching cost.....	295
<b>Jakub Brzostowski:</b> Improving negotiation outcome in the NegoManage system by the use of bargaining solution.....	309

---

#### **Part 5. Methodological problems**

---

<b>Helena Gaspars-Wieloch:</b> The aggregate objective function in the continuous version of the multicriteria optimization – analysis of the shortcomings of the method and attempt at improving it.....	332
<b>Dorota Górecka:</b> Comparison of chosen methods for determining the weights of criteria for evaluating decision variants .....	350
<b>Maria M. Kaźmierska-Zatoń:</b> Some aspects of optimizing combined forecasts.....	363
<b>Artur Prędko:</b> Mathematical programming perspective on estimation methods for regression models .....	378
<b>Jan Schneider, Dorota Kuchta:</b> Nowa metoda rankingowa dla liczb rozmytych i jej zastosowanie dla problemu rozmytego plecaka .....	389

## Michał Purczyński

Kompania Piwowarska w Poznaniu  
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

## Paulina Dolata

Kompania Piwowarska w Poznaniu

---

# ZASTOSOWANIE METODY DEA DO POMIARU EFEKTYWNOŚCI NAKŁADÓW NA REKLAMĘ W PRZEMYSŁE PIWOWARSKIM

---

**Streszczenie:** Metoda *Data Envelopment Analysis*<sup>1</sup> (DEA) jest najbardziej popularną metodą pomiaru efektywności gospodarczej i społecznej. W artykule wykorzystano metodę DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim. Pomiaru dokonano najpierw na podstawie ukierunkowanego na nakłady modelu CCR, a następnie do zrangowania obiektów wykorzystano model nadefektywności SE-CCR. W wyniku przeprowadzonych analiz zbudowano ranking marek piwa, pokazujący stopień efektywności wykorzystania nakładów reklamowych. Dzięki przeprowadzonemu badaniu przedsiębiorstwo piwowarskie jest w stanie ocenić, jak jej marki wyglądają na tle konkurencji, i może „zoptymalizować” swoje wydatki na reklamę. Obliczenia przeprowadzono w programie R Cran.

**Słowa kluczowe:** efektywność, *Data Envelopment Analysis* (DEA), reklama, przemysł piwowarski.

## 1. Wstęp

„Reklama dźwignią handlu” głosi stare, znane praktycznie każdemu sprzedawcy powiedzenie, w myśl którego uzyskanie coraz lepszych rezultatów nie jest możliwe bez dobrej, zachęcającej do nabycia produktu i przede wszystkim efektywnej reklamy. Nakłady na reklamę w przedsiębiorstwach z branży alkoholowej wynosiły w 2007 roku w Stanach Zjednoczonych ok. 2,2% przychodu ze sprzedaży [Drugs

---

<sup>1</sup> W literaturze polskiej proponowano używanie następujących terminów: analiza otoczki danych lub analiza obwiedni danych. Mimo to autorzy pozostali przy nazwie anglojęzycznej, ponieważ została ona powszechnie przyjęta, np. w monografii B. Guzika [2009a], a w publikacjach naukowych coraz rzadziej używano polskich odpowiedników.

rehab 2011], co na rynku wartym ok. 85 mld dol. jest sumą niebagatelną [Agriculture and Agri-Food Canada 2011]. Dla porównania, w Polsce na rynku piwa wartym ok. 18 mld zł w roku 2010 szacowane wydatki reklamowe wyniosły ok. 440 mln zł<sup>2</sup>.

Pomijając aspekt etyczny reklamy alkoholu, każdy zgodzi się, że jest ona niezbędna i nie jest możliwe efektywne prowadzenie handlu bez reklamy. Zatem dlaczego reklama wzbudza tyle kontrowersji w praktyce gospodarczej? Przyczyną jest fakt, że efekt jej działania jest rozłożony w czasie, zwykle nieliniowy i ściśle związany z innymi czynnikami marketingu mix [Lilien i in. 1992, s. 263]. Praktycznie nikt nie wie, co i kiedy dzięki tej reklamie osiągnie. Mimo tej dużej niepewności nie ma różnicy zdań co do zasadności reklamy i jej najważniejszego celu, jakim jest wzrost sprzedaży i zysku firmy. Należy sobie zdawać sprawę, że reklama rzadko jest w stanie sama zwiększyć sprzedaż. To, jaki produkt wybierze w punkcie sprzedaży klient, zależy od jego jakości, ceny, opakowania, serwisu, aktywności konkurencji i wielu innych czynników. Reasumując, pomiar efektywności reklamy nie jest czynnością prostą, tym bardziej w sytuacji dynamicznie zmieniającego się rynku, przy posiadaniu ograniczonej ilości informacji.

W Polsce pojawia się coraz więcej przykładów zastosowania modeli DEA, jednak do tej pory nie były stosowane do badania efektywności reklamy. Celem artykułu jest pomiar efektywności nakładów reklamowych w przemyśle piwowarskim, którego wynikiem ma być ranking marek piwa ze względu na skuteczność wydatkowania środków pieniężnych na reklamę.

Plan artykułu jest następujący – w pierwszej kolejności w sposób ogólny scharakteryzowano metodę DEA, przedstawiono jej zalety i wady, omówiono model nadefektywności pozwalający na rangowanie obiektów. Następnie przedstawiono problematykę pomiaru efektywności reklamy, po czym przystąpiono do zbadania efektywności nakładów reklamowych w przemyśle piwowarskim.

## 2. Pomiar efektywności gospodarczej za pomocą metody DEA

DEA jest jedną z najbardziej popularnych metod badania efektywności obiektów gospodarczych i społecznych, opisanych wielowymiarowymi wektorami nakładów i rezultatów [Guzik 2009a, s. 17–18; Domagała 2007a, s. 21–24]. Podstawy tej metody zostały przedstawione w roku 1978 w pracy Charnesa, Coopera i Rhodesa, a model przez nich sformułowany został później nazwany modelem CCR [Charnes i in. 1978, s. 429–444]. W dużym uproszczeniu celem metody jest rozwiązanie zadania programowania liniowego umożliwiającego wskazanie, czy badany obiekt jest lepszy czy też gorszy od innych [Guzik 2009b, s. 211]. Metoda ta należy do grupy metod nieparametrycznych, w których nie wymaga się przyjęcia założeń odnośnie do relacji między nakładami i rezultatami [Guzik 2009a, s. 19–20].

---

<sup>2</sup> Źródłem informacji o wydatkach reklamowych jest firma Starcom. Nakłady na reklamę są szacowane na podstawie ilości emisji w radio, TV i kinie oraz liczby reklam w prasie i reklam zewnętrznych (tzw. outdoor).



