WPŁYW WARUNKÓW FILTRACJI NAPOROWEJ NA STATECZNOŚĆ ZIEMNYCH BUDOWLI HYDROTECHNICZNYCH I PODŁOŻA

TADEUSZ MOLSKI

WPŁYW WARUNKÓW FILTRACJI NAPOROWEJ NA STATECZNOŚĆ ZIEMNYCH BUDOWLI HYDROTECHNICZNYCH I PODŁOŻA

(rozprawa habilitacyjna)



Opiniodawca dr hab. inż. Wojciech Ciężkowski, prof. PWr.

Redaktor merytoryczny dr hab. inż. Krzysztof Pulikowski, prof. nadzw.

> *Opracowanie redakcyjne* mgr Elżbieta Winiarska-Grabosz

> > *Korekta* Janina Szydłowska

Lamanie mgr inż. Małgorzata Sebzda

Projekt okładki mgr inż. Stanisław Rogowski

Monografie XC

© Copyright by Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Wrocław 2010

> ISSN 1898–1151 ISBN 978–83–60574–94–2

WYDAWNICTWO UNIWERSYTETU PRZYRODNICZEGO WE WROCŁAWIU Redaktor Naczelny – prof. dr hab. Andrzej Kotecki ul. Sopocka 23, 50–344 Wrocław, tel. 71 328–12–77 e-mail: wyd@up.wroc.pl

Nakład 150 + 16 egz. Ark. wyd. 10,2. Ark. druk. 9,5 Druk i oprawa: EXPOL, P. Rybiński, J. Dąbek, Spółka Jawna ul. Brzeska 4, 87–800 Włocławek

Motto

"Cała nasza nauka, w porównaniu z rzeczywistością, jest prymitywna i dziecinna – ale nadal jest to najcenniejsza rzecz, jaką posiadamy"

Albert Einstein

Pracę dedykuję wszystkim tym, których pomoc, cierpliwość, wyrozumiałość, życzliwe i mądre rady oraz wsparcie w trudnych chwilach stanowiły dla mnie bodziec twórczy.

Autor

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ	11
1. Wprowadzenie	13
2. Cel i zakres pracy	16
3. Mechaniczne działanie wody na szkielet gruntowy	17
3.1.Wypór gruntu w wodzie	17
3.2. Ciśnienie wody w porach oraz naprężenie całkowite i efektywne w gruncie	17
3.3. Fizyczna interpretacja równania naprężeń całkowitych i efektywnych	19
3.4. Zjawiska w gruncie wywołane filtracją	21
3.5. Przykłady niektórych problemów geotechnicznych związanych z niekorzystnym działaniem sił filtracji	22
4. Podstawy teoretyczne modelowania filtracji w ośrodku gruntowym	30
4.1. Charakterystyka dotychczas stosowanych metod obliczeniowych	30
4.2. Modele filtracji	32
4.3. Modelowanie dyskretne	35
4.3.1. Dwuwymiarowa filtracja (nieustalona, ustalona) – przekrój pionowy	35
4.3.3. Programy obliczeniowe modeli matematycznych przepływu	
wód podziemnych	41
5. Komputerowa symulacja filtracji w układzie przestrzennym i płaskim	43
5.1. Matematyczny model filtracji przestrzennej MES	43
5.1.1. Inżynierskie przesłanki potrzeby budowy modelu filtracji przestrzennej	43
5.1.2. Założenia budowy przestrzennego modelu matematycznego	49
5.1.2.1. warunki nydrodynamiczne przy wypływie przez jeden otwor 5.1.2.2. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie	49
przez kilka (N) otworów	56
5.2. Założenia budowy płaskiego (dwuwymiarowego) modelu matematycznego	56
6. Badania warunków naporowej filtracji przestrzennej na modelu fizycznym	
(gruntowym)	59
6.1. Charakterystyka budowy modelu	59
6.2. Badania filtracji na modelu fizycznym (gruntowym)	65

7. Analiza wyników badań filtracji przestrzennej na modelu matematycznym ME	S67
7.1. Warunki hydrodynamiczne filtracji w przestrzeni gruntowej przy wypływie przez jeden otwór	67
7.2. Warunki hydrodynamiczne filtracji w przestrzeni gruntowej przy wypływie przez kilka (N) otworów	95
8. Analiza porównawcza wyników badań i obliczeń filtracji przestrzennej na modelu matematycznym MES i fizycznym (gruntowym)	106
8.1. Analiza porównawcza wartości wysokości piezometrycznych w określonych punktach przestrzeni filtracji	106
8.2. Analiza porównawcza wartości natężenia i prędkości przepływu oraz spadku hydraulicznego w strefie otworu wypływu	109
9. Analiza wyników obliczeń komputerowej symulacji filtracji w układzie płaskim w pionie z transformacją przestrzenną	ı 111
9.1. Charakterystyka parametrów obszaru filtracji	111
 9.2. Wyniki komputerowej symulacji filtracji, ich analiza i transformacja przestrzeni 9.2.1. Warunki filtracji w strefie dna wykopu 9.2.2. Warunki filtracji w spągu warstwy mady i w dnie rowu opaskowego 9.2.3. Transformacja przestrzenna wyników obliczeń filtracji 	na 112 112 121 127
10. Komputerowe obliczenia filtracji przestrzennej na modelu matematycznym FLFX PDF	130
10.1. Krótka charakterystyka modelu i dokładności obliczeń	130
10.2. Wyniki obliczeń modelu FLEX PDE wraz z analizą porównawczą z wynikami modelu MES	121
10.2.1. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez jeden otwór	131
10.2.2. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez kilka (N) otworów	134
10.2.3. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez dwa otwory	137
11. Podsumowanie i wnioski	140
12. Piśmiennictwo	145

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- e wskaźnik porowatości [-]
- $g \text{przyśpieszenie ziemskie [9,81 m \cdot s^{-2}]}$
- h wysokość piezometryczna [m]
- *I* spadek hydrauliczny [-]
- k współczynnik filtracji [m · d⁻¹]
- n porowatość gruntu [-]
- Q natężenie filtracji (przepływu) wody [m³ · d⁻¹]
- S współczynnik zasobności [-]
- S_{o} współczynnik pojemności sprężystej ośrodka [m⁻¹]
- S_r stopień wilgotności [-]
- V prędkość filtracji [m · d⁻¹]
- w wilgotność gruntu [%]
- x, y, z współrzędne [m]
- γ ciężar objętościowy gruntu [kN \cdot m⁻³]
- γ' ciężar objętościowy gruntu pod wodą [kN \cdot m⁻³]
- γ_d ciężar objętościowy szkieletu gruntowego [kN · m⁻³]
- γ_s ciężar właściwy gruntu [kN · m⁻³]
- γ_{sat} ciężar objętościowy gruntu nawodnionego [kN \cdot m⁻³]
- $\gamma_w ciężar właściwy wody [kN \cdot m^{-3}]$
- μ współczynnik odsączalności [-]
- ρ gęstość objętościowa gruntu [g · cm⁻³]
- ρ_d gęstość objętościowa szkieletu gruntowego [g · cm⁻³]
- $\rho_s gestość właściwa gruntu [g \cdot cm^{-3}]$
- ρ_w gęstość właściwa wody [g · m⁻³]

1. WPROWADZENIE

Zachowane przekazy o budowlach piętrzących wodę (zaporach ziemnych, narzutowych), podobnie jak wiadomości o zorganizowanych społecznościach, pochodzą z najdawniejszych czasów. Przypuszcza się, że zapory budowano już w okresach prehistorycznych, były one formą działalności człowieka naśladującego naturę. Zapory wznoszono początkowo w krajach gorących i suchych, gdzie odczuwano potrzebę gromadzenia wody. Najwcześniejsze znane zapory zgrupowane są głównie wzdłuż wybrzeża Morza Śródziemnego i w pasie ciągnącym się przez Małą Azję, Indie do Chin i Japonii. Za najstarszą ze znanych uważa się zaporę Sadd-el-Kafara zbudowaną w latach 2778–2563 p.n.e. w Egipcie.

Jedna z cech ziemnego budownictwa hydrotechnicznego jest to, że około pieciu tysiacom lat jego historii odpowiada w istocie rzeczy niewiele więcej niż sto lat prób naukowego ustalenia zasad ich budowy. Do początku poprzedniego stulecia ziemne budowle hydrotechniczne (zapory, wały przeciwpowodziowe) wznoszono wyłącznie na podstawie doświadczeń praktyki, nie prowadzono obliczeń filtracji i stateczności, w niewielkim tylko stopniu wprowadzano nowe elementy konstrukcyjne oraz intuicyjnie uzasadniano potrzebe zastosowania elementów uszczelniających i drenujących. Jest to tym dziwniejsze, że podstawy teoretyczne techniki projektowania ziemnych budowli hydrotechnicznych, którą w znacznym stopniu do dziś się posługujemy, stworzone zostały około 200 lat temu, gdy w 1773 r. Coulomb opublikował równanie na krytyczną wysokość skarpy z materiału charakteryzującego się pewnym tarciem i spójnościa, oraz gdy w 1856 r. Darcy sformułował swoje prawo filtracji. Podstawy te jednak poszły, jeżeli chodzi o budowę nasypów hydrotechnicznych, w zapomnienie lub ich znaczenie nie było w odniesieniu do tych konstrukcji zrozumiane. Do wyjątków należeli badacze, którzy, bez powodzenia, jednak teorię tę chcieli wprowadzić do praktyki. Należał do nich np. Aleksander Colin, który już w 1840 r. na podstawie pomiarów ustalił przybliżone zależności do poślizgu bryły gruntu spoistego po cykloidzie, dające wyniki różniące się tylko o ok. 27% od wyników obecnie stosowanej metody poślizgu po okręgu przy kohezji c=0. Badał on i uwzgledniał zasady stosowania drenaży, majacych poprawiać warunki filtracji, a poprzez to bezpieczeństwo budowli. Zrozumiano w tym czasie potrzebę i wprowadzono do praktyki obliczenia odnoszące się do zjawisk filtracji. W roku 1880 Forchheimer wskazał na możliwość zastosowania równania Laplace'a, a później w 1917 r. wprowadził do jego rozwiązania siatkę hydrodynamiczną, którą stosował również od 1908 r. Richardson. W tym samym czasie ukazały się znane prace Bligha i Lane'a, które choć nie dotyczyły ściśle ziemnych budowli hydrotechnicznych, wskazywały jedna z możliwych dróg oceny skutków filtracji. Poczynajac od lat dwudziestych ubiegłego stulecja, z których pochodza m.in. znane prace Pawłowskiego, obserwuje się rozwój prac naukowo-badawczych nad zjawiskiem filtracji [35, 108, 113, 137, 138].

Przytoczone w pracy nowe pozycje światowej [1, 20, 62, 91, 149] i krajowej literatury [71, 82, 92, 107, 121, 123, 127, 129, 130, 131, 132, 139] w większości ujmują możliwości badania i matematycznego opisu procesu filtracji wód podziemnych. Wieloletnie praktyczne doświadczenie w zakresie bezpiecznej eksploatacji ziemnych budowli hydrotechnicznych zrodziło potrzebę wykonania dodatkowych badań stanowiących uzupełnienie już istniejących, zawartych w literaturze. Wyniki tych badań mogłyby stanowić podstawę do projektowania ziemnych budowli hydrotechnicznych, eliminującego możliwość powstawania lokalnych, niekorzystnych (niebezpiecznych) warunków filtracji. Mogłyby również posłużyć do oceny warunków lokalnej filtracji, w miejscach awaryjnych, w których siły filtracji przekraczają wartości dopuszczalne.

Dokładne rozpoznanie zaistniałych warunków filtracji pozwoliłoby na wprowadzenie na obszarze obiektów hydrotechnicznych zabiegów technicznych eliminujących niekorzystne zjawiska filtracyjne.

W problematyce budowy ziemnych budowli hydrotechnicznych (zapór, wałów przeciwpowodziowych) jednym z ważniejszych i odpowiedzialnych zadań jest prognoza procesu filtracji i analiza możliwości powstania zjawisk z nim związanych [102, 103, 104, 116]. O randze tego zagadnienia mogą świadczyć m.in. dane Międzynarodowej Komisji Wielkich Zapór o przyczynach awarii i katastrof zapór ziemnych [48, 85, 142]. Wynika z nich, że najczęstszymi przyczynami są:

- przelanie się wody nad koroną zapory ok. 30% awarii,
- filtracyjne zmiany struktury gruntu ok. 38% awarii (przypadek rozważany w pracy),
- utrata stateczności zapory przez przekroczenie wartości wytrzymałości gruntu ok. 15% awarii,
- inne przyczyny (np. trzęsienie ziemi, uszkodzenia ubezpieczeń) ok. 17% awarii.

Jeśli przyjąć, że większość przypadków utraty stateczności zapory została spowodowana dużymi wartościami ciśnienia wody w porach, a zatem siłami filtracji, to można stwierdzić, że przyczyną ponad połowy katastrof w pośredni lub bezpośredni sposób był przepływ wody przez zaporę lub podłoże. Ze stwierdzenia tego wynika konieczność szczególnie starannego prognozowania przebiegu filtracji na etapie projektowania budowli. Z drugiej strony, istnieje także konieczność nieustannych obserwacji i analiz rzeczywistego strumienia filtracji w pracujących już zaporach. Jedną z efektywniejszych metod analizy przepływu wód gruntowych jest jego symulacja komputerowa, a następnie porównywanie wyników ze stanem rzeczywistym – rozbieżności mogą bowiem świadczyć o zaistniałych anomaliach [43, 93, 126, 141, 142]. Dlatego też uzyskanie jak najwiarygodniejszych informacji o strumieniu filtracji powinno być przedmiotem zainteresowania nie tylko inżyniera – projektanta, ale przede wszystkim inżyniera oceniającego stan i bezpieczeństwo obiektu [17, 18, 64, 66, 77, 120, 122].

Eksperci ICOLD (International Commision on Large Dam) przeanalizowali 14 700 zapór o wysokości większej niż 15 m. Badania wykazały, że 0,7% wszystkich zapór uległo katastrofie (0,83% zapór ziemnych) [47, 61]. Erozja wewnętrzna korpusu lub podłoża oraz niekontrolowana filtracja były przyczyną katastrofy w 40% przypadków. Wcześniejsza analiza z 1982 r. [142], obejmująca zestawienie ważniejszych przyczyn awarii wałów przeciwpowodziowych w Polsce, jeszcze większy procent awarii przypisuje niekorzystnemu działaniu filtracji. Stwierdza ona, że przecieki przez podłoże oraz filtracja przez korpus wału powodują 49% awarii. Zmiany występują w gruncie przy przekroczeniu pewnej prędkości przepływu lub spadku hydraulicznego, które można nazwać odpowiednio prędkością krytyczną lub spadkiem krytycznym [34, 35, 78, 109, 110].

W praktyce często okazuje się, że rzeczywisty strumień filtracji odbiega od prognozowanego. Rzeczywiste spadki hydrauliczne mogą przekraczać wartości spadków krytycznych, w efekcie czego zastosowane rozwiązanie może okazać się mniej ekonomiczne, a nawet może wystąpić zagrożenie bezpieczeństwa obiektu [10, 55, 86, 94, 141]. Wydaje się, że jedną z przyczyn tego stanu rzeczy są nie w pełni doskonałe założenia powszechnie stosowanych metod obliczeniowych. Zakładają one bowiem, że ruch filtrujących wód ma charakter ruchu jednoosiowego lub płaskiego, podczas gdy w naturze jest on zjawiskiem przestrzennym. Należy przypuszczać, że właśnie nieuwzględnienie przestrzenności jest przyczyną powstawania zasadniczych błędów [13, 14, 119]. Nieuwzględnienie przestrzennego charakteru strumienia filtracji w zagadnieniach praktycznych wynika zarówno z trudności, jakie powstają przy stosowaniu, obecnie jeszcze niezupełnie efektywnych, metod przestrzennego modelowania procesu filtracji w ziemnych budowlach hydrotechnicznych oraz niedostrzegania i niedoceniania przestrzennego charakteru strumienia przez badaczy i praktyków zajmujących się tą dziedziną.

Na podstawie analizy rzeczywistych strumieni filtracji w istniejących zaporach ziemnych [79, 80] ustalono, że miejscami w korpusie zapory, w których filtracja szczególnie nabiera przestrzennego charakteru, są:

- rejon przyczółka,
- rejon budowli upustowej i jej dolnego stanowiska,
- miejsce zróżnicowania budowy geologicznej podłoża,
- rejon urządzeń odwadniających.

2. CEL I ZAKRES PRACY

Trwałość ziemnych budowli hydrotechnicznych, jak również bezpieczeństwo wykonywania wykopów ziemnych różnego przeznaczenia wymaga dokładnego rozpoznania w podłożu gruntowym warunków filtracyjnych towarzyszących tym obiektom. Nieuwzględnienie przestrzennego (rzeczywistego) charakteru strumienia filtracji na etapie badań prognostycznych przy projektowaniu może obniżać bezpieczeństwo obiektu.

Celem publikacji jest ustalenie relacji pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi filtracji naporowej przestrzennej i płaskiej, określonymi na tych samych modelach warunków hydrogeologicznych. Związki te pozwalają na urealnienie wartości hydrodynamicznych filtracji wyznaczonych na modelach płaskich, poprzez uwzględnienie w niektórych wrażliwych obszarach rzeczywistego przestrzennego charakteru filtracji.

Zakres pracy obejmuje:

- komputerowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych naporowej filtracji przestrzennej i płaskiej na opracowanym przestrzennym modelu matematycznym MES;
- ustalenie relacji pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi naporowej filtracji ustalonej w układzie płaskim i przestrzennym w tych samych uwarunkowaniach hydrogeologicznych;
- analizę filtracyjnych warunków w strefie wypływu wody przez otwór symulujący przebicie hydrauliczne;
- analizę filtracyjnych warunków w strefie wypływu przez kilka otworów;
- porównawcze badania warunków filtracji przestrzennej na modelu matematycznym i fizycznym (gruntowym);
- komputerowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych naporowej filtracji na modelu matematycznym w układzie płaskim, uwzględniającym wpływ różnych elementów konstrukcyjnych wraz z transformacją przestrzenną tych wyników obliczeń;
- komputerowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych naporowej filtracji przestrzennej na modelu FLEX PDE oraz analizę porównawczą z wynikami modelu matematycznego MES.

3. MECHANICZNE DZIAŁANIE WODY NA SZKIELET GRUNTOWY

Porowaty ośrodek gruntowy położony powyżej zwierciadła wody gruntowej może być:

- dwufazowy (faza stała i gazowa), jeżeli wilgotność w = 0,
- trzyfazowy (faza stała, ciekła i gazowa), przy wilgotności w > 0,
- dwufazowy (faza stała i ciekła), w stanie pełnego nasycenia przy $S_r = 1$.

Grunt może znajdować się poniżej zwierciadła wody gruntowej i dodatkowo może być pod wpływem filtrującej wody. W związku z tym, pomiędzy ośrodkiem gruntowym i wodą mogą zachodzić różne relacje mechaniczne.

3.1. Wypór gruntu w wodzie

Zgodnie z prawami hydrauliki na ciało zanurzone w wodzie działa ciśnienie hydrostatyczne, powodując jego wypieranie. Podobnie na szkielet gruntowy znajdujący się poniżej zwierciadła wody gruntowej działa wypór wody. Pozorny ciężar objętościowy gruntu pod wodą gruntową, zgodnie z prawem Archimedesa, wynosi:

 $\gamma' = (1 - n) \rho_s g - (1 - n) \rho_w g = (1 - n) \cdot (\rho_s - \rho_w) g = (1 - n) (\gamma_s - \gamma_w) \cong \gamma_{sat} - \gamma_w, \text{ [kN · m⁻³], (3.1)}$ gdzie:

 $\gamma_{sat} = (1 - n) \gamma_s + n \gamma_w$

W obliczeniach statycznych, w których rozpatruje się ciężar gruntu poniżej zwierciadła wody gruntowej, uwzględniany jest pozorny ciężar objętościowy gruntu γ ', tzn. ciężar objętościowy gruntu z uwzględnieniem wyporu wody (ciężar objętościowy gruntu pod wodą).

3.2. Ciśnienie wody w porach oraz naprężenie całkowite i efektywne w gruncie

W gruntach nasyconych wodą (np. poniżej zwierciadła wody gruntowej) współdziałają ze sobą szkielet gruntowy i woda, mające odrębne właściwości fizyczne i mechaniczne. Przy obciążeniu takiego gruntu, odkształceniu się szkieletu gruntowego (zagęszczeniu) przeciwdziała woda wypełniająca pory, która musi mieć czas na ujście z nich – tym dłuższy, im mniejsza jest wodoprzepuszczalność gruntu. Zatem w pierwszej chwili po obciążeniu cały nacisk przejmuje woda i dopiero z biegiem czasu – w miarę odsączania się wody, gdy ciśnienie w niej się zmniejsza – obciążenie jest przejmowane przez szkielet gruntowy. Doświadczenie przeprowadzone przez Terzaghiego [112, 113] z gruntem nasyconym wodą i poddanym naciskowi słupem wody o wysokości h_2 (rys. 3.1a) wykazało, że nacisk ten przejmuje wyłącznie woda zawarta w porach i nie wpływa on w żadnym stopniu na zagęsz-czenie oraz właściwości fizyczne i mechaniczne szkieletu gruntowego. Takie ciśnienie wody gruntowej wywierane na szkielet i niepowodujące jego zagęszczenia nazywa się ciśnieniem obojętnym albo ciśnieniem wody w porach gruntu. Jest to odpowiednik ciśnienia hydrostatycznego w hydraulice.



Rys. 3.1. Doświadczenie Terzaghiego: a) cylinder z gruntem obciążonym wodą, b) wykresy naprężeń Fig. 3.1. Therzaghi experiment: a) cylinder with soil water, weighted, b) stress diagram

Ciśnienie to na głębokości z poniżej poziomu gruntu (rys. 3.1a) ma wartość:

$$u = (h_2 + z)\rho_w g = (h_2 + z)\gamma_w \ [kPa], \tag{3.2}$$

a całkowite naprężenie w masie gruntowej na głębokości z wyraża się wzorem:

$$\sigma = h_2 \rho_w g + z \rho_{sat} g = h_2 \gamma_w + z \gamma_{sat}, \text{ [kPa]}, \tag{3.3}$$

gdzie:

przy $S_r = 1$ $\gamma = \gamma_{sat} = (1 - n)\gamma_s + n\gamma_w \text{ [kN} \cdot \text{m}^{-3}\text{]},$ $h_r \text{ i } z - \text{ jak na rysunku 3.1a [m]}.$

Naprężenie panujące zaś w szkielecie gruntowym σ' , zwane efektywnym naprężeniem (czynnym), stanowi różnicę między naprężeniem całkowitym σ w masie gruntowej i ciśnieniem wody *u* w porach gruntu:

$$\sigma' = \sigma - u = h_2 \gamma_w + z \gamma_{sat} - h_2 \gamma_w - z \gamma_w = z(\gamma_{sat} - \gamma_w) = z \gamma', \quad [kPa], \quad (3.4)$$

gdzie oznaczenia jak we wzorze (3.3).

Efektywne naprężenie jest więc równe naciskowi wywieranemu przez ciężar gruntu z uwzględnieniem wyporu. Wykresy naprężenia całkowitego, efektywnego (czynnego) i obojętnego (ciśnienia wody w porach) przedstawia rysunek 3.1b. W przypadku wody będącej w ruchu ciśnienie wody w porach wyznacza się za pomocą siatki hydrodynamicznej przepływu [34]. Wartość ciśnienia porowego w dowolnym punkcie podłoża wyznacza linia jednakowych naporów (jednakowych wysokości piezometrycznych).

3.3. Fizyczna interpretacja równania naprężeń całkowitych i efektywnych

Fizyczne znaczenie naprężenia efektywnego i całkowitego wyjaśniono na schemacie próbki gruntu częściowo nasyconego wodą ($S_r < 1$), przedstawionym na rysunku 3.2.



Powierzchnię *a–b* przeprowadzono przez styki ziarn w taki sposób, aby była jak najbardziej zbliżona do płaszczyzny poziomej. Siła normalna *P* przyłożona do powierzchni próbki *A* jest przenoszona częściowo przez siły na stykach cząstek, a częściowo przez ciśnienie wody w porach i ciśnienie gazu (powietrza) w porach. Wartości i kierunki działania tych sił są różne, ale na stykach położonych na rozpatrywanej powierzchni mogą być rozłożone na składowe *N*' i *T*' – siłę normalną i styczną do płaszczyzny.

Przy tych założeniach naprężenie efektywne (naprężenie przenoszone przez szkielet gruntowy) jest wyrażone przez zależność:

$$\delta' = \frac{\sum N'}{A}$$
 ,

a naprężenie całkowite $\sigma = P/A$.

Równowagę układu wyraża równanie:

$$P = \sum N' + u_w A_w + u_a A_a.$$

Po podzieleniu równania przez A otrzymuje się:

$$\sigma = \sigma' + u_w \frac{A_w}{A} + u_a \frac{A_a}{A}$$

Ponieważ powierzchnia styku ziarn jest bardzo mała (np. dla piasku wynosi ok. 1÷3% całej powierzchni A [83]), to $A = A_w + A_a$, a wtedy:

$$\sigma = \sigma' + u_w \frac{A_w}{A} + u_a \left(\frac{A - A_w}{A}\right)$$

Jeśli przyjąć $A_{\mu}/A = \kappa$, to po przekształceniach otrzymuje się:

$$\sigma' = \sigma - u_a + \kappa (u_a - u_w), \tag{3.5}$$

gdzie:

σ' – naprężenie efektywne [kPa],

 σ – naprężenie całkowite [kPa],

 u_a – ciśnienie gazu w porach [kPa],

 u_w – ciśnienie wody w porach [kPa],

κ – współczynnik zależny od stopnia wilgotności [-].

