

**Piotr Tarka**

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

---

## TEORIA POMIARU EFEKTYWNOŚCI BADAŃ MARKETINGOWYCH W MODELU REGRESJI I RÓWNAŃ STRUKTURALNYCH

---

**Streszczenie:** Podejmowanie decyzji rynkowych przez menedżerów na podstawie nieefektywnych i mało skutecznych badań marketingowych może zagrażać bezpieczeństwu firmy. Minimalizacja tego ryzyka jest możliwa przez dobór właściwych modeli analitycznych pozwalających firmom zmierzyć poziom efektywności w zakresie wydatków poniesionych na badania marketingowe (tj. stosunku nakładów przeznaczonych na ten cel do wyników ekonomicznych osiągniętych dzięki tym nakładom). Autor w pierwszej części artykułu opisuje istotę i główne problemy analizy efektywności badań marketingowych. Z kolei w drugiej części prezentuje uogólniony model pomiaru efektywności badań marketingowych (tj. nakładów badawczych w firmach względem wyników końcowych) oraz omawia modele SEM i MRA z perspektywy ich przydatności w analizie efektywności owych badań.

**Słowa kluczowe:** efektywność badań marketingowych, regresja wieloraka (MRA), analiza równań strukturalnych (SEM).

### 1. Wstęp

W literaturze problematyka pomiaru efektywności badań marketingowych traktowana jest na ogół marginalnie. Dotychczasowe prace koncentrują się jedynie na analizie efektywności działań marketingowych firm [Palmatier i in. 2006, s. 136-153; Aaker, Day 1980, s. 89-105; Chandon, Morwitz, Reinartz 2005, s. 1-15]. Nie rozwiązują zaś kluczowej kwestii pomiaru i kontroli efektywności narzędzi badawczych w odniesieniu do wyników finansowych. Brakuje chociażby opisu w sferze optymalnej alokacji nakładów finansowych na badania i selekcji narzędzi badawczych w firmach w celu pomiaru zjawisk rynkowych. Paradoksem jest też to, że z jednej strony uwidacznia się trwałość tez i argumentów świadczących o potrzebie rzetelności informacji i racjonalności w decyzjach kierowniczych, a z drugiej strony nieznana jest metodologia weryfikująca zależność relacyjną w przedsiębiorstwach pomiędzy ich nakładami finansowymi na badania a wynikami. Jeśli więc informacje są kluczowe, to dlaczego w firmach nie mierzy się poziomu efektywności współodpowiedzialnej za koszty wygenerowanych informacji. Z perspektywy przedsiębiorcy taki stan rzeczy może być od-

bierany jako swoistego rodzaju kuriozum. Zachwalanie korzyści z aplikacji badań i informacji to jedna strona medalu, ale brak konstruktywnych opcji wiążących koszty badawcze z wynikami finansowymi jednostki to jego druga strona.

Co do możliwości praktycznego rozwiązania tego problemu – zarysowują się dwa stanowiska. Zwolennicy badania efektywności badań marketingowych podkreślają wagę i znaczenie samych badań w osiąganiu efektywności działalności gospodarczej. Zwracają także uwagę na konieczność przeprowadzenia analizy statystycznej i kontroli wydatkowania środków na tę sferę działalności przedsiębiorstwa. Z kolei sceptycy twierdzą, że w większości przypadków nie jest możliwe wyliczenie stosunku wielkości nakładów na badania marketingowe do osiągniętych z tego tytułu korzyści. Pomimo tych wszystkich wad i ograniczeń, weryfikacja efektywności badań marketingowych jest koniecznością. Badania te przynoszą bowiem wiele informacji potrzebnych przedsiębiorstwu do osiągnięcia sukcesów na rynku i są siłą napędową podnoszenia innowacyjności gospodarki [Pociecha 1996, s. 190-191].

## **2. Definiowanie „efektywności” i podstawowe problemy badań marketingowych**

W marketingu efektywność to liczebny sposób wyrażenia zdolności tworzenia przez marketing wartości dodanej w relacji do poniesionych nakładów finansowych. Zdolność ta może także wynikać z umiejętności pozyskiwania i utrzymania klientów [Garbarski 2008, s. 25-49].

Z kolei jako efektywność badań marketingowych należałoby rozumieć liczebny sposób określania wartości/zysku z przeprowadzonych badań w relacji do poniesionych na te badania nakładów finansowych. Chodzi zatem o ekonomiczne konsekwencje badań. Grzesiowski [2002, s. 13] stwierdza, że w efektywności należy uwzględniać wymiar ekonomiczności (w aspekcie ekonomizacji działań), tj. maksymalizacji stosunku nakładów do efektów działania. Przez ekonomiczność wyraża on stosunek wyniku użytecznego do kosztów działania.

