PRACE NAUKOWE AKADEMII EKONOMICZNEJ WE WROCŁAWIU
Nr 1117 2006
Dydaktyka matematyki

Aleksander Strasburger
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

O KONCEPCJI I DOŚWIADCZENIACH Z WYKŁADU „WSTĘP DO ANALIZY FUNKCJONALNEJ I WYPUKŁEJ" DLA KIERUNKU EKONOMETRIA I INFORMATYKA W SZKOLE GŁÓWNEJ GOSPODARSTWA WIEJSKIEGO W WARSZAWIE

1. Wstęp

W ramach studium matematyki wykład analizy funkcjonalnej stanowi kulminację pierwszego etapu studiów – jest on jakby zwornikiem trzech podstawowych gałęzi matematyki: analizy matematycznej, algebry liniowej i topologii. Rzut oka na spis treści standardowych podręczników analizy funkcjonalnej (A. Alexiewicz (1969); J. Musielak (1989) czy W. Rudin (2002)) pozwala stwierdzić, że typowy wykład analizy funkcjonalnej obejmuje jako minimum następujące tematy: teorię przestrzeni funkcyjnych, a w szczególności przestrzeni Lebesgue'a Λ^{π}, i ich dyskretnych odpowiedników – przestrzeni ciągowych λ^{π} – wraz z ich współzależnościami (dualność); geometryczne i topologiczne podstawy teorii abstrakcyjnych przestrzeni unormowanych ze szczególnym uwzględnieniem klasy unormowanych przestrzeni zupełnych (przestrzeni Banacha); dział, który można określić klasycznym terminem „teorii operacji liniowych" obejmujący ogólne fakty dotyczące operatorów liniowych w przestrzeniach Banacha (twierdzenia Banacha-Steinhausa, Banacha o odwzorowaniu otwartym i wykresie domkniętym, klasyczną alternatywę Fredholma) oraz elementy teorii przestrzeni Hilberta i teorii operatorów w tych przestrzeniach (elementy teorii spektralnej). Łącznikiem z zagadnieniami należącymi do drugiego kręgu tematów zawartego w tytule wykładu – wypukłość – są problemy dualności przestrzeni unormowanych i studium funkcjonałów liniowych oparte na twierdzeniu Hahna-Banacha i jego geometrycznej formie – twierdzeniu o rozdzielaniu zbiorów wypukłych.

Przeprowadzenie wykładu tej treści w sposób przyswajalny dla audytorium składającego się ze studentów o przygotowaniu matematycznym dekretowanym przez minima programowe dla kierunku Ekonometria i Informatyka wydaje się, przynajmniej dla piszącego te słowa, niemożliwe. Poza brakami merytorycznymi dotyczącymi na przykład teorii miary, nawet najbardziej ambitnie zakreślone zajęcia z analizy matematycznej i algebry liniowej w standardowym wymiarze czasowym (60 godz. + 60 godz. i 30 godz. + 30 godz.) nie są w stanie wyrobić u studentów wymaganej przy takim wykładzie kultury matematycznej. Rozumiem przez to umiejętność już nawet nie konstruowania, ale śledzenia ze zrozumieniem dłuższych dowodów czy rozwiązywania praktycznych problemów wymagających wieloetapowych konstrukcji matematycznych czy logicznych. Z moich doświadczeń wynika na przykład, że dużą przeszkodą są powstające często „zawęźlenia nieporozumień", gdzie używanie dwuznacznej notacji prowadzi do powstania wrażenia identyczności pewnych pojęć. Najbardziej banalnym przykładem takiej sytuacji było używanie przez studentów tych samych oznaczeń dla pochodnych cząstkowych co dla pochodnych zwyczajnych, co doprowadziło do tego (lub było efektem tego), że pojęcia te w odczuciu studentów uległy utożsamieniu, w rezultacie czego próby nakłonienia słuchaczy do używania właściwej notacji były traktowane jako merytorycznie nieuzasadnione i zostały zanegowane.

Przy takim „punkcie wyjścia" (żeby nie powiększać lamentu nad stanem nauczania matematyki w szkołach średnich, określę w ten sposób rozeznanie stanu przygotowania studentów na etapie bezpośrednio poprzedzającym przystąpienie do omawianych zajęć, niejako „na wejściu do wykładu") konieczne stało się przeformułowanie celu wykładu i, co za tym idzie, zakresu obejmowanego przezeń materiału. Zaczniemy od przedstawienia tego drugiego punktu.