## 2.1. Wprowadzenie do metody DEA

Niech będzie dana grupa badanych obiektów (np. licea), która przekształca nakłady (np. środki pieniężne, liczbę nauczycieli, czas pracy) w rezultaty (np. liczbę uczniów, wyniki egzaminu maturalnego). Celem zadania jest porównanie obiektów i określenie ich *technologicznej efektywności*, czyli skuteczności przekształcania nakładów w rezultaty.

Przed przystąpieniem do sformułowania problemu przyjęto następujące oznaczenia [Guzik 2009b, s. 213]:

$x_{nj}$  – wielkość nakładu  $n$  w obiekcie  $j$ , ( $j = 1, \dots, J$ ;  $n = 1, \dots, N$ ),

$y_{rj}$  – wielkość rezultatu  $r$  w obiekcie  $j$ , ( $j = 1, \dots, J$ ;  $r = 1, \dots, R$ ).

Poprzez nakłady rozumie się pewne wielkości, za pomocą których uzyskuje się rezultaty. W DEA wzrost nakładu oceniany jest niekorzystnie, w przeciwieństwie do wzrostu rezultatu, który jest oceniany pozytywnie. Dużą zaletą metody DEA jest brak ograniczeń odnośnie do jednostek, w jakich mają być wyrażane nakłady i rezultaty, gdyż dane zwykle są podane w jednostkach naturalnych. Zatem nakładami w przypadku badania efektywności liceów będą: liczba nauczycieli, czas pracy nauczycieli w minutach, środki pieniężne w złotych, a rezultatami: liczba uczniów, oceny na egzaminie maturalnym. Bardziej efektywne będzie to liceum, które przy takich samych nakładach osiągnie lepsze rezultaty, np. lepsze oceny uczniów, lub uzyska te same rezultaty przy niższych nakładach, np. zatrudni mniej nauczycieli.

Modele DEA można podzielić na dwie podstawowe klasy: tzw. modele *ukierunkowane na nakłady* – których celem jest minimalizacja nakładów lub modele *ukierunkowane na rezultaty* – w modelach tych maksymalizuje się rezultaty przy danych nakładach. Przedmiotem dalszych analiz będą modele ukierunkowane na nakłady.

Cechą charakterystyczną modelu CCR jest fakt, że dla każdego obiektu  $o$  ( $1 \leq o \leq J$ ) rozwiązuje się odpowiadające mu zadanie programowania liniowego, pozwalające określić jego technologię optymalną  $\hat{T}_o$ . Przyjmuje się założenie, że technologia optymalna obiektu  $o$  jest średnią ważoną technologii empirycznych wszystkich wziętych do analizy obiektów [Guzik 2009b, s. 213]<sup>3</sup>. Tę zależność przedstawia wzór:

$$\hat{T}_o = \lambda_{o1}T_1 + \lambda_{o2}T_2 + \dots + \lambda_{oJ}T_J, \quad (1)$$

gdzie:  $T_j$  – oznacza technologię empiryczną obiektu  $j$ ;

$\lambda_{oj}$  – waga intensywności technologii  $j$ -tego obiektu.

<sup>3</sup> Metody liczenia wag intensywności zostaną pokazane w dalszej części artykułu.

$T_j$  jest opisane wektorem:

$$T_j = \begin{bmatrix} x_{1j} \\ \dots \\ x_{Nj} \\ y_{1j} \\ \dots \\ y_{Rj} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

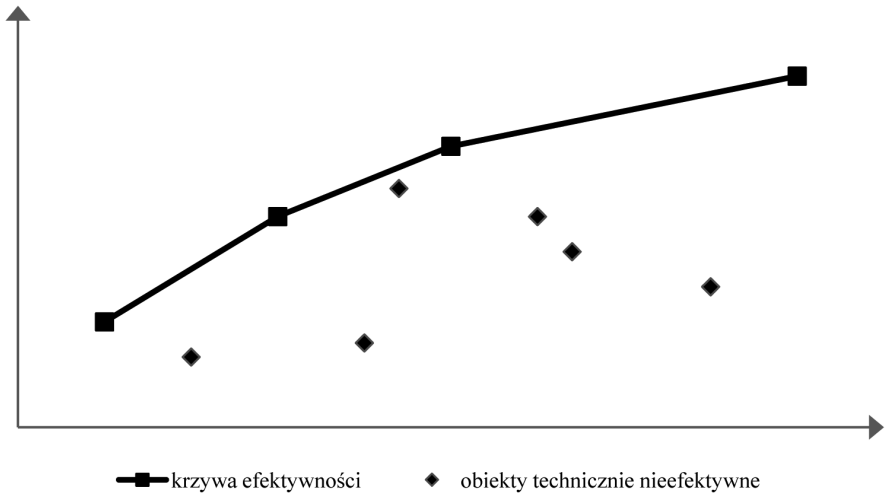
Technologia empiryczna obiektu  $j$  to zatem nic innego, jak wektor nakładów z „dodanym” poniżej wektorem rezultatów. Technologia empiryczna pokazuje, ile obiekt  $j$  zużywa nakładów do uzyskania określonych rezultatów. Zatem im obiekt ma lepszą technologię i im jest bardziej sprawny, tym większy powinien mieć wpływ na technologię optymalną  $\hat{T}_o$ . Waga intensywności  $\lambda_{oj} \geq 0$  określa, z jaką krotnością technologia empiryczna obiektu  $j$  wejdzie do technologii optymalnej obiektu  $o$  [Guzik 2009a, s. 56]. Waga intensywności nie musi być mniejsza od 1, co oznacza, że obiekt „bardzo” efektywny może wejść w skład technologii optymalnej  $\lambda_{oj}$ -krotnie. Należy także podkreślić, co oczywiście bezpośrednio wynika ze wzoru (1), że nakłady i rezultaty wchodzi w skład technologii optymalnej z tą samą krotnością.

Jak już wspomniano, generalna idea DEA polega na ustaleniu, czy badany obiekt jest lepszy czy też gorszy od innych. W tym celu opracowano syntetyczny miernik pozwalający na porównanie efektywności poszczególnych obiektów. Miara Debreu-Farrella jest miarą efektywności w metodzie DEA (często jest nazywana efektywnością Farrella). Miara ta pozwala na klasyfikowanie obiektów i wyrażanie stopnia ich efektywności [Domagała 2009, s. 18–21]. Należy podkreślić, że nie wszystkie technologie optymalne w sensie Farrella są optymalne w sensie Pareto. Może się zdarzyć sytuacja, że w przypadku dwóch technologii optymalnych w sensie Farrella, dających taki sam rezultat, zużycie przynajmniej jednego z nakładów będzie np. w technologii  $T_1$  mniejsze niż technologii  $T_2$ . Konsekwencją nieefektywności w sensie Pareto są tzw. luzy nakładów dla technologii optymalnej [Guzik 2009a, s. 49].