Jest to znane równanie na naprężenia efektywne dla gruntów częściowo nasyconych wodą zaproponowane w 1955 r. przez Bishopa [113]. Bishop ustalił, że współczynnik κ zależy od stopnia wilgotności S_r (rys. 3.3). Przy stopniu wilgotności $S_r=1$ współczynnik $\kappa=1$, wtedy wzór (3.5) zmienia się do postaci wzoru (3.4) podanego przez Terzaghiego (1925) na naprężenia efektywne.



Rys. 3.3. Typowa zależność pomiędzy współczynnikami κ oraz *B* i stopniem wilgotności S_r [113] Fig. 3.3. Typical dependence between factors κ and *B* and humidity grade S_r [113]

Przyrost ciśnienia wody w porach (Δu) przy wzroście naprężeń w gruncie można oszacować na podstawie wzoru Skemptona [113]:

$$\Delta u = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)], \qquad (3.6)$$

gdzie:

 $\Delta \sigma_3$ i $\Delta \sigma_1$ – przyrosty naprężeń głównych [kPa],

A i *B* – współczynniki ciśnienia wody w porach określane w badaniach trójosiowych.

Współczynniki A i B [113] zależą od wartości składowych naprężenia, przy których zostały wyznaczone. Dla ciała idealnie sprężystego A = 1/3. Współczynnik B zależy od stopnia wilgotności (rys. 3.3). Zastosowane w pracy matematyczne modele filtracji i model fizyczny (gruntowy) dotyczą przepływu wody w gruncie nasyconym ($S_r = 1$). Wyliczone i pomierzone wartości hydrodynamiczne przepływu posłużyły do analizy równowagi filtracyjnej ośrodka gruntowego zgodnie z regułami podanymi w dalszej części pracy.

3.4. Zjawiska w gruncie wywołane filtracją

Niekorzystne oddziaływanie filtracji na stateczność ziemnych budowli hydrotechnicznych i podłoża, czyli ośrodka gruntowego, może przejawiać się w postaci kurzawki (upłynniania gruntu), sufozji, przebicia hydraulicznego lub wyparcia [112, 113, 138, 151, 152, 156].

Występujące zmiany w gruncie wywołane filtracją nie występują w jednej z wymienionych postaci, lecz są ze sobą w większym lub mniejszym stopniu połączone.

Przepływająca przez grunt woda wywiera na szkielet gruntowy ciśnienie, któremu przeciwdziała siła tarcia wody o ziarna i cząstki gruntu. Ciśnienie to w odniesieniu do jednostki objętości gruntu nosi nazwę **ciśnienia spływowego (hydrodynamicznego)** i jest skierowane zgodnie z kierunkiem filtracji (stycznie do linii prądu).



Wartość ciśnienia spływowego można określić drogą następującego rozumowania: w gruncie, w którym występuje ruch wody, wydzielamy walec o dowolnym przekroju F i długości l (rys. 3.4). Na walec ten działa w kierunku przepływu wody wypadkowe parcie hydrostatyczne równe:

$$P = \Delta h \rho_{\rm w} g F \,[\rm kN], \tag{3.7}$$

Siła P (równa oporowi filtracji w rozpatrywanym walcu) na jednostkę objętości walca jest ciśnieniem spływowym j, które oblicza się ze wzoru:

$$j = \frac{P}{Fl} = \frac{\Delta h}{l} \rho_w g = i \rho_w g = i \gamma_w, \quad [kN \cdot m^{-3}], \quad (3.8)$$

gdzie: $\frac{\Delta h}{l}$ – spadek hydrauliczny między rozpatrywanymi punktami [-].

Ciśnienie spływowe, jak wynika ze wzoru (3.8), nie zależy od prędkości filtracji, lecz tylko od spadku hydraulicznego.

W przypadku przepływu wody przez grunt, przy obliczaniu pozornego ciężaru objętościowego szkieletu gruntowego pod wodą γ ", uwzględnia się ciśnienie spływowe zgodnie ze wzorem:

$$\gamma^{\prime\prime} = \gamma^{\prime} \pm j_z \tag{3.9}$$

gdzie:

 j_z – pionowa składowa ciśnienia spływowego [kN · m⁻³].

We wzorze (3.9) znak plus stosuje się, gdy ciśnienie spływowe jest skierowane w dół, a znak minus, gdy do góry.

W przypadku gruntów uwarstwionych o znacznej różnicy współczynników filtracji k pionowe ciśnienie spływowe prawie w całości przekazuje się na mniej przepuszczalny grunt. Gdy woda przepływa przez grunt w kierunku z dołu do góry, γ ' może osiągnąć wartość równą zeru, wtedy $\gamma' = j_z$. Wartość tę nazywa się ciśnieniem spływowym krytycznym, a wartość odpowiadającego mu spadku hydraulicznego – **krytycznym spadkiem hydraulicznym**.

$$i_{kr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad [-]. \tag{3.10}$$

Ciśnienie spływowe skierowane do góry wpływa destrukcyjnie na grunt [33]. Przy krytycznym spadku hydraulicznym występuje upłynnienie niespoistych gruntów drobnoziarnistych (piasków drobnoziarnistych oraz pylastych) i gruntów mało spoistych. Przy upłynnieniu opór na ścinanie gruntu równa się zeru, wobec niewystępowania naprężeń efektywnych, gdyż γ " = 0. Oznacza to, że ziarna i cząstki gruntu nie opierają się o siebie, lecz jakby pływają w wodzie. Grunt traci wówczas cechy ciała stałego i przechodzi w stan ciekły. Upłynnienie drobnoziarnistych i pylastych piasków nazywa się **kurzawką** (gotujący się piasek – sand boils). W hydrotechnice działania inżynierskie realizowane są przy spełnieniu warunku:

$$\frac{i_{kr}}{i_{rzecz}} = \gamma_n$$

gdzie:

 γ_n – współczynnik konsekwencji zniszczenia budowli hydrotechnicznej [160],

*i*_{rzecz.} – spadek hydrauliczny rzeczywisty [-].

Jeżeli warunek ten nie jest spełniony, może wystąpić zjawisko upłynnienia gruntu.

Zjawisko polegające na przesunięciu pewnej objętości gruntu (często wraz z obciążającymi ją elementami ubezpieczeń) nazywa się **wyparciem gruntu**. Wyparta masa powiększa swoją objętość, a więc i porowatość. Zjawisko wyparcia może występować nie tylko w kierunku pionowym do góry, lecz również poziomo w podłożu budowli piętrzących wodę, a niekiedy również w kierunku do dołu. Przykład warunków gruntowo-wodnych, w których może wystąpić wyparcie, przedstawia rysunek 3.5.

Tworzenie się kanału (przewodu) w masie gruntowej, wypełnionego gruntem o naruszonej strukturze, łączącego miejsca o wyższym i niższym ciśnieniu wody w porach nazywa się **przebiciem hydraulicznym**. Na powierzchni terenu przebicie hydrauliczne jest widoczne w postaci "źródła wypływu mieszaniny wodno-gruntowej". Powstaje w sytuacji, gdy ciśnienie wody w gruncie osiąga wartość równą ciężarowi (naciskowi) nadległej warstwy gruntu [99]. W takim przypadku naprężenie efektywne maleje do zera. Zjawisko przebicia występuje przeważnie w gruntach mało spoistych podścielonych gruntami przepuszczalnymi (rys. 3.6).



- Rys. 3.5. Przykład warunków gruntowo-wodnych, w których może nastąpić wyparcie gruntu. W.g. – poziom piezometryczny wody gruntowej swobodnej, P.p.w.n. – poziom piezometryczny wody gruntowej naporowej
- Fig. 3.5. Exemple of ground-water conditions, where displacement of soil (ground) occur. W.g. piezo-metric free ground water, P.p.w.n.–piezo-metric level of pressured ground water



- Rys. 3.6. Przykłady warunków geologicznych, w których może nastąpić przebicie: a) zapora posadowiona na warstwie o małej przepuszczalności, pod którą występuje warstwa przepuszczalna, b) osadnik pompowni odwadniającej teren depresyjny przy zbiorniku wodnym
- Fig. 3.6. Examples of geological conditions, where perforation can occur: a) dam situated on low permeability layer with permeable layer beneath, b) sedyment trap of pumping stadion dewatering depression terrain situated by water reservoir

Zjawisko polegające na wynoszeniu przez filtrującą wodę drobnych cząstek gruntu nazywa się **sufozją**. Cząstki mogą być przesunięte na inne miejsce lub wyniesione poza obręb gruntu. W wyniku tego zjawiska mogą powstać kawerny lub kanały; zjawisko przybiera wtedy cechy przebicia hydraulicznego [65, 113]. Sufozja występuje wtedy, gdy zostanie przekroczony spadek krytyczny i_{kr} lub prędkość krytyczna V_{kr} .

3.5. Przykłady niektórych problemów geotechnicznych związanych z niekorzystnym działaniem sił filtracji

Niekorzystne działanie sił filtracji przejawia się w postaci utraty równowagi ośrodka gruntowego. Zaistniałe miejsca o zatraconej równowadze i dalszy ich rozwój mogą być przyczyną sytuacji awaryjnych ziemnych budowli hydrotechnicznych. Przy wysokich stanach wody w rzekach (np. stanach powodziowych) wynikają niekorzystne skutki działania sił filtracji przez wały przeciwpowodziowe i ich podłoże, najczęściej w rejonie podnóża skarpy odpowietrznej i urządzeń odwadniających.

Realizacja budowlanych wykopów fundamentowych również stwarza możliwość utraty stateczności gruntu w dnie i na skarpach.

Problemy wynikłe wskutek niekorzystnego oddziaływania sił filtracji na grunt mogą częściowo zobrazować niektóre przykłady inżynierii budowlanej z zakresu:

- a) ziemnych wałów przeciwpowodziowych i zapór:
 - na zielonogórskim odcinku rzeki Odry w czasie powodzi w 1997 r. kilka wyrw w wałach przeciwpowodziowych powstało na skutek szkodliwego działania filtracji np. objawiającego się w postaci przebić hydraulicznych w strefie wału i jego podłoża [135];
 - powstała filtracyjna wyrwa w wale przeciwpowodziowym rzeki Oławy na osiedlu Księże Małe we Wrocławiu – fotografia 3.1;



Fot. 3.1. Wał przeciwpowodziowy rz. Oławy we Wrocławiu (fot. H. Orzeszyna, 1997) Phot.1. The embankment of Oława River in Wrocław (phot. H. Orzeszyna, 1997)

 zaistniała filtracyjna wyrwa w wale przeciwpowodziowym rzeki Odry w Oławie – fotografia 3.2;



Fot. 3.2. Wał przeciwpowodziowy rz. Oławy w Oławie (fot. H. Orzeszyna, 1997) Phot.2. The embankment of Oława River in Oława (phot. H. Orzeszyna, 1997)

 zaistniałe zniszczenia filtracyjne obwałowania wraz z drogą w rejonie stopnia wodnego Brzeg Dolny – fotografia 3.3;



Fot. 3.3. Rejon stopnia wodnego Brzeg Dolny (fot. Z. Janiak, 1997) Phot.3. The area of Brzeg Dolny stage of fall (phot. Z. Janiak, 1997)

 powstałe odcinkowe zniszczenie filtracyjne wału przeciwpowodziowego rzeki Odry w Blizanowicach – fotografia 3.4;



Fot. 3.4. Wał przeciwpowodziowy rz. Odry w Blizanowicach (fot. Z. Janiak, 1997) Phot. 3.4. The embankment of Odra River in Blizanowice (phot. Z. Janiak, 1997)

 stan rowu opaskowego zapory ziemnej zbiornika wodnego Przeworno; wypływ gruntu w postaci "gejzerów" przez otwory umocnienia, z betonowych płyt ażurowych, po przekroczonej równowadze filtracyjnej ośrodka gruntowego w strefie wypływu – fotografia 3.5;



Fot. 3.5. Rów opaskowy zapory ziemnej zbiornika wodnego Przeworno (fot. H. Orzeszyna, 1997) Phot. 3.5. Drainage ditch of earth dam of Przeworno reservoir (phot. H. Orzeszyna, 1997) rów opaskowy zapory ziemnej zbiornika wodnego w Kobylej Górze po zmianie umocnienia w formie obetonowania na betonowe płyty ażurowe w dnie i częściowo na skarpach rowu, które poprawiły niekorzystne warunki dopływu do rowu omówione w dalszej części pracy – fotografia 3.6;



- Fot. 3.6. Rów opaskowy zapory ziemnej zbiornika wodnego w Kobylej Górze (fot. T. Molski, 2006) Phot. 3.6. Drainage ditch of earth dam of reservoir in Kobyla Góra (phot. T. Molski, 2006)
 - niekorzystne warunki filtracji zmienione poprzez umocnienie, z betonowych płyt ażurowych, dna i częściowo skarp rowu opaskowego zapory ziemnej zbiornika wodnego w Sosnówce – fotografia 3.7;



Fot. 3.7. Rów opaskowy zapory ziemnej zbiornika wodnego Sosnówka (fot. H. Orzeszyna, 2002) Phot. 3.7. Drainage ditch of earth dam of Sosnówka reservoir (phot. H. Orzeszyna, 2002)

b) ziemnych wykopów budowlanych:

 utrata równowagi filtracyjnej gruntu w dnie wykopu pod małą elektrownię przy jazie na rzece Bóbr w Szprotawie – fotografia 3.8;



Fot. 3.8. Wykop ziemny pod małą elektrownię na rzece Bóbr w Szprotawie (fot. T. Molski, 1992) Phot. 3.8. Earth cut under low power station at the Bóbr River in Szprotawa (phot. T. Molski, 1992)

 utrata równowagi filtracyjnej gruntu w dnie wykopu pod sieć wodno-kanalizacyjną przy ul. Zatorskiej we Wrocławiu – fotografia 3.9;



 Fot. 3.9. Wykop ziemny pod sieć wodno-kanalizacyjną przy ul. Zatorskiej we Wrocławiu (fot. T. Molski, 2008)
 Phot. 3.9. Earth cut under sewerage system on the Zatorska street in Wrocław (phot. T. Molski, 2008)

 utrata równowagi filtracyjnej gruntu w dnie wykopu ziemnego związanego z rozbudową Mostów Warszawskich we Wrocławiu – fotografia 3.10;



Fot. 3.10. Filtracja wody w dnie wykopu ziemnego związanego z rozbudową Mostów Warszawskich we Wrocławiu (fot. T. Molski, 2008)
 Phot. 3.10. Earth cut connected with reconstruction of Warszawski Bridge's in Wrocław (phot. T. Molski, 2008)

4. PODSTAWY TEORETYCZNE MODELOWANIA FILTRACJI W OŚRODKU GRUNTOWYM

Istnieje wiele metod obliczeń lub modelowania ruchu wód gruntowych, z których większość znajduje zastosowanie w dziedzinie obliczeń filtracji w ziemnych budowlach hydrotechnicznych. Metody te różnią się sposobem podejścia, stopniem skomplikowania albo wiernością opisu matematycznego zjawiska.

4.1. Charakterystyka dotychczas stosowanych metod obliczeniowych

Stosowane metody obliczeń lub modelowania filtracji wody w ośrodku gruntowym można scharakteryzować, stosując różne kryteria. Jako podstawowe kryterium klasyfikacji metod można przyjąć sposób uzyskania rozwiązania: analityczne, modelowanie fizyczne, analogowe lub numeryczne. W metodach inżynierskich najczęściej stosuje się rozwiązanie analityczne równania hydrodynamiki wód gruntowych [39, 111, 131]. Jest to jednak podejście bardzo trudne i jak na razie możliwe dla prostych przypadków (przepływ jednoosiowy itp.). Przykłady bardziej skomplikowane upraszcza się, dokonując pewnej transformacji analizowanego obszaru, przy czym transformacja ta najczęściej dokonywana jest prostymi metodami empirycznymi (zmiana trapezowego kształtu zapory na ekwiwalentny prostokąt), rzadziej matematycznymi metodami odwzorowań konforemnych lub niekonforemnych [11, 12, 137]. Spośród metod analitycznych najpowszechniejsze zastosowanie znalazło rozwiązanie Dupuita:

$$\frac{q}{k} = \frac{H_1^2 - H_2^2}{2L} \tag{4.1}$$

Metoda ta pozwala na wyznaczenie wielkości przepływów filtracyjnych i położenia krzywej depresji (przez prostokątną zaporę).

Drugim sposobem podejścia jest modelowanie fizyczne [2, 115]. Polega ono na zamodelowaniu w warunkach laboratoryjnych projektowanej budowli w zmniejszonej skali i następnie badaniu procesu filtracji w sposób naturalny, a więc nasycając model filtrującą cieczą. Ten bardzo prosty w założeniach sposób napotyka na trudności w realizacji. Poprawność jego wykonania wymaga odpowiedniego przyjęcia skal modelowych, co nie zawsze w praktyce jest możliwe (np. skala lepkości cieczy, uziarnienia i przepuszczalności). Ponadto pewne zjawiska, które w naturze są do pominięcia (np. podsiąk kapilarny), na modelu na skutek "efektu skali" deformują obraz. Stąd też modele te stosuje się wtedy, gdy inne podejścia okazują się zawodne, a mankamenty modelowania są mniej intensywne lub istotne (np. modelowanie ruchu nieliniowego w grodzach kamiennych, gabionach).

Trzecim sposobem są metody modelowania analogowego, które w swoich założeniach opierają się na analogiach, jakie istnieją między zjawiskiem przepływu wody w ośrodku porowatym a innymi zjawiskami fizycznymi. Pozwalają one zatem na śledzenie przebiegu właściwego zjawiska poprzez badanie zjawiska innego, analogowego. Spośród znanych wielu metod analogowych w zaporach ziemnych znalazły zastosowanie dwie: metoda analogii elektrohydrodynamicznej i metoda analogii lepkościowej [63, 74, 75, 76, 136]. Pierwsza z nich, stosunkowo prosta, była najczęściej stosowaną metodą modelowania. Ma wiele zalet, a w przypadku modelowania płaskiego umożliwia uzyskanie rozwiązania w zasadzie do dowolnie skomplikowanego zadania. Pewną wadą jest nie zawsze duża dokładność, zależna od jakości posiadanej aparatury badawczej. Umożliwia ona analizę obszaru filtracji zarówno w formie ciągłej, jak i zdyskretyzowanej [37, 51, 81, 90, 120]. Druga z metod analogowych, analogii lepkościowej, jest znacznie trudniejszą w realizacji i mniej dokładną. Toteż stosowana jest niezmiernie rzadko, najczęściej przy badaniu przepływów nieustalonych w czasie [137].

Czwartym sposobem, który wyparł pozostałe, są metody numeryczne, a szczególnie dwie z nich: metoda różnic skończonych i metoda elementów skończonych [12, 44, 46, 53, 54, 127, 133, 140]. Głównym, wspólnym założeniem tych metod, jest podział obszaru filtracji na elementy i węzły, w których podstawowe równania różniczkowe na ogół aproksymuje się prostym równaniem liniowym. W efekcie problem sprowadza się do rozwiązania układu równań liniowych, a w rezultacie jego rozwiązania otrzymuje się wartości poszukiwane w każdym z węzłów. W przypadku hydrotechnicznych budowli ziemnych częściej stosuje się metodę elementów skończonych [31, 62, 68, 84, 85, 97, 98, 100, 111, 134, 145, 150].

Drugim kryterium klasyfikacji metod, które można zastosować, jest sposób odwzorowania przestrzeni filtracji. Najprostszym będzie przyjęcie przepływu tylko jednoosiowego (jedynie wzdłuż jednej z osi układu współrzędnych) [88, 135]. Oczywiście założenie to jest możliwe przy każdym z wcześniej omawianych sposobów, ale najcześciej stosowane przy rozwiązaniach analitycznych. Rozwiązania analityczne będą możliwe również przy założeniu quasi płaskiego odwzorowania przestrzeni filtracji. Podejście takie stosuje się w układzie dwuwarstwowym, gdy jedna z warstw jest znacznie mniej przepuszczalna niż druga. W warstwie mniej przepuszczalnej przyjmuje się jedynie pionowy ruch wody, natomiast w warstwie przepuszczalnej poziomy [21, 38, 69]. Odwzorowania płaskie mogą być realizowane zarówno w płaszczyźnie pionowej, jak i poziomej. Dokonując analizy filtracji w zaporach ziemnych, często stosuje się odwzorowanie płaskie w płaszczyźnie pionowej, pomijając kierunek przepływu w kierunku równoległym do osi obiektu [97, 98, 114, 148], chociaż należy przypuszczać, iż w wielu przypadkach bardziej uzasadnione byłoby odwzorowanie w płaszczyźnie poziomej lub w przestrzeni. Płaskie odwzorowanie możliwe jest w zasadzie w każdej z omawianych wcześniej metod [115]. W wielu zagadnieniach inżynierskich stosuje się podejście quasi przestrzenne, zakładając, że w układzie dwuwarstwowym o dużej różnicy przepuszczalności, w warstwie mniej przepuszczalnej będzie ruch pionowy, natomiast w warstwie bardziej przepuszczalnej płaski horyzontalny. W tym przypadku stosuje się najczęściej metody numeryczne [53], choć możliwe są również i inne podejścia. Najdokładniejsze odwzorowanie będzie oczywiście odwzorowaniem przestrzennym. Odwzorowanie to jest możliwe tylko przy zastosowaniu metod modelowania fizycznego [2], analogowego metodą analogii elektrohydrodynamicznej [52, 101] i numerycznego [14, 24, 27, 28, 139, 143].

Wreszcie trzecim kryterium jest możliwość uwzględnienia w obliczeniach niejednorodności i anizotropowości budowy obszaru lub przestrzeni filtracji.

Możemy tu mieć następujące możliwości:

- obszar jednorodny i izotropowy,
- obszar jednorodny i anizotropowy,
- obszar niejednorodny i izotropowy,
- obszar niejednorodny i anizotropowy.

W odwzorowaniach jednoosiowych proste niejednorodne przypadki są możliwe do rozwiązania przy zastosowaniu każdej z metod obliczeniowych i modelowania, natomiast w odwzorowaniach płaskich – przy zastosowaniu większości z metod, chociaż z różnym stopniem trudności, przy uwzględnieniu również anizotropii. Zarówno w przestrzennych modelach fizycznych, jak i analogowych wprowadzenie elementów anizotropii i niejednorodności bardzo utrudnia i tak skomplikowany proces przygotowania i realizacji eksperymentu, a ponadto niekiedy konieczne są daleko idące uproszczenia (np. poziome warstwy o jednakowej miąższości). W metodzie modelowania analogowego zadania przestrzenne najczęściej wykonuje się przy zastosowaniu cieczy elektrolitycznych. W tym przypadku nie ma możliwości ponadto iteracyjnego poszukiwania położenia powierzchni depresji, którą trzeba przyjąć *a priori*, a przewodność hydrauliczną zadać na samym początku. W tym układzie znacznie większe możliwości stwarzają metody numeryczne.

4.2. Modele filtracji

Problemy geotechniczne w hydrotechnice mogą być rozwiązywane różnymi sposobami w zależności od rodzaju zadania, wymaganej dokładności, stopnia zbadania ogólnych prawidłowości i posiadanego zestawu informacji o ośrodku. Zadania te formułowane są do różnych zamierzeń inżynierskich bądź w celu sprawdzenia zachowania się obiektów i ośrodków wodonośnych, w których je zlokalizowano [87, 88, 89, 95, 96, 153]. Stanowi to zawsze układ materialny, gdyż materialny jest zarówno sam ośrodek, jak i umieszczone w nim obiekty. Taki układ podlega działaniu szeregu czynników (sił), a jego cechą charakterystyczną jest to, że wykazuje reakcję na ingerencję zewnętrzną. Ta ostatnia cecha układu doprowadziła do sformułowania rodzajów zadań, jakie można rozwiązywać. Wśród nich ważniejsze to zadania bezpośrednie (proste), pozwalające właściwie na badanie reakcji układu na ingerencję zewnętrzną oraz zadania pośrednie (odwrotne), w których znając reakcję układu, poszukujemy w nim rozkładu wielkości fizycznych. Natomiast zadanie uogólnione występuje wówczas, gdy chcemy określić uogólnioną charakterystykę konkretnego procesu filtracyjnego. W zadaniach tego typu strumień opisuje się za pomocą wielkości bezwymiarowych lub też realizuje się cykl badań pozwalających na uogólnienie wyników.

Niekiedy zadanie sprowadza się do poszukiwania równania opisującego proces, gdy znane są warunki brzegowe i początkowe, rozwiązanie jest jednoznaczne i znany jest rozkład wielkości fizycznych w układzie [118]. Są to tzw. zadania indukcyjne. Są to zadania objęte problematyką fizyki matematycznej i dotyczą tzw. teorii pola fizycznego.

Rozważanie konkretnych zadań fizyki matematycznej możliwe jest na drodze modelowania fizycznego (eksperyment fizyczny lub doświadczenie fizyczne) albo na drodze modelowania matematycznego. Modelowanie (symulacja) polega na badaniu interesującego nas procesu zachodzącego w prototypie (oryginale, wzorcu) na zastępującym ten prototyp modelu [45]. Model jest więc poznawalnym zastępcą badanego oryginału, przy czym może on stanowić zastępstwo myślowe lub materialne. Tak więc główną funkcją modelu jest własność odwzorowywania (odtwarzania) oryginału. Model matematyczny jest równaniem albo układem równań, najczęściej różniczkowych, opisujących dowolne zjawisko lub też proces, uzupełnianych warunkami gwarantującymi jednoznaczność rozwiązania.