W analizie efektywności badań marketingowych dane i informacje gromadzone z różnych źródeł są na ogół rozproszone. Problemy, jakie w związku z tym powstają, dotyczą: rzetelności każdego fragmentu informacji, zgodności różnych fragmentów informacji czy możliwości łączenia różnych informacji i wyciągania na ich podstawie sensownych wniosków [Rao 1994, s. 24-35].

Jednocześnie analizę efektywności badań marketingowych komplikuje fakt, iż analizy te zależą w dużej mierze od:

- rodzaju badania: badanie zależności czy badanie współwystępowania,
- poziomu badania związków pomiędzy nakładami i efektami,
- skali pomiarowych zmiennych,
- podmiotów badania, tj. obiektów,
- typu metody badawczej przyjętej przez przedsiębiorstwo.

### 3. Subiektywny *versus* obiektywny dobór miar w analizie efektywności badań marketingowych

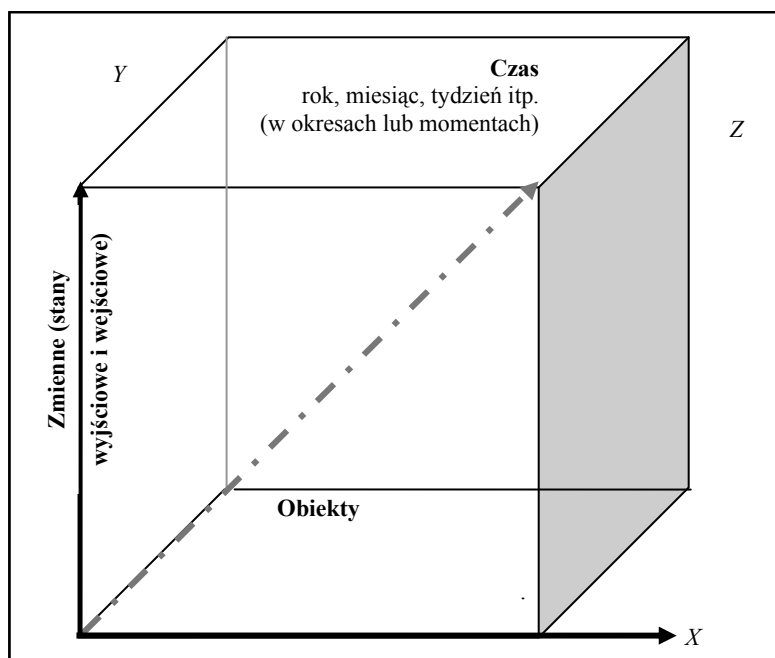
W analizie efektywności badań marketingowych ogromną rolę odgrywa dobór właściwych miar. Mianowicie **obiektywne miary** (takie jak sprzedaż czy zyski) umożliwiają porównywanie efektywności w odniesieniu do różnych branż, wielkości firm itp. Z kolei **subiektywne miary** (ze względu na wygodę analityka i ich łatwy dostęp) są najbardziej rozpowszechnione. Miary te mogą odzwierciedlać proste i przybliżone szacunki miar obiektywnych (np. przez zadanie pytania o następującej treści: *jakie jest Pana zadowolenie z wyników przeprowadzonego badania?* Możemy otrzymać odpowiedź: 1) *duże*, 2) *średnie*, 3) *małe*. Niestety, wadą miar subiektywnych jest jednak to, że zakłócają one wyniki pomiaru i wprowadzają do pomiaru błędy, które ostatecznie mogą wpływać na ocenę rozpatrywanego problemu. Okazuje się bowiem, że oceny subiektywnie wyrażane przez respondentów (np. menedżerów czy pracowników) mogą być wynikiem ich uprzedzeń czy odczuć związanych np. z przeszłą efektywnością firmy [March, Sutton 1997, s. 698-706]. Obiektywne miary, takie jak zysk, nie podlegają takim wpływom, jednak są efektem pewnych reguł raportowania, które nie zawsze oddają dokładny obraz efektywności. Dlatego też najlepszym rozwiązaniem jest stosowanie i dobór w analizie efektywności miar zarówno subiektywnych, jak obiektywnych [Dyduch 2007, s. 68-77].

W gruncie rzeczy trudno jest ocenić, w jakim stopniu jedna miara (obiektywna) jest lepsza od drugiej (subiektywnej). Jednocześnie wielość dobieranych w analizie miar podyktowana jest często brakiem korelacji między nimi. Gdyby wielorakie miary efektywności były ze sobą skorelowane, nie byłoby potrzeby zwiększania ich liczby. Wysoka korelacja oznaczałaby, że wszystkie miary są nośnikami tej samej informacji, pełnej informacji o efektywności badawczej firmy. Wtedy nie byłoby potrzeby tworzenia systemów pomiaru efektywności opartych na wielorakich poziomach. W rzeczywistości jednak miary efektywności są ze sobą słabo skorelowane.