W modelach ukierunkowanych na nakłady miernikiem efektywności jest *mnożnik nakładów*. Mnożnik ten oznaczany jest symbolem  $\theta_o$  i określa, jakiej części faktycznie poniesionych nakładów obiektu  $o$  wymaga technologia dla niego optymalna [Guzik 2009c, s. 61]. Mnożnik nakładów jest nieujemny i mniejszy lub równy jedności. Obiekt jest w pełni efektywny, jeżeli  $\theta_o = 1$ . W sytuacji gdy  $\theta_o < 1$ , to wykorzystanie nakładów w obiekcie nie jest efektywne, a stopień nieefektywności wynosi  $1 - \theta_o$ .

Graficznie sytuację tę ilustruje rys. 1 [Pawłowska, Kozak 2008, s. 13]. Obiekty, których efektywność wynosi 1, leżą na krawędzi zbioru możliwości produkcyjnych

(*best practice frontier*). Natomiast obiekty nieefektywne znajdują się wewnątrz tego zbioru, czyli poniżej krawędzi wyznaczonej przez obiekty technologicznie efektywne.



Rys. 1. Krzywa efektywności i obszar nieefektywności technicznej

Źródło: [Pawłowska, Kozak 2008, s. 13].

## 2.2. Algebraiczne sformułowanie modelu CCR

Celem zadania jest znalezienie takich wag intensywności  $\lambda_{oj}$ , aby mnożnik nakładów  $\theta_o$  był minimalny [Guzik 2009b, s. 216]:

$$\theta_o \rightarrow \min, \quad (3)$$

przy warunkach:

$$\sum_{j=1}^J x_{nj} \lambda_{oj} \leq \theta_o x_{no} \quad \text{dla } n = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J y_{rj} \lambda_{oj} \geq y_{ro} \quad \text{dla } r = 1, \dots, R, \quad (5)$$

$$\theta_o, \lambda_{o1}, \lambda_{o2}, \dots, \lambda_{oJ} \geq 0. \quad (6)$$

Ograniczenie (4) postuluje, aby nakłady technologii optymalnej obiektu  $o$  nie przekraczały jego obecnych nakładów. Natomiast ograniczenie (5) odwołuje się do rezultatów, które w przypadku wykorzystania technologii optymalnej powinny być nie mniejsze od jego obecnych rezultatów. Nierówność (6) jest oczywista. Udział

technologii empirycznych, podobnie jak mnożnik nakładów, nie może być mniejszy od zera.

### 2.3. Model nadefektywności SE-CCR

Jedną z części w wymienianych wad modelu CCR jest nadmiarowość obiektów efektywnych. Bardzo często zdarza się, że nawet połowa badanych obiektów jest w pełni efektywna [Guzik 2009a, s. 151]. W takiej sytuacji nie jest możliwe ustalenie np. rankingu obiektów, jak również nie można porównać obiektów efektywnych między sobą. Dodatkowo intuicja i posiadane doświadczenie podpowiadają, że połowa jednostek nie może być na pierwszym miejscu, muszą wśród nich być lepsze i gorsze. Problem ten został rozwiązany w modelu nadefektywności (*super-efficiency CCR*), w skrócie SE-CCR [Andersen, Petersen 1993, s. 1262–1264]. Nazwa nadefektywność wynika z faktu, że dla obiektów efektywnych mnożnik nakładów, tutaj oznaczany jako  $\rho_o$ , może być większy od 1. Zatem można powiedzieć, że obiekt jest ponadprzeciętnie efektywny. Model SE-CCR jest obecnie jednym z najpopularniejszych modeli DEA wykorzystywanych w praktyce.

Formalnie model nadefektywności jest bardzo podobny do modelu CCR. Przedstawia go poniższy układ nierówności:

$$\rho_o \rightarrow \min, \quad (7)$$

przy warunkach:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^J x_{nj} \lambda_{oj} \leq \rho_o x_{no} \quad \text{dla } n = 1, \dots, N, \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^J y_{rj} \lambda_{oj} \geq y_{ro} \quad \text{dla } r = 1, \dots, R, \quad (9)$$

$$\theta_o, \lambda_{o1}, \lambda_{o2}, \dots, \lambda_{oJ} \geq 0. \quad (10)$$

Idea modelu jest następująca – należy ustalić optymalną technologię wspólną dla wszystkich obiektów z wyjątkiem obiektu  $o$ . Obiekt ten jest uznawany za efektywny, gdy pozostałe obiekty poradziłyby sobie gorzej z przekształcaniem nakładów w rezultaty niż badany obiekt  $o$ .

Pomiędzy mnożnikiem nakładów  $\theta_o$  w modelu CCR a mnożnikiem nakładów z modelu SE-CCR –  $\rho_o$  – nazywanym też współczynnikiem nadefektywności, występuje zależność [Guzik 2009b]:

$$\theta_o = \begin{cases} 1, & \text{gdy } \rho_o \geq 1, \\ \rho_o, & \text{gdy } \rho_o < 1. \end{cases} \quad (11)$$

Interpretacja wag intensywności  $\lambda_{oj}$  jest taka sama jak w przypadku standardowego modelu CCR.

Reasumując, model SE-CCR jest ogólniejszy niż model CCR i wszystko, co jest możliwe do obliczenia za pomocą modelu CCR, można również osiągnąć w modelu SE-CCR. Natomiast dodatkowo dla obiektów efektywnych można przeprowadzić pełen ranking i porównać je między sobą.

#### 2.4. Wady i zalety modeli DEA

O części zalet i wad DEA wspomiano już wcześniej w trakcie opisywania modeli, jednak informacje te nie były odpowiednio podkreślone i usystematyzowane. Do najważniejszych zalet modeli DEA należy zaliczyć [Guzik 2009b, s. 29–31]:

- możliwość uwzględniania obiektów opisanych wieloma różnymi nakładami i rezultatami wyrażonymi w jednostkach naturalnych,
- brak konieczności podawania postaci funkcji oraz tak szczegółowych informacji, jak w modelach ekonometrycznych czy metodach wskaźnikowych,
- brak problemów numerycznych, prostota i czytelność w interpretacji, nawet w przypadku osób niemających styczności z językiem formalnym,
- brak konieczności stosowania specjalistycznego sprzętu i oprogramowania komputerowego.