Model matematyczny jest zatem matematycznym opisem zjawiska dokonanym zazwyczaj przy pewnej idealizacji procesów fizycznych, które w nim zachodzą. Idealizacja taka polega najczęściej na ograniczeniu cech modelu do tych, które wywierają istotny wpływ na przebieg zjawiska lub procesu fizycznego, a pominięciu cech drugorzędnych. Umożliwia to formułowanie prostych modeli i pomijanie skomplikowanych procesów cząstkowych trudnych do opisania bądź nawet zupełnie niezbadanych, lecz marginalnych w stosunku do przebiegu procesu głównego, będącego przedmiotem badania.

Model fizyczny jest fizycznym odpowiednikiem oryginału wzorca wykonanym w pewnej skali (najczęściej jest pomniejszeniem) w postaci jego modelu. Model fizyczny ma naturę fizyczną zgodną z naturą fizyczną wzorca. Cechą istotną modeli fizycznych jest to, że prototyp i model opisane są tymi samymi równaniami, a różnica polega jedynie na tym, że poszczególne symbole mają odpowiednio indeks p dla prototypu i indeks m dla modelu. Na przykład prawo Darcy'ego może być przedstawione w postaci:

a) dla prototypu
$$d Q_p = -k \cdot \frac{d H_p}{d l_p}$$

b) dla modelu
$$d Q_m = -k \cdot \frac{d H_m}{d l_m}$$

Przy stosowaniu modelu fizycznego można nawet badać zjawiska nieposiadające matematycznego opisu, jeżeli tylko potrafimy zastosować odpowiednie skale modelowania.

O ile modelowanie fizyczne może być realizowane jedynie na drodze eksperymentu przy zastosowaniu modeli fizycznych i poprzez bezpośrednie badanie danego zjawiska w odpowiedniej skali, o tyle modelowanie matematyczne może być wykonywane w różny sposób. Rozwiązanie zadania, dla którego sformułowany został model matematyczny, możliwe jest na drodze:

- analitycznego rozwiązania układu równań (lub równania), co w efekcie daje nam jednoznacznie określone związki między parametrami procesu i jest to metoda najlepsza, ale niestety rzadko możliwa do zastosowania wobec ujawniających się trudności w znalezieniu takiego rozwiązania, bardzo często rozwiązania takiego nie potrafimy znaleźć;
- rozwiązania numerycznego układu równań tworzących model matematyczny, polegającego na przekształceniu równań różniczkowych cząstkowych na różnicowe i dające wyniki przybliżone, stosowane gdy znalezienie rozwiązania analitycznego ścisłego nie jest możliwe bądź gdy jest uciążliwe;
- modelowania analogowego, stosowanego, gdy potrafimy wykazać podobieństwo (analogię) dwóch różnych procesów (zjawisk) fizycznych, tj. gdy stwierdzimy, że ich modele matematyczne mają zależność wzajemnie jednoznaczną; w takim przypadku zamiast badać oryginał lub jego fizyczny odpowiednik (modelowanie fizyczne, to samo medium),

badamy inny proces (inne zjawisko fizyczne), o którym wiemy, że zachodzi w sposób analogiczny [46].

Przesączanie się wody podziemnej, przy przyjęciu że jest ona nieściśliwa, polega na rozwiązaniu czterech równań. Trzy równania przepływu, w postaci:

$$V_{x} = -k_{x} \frac{\partial H}{\partial x} ,$$

$$V_{z} = -k_{y} \frac{\partial H}{\partial z} ,$$

$$V_{z} = -k_{z} \frac{\partial H}{\partial z} ,$$
(4.2)

stanowią różniczkową postać prawa Darcy'ego, gdzie V_x , V_y , V_z są składowymi prędkości przesączania się wody w kierunkach *x*, *y*, *z*; k_x , k_y , k_z – współczynniki wodoprzepuszczalności w tych kierunkach, zaś *H* jest wysokością hydrauliczną, tj. wysokością słupa wody w danym punkcie liczoną od przyjętego poziomu odniesienia, opisaną relacją $H = z + p/\gamma_w$, gdzie *p* jest ciśnieniem w rozpatrywanym punkcie, γ_w – ciężarem właściwym wody, zaś *z* – wysokością wzniesienia tego punktu nad poziomem odniesienia.

Czwartym równaniem jest tzw. równanie ciągłości, wynikające z prawa zachowania masy, które dla cieczy nieściśliwych i sztywnego (nieodkształcalnego) ośrodka ma postać:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0.$$
(4.3)

Z równań 4.2 i 4.3 w efekcie powstaje równanie różniczkowe:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y\frac{\partial H}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z\frac{\partial H}{\partial z}\right) = 0, \qquad (4.4)$$

które przy przyjęciu, że ośrodek jest izotropowy (tj. że $k_x = k_y = k_z = k$), po obustronnym podzieleniu przez k może być przedstawione w postaci:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0$$
(4.5)

lub $\nabla^2 H = 0$ względnie div grad H = 0, znane jako równanie filtracji stacjonarnej Laplace'a.

Przy uwzględnieniu zasilania dodatkowego proces filtracji niestacjonarnej opisany jest poprzez paraboliczne równanie różniczkowe:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] + W, \qquad (4.6)$$

natomiast filtracji stacjonarnej poprzez równanie różniczkowe typu eliptycznego:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) + W = 0.$$
(4.7)

Brak członu W w równaniach 4.6 i 4.7 oznacza brak dodatkowego zasilania (infiltracja, parowanie, kondensacja itp.). Równania 4.6 i 4.7 są nieliniowe. Po zlinearyzowaniu przyjmują one postać (po uśrednieniu wartości T tak w przestrzeni, jak i w czasie):

dla filtracji nieustalonej

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = T_{sr} \nabla^2 H + W,$$

dla filtracji ustalonej

$$T_{\acute{s}r} \nabla^2 H + W = 0$$

4.3. Modelowanie dyskretne

Modele dyskretne powstają przez podział ciągłego pola filtracji na elementy o skończonej wielkości, zwane także polami elementarnymi lub blokami, które reprezentowane są na modelu tego pola przez tzw. węzły, stanowiące w prototypie punkty, leżące w geometrycznym środku elementarnych bloków. W węzłach modelu odczytuje się uśrednione parametry procesu odnoszące się do elementarnych bloków, w obrębie których w rzeczywistości są zmienne. W istocie oznacza to zastąpienie pola ciągłego przez skończoną liczbę węzłów, które połączone ze sobą stanowią pole nieciągłe. Czynność podziału pola ciągłego na nieciągłe złożone z węzłów nazywamy **dyskretyzacją** (opisanie pola ciągłego w sposób dyskretny). Samo zaś pole reprezentowane przez skończoną liczbę węzłów nazywamy polem dyskretnym (nieciągłym). Dyskretyzacja wymaga zastąpienia modelu matematycznego ośrodka ciągłego – reprezentowanego przez odpowiednie równanie różniczkowe – modelem ośrodka dyskretnego z równoważnym układem równań algebraicznych.

U podstaw takiej zamiany leży metoda różnic skończonych, a obecnie najczęściej stosowana metoda elementów skończonych.

4.3.1. Dwuwymiarowa filtracja (nieustalona, ustalona) – przekrój pionowy

W celu dokładnego rozpoznania wielkości hydrodynamicznych pola filtracji w podłożu budowli hydrotechnicznych do obliczeń stosuje się modele matematyczne płaskie w pionie w układzie dwóch zmiennych przestrzennych. Do modelowania nieustalonego lub ustalonego ruchu wód w strefie pełnego nasycenia może być zastosowany program FIZ [24, 25], który został wykorzystany do obliczeń objętych pracą. Dopuszcza zmienność w pionie oraz anizo-tropię parametrów hydrogeologicznych ośrodka (współczynnik wodoprzepuszczalności, od-sączalności). Program umożliwia symulowanie pracy obiektów melioracyjnych położonych w badanym obszarze filtracji, takich jak dreny, studnie, cieki dogłębione lub niedogłębione oraz innych ujęć wody. Charakterystyki pracy tych urządzeń (natężenie poboru, stany wody, natężenie przepływu) mogą być zmienne w czasie symulacji. Warunki brzegowe opisujące

sytuacje hydrogeologiczna na brzegu obszaru filtracji formułuje sie w postaci zadanej wysokości hydraulicznej, nateżenia przepływu lub kombinacji liniowej tych dwóch wielkości. Także one moga być zmienne w czasie i przestrzeni. Umożliwia to symulowanie każdej spotykanej w praktyce sytuacji hydrogeologicznej na brzegu obszaru.

Do opisu nieustalonego ruchu wód podziemnych wykorzystane zostało równanie Boussinesq'a [19, 51, 137]:

$$Sh_{t} = (T_{1} h_{x})_{x} + (T_{2} h_{z})_{z} + W$$
(4.8)

gdzie:

 $x, z - zmienne przestrzenne, (x, z) \in \Omega$,

 Ω – obszar filtracji, t – czas,

 h_{r}, h_{z} – pochodne cząstkowe,

h – wysokość hydrauliczna,

 k_1, k_2 – współczynnik filtracji odpowiednio w kierunku osi X i Z:

rzędna spągu [m]

т miąższość warstwy przepuszczalnej [m]

W – funkcja źródłowa [m].

 $S - \begin{cases} \text{współczynnik odsączalności grawitacyjnej, filtracja swobodna } \mu, \\ \text{współczynnik pojemności sprężystej, filtracja naporowa } S = S_o \cdot m \end{cases}$

$$T_1 - \begin{cases} k_1(h-a) & \text{filtracja swobodna} \\ k_1m & \text{filtracja naporowa} \end{cases}$$

$$T_2 - \begin{cases} k_2 (h-a) & \text{filtracja swobodna} \\ k_2 m & \text{filtracja naporowa} \end{cases}$$

Równanie (4.8) uzupełniono warunkiem początkowym:

 $h(x, z, 0) = h_0(x, z)$

oraz warunkami brzegowymi I, II, III rodzaju:

I rodzaju – $h(x, z, t) = h_1(x, z, t) dla(x, z) \in \Gamma_1, t > 0$, II rodzaju – $q(x, z, t) = q_1(x, z, t) dla(x, z) \in \Gamma_2, t > 0$, III rodzaju – $q(x, z, t) = l_1k_1h_x + l_2k_2h_z + \alpha h(x, z) \in \Gamma_x, t > 0$, gdzie:

 $h_{\rm l}, q_{\rm l}$ są zadaną wysokością piezometryczną lub natężeniem przepływu,

 (l_1, l_2) – wektor normalny do brzegu,

a - współczynnik,

 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ – fragmenty brzegu $\partial \Omega$ obszaru filtracji, $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 = \partial \Omega$.

Do rozwiązania równania (4.8) uzupełnionego warunkami początkowo-brzegowymi zastosowano metodę elementu skończonego [19, 137]. W tym celu zlinearyzowane równanie
4.8 przekształcono, zakładając, iż czas jest "martwym parametrem", do postaci całkowej [19]:

$$\lambda(h) = \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{2} \left(T_1 h_x^2 + T_2 h_z^2 \right) - \left(w - \mu h_t \right) h \right] dx dz + \int_{\Gamma} \left(-qh + \frac{1}{2} ah^2 \right) ds$$

gdzie $\Gamma = \Gamma_2 \cup \Gamma_3$ jest fragmentem brzegu obszaru filtracji, na którym zadano warunek II lub III rodzaju. Funkcja *h* minimalizująca funkcjonał λ jest równocześnie [160] rozwiązaniem równania (4.8) z zadanymi warunkami brzegowymi.

Zakładając dekompozycję obszaru Ω na sumę rozłącznych elementów e;:

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{m} e_{i},$$

gdzie m – liczba elementów, oraz przyjmując, że poszukiwane rozwiązanie h jest kombinacją liniową funkcji bazowych φ_1 , $i = 1 \dots n$,

$$h = \sum_{i=1}^{n} h_i \varphi_i$$

gdzie *n* jest liczbą funkcji bazowych, a h_i wartością poszukiwanej funkcji w *i*-tym węźle, można warunek na minimum funkcjonału λ zapisać w postaci układu równań algebraicznych:

$$K H + M \frac{dH}{dt} = P \tag{4.9}$$

gdzie: $H = (h_1 \dots h_n)T$ – kolumna niewiadomych,

$$k_{i,j} = \iint_{\Omega} \left(T_{I} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{j}}{\partial x} + T_{2} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial z} \frac{\partial \varphi_{j}}{\partial z} \right) dx dz + \iint_{\Gamma} \left(\varphi_{i} \ a\varphi_{i} \right) ds$$
$$m_{i,j} = \iint_{\Omega} \varphi_{i} \mu \varphi_{j} \ dx dz,$$
$$p_{i} = \iint_{\Omega} \psi \varphi_{i} \ dx dz + \iint_{\Gamma} q\varphi_{i} \ ds,$$
$$K = (k_{i,j}), \ M = (m_{i,j}), P = (p_{1} \dots p_{n})T.$$

W modelu założono, że elementy e_i są trójkątami wyznaczonymi przez węzły (x_i, z_i) .

Dla każdego węzła zdefiniowano liniową funkcję bazową:

$$\varphi_{i}(x, z) = \begin{cases} 1 & \text{dla}(x, z) = (x_{i}, z_{i}) \\ 0 & \text{dla}(x, z) = (x_{j}, z_{j}), j = i \\ \text{liniowo dla pozostałych}(x, z) \in \Omega \end{cases}$$

Przy tych założeniach wszystkie całki występujące we wzorze (4.9) można wyliczyć analitycznie, co znacznie ułatwia dalsze numeryczne obliczenia. Pochodną czasową $\frac{dH}{dt}$ aproksymowano schematem Crancka-Nicholsona [105], otrzymując następującą postać układu [22, 50]:

$$\left(\frac{M}{\Delta t} + \Theta K\right) H^{t+\Delta t} = \left(\frac{M}{\Delta t} - (1-\Theta)K\right) H^{t} + P$$
(4.10)

gdzie:

 $\begin{array}{lll} \Delta t & - \text{krok czasowy,} \\ \Theta \in [0, 1] & - \text{parametr,} \\ H^t & - \text{znane wartości rozwiązania w chwili } t, \\ H^{t+\Delta t} & - \text{poszukiwane wartości w chwili } t+\Delta t. \end{array}$

Macierz tego układu jest numerycznie dobrze uwarunkowana, z dominującą główną przekątną. Rozwiązując, poprzez lineryzację na każdym kroku czasowym równanie (4.10), otrzymujemy wartości wysokości hydraulicznych we wszystkich węzłach siatki w czasie $t+\Delta t$. W pozostałych punktach obszaru filtracji wartości ciśnień interpoluje się liniowo.

Współrzędne wektora prędkości przepływu w każdym elemencie e_j o wierzchołkach w punktach (x_i , z_i), dla i = 1, 2, 3, wyznacza się na podstawie numerycznej postaci prawa Darcy'ego [105]:

$$V_{1} = -\frac{k_{2_{ar}}}{\mu_{ar}} \frac{1}{2\rho_{e}} \sum_{1}^{3} h_{i}b_{i} , V_{2} = -\frac{k_{1_{ar}}}{\mu_{ar}} \frac{1}{2\rho_{e}} \sum_{1}^{3} h_{i}c_{i}$$

gdzie:

 $\begin{array}{l} k_{1sr}, k_{2sr}, \mu_{sr} - \text{średnie wartości } k_1, k_2, \mu \text{ w elemencie}, \\ \rho_e - \text{pole elementu}, \\ h_1, h_2, h_3 - \text{wysokości hydrauliczne w wierzchołkach,} \\ b_1 = z_2 - z_3, \quad h_2 = z_3 - z_1, \quad b_3 = z_1 - z_2, \\ c_1 = x_3 - x_2, \quad c_2 = x_1 - x_3, \quad c_3 = x_2 - x_1. \end{array}$

4.3.2. Filtracja przestrzenna

Przyjmując założenia klasycznej teorii filtracji (prawo ciągłości przepływu, prawo Darcyego, pełne nasycenie porów gruntowych wodą), ogólne równanie przepływu wód gruntowych można napisać w postaci [12, 42, 79]:

$$\frac{\partial}{\partial x}k_{x}(x, y, z)\frac{\partial H(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}k_{y}(x, y, z)\frac{\partial H(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}k_{z}(x, y, z)\frac{\partial H(x, y, z, t)}{\partial z} = \pm W(x, y, z, t) + S\frac{\partial H(x, y, z, t)}{\partial t}$$
(4.11)

Przyjmując:

- przepływ ustalony w czasie, a zatem $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$,

 brak w budowlach piętrzących (hydrotechnicznych) warunków dodatkowego drenowania lub zasilania wewnątrz przestrzeni filtracji poprzez określone wartości wydatków, a zatem q(x, y, z, t) = 0,

– ośrodek filtracyjnie izotropowy, a zatem $k_x = k_y = k_z = \text{const.}$, równanie strumienia filtracji przybiera postać:

div
$$\{k(x, y, z) \text{ grad } [H(x, y, z)]\} = 0$$
 (4.12)

Rozwiązanie równania (4.12) realizowane jest przy uwzględnieniu następujących warunków brzegowych:

- Dirichletta, H = const.
- Neumana, $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$, gdzie *n* normalna do granicy warstwy nieprzepuszczalnej.

Rozwiązanie równania (4.12) najefektywniej i najdokładniej można uzyskać poprzez modelowanie numeryczne, stosując metodę elementów skończonych. Jeżeli w węzłach elementu, powstałego wskutek dyskretyzacji, znane będą wartości ciśnień piezometrycznych, to te same wartości w dowolnych miejscach elementu można wyznaczyć z zależności:

$$H = [N] \{H\}^e, \tag{4.13}$$

gdzie [N] jest zbiorem funkcji nazywanych funkcjami kształtu określonymi do każdego węzła. Do równań metody elementów skończonych można dojść wieloma drogami, charakteryzującymi się diametralnie różnym sposobem podejścia [49, 106, 145, 146, 148]. W przypadku analizy przepływów filtracji najczęściej w praktyce stosuje się podejście metodą minimalizacji funkcjonału [40, 50, 114, 147]. Posługując się metodą rachunku wariacyjnego [106], można wykazać, że znalezienie funkcji H, która spełnia równanie:

$$\frac{\partial}{\partial x}k_x\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}k_y\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}k_z\frac{\partial H}{\partial z} = 0, \qquad (4.14)$$

w zadanej przestrzeni filtracji Ω i przy zadanych warunkach brzegowych jest równoznaczne ze znalezieniem funkcji minimalizującej H funkcjonału:

$$\chi^{e} = \iiint_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} \left[k_{x} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^{2} + k_{y} \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^{2} + k_{z} \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^{2} \right] \right\} dx \, dy \, dz \,.$$
(4.15)

Warunek minimalizacji w każdym węźle elementu można zapisać:

$$\frac{\partial \chi^{e}}{\partial H_{i}} = 0. \tag{4.16}$$

Węzeł i jest najczęściej wspólny kilku elementom, należy więc ostatecznie obliczyć:

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial H_i} = \sum_e \frac{\partial \chi^e}{\partial H_i}.$$
(4.17)

39

Różniczkując równanie (4.15) po H_1 , do pierwszego węzła elementu otrzymujemy:

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial H_1} = \iiint_{\Omega^e} \left\{ k_x \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial}{\partial H_1} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + k_y \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial}{\partial H_1} \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right) + k_z \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial}{\partial H_1} \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right) \right\} dx \, dy \, dz \quad (4.18)$$

Biorąc pod uwagę (4.13):

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial x} + \dots + \frac{\partial N_e}{\partial x}\right] \{H\}^e,$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial y} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + \dots + \frac{\partial N_e}{\partial y}\right] \{H\}^e,$$

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial z} + \frac{\partial N_2}{\partial z} + \dots + \frac{\partial N_e}{\partial z}\right] \{H\}^e,$$

$$\frac{\partial}{\partial H_1} \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right) = \frac{\partial N_1}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial H_1} \left(\frac{\partial H}{\partial z}\right) = \frac{\partial N_1}{\partial z},$$

$$(4.20)$$

i

oraz

$$\frac{\partial H}{\partial H_1} = N_1 \tag{4.21}$$

do całego elementu otrzymujemy:

$$\frac{\partial \chi^{e}}{\partial \{H\}^{e}} = [K]^{e} \{H\}^{e} = 0$$
(4.22)

gdzie $[K]^e$ jest macierzą przewodności elementu, niekiedy nazywaną macierzą sztywności [114], a jej wyrazy oblicza się ze wzoru:

$$K_{1-2}^{e} = \iiint_{\Omega^{e}} \left\{ k_{x} \frac{\partial N_{1}}{\partial x} \frac{\partial N_{2}}{\partial x} + k_{y} \frac{\partial N_{1}}{\partial y} \frac{\partial N_{2}}{\partial y} + k_{z} \frac{\partial N_{1}}{\partial z} \frac{\partial N_{2}}{\partial z} \right\} dx dy dz .$$
(4.23)

Zakładając izotropię układu, a więc:

$$k_x = k_y = k_z = k. \tag{4.24}$$

Wyrazy macierzy $[K]^e$ można wtedy wyznaczyć:

$$K_{l-2}^{e} = k^{e} \cdot B_{l-2}^{e}, \qquad (4.25)$$

gdzie:

$$B_{1-2}^{e} \iiint_{\Omega^{e}} \left\{ \frac{\partial N_{1}}{\partial x} \frac{\partial N_{2}}{\partial x} + \frac{\partial N_{1}}{\partial y} \frac{\partial N_{2}}{\partial y} + \frac{\partial N_{1}}{\partial z} \frac{\partial N_{2}}{\partial z} \right\} dx \, dy \, dz \tag{4.26}$$

są to wyrazy macierzy związków geometrycznych. Biorąc pod uwagę (4.17), do każdego węzła otrzymamy:

$$K_{1-2} = \sum_{e} K_{1-2}^{e}$$
(4.27)

i

$$B_{1-2} = \sum_{e} B_{1-2}^{e} . (4.28)$$

Dla całego zdyskretyzowanego wycinka przestrzeni, wychodząc z równania (4.22), w efekcie otrzymamy układ równań liniowych:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \{H\} = 0 \tag{4.29}$$

Rozwiązanie tego układu równań otrzymuje się poprzez zastosowanie metody eliminacji Gaussa [79].

4.3.3. Programy obliczeniowe modeli matematycznych przepływu wód podziemnych

W hydrogeologii, zwłaszcza regionalnej, stosowany jest powszechnie program GMS (Ground Modelling System) wykorzystywany do symulacji przepływu i transportu zanieczyszczeń. W skład programu GMS wchodzi 7 pakietów, z których szczególne znaczenie mają MODFLOW i MT3D [75].

MODFLOW bazujący na metodzie różnic skończonych (MRS) został opracowany w U.S. Geological Survey w 1988 r. i był wielokrotnie ulepszany [92].

Za pomocą programu MODFLOW symulować można przepływ w przestrzeni trójwymiarowej w warunkach ustalonych i nieustalonych, w niejednorodnych i anizotropowych ośrodkach. Program jest szczególnie przydatny do analiz regionalnych, zwłaszcza do opracowania planów wodno-gospodarczych. Wyniki symulacji przepływu, zidentyfikowane przez MODFLOW, wykorzystywane są przez program MT3D (Mass Transport in 3 Demensions).

MT3D opracowany w 1990 r. przez Zheng'a był wielokrotnie rozwijany. Ostatnia wersja MT3D⁹⁹ opracowana została przez Zhenga w 1998 r. [149]. MT3D umożliwia symulację rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń w przestrzeni trójwymiarowej.

Z programów specjalistycznych, przydatnych zwłaszcza do analizy problemów związanych z hydrotechniką i inżynierią środowiska, na uwagę zasługuje profesjonalny program SEEP/W, wchodzący w skład pakietu GEO-STUDIO2004 [GEOSLOPE International Ltd. Calgary, Alberta, Kanada, 2004] oraz program Z_SOIL [Z_SOIL.PC:ZACE Services Ltd., Lozanna (Szwajcaria), 2003]. Geo-Studio 2004 obejmuje komplet aplikacji do modelowania zagadnień z zakresu geotechniki, inżynierii środowiska, inżynierii wodnej i górniczej.

Zawiera 7 pakietów, w tym m.in.:

- SLOPE/W do analizy stateczności skarp i zboczy,
- SEEP/W do analizy filtracji,
- SIGMA/W do analizy naprężeń i odkształceń (osiadania),

- CTRAN/W do analizy transportu zanieczyszczeń,
- VADOSE/W do analizy zmian wilgotności w strefie aeracji.

SEEP/W bazuje na metodzie elementów skończonych MES oraz służy analizie filtracji i określaniu ciśnienia porowego w gruntach i skałach. SEEP/W analizuje jednocześnie przepływy w strefie saturacji i aeracji w przestrzeni dwuwymiarowej, w przekrojach pionowych lub filtracji horyzontalnej.

Z_SOIL. PC jest systemem analizy obliczeniowej problemów z zakresu geotechniki. Bazuje na metodzie elementów skończonych MES. Ukierunkowany jest na rozwiązywanie problemów projektowych i wykonawczych z zakresu fundamentowania, ziemnych budowli hydrotechnicznych, budownictwa drogowego, górnictwa podziemnego i odkrywkowego, analizy przepływu wody przez ośrodek gruntowy i jego wpływu na stan ośrodka. Właścicielem systemu jest firma ZACE SERVICES Ltd., z siedzibą w Lozannie. Program tworzony jest przy znacznym wkładzie pracowników Wydziału Inżynierii Środowiska Politechniki Krakowskiej w osobach A. Trutego, A. Urbańskiego i K. Podlesia.

W Katedrze Matematyki Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu opracowane zostały programy przez M. Chalfena [23] i W. Szulczewskiego [133].