### 4. Uogólniony model wielowymiarowej analizy efektywności badań marketingowych w warunkach eksperymentalnych (GMEMM)

Zastosowanie uogólnionego modelu wielowymiarowej analizy efektywności badań marketingowych (GMEMM – *Generalized Multivariate Efficiency Marketing Research*), opartego na kryterium porównawczym w sytuacji, kiedy obiekty są usytuowane w przestrzeni  $m$  zmiennych lub zmiennych w przestrzeni obiektów, wymaga realizacji pewnych zadań, tj.: grupowania (wydzielania jednorodnych podzbiorów zmiennych lub obiektów), wyboru reprezentatywnego podzbioru zmiennych lub obiektów, porządkowania (hierarchizowania, rangowania) obiektów i zmiennych oraz włączenia do analizy takich modeli analitycznych, jak: **regresja wieloraka (MRA) i równania strukturalne (SEM)**.

Jednocześnie identyfikacja poziomu efektywności powinna mieć charakter dynamiczny, tzn. przeprowadzanie badań powinno dokonywać się na podstawie obserwacji pochodzących z **różnych momentów lub okresów**. Dane z różnych momentów lub okresów pozwalają przetestować oddziaływanie kosztów badawczych w odniesieniu do zysków przedsiębiorstw w czasie. Pozwalają także określić, czy dany efekt trwa krótko czy długo, jest stały czy zmienny, w zależności od działań podejmowanych w firmie.



**Rys. 1.** Wielowymiarowa analiza danych w trzech wymiarach

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Jajuga 1993, s. 21-24].

Ostatecznie stworzona tzw. **kostka danych** obejmuje: 1) wymiar obiektów; 2) wymiar zmiennych i – co najistotniejsze – 3) wymiar czasu (w momentach lub okresach) [Jajuga 1993, s. 21-24] z uwzględnieniem MRA i SEM – jako modeli analitycznych. „Kostka danych” (rys. 1) zwiększa możliwości precyzyjnego pomiaru oddziaływania wielu zmiennych w sferze efektywności. W kostce tej oś X oznacza wymiar „obiektów – przedsiębiorstw”, oś Y – wymiar „zmiennych – nakładów i efektów”, a oś Z – wymiar „czasu”. Według Jajugi, innymi najczęściej spotykanymi kostkami przekrojowymi danych są:

- wielowymiarowy szereg przekrojowy („dwuwymiarowa” struktura danych – wartości  $m$  zmiennych dla  $n$  obiektów w jednym momencie (okresie),

- wielowymiarowy szereg czasowy („dwuwymiarowa” struktura danych) – wartości  $m$  zmiennych w  $N$  momentach dla jednego obiektu,
- szereg przekrojowo-czasowy („dwuwymiarowa” struktura danych) – wartości jednej zmiennej dla  $n$  obiektów w  $N$  momentach.

Pojęcie kostki danych można rozszerzyć na jeszcze większą liczbę wymiarów struktury danych przez wprowadzenie dodatkowych osi, odpowiadających strukturze rodzajowej czy też różnym warunkom otrzymywania danych ze względu na analizowaną efektywność badań. Tę ostatnią sytuację spotyka się np. w doświadczalnictwie, gdy mamy do czynienia z **eksperymentem**, tzn. ze zmieniającymi się warunkami zaplanowanymi przez wykonującego eksperyment [Jajuga 1993, s. 21-24]. Ważne jest w tym względzie, aby eksperyment ten opierał się na analizie struktury kosztów, ich dynamiki oraz odchyleń pomiędzy różnymi kategoriami kosztów (badań marketingowych i innych działań marketingowych firmy) umożliwiającą sformułowanie podstawowych tendencji w kształtowaniu się tych kosztów. Wymiar czasu stanowi tutaj niejako bazę odniesienia do porównania wielkości poniesionych nakładów w poprzednich (różnych) okresach.

W warunkach eksperymentalnych jednym ze sposobów ustalenia zależności przyczynowych jest powodowanie zajścia zdarzenia i obserwowanie następstw. Choć trzeba przyznać, że spowodowanie zdarzeń danego rodzaju nie zawsze jest możliwe. Badania eksperymentalne (w modelu pomiarowym) polegają zatem na tym, że wielokrotnie powoduje się zajście zdarzenia  $A$  oraz nie- $A$  (przy innych warunkach znanych lub ujednoczonych). Można wówczas sprawdzić, czy po  $A$  zawsze następuje  $B$ . Można też sprawdzić, czy przy założeniu, że zaszło zdarzenie  $A$ , wzrasta prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia  $B$ . Co więcej, jeśli zależność statystyczna nie jest zależnością pozorną, to wystąpi ona również w warunkach manipulacji.