Niestety, jak praktycznie każde podejście ilościowe, DEA ma także wiele wad. Do najważniejszych należą:

- duża wrażliwość wyników na obserwacje nietypowe w obiektach efektywnych, wtedy pozostałe obiekty wyraźnie tracą na efektywności,
- konieczność wyboru obiektów jednorodnych, szczególnie w sytuacji korzystania z modelu nadefektywności; w przeciwnym wypadku wskaźniki nadefektywności mogą mieć wartości „nienormalnie” wysokie,
- niestabilność wyników w przypadku skorelowania nakładów lub rezultatów, a także w przypadku korelacji między nakładami i rezultatami; z podobnym problemem można spotkać się przy budowie modeli ekonometrycznych, gdzie współliniowość zmiennych objaśniających jest zjawiskiem mocno niepożądanym,
- w tradycyjnym modelu CCR liczba obiektów efektywnych często wynosi ok. 50%, co wydaje się mało prawdopodobne w praktyce gospodarczej,
- problem z nakładami równymi zero; w takim wypadku należy dodać małą liczbę dodatnią do zerowej obserwacji [Sherman 1992, s. 179].

### 3. Problematyka pomiaru efektywności nakładów na reklamę

Pomiar efektywności reklamy jest ściśle związany z jej celem. Wyróżnia się trzy podstawowe rodzaje reklamy [Garbarski i in. 1998, s. 470–471]:

- pionierska – ten typ reklamy pojawia się w trakcie wprowadzania produktu na rynek, charakteryzuje się koncentracją na produkcji, prezentowaniem jego zalet itd.,
- konkurencyjna – ma na celu odwrócenie uwagi od produktów konkurencji, porównanie danego produktu z konkurencyjnymi i uwypuklenie jego zalet,
- przypominająca – głównym celem reklamy jest przypominanie o produkcie i utwierdzanie nabywców w myśli, że słusznie robią, kupując ten, a nie inny produkt.

Celem reklamy pionierskiej może być ciągle zwiększanie liczby osób próbujących dany produkt, natomiast w przypadku reklamy przypominającej – utrzymanie stopnia znajomości marki czy też wielkości sprzedaży. Zatem do każdego z rodzajów reklamy można użyć innego wskaźnika oceniającego jej efektywność.

Badania efektywności reklamy można podzielić na dwie podstawowe grupy [Kotler 1999]:

- badanie efektu komunikacyjnego,
- badanie wpływu reklamy na wielkość sprzedaży.

W zależności od środka przekazu i celu reklamy do każdej z grup można podać kilka, czasami nawet kilkanaście, potencjalnych wskaźników pozwalających na pomiar efektywności reklamy. Ze względu na tematykę pracy i dostępne dane statystyczne przedstawiono tylko wybrane wskaźniki.

Do najczęściej używanych wskaźników mierzących efekt komunikacyjny należą:

- zasięg przekazu – liczba (procent) osób, które miały co najmniej jeden kontakt z badaną reklamą [Mruk (red.) 2003, s. 270],
- częstotliwość – średnia liczba kontaktów z reklamą wśród osób, które widziały ją co najmniej raz [Mruk (red.) 2003, s. 270],
- GRP (*gross rating points* – wskaźnik intensywności reklamy) – iloczyn zasięgu i częstotliwości; uznawany jest za najbardziej syntetyczną miarę kampanii reklamowej i odzwierciedla jej natężenie [Mruk (red.) 2003, s. 271],
- wspomagana świadomość marki – liczba osób, które zaznaczyły daną markę na liście marek, w stosunku do ogólnej liczby badanych,
- wspomagana świadomość reklamy – liczba osób, które zaznaczyły daną reklamę na liście reklam, w stosunku do ogólnej liczby badanych.

Zdecydowanie trudniej bada się wpływ reklamy na sprzedaż. Przyczyną jest fakt, że sprzedaż jest zależna od wielu czynników: dystrybucji produktu, ceny, widoczności na półce, aktywności konkurencji rynkowej itd. Dodatkowo efekt reklamy jest bardzo często rozłożony w czasie. Z praktycznego punktu widzenia nie jest możliwe precyzyjne oddzielenie efektu reklamy od pozostałych czynników. Być może dlatego jest co najmniej kilkanaście różnego rodzaju wskaźników mierzących wpływ reklamy na sprzedaż. W przemyśle piwowarskim do najpopularniejszych mierników należą:

- wskaźniki spożycia piwa w okresie: tygodnia, miesiąca i roku od czasu badania – bada się grupę respondentów np. przed emisją reklamy i pyta ich o to, czy próbowali produktu A np. w ostatnim miesiącu; analogiczne badanie przeprowadza się po emisji reklamy; zakłada się przy tym, że za wzrost liczby osób próbujących testowanego produktu odpowiedzialna jest reklama,
- wskaźniki wielkości sprzedaży i udziału rynkowego produktu – są to najpopularniejsze wskaźniki, za pomocą których można zbadać efekt działania reklamy na sprzedaż; ze względu na wcześniej opisane trudności z precyzyjnym oddzieleniem efektu reklamy od innych efektów marketingu mix bardzo często w tego rodzaju analizach reklama staje się statystycznie nieistotna lub oszacowanie obarczone jest dużym odchyleniem standardowym,
- ROI (*return of investment*) – wskaźnik ten ma wiele różnych wersji, uogólniając traktuje on reklamę jak inwestycję i liczy jej stopę zwrotu.

#### **4. Implementacja modelu DEA do pomiaru efektywności nakładów reklamowych w przemyśle piwowarskim**

Przemysł piwowarski, mimo restrykcji prawnych dość mocno ograniczających reklamę piwa, jest jednym z większych reklamodawców w Polsce. Szacowane roczne wydatki reklamowe wynoszą ponad 400 mln zł. Przy tak dużych nakładach pomiar efektywności reklamy, jak również znalezienie optymalnej struktury i wielkości nakładów staje się zadaniem niezmiernie istotnym z punktu widzenia zysku firmy. Z ubolewaniem należy jednak przyznać, że badanie efektywności reklamy w Polsce nie jest traktowane z należytą uwagą. Firmy wydają gigantyczne pieniądze na wielkie kampanie reklamowe, ciesząc się z samego faktu zrealizowania reklamy, ale zupełnie zaniedbują oszacowanie jej efektów.

##### **4.1. Charakterystyka obiektów badania, nakładów i rezultatów**

Obiektem badania było 16 marek piwa sprzedawanych w Polsce w latach 2008–2010. Grupa ta składała się z 10 największych pod względem sprzedaży marek piwa i została uzupełniona pozostałymi 6 największymi pod względem nakładów na reklamę. Były to marki: Carlsberg, Desperados, Dębowe Mocne, Harnaś, Heineken, Lech, Łomża, Okocim, Specjal, Strong, Tatra, Tyskie Gronie, Warka, Wojak, Żubr, Żywiec.