Program FIZ-Filtracja i Zanieczyszczenia opracowany został przez M. Chalfena przy zastosowaniu metody elementów skończonych. Program rozwiązuje zagadnienia przepływu wody i zanieczyszczeń w dwuwymiarowym modelu płaskim w planie oraz dwuwymiarowym przekroju pionowym.

W badaniach objętych niniejszą pracą do analizy wielkości hydrodynamicznych filtracji w strefie saturacji, w układzie przestrzennym, zastosowano program MES przedstawiony w rozdz. 5.1.2.1 oraz porównawczo FLEX PDE omówiony w rozdz. 10.1. Programy te bazują na metodzie elementów skończonych.

Metoda elementów skończonych jest metodą aproksymacji (poprzez dyskretyzację) równań różniczkowych cząstkowych. Metodologia rozwiązania problemu, z zakresu filtracji wód podziemnych, za pomocą metody elementów skończonych, to:

- sformułowanie słabe (wariacyjne, całkowe) zagadnienia różniczkowego,
- podział przestrzeni (obszaru) obliczeniowej na elementy,
- przyjęcie przestrzeni (obszaru) prostych funkcji bazowych jako podstawy aproksymacji.

Zwiększenie dokładności aproksymacji uzyskuje się poprzez zmniejszenie rozmiarów elementów i podwyższanie stopnia aproksymacji.

Zaletą tej metody jest możliwość dyskretyzacji badanej przestrzeni (obszaru) na elementy skończone – czworościany (trójkąty) o różnych wymiarach. W badaniach objętych pracą było to koniecznością i zostało wykorzystane szczególnie w strefach ośrodka gruntowego – bezpośrednio przyległych do otworów wypływu wody.

5. KOMPUTEROWA SYMULACJA FILTRACJI W UKŁADZIE PRZESTRZENNYM I PŁASKIM

Przepływ wód podziemnych jest w zasadzie zjawiskiem trójwymiarowym. Możliwe jest zastosowanie schematu dwuwymiarowego wówczas, gdy zmienność geometrii, parametrów podłoża i warunków granicznych w jednym z kierunków jest niewielka. Jednakże sposób schematyzacji zależy również od rozpatrywanego problemu. Dwuwymiarowa schematyzacja w płaszczyźnie poziomej będzie odpowiednia do rozwiązywania problemów regionalnych [25, 128], natomiast schematyzacja dwuwymiarowa pionowa jest stosowana do analizy warunków lokalnych [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 26, 30]. Do rozwiązywania problemów przepływu wód podziemnych w hydrotechnice powszechnie stosowana jest schematyzacja dwuwymiarowa. Obliczenia w przestrzeni trójwymiarowej są trudne do przeprowadzenia w odniesieniu do równań analitycznych oraz kosztowne, biorąc pod uwagę techniki numeryczne. Poza tym niezbędne są dokładne oznaczenia parametrów wejściowych modelu i granic obszaru obliczeniowego w celu zapewnienia dokładności takich obliczeń [15, 16, 32, 41].

5.1. Matematyczny model filtracji przestrzennej MES

5.1.1. Inżynierskie przesłanki potrzeby budowy modelu filtracji przestrzennej

Wieloletnie badania stosunków wodno-gruntowych korpusu zapory ziemnej wraz z podłożem zbiornika wodnego w Kobylej Górze stanowiły bogatą i szczegółową bazę danych hydrogeologicznych [155]. Występujące tam geotechniczne problemy eksploatacyjne związane z niekorzystnym działaniem sił filtracji, często występującym na obiektach hydrotechnicznych i prowadzącym do utraty równowagi ośrodka gruntowego, stworzyły potrzebę przeprowadzenia szczegółowej analizy warunków filtracji w układzie przestrzennym [154, 160]. Przeprowadzone badania mogą stanowić podstawę do rozwiązywania takich problemów geotechnicznych w budownictwie.

Pod względem morfologicznym rejon Kobylej Góry znajduje się w strefie Wzgórz Ostrzeszowskich. Dolina rzeki Meresznicy, stosunkowo płaska i wąska, rozszerza się w rejonie lokalizacji zbiornika na obszarze leśnym. Podłoże zapory ziemnej tworzą utwory czwartorzędowe (holocen, plejstocen) oraz trzeciorzędowe (pliocen).

Utwory holoceńskie tworzą piaski średnie i drobne przewarstwione drobnymi wkładkami torfu i namułów. Utwory plejstocenu na badanym terenie to wyłącznie grunty niespoiste, wodno-lodowcowe piaski drobne i średnie z domieszką żwiru oraz żwiry z otoczakami złożone w zagłębieniu iłów. Największa miąższość niespoistych utworów czwartorzędowych występuje w środkowej części doliny, maleje natomiast na obrzeżu.

Utwory trzeciorzędowe to pstre iły plioceńskie. Strop tych iłów w przekroju poprzecznym doliny wykazuje deniwelację dochodzącą do 30 m. Najgłębiej iły zalegają w części środkowej doliny, wyklinowując się na obrzeżu.

Korpus zapory ziemnej w Kobylej Górze o wysokości maksymalnej 7,0 m, szerokości korony 3,0 m i nachyleniu skarp 1:3 zbudowany został z miejscowych piasków średnich pochodzenia wodno-lodowcowego, które wypełniają dolinę rzeczną w osi rzeki na głęb. ok. 20 m. Elementy uszczelniające stanowią: fartuch w dnie czaszy zbiornika o szerokości 100 m oraz ekran żelbetowy na skarpie odwodnej zapory. Odwodnienie prawego skrzydła zapory stanowi podwójny drenaż, natomiast lewego skrzydła – drenaż połączony z rowem opasko-wym (rys. 5.1).



Rys. 5.1. Plan sytuacyjny. Zbiornik wodny w Kobylej Górze Fig. 5.1. Situation plan. Kobyla Góra reservoir

Dno i skarpy rowu opaskowego umocnione zostały płytami betonowymi, wylewanymi na miejscu. Na skarpach wbudowano w odstępach co 10 m betonowe płyty "ażurowe" typu Jambo. Obiekt zakwalifikowany został do III klasy budowli hydrotechnicznych. W czasie

wstępnej eksploatacji w roku 1985 okazało się, że w miejscach nieszczelności (głównie na przerwach dylatacyjnych) występowały punktowe wynoszenia piasku, których intensywność wzmagała się wraz ze wzrostem stanu piętrzenia w zbiorniku (fot. 5.1). Pod płytą umocnienia dennego zalegał piasek średni, który wskutek niekorzystnych warunków filtracji tracił równowagę i ulegał wynoszeniu przez otwory nieszczelności płyty, które mogą być utożsamiane w przypadku profilu gruntowego z otworami przebicia hydraulicznego, powstałymi w warstwie nieprzepuszczalnej stwarzającej warunki filtracji naporowej.



Fot. 5.1. Przebicie hydrauliczne – zjawisko zaistniałe w dnie rowu opaskowego (fot. T. Molski, 1985) Phot. 5.1. Hydraulic puncture – effect in bottom of the band drainage ditch (phot. T. Molski, 1985)

W tych warunkach dwuwymiarowa analiza pola filtracji, w obszarze dopływu do otworów nieszczelności, w przekrojach płaskich pionowych mogłaby być obarczona błędem istotnym w ocenie stateczności ośrodka gruntowego. Filtracja w tym obszarze ma charakter typowo przestrzenny (rys. 5.2 i 5.3) i stąd wynika potrzeba badań modelowych w układzie przestrzennym.

Na rysunku 5.2 schemat *a* przedstawia widok zbiornika wodnego i skarpy odpowietrznej wraz z urządzeniami odwadniającymi zaporę ziemną. Odnosi się on do zbiornika w Kobylej Górze, ale mając charakter uniwersalny, może dotyczyć innych, podobnych obiektów hydrotechnicznych. Pokazane w dnie rowu nieszczelności stanowią miejsca skoncentrowanego wypływu. W zależności od potrzeb i możliwości rozpoznania wielkości hydrodynamicznych pola filtracji mogą być zastosowane różne stopnie dokładności badań. Schemat *b* uwzględnia dopływ do otworów nieszczelności jako płaską filtrację horyzontalną do rowu ciągłego. Schemat *c* pokazuje możliwość oceny dopływu do poszczególnych otworów nieszczelności, w układzie płaskiej filtracji horyzontalnej.



Rys. 5.2. Przepływy w przekroju płaskim poziomym – schematy Fig. 5.2. Flows in flat horizontal section – schemes

Możliwości oceny wartości hydrodynamicznych dopływu do zaistniałych otworów nieszczelności w dnie rowu poprzez analizę pola filtracji w płaskim przekroju pionowym i w układzie przestrzennym zawiera rysunek 5.3, odpowiednio:

- na schemacie a dopływ do ciągłego otworu zupełnego,
- na schemacie b dopływ do ciągłego otworu niezupełnego,
- na schemacie c dopływ do otworu w układzie przestrzennym.



Rys. 5.3. Przepływy w przekroju płaskim pionowym i układzie przestrzennym – schematy Fig. 5.3. Flows in flat vertical section and spatial configuration – schemes

Wykonane i omówione w dalszej części pracy badania dotyczą możliwości podniesienia stopnia dokładności wyników obliczeń według uproszczonego schematu na rysunku 5.3b, a następnie lokalne uwzględnienie przestrzennego charakteru filtracji zgodnie ze schematem podanym na rysunku 5.3c.

Warunki dopływu do rowu opaskowego zbiornika Kobyla Góra jako reprezentatywne stanowią jeden z wielu przykładów, gdzie istnieje potrzeba analizy wartości hydrodynamicznych w układzie przestrzennym.

Element przyjętej do analizy przestrzeni gruntowej w postaci sześcianu przedstawia rysunek 5.4.



Rys. 5.4. Zapora ziemna w Kobylej Górze: a) przekrój pionowy, b) element przestrzeni gruntowej [Źródło: opracowanie własne] Fig. 5.4. Ground dam in Kobyla Góra: a) vertical section, b) ground spatial element

[Source: own research]

Podobne problemy występują przy realizacji np. budowlanych wykopów fundamentowych, liniowych lub punktowych [12, 36] w podłożu gruntowym o warunkach filtracji naporowej, tzn. przy wykopach, których dno ma bezpośredni kontakt hydrauliczny z warstwą wodonośną zalegającą pod nieprzepuszczalną warstwą stwarzającą warunki filtracji naporowej, rysunek 5.5.



Rys. 5.5. Przekrój pionowy – schemat [Źródło: opracowanie własne] Fig. 5.5. Scheme – vertical section – scheme [Source: own research]

5.1.2. Założenia budowy przestrzennego modelu matematycznego

5.1.2.1. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez jeden otwór

W celu przeanalizowania zmian wartości hydrodynamicznych w przestrzeni filtracji dopływu do wymienionego w p. 5.1.1 otworu nieszczelności – został zastosowany, opracowany przez M. Chalfena przy udziale T. Molskiego, matematyczny model przestrzenny MES [27, 28].

W modelu założono, że przepływ wód gruntowych odbywa się w jednorodnym wycinku przestrzeni – ośrodku porowatym. Dopuszcza się anizotropię współczynnika filtracji. Analizowano ruch ustalony przy filtracji naporowej. Przy takich założeniach podstawą modelu jest równanie (5.1) o postaci [27, 28]:

$$k_{x}h_{xx} + k_{y}h_{yy} + k_{z}h_{zz} = 0 (5.1)$$

gdzie:

h(x, y, z) – wysokość piezometryczna w punkcie (x, y, z),

 k_x, k_y, k_z – współczynnik filtracji wzdłuż osi,

 $k_x = k_y = k_z - dla$ ośrodka izotropowego.

Równanie przepływu uzupełniają warunki brzegowe typu Dirichleta podanymi na wybranych fragmentach brzegu wysokościami piezometrycznymi. Na pozostałych fragmentach brzegu przyjmuje się warunek Neumana określający natężenie przepływu wody na jednostkę powierzchni. Tak sformułowane zagadnienie rozwiązano metodą elementów skończonych [27]. Jako elementy skończone przyjęto czworościany, jako funkcje bazowe – funkcje liniowe, co jest wystarczające wobec równania Laplace'a (5.1). Rozwiązaniem są wysokości piezometryczne w poszczególnych węzłach siatki dyskretyzacyjnej. Na ich podstawie wyznaczano współrzędne wektorów prędkości przepływu wody oraz inne charakterystyki przepływu, zagęszczane w strefach spodziewanego zwiększonego gradientu przepływu oraz we fragmentach przestrzeni, gdzie niezbędne jest podwyższenie dokładności obliczeń. Na przykład, czworościany w rejonie wypływu mogą być nawet o ok. 5 tys. razy mniejsze niż w innych rejonach. Takie zagęszczenie dyskretyzacji przestrzeni zapewnia zgodność bilansu: dopływ z całej powierzchni zasilania (L²) = odpływ przez otwór wypływu ($\Delta x \cdot \Delta y$). Poprzez zagęszczenie siatki dyskretyzacyjnej uzyskuje się zwiększenie dokładności odwzorowania kształtu i powierzchni otworu wypływu. Możliwość zagęszczenia siatki pozwala wykorzystać istotną zaletę MES, która wyróżnia ją spośród innych numerycznych metod rozwiązywania równań różniczkowych.

W toku obliczeń wprowadzono dyskretyzację przestrzeni filtracji podaną na rysunku 5.6a.



Rys. 5.6. Dyskretyzacja przestrzeni filtracji: a) jeden otwór wypływu (N = 1), b) kilka otworów wypływu (N = 6)Fig. 5.6. Discreetization of the filtration spatial: a) single of outflow hole (N = 1), b) several of outflow holes (N = 6)

Badania obejmowały ustalony charakter filtracji, przy którym występują największe spadki hydrauliczne (niekorzystne warunki) w strefie wypływu.



Rys. 5.7. Trójwymiarowy model matematyczny i fizyczny (gruntowy) – schemat Fig. 5.7. Three-dimensional mathematial and phisical ground model – scheme

Badania zmian hydrodynamicznych parametrów filtracji na modelu przestrzennym zgodnym ze schematem podanym na rysunku 5.7 realizowane były dla ośrodka jednorodnego, izotropowego. Wielkości sterowane obejmowały:

- wymiar modelu L,
- spadek hydrauliczny $I = \frac{\Delta H}{L}$,
- wymiary otworów wypływu (dziur) zgodnie z poniższym opisem (tab. 5.1) oraz przykładowymi schematami podanymi na rysunku 5.8.

Tabela 5.1 zawiera pełne informacje o nazwach i wymiarach zastosowanych w badaniach pojedynczych otworów wypływu wody. Na rysunku 5.8a-l pokazana została, w układzie współrzędnych x, y, górna nieprzepuszczalna ściana modelu z niektórymi otworami wypływu o wymiarach $\Delta x = x_2 - x_1$ oraz $\Delta y = y_2 - y_1$.

Obliczenia na modelu matematycznym pozwalały uzyskiwać wartości natężenia i prędkości przepływu, spadku hydraulicznego, ciśnienia oraz wartości linii ekwipotencjalnych analizowanego pola filtracji.

Tabela 5.1

Table 5.1

Wymiary otworów wypływu – dane wejściowe do matematycznego modelu przestrzennego Outflow hole dimentions – entry (input) data for spetial mathematical model

T.	Liczba	Współrzędne otworu					Nazwa	a		Liczba	Współrzędne otworu				Nazwa	
Lp.	otworów	prów (y_1, y_2, x_1, x_2)			α	otworu		Lp.	otworów	(y_1, y_2, x_1, x_2)		α	otworu			
N.	Holes size Hole co-ordinates				Hole N. Holes size Hole co-ordinates			tes		Hole						
1.	1	13	17	13	17	1,00	d1/1		58	1	13	17	13	17	1,00	D1/1
2.	1	12	18	13	17	1,50	d2		59.	1	12	18	13	17	1,50	D2
3.	1	11	19	13	17	2,00	d2/1		60.	1	11	19	13	17	2,00	D2/1
4.	1	9	21	13	17	3,00	d3		61.	1	9	21	13	17	3,00	D3
5.	1	8	22	13	17	3,50	d3/1		62.	1	8	22	13	17	3,50	D3/1
6.	1	6	24	13	17	4,50	d4		63.	1	6	24	13	17	4,50	D4
7.	1	5	25	13	17	5,00	d4/1		63.	1	5	25	13	17	5,00	D4/1
8.	1	3	27	13	17	6,00	d5		65.	1	3	27	13	17	6,00	D5
9.	1	2	28	13	17	6,50	d5/1		66.	1	2	28	13	17	6,50	D5/1
10.	1	0	30	13	17	7,50	d6		67.	1	0	30	13	17	7,50	D6
11.	1	14	16	11	19	0,25	d7		68.	1	14	16	11	19	0,25	D7
12.	1	13	17	11	19	0,50	d7/1		69.	1	13	17	11	19	0,50	D'//1
13.	1	12	18	11	19	0,75	d8		70.	1	12	18	11	19	0,75	D8
14.	1	11	19		19	1,00	d8/1		71.	1	11	19	11	19	1,00	D8/1
15.	1	9	21		19	1,50	d9		72.	1	9	21	11	19	1,50	D9
16.		8	22		19	1,75	d9/1		72.	1	8	22	11	19	1,75	D9/1
1/.	1	6	24	11	19	2,25	d10		74.	1	6	24	11	19	2,25	D10/1
18.	1	2	25	11	19	2,50	d10/1		/5.	1	2	25	11	19	2,50	D10/1
19.	1	3	27	11	19	3,00			70	1	2	2/	11	19	3,00	D11/1
20.	1	2	28		19	3,25			70	1	2	28	11	19	3,23	D11/1
21.	1	14	30	0	19	3,/3			/8.	1	14	30	0	19	3,73	D12
22.	1	14	10	8	22	0,14	412/1		/9.	1	14	10	0	22	0,14	D13
23.	1	13	1/	8	22	0,29	d13/1		00.	1	13	1/	0	22	0,29	D15/1
24.	1	12	10	0	22	0,45	$\frac{d14}{d14/1}$		01.	1	12	10	0	22	0,45	D14
23.	1	0	21	0	22	0,37	d14/1		02.	1	0	21	0	22	0,57	D14/1
20.	1	9	21	0	22	1.00	$\frac{d15}{d15/1}$		<u>85.</u> 94	1	9	21	0	22	1.00	D15/1
27.	1	6	24	8	22	1,00	d16		85	1	6	24	8	22	1,00	D15/1
20.	1	5	24	8	22	1,29	$\frac{d16}{1}$		86	1	5	25	8	22	1.43	D16/1
30	1	3	27	8	22	1 71	d17		87	1	3	27	8	22	1,45	D10/1
31	1	2	28	8	22	1.86	d17/1		88	1	2	28	8	22	1.86	D17/1
32	1	0	30	8	22	2.14	d18		89	1	0	30	8	22	2.14	D18
33	1	14	16	5	25	0.10	d19		90.	1	14	16	5	25	0.10	D19
34	1	13	17	5	25	0.20	d19/1		91	1	13	17	5	2.5	0.20	D19/1
35	1	12	18	5	25	0.30	d20		92.	1	12	18	5	25	0.30	D20
36.	1	11	19	5	25	0.40	d20/1		93.	1	11	19	5	25	0,40	D20/1
37.	1	9	21	5	25	0,60	d21		94.	1	9	21	5	25	0,60	D21
38.	1	8	22	5	25	0,70	d21/1		95.	1	8	22	5	25	0,70	D21/1
39.	1	6	24	5	25	0,90	d22		96.	1	6	24	5	25	0,90	D22
40.	1	5	25	5	25	1,00	d22/1		97.	1	5	25	5	25	1,00	D22/1
41.	1	3	27	5	25	1,20	d23		98.	1	3	27	5	25	1,20	D23
42.	1	2	28	5	25	1,30	d23/1		99.	1	2	28	5	25	1,30	D23/1
43.	1	0	30	5	25	1,50	d24		100.	1	0	30	5	25	1,50	D24
44.	1	14	16	2	28	0,08	d25		101.	1	14	16	2	28	0,08	D25
45.	1	13	17	2	28	0,15	d25/1		102.	1	13	17	2	28	0,15	D25/1
46.	1	12	18	2	28	0,23	d26		103.	1	12	18	2	28	0,23	D26
47.	1	11	19	2	28	0,31	d26/1		104.	1	11	19	2	28	0,31	D26/1
48.	1	9	21	2	28	0,46	d27		105.	1	9	21	2	28	0,46	D27
49.	1	8	22	2	28	0,54	d27/1		106.	1	8	22	2	28	0,54	D27/1
50.	1	6	24	2	28	0,69	d28		107.	1	6	24	2	28	0,69	D28
51.	1	5	25	2	28	0,77	d28/1		108.	1	5	25	2	28	0,77	D28/1
52.	1	3	27	2	28	0,92	d29		109.	1	3	27	2	28	0,92	D29
53.	1	2	28	2	28	1,00	d29/1		110.	1	2	28	2	28	1,00	D29/1
54.	1	0	30	2	28	1,15	d30		111.	1	0	30	2	28	1,15	D30
55.	1	4	26	4	26	1,00	dd1		112.	1	4	26	4	26	1,00	dD1
56.	1	7	23	7	23	1,00	dd2		113.	1	7	23	7	23	1,00	dD2
1 57	1	14	16	13	1 17	1050	1 d1									



Rys. 5.8a-f. Schematy otworu wypływu w modelu – widok z góry Fig. 5.8a-f. Schemes of outflow hole in model – top view



Rys. 5.8g-l. Schematy otworu wypływu w modelu – widok z góry Fig. 5.8g-l. Schemes of outflow hole in model – top view



Rys. 5.9. Schematy otworów wypływu w modelu – widok z góry Fig. 5.9. Schemes of outflow hole in model – top view

5.1.2.2. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez kilka (N) otworów

W praktyce wiele problemów przysparzają niekorzystne oddziaływania sił filtracji na ośrodek gruntowy, stanowiacy podłoże budowlane. Dotyczy to szczególnie stabilności gruntu w strefie dna wykopów fundamentowych i rowów odwadniajacych dogłebionych do warstwy wodonośnej znajdującej się w warunkach filtracji naporowej. Czesto do przeciwdziałania wynoszeniu cząstek gruntu z dna tych urządzeń, przy niekorzystnych warunkach filtracji, stosuje się zabezpieczenie w postaci odpowiednio dobranych mat filtracyjnych, które dociaża się m.in. betonowymi płytami "ażurowymi" [74, 117]. Płyty te relatywnie do swojej konstrukcji stwarzają różne warunki hydrodynamiczne w strefie wypływu wody. Dopływ do otworów płyty ma charakter filtracji przestrzennej, której warunki objęte zostały analiza na przestrzennym modelu matematycznym. Opracowany i omówiony w p. 5.1.2.1 model matematyczny filtracji przestrzennej przy uwzględnieniu jednego otworu wypływu posłużył do badań warunków filtracji naporowej w strefie wypływu przez kilka otworów, co może symulować płyte "ażurowa". Przykładowa dyskretyzację przestrzeni filtracji, przy N = 6, przedstawia rysunek 5.6b. Liczba, kształt, wielkość powierzchni i rozmieszczenie otworów wypływu w płycie przyjęte do badań zawierają schematy na rysunku 5.9. Zmienna liczba otworów wynosiła $N = 1 \div 9$, przy czym sumaryczna powierzchnia otworów wypływu w schematach a_2 , a_3 , a_4 , a_6 i a_9 odpowiednio do N = 2, N = 3, N = 4, N = 6 i N = 9 była równa powierzchni otworu pojedynczego (N = 1) podanego na schemacie a_1 , rys. 5.9a.

Otwory wypływu w poszczególnych schematach charakteryzowały się podobną sumaryczną powierzchnią, a liczba, kształt i sposób ich wzajemnego rozmieszczenia opisuje rysunek 5.9, gdzie:

 a_y - mniejszy wymiar otworu $(a_y \le a_x)$ a_x - większy wymiar otworu $(a_x \ge a_y)$ spełniają warunki $1,0 \le a_x/a_y \le 3,0$ $0,5 \le l_2/a_x \le 0,67$ $0.5 \le l_2/a_x \le 0.67$

$$0,5 \le l_2/a_y \le 0,67$$

 $0,5 \le l_2/a_y \le 0,67$
 $l_1 \ge 0,33a$

5.2. Założenia budowy płaskiego (dwuwymiarowego) modelu matematycznego

Geologiczna budowa dolin rzecznych stwarza często warunki filtracji naporowej wskutek zalegania na piaszczysto-żwirowych warstwach wodonośnych powierzchniowej warstwy nieprzepuszczalnej, na ogół w postaci gliny, tzw. mady rzecznej [51, 67].

W praktyce inżynierskiej na tych obszarach istotnym problemem jest zapewnienie bezpiecznego funkcjonowania piętrzących budowli hydrotechnicznych, a w szczególności ziemnych nasypów, np. wałów przeciwpowodziowych [56, 57, 58, 59, 60, 61, 144, 153]. Na odcinkach o niezmiennych warunkach filtracji, gdzie podłoże wału jest jednorodne i stałej miąższości, istnieje możliwość analizy pola filtracji na modelach dwuwymiarowych w przekrojach pionowych prostopadłych do osi wału. Modernizacja istniejących obwałowań rodzi potrzebę poboru gruntu spoistego z miejscowej mady rzecznej międzywala [154, 161]. Stwarza to możliwości zwiększonej infiltracji wody poprzez bezpośredni kontakt hydrauliczny z warstwą wodonośną podłoża, prowadząc do pogorszenia warunków bezpieczeństwa budowli ziemnej i jej urządzeń odwadniających. W praktyce hydrotechnicznej, w większości przypadków, miejsca poboru gruntu w międzywalu nie stanowią ciągłego i regularnego obszaru. W związku z tym, infiltrująca woda w podłoże wytwarza tam warunki filtracji przestrzennej. Na etapie prac projektowych modernizacji, przy wykorzystaniu wyników badań objętych niniejszą pracą, istnieje możliwość wykonania badań filtracji na modelu płaskim w przekroju pionowym, poszerzonych o badania uwzględniające przestrzenny charakter filtracji. Pozwalają one również na sterowanie wielkością powierzchni i kształtem oraz rozmieszczeniem miejsc poboru gruntu, w celu podniesienia bezpieczeństwa urządzeń odwadniających i budowli hydrotechnicznych.