Reasumując, należy stwierdzić, że modele oparte na eksperymencie łatwiej niż inne badania jednorazowe pozwalają na weryfikację tez o zależnościach przyczynowych, które *de facto* stanowią nieodłączny element w analizie efektywności badań marketingowych. Ponadto w warunkach eksperymentalnych w większym stopniu można sprawdzić, czy zależność pomiędzy przykładową strukturą nakładów na badania i ich efektami jest przyczynowa czy jedynie pozorna [Karpiński 1985, s. 15-16]<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> **Zależność pozorna** między (przykładowo) zmiennymi  $x$  i  $y$  zachodzi wówczas, gdy: 1) zmienne te są zależne statystycznie i 2) istnieje taka zmienna  $z$  (nie późniejsza niż  $x$  i  $y$ ), że zależność między  $x$  i  $y$  nie występuje w podgrupach wyróżnionych ze względu na zmienną  $z$ . Z kolei **zależność przyczynowa** między zmiennymi  $x$  i  $y$  zachodzi wtedy, gdy: 1) zmienne te są zależne statystycznie i 2) nie istnieje taka zmienna  $z$  (nie późniejsza niż  $x$  i  $y$ ), że zależność między  $x$  i  $y$  nie występuje w podgrupach wyróżnionych ze względu na zmienną  $z$ .

## 5. Podstawowe parametry rozpatrywane w analizie efektywności badań

Przypuśćmy, że mamy następujący zbiór  $n$  obserwacji przedsiębiorstw  $\{x_i\}_{i=1}^n$  przy zmiennej  $X$  ujętej na wektorze w  $\mathbb{R}^p$ , a przy każdej obserwacji  $x_i$  występuje  $p$  wymiarów:

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}), \quad (1)$$

który jest obserwowanymi wartościami wektora zmiennej  $X \in \mathbb{R}^p$ . Wówczas  $X$  będzie się składać z  $p$  zmiennych:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_p), \quad (2)$$

gdzie:  $X_j$ , dla  $j = 1, \dots, p$ , jest jednowymiarową strukturą zmiennej.

Metryczny charakter analizy efektywności badań marketingowych (odnoszącej się do analizy zmiennych niezależnych, tj. kosztów poniesionych na badania marketingowe i pozostałe działania marketingowe) wobec zysku firmy – zmienną zależną (z uwzględnieniem **dynamiki** zmiennych niezależnych wpływających na zysk w danej jednostce czasu) – może być określony jako [Brittain 1953, s. 300-308]:

$$Y_t = \varepsilon^{\beta_0 + u_t} X_{1t}^{\beta_1} + X_{2t}^{\beta_2} + X_{3t}^{\beta_3} + X_{4t}^{\beta_4} + X_{5t}^{\beta_5} + X_{6t}^{\beta_6} + X_{7t}^{\beta_7} + X_{8t}^{\beta_8} + X_{9t}^{\beta_9} + X_{kt}^{\beta_k}, \quad \text{dla } t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

gdzie:  $Y_t$  – zysk w czasie  $t$ ,

$X_{1t}^{\beta_1}$  – koszty badań marketingowych w czasie  $t$ ,

$X_{2t}^{\beta_2}$  – koszty reklamy,

$X_{3t}^{\beta_3}$  – koszty promocji,

$X_{4t}^{\beta_4}$  – koszty PR,

$X_{5t}^{\beta_5}$  – koszty tzw. edukacji konsumentów,

$X_{6t}^{\beta_6}$  – koszty rozwoju rynku,

$X_{7t}^{\beta_7}$  – koszty przedstawicieli handlowych,

$X_{8t}^{\beta_8}$  – koszty utrzymywania biur sprzedaży,

$X_{9t}^{\beta_9}$  – koszty usługi przed- i posprzedażowe,

$X_{10t}^{\beta_{10}}$  – koszty marketingowych rabatów,

$X_{kt}^{\beta_k}$  – inne koszty marketingu.

## 6. Liniowe i nieliniowe podejście do analizy efektywności badań marketingowych

Liniowy model analizy efektywności sprowadza się do konstrukcji macierzy wektorów i odniesienia danych do zbioru liniowo niezależnych zmiennych stałych. A zatem związek pomiędzy zyskiem i nakładami (tj. losowo zależnym zbiorem danych i liniowo niezależnym) jest analizowany w kontekście związku na wektorze macierzy przy zadanych parametrach. Zapis liniowy w postaci macierzy pozwala na szybkie określenie specyfiki transformowanych zmiennych, a sam model liniowy może być traktowany jako szczególny przypadek bardziej uogólnionego modelu wielowymiarowej analizy efektywności, gdzie wariancja jednej zmiennej zależnej (zysk)  $y$  jest określana przez  $p$  zmienne niezależne (nakłady)  $x$ .