2. Zawartość i rozkład materiału wykładowego

Część pierwszą wykładu stanowi ***Rozszerzające repetytorium algebry liniowej.***

Po przypomnieniu podstawowych definicji i wprowadzeniu w kontekście abstrakcyjnych przestrzeni wektorowych pojęć normy i iloczynu skalarnego przystępujemy do przeglądu menażerii przestrzeni wektorowych, obejmującej przede wszystkim te gatunki, z którymi studenci mają szansę wejść w interakcję w dalszym toku studiów, ewentualnie w przyszłej pracy. Tu główne miejsce zajmują rozmaite przestrzenie funkcyjne, od przestrzeni wielomianów algebraicznych i wielomianów trygonometrycznych poprzez przestrzenie ciągowe do przestrzeni funkcji ciągłych na odcinku zwartym, a nawet funkcji ograniczonych określonych na dowolnej (niekoniecznie skończonej) dziedzinie. Zwracamy przy tym uwagę na istniejące relacje między tymi przestrzeniami, w głównej mierze na wzajemne zawierania, oraz na możliwość wprowadzenia struktur metrycznych – normy lub iloczynu skalarnego (nierzadko na więcej niż jeden sposób) oraz nie unikamy okazji korzystania ze znajomości wyniesionych z wykładu analizy matematycznej pojęć i faktów dotyczących zbieżności ciągów i szeregów. To ostatnie przygotowuje grunt do głębszego studium problemu zbieżności w dalszym ciągu wykładu.

Ta część wykładu osiąga punkt kulminacyjny w dyskusji baz ortonormalnych wraz z metodą ortonormalizacji Grama-Schmidta i twierdzeniem o istnieniu rzutu prostopadłego na podprzestrzeń. Ze względu na topologiczne założenia potrzebne dla dowodu tego twierdzenia w przypadku ogólnych przestrzeni z iloczynem skalarnym dowodzimy go w przypadku skończenie wymiarowym, eksponując przy tym ekstremalne własności tego rozkładu, ważne również w przypadku nieskończenie wymiarowym. Twierdzenie to formułujemy, jak następuje.

Twierdzenie o rzucie prostopadłym. *Jeśli* ς *jest skończenie wymiarową przestrzenią wektorową z iloczynem skalarnym oznaczanym* $(\xi|\psi)$ *i normą* $\|\zeta\|^2 = (\xi|\xi)$ *oraz* $\Omega \subset \varsigma$ *dowolną podprzestrzenią wektorową* ς, *to rzut ortogonalny na* Ω *jest odwzorowaniem liniowym* $P\colon \varsigma \to \Omega$ *jednoznacznie wyznaczonym przez każdy z dwóch wzajemnie równoważnych warunków:*

a) *dla każdego wektora* $x \in \varsigma$ *wektor* $x - Px$ *jest ortogonalny do przestrzeni* Ω;

b) *dla każdego wektora* $x \in \varsigma$ *zachodzi równość*

$$\|x - Px\| = \inf\{\|x - w\|: w \in \Omega\} = \delta(x, \Omega).$$

Jak wiadomo, punkt b) oznacza, że aby podejść jak najbliżej zawieszonego pod sufitem słoika konfitur, trzeba stanąć na spodku prostopadłej do podłogi przeprowadzonej przez środek słoika!

Wprowadzone wcześniej przykłady przestrzeni liniowych dostarczają wielu możliwości praktycznej ilustracji zagadnienia ortonormalizacji baz – ortogonalność funkcji trygonometrycznych, konstrukcję wielomianów Legendre'a przez ortogonalizację ciągu jednomianów $1, \tau, \tau^2, \tau^3, \ldots$, jednakże specjalnie dla potrzeb naszego audytorium nie można pominąć zastosowania tego twierdzenia do przedstawienia metody najmniejszych kwadratów w ujęciu geometrycznym i pokazania, że tzw. równania normalne MNK są niczym innym jak wyrażeniem dla odpowiedniego rzutu ortogonalnego.