Badaniem warunków filtracji naporowej na dwuwymiarowym modelu matematycznym objęto obszar przekroju pionowego podanego na rysunku 5.10.



Rys. 5.10. Przekrój pionowy – schemat warunków filtracji [Źródło: opracowanie własne] Fig. 5.10. Vertical section – scheme of filtration conditions [Source: own research]

W objętej badaniami, przykładowej (reprezentatywnej) dolinie rzecznej rzeka ma bezpośredni kontakt hydrauliczny z warstwą wodonośną. Przy przyjęciu jednorodności i stałej miąższości warstwy wodonośnej oraz uwzględnieniu różnej głębokości przesłony przeciwfiltracyjnej analiza w szczególności dotyczyła wpływu zmiennych parametrów wykopu w międzywalu (b_w, k_w, m_w), powstałego wskutek poboru gruntu do modernizacji wału, na warunki filtracji w podłożu mające bezpośredni wpływ na bezpieczeństwo wału ziemnego oraz urządzeń odwadniających. Zmienne parametry wykopu obejmowały:

- szerokość wykopu b_w [m],
- współczynnik filtracji warstwy pozostawionej w wykopie niedogłębionym do warstwy wodonośnej k_w [m · d⁻¹],

• miąższość warstwy pozostawionej w wykopie niedogłębionym do warstwy wodonośnej – m_w [m].

Warstwa powierzchniowa mady (nieprzepuszczalna) stanowi bezpośrednie podłoże nieprzepuszczalnego wału ziemnego. Urządzenie odwadniające stanowi rów opaskowy o szerokości b_r . W badaniach, w celu poprawy warunków filtracji, przewidziano dodatkowo przesłonę przeciwfiltracyjną o zmiennej głębokości T_p . Najniekorzystniejsze warunki równowagi ośrodka gruntowego w podłożu, z uwagi na

Najniekorzystniejsze warunki równowagi ośrodka gruntowego w podłożu, z uwagi na wartości ciśnienia w spągu warstwy nieprzepuszczalnej (mady), występują w przekroju pionowym *x-x*, u podnóża skarpy odpowietrznej nasypu ziemnego oraz w dnie rowu, rysunek 5.10.

6. BADANIA WARUNKÓW NAPOROWEJ FILTRACJI PRZESTRZENNEJ NA MODELU FIZYCZNYM (GRUNTOWYM)

Do celów identyfikacji (tarowania) symulacyjnego modelu matematycznego filtracji przestrzennej, omówionego w rozdz. 5.1 pracy, wykonany został model fizyczny (gruntowy).

6.1. Charakterystyka budowy modelu

Skonstruowany na użytek badań model składał się z naczynia szczelnego wykonanego z pleksi. W naczyniu, wyposażonym w urządzenia stwarzające możliwość kontrolowanego dopływu i odpływu wody, umieszczona została próbka gruntu w kształcie sześcianu o wymiarach boku L = 30 cm (rys. 5.7 oraz fot. 6.1).

a)





próbka gruntu ground sample piezometry piezometers otwór wypływu outflow hole

Fot. 6.1. Model gruntowy: a) stanowisko badawcze, b) widok z boku, c) widok z góry [Źródło: opracowanie własne] Phot. 6.1. Ground model: a) research station, b) side view, c) top view [Source: own research]

c)

Ośrodek filtracji w modelu wypełniał piasek średni P_s , pochodzący z zapory ziemnej zbiornika wodnego w Kobylej Górze, o następujących parametrach:



• uziarnienie [według 157, 158]



Użyty do badań grunt stanowi piasek średni (P_s), w którym charakterystyczne średnice uziarnienia wynoszą:

 $d_{10} = 0,145 \text{ mm},$ $d_{20} = 0,200 \text{ mm},$ $d_{30} = 0,252 \text{ mm},$ $d_{50} = 0,355 \text{ mm},$ $d_{60} = 0,400 \text{ mm},$ gdzie:

 d_{10} , d_{20} , d_{30} , d_{50} , d_{60} – średnice ziarn, które wraz z mniejszymi stanowią odpowiednio 10, 20, 30, 50 i 60% masy próbki gruntu.

wskaźnik różnoziarnistości

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}} = \frac{0,400}{0,145} = 2,76 < 5,0 \text{ grunt równoziarnisty}$$

wskaźnik krzywizny

$$C = \frac{d_{30}^2}{d_{10} \cdot d_{60}}$$
$$C = \frac{0,252^2}{0,145 \times 0,400} = \frac{0,0635}{0,058} = 1,09$$

Przy wartościach C = 1,09 oraz U = 2,76 – badany piasek średni jest źle uziarniony, niedający się dobrze zagęścić [35, 138].

zagęszczalność

Według badań zgodnie z normą PN-88/B-04481 [158] wartości minimalnego i maksymalnego wskaźnika porowatości wynoszą:

 $\rho_{s} = 2,65 \text{ g·cm}^{-3}, \\ \rho_{dmin} = 1,592 \text{ g·cm}^{-3}, \\ \rho_{dmax} = 1,879 \text{ g·cm}^{-3},$

z tego

$$e_{max} = \frac{\rho_s - \rho_{d \min}}{\rho_{d \min}} = \frac{2,65 - 1,592}{1,592} = 0,665 ,$$

$$e_{min} = \frac{\rho_s - \rho_{d max}}{\rho_{d max}} = \frac{2,65 - 1,879}{1,879} = 0,410,$$

$$n_{max} = \frac{\rho_s - \rho_{d \min}}{\rho_s} = \frac{2,65 - 1,592}{2,65} = 0,399 ,$$

$$n_{min} = \frac{\rho_s - \rho_{d max}}{\rho_s} = \frac{2,65 - 1,879}{2,65} = 0,291.$$

stan zagęszczenia

Obliczenia porowatości, wskaźnika porowatości i stopnia zagęszczenia wykazują średnio zagęszczony stan badanego gruntu

– dla:

$$\rho_s = 2,65 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3},$$

 $\rho_d = 1,683 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3},$
 $e_{\text{max}} = 0,665,$
 $e_{\text{min}} = 0,410,$

wartości n, e, I_D wynoszą:
 porowatość

$$n = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_s} = \frac{2,65 - 1,683}{2,65} = 0,365$$

wskaźnik porowatości

$$e = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_d} = \frac{2,65 - 1,683}{1,683} = 0,575$$

stopień zagęszczenia

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} = \frac{0,665 - 0,575}{0,665 - 0,410} = \frac{0,09}{0,255} = 0,353$$
$$I_D = 0,353 > 0,33 - \text{grunt średnio zagęszczony}$$

charakterystyka filtracyjna – wartości współczynnika filtracji obliczone ze wzorów empirycznych [74, 108]

wzór Hazena przy $0,1 \le d_{10} \le 3,0$ mm i $U \le 5$ $k_{10} = 1,16 \times d_{10}^2 = 1,16 \times 0,145^2 = 2,44 \times 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 21,08 \text{ m} \cdot \text{d}^{-1}$ wzór Seelheima $k_{10} = 0,357 \times d_{50}^2 = 0,357 \times 0,355^2 = 4,50 \times 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 38,88 \text{ m} \cdot \text{d}^{-1}$ wzór USBR przy $0,01 \le d_{20} \le 5,0$ mm $k_{10} = 0,36 \times d_{20}^{-2,3} = 0,36 \times 0,200^{2,3} = 8,88 \times 10^{-3} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 7,67 \text{ m} \cdot \text{d}^{-1}$ Średnia wartość k_{10} z trzech wzorów empirycznych wynosi: $k_{10} = 2,61 \times 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 22,54 \text{ m} \cdot \text{d}^{-1}$. wyznaczona na modelu empirycznym (gruntowym)

$$k_{10} = 1,13 \times 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 9,76 \text{ m} \cdot \text{d}^{-1}.$$

warunek niesufozyjności gruntu

 $\frac{d_3}{d_{17}} > N$ warunek Terzaghiego [35]

gdzie: $N = (0,32+0,016 \cdot U) \sqrt[6]{u} \cdot \frac{n}{1-n}$

U – wskaźnik różnoziarnistości, U = 2,76 n – porowatość, n = 0,365

z wykresu uziarnienia $d_3 = 0,106 \text{ mm}$ $d_{17} = 0,183 \text{ mm}$

$$\frac{d_3}{d_{17}} = \frac{0,106}{0,183} = 0,579$$

$$N = (0,32+0,016\times2,76) \times \sqrt[6]{2,76} \times \frac{0,365}{1-0,365} = (0,32+0,044) \times 1,184 \times 0,575 = 0,248$$

 $\frac{d_3}{d_{17}} = 0,579 > N = 0,248 - \text{grunt niesufozyjny}$

W myśl warunku Terzaghiego badany piasek średni jest gruntem niesufozyjnym.

• równowaga filtracyjna

 $\gamma'' = \gamma' \pm j_z = 0$ stan równowagi granicznej

$$\gamma' = j_z = I_{kryt} \cdot \gamma_w \Longrightarrow I_{kryt} = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

gdzie:

 I_{krvt} – spadek krytyczny (składowa pionowa)

 γ " – efektywny ciężar objętościowy gruntu, przez który filtruje woda γ' – ciężar objętościowy gruntu pod wodą, $\gamma' = (1-n)(\gamma_{-}-\gamma_{-})$ j_z – ciśnienie spływowe (składowa pionowa), $j_z = I \times \gamma_w$ przy piasku średnim P. przy: n = 0.365

$$\gamma_s = 26,0 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\gamma_d = \rho_d \times g = 1,683 \times 9,81 = 16,51 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\gamma' = (1-n)(\gamma_s - \gamma_w) = (1-0,365)(26,0-16,51) = 6,03 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$I_{kryt} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{6,03}{9,81} = 0,61$$

Istotna, z punktu widzenia równowagi filtracyjnej, wartość spadku krytycznego wynosi *I*_{kryt} = 0,61. • kryteria stosowalności prawa Darcy'ego [79]

- wzór Sichardta

$$I_{dop} = \frac{1}{15\sqrt{k}}$$
 kryterium przejścia ruchu laminarnego w burzliwy

gdzie: $k - \text{współczynnik filtracji } [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$

przy piasku średnim P_s

$$I_{dop} = \frac{1}{15\sqrt{0,000113}} = \frac{1}{15\times0,0106} = \frac{1}{0,159} = 6,29$$

- wzór Ludewiga, przy $5 \times 10^{-2} \le k \le 5 \times 10$ cm·s⁻¹ oraz $U \le 10$

 $I_g = \frac{A}{k_{10}^{1,10}}$ górna granica ważności prawa Darcy'ego (granica między przedziałem

ruchu liniowego i przejściowego)

gdzie: $A = 0.56 a_f \times a_\mu$ k_{10} – współczynnik filtracji (cm·s⁻¹) a_f – współczynnik kształtu ziarn a, – współczynnik różnoziarnistości przy piasku średnim P_s $k_{10} = 1,13 \times 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ nie spełnia warunku $5 \times 10^{-2} \le k \le 5 \times 10$ cm·s⁻¹, stosowalności wzoru Ludewiga.

wzór Pawłowskiego

$$R_e = \frac{1}{0,75 \ m+0,23} \cdot \frac{V \cdot d_m}{\upsilon}$$

gdzie:

 d_m – średnica miarodajna (mm)

 $V - prędkość filtracji (cm \cdot s^{-1})$

 $\upsilon - \text{lepkość kinematyczna} (\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$

(krytyczna wartość $Re_{kryt} = 7 \div 9$ stanowi górną granicę stosowalności prawa Darcy'ego).

n = 0,365 $d_m = 0,31 \text{ mm}$ średnica miarodajna $d_m = \frac{6(1-n)}{\Theta}$

przy piasku średnim P_s powierzchnia właściwa $\Theta = 124,20$ cm⁻¹

 Θ – powierzchnia właściwa obliczona w stosunku do 1 cm³ gruntu łącznie z porami,

$$\Theta = \Theta'(1-n)$$

$$\Theta' = 6 \sum_{q=0}^{q=1} \frac{\Delta q}{\overline{d}}$$
 wzór Kezdiego

 $υ = 0,01297 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ (lepkość kinematyczna wody przy $T = 10^\circ \text{ C}$) [125] przyjmując wartość liczby Reynoldsa $R_e = 8$, dla piasku średniego P_s prędkość filtracji V wynosi:

$$V = \frac{R_e \cdot \upsilon \left(0,75 \ m + 0,23\right)}{d_m} = \frac{8 \cdot 0,01297 \left(0,75 \cdot 0,365 + 0,23\right)}{0,31} = 1,69 \cdot 10^{-1} \ \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$I_{dop} = \frac{V}{k_{10}} = \frac{1,69 \cdot 10^{-1}}{1,13 \cdot 10^{-2}} = 14,96$$

Omówione wyniki wymaganych oznaczeń geotechnicznych właściwości gruntu warstwy wodonośnej stanowią podstawę możliwości dokonania oceny stateczności filtracyjnej ośrodka gruntowego przy znanych, wyliczonych wartościach wielkości hydrodynamicznych analizowanej przestrzeni filtracji.

6.2. Badania filtracji na modelu fizycznym (gruntowym)

Model gruntowy do badań filtracji w układzie przestrzennym został tak skonstruowany, w nawiązaniu do modelu matematycznego, aby istniała możliwość porównania odpowiadających sobie wyników badań i obliczeń tych modeli. Analiza porównawcza wyników dotyczyła:

- wysokości piezometrycznych w wybranych punktach przestrzeni filtracji,
- natężenia wypływu przez otwór,
- prędkości wypływu przez otwór,
- spadków hydraulicznych w strefie wypływu przez otwór,

przy podobnych założeniach wejściowych do badań i obliczeń.

Sterowane warunki wejściowe obejmowały:

- spadek hydrauliczny $I = \frac{\Delta H}{L}$,

wymiary otworów wypływu zgodnie z podanym schematem na rysunku 6.2.

Pomiar wysokości piezometrycznych przestrzeni filtracyjnych realizowany był w punktach pomiarowych (piezometrach) podanych na rysunkach 6.2 i 6.3.



Rys. 6.2. Otwory wypływu modelu przestrzennego z piezometrami – widok z góry Fig. 6.2. Holes of outflow spatial model with piezometers points



Rys. 6.3. Ściana boczna modelu przestrzennego z punktami pomiarowymi (piezometrami) Fig. 6.3. Side wall of spatial model with piezometers points

7. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ FILTRACJI PRZESTRZENNEJ NA MODELU MATEMATYCZNYM MES

Badania filtracji przestrzennej na modelu matematycznym MES realizowane były przy uwzględnieniu jednego lub kilku otworów wypływu.

7.1. Warunki hydrodynamiczne filtracji w przestrzeni gruntowej przy wypływie przez jeden otwór

Wielowariantowe badania filtracji przestrzennej na modelu matematycznym, uwzględniającym jeden otwór wypływu, realizowane były przy przyjęciu przy sterowanych warunkach (p. 5.1.2.1) następujących wartości:

• L = 30 cm (wymiar modelu)

$$I = \frac{\Delta H}{L} = 0,0017 \div 0,2667 \text{ (spadek hydrauliczny)}$$

• $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$ wymiary otworów wypływu zgodnie z tabelą 5.1.

Istotnymi parametrami wpływającymi na kształtowanie warunków hydrodynamicznych pola filtracji przestrzennej w strefie oddziaływania otworu wypływu były jego wielkość i kształt.

W badaniach uwzględniano otwory wypływu w kształcie prostokąta o różnej powierzchni. Jako miarę kształtu, współczynnik α , przyjęto stosunek długości boków otworu $\Delta y = y_2 - y_1$ do $\Delta x = x_2 - x_1$, czyli : $\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Stąd dla otworu kwadratowego $\alpha = 1$.

Dla otworów wypływu zidentyfikowanych w tabeli 5.1, charakteryzujących się tą samą wartością Δy , lecz różnymi wartościami Δx , czyli odpowiednio różnymi wartościami współczynnika α , wykonano wariantowe badania przy różnych wartościach spadku hydrauliczne-

go w zakresie $I = \frac{\Delta H}{L} = 0,0017 \div 0,2667$. Wykaz przynależności otworów wypływu do

poszczególnych wariantów badań zawiera tabela 7.1.

Tabela 7.1

			Forma przedstawienia wyników badań					
Ŧ			labela (nr) zawierająca	Rysunki (nr) zawierają-				
Lp.	Wariant	Otwory wypływu	równania linii trendu	ce wykresy zależności				
No	Variant	Outflow hole	$V_{z \text{sred}} / k = f(\alpha)$	$V_{z \text{ sred}} / k = f(\alpha)$				
			Chart (No) incl. equa-	Fig (No) incl. diagrams				
			tions of trend line	of dependences				
			$V_{z\text{sred}}/k = f(\alpha)$	$V_{z \text{sred}} / k = f(\alpha)$				
1	d1_d6	d1, d1/1, d2, d2/1, d3, d3/1, d4, d4/1,	7.2					
1	u1-u0	d5, d5/1, d6	1.2					
2	D1-D6	D1, D1/1, D2, D2/1, D3, D3/1, D4,	7.2					
		D4/1, D5, D5/1, D6	1.2					
3	d7-d12	d7, d7/1, d8, d8/1, d9, d9/1, d10,	7.2	Rys. 7.1, 7.4,				
		d10/1, d11, d11/1, d12	1.2	7.7				
4	D7-D12	D7, D7/1, D8, D8/1, D9, D9/1, D10,	7.2					
		D10/1, D11, D11/1, D12	1.2					
5	412 410	d13, d13/1, d14, d14/1, d15, d15/1,	7.2					
	d13-d18	d16, d16/1, d17, d17/1, d18	1.2					
6	D12 D10	D13, D13/1, D14, D14/1, D15, D15/1,	7.2					
6 D1	D13-D18	D16, D16/1, D17, D17/1, D18	1.2					
_	110, 104	d19, d19/1, d20, d20/1, d21, d21/1,	7.0					
7	d19-d24	d22, d22/1, d23, d23/1, d24	1.2					
8	D19-D24	D19, D19/1, D20, D20/1, D21, D21/1,	7.0					
		D22, D22/1, D23, D23/1, D24	7.2					
9	d25-d30	d25, d25/1, d26, d26/1, d27, d27/1,		Rys. 7.2, 7.5,				
		d28, d28/1, d29, d29/1, d30	7.2	7.8				
10		D25, D25/1, D26, D26/1, D27, D27/1,						
	D25-D30	D28, D28/1, D29, D29/1, D30	7.2					
11	d6-d36	d6. D6. d12. D12. d18. D18. d24. D24.		Rvs. 7.3. 7.6				
		d30, D30, d36	7.2	7.9				

Zestawienie wariantów badań Computetions of search variants

Wyniki obliczeń matematycznych posłużyły do opracowania graficznego obrazu zależności pionowej składowej średniej prędkości w strefie wypływu $V_{z\,sr}/k$ przez otwór od współczynnika kształtu otworu α w postaci wykresów $V_{z\,sr}/k = f(\alpha)$ przy różnych wartościach spadku hydraulicznego $I = \frac{\Delta H}{L}$. W każdym z przypadków, w punktach stanowiących graficzny obraz wyników obli-

W każdym z przypadków, w punktach stanowiących graficzny obraz wyników obliczeń, w różnych otworach, wkreślono po pięć różnych linii trendu (liniowe, potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne i wielomianowe) na 121 wykresach, z których tylko przykładowe zamieszczono na rysunkach 7.1–7.9.



Rys. 7.1. Relacja $V_{z,st}/k = f(\alpha)$ dla d7 – d12 przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.1. Relation $V_{z,st}/k = f(\alpha)$ for d7 – d12 on I = 0,0033 – type power



Rys. 7.2. Relacja $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ dla d25 – d30 przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.2. Relation $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ for d25 – d30 on I = 0,0033 – type power



Rys. 7.3. Relacja $V_{z,st}/k = f(\alpha)$ dla d6 – d36 przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.3. Relation $V_{z,st}/k = f(\alpha)$ for d6 – d36 on I = 0,0033 – type power



Rys. 7.4. Relacja $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ dla d7 – d12 przy I = 0,0167 – typ potęgowy Fig. 7.4. Relation $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ for d7 – d12 on I = 0,0167 – type power



Rys. 7.5. Relacja $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ dla d25 – d30 przy I = 0,0167 – typ potęgowy Fig. 7.5. Relation $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ for d25 – d30 on I = 0,0167 – type power



Rys. 7.6. Relacja $V_{z,s'}/k = f(\alpha) - dla d6 - d36 \text{ przy } I = 0,0167 - \text{typ potęgowy}$ Fig. 7.6. Relation $V_{z,s'}/k = f(\alpha) - \text{for } d6 - d36 \text{ on } I = 0,0167 - \text{type power}$



Rys. 7.7. Relacja $V_{z,s'}/k = f(\alpha)$ dla d7 – d12 przy I = 0,0333 – typ potęgowy Fig. 7.7. Relation $V_{z,s'}/k = f(\alpha)$ for d7 – d12 on I = 0,0333 – type power



Rys. 7.8. Relacja $V_{z\dot{s}f}/k = f(\alpha)$ dla d25 – d30 przy I = 0,0333 – typ potęgowy Fig. 7.8. Relation $V_{z\dot{s}f}/k = f(\alpha)$ for d25 – d30 on I = 0,0333 – type power


Rys. 7.9. Relacia $V_{z,s'}/k = f(\alpha)$ dla d6 – d36 przy I = 0.0333 – typ potęgowy Fig. 7.9. Relation $V_{z,s'}/k = f(\alpha)$ for d6 – d36 on I = 0.0333 – type power

Następnie w sposób selektywny dokonano wyboru linii trendu najlepiej odwzorujących rozkład punktów stanowiących wyniki badań. Stanowią je potęgowe linie trendu, których równania użyto do dalszej analizy porównawczej wielkości hydrodynamicznych pola filtracji w układzie płaskim i przestrzennym. Potęgowe linie trendu charakteryzowały się również wartością współczynnika determinacji R^2 najbliższą 1. Oznacza to, że linie te dokładnie wpisują się w rozkład punktów stanowiących wyniki obliczeń. Otrzymane równania 121 potęgowych linii trendu zależności $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ wraz z wartościami współczynników determinacji R^2 zawiera tabela 7.2.

Posłużyły one do obliczenia wartości prędkości średniej wypływu $V_{z \circ sr prz}/k$ przy różnych kształtach otworu wypływu, czyli dla przynależnych im odpowiednio wartościom współczynnika kształtu α . Następnie opracowano 132 wykresy zależności $V_{z \circ sr prz}/k = f(V_{z \circ sr pl}/k)$, z których dziewięć przykładowych zamieszczono na rysunku 7.10 – 7.18.

Zależność $V_{z\,\acute{sr}\,prz}/k$ dotyczy płaskiego charakteru filtracji w układzie xz, która występuje w modelu przy otworach wypływu o szerokości $\Delta y = L$, czyli przy otworach np. d_6 , d_{12} , d_{18} itp. Przestrzenny charakter dopływu, charakteryzujący się wielkością $V_{z\,\acute{sr}\,prz}/k$, dotyczy wszystkich pozostałych otworów wypływu w modelu, dla których $\Delta y < L$.