Źródłem informacji o nakładach na reklamę były raporty domu mediowego Starcom. Firma ta, na zlecenie Kompanii Piwowarskiej, przeprowadza cykliczne badania rynku reklamy piwa w Polsce. Ponieważ umowy zawierane między producentami piwa a mediami świadczącymi usługi reklamy są tajne, nakłady na reklamę raportowane przez Starcom są danymi szacunkowymi. Oszacowanie odbywa się na podstawie liczby emisji, liczby publikacji itd., pomnożonej przez przeciętne ceny reklamy w danych mediach. Faktyczne koszty poniesione przez przedsiębiorstwa piwowar-

skie są mniejsze, ponieważ oszacowanie nie uwzględnia wynegocjowanych rabatów. Nakładami są wydatki na reklamę w telewizji, radiu, reklamie zewnętrznej (outdoor), prasie. Wydatki na reklamę wyrażone są w tysiącach złotych.

Analizując nakłady na reklamę, napotkano jeden, ale dość krytyczny problem – co zrobić z nakładami równymi zero? Przecież nie można policzyć efektywności z czegoś, co nie istnieje. Rozwiązaniem było dodanie małej cyfry dodatniej, w tym przypadku 1 zł, do tych nakładów, które były zerowe. Z praktycznego punktu widzenia takie rozwiązanie nie zmienia nic, natomiast likwiduje napotkane problemy numeryczne.

Zdecydowanie większym problemem była identyfikacja rezultatów. Sposobów mierzenia efektywności kampanii reklamowych i używanych do tego celu wskaźników jest wiele. Ostatecznie wybrano dwa wskaźniki mierzące jakość komunikacji. Są to: wspomagana znajomość marki (WZM) i wspomagana znajomość reklamy (WZR) oraz wskaźnik odnoszący się do sprzedaży – spożycie piwa w ostatnim miesiącu (SP)<sup>4</sup>.

Wskaźniki mierzące jakość komunikacji (wspomagana znajomość reklamy i wspomagana znajomość marki) zostały zdefiniowane wcześniej. Wskaźnik mierzący spożycie piwa w ciągu ostatniego miesiąca oznacza liczbę osób, które w ciągu miesiąca od daty badania spróbowały badanej marki piwa. Wpływ na wartość tego wskaźnika ma nie tylko jakość reklamy i komunikacji, ale i wiele innych czynników, np. poziom dystrybucji, cena, jakość opakowania, widoczność na półce w sklepie itd. Zatem wybór wskaźników, za pomocą których będzie badana efektywność reklamy, jest sprawą kluczową. W sytuacji uwzględnienia mierników tylko i wyłącznie związanych z komunikacją pomija się sens reklamy piwa – zmianę wielkości konsumpcji. Z drugiej strony dodanie zbyt wielu wskaźników związanych ze sprzedażą może spowodować, że zależność między nakładami a rezultatami nie zawsze będzie dodatnia i nie będzie spełnione jedno z podstawowych założeń metody DEA. Niestety prawdopodobieństwo wystąpienia takiej zależności jest bardzo duże. Na podstawie analiz przeprowadzonych przez Hagerty'ego, Carmana i Russela wpływ reklamy na sprzedaż jest kilkukrotnie mniejszy niż ceny [Hagerty i in. 1988, s. 1–19]. Zatem nawet bardzo udana i przemawiająca do konsumenta reklama nie zwiększy sprzedaży piwa, gdy w tym samym czasie zostanie odczuwalnie podniesiona cena produktu.

Dodatkową trudnością, jaką napotyka badacz rynku reklamy, jest uwzględnienie przesunięcia czasowego między emisją reklamy a jej długoterminowym efektem oddziaływania na konsumenta. W celu jego uchwycenia przeprowadzono analizy uwzględniające okres trzech lat.

---

<sup>4</sup> Źródłem informacji o wskaźnikach było badanie konsumenckie, opracowane przez firmę SMG/KRC, monitorujące konsumpcję, znajomość marek piwa i znajomość reklam. Badanie przeprowadzono co miesiąc na reprezentatywnej próbie 1000 osób w wieku 18–65 lat, pijących piwo przynajmniej 2–3 razy w miesiącu. Rezultaty są podane w liczbie osób na tysiąc respondentów.



## 4.2. Rozwiązanie zadania CCR i SE-CCR oraz jego interpretacja

Sformułowany w paragrafie 2 model DEA rozwiązano za pomocą programu R Cran. Jest to darmowe oprogramowanie posiadające w swym pakiecie bibliotekę *benchmarking*, pozwalającą na rozwiązywanie m.in. modeli CCR i SE-CCR.

Na podstawie modeli CCR i SE-CCR można ustalić [Guzik 2009a, s. 73]:

- obiekty efektywne i nieefektywne,
- ranking obiektów, także dla obiektów efektywnych,
- technologie optymalne,
- formuły benchmarkingowe dla obiektów nieefektywnych<sup>5</sup>,
- zbyt duże zużycie nakładów lub niedostatek rezultatów w obiektach nieefektywnych,
- typ korzyści skali.

Możliwe jest poszerzenie powyższych analiz (zob. np. [Guzik 2009a, s. 73]), aczkolwiek nie było ono celem powyższej pracy.

Jako pierwszy rozwiązano model CCR dla następujących nakładów i rezultatów:

**Tabela 1.** Przeciętne nakłady i rezultaty dla okresu 2008–2010

Obiekty	Nakłady (w tys. zł)				Rezultaty (liczba osób na 1000 ankietowanych)		
	Outdoor	Prasa	Radio	Telewizja	SP	WZR	WZM
Carlsberg	609	221	8	14 764	101	52	632
Desperados	606	136	0	10 462	40	24	311
Dębowe Mocne	1 685	253	0	10 179	93	58	692
Harnaś	0	35	2	11 388	122	153	757
Heineken	787	811	227	20 232	119	82	675
Lech	5 798	1 061	90	19 495	305	143	836
Łomża	1 169	16	3	7 247	24	16	194
Okocim	438	88	35	19 358	123	42	750
Specjal	557	120	39	0	51	5	279
Strong	516	126	0	9 790	107	35	668
Tatra	737	56	0	13 161	177	120	751
Tyskie	8 218	3 358	897	33 349	419	214	842
Warka	3 273	1 657	177	31 841	268	112	782
Wojak	51	160	222	3 849	25	26	363
Żubr	2 994	2 015	501	18 598	313	422	852
Żywiec	3 728	1 721	890	28 510	267	127	766

Źródło: opracowanie własne.