Algebraiczną część wykładu zamyka prezentacja podstawowych pojęć odnoszących się do teorii zbiorów i funkcji wypukłych. Tu mieści się na przykład informacyjnie potraktowane twierdzenie Carathéodory'ego: *Jeśli* $\Phi \subset P^n$, *to dowolny punkt* $x \in \mathrm{conv}(\Phi)$ *można zapisać jako kombinację wypukłą co najwyżej* $n + 1$ *elementów z* Φ. Jednakże w tym kręgu zagadnień najwięcej uwagi poświęcamy skończenie wymiarowej wersji twierdzenia o oddzielaniu, które formułujemy już w tym miejscu (mimo iż pewne topologiczne pojęcia, skądinąd intuicyjne, pozostają jak na razie niezdefiniowane) po to, aby materiał ćwiczeniowy poświęcony na przykład elementarnym zagadnieniom programowania liniowego ukazać w odpowiednio szerokiej perspektywie.

Twierdzenie o generowaniu zbiorów wypukłych. *Przez każdy punkt brzegu domkniętego zbioru wypukłego $K \subset P^n$ przechodzi hiperpłaszczyzna podpierająca. Częścią wspólną wszystkich półprzestrzeni zawierających K i wyznaczonych przez hiperpłaszczyzny podpierające jest zbiór K.*

Fundamentalna nierówność Jensena dla funkcji wypukłych służy nam do wyprowadzenia i skomentowania nierówności typu wypukłości – nierówności dla średnich czy też nierówności Höldera, potrzebnej np. przy dyskusji norm w przestrzeniach ciągowych.

Część druga wykładu poświęcona jest budowie ***aparatu pojęciowego związanego z elementarnymi strukturami topologicznymi*** prezentowanymi w kontekście ***topologii przestrzeni metrycznych.*** Punktem wyjścia jest koncepcja metryki umożliwiająca wprowadzenie pełnej rodziny otoczeń punktu (kul) jako narzędzia mierzenia oddalenia od wybranego punktu (w pewnej analogii do stref taryfowych stosowanych niekiedy w komunikacji miejskiej!) i konstruowanie na tej podstawie pojęcia ***punktu skupienia zbioru*** i ***zbieżności ciągu punktów***. Z nich z kolei wywodzą się operatory topologii mnogościowej (domykania zbioru czy brania jego wnętrza) czy pojęcia ***zupełności*** i ***zwartości przestrzeni metrycznej,*** a także ogólna koncepcja ***ciągłości odwzorowania przestrzeni metrycznych.*** Użycie ogólnych przestrzeni metrycznych, zamiast zazwyczaj rozważanych w takim wykładzie przestrzeni unormowanych, uzasadnione jest możliwością wykorzystania tego ogólniejszego schematu w sytuacjach, gdy struktura wektorowa jest nieobecna lub też pozbawiona w danym kontekście znaczenia – tak jest na przykład przy wykorzystaniu tego pojęcia w taksonomii numerycznej (metryka Minkowskiego) lub w zagadnieniach konstrukcji kodów poprawiających błędy (metryka Hamminga).

Punkt ciężkości topologicznej części wykładu spoczywa na pojęciu zwartości. Z założenia zwartości zbioru czynimy wygodne narzędzie zarówno dla metod obliczeniowych – różne metody aproksymacji, warunek dostateczny osiągania ekstremum przez funkcje ciągłe, jak i dla samej teorii. Dla zachowania ciągłości z wykładem analizy matematycznej za punkt wyjścia dla wprowadzenia pojęcia zwartości przyjmujemy dobrze znaną dla przypadku jednej zmiennej **własność Bolzano-Weierstrassa,** zapewniającą istnienie podciągów zbieżnych w każdym ograniczonym ciągu liczb rzeczywistych lub, równoważnie, istnienie punktów skupienia dla nieskończonych ograniczonych podzbiorów osi liczbowej *P.* Dla pełności wykładu podajemy dowód tej własności w przypadku osi liczbowej klasyczną metodą bisekcji, a następnie rozszerzamy ją na przypadek przestrzeni kartezjańskiej dowolnego skończonego wymiaru, traktując dowód jako okazję do przedstawienia pożytecznej metody wyborów kaskadowych – z danego ograniczonego ciągu wybieramy podciąg zbieżny w pierwszych współrzędnych, następnie z niego podciąg zbieżny w drugich współrzędnych (i automatycznie zbieżny także w pierwszych współrzędnych) i tak dalej aż do uzyskania podciągu zbieżnego na wszystkich miejscach.