Jeśli  $y(n \times 1)$  i  $X(n \times p)$  będzie wektorem składającym się z obserwacji na zmiennej zależnej i macierzy danych na  $p$  zmiennych niezależnych, wówczas konstrukcja modelu zachodzi przez przyjęcie  $y$  w wyniku liniowej kombinacji  $\hat{y}$  z kolumn na  $X$ , np.

$$y = X\beta + \varepsilon, \quad (4)$$

gdzie  $\varepsilon$  są błędami.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

Rozwiązanie metodą najmniejszych kwadratów jest dane przez  $\beta$ :

$$\beta = \arg \min_{\beta} (y - X\beta) = \arg \min_{\beta} \varepsilon^T \varepsilon. \quad (5)$$

W wielu firmach analiza efektywności badań marketingowych ze względu na specyfikę zmian zachodzących na rynku i złożoność samych badań, w tym czas realizacji badań i osiągnięcia z nich efektów, ma charakter nieliniowy. Trzeba brać pod uwagę, że badania nie zawsze przynoszą firmie w określonej jednostce czasu oczekiwany zysk. Zysk taki może zostać osiągnięty w różnych okresach (niezależnie od bieżących nakładów firmy). Analiza jakichkolwiek relacji pomiędzy zmienną zależną (ewentualnie zmiennymi zależnymi, przez model MRA – *Multivariate Regression Analysis*)  $y$  i zmiennymi niezależnymi  $x$  w równaniu  $y = X\beta + \varepsilon$ , wymaga uzupełnienia, tj. dodania kwadratu dla jednej zmiennej  $x$ . Wówczas  $y_i = \alpha + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \varepsilon_i$  w zapisie macierzowym ma następującą postać  $y = X\beta + \varepsilon$ , gdzie:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

## 7. Podstawowe założenia wielowymiarowego modelu regresji (MRA) i równań strukturalnych (SEM)

### Model regresji wielorakiej (MRA – Multivariate Regression Analysis)

Utworzenie wielowymiarowego modelu regresji (przydatnego z perspektywy analizy wyników efektywności badań marketingowych) wymaga modyfikacji równania (4), tak że dla  $p$  skorelowanych zależnych (efektów) zmiennych zależnych możemy otrzymać:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_{01} + \beta_{11}x_1 + \dots + \beta_{k1}x_k + e_1 \\ y_2 &= \beta_{02} + \beta_{12}x_2 + \dots + \beta_{k2}x_k + e_1 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ y_p &= \beta_{0p}1_n + \beta_{1p}x_p + \dots + \beta_{kp}x_k + e_p \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie każdy z wektorów  $y_j$ ,  $x_j$  i  $e_j$  dla  $j = 1, 2, \dots, p$ , jest  $n \times 1$  wektorami. Stąd mamy  $n$  obserwacji dla każdej z  $p$  zmiennych. Aby przedstawić (7) w postaci macierzy, musimy wykorzystać każdą zmienną, traktując ją jako wektor w kolumnie:

$$\begin{aligned} Y_{n \times p} &= [y_1, y_2, \dots, y_p] \\ X_{n \times q} &= [1_n, x_1, x_2, \dots, x_k] \\ B_{q \times p} &= [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p] \\ &= \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{01} & \dots & \beta_{0p} \\ \beta_{11} & \beta_{11} & \dots & \beta_{1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{kp} & \beta_{k2} & \dots & \beta_{kp} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Wówczas dla  $q = k + 1$  liniowy model macierzy dla (7) staje się:

$$Y_{n \times p} = X_{n \times q} B_{q \times p} + E_{n \times p} = [X\beta_1, X\beta_2, \dots, X\beta_p] + [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p]. \quad (9)$$

Model (9) nazywamy wielowymiarowym modelem liniowym regresji i może on być przydatny w badaniu wielu zmiennych oddziałujących na poziomów efektywności firmy w zakresie badań marketingowych.

Przedstawienie wielowymiarowego modelu regresji (MRA) w postaci modelu GLM wymaga użycia operatora wektora ( $\cdot$ ). Wówczas  $y = \text{vec}(Y)$ ,  $\beta = \text{vec}(B)$  i gdzie projekt macierzy  $X_{n \times q}$  jest taki sam dla każdej  $p$  ze zmiennych zależnych i GLM wobec MRA modelu ma następujący charakter:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}. \quad (10)$$



### Model równań strukturalnych (SEM – *Structural Equations Model*)

Z kolei budowę modelu SEM rozpoczynamy od tzw. diagramu ścieżek, który ukazuje powiązania pomiędzy ukrytymi zmiennymi ze zmiennymi obserwowanymi (np. nakładami na badania) ze strukturą kowariancji. W następstwie takiej specyfikacji szacuje się, czy model został w pełni zidentyfikowany. Po zidentyfikowaniu modelu w dalszej kolejności oblicza się jego parametry w  $\Sigma(\theta)$  wobec SEM. Aby oszacować parametry w  $\Sigma(\theta)$  dla jakiegokolwiek SEM, potrzebna jest wstępna liczba szacunkowa  $S$  z  $\Sigma(\theta)$  oraz dopasowanie funkcji ciągłej  $F(S, \Sigma(\theta)) \geq 0$ . Minimalizując dopasowanie funkcji przy  $\theta = \hat{\theta}$ , powodujemy, że wartość funkcji przy  $\Sigma(\hat{\theta}) = \hat{\Sigma}$  odzwierciedla  $F(S, \hat{\Sigma})$ , która jest miarą najbliższego dopasowania  $S$  do  $\hat{\Sigma}$ . Dwie funkcje określone są więc następująco:

$$\begin{aligned} F_{ML} &= \log|\Sigma(\theta)| + \text{tr}(S\Sigma(\theta)^{-1}) - \log(S) - (p + q) \\ F_{WLS} &= \frac{1}{2} \text{tr}[W^{-1}[S - \Sigma(\theta)]]^2 = \frac{1}{2} \|W^{-1}[S - \Sigma(\theta)]\|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Kiedy  $W^{-1} = S^{-1}$ , wówczas ważona suma najmniejszych kwadratów określana jest jako uogólniona funkcja najmniejszych kwadratów (GLS). Jeśli  $W^{-1} = I$ , wówczas otrzymujemy funkcję nieważonej sumy najmniejszych kwadratów (ULS). A jeśli  $W^{-1} = \hat{\Omega}^{-1}$ , gdzie  $\hat{\Omega}$  oznacza asymptotyczną macierz kowariancji elementów  $S$ , wówczas kowariancja  $\text{cov}(s_{gh}, s_{ij}) \xrightarrow{p} \sigma_{gi}\sigma_{hj} + \sigma_{gi}\sigma_{hi} / N$ .

Po zakończeniu etapu związanego z identyfikacją modelu i określeniu błędu dopasowania w zakresie funkcji  $F(S, \Sigma(\hat{\theta}))$  w taki sposób, że  $\hat{\theta}$  jest stałym estymatorem  $\theta$ , w kolejnym etapie analizy sprawdza się ogólny poziom dobroci dopasowania modelu, m.in. za pomocą testu chi kwadrat lub wartości średnich kwadratów reszt.

Procedura konstrukcji modelu SEM zakłada, że wszystkie zmienne są zestandaryzowane. Model strukturalny dla zmiennych ukrytych przyjmuje więc postać:

$$\eta_i = B \eta_i + \Gamma \xi + \zeta_i, \quad (12)$$

gdzie  $\eta_i, \xi_i$  i  $\zeta_i$  oznaczają losowe wektory ukrytych zmiennych endogenicznych, ukryte zmienne egzogeniczne i ukryte zmienne przy  $i = 1, 2, \dots, N$  obserwacjach tam, gdzie  $\xi_i \sim N_N(0, \Phi)$ ,  $\zeta_i \sim N_m(0, \Psi)$ ,  $\zeta_i$  i  $\xi_i$  są niezależne (nieskorelowane),  $B$  jest macierzą z zerami na przekątnej, a obserwacje są niezależne. Po przekształceniu zredukowana postać tego modelu to:

$$\eta = (I - B)^{-1} \Gamma \xi + (I - B)^{-1} \zeta = \Pi \xi + \varepsilon, \quad (13)$$

gdzie macierz kowariancji równa się:

$$\begin{aligned} \Sigma &= \begin{bmatrix} \Sigma_{\eta\eta} & \Sigma_{\eta\xi} \\ \Sigma_{\xi\eta} & \Sigma_{\xi\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\eta\eta') & E(\eta\xi') \\ E(\xi\eta') & E(\xi\xi') \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{\Gamma}\Phi\mathbf{\Gamma}' + \mathbf{\Psi})(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} & (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \mathbf{\Gamma}\Phi \\ \mathbf{\Gamma}'(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} \Phi & \Phi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

Odniesienie nieobserwowanych – ukrytych zmiennych do obserwowanych zmiennych umożliwia stworzenie modelu:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i &= \Lambda_y \eta_i + \varepsilon_i \\ \mathbf{x}_i &= \Lambda_x \xi_i + \delta_i \end{aligned} \quad (15)$$

gdzie  $\mathbf{y}_i$  i  $\mathbf{x}_i$  są wektorami obserwowanych wskazań z ukrytych endogenicznych wektorów  $\eta_i$  i ukrytych egzogenicznych wektorów  $\xi_i$ . Wektory  $\varepsilon_i$  i  $\delta_i$  to inaczej wektory z błędami pomiarowymi, a  $\Lambda_y$  oraz  $\Lambda_x$  to współczynniki regresji wiążące  $y$  z  $\eta$  i odpowiednio  $x$  z  $\xi$ . Ostatecznie zakładamy, że  $\varepsilon_i \sim N_p(0, \Theta_\varepsilon)$ ,  $\delta_i \sim N_q(0, \Theta_\delta)$ , i że  $\varepsilon_i$ ,  $\delta_i$ ,  $\eta_i$  oraz  $\xi_i$  są wzajemnie niezależne. W ten sposób łączny wyraz modelu ma postać:

$$\begin{aligned} \eta &= \mathbf{B}\eta + \mathbf{\Gamma}\xi + \zeta \\ \mathbf{y} &= \Lambda_y \eta + \varepsilon \\ \mathbf{x} &= \Lambda_x \xi + \delta \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie macierze  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{\Gamma}$ ,  $\Lambda_y$ ,  $\Lambda_x$  oznaczają macierze bezpośrednich efektów. Macierz kowariancji z  $y$  to:

$$\Sigma_{yy} = \Lambda_y \Sigma_{\eta\eta} \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon = \Lambda_y \left[ (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{\Gamma}\Phi\mathbf{\Gamma}' + \mathbf{\Psi})(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} \right] \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon \quad (17)$$