Tabela 7.2 Table 7.2

$=f(\alpha)$	(α)
$V_{z sr}/k =$	k = h
ości	A SS
² dla zależno	dependence
cji R	for
inac	\mathbb{R}^2
determ	factors
'spółczynnikami	h determination
ze w	l wit
trendu	of trend
linii	lines
Równania potęgowych	Equations of power

2	
~	છ
<u>د</u>	=
zś	$_{sr}^{/k}$
5	$\Delta^{"}$
	ces
2	den
7	pen
5	c de
1	<u>f</u>
ĥ	R^2
	ors
2	fact
	on
	nati
	rmi
200	lete
2	th
2	M
1	enc
5	ofti
	les
	r lir
5	owe
ŝ	f p(
Ъ,	ns c
h	atio
h I I	3quí
	щ

0,2667	y=6,0602x ^{-0,4184}	$R^2 = 0,9984$	y=3,3639x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=2,2707x^{-0.5508}$	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=1,6665 x^{-0.5875}$	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=1,0296x^{-0.6318}$	$R^2 = 0,9999$	y=0,8466x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,6023 x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,5179x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,3928x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,3439x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	$y=0,2856x^{-0,7271}$	$R^{2} = 0,997$
0,2000	y=4,5452x ^{-0,4184}	$R^2 = 0,9984$	y=2,5229x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=1,703x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=1,2499x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,7722x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,6349x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,4518x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,3884x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,2946x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,2579x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	$y=0,2142x^{-0,7271}$	$R^2 = 0,997$
0,1333	y=3,0301x ^{-0,4184}	$R^2 = 0.9984$	y=1,6819x-0,4943	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=1,1354x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,8333x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,5148x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,4233x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,3012x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,2589x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,1964x ^{-0,7279}	$R^2 = 0.9998$	y=0,172x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	y=0,1428x ^{-0,7271}	$R^2 = 0,997$
0,0667	y=1,5151x ^{-0,4184}	$R^2 = 0.9984$	y=0,841 x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,5677x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,4166x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,2574x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,2116x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,1506x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,1295x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0982x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,086x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	$y=0,0714x^{-0.7271}$	$R^2 = 0,997$
0,0333	y=0,7575x ^{-0,4184}	$R^2 = 0.9984$	y=0,4205x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,2838x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,2083x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=0,1287x^{-0.6318}$	$R^2 = 0,9999$	y=0,1058x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0753x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0647x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0491x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,043 x ^{-0.7446}	$R^2 = 0,9997$	y=0,0357x ^{-0,7271}	$R^2 = 0,997$
0,0167	y=0,3788x ^{-0,4184}	$R^2 = 0.9984$	y=0,2102x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,1419x-0,5508	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,1042x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0643x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0529x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0376x-0,6902	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0324x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0246x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,0215x ^{-0.7446}	$R^2 = 0,9997$	y=0,0179x ^{-0,7271}	$R^2 = 0,997$
0,0133	y=0,303 x ^{-0,4184}	$R^2 = 0,9984$	y=0,1682x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,1135x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0833x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0515x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0423x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0301x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0259x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0196x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,0172x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	$y=0,0143x^{-0.7271}$	$R^2 = 0,997$
0,0100	y=0,2273x ^{-0,4184}	$R^2 = 0.9984$	y=0,1261x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0852x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0625x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0386x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0317x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0226x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0194x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=0,0147x^{-0.7279}$	$R^2 = 0,9998$	y=0,0129x ^{-0.7446}	$R^2 = 0,9979$	$y=0,0107x^{-0.7271}$	$R^2 = 0,997$
0,0067	y=0,1515x ^{-0,4184}	$R^2 = 0,9984$	y=0,0841x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0568x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0417x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0257x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0212x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0151x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0129x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0098x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,0086x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	y=0,0071x ^{-0,7271}	$R^2 = 0,9963$
0,0033	y=0,0758x ^{-0,4184}	$R^2 = 0,9984$	y=0,042x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0284x ^{-0,5508}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0208x ^{-0,5875}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0129x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0106x-0,6592	$R^2 = 0,9999$	y=0,0075x-0,6902	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0065x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0049x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	y=0,0043x ^{-0,7446}	$R^2 = 0,9997$	y=0,0036x ^{-0,7271}	$R^2 = 0,997$
0,0017	y=0,0379x ^{-0,4184}	$R^2 = 0,9984$	y=0,021x ^{-0,4943}	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=0,0142x^{-0.5508}$	$\mathbb{R}^2 = 1$	$y=0,0104x^{-0.5875}$	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0064x ^{-0,6318}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0053x ^{-0,6592}	$R^2 = 0,9999$	y=0,0038x ^{-0,6902}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0032x ^{-0,7081}	$\mathbb{R}^2 = 1$	y=0,0025x ^{-0,7279}	$R^2 = 0,9998$	$y=0,0021x^{-0,7446}$	$R^2 = 0,9997$	$y=0,0018x^{-0,7271}$	$R^2 = 0,997$
I Wariant Variant	75	00 - 10		01-11	C17 L7	71n – / n		717-717	412 410	oin-cin	010 010	017-017	LCL OIL	n19 – u24	P10 P24	D19-D24	00P 20P	0cn - c7n	D20 200	NCU - CZU	46 A36	0cn - 0n



Rys. 7.10. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 0,3$ przy I = 0,0033 – typ liniowy Fig. 7.10. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 0,3$ on I = 0,0033 – type linear



Rys. 7.11. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 0,5$ przy I = 0,0033 – typ liniowy Fig. 7.11. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 0,5$ on I = 0,0033 – type linear



Rys. 7.12. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 1,0$ przy I = 0,0033 – typ liniowy Fig. 7.12. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 1,0$ on I = 0,0033 – type linear



Rys. 7.13. Relacja $V_{z \pm r}/k = f(\mathbf{V}_{z \pm r pl}/k)$ dla $\alpha = 0,3$ przy I = 0,0167 – typ liniowy Fig. 7.13. Relation $V_{z \pm rl}/k = f(V_{z \pm r pl}/k)$ for $\alpha = 0,3$ on I = 0,0167 – type linear



Rys. 7.14. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 0,5$ przy I = 0,0167 – typ liniowy Fig. 7.14. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 0,5$ on I = 0,0167 – type linear



Rys. 7.15. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k) \operatorname{dla} \alpha = 1,0 \operatorname{przy} I = 0,0167 - \operatorname{typ} \operatorname{liniowy}$ Fig. 7.15. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 1,0$ on $I = 0,0167 - \operatorname{type}$ linear



Rys. 7.16. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 0,3$ przy I = 0,0333 – typ liniowy Fig. 7.16. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 0,3$ on I = 0,0333 – type linear



Rys. 7.17. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 0.5$ przy I = 0.0333 – typ liniowy Fig. 7.17. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 0.5$ on I = 0.0333 – type linear



Rys. 7.18. Relacja $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ dla $\alpha = 1,0$ przy I = 0,0333 – typ liniowy Fig. 7.18. Relation $V_{z,sr}/k = f(V_{z,sr,pl}/k)$ for $\alpha = 1,0$ on I = 0,0333 – type linear

Rzędne punktów naniesionych na te wykresy stanowiły odpowiednio wartości $V_{z\, srpr}/k$ oraz $V_{z\, srpr}/k$ wyliczone do poszczególnych wariantów badań przy przyjęciu określonych wartości spadku hydraulicznego $I = \frac{\Delta H}{L}$ oraz współczynnika $\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Do ustalenia relacji między średnimi prędkościami wypływu, w układzie przestrzennym i płaskim, na wykresach $V_{z\,\pm r\,prz}/k = f(V_{z\,\pm r\,pr}/k)$, wykreślono 5 rodzajów linii trendu (liniowe, potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne i wielomianowe). Spośród tych 5 rodzajów linii trendu przyjęto liniowe jako najlepiej odwzorowujące analizowaną relację. Komplet uzyskanych równań 132 liniowych linii trendu zależności $V_{z\,\pm r\,prz}/k = f(V_{z\,\pm r\,pr}/k)$ zawiera tabela 7.3 wraz z wartościami współczynników determinacji R^2 . Uzyskane wartości $R^2 \cong 1$ zdecydowanie potwierdzają liniowy charakter tej relacji.

W dalszym toku obliczeń zmierzano do wyznaczenia współczynników A i B równania $V_{z \, sr \, prz}/k = A \cdot V_{z \, sr \, pl}/k + B$. Współczynniki te zależą od wartości współczynnika α (równania w tab. 7.3).

Wartości współczynników A w tych równaniach nie zależą od spadku hydraulicznego $I = \frac{\Delta H}{\Delta L}$, wobec tego przyjęto stałe wartości A, będące średnią arytmetyczną poszczególnych współczynników α , tabela 7.3.

Celem określenia wartości współczynników *B* (zależnych od spadku hydraulicznego *I*) sporządzono 11 wykresów zależności B = f(I) do poszczególnych wartości współczynnika α . Na rysunkach 7.19–7.21 przedstawiono wykresy tych zależności dla wartości $\alpha = 0,3$; 0,5 i 1,0. Wszystkie natomiast równania 11 linii trendu opisujących tę zależność B = f(I)zamieszczono w tabeli 7.4. Tabela 7.3 Table 7.3

Równania liniowych linii trendu ze współczynnikami determinacji dla relacji $V_{zsr, prz} = A \cdot V_{zsr, pz} / k - B$ Equations of power lines of trend with determination factors for dependences $V_{zsr, prz} = A \cdot V_{zsr, pz} - B$

								J	z sr prz	z sr pł			
_α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	10,0
1001	y=8,7559x-0,004	y=6,6656x-0,0057	y=5,6669x-0,006	y=5,0453x-0,006	y=4,608x-0,0059	y=4,2777x-0,0058	y=3,8068x-0,0056	y=3,4685x-0,0053	y=2,6026x-0,0045	y=2,1976x-0,004	y=1,9482x-0,0037	/=1,7741x-0,0035	=1,3291x-0,0028
100,	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
000	y=8,7559x-0,008	y=6,6656x-0,0115	y=5,6669x-0,012	y=5,0453x-0,0119	y=4,608x-0,0117	y=4,2777x-0,0115	y=3,8068x-0,0111	y=3,4685x-0,0106	y=2,6026x-0,009	y=2,1976x-0,0081	y=1,9482x-0,0074	/=1,7741x-0,0069 y	=1,3291x-0,0056
.cuu,	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
2900	y=8,7559x-0,0161	y=6,6656x-0,0229	y=5,6669x-0,024	y=5,0453x-0,0239	y=4,608x-0,0235	y=4,2777x-0,023	y=3,8068x-0,0222	y=3,4685x-0,0211	y=2,6026x-0,018	y=2,1976x-0,0162	y=1,9482x-0,0149	/=1,7741x-0,0139	=1,3291x-0,0113
000, r	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0.999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
00100	y=8,7559x-0,0241	y=6,6656x-0,0344	y=5,6669x-0,0359	y=5,0453x-0,0358	y=4,608x-0,0352	y=4,2777x-0,0345	y=3,8068x-0,0333	y=3,4685x-0,0317	y=2,6026x-0,0271	y=2,1976x-0,0242	y=1,9482x-0,0223	/=1,7741x-0,0208 y	=1,3291x-0,0169
10101	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0.999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
10122	y=8,7559x-0,0321	y=6,6656x-0,0458	y=5,6669x-0,0479	y=5,0453x-0,0478	y=4,608x-0,047	y=4,2777x-0,046	y=3,8068x-0,0444	y=3,4685x-0,0423	y=2,6026x-0,0361	y=2,1976x-0,0323	v=1,9482x-0,0297	/=1,7741x-0,0278	=1,3291x-0,0225
	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
62101	y=8,7559x-0,0402	y=6,6656x-0,0573	y=5,6669x-0,0599	y=5,0453x-0,0597	y=4,608x-0,0587	y=4,2777x-0,0575	y=3,8068x-0,0555	y=3,4685x-0,0529	y=2,6026x-0,0451	y=2,1976x-0,0404	y=1,9482x-0,0372	/=1,7741x-0,0347	=1,3291x-0,0281
,010,	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0,9889$	$R^2 = 0,9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
	y=8,7559x-0,0803	y=6,6656x-0,1145	y=5,6669x-0,1198	y=5,0453x-0,1194	y=4,608x-0,1174	y=4,2777x-0,1151	y=3,8068x-0,111	y=3,4685x-0,1057	y=2,6026x-0,0902	y=2,1976x-0,0808	y=1,9482x-0,0743	/=1,7741x-0,0695 y	=1,3291x-0,0563
ככטינ	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
2300	y=8,7559x-0,1606	y=6,6656x-0,2291	y=5,6669x-0,2395	y=5,0453x-0,2388	y=4,608x-0,2349	y=4,2777x-0,2301	y=3,8068x-0,2221	y=3,4685x-0,2115	y=2,6026x-0,1804	y=2,1976x-0,1616	y=1,9482x-0,1487	/=1,7741x-0,1389 y	=1,3291x-0,1125
000,0	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
1222	y=8,7559x-0,3212	y=6,6656x-0,4582	y=5,6669x-0,4791	y=5,0453x-0,4776	y=4,608x-0,4986	y=4,2777x-0,4602	y=3,8068x-0,4442	y=3,4685x-0,423	y=2,6026x-0,3607	y=2,1976x-0,3232	y=1,9482x-0,2973	/=1,7741x-0,2779	=1,3291x-0,2251
	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0,999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0,9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
0000	y=8,7559x-0,4819	y=6,6656x-0,6872	y=5,6669x-0,7186	y=5,0453x-0,7163	y=4,608x-0,7047	y=4,2777x-0,6903	y=3,8068x-0,6662	y=3,4685x-0,6345	y=2,6026x-0,5411	y=2,1976x-0,4848	y=1,9482x-0,446	/=1,7741x-0,4168	=1,3291x-0,3376
1,2000	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0.999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0.9976$	$R^2 = 0.9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
59961	y=8,7559x-0,6425	y=6,6656x-0,9163	y=5,6669x-0,9581	y=5,0453x-0,9551	y=4,608x-0,9396	y=4,2777x-0,9204	y=3,8068x-0,8883	y=3,4685x-0,846	y=2,6026x-0,7215	y=2,1976x-0,6465	y=1,9482x-0,5946	/=1,7741x-0,5558	=1,3291x-0,4501
007'r	$R^2 = 0.996$	$R^2 = 0,9992$	$R^2 = 0,9995$	$R^2 = 0.999$	$R^2 = 0,9983$	$R^2 = 0.9976$	$R^2 = 0,9961$	$R^2 = 0,9947$	$R^2 = 0.9889$	$R^2 = 0.9848$	$R^2 = 0.9816$	$R^2 = 0.9789$	$R^2 = 0.9715$
$\mathbf{A}_{\mathrm{sir}}$	8,7559	6,6656	5,6669	5,0453	4,608	4,2777	3,8068	3,4685	2,6026	2,1976	1,9482	1,7741	1,3291

Tabela 7.4

Table 7.4

α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	10,0
0,0017													
0,0033													
0,0067	9	2	2	2	5	9		9	9	2	5	2	9
0,0100	0	0	0	0	0 -	0	E-0.7	0	0	- 0	0	0	0
0,0133	$\frac{1}{1}$	H -	- TH	H + -	1 HE	$^{+}$ 1	1 + 9	- 6E	1 - 4E	H	+ 9E		$^{+}_{1}$
0,0167	2	$1^2 = 1^2$	$9x^{-1}$	$6x^{-}$	6X - 50	$5x^{-2}$	$11x^{2} = 1$	5x -	5x -	t3x . t ² =	2 = 8 - 8	$^{2}_{2} = -2$	$9x^{-}$
0,0333	,409 R	,436 R	,592 R	,581 R	,523 R	,451 R	3,33 R	,172 R	,705 R	,42 [,] B	,229 R	,084 R	,687 R
0,0667	5	10	100	10	10	100		۳ ۳	= 2	= 2	= 2	= 2	=
0,1333		v	y	∧	∧	∧		∧ ∧	∧ ∧	∧	y	∫ ∧	∫ ∑
0,2000													
0,2667													

Równania liniowych linii trendu w relacji B = f(I) o postaci $B = B_1 \cdot I$ Equations of line lines of trend for B = f(I) in form $B = B_1 \cdot I$



Rys. 7.19. Relacja B = f(I) dla $\alpha = 0,3$ – typ liniowy Fig. 7.19. Relation B = f(I) for $\alpha = 0,3$ – type linear



Rys. 7.20. Relacja B = f(I) dla $\alpha = 0,5$ – typ liniowy Fig. 7.20. Relation B = f(I) for $\alpha = 0,5$ – type linear



Rys. 7.21. Relacja B = f(I) - dla $\alpha = 1,0$ - typ liniowy Fig. 7.21. Relation B = f(I) - for $\alpha = 1,0$ - type linear

W wyniku tych obliczeń uzyskano równania przedstawione w tabeli 7.5 o postaci $y = A_1 \cdot x + B_1$ odpowiadające zależności $V_{z \circ sr pr}/k = A \cdot V_{z \circ sr p}/k + B$ do poszczególnych wartości

współczynnika α . Celem określenia zależności współczynników A_1 i B_1 od wartości współczynnika α sporządzono wykresy w postaci $A_1 = f(\alpha)$ oraz $B_1 = f(\alpha)$, przedstawione na rysunkach 7.22 i 7.23.

Tabela 7.5 Table 7.5

			Equ	ations i	n form	V _{z śr prz.} /	$k = A_1$	$\cdot V_{z \circ r pl}$	$k - B_1 \cdot$	Ι			
α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	10,0
0,0017													
0,0033													
0,0067	-	÷	÷	Ξ.	н	Ŀ	Ŀ	÷	÷	Ţ.	-	Ī	Ŀ
0,0100	094	361	929	316	36 -	515	311	725	055	243	298	842	879
0,0133	2,4	4	3,5	-3,58	3,52	3,4	3,3	3,1	2,7	2,4	2,2	2,0	1,6
0,0167	- x6	- xç	- x6	3x -	- x	7x –	8x -	5x -	- xç	- yç	2x -	1x -	lx-
0,0333	7559	665(9999	045	,608	277′	806	468	602(197(948	774	329
0,0667	s,	= 0,	= 5,	= 5,	4	4	, ,	μ 	, N	= ²			-1
0,1333	∑	2	2	Y	У	y	y	2	2	∑,	∑,	Y	y
0,2000													
0,2667													



Rys. 7.22. Relacja $A_1 = f(\alpha)$ – typ potęgowy Fig. 7.22. Relation $A_1 = f(\alpha)$ – type power

Równania o postaci $V_{z \, srprz}/k = A_1 \cdot V_{z \, srpl}/k - B_1 \cdot I$ Equations in form $V_{z \, srpl}/k = A_1 \cdot V_{z \, srpl}/k - B_1 \cdot I$



Rys. 7.23. Relacja $B_1 = f(\alpha)$ Fig. 7.23. Relation $B_1 = f(\alpha)$

Wkreślone na rysunku 7.22 linie trendu pozwoliły na przyjęcie dla współczynnika A_1 następujących zależności:

 $A_1 = 3,4531x^{-0,4096}$ przy $0,1 \le \alpha \le 10,0$.

W odniesieniu do współczynnika B_1 wkreślone linie trendu na rysunku 7.23 i odpowiadające im wartości R^2 nie wykazują relacji $B_1 = f(\alpha)$. Przyjęto $B_1 = 2,8946$ jako wartość średnią arytmetyczną wartości B_1 dla zakresu $0, 1 \le \alpha \le 10, 0$.

W wyniku tego ogólne równanie, opisujące relację między prędkością filtracji (przy wypływie z otworu) w układzie przestrzennym i płaskim, przyjmuje ostatecznie następującą postać:

$$V_{z \pm r prz} / k = 3,4531 \ \alpha^{-0,4096} \cdot V_{z \pm r pl} / k - 2,8946 \ \cdot I \tag{7.1}$$

dla: $0,1 \le \alpha \le 10,0$

 $0,0017 \le I \le 0,2667.$

Graficzny obraz relacji opisanej równaniem 7.1 zawierają wykresy (nomogramy) przy I/ $V_{z \circ r pl}/k = 1/10$ oraz 1/20, przedstawione odpowiednio na rysunkach 7.24 i 7.25.



Rys. 7.24. Wykres (1/10) wartości $V_{z \, sr \, prz}/k$ Fig. 7.24. Diagram(1/10) value $V_{z \, sr \, prz}/k$



Rys. 7.25. Wykres (1/20) wartości $V_{z \, sr\, prz}/k$ Fig. 7.25. Diagram(1/20) value $V_{z \, sr\, prz}/k$

Dla I/ $V_{z \pm rpl}/k = 1/10$, przy $\alpha = 11,08$ $V_{z \pm rpr}/k \cong V_{z \pm rpl}/k$, natomiast dla I/ $V_{z \pm rpl}/k = 1/20$, $V_{z \pm rpl}/k \equiv V_{z \pm rpl}/k$ przy $\alpha = 14,82$.

Wartości $V_{z\acute{sr}pt}/k$ oraz $V_{z\acute{sr}prz}/k$, czyli średnie wartości składowych pionowych prędkości filtracji (odpowiadające spadkom hydraulicznym) w układzie płaskim lub przestrzennym, wynikają ze stosunku wartości przepływów do powierzchni otworu wypływu. Wartości składowych pionowych prędkości V_z dla otworu są zróżnicowane. Stąd w praktyce inżynierskiej, z punktu widzenia potrzeb zapewnienia bezpieczeństwa ziemnych konstrukcji hydrotechnicznych, najistotniejszą wielkość stanowi $V_{z \max prz}/k$, czyli wartość maksymalnej składowej pionowej prędkości wypływu (spadku hydraulicznego) w układzie przestrzennym, która decyduje o równowadze ośrodka gruntowego. Powinna ona spełniać warunek $V_{z \max prz}/k \le i_{kryt}$. Wyniki komputerowych obliczeń pozwoliły na ustalenie zachodzących relacji pomiędzy $V_{z \max x prz}/k$ i $V_{z \acute{sr} prz}/k$, przedstawianych na 11 wykresach, z których 3 zawierają rysunki 7.26–7.28.



Rys. 7.26. Relacja $V_{z \max prz}/k = f(V_{z \sin prz}/k)$ przy I = 0,0033 – typ logarytmiczny Fig. 7.26. Relation $V_{z \max prz}/k = f(V_{z \sin prz}/k)$ on I = 0,0033 – type logarithmic



Rys. 7.27. Relacja $V_{z \max prz}/k = f(V_{z \sin prz}/k)$ przy I = 0.0167 – typ logarytmiczny Fig. 7.27. Relation $V_{z \max prz}/k = f(V_{z \sin prz}/k)$ on I = 0.0167 – type logarithmic



Rys. 7.28. Relacja $V_{z \max prz}/k = f(V_{z \sin prz}/k)$ przy I = 0.0333 – typ logarytmiczny Fig. 7.28. Relation $V_{z \max prz}/k = f(V_{z \sin prz}/k)$ on I = 0.0333 – type logarithmic

Spośród zastosowanych 5 rodzajów linii trendu wybrano logarytmiczne linie trendu ($R^2 \cong 0,97$) jako najlepiej odwzorowujące rozkład punktów stanowiących wyniki badań. W otrzymanych równaniach o postaci $y = a \ln x + b$, czyli $V_{z \max prz}/k = a \cdot V_{z \sin prz}/k + b$, zawartych w tabeli 7.6, występujące współczynniki *a* i *b* zależą od spadku hydraulicznego *I*. W związku z tym zaistniała potrzeba ustalenia relacji o postaciach a = f(I) oraz b = f(I), które odpowiednio przedstawiają wykresy na rysunkach 7.29 i 7.30.

Tabela 7.6 Table 7.6

Równania logarytmicznych linii trendu relacji o postaci $V_{z \max prz} / k = f(V_{z \sin prz}/k)$ oraz $V_{\max przy} / k = f(V_{z \sin prz}/k)$ Logarithmic equations of lines of trend in form $V_{z \max prz} / k = f(V_{z \sin prz}/k)$ and $V_{\max przy} / k = f(V_{z \sin prz}/k)$

Równanie Equation	$V_{z \max prz} / k = f(V_{z \sin prz} / k)$	$V_{z max prz} / k = f(V_{z sr prz} / k)$
	$0,0082 \ln(x) + 0,0547$	$0,013 \ln(x) + 0,0858$
0,0017	$R^2 = 0,9754$	$R^2 = 0,9639$
0.0022	$0,0165 \ln(x) + 0,0991$	$0,026 \ln(x) + 0,1537$
0,0033	$R^2 = 0,9615$	$R^2 = 0,9699$
0.0067	$0,0328 \ln(x) + 0,1741$	0,0521 ln)x) + 0,2712
0,0007	$R^2 = 0,9678$	$R^2 = 0,9681$
0.0100	$0,0493 \ln(x) + 0,2417$	$0,0781 \ln(x) + 0,375$
0,0100	$R^2 = 0,9659$	$R^2 = 0,9886$
0.0122	$0,0656 \ln(x) + 0,3026$	$0,1044 \ln(x) + 0,4705$
0,0155	$R^2 = 0,9649$	$R^2 = 0,9676$
0.0167	$0,0819 \ln(x) + 0,3598$	$0,1302 \ln(x) + 0,5585$
0,0107	$R^2 = 0,9669$	$R^2 = 0,9684$
0.0222	$0,164 \ln(x) + 0,6068$	$0,2607 \ln(x) + 0,9371$
0,0355	$R^2 = 0,9652$	$R^2 = 0,9681$
0.0667	$0,3276 \ln(x) + 0,9852$	$0,5212 \ln(x) + 1,5125$
0,0007	$R^2 = 0,9659$	$R^2 = 0,968$
0 1222	$0,6561 \ln(x) + 0,5169$	$1,0425 \ln(x) + 2,3021$
0,1555	$R^2 = 0,966$	$R^2 = 0,968$
0.2000	$0,9837 \ln(x) + 1,8761$	$1,5635 \ln(x) + 2,8191$
0,2000	$R^2 = 0,966$	$R^2 = 0,9681$
0.2667	$1,3118 \ln(x) + 2,1245$	$2,2389 \ln(x) + 3,4192$
0,2007	$R^2 = 0,9659$	$R^2 = 0,9781$



Rys. 7.29. Relacja a = f(I) – typ liniowy Fig. 7.29. Relation a = f(I) – type linear



Rys. 7.30. Relacja b = f(I) – typ potęgowy Fig. 7.30. Relation b = f(I) – type power

Relację a = f(I) najlepiej opisuje równanie liniowe o postaci y = 4,9191x przy $R^2 = 1$, natomiast relację b = f(I) równanie potęgowe o postaci $y = 6,4012x^{0.7221}$ przy $R^2 = 0,9946$. Ostatecznie pozwoliło to na ustalenie równania opisującego relację pomiędzy $V_{z max prz}/k$ i $V_{z sr. prz}/k$ o postaci:

$$V_{z \max prz}/k = 4,9191 \cdot I \cdot ln(V_{z \sin prz}/k) + 6,4012 \cdot I^{0,7221}$$
(7.2)

dla: $0,0017 \le I \le 0,2667$

$$V_{z \max prz}/k \le i_{kryt}$$

 $V_{z \max prz}/k \le i_{kryt}/\gamma_n - w$ praktyce inżynierskiej, gdzie: γ_n - współczynnik konsekwencji zniszczenia

Równanie 7.2 posłużyło do obliczenia wartości $V_{z max}/k$ zawartych w tabeli 7.7, a następnie opracowanie wykresu (nomogramu) dla $\lambda = I/V_{z \text{ śr prz}}/k = 0,075; 0,10; 0,125; 0,15$ przedstawionego na rysunku 7.31.