Jednak, jak wiadomo, „zwartość ma różne oblicza", więc najważniejsze z nich przedstawiamy w formie **twierdzenia o charakteryzacji zbiorów zwartych.** *Niech* $K \subset \Xi$, *przy czym* (Ξ, d) *jest przestrzenią metryczną. Następujące warunki są równoważne:*

a) *K jest zbiorem zwartym, tj. z każdego ciągu elementów K można wybrać podciąg zbieżny do elementu K (własność Bolzano-Weierstrassa)*;

b) *z każdego pokrycia otwartego zbioru K można wybrać pokrycie skończone (warunek Borela–Lebesgue'a)*;

c) *K jest zbiorem zupełnym i całkowicie ograniczonym*;

d) *część wspólna każdej skończenie centrowanej na K rodziny zbiorów domkniętych w Ξ ma niepuste przecięcie z K, tj.* $\cup_{\{\alpha \in A\}} \Phi_\alpha \cup K \neq \varnothing$.

Każdy z powyższych warunków ma swoją rolę do odegrania w wykładzie – warunek Borela-Lebesgue'a jest niezastąpiony w rozważaniach teoretycznych i z tego względu nie sposób go opuścić. Może nieco mniej znany jest warunek c), wiążący zwartość z pojęciem *całkowitej ograniczoności zbioru*, które definiujemy, jak następuje.

Podzbiór K przestrzeni metrycznej nazywa się całkowicie ograniczonym, jeśli dla każdego $\varepsilon > 0$ można znaleźć taki skończony jego podzbiór, że każdy punkt K leży w odległości nie większej niż ε od przynajmniej jednego z punktów tego zbioru. Zbiór taki wygodnie nazywać ε-siecią, a jego bardzo intuicyjne znaczenie pozwala dobrze wyobrazić sobie, o co naprawdę chodzi w zagadnieniu aproksymacji. Z kolei punkt d) wygląda odstraszająco abstrakcyjnie, ale po chwili namysłu widać, że stanowi on teoretyczną podstawę metod numerycznych opartych na rozmaitych sposobach podziału (metoda bisekcji, trysekcji itp.) i choćby z tego względu warto umieścić go w szafce z podręcznymi narzędziami.

Wspomiane metody aproksymacji, z metodą bisekcji na czele, stanowią wygodny i ciekawy materiał ćwiczeniowy w ich aspekcie zarówno teoretycznym, jak i numerycznym; ten drugi przy wykorzystaniu odpowiedniego instrumentarium informatycznego, np. programowania procedur przybliżonego wyznaczania pierwiastków, lub ogólniej punktów stałych funkcji, za pomocą Excela, programu Mathematica lub wybranych języków programowania.

Różnorodność możliwych zastosowań zwartości przestrzeni stwarza możliwość elastycznego doboru tematów do przedstawienia na wykładzie, lecz niektóre z nich mają tam miejsce na stałe. Należą do nich, poza wspomnianymi metodami aproksymacji czy twierdzeniem o osiąganiu kresów przez funkcje ciągłą o zwartej dziedzinie, twierdzenia o zachowaniu zwartości przez odwzorowania ciągłe i jednostajnej ciągłości odwzorowań ciągłych o zwartej dziedzinie. Ponadto podajemy zazwyczaj krótki i elegancki dowód równoważności norm w skończenie wymiarowych przestrzeniach oparty na własności osiągania kresów na zbiorze zwartym (w tym przypadku kuli jednostkowej). Warto też wspomnieć, choć tym razem bez dowodu, o twierdzeniu Riesza, charakteryzującym skończenie wymiarowe przestrzenie unormowane właśnie przez zwartość kuli jednostkowej oraz o twierdzeniu Weierstrassa o gęstości wielomianów w przestrzeni $X([\alpha, \beta])$ funkcji ciągłych na odcinku zwartym wyposażonej w normę jednostajną.

Drugiemu z centralnych pojęć topologicznych, jakim jest zupełność, poświęcamy zdecydowanie mniej miejsca – jednym z dwóch zasadniczych rezultatów teoretycznych jest twierdzenie o zupełności przestrzeni $X([\alpha, \beta])$ względem normy jednostajnej, wraz z przykładami wskazującymi jej niezupełność w normach całkowych Λ^1 czy Λ^2. Jako centralny punkt tej części wykładu, prowadzący przy tym do niebanalnych zastosowań, wybieramy rezultat nazywany zazwyczaj zasadą Banacha.