Rozwiązanie zadania przedstawiono w tab. 2. W wierszach podano obiekty wraz z obliczonymi wskaźnikami efektywności dla modelu nadefektywności oraz dla

<sup>5</sup> Formuły benchmarkingowe pozwalają określić, na których spośród w pełni efektywnych obiektów powinien wzorować się obiekt nieefektywny, aby być w 100% efektywnym [Guzik 2009a, s. 223].

standardowego modelu DEA. W kolumnach z symbolami  $\lambda$  znalazły się optymalne wagi intensywności.

Liczba marek efektywnych jest równa 7 (szary kolor), co stanowi około 44% łącznej liczby badanych obiektów. Niewątpliwie redundancja liczby obiektów efektywnych jest istotną wadą modeli DEA.

**Tabela 2.** Wyniki modelu CCR zorientowanego na nakłady wraz ze wskaźnikami efektywności dla modelu CCR i SE-CCR

Obiekty (o)	SE-CCR		CCR																
	$\theta$	$\rho$	$\lambda_{o,1}$	$\lambda_{o,2}$	$\lambda_{o,3}$	$\lambda_{o,4}$	$\lambda_{o,5}$	$\lambda_{o,6}$	$\lambda_{o,7}$	$\lambda_{o,8}$	$\lambda_{o,9}$	$\lambda_{o,10}$	$\lambda_{o,11}$	$\lambda_{o,12}$	$\lambda_{o,13}$	$\lambda_{o,14}$	$\lambda_{o,15}$	$\lambda_{o,16}$	
(1) Carlsberg	0,61	0,61				0,26					0,10	0,61							
(2) Desperados	0,45	0,45			0,02							0,34	0,09						
(3) Dębowe Mocne	1,05	1,00			1,00														
(4) Harnaś	8 846	1,00				1,00													
(5) Heineken	0,41	0,41				0,73					0,58								
(6) Lech	0,81	0,81									1,85		1,19						
(7) Łomża	0,57	0,57				0,26													
(8) Okocim	0,56	0,56				0,92					0,13		0,03						
(9) Specjal	124 500	1,00									1,00								
(10) Strong	1,26	1,00										1,00							
(11) Tatra	7,11	1,00											1,00						
(12) Tyskie	0,39	0,39				1,01					5,33								0,08
(13) Warka	0,44	0,44				0,68					1,96		0,48						
(14) Wojak	1,29	1,00															1,00		
(15) Żubr	1,54	1,00																1,00	
(16) Żywiec	0,41	0,41				1,04					2,77								

Źródło: opracowanie własne.

Kolejny „niezwykły” fakt to wręcz gigantyczne wartości współczynnika nadefektywności dla marek Specjal i Harnaś. Tutaj przyczyną jest względna metoda pomiaru efektywności w modelach DEA. Jeden lub dwa obiekty o bardzo dużej sprawności powodują, że mnożniki nakładów pozostałych obiektów są wyraźnie niższe. W celu uniknięcia takiej sytuacji postuluje się wzięcie do badania obiektów jednorodnych, a w przypadku pojawienia się obiektów nietypowych – usuwanie ich z badanego zbioru [Domagała 2007b; Guzik 2009d, s. 52–54]. W ekonometrii problem obserwacji odstających jest także obecny, jednak usunięcie lub zmodyfikowanie jednej obserwacji z np. 100 nie stanowi większego problemu. Natomiast w przypadku badania kilkunastu obiektów usunięcie jednego lub dwóch może być zinterpretowane jako manipulacja danymi i może narazić na krytykę otrzymane rezultaty. Pomimo konsekwencji związanych z usunięciem obiektów nietypowych zrezygnowano w badaniu z marek Specjal i Harnaś. Przyczyny tak dużych wartości wskaźnika nadefektywności są w przypadku piwa Specjal następujące: nie było w trakcie badanego okresu ani jednej jej reklamy w TV, a ogólne nakłady na reklamę były bardzo

niewielkie. Jednak nawet przy tak fatalnym budżecie udało się tej marce utrzymać pozycję głównego piwa na Pomorzu. W przypadku Harnasia bardzo znikome były nakłady na wszystkie media, poza reklamą w TV. Cechą wspólną tych marek jest ich segment rynkowy – są to marki tanie, przeznaczone do osób mniej zamożnych, które bardziej niż na wizerunek marki piwa, zwracają uwagę na cenę. Dodatkowo są to marki bardzo silne regionalnie – Specjal na Pomorzu, Harnaś na Podhalu, poza tymi obszarami ich udział w rynku piwa jest zdecydowanie mniejszy. Rozwiązanie zadania CCR i SE-CCR dla zredukowanego zbioru obiektów zawiera tab. 3.

**Tabela 3.** Wyniki zredukowanego modelu CCR zorientowanego na nakłady wraz ze wskaźnikami efektywności dla modelu CCR i SE-CCR\*

Obiekty (o)	SE-CCR	CCR														
	$\theta$	$\rho$	$\lambda_{0,1}$	$\lambda_{0,2}$	$\lambda_{0,3}$	$\lambda_{0,4}$	$\lambda_{0,5}$	$\lambda_{0,6}$	$\lambda_{0,7}$	$\lambda_{0,8}$	$\lambda_{0,9}$	$\lambda_{0,10}$	$\lambda_{0,11}$	$\lambda_{0,12}$	$\lambda_{0,13}$	$\lambda_{0,14}$
(1) Carlsberg	0,82	0,82							0,18	0,50	0,22					
(2) Desperados	0,45	0,45			0,02					0,34	0,09					
(3) Dębowe Mocne	1,05	1,00			1,00											
(4) Heineken	0,58	0,58							0,11		0,52			0,58		
(5) Lech	1,12	1,00					1,00									
(6) Łomża	0,92	0,92									0,26					
(7) Okocim	1,38	1,00							1,00							
(8) Strong	1,27	1,00								1,00						
(9) Tatra	7,59	1,00									1,00					
(10) Tyskie	0,75	0,75					0,18								1,16	
(11) Warka	0,59	0,59					0,11				1,00				0,19	
(12) Wojak	4,63	1,00												1,00		
(13) Żubr	2,48	1,00													1,00	
(14) Żywiec	0,61	0,61					0,09				0,54				0,46	

\* Na skutek usunięcia dwóch marek zmieniła się numeracja.

Źródło: opracowanie własne.