Tabela 7.7

Table 7.7

Wartości maksymalnych prędkości pionowych w strefie wypływu obliczone na podstawie wzoru $V_{z,max,mx'}/k = 4,9191 I \cdot ln(V_{z,ir,mx'}/k) + 6,4012 \cdot I^{0,7221}$

Maximum	vertical	sneed v	alues in	outflow	area	calculate	d upon	equation
wiaziniuni	vertical	speed v	arues m	outilow	arca	calculate	u upon	equation.
	V z max prz	/k = 4,9	$9191 I \cdot I$	$ln(V_{z \circ r \ prz})$	(k) +	6,4012 ·	$I^{0,7221}$	

$\lambda = \frac{I}{V_{z sr.prz} / k}$	0,075	0,1	0,125	0,15
0,050	0,0581	0,0659	0,0718	0,0765
0,075	0,0872	0,0988	0,1077	0,1147
0,100	0,1162	0,1317	0,1437	0,1530
0,250	0,2905	0,3293	0,3592	0,3823
0,375	0,4358	0,4939	0,5387	0,5736
0,500	0,5810	0,6585	0,7183	0,7648
0,750	0,8715	0,9878	1,0775	1,1472

Poprawność analizy wielkości hydrodynamicznych w przestrzeni filtracji wymaga również oceny, czy ich wartości nie wykraczają poza zakres stosowalności prawa Darcy'ego. Jako kryterium przyjęto, że $V_{max prz}/k \le i_{dop}$, gdzie i_{dop} stanowi górną granicę stosowalności prawa Darcy'ego [79, 108, 137]. Ponieważ z podanej analizy przestrzennego pola filtracji dysponujemy wartościami średnich składowych pionowych prędkości $V_{z \ sr \ prz}/k$, wartości prędkości filtracji $V_{max \ prz}/k$ można wyliczyć z relacji $V_{max \ prz}/k = f(V_{z \ sr \ prz}/k)$.

Wyniki komputerowych obliczeń filtracji przestrzennej pozwoliły ustalić te relacje, których logarytmiczne równania linii trendu, przy różnych wartościach spadku *I*, zawiera tabela 7.6. Niektóre z tych zależności przedstawiono na rysunkach 7.32–7.34, zawierających 5 rodzajów linii trendu, z których do dalszej analizy przyjęto równania krzywych logarytmicznych.



Rys. 7.31. Wykres wartości $V_{z \max prz}/k$ Fig. 7.31. Diagram of values $V_{z \max prz}/k$



Rys. 7.32. Relacja $V_{max \, prz}/k = f(V_{z \, sr \, prz}/k)$ przy I = 0,0033- typ logarytmiczny Fig. 7.32. Relation $V_{max \, prz}/k = f(V_{z \, sr \, prz}/k)$ on I = 0,0033 - type logarithmic



Rys. 7.33. Relacja $V_{max prz}/k = f(V_{z \ sr prz}/k)$ przy I = 0,0167- typ logarytmiczny Fig. 7.33. Relation $V_{max prz}/k = f(V_{z \ sr prz}/k)$ on I = 0,0167- type logarithmic



Rys. 7.34. Relacja $V_{max\,prz}/k = f(V_{z\,sr\,prz}/k)$ przy I = 0,0333- typ logarytmiczny Fig. 7.34. Relation $V_{max\,prz}/k = f(V_{z\,sr\,prz}/k)$ on I = 0,0333 - type logarithmic

Występujące w tych równaniach, w relacji $V_{max prz}/k = f(V_{z \pm r prz}/k)$ o postaci $y=c \ln x+d$, współczynniki c i d zależą od spadku hydraulicznego *I*.

Opracowane wykresy zależności c = f(I) oraz d = f(I) z wkreślonymi liniami trendu przedstawione na rysunkach 7.35 i 7.36 pozwoliły przyjąć do dalszej analizy następującą postać relacji:

dla c

liniowa

dla *d* potęgowa

 $y = 9,8325x^{0,7198}$, przy $R^2 = 0.9953$.

przy $R^2 = 0.998$

y = 8,1223x,

przyjęto $d = 9,8325 \cdot I^{0,7198}$

przyjęto $c = 8,1223 \cdot I$



Rys. 7.35. Relacja c = f(I) – typ liniowy Fig. 7.35. Relation c = f(I) – type linear

Na bazie dokładnej analizy wyników komputerowych obliczeń i ich przedstawionego opracowania uzyskano ostateczne równanie na $V_{max\,nz}/k$, o postaci:

$$V_{max\,prz}/k = 8,1223 \cdot I \cdot ln \left(V_{z\, sr\, prz}/k \right) + 9,8325 \cdot I^{0.7198}$$
(7.3)

dla: 0,0017 $\le I \le$ 0,2667 oraz $V_{max \, prz.} / k < i_{dop \, (pr. \, Darcy)}$

Na podstawie tego równania obliczone zostały wartości $V_{max prz}/k$, zawarte w tabeli 7.8, a następnie opracowany wykres (nomogram) dla $\lambda = I/V_{z \text{ sr prz}}/k = 0,075$; 0,10; 0,125 oraz 0,15, przedstawiony na rysunku 7.37.



Rys. 7.36. Relacja d = f(I) - typ potęgowy Fig. 7.36. Relation d = f(I) - type power

Tabela 7.8

Table 7.8

Wartości maksymalnych prędkości w strefie wypływu, obliczone na podstawie wzoru $V_{z \max prz}/k = 8,1223 I \cdot ln(V_{z \sin prz}/k) + 9,8325 \cdot I^{0,7198}$ Maximum speed values in outflow area calculated upon equation $V_{z \max prz}/k = 8,1223 I \cdot ln(V_{z \sin prz}/k) + 9,8325 \cdot I^{0,7198}$

 $\lambda = \frac{1}{V_{z \, sr. prz} / k}$ 0.075 0,1 0,125 0,15 $V_{z \, \acute{s}r. prz}/k$ 0,050 0,0851 0,0953 0,1027 0,1080 0,075 0,1277 0,1423 0,1540 0,1620 0,1906 0,2160 0,100 0,1703 0,2054 0,250 0,4257 0,4765 0,5134 0,5400 0,375 0,6385 0,7148 0,7702 0,8100 0,500 0,8514 0,9530 1,0269 1,0800 0,750 1,2770 1,4295 1,5400 1,6200



Rys. 7.37. Wykres wartości $V_{max prz}/k$ Fig. 7.37. Diagram of values $V_{max prz}/k$

7.2. Warunki hydrodynamiczne filtracji w przestrzeni gruntowej przy wypływie przez kilka (N) otworów

Spełniając założenia wyjściowe warunków hydrodynamicznych filtracji w przestrzeni gruntowej przy wypływie przez kilka (*N*) otworów omówione w p. 5.1.2.2, wykonano badania matematyczne przy przyjęciu wymiaru modelu (sześcianu) L = 30 cm oraz zmienianych wartości spadku hydraulicznego w zakresie $I = \frac{\Delta H}{L} = 0,0017 \div 0,2667$.

Uzyskane wyniki obliczeń pozwoliły na opracowanie 44 wykresów relacji między wielkościami hydrodynamicznymi filtracji przestrzennej od ilości otworów (*N*). Na rysunkach 7.38–7.43, przedstawiających relację natężenia wypływu od ilości otworów o postaci Q/k= f(N) oraz $\Delta Q/k = f(\Delta N)$, wkreślono linie trendu (liniowe, potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne i wielomianowe).



Rys. 7.38. Relacja Q/k = f(N) przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.38. Relation Q/k = f(N) on I = 0,0033 – type power



Rys. 7.39. Relacja Q/k = f(N) przy I = 0.0167 – typ potęgowy Fig. 7.39. Relation Q/k = f(N) on I = 0.0167 – type power



Rys. 7.40. Relacja Q/k = f(N) przy I = 0,0333 – typ potęgowy Fig. 7.40. Relation Q/k = f(N) on I = 0,0333 – type power



Rys. 7.41. Relacja Q/k = f(N) przy I = 0.0033 – typ potęgowy Fig. 7.41. Relation Q/k = f(N) on I = 0.0033 – type power



Rys. 7.42. Relacja Q/k = f(N) przy I = 0,0167 – typ potęgowy Fig. 7.42. Relation Q/k = f(N) on I = 0,0167 – type power



Rys. 7.43. Relacja Q/k = f(N) przy I = 0.0333 – typ potęgowy Fig. 7.43. Relation Q/k = f(N) on I = 0.0333 – type power

Podobnego charakteru linie trendu wkreślono na rysunkach 7.44–7.49 przedstawiających relację prędkości wypływu od ilości otworów o postaci $V_{z \, \acute{sr} \, prz}/k = f(N)$ oraz $\Delta V_{z \, \acute{sr} \, prz}/k = f(\Delta N)$, gdzie $\Delta N = N-1$.



Rys. 7.44. Relacja $\Delta V_{zsrprz}/k = f(N)$ przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.44. Relation $\Delta V_{zsrprz}/k = f(N)$ on I = 0,0033 – type power



Rys. 7.45. Relacja $\Delta V_{z \, srprz}/k = f(N)$ przy I = 0,0167 – typ potęgowy Fig. 7.45. Relation $\Delta V_{z \, srprz}/k = f(N)$ on I = 0,0167 – type power



Rys. 7.46. Relacja $\Delta V_{zsrprz}/k = f(N)$ przy I = 0.0333 – typ potęgowy Fig. 7.46. Relation $\Delta V_{zsrprz}/k = f(N)$ on I = 0.0333 – type power



Rys. 7.47. Relacja $\Delta V_{zsrprz}/k = f(\Delta N)$ przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.47. Relation $\Delta V_{zsrprz}/k = f(\Delta N)$ on I = 0,0333 – type power



Rys. 7.48. Relacja $\Delta V_{z \, sr \, prz}/k = f(\Delta N)$ przy I = 0,0167 – typ potęgowy Fig. 7.48. Relation $\Delta V_{z \, sr \, prz}/k = f(\Delta N)$ on I = 0,0167 – type power



Rys. 7.49. Relacja $\Delta V_{z \, sr \, prz}/k = f(\Delta N)$ przy I = 0,0033 – typ potęgowy Fig. 7.49. Relation $\Delta V_{z \, sr \, prz}/k = f(\Delta N)$ on I = 0,0333 – type power

Wszystkie (44 szt.) równania potęgowe linii trendu najlepiej odwzorowujące relacje wraz ze współczynnikami determinacji R^2 przedstawiono w tabeli 7.9. Do dalszego toku wyprowadzeń równań analizowanych relacji przyjęto podane w ostatnim wierszu tabeli 7.9 wartości wykładników potęgowych n_a , n_b , n_c i n_d jako stałe, odpowiednio średnie arytmetyczne z poszczególnych wartości, niezależne od spadku hydraulicznego *I*.

Tabela 7.9

Table 7.9

Równania linii trendu relacji między wielkościami hydrodynamicznymi filtracji przestrzennej przy wypływie przez kilka (N) otworów wraz ze współczynnikami determinacji R^2

	6			
Równanie [typ linii trendu] Equation [type of lines trend] I	$Q/k = f(N)$ $[y = A_a \cdot x^{na}]$	$\Delta Q/k = f(\Delta N)$ $[y = A_b \cdot x^{nb}]$	$V_{z sr, prz} / k = f(N)$ $[y = A_c \cdot x^{nc}]$	$\Delta V_{z \delta r, prz} / k = f(\Delta N)$ $[y = A_c \cdot x^{nc}]$
0.0017	$y = 0,0001 x^{0,0461}$	$y = 4E - 06x^{0.572}$	$y = 0,0035x^{0,0461}$	$y = 0,0001 x^{0,572}$
0,0017	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.0022	$y = 0,0002x^{0,0461}$	$y = 8E - 06x^{0.572}$	$y = 0,0071x^{0,0461}$	$y = 0,0002x^{0,572}$
0,0033	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.00(7	$y = 0,0005x^{0,0461}$	$y = 2E - 05x^{0.572}$	$y = 0,0142x^{0,0461}$	$y = 0,0005x^{00,572}$
0,0067	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.0100	$y = 0,0007x^{0,0461}$	$y = 2E - 05x^{0.572}$	$y = 0,0213x^{0,0461}$	$y = 0,0007x^{0,572}$
0,0100	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.0122	$y = 0,0009x^{0,0461}$	$y = 3E - 05x^{0.572}$	$y = 0,0284x^{0,0461}$	$y = 0,0009x^{0,572}$
0,0133	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.01(7	$y = 0,0011x^{0,0461}$	$y = 4E - 05x^{0.572}$	$y = 0,0355x^{0,0461}$	$y = 0,0012x^{0,572}$
0,0167	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.0222	$y = 0,0023x^{0,0461}$	$y = 8E - 05x^{0.572}$	$y = 0,0709x^{0,0461}$	$y = 0,0024x^{0.572}$
0,0333	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.0((7	$y = 0,0046x^{0,0461}$	$y = 0,0002x^{0.572}$	$y = 0,1419x^{0,0461}$	$y = 0,0047x^{0,572}$
0,0667	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.1222	$y = 0,0092x^{0,0461}$	$y = 0,0003x^{0.572}$	$y = 0,2837x^{0,0461}$	$y = 0,0094x^{0.572}$
0,1333	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.0000	$y = 0,0138x^{0,0461}$	$y = 0,0005x^{0,572}$	$y = 0,4256x^{0,0461}$	$y = 0,0141x^{0,572}$
0,2000	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
0.2((7	$y = 0,0184x^{0,0461}$	$y = 0,0006x^{0.572}$	$y = 0,5675x^{0,0461}$	$y = 0,0189x^{0,572}$
0,2007	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$	$R^2 = 0,9875$	$R^2 = 0,9682$
n _{śr}	$n_{a} = 0,0461$	$n_{\rm b} = 0,572$	$n_c = 0,0461$	$n_d = 0,572$

Equations of lines of trend shoving relations between hydrodynamic values of spatial filtration considering outflow through a few (N) holes and determination factor R^2

Celem określenia współczynników A_a , A_b , A_c i A_d zależnych od spadku hydraulicznego I (tab. 7.9) wykonano wykresy o postaci $A_a = f(I)$, $A_b = f(I)$, $A_c = f(I)$ oraz $A_d = f(I)$ zamieszczone odpowiednio na rysunkach 7.50–7.53.



Rys. 7.50. Relacja $A_a = f(I)$ – typ liniowy Fig. 7.50. Relation $A_a = f(I)$ – type linear



Rys. 7.51. Relacja $A_b = f(I) - typ$ liniowy Fig. 7.51. Relation $A_b = f(I) - type$ linear



Rys. 7.52. Relacja $A_c = f(I) - typ$ liniowy Fig. 7.52. Relation $A_c = f(I) - type$ linear



Rys. 7.53. Relacja $A_d = f(I)$ – typ liniowy Fig. 7.53. Relation $A_d = f(I)$ – type linear

Na wykresach tych wkreślono linie trendu (liniowe, potęgowe i wielomianowe). Z wymienionych rodzajów linii trendu w dalszej analizie uwzględniono liniowy charakter tych relacji, otrzymując odpowiednie równania:

 $\begin{array}{ll} A_{a}=0,069\cdot I-9E-06 & \mathrm{przy}\ R^{2}=1, & \mathrm{rys.}\ 7.50\\ A_{b}=0,0023\cdot I+5E-06 & \mathrm{przy}\ R^{2}=0,9923, & \mathrm{rys.}\ 7.51\\ A_{c}=2,128\cdot I+3E-06 & \mathrm{przy}\ R^{2}=1, & \mathrm{rys.}\ 7.52\\ A_{d}=0,0707\cdot I-7E-06 & \mathrm{przy}\ R^{2}=1, & \mathrm{rys.}\ 7.53\\ \mathrm{Przyjmujac,}\ \dot{ze}:\ A_{a}=0,069\cdot I\\ & A_{b}=0,0023\cdot I\\ & A_{c}=2,128\cdot I\\ & A_{d}=0,0707\cdot I, \end{array}$ otrzymano równania o postaci: $\begin{array}{c} Q/k=0,069\cdot I\cdot N^{0,0461}\\ \Delta Q/k=0,0023\cdot I\cdot (\Delta N)^{0,572}\\ V_{z\,\dot{sr}\,prz}/k=2,128\cdot I\cdot N^{0,0461}\end{array}$

oraz $\Delta V_{z \, sr \, prz} / k = 0,0707 \cdot I \cdot (\Delta N)^{0,572}.$

Ostateczna analiza otrzymanych wyników badań matematycznych i ich relacji pozwoliła na ustalenie równania o postaci:

$$V_{z \, sr \, prz}/k \, (N) = V_{z \, sr \, prz}/k \, (N=1) + 0,0707 \cdot I(\Delta N)^{0.572}$$
(7.4)

dla: $1,0 \le N \le 9,0$ $0,0017 \le I \le 0,2667$ oraz $V_{max prz}/k \le i_{dop. (Darcy)}$ $V_{zmax prz}/k \le i_{kryt.}$ $V_{zmax prz}/k \le i_{kryt.}/\gamma_n - w$ praktyce inżynierskiej gdzie: $\Delta N = N$ -1

Równanie to pozwala na obliczenie wartości hydrodynamicznych (prędkości, spadków i natężenia wypływu przy znanej powierzchni otworów), decydujących o warunkach filtracji przy N liczbie otworów.

W budownictwie istnieje często potrzeba znajomości spadków hydraulicznych, jakie wystąpią w strefie wypływu wody przez otwory płyt "ażurowych" stanowiących zabezpieczenie wykopów ziemnych przed szkodliwym działaniem sił filtracji. Po dokonaniu analizy warunków hydrodynamicznych dopływu do otworu pojedynczego istnieje możliwość oszacowania zmian tych warunków w przypadku zwiększenia liczby otworów wypływu, na podstawie równania (7.4), przy zachowaniu podanych warunków jego stosowalności [70, 72].

Według analizy w pkt. 7.1 na warunki dopływu do jednego otworu (N=1), przy stałej jego powierzchni, duży wpływ ma kształt otworu (współczynnik α). W związku z tym, w uwzględnionych schematach obliczeniowych w kilku otworach, rozmieszczonych według schematów podanych na rysunku 5.9, o współczynniku α niewiele zmieniającym się, przy zachowaniu stałej sumarycznej ich powierzchni, warunki wypływu mogą w niewielkim stopniu ulegać zmianie.

Potwierdzają to wyniki obliczeń, uwzględniające jeden lub kilka ($N=1\div9$) otworów o takiej samej łącznej ich powierzchni, pozwalające wnioskować, że jednocześnie ze wzrostem liczby otworów natężenie przepływu wzrasta nieznacznie (rys. 7.38–7.40), co świadczy również o niewielkim wzroście średniej prędkości przepływu w strefie otworów.

8. ANALIZA PORÓWNAWCZA WYNIKÓW BADAŃ I OBLICZEŃ FILTRACJI PRZESTRZENNEJ NA MODELU MATEMATYCZNYM MES I FIZYCZNYM (GRUNTOWYM)

8.1. Analiza porównawcza wartości wysokości piezometrycznych w określonych punktach przestrzeni filtracji

Badania wielkości hydrodynamicznych filtracji na odpowiadających sobie modelach gruntowym i matematycznym przy tych samych warunkach brzegowych stworzyły możliwość ich porównania. Wartości wysokości piezometrycznych mierzone i obliczone były w punktach pomiarowych (piezometrach) usytuowanych na powierzchni górnej i ścianie bocznej modelu zgodnie z rysunkami 6.2 i 6.3, do otworów wypływu d_{15} , D15/1, dD2, d_{22} , D22/1, dD1, d_{29} oraz D29/1. Wyniki pomiarów i obliczeń przy spadku hydraulicznym I=0,0667 przedstawiają odpowiadające sobie wykresy na rysunkach: w modelu matematycznym w modelu gruntowym

rys. 8.1	_	rys. 8.2	obejmujących punkty pomiarowe
			na powierzchni górnej modelu,
rys. 8.3	—	rys. 8.4	obejmujących punkty pomiarowe
			na ścianie bocznej modelu.



Rys. 8.1. Relacja $h = f(L_k)$ w modelu matematycznym, L_k – odległość piezometru od górnej krawędzi modelu [m] Fig. 8.1. Relation $h = f(L_k)$ of the mathematical model, L_k – piezometer distance between model top-edge [m]



Rys. 8.2. Relacja $h = f(L_k)$ w modelu gruntowym, L_k – odległość piezometru od górnej krawędzi modelu [m] Fig. 8.2. Relation $h = f(L_k)$ of the ground model, L_k – piezometer distance between model top-edge [m]



Rys. 8.3. Relacja $h = f(L_k)$ w modelu matematycznym, L_k – odległość piezometru od górnej krawędzi modelu [m] Fig. 8.3. Relation $h = f(L_k)$ of the mathematical model, L_k – piezometer distance between model top-edge [m]



Rys. 8.4. Relacja $h = f(L_k)$ w modelu gruntowym, L_k – odległość piezometru od górnej krawędzi modelu [m] Fig. 8.4. Relation $h = f(L_k)$ of the ground model, L_k – piezometer distance between model top-edge [m]
Relację pomiędzy pomierzonymi i obliczonymi w punktach pomiarowych wartościami wysokości piezometrycznych przedstawia na rysunku 8.5 wykres o postaci $h_{mat} = f(h_{grunt})$, na którym podane równania relacji typu liniowego y=0,989x przy $R^2 = 0,9595$ dla piezometrów nr 0b – 4b oraz y = 0,9884x przy $R^2 = 0,9273$ dla piezometrów nr 1 – 8, wykazują zbieżność wartości h_{mat} i h_{grunt} .



Rys. 8.5. Relacja $h_{mat} = f(h_{grunt.})$ Fig. 8.5. Relation $h_{math} = f(h_{gr.})$

8.2. Analiza porównawcza wartości natężenia i prędkości przepływu oraz spadku hydraulicznego w strefie otworu wypływu

Odpowiadające sobie wyniki pomiarów i obliczeń natężenia przepływu (wypływu) na modelu gruntowym i matematycznym pozwoliły na ustalenie krzywych zależności $V_{z\,\text{sr.prz}} / k = f(x)$ przedstawionych na rysunku 8.6, gdzie współczynnik $\chi = \frac{F_{otw.}}{F_{colk}}$.

Pomiary i obliczenia relatywnych wartości hydrodynamicznych realizowane były dla otworów wypływu d_{15} , D15/1, dD2, d_{22} , D22/1, dD1, d_{29} oraz D29/1. Wzajemną relację pomiędzy wartościami obliczonymi i pomierzonymi przedstawia wykres o postaci $V_{z\,\text{sr.prz}}/k_{m.mat.} = f(V_{z\,\text{sr.prz}}/k_{m.grunt})$ na rysunku 8.7. Równanie y = 0.985x przy $R^2 = 0.9956$ wy-kazuje zbieżność wyników badań modelu matematycznego i gruntowego.

Wartości hydrodynamiczne określone na modelu gruntowym są o ok. 2% wyższe od odpowiadających im wartości modelu matematycznego MES.



Rys. 8.6. Relacja $V_{z \, sr, prz} / k_{m.mat.} = f(\kappa)$ Fig. 8.6. Relation $V_{z \, sr, prz} / k_{m.mat.} = f(\kappa)$



Rys. 8.7. Relacja $V_{z \, sr.prz} / k_{m.mat} = f(V_{z \, sr.prz} / k_{m.grunt})$ Fig. 8.7. Relation $V_{z \, sr.prz} / k_{m.math.} = f(V_{z \, sr.prz} / k_{m.grunt})$

9. ANALIZA WYNIKÓW OBLICZEŃ KOMPUTEROWEJ SYMULACJI FILTRACJI W UKŁADZIE PŁASKIM W PIONIE Z TRANSFORMACJĄ PRZESTRZENNĄ

9.1. Charakterystyka parametrów obszaru filtracji

Celem przeanalizowania, porównawczo w układzie płaskim i przestrzennym, wpływu różnych czynników na bezpieczeństwo budowli hydrotechnicznych znajdujących się w obszarze oddziaływania zmiennego pola filtracji, badaniami matematycznymi objęto obszar przekroju pionowego podanego na rysunku 5.10 i omówionego w rozdz. 5.2.

Przyjęty do analizy zmian wielkości hydrodynamicznych filtracji przez podłoże wału ziemnego model w układzie dwuwymiarowym stanowi schematyczne uproszczenie niezbędne do celów obliczeniowych. Dokładna analiza takiego zjawiska filtracji na modelu dwuwymiarowym (pionowym) możliwa jest przy założeniu, że:

- warstwa wodonośna w podłożu jest jednorodna o stałej miąższości;
- osie wału ziemnego, cieku, wykopu powstałego wskutek poboru gruntu oraz urządzeń odwadniających są wzajemnie równoległe;
- kontakt hydrauliczny cieku, wykopu i urządzeń odwadniających z warstwą wodonośną podłoża, na długości objętej badaniami, niezmienny.

W naturze takie uwarunkowania występują stosunkowo rzadko. Na ogół istnieją odstępstwa mniejsze lub większe od tych założeń, stąd różny stopień dokładności obliczeń [24, 25, 29]. Trudność konstruowania modeli przestrzennych o pożądanym stopniu dokładności obliczeń filtracji na dużych obszarach stwarza potrzebę obliczeń na modelach dwuwymiarowych. Następnie tak wyliczone wartości hydrodynamiczne można skorygować, uwzględniając przestrzenny charakter filtracji w istotnych częściach analizowanego obszaru, w których mogą wystąpić ekstremalnie niekorzystne wartości hydrodynamiczne. Na wprowadzenie takiej korekty pozwalają zaproponowane w rozdziale 7 odpowiednie relacje obliczonych wartości hydrodynamicznych w układzie płaskim i przestrzennym, podane w postaci wzorów 7.1–7.3. W komputerowej wielowariantowej analizie pola filtracji na modelu dwuwymiarowym, zawierającym niezbędne uproszczenia (rys. 5.10), poszczególnym elementom zmiennym przypisano wartości w następujących zakresach:

• szerokość wykopu $b_w = 4 - 30 \text{ m},$

- współczynnik filtracji warstwy k_w pozostawionej w wykopie niedogłębionym do warstwy wodonośnej, którego miarą jest stosunek wartości współczynnika filtracji tej warstwy k_w do wartości współczynnika warstwy wodonośnej podłoża k, czyli: k_w/k = 0,1-0,001;
- miąższość warstwy pozostawionej w wykopie niedogłębionym do warstwy wodonośnej $m_w = 0 - 1,0 \text{ m} (0 - 0,1 M);$
- głębokość przesłony przeciwfiltracyjnej $T_p = 0 10,0 \text{ m} (0 1,0 \text{ M})$; poziom zwierciadła wody w międzywalu H = 0 - 6,0 m.