Zasada Banacha, czyli twierdzenie o punkcie stałym odwzorowania zbliżającego. *Jeśli* ϕ: $\Xi \rightarrow \Xi$ *jest odwzorowaniem zbliżającym ze stałą* $0 < \alpha < 1$ *w zupełnej przestrzeni metrycznej* (Ξ, d), *tj.* $d(f(x), f(y)) \le \alpha\, d(x, y)$ *dla wszystkich* $x, y \in \Xi$, *to* ϕ *ma jedyny punkt stały. Co więcej, dla dowolnego punktu* $p \in \Xi$ *ciąg rekurencyjny* (x_n) *o elementach z* Ξ *zdefiniowany wzorem*

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad n = 1, 2, \ldots, \; x_0 = p.$$

jest zbieżny do punktu stałego odwzorowania ϕ*. Wyrazy tego ciągu spełniają nierówność*

$$d(x_n, \xi) \le \frac{1}{1-\alpha} d(x_n, x_{n+1}) \le \frac{\alpha^n}{1-\alpha} d(x_0, x_1),$$

gdzie przez ξ *oznaczony jest punkt stały odwzorowania* ϕ*.*

Rezultat ten można wyspecyfikować dla przypadku odwzorowań liniowych w przestrzeniach Banacha, ale nie będziemy się tym tutaj zajmować. Twierdzenie to, którego źródła można dopatrywać się w metodzie stycznych Newtona, jest niezwykle użyteczne zarówno w zagadnieniach teoretycznych, jak też i w zastosowaniach. Co ważne, z niego wyrasta tak dziś aktualna tematyka badań nad układami dynamicznymi, a w szczególności charakterystykami ich asymptotycznego zachowania wraz z pytaniem o występowanie chaosu. W ekonomii mamy dobrze znane każdemu modele pajęczynowe dochodzenia do stanu równowagi, które są matematycznie dość prostym, ale nie pozbawionym znaczenia zastosowaniem techniki ciągów rekurencyjnych. W tym kręgu zagadnień można też znaleźć interesujący materiał ćwiczeniowy, a przed bardziej ambitnymi i wprawnymi w programowaniu studentami stoją otworem różne techniki modelowania obiektów fraktalnych.

Ostatnią częścią wykładu są zazwyczaj zagadnienia ***wprowadzające w tematykę optymalizacji, a w szczególności podstawy programowania liniowego i nieliniowego***. Wykorzystując elementarne własności algebraiczne i topologiczne, możemy w pełni wykazać **twierdzenie podstawowe programowania liniowego.** *Niech* ϕ: $P^n \rightarrow P$ *będzie funkcją afiniczną postaci* $f(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + b$, *gdzie* a_i, $b \in P$ *dla* $i = 1, \ldots, n$, $\Sigma \subset P^n$ *zaś wielościanem (przecięciem skończonej rodziny półprzestrzeni domkniętych w* P^n*). Jeśli* f *jest ograniczona z góry na* Σ, *to osią-*

ga swe wartości maksymalne w punktach należących do pewnej ściany Σ, *która także jest wielościanem. Jeśli ponadto* Σ *jest ograniczony, to* f *osiąga wartość maksymalną w punkcie będącym wierzchołkiem* Σ.

W odniesieniu do dowolnych funkcji wypukłych dowodzimy zazwyczaj często wykorzystywane **twierdzenie podstawowe programowania wypukłego** (zob. L.D. Berkowitz (2002)) *niech* ϕ*.* $X \to P$ *będzie funkcją wypukłą określoną na zbiorze wypukłym* $X \subset P^n$. *Wówczas:*

a) *jeśli* $x_0 \in X$ *jest lokalnym minimum* ϕ, *to jest też minimum globalnym*;

b) *zbiór punktów, w których* ϕ *osiąga minimum, jest zbiorem wypukłym* (*być może pustym*);

c) *jeśli* ϕ *jest ściśle wypukła i osiąga minimum, w* $x_0 \in X$, *to jest to jedyny punkt minimum dla* ϕ;

d) *jeśli* ϕ *nie jest stała i osiąga maksimum w pewnym punkcie* $x \in X$, *to* x *jest punktem brzegowym* X.