Macierz kowariancji dla  $x$  to z kolei:

$$\Sigma_{xx} = \Lambda_x \Phi \Lambda_x' + \Theta_\delta \quad (18)$$

i macierz kowariancji z  $\Sigma_{xy}$  odpowiednio:

$$\Sigma_{xy} = \Lambda_x \Sigma_{\xi\eta} \Lambda_y' = \Lambda_x \Phi \mathbf{\Gamma}' (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1'} \Lambda_y'. \quad (19)$$

Stąd macierz kowariancji dla SEM staje się:

$$\Sigma(\theta) = \begin{bmatrix} \Lambda_y \left[ (I - B)^{-1} (\Gamma \Phi \Gamma' + \Psi) (I - B)^{-1'} \right] \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon & \Lambda_y (I - B)^{-1} \Gamma \Phi \Lambda_x' \\ \Lambda_x \Phi \Gamma' (I - B)^{-1'} \Lambda_y' & \Lambda_x \Phi \Lambda_x' + \Theta_\delta \end{bmatrix} \quad (20)$$

gdzie  $\theta$  przedstawia nieznaną wektor parametrów w modelu.

## 8. Różnice w podejściu MRA i SEM do analizy efektywności badań marketingowych

Jak można zaobserwować (na podstawie powyższych równań), analiza efektywności badań marketingowych może być przeprowadzana zarówno przez **model równań strukturalnych (SEM)**, jak i **model regresji wielorakiej (MRA)** – w którym określa się siłę związków na podstawie pojedynczego wiązania pomiędzy określonym zbiorem zmiennych zależnych i niezależnych). Jednakże złożoność samego przedmiotu pomiaru efektywności, w tym oddziaływanie szeregu zmiennych niezależnych na zmienne zależne – zyski, oraz wielopoziomowość samej analizy w sferze efektywności wymaga zaangażowania bardziej zaawansowanych modeli, opartych m.in. na równaniach strukturalnych (SEM).

Modelowanie strukturalne (SEM) umożliwia przede wszystkim analizę zbiorów przy wielu seriach różnych wiązań. Na przykład jeśli efektywność badań marketingowych jest powiązana z wysokim zyskiem netto, to mamy także prawo sądzić, że wysoki zysk jest powiązany z dużymi udziałami firmy (lub produktu firmy) w rynku czy nawet wysokim poziomem marki firmy na rynku. W tej sytuacji zysk jest zarówno naszą zmienną zależną, jak i zmienną niezależną. Hipotetyczna zmienna zależna staje się zmienną niezależną jako następstwo kolejnego związku.

W modelu SEM podstawowym założeniem jest tzw. strategia modeli konkurujących, która umożliwia porównanie proponowanych modeli z określoną liczbą alternatywnych rozwiązań w celu określenia najlepszego dopasowania modelu do istniejących danych. SEM wskazuje więc, który model ma jedynie dopuszczalny poziom dopasowania, a który ma idealny poziom. Pośrednio rzecz ujmując, SEM jest pochodną dwóch wielowymiarowych technik: analizy czynnikowej i wielowymiarowej regresji. Oznacza, to że SEM korzysta z dorobku MRA. Jednakże SEM pozwala oszacować serie oddzielnych, ale współzależnych wielowymiarowych równań regresji poprzez model strukturalny. W pierwszej kolejności analityk opiera się na teorii badanego zjawiska, swoim doświadczeniu i celach badawczych w celu rozróżnienia, które ze zmiennych niezależnych przewidują każdą zmienną zależną. Co oznacza (jak już wspomniano), że zmienne zależne mogą także się stać zmiennymi niezależnymi w następstwie badanych związków (wiązań).

W odróżnieniu od regresji wielorakiej (MRA) SEM szacuje prawdziwy współczynnik strukturalny zamiast obserwowanego współczynnika regresji. W regresji

obserwowana korelacja (i współczynnik regresji) nie wyjaśnia do końca prawdziwości związku (wiązanía). SEM „poprawia” lub inaczej „doprecyzowuje” wielkość błędu pomiarowego w zmiennych ukrytych i pozwala oszacować, jakie związki mogłyby jeszcze występować, jeśli błąd pomiarowy by nie zaistniał. Ponadto współczynniki związków w modelu SEM będą zawsze poprawiane, co oznacza, że ich wartości będą zawsze większe niż współczynniki wielowymiarowej regresji [Hair i in. 2009, s. 629-637]. W ten sposób model regresji (w porównaniu z modelem SEM) zawsze wypada gorzej, co w oczywisty sposób przekłada się na analizę efektywności badań marketingowych.