Obliczenia realizowano przy założeniu, że konstrukcja wału ziemnego zapewnia jego nieprzepuszczalność oraz że usytuowany jest on na podłożu nieprzepuszczalnym (madzie). Zarówno ciek, jak i urządzenia odwadniające (rów) o stałej szerokości, odpowiednio $b_{rz} = 40$ m i $b_r = 1,0$ m, są dogłębione do jednorodnej warstwy wodonośnej o miąższości M = 10 m, czyli istnieje ich bezpośredni kontakt hydrauliczny z podłożem, w którym filtracja ma charakter naporowy.

9.2. Wyniki komputerowej symulacji filtracji, ich analiza i transformacja przestrzenna

Ocena wpływu różnych warunków filtracji naporowej na stateczność ziemnych nasypów hydrotechnicznych i podłoża za pomocą matematycznych modeli symulacyjnych stanowi w pierwszej kolejności analizę wielkości hydrodynamicznych pola filtracji w układzie płaskim (pionowym). Na przekroju pionowym istnieje możliwość obliczenia wartości hydrodynamicznych przy uwzględnieniu – na przyjętym schemacie warunków hydrogeologicznych, również konstrukcji hydrotechnicznych mających na celu poprawę warunków filtracji w podłożu, a poprzez to zwiększenie bezpieczeństwa hydrotechnicznej budowli ziemnej [73]. Wyniki obliczeń filtracji dla objętego analizą schematu hydrogeologicznego (rys. 5.10) pozwoliły ustalić relacje pomiędzy wielkościami hydrogeologicznymi.

9.2.1. Warunki filtracji w strefie dna wykopu

Wyniki badań kształtowania się hydrodynamicznych warunków filtracji w strefie dopływu w dnie wykopu przedstawiają rysunki 9.1–9.15.

Relacje $q_w/k = f(H)$, przy różnych uwarunkowaniach, zawierają:

- rysunek 9.1 przy $T_p = 6$, $m_w = 0.25$ i $k_w/k = 0.1$ dla $b_w = 4$, 10, 20 i 30; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują liniowy charakter relacji;
- rysunek 9.2 przy $T_p = 6$; $m_w = 0,50$ i $k_w/k = 0,1$ dla $b_w = 4, 10, 20$ i 30; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują liniowy charakter relacji;
- rysunek 9.3 przy $T_p = 6$ i $k_w/k = 0,01$ dla $b_w = 20$ i 30 odpowiednio $m_w = 0,25$ i 0,50; podane równania linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują liniowy charakter relacji.



Rys. 9.1. Relacje $q_w/k = f(H)$ przy $T_p = 6$; $m_w = 0.25$; $k_w/k = 0.1$ Fig. 9.1. Relations $q_w/k = f(H)$ on $T_p = 6$; $m_w = 0.25$; $k_w/k = 0.1$



Rys. 9.2. Relacje $q_w/k = f(H)$ przy $T_p = 6$; $m_w = 0.50$; $k_w/k = 0.1$ Fig. 9.2. Relations $q_w/k = f(H)$ on $T_p = 6$; $m_w = 0.50$; $k_w/k = 0.1$



Rys. 9.3. Relacje $q_w/k = f(H)$ przy $T_p = 6$; $k_w/k = 0.01$ Fig. 9.3. Relations $q_w/k = f(H)$ on $T_p = 6$; $k_w/k = 0.01$

Relacje $q_w/k = f(b_w)$ przy różnych uwarunkowaniach zawierają:

- rysunek 9.4 przy H = 6; $T_p = 0$ i $k_w/k = 0,1$ dla $m_w = 0$; 0,25; 0,50; 1,0; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują potęgowy charakter relacji;
- rysunek 9.5 przy H = 6; $T_p = 6$ i $k_w/k = 0,1$ dla $m_w = 0$; 0,25; 0,50; 1,0; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują potęgowy charakter relacji;
- rysunek 9.6 przy H = 6; T_p = 6 i k_w/k = 0,1 dla m_w = 0; 0,25; 0,50; 1,0; podane równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują potęgowy charakter relacji q_w/k = f(β),
- dla $\beta = \frac{b_{wmax}}{b_{wi}}$ przy $b_{wmax} = 30$.

Relacje $Q/k = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$ oraz $m_w = 0$ zawiera rysunek 9.7. Równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują dla relacji:

 $Q_c/k = f(b_w)$ – charakter potęgowy,

 $Q_w/k = f(b_w)$ – charakter potęgowy,

 $Q_{rz}/k = f(b_w)$ – charakter wielomianowy.



Rys. 9.4. Relacje $q_w/k = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 0$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.4. Relations $q_w/k = f(b_w)$ on H = 6; $T_p = 0$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.5. Relacje $q_w/k = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.5. Relations $q_w/k = f(b_w)$ on H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.6. Relacje $q_w/k = f(\beta)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.6. Relations $q_w/k = f(\beta)$ on H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.7. Relacie $Q/k = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $m_w = 0$ Fig. 9.7. Relations $Q/k = f(b_w)$ on H = 6; $T_p = 6$; $m_w = 0$

Relacje $q_w/k = f(m_w)$ przy różnych uwarunkowaniach zawierają:

• rysunek 9.8 – przy H = 6; $T_p = 0$ oraz $k_w/k = 0,1$ dla $b_w = 4,10$ i 30; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji;

rysunek 9.9 – przy H = 6; T_p = 6 oraz k_w/k = 0,1 dla b_w = 4, 8, 10, 20 i 30; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji.



Rys. 9.8. Relacje $q_w/k = f(m_w)$ przy H = 6; $T_p = 0$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.8. Relations $q_w/k = f(m_w)$ on H = 6; $T_p = 0$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.9. Relacje $q_w/k = f(m_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.9. Relations $q_w/k = f(m_w)$ on H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$

Relacje $Q/k = f(m_w)$ przy H = 4; $T_p = 6$ i $k_w/k = 0,1$ dla $b_w = 4$ i 10 zawiera rysunek 9.10. Równania linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują dla relacji $Q_c/k = f(b_w)$; $Q_w/k = f(b_w)$ oraz $Q_{r_c}/k = f(b_w)$ charakter wielomianowy.

Z przebiegu krzywych można wnioskować, że im mniejsza szerokość wykopu b_w i większa miąższość warstwy m_w w dnie wykopu, tym większy jest udział infiltracji z rzeki w całkowitym przepływie filtracyjnym podłożem do rowu stanowiącego urządzenie odwadniające.



Rys. 9.10. Relacje $Q/k = f(m_w)$ przy H = 4; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.10. Relations $Q/k = f(m_w)$ on H = 4; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$

Relacje $q_w = f(T_p)$ przy różnych uwarunkowaniach zawierają:

- rysunek 9.11^e przy H = 6; b_w = 4 i k_w/k = 0,1 dla m_w = 0; 0,25; 0,5; 1,0; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji;
- rysunek 9.12 przy H = 6; b_w = 10 i k_w/k = 0,1 dla m_w = 0; 0,25; 0,5; 1,0; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji;
- rysunek 9.13 przy H = 6; b_w = 30 oraz k_w/k = 0,1 dla m_w = 0; 0,25; 0,5; 1,0; równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji;
- rysunek 9.14 przy H = 2 i 4; $m_w = 0,25$ oraz $k_w/k = 0,1$ dla $b_w = 4, 10$ i 30; podane równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji.



Rys. 9.11. Relacie $q_w = f(T_p)$ przy H = 6; $b_w = 4$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.11. Relations $q_w = f(T_p)$ on H = 6; $b_w = 4$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.12. Relacje $q_w = f(T_p)$ przy H = 6; $b_w = 10$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.12. Relations $q_w = f(T_p)$ on H = 6; $b_w = 10$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.13. Relacje $q_w = f(T_p)$ przy H = 6; $b_w = 30$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.13. Relations $q_w = f(T_p)$ on H = 6; $b_w = 30$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.14. Relacje $q_w = f(T_p)$ przy $m_w = 0.25$; $k_w/k = 0.1$ Fig. 9.14. Relations $q_w = f(T_p)$ on $m_w = 0.25$; $k_w/k = 0.1$

Krzywe zależności $q_w/k = f(k_w/k)$ dla H = 6 oraz $T_p = 6$ dla $b_w = 20$ i 30 przy odpowiednio $m_w = 0.25$ i 0,5 zawiera rysunek 9.15.



Rys. 9.15. Relacje $q_w/k = f(k_w/k)$ przy H = 6; $T_p = 6$ Fig. 9.15. Relations $q_w/k = f(k_w/k)$ on H = 6; $T_p = 6$

9.2.2. Warunki filtracji w spągu warstwy mady i w dnie rowu opaskowego

Wyniki badań kształtowania się wartości ciśnień w spągu powierzchniowej, nieprzepuszczalnej warstwy (mady) w przekroju **x-x** u podnóża skarpy odpowietrznej nasypu ziemnego (rys. 5.10), graficznie przedstawiają wykresy na rysunkach 9.16 – 9.19.

Relacje $p_x = f(H)$ przy $T_p = 6$; $m_w = 0.25$ oraz $k_w/k = 0.1$ dla $b_w = 4$, 10, 20 i 30 zawarte są na rysunku 9.16. Równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują liniowy charakter relacji.

Relacje $p_x = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$ oraz $k_w/k = 0,1$ dla $m_w = 0$; 0,25; 0,5; 1,0 zawiera rysunek 9.17, natomiast przy H = 6; $T_p = 0$ oraz $k_w/k = 0,1$ dla $m_w = 0$; 0,25; 0,5; 1,0 przedstawiono na rysunku 9.18.

Równania linii trendu wraz ze współczynnikiem determinacji dla $m_w = 0$ wykazują liniowy charakter relacji. Natomiast dla wartości $m_w > 0$, przy mniejszych wartościach b_w rośnie udział infiltracji z rzeki w całkowitym przepływie filtracyjnym przez podłoże. Równania linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują potęgowy charakter relacji.

Relacje $p_x = f(m_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$ oraz $k_w/k = 0,1$ dla $b_w = 4, 8, 10, 20$ i 30 przedstawiają wykresy na rysunku 9.19. Równanie linii wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji.

Relacje $p_x = f(T_p)$ przy H = 6; $m_w = 0$ dla $b_w = 4$, 10 i 30 zawiera rysunek 9.20.

Równanie linii trendu wraz ze współczynnikami determinacji wykazują wielomianowy charakter relacji. Przebiegi krzywych na wykresie pozwalają wnioskować o niewielkiej skuteczności oddziaływania niezupełnej przesłony wodoszczelnej na wielkości hydrodynamiczne filtracji w analizowanym przekroju x-x. Przesłona wodoszczelna nawet do głębokości 0,8 M (80% M) powoduje obniżenie wartości ciśnień w przekroju x-x tylko o ok. 25%.



Rys. 9.16. Relacje $p_x = f(H)$ przy $T_p = 6$; $k_w/k = 0.1$; $m_w = 0.25$ Fig. 9.16. Relations $p_x = f(H)$ on $T_p = 6$; $k_w/k = 0.1$; $m_w = 0.25$



Rys. 9.17. Relacje $p_x = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.17. Relations $p_x = f(b_w)$ on H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.18. Relacie $p_x = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 0$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.18. Relations $p_x = f(b_w)$ on H = 6; $T_p = 0$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.19. Relacie $p_x = f(m_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.19. Relations $p_x = f(m_w)$ on H = 6; $T_p = 6$; $k_w/k = 0,1$



Rys. 9.20 Relacje $p_x = f(T_p)$ przy H = 6; $m_w = 0$ Fig. 9.20. Relations $p_x = f(T_p)$ on H = 6; $m_w = 0$



Rys. 9.21. Relacie $q_r/k = f(b_w)$ przy H = 6; $T_p = 6$; $b_r = 1$; $k_w/k = 0,1$ Fig. 9.21. Relations $q_r/k = f(b_w)$ on H = 6; $T_p = 6$; $b_r = 1$; $k_w/k = 0,1$

Graficznym obrazem kształtowania się wartości ciśnień p_x w przekroju x-x oraz wielkości hydrodynamicznych filtracji w strefie dna rowu opaskowego q_r/k w zależności od b_w lub

przepływu filtracyjnego w podłożu Q/k są wykresy na rysunkach 9.21–9.23. Równanie linii trendu ze współczynnikami determinacji wykazują liniowy charakter relacji $p_x = f(Q/k)$ oraz $q_y/k = f(Q/k)$.



Rys. 9.22. Relacje $p_x = f(Q/k)$ Fig. 9.22. Relations $p_x = f(Q/k)$



Rys. 9.23. Relacje $q_r/k = f(Q/k)$ Fig. 9.23. Relations $q_r/k = f(Q/k)$

Przedstawione relacje obrazują zależności wielkości hydrodynamicznych decydujących o stateczności podłoża i budowli ziemnych, tzn. ciśnień p_x oraz spadków hydraulicznych w strefie dna rowu opaskowego q_r/k od sterowanych warunków filtracji naporowej w podłożu. Określone zostały one do przyjętego schematu obliczeniowego w pionowym układzie płaskim (rys. 5.10).

Gdy powierzchniowa warstwa mady w podłożu jest ciągła i nieprzepuszczalna, obliczone wartości ciśnień p_x służą ocenie stanu równowagi w linii przekroju x-x u podnóża skarpy odpowietrznej. Do zrównoważenia tego ciśnienia wymaganą miąższość mady, przy uwzględnieniu współczynnika konsekwencji zniszczenia γ_n , opisuje równanie (9.1) o postaci:

$$m \ge \frac{p_x \gamma_w \gamma_n}{\gamma} \tag{9.1}$$

W przypadku rowu opaskowego niedogłębionego do warstwy wodonośnej, przedstawionego na rysunku 9.24, równowagę warstwy mady w strefie dna opisuje równanie: Warunki równowagi warstwy mady na dnie rowu opaskowego na 1 mb rowu:

$$\frac{b_r \cdot m_r \cdot \gamma + 2 \cdot m_r \cdot c}{p_r \cdot \gamma_w \cdot b_r} \ge \gamma_n \tag{9.2}$$

gdzie: m - miąższość warstwy mady [m],

 b_r – szerokość dna rowu [m],

 m_r – miąższość warstwy mady w dnie rowu [m],

 p_x – ciśnienie w spągu mady w przekroju x-x [m],

c – kohezja [kN·m⁻²],

 γ – ciężar objętościowy gruntu (mady) [kN·m⁻³],

 p_r – ciśnienie w spągu mady, w osi rowu [m],

 γ_n – współczynnik konsekwencji zniszczenia [-].



9.2.3. Transformacja przestrzenna wyników obliczeń filtracji

Na ogół występujące rzeczywiste warunki terenowe stwarzają sytuację, że filtracja nabiera charakteru przestrzennego. Stąd potrzeba uściślenia (urzeczywistnienia) wyników obliczeń wielkości hydrodynamicznych filtracji otrzymanych na podstawie schematu dwuwymiarowego w przekroju pionowym. Posłużyć temu mogą ustalone w badaniach na modelu przestrzennym (rozdz. 7 pracy) relacje pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi filtracji w układzie przestrzennym i płaskim. Wartości ciśnień p_x w przekroju x-x oraz spadków hydraulicznych w strefie dna rowu q_r/k zgodnie z rysunkami 9.22 i 9.23 zależą liniowo od wartości przepływu filtracyjnego przez podłoże, w związku z tym niezbędne jest dokładne jego określenie. Głównym składnikiem tego przepływu jest infiltracja przez dno wykopu, powstałego wskutek poboru miejscowego materiału gruntowego, której wartością można sterować na etapie prac projektowych obiektu. Wykop o stałej szerokości b_w , powstały wskutek poboru gruntu, niekoniecznie musi być ciągły [124].

Wykop może być odcinkowy, przy przyjęciu np. układu podanego na rysunku 9.26. Pozwola to na sterowanie, zmniejszenie natężenia infiltracji z wykopu w podłoże, czyli pośrednio zmniejszenie wartości p_x i q_r/k . Przyjęcie odcinkowego wykopu stwarza warunki filtracji przestrzennej. W związku z tym, do obliczenia rzeczywistych wartości przepływu filtracyjnego mogą posłużyć wykresy na rysunkach 9.25 i 9.26.



Rys. 9.25. Relacje $\xi = f(\alpha)$ Fig. 9.25 Relations $\xi = f(\alpha)$



Rys. 9.26. Relacje $\xi = f(\alpha)$ Fig. 9.26. Relations $\xi = f(\alpha)$



Rys. 9.27. Schematy różnych rodzajów wykopów – widok z góry Fig. 9.27. Schemes of different kinds of ditches – top view

Przy znajomości Q_{wpl} w oparciu o obliczenia dla wykopu ciągłego z układu płaskiego – można obliczyć dla wykopu odcinkowego, uwzględniając charakter przestrzenny, Q_{wprz} z zależności:

 $Q_{w prz} = \xi \cdot Q_{w pl.} \tag{9.3}$

gdzie:

 ξ – współczynnik odczytany z rysunku 9.25 lub 9.26 dla przyjętej wartości współczynnika kształtu odcinków wykopu $\alpha = \frac{L_w}{b_w}$ oraz wartości współczynnika $\eta = \frac{F_{wprz}}{F_{wpl}}$, stanowiącego

stosunek powierzchni wykopu odcinkowego do ciągłego.

 $Q_{_{w prz}}$ – infiltracja przez dno wykopu odcinkowego (układ przestrzenny),

 Q_{wpl}^{r} – infiltracja przez dno wykopu ciągłego (układ płaski).

Oczekiwaną wartość przepływu filtracyjnego przez podłoże Q/k, ze względu na stateczność podłoża i budowli ziemnej poprzez zapewnienie niższych od dopuszczalnych wartości p_x i q_r/k , można obliczyć na podstawie wykresów z rysunków 9.22 i 9.23. Warunki do nieprzekroczenia oczekiwanej wartości Q_w/k stwarza przyjęcie kształtu i niezbędnej powierzchni wykopu odcinkowego, a poprzez to odpowiedniej wartości infiltracji przy wykorzystaniu rysunku 9.25 lub 9.26.

Ustalona wartość infiltracji z wykopu do podłoża, spełniająca warunek $Q_{wprz}/k \le Q/k$ pozwala ustalić odpowiadającą temu przepływowi wartość q_r/k przy niezmiennych warunkach dopływu na całej długości urządzeń odwadniających. Istnieje również możliwość oceny ilości wody, jaka dopłynie do takich urządzeń odwadniających. Pozwala to na zaprojektowanie optymalnych urządzeń odwadniających.

W przypadku braku jednolitego kontaktu urządzeń odwadniających (rowu) z warstwą wodonośną mogą zaistnieć w tej strefie warunki filtracji przestrzennej. Wtedy zmiany wartości hydrodynamicznych można ocenić wg relacji ustalonych w rozdz. 7 pracy.

10. KOMPUTEROWE OBLICZENIA FILTRACJI PRZESTRZENNEJ NA MODELU MATEMATYCZNYM FLEX PDE

10.1. Krótka charakterystyka modelu i dokładności obliczeń

FLEX PDE jest narzędziem służącym do rozwiązywania układów równań różniczkowych cząstkowych metodą elementów skończonych [159]. Jest to środowisko ogólne: w zamierzeniach twórców ma służyć do rozwiązywania dowolnego typu równań różniczkowych cząstkowych związanych z jakąkolwiek dziedziną. Oczywiście, kod równie dobrze jak z układami, radzi sobie z pojedynczymi równaniami – pojedyncze równanie wystarcza np. do zamodelowania części zagadnień związanych z przepływem ustalonym (pojedyncze równanie Laplace'a).

Program FLEX PDE ma wbudowany generator siatki, który automatycznie zagęszcza siatkę elementów w sytuacjach "lokalnych zaburzeń", tj. np. w punktach obszaru gdzie równanie rządzące jest silnie nieliniowe, na granicach faz lub w punktach zmiany warunku brzegowego. Metoda elementów skończonych stosowana w programie do uzyskania rozwiązania numerycznego jest metodą aproksymacyjną: rozwiązanie numeryczne jest aproksymacją rozwiązania dokładnego. Pomimo dowodów zbieżności rozwiązania metodą elementów skończonych ze ścisłym przy zagęszczonej siatce elementów uzyskanie rozwiązania o wysokiej dokładności do zadania z dużą ilością lokalnych zaburzeń jest niezwykle czasochłonne i niejednokrotnie przekracza możliwości komputerów osobistych.

Właśnie ze względu na trudności obliczeniowe obliczanie strumienia jako całki z odpowiedniej składowej wektora prędkości po obszarze (zwłaszcza niewielkim) wypływu jest nieefektywne. Wyniki komputerowych obliczeń zgodne z tą zasadą podane są w pracy w tym rozdziale jako FLEX-A. Gwałtowna zmiana warunku brzegowego na brzegu obszaru wypływu wywołuje silne zaburzenia lokalnej wartości całki, a zwiększanie dokładności obliczeń prowadzi do rozrastania się rozwiązywanego układu równań metodą elementów skończonych. Jedną z cech metody elementów skończonych jest dobra zbieżność rozwiązania globalnego pomimo lokalnych błędów. Tym samym efektywność obliczeń można zdecydowanie podnieść, korzystając z prostej zasady dopływ=wypływ i całkując zadanie po przeciwległym brzegu obszaru. Brak lokalnych zaburzeń (brak zmian warunku brzegowego) przy jednoczesnej dobrej globalnej zbieżności rozwiązania prowadzi do znacznie dokładniejszych wyników przy takim samym nakładzie pracy procesora. W pracy wyniki obliczeń zgodne z tą zasadą podane są jako FLEX-B. Jeszcze dokładniejsze rozwiązanie wartości strumienia można uzyskać, obliczając średnią z wartości po objętości obszaru.

10.2. Wyniki obliczeń modelu FLEX PDE wraz z analizą porównawczą z wynikami modelu MES

Obliczenia komputerowe programem FLEX PDE wykonane zostały dla porównania z obliczeniami programem MES omówionymi w rozdziałach 7–9. Realizowane obliczenia według obu programów obejmowały niektóre warianty założeń badań modelowych uwzględniające takie same warunki brzegowe.

10.2.1. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez jeden otwór

Komputerowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych filtracji w strefie wypływu przez jeden otwór obejmowały warianty d7-d12, d13-d18, d19-d24 oraz d25-d30 przy spadku hydraulicznym I = 0,0167 oraz 0,0333. Wyniki obliczeń przedstawiają wykresy na rysunkach 10.1–10.4 uwzględniające stopień dokładności obliczeń A (MES-A, FLEX-A) oraz stopień dokładności B (MES-B, FLEX-B). Krzywe potęgowe przy $R^2 \cong 1$, opisujące rozkład punktów (wyników obliczeń) o postaci $V_{z\,sr\,prz}/k = f(\alpha)$, układają się w poszczególnych spadkach hydraulicznych w kolejności od wyższych wartości $V_{z\,sr}/k$ odpowiednio: FLEX-B, MES-B, FLEX-A, MES-A. Wszystkie obliczenia komputerowe programem MES i omówione w rozdziałach 7–9 wykonane zostały w stopniu dokładności B (MES-B). Obliczenia porównawcze wykazują, że krzywe MES-B układają się pomiędzy krzywymi FLEX-B i FLEX-A.



Rys. 10.1. Relacja $V_{z \, sr}/k = f(\alpha)$ dla d7 – d12 Fig. 10.1. Relation $V_{z \, sr}/k = f(\alpha)$ for d7 – d12



Rys. 10.2. Relacja $V_{zsr}/k = f(\alpha)$ dla d13 – d18 Fig. 10.2. Relation $V_{zsr}/k = f(\alpha)$ for d13 – d18



Rys. 10.3. Relacja $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ dla d19 – d24 Fig. 10.3. Relation $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ for d19 – d24



Rys. 10.4. Relacja $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ dla d25 – d30 Fig. 10.4. Relation $V_{z,sr}/k = f(\alpha)$ for d25 – d30



Rys. 10.5. Relacja $V_{z \pm s'}/k_{FLEX-B} = f(V_{z \pm s'}/k_{MES-B})$ Fig. 10.5. Relation $V_{z \pm s'}/k_{FLEX-B} = f(V_{z \pm s'}/k_{MES-B})$

Relacje liniowe $V_{z,sr}/k_{FLEX-B} = f(V_{z,sr}/k_{MES-B})$ przy $R^2 \cong 1$ podane na rysunku 10.5, w badanych wariantów różniacych się wielkością otworów wypływu, przyjmują postać od $V_{z,sr}/k_{FLEX-B} = 1,2151 \cdot V_{z,sr}/k_{MES-B}$ do $V_{z,sr}/k_{FLEX-B} = 1,1112 \cdot V_{z,sr}/k_{MES-B}$. Z relacji tych wynika, że wyliczone wartości $V_{z,sr}/k$ programem FLEX-B są o ok. 15% wyższe od wartości wyliczonych programem MES-B. Różnica ta jednak w mniejszym stopniu rzutuje na wyniki obliczeń na podstawie relacji z programu MES-B, gdyż