Niestety, na pogłębioną dyskusję twierdzenia Kuhna-Tuckera program wykładu pozostawia nam za mało czasu, tym bardziej że pozostają zazwyczaj do wypełnienia pewne luki dotyczące analizy wielu zmiennych. W tym zakresie sformułowania nie wykraczają poza to, co można znaleźć w standardowych podręcznikach (R. Antoniewicz, A. Misztal (2003); W. Dubnicki, J. Kłopotowski, T. Szapiro (1999); L.D. Berkowitz (2002)).

3. Podsumowanie

Mamy nadzieję, że powyżej zaprezentowany program wykładu pozwala dostrzec jego nić przewodnią, jaką jest ogólna koncepcja aproksymacji i jej zastosowanie do różnych wersjach i w odniesieniu do różnych sytuacji. Dodamy zatem jedynie dwie zasady metodologiczne, których staramy się ściśle trzymać w trakcie wykładu.

Po pierwsze, każdą nową abstrakcyjną definicję należy ilustrować możliwie szeroką gamą przykładów – jest to szczególnie ważne również dlatego, że dla studentów tego kierunku matematyka jest tylko narzędziem, co wprawdzie może ranić serce „czystego matematyka”, ale tego stanu rzeczy nie można kwestionować.

Druga zasada dotyczy dowodów i można ją sformułować jako postulat, aby podawane dowody zawierały przynajmniej zalążek techniki, którą można wykorzystać w zagadnieniach praktycznych.

Literatura

A. Alexiewicz (1969). *Analiza funkcjonalna*. PWN. Warszawa.
R. Antoniewicz, A. Misztal (2003). *Matematyka dla studentów ekonomii* (wyd. 4 popr.). PWN. Warszawa.
L.D. Berkovitz (2002). *Convexity and Optimization in R^n*. J. Wiley & Sons. New York.
W. Chinn, N. Steenrod (1966). *First Concepts of Topology*. Random House. New York.
E. Chong, S. Żak (2001). *An Introduction to Optimization* (2nd ed.). J. Wiley & Sons. New York.
W. Dubnicki, J. Kłopotowski, T. Szapiro (1999). *Analiza matematyczna. Podręcznik dla ekonomistów* (wyd. 2 popr.). PWN. Warszawa.
J.B. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal (2001). *Fundamentals of Convex Analysis*. Springer Verlag. Berlin, Heidelberg. New York.
J. Kudrewicz (1976). *Analiza funkcjonalna dla automatyków i elektroników*. PWN. Warszawa.
S. Kurcyusz (1982). *Matematyczne podstawy teorii optymalizacji*. PWN. Warszawa.
J.R. Leigh (1980). *Functional Analysis and Linear Control Theory*. Academic Press. London. New York.
J. Musielak (1989). *Wstęp do analizy funkcjonalnej* (wyd. 2 zmienione). PWN. Warszawa.
W. Rudin (2002). *Podstawy analizy matematycznej* (wyd. 6). PWN. Warszawa.
W. Rudin (2002). *Analiza rzeczywista i zespolona* (wyd. 2). PWN. Warszawa.
A. Strasburger (2006). *Wstęp do analizy funkcjonalnej i wypukłej dla informatyków i ekonomistów*. Wydawnictwa SGGW. Warszawa (w przygotowaniu).
R.T. Strichartz (1995). *The Way of Analysis*. Jones and Bartlett. Boston & London.
W. Walter (1992). *Analysis* 1 & 2. Springer-Verlag. Berlin.
M. Wickerhauser (2004). *Mathematics for Multimedia*. Academic Press. Amsterdam, Boston.

ON CONCEPT AND EXPERIENCES GAINED BY CONDUCTING LECTURES "AN INTRODUCTION TO FUNCTIONAL AND CONVEX ANALYSIS" ADDRESSED TO STUDENTS OF COMPUTER SCIENCES AND ECONOMETRICS AT THE WARSAW AGRICULTURAL UNIVERSITY

Summary

In the years 2002/03–2004/05 the author of the article has lectured an introductory course of functional and convex analysis to second year students at the Interfaculties' Studies in Computer Sciences and Econometrics at the Warsaw Agricultural University . The time scope of the lecture was 2+2 lecture hours ((lectures and practical classes). On entering this course students had completed a broadly outlined one-year course of mathematical analysis and a one semester course in linear algebra. The aim of the course could be described as accessible, but nevertheless logically coherent presentation of the main notions and tools used for solving problems related to mathematical foundations of optimization theory and other encountered in mathematical economics and information sciences. The article describes a sketch of the programm of such a course, based on experiences gained through the years of lecturing.