Zgodnie z przypuszczeniami, na skutek usunięcia dwóch zdecydowanie najlepszych marek poprawiły się wartości efektywności w pozostałych obiektach. Liczba marek efektywnych jest równa 7 i stanowi 50% zbioru wszystkich obiektów. Obecnie w rankingu efektywności najlepiej wypada Tatra, przed Wojakiem i Żubrem. Nie najlepiej wypadają główne marki Grupy Żywiec: Warka, Żywiec i Heineken, przeciętnie ich efektywność wynosi 0,6. Oznacza to, że teoretycznie w swych technologiach optymalnych mogliby osiągnąć takie rezultaty przy zmniejszeniu nakładów o 40%.

Po bardziej szczegółowym przyjrzeniu się marce Żywiec oparta na technologii optymalnej *formuła benchmarkingowa* dla tego piwa przyjmuje następującą postać:

$$\hat{T}_{\text{Żywiec}} = 0,09 * T_{\text{Lech}} + 0,54 * T_{\text{Tatra}} + 0,46 * T_{\text{Żubr}}, \quad (12)$$

gdzie:  $T$  – technologia empiryczna marki,  $\hat{T}$  – technologia optymalna.

W swej technologii optymalnej marka Żywiec powinna się „wzorować” przede wszystkim na markach Żubr i Tatra.

W zdecydowanej większości publikacji marketingowych, mówiąc o budżetach na reklamę, nie wyszczególnia się podziału między konkretne media. Rozwiązanie zadania dla zsumowanych nakładów reklamowych przedstawia tab. 4. W rozwiązaniu tym nie uwzględniono marki Specjal, na której promocję wydatkowano tak małe sumy, że jej efektywność jest niesamowicie wysoka w porównaniu z pozostałymi markami.

**Tabela 4.** Rozwiązanie modelu z sumowanymi nakładami na reklamę

Obiekty (o)	SE-CCR		CCR															
	$\theta$	$\rho(o)$	$\lambda_{o,1}$	$\lambda_{o,2}$	$\lambda_{o,3}$	$\lambda_{o,4}$	$\lambda_{o,5}$	$\lambda_{o,6}$	$\lambda_{o,7}$	$\lambda_{o,8}$	$\lambda_{o,9}$	$\lambda_{o,10}$	$\lambda_{o,11}$	$\lambda_{o,12}$	$\lambda_{o,13}$	$\lambda_{o,14}$	$\lambda_{o,15}$	
(1) Carlsberg	0,61	0,61				0,83												
(2) Desperados	0,39	0,39				0,26										0,31		
(3) Dębowe Mocne	0,81	0,81				0,66										0,54		
(4) Harnaś	1,12	1,00				1,00												
(5) Heineken	0,48	0,48				0,70						0,19						
(6) Lech	0,89	0,89										0,03						0,96
(7) Łomża	0,32	0,32				0,16									0,20			
(8) Okocim	0,57	0,57				0,95						0,04						
(9) Strong	0,97	0,97				0,88												
(10) Tatra	1,07	1,00										1,00						
(11) Tyskie	0,70	0,70																1,34
(12) Warka	0,56	0,56										0,20						0,74
(13) Wojak	1,28	1,00													1,00			
(14) Żubr	1,31	1,00																1,00
(15) Żywiec	0,59	0,59										0,15						0,77

Źródło: opracowanie własne.

**Tabela 5.** Porównanie miejsca w rankingu marek w przypadku modeli z rozdzielonymi i zsumowanymi nakładami na reklamę

Obiekty (o)	Model SE-CCR z rozdzielonymi nakładami		Model SE-CCR z zsumowanymi nakładami	
	ranking	$\rho$	ranking	$\rho$
Tatra	1	7,59	4	1,07
Wojak	2	4,63	2	1,28
Żubr	3	2,48	1	1,31
Okocim	4	1,38	11	0,57
Strong	5	1,27	5	0,97
Lech	6	1,12	6	0,89
Dębowe Mocne	7	1,05	7	0,81
Łomża	8	0,92	15	0,32
Carlsberg	9	0,82	9	0,61
Tyskie	10	0,75	8	0,70
Żywiec	11	0,61	10	0,59
Warka	12	0,59	12	0,56
Heineken	13	0,58	13	0,48
Desperados	14	0,45	14	0,39
Harnaś	brak	brak	3	1,12

Źródło: opracowanie własne.

W porównaniu z zadaniem z tab. 3 najbardziej efektywne są te same marki, aczkolwiek jest ich mniej – tylko 4. Liderem rankingu jest marka Żubr. W tabeli 5 zestawiono ranking uzyskany na podstawie modeli z rozdzielonymi i zsumowanymi nakładami na reklamę.

Wśród pierwszych czterech marek wyniki są bardzo zbieżne, aż trzy się powtarzają: Żubr, Wojak, Tatra. Natomiast w przypadku dwóch marek: Okocimia i Łomży, zanotowano bardzo wyraźne zmiany miejsc w rankingu – Okocim spadł z miejsca 4 na 11, natomiast Łomża z miejsca 8 na 15. Szczególnie ten pierwszy przypadek jest zaskakujący i świadczy o dużej czułości modelu DEA na wartości nakładów. Obie te marki miały bardzo niskie nakłady na radio i prasę, co spowodowało, że mogły wypaść „blisko optimum” w tych kryteriach i ostatecznie zostały „pociągnięte” w rankingu z rozdzielonymi nakładami. Ze względu na niejednorodność nakładów lepiej odzwierciedla prawdę ranking ze zsumowanymi nakładami. Niestety takie sumowanie powoduje, że nie można zobaczyć, jaki jest optymalny podział budżetu między poszczególne media.

Bardzo słabo w obydwu rankingach wypadły marki o bardzo dużych nakładach na reklamę w porównaniu ze sprzedawanym wolumenem, np. Heineken, Desperados, oraz marki o największych w Polsce budżetach reklamowych, np. Warka, Żywiec, Tyskie. Na przykładzie tych piw można zauważyć, że w pewnym momencie wzrost nakładów reklamowych nie powoduje wyraźnego wzrostu sprzedaży i zwiększenia stopnia znajomości marek.

Zależność między nakładami reklamowymi a sprzedażą piwa czy też znajomością marki przedstawia funkcja  $S$ -kształtna. Funkcja ta ma punkt przegięcia, powyżej którego wzrost nakładów powoduje coraz mniejszy wzrost efektów. Zatem w przypadku pięciu wcześniej wymienionych marek firmy zdecydowanie przeinwestowały.