## 9. Wnioski

Nie ulega wątpliwości, że współczesne badania marketingowe, jako określone instrumentarium zrozumienia postępowania podmiotów i zjawisk zachodzących na rynku (w skali mikro), muszą podlegać kryteriom efektywnościowym. Badania dostarczają przecież podstaw wartościowania w sferze ich przydatności w procesach gospodarowania przedsiębiorstwa na danym rynku. Wybór właściwych modeli do analizy efektywności (takich jak regresja wieloraka i analiza równań strukturalnych) zależy od uwarunkowań rynkowych (w jakich przyszło funkcjonować niektórym firmom z różnych branż), dostępności do danych, przejrzystości w identyfikowanych i właściwie klasyfikowanych na kontaktach firm kosztów badawczych, doboru właściwych miar oraz osobistego wyboru analityka, opartego na jego wiedzy i doświadczeniu. Przede wszystkim jednak wybór adekwatnego modelu zależy od istoty i stopnia złożoności rozpoznanego przez niego problemu badawczego w firmie oraz zadanego celu ukierunkowującego jego dalszą eksplorację w zakresie badania relacji pomiędzy zmiennymi zależnymi (zyskami) i niezależnymi (nakładami badawczymi) – włączonymi do analizy. Faktem jest, że sam model wielorakiej regresji nie jest w tym względzie wystarczający. Z kolei model równań strukturalnych (pośrednio wynikający z założeń ujętych także w modelu regresji) jest pod względem swoich właściwości o wiele bogatszy i z pewnością daje lepszą perspektywę pogłębionej analizy (często ukrytych) zmiennych w strukturze danych, które (jak można się domyślać) pozostają często poza realnymi możliwościami ludzkiej percepcji danego wymiaru. Bez wątpienia analiza efektywności badań marketingowych do takiego właśnie wymiaru się zalicza.

## Literatura

- Aaker D.A., Day G.S., *Increasing the effectiveness of marketing research*, „California Management Review”, Winter, vol. XXIII / no 2 1980.
- Brittain R.L., *Sales forecasting and marketing cost control*, „National Association of Cost Accountants Bulletin”, November 1953, no 3.

- Chandon P., Morwitz V.G., Reinartz W.J., *Do intentions really predict behavior? self-generated validity effects in survey research*, „Journal of Marketing” vol. 69, April 2005.
- Czubała A., Niestrój R., *Finansowe przesłanki decyzji marketingowych*, AE, Kraków 2004.
- Dyduch W., *Dobór miar do systemów pomiaru efektywności organizacyjnej: dylematy i propozycje rozwiązań*, [w:] *Efektywność – rozważania nad istotą i pomiarem*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1183, AE, Wrocław 2007.
- Garbarski L., *Koszty i efekty działań marketingowych*, SGH, Warszawa 2008.
- Grzesiowski M., *Metody zarządzania przedsiębiorstwem w przestrzeni marketingowej*, AE, Wrocław 2002.
- Hair J.F., Black W.C., Babin B.J., Anderson R.E., *Multivariate Data Analysis – a Global Perspective*, 7th ed., Pearson Prentice Hall, London 2009.
- Hardle W., Simar L., *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 2nd ed. Springer Verlag, Berlin 2007.
- Jajuga K., *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa 1993.
- Karpiński J., *Przyczynowość w badaniach socjologicznych*, PWN, Warszawa 1985.
- March J.G., Sutton R.I., *Organizational performance as a dependent variable*, „Organizational Science” 1997 no 8.
- Palmatier R.W., Dant R.P., Grewal D., Evans K.R., *Factors influencing the effectiveness of relationship marketing: a meta-analysis*, „Journal of Marketing”, vol. 70, October 2006.
- Pociecha J., *Metody statystyczne w badaniach marketingowych*, PWN, Warszawa 1996.
- Rao R.C., *Statystyka i prawda*, PWN, Warszawa 1994.

## THEORY OF EFFICIENCY MEASUREMENT IN MARKETING RESEARCH WITH REGRESSION AND STRUCTURAL EQUATIONS MODELS

**Summary:** Decision making by managers that is based on inefficient and ineffective marketing research may do harm putting a firm at risk. The minimization of such a risk is possible when an appropriate selection of analytical models is conducted, allowing a firm to measure the level and structure of efficiency related to marketing research expenditures and the real effects (economic results). In the first part of the article the author describes the essence and main problems associated with marketing research efficiency analysis. In the next part, a generalized model of marketing research efficiency is proposed with a discussion throwing light upon two important models: SEM (Structural Equations Model) and MRA (Multivariate Regression Analysis).