## 5. Podsumowanie

W artykule wykorzystano metodę DEA do oceny efektywności wydatkowania nakładów na reklamę. Pomiaru dokonano na podstawie ukierunkowanego na nakłady modelu CCR, a następnie do zrangowania obiektów wykorzystano model SE-CCR. W celu uchwycenia wpływu środka przekazu na miejsce w rankingu rozwiązano zadania dla zsumowanych i rozdzielonych ze względu na media nakładów.

Uzyskane wnioski można podzielić na dwie grupy:

- a) wady i zalety wykorzystania modeli DEA do badania efektywności reklamy,
  - b) efektywność reklamy poszczególnych marek piw.
- Odnosząc się do wad i zalet, stwierdzono, że:
- model jest bardzo wrażliwy na obserwacje nietypowe, a grupa obiektów powinna być jak najbardziej jednorodna; spełnienie tego założenia jest bardzo trudne w praktyce, dlatego w przeprowadzanych analizach usunięto markę Specjal, a w modelu z rozdzielonymi nakładami także markę Harnaś,

- modele DEA nie radzą sobie w sytuacji, gdy jeden z nakładów jest równy zero; należy wtedy dodać pewną małą liczbę dodatnią do nakładów, co niestety tylko częściowo rozwiązuje problem.
- Wyodrębniono następujące wnioski na temat efektywności badanych marek piw:
- najbardziej efektywną marką jest Specjal; ze względu na bardzo niskie nakłady reklamowe jego efektywność jest tak duża, że został uznany za obiekt niejednorodny i usunięty z dalszych analiz; z pozostałych marek, zależnie od rankingu, najbardziej efektywne są: Harnaś, Tatra, Żubr, Wojak,
  - przeszacowane są nakłady na reklamę najbardziej znanych marek: Tyskie, Żywiec, Warka, Heineken; marki te charakteryzują się tylko 50–60% efektywnością; przyczyną jest przyznawanie budżetów reklamowych proporcjonalnie do wielkości przynoszonego zysku; zupełnie ignorowany jest fakt, że zależność między wielkością sprzedaży a reklamą jest S-kształtna, a nie liniowa,
  - ze względu na bliskie lub równe zero nakłady reklamowe, na np. radio, lepiej odzwierciedlającym prawdę jest ranking ze zsumowanymi nakładami.

## Literatura

- Agriculture and Agri-Food Canada, *Consumer Trends Wine, Beer and Spirits in the United States*, <http://www.ats-sea.agr.gc.ca/amr/5531-eng.htm> (dostęp: 30.10.2011).
- Andersen P., Petersen N.C. [1993], *A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis*, "Management Science", vol. 39 (10), [http://www.chinadps.net/dea\\_ccr3.pdf](http://www.chinadps.net/dea_ccr3.pdf) (dostęp: 30.10.2011).
- Charnes A., Cooper W., Rhodes E. [1978], *Measuring the efficiency of decision-making units*, "European Journal of Operational Research", vol. 2, [http://www.elsevier.com/authoried\\_subject\\_sections/S03/Anniversary/EJOR\\_free1.pdf](http://www.elsevier.com/authoried_subject_sections/S03/Anniversary/EJOR_free1.pdf) (dostęp: 30.10.2011).
- Domagała A. [2007a], *Metoda Data Envelopment Analysis jako narzędzie badania względnej efektywności technicznej*, „Badania Operacyjne i Decyzje”, nr 3–4.
- Domagała A. [2007b], *Postulat homogeniczności jednostek decyzyjnych w metodzie DEA. Sugestie teoretyczne a wyniki symulacji empirycznych*, [w:] *Ekonometria finansowa*, Zeszyty Naukowe AE w Poznaniu, z. 84, Wydawnictwo AE, Poznań.
- Domagała A. [2009], *Zastosowanie metody Data Envelopment Analysis do badania efektywności europejskich giełd papierów wartościowych*, praca doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny, Poznań, <http://www.wbc.poznan.pl/dlibra/docmetadata?id=122336> (dostęp: 30.10.2011).
- Drugs rehab, *Alcohol statistics*, <http://www.drug-rehabs.org/alcohol-statistics.php> (dostęp: 30.10.2011).
- Garbarski L., Rutkowski I., Wrzosek W. [1998], *Marketing*, PWE, Warszawa.
- Guzik B. [2009a], *Podstawowe modele DEA w badaniu efektywności gospodarczej i społecznej*, Wydawnictwo UE w Poznaniu, Poznań.
- Guzik B. [2009b], *Wstęp do badań operacyjnych*, Wydawnictwo UE w Poznaniu, Poznań.
- Guzik B. [2009c], *Podstawowe możliwości analityczne modelu CCR-DEA*, „Badania Operacyjne i Decyzje”, nr 1.
- Guzik B. [2009d], *Główne analizy ekonomiczne na podstawie modelu nadefektywności CCR*, „Badania Operacyjne i Decyzje”, nr 3.
- Hagerty M.R., Carman J.M., Russel G.J. [1988], *Estimating elasticities with PIMS Data: Methodological issues and substantive implications*, "Journal of Marketing Research", vol. 25.
- Kotler P. [1999], *Marketing*, Felberg SJA, Warszawa.

- Lilien G.L., Kotler P., Moorthy K.S. [1992], *Marketing Models*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Mruk H. (red.) [2003], *Analiza rynku*, PWE, Warszawa.
- Pawłowska M., Kozak S. [2008], *Określenie wpływu przystąpienia do strefy euro na efektywność, poziom konkurencji oraz na wyniki polskiego sektora finansowego*, [http://www.nbp.pl/badania/seminaria\\_bise/Pawłowska\\_KozakO.pdf](http://www.nbp.pl/badania/seminaria_bise/Pawłowska_KozakO.pdf) (dostęp: 30.10.2011).
- Sherman H.D. [1992], *Data Envelopment Analysis (DEA): Identifying new opportunities to improve productivity*, "Tijdschrift voor Economie", vol. 37, no. 2.

## APPLICATION OF DATA ENVELOPMENT ANALYSIS TO MEASURE EFFECTIVENESS OF ADVERTISING SPENDINGS IN THE BREWING INDUSTRY

**Summary:** Data Envelopment Analysis (DEA) is the most popular method for measuring the economic and social efficiency. In the article DEA is used to measure the effectiveness of advertising spendings in the brewing industry. This study starts from input-oriented CCR model to proceed with adverts ranked by super-efficiency SE-CCR model. Consequently, the analysis provides ranking of various beer brands advertising which presents the degree of efficiency in advertising expenditures. According to this model brewing company can recognise if launched brands are competitive. As a result it leads to "optimization" of advertising spendings. Calculations are made in the R software.

**Keywords:** efficiency, Data Envelopment Analysis (DEA), advertising, beer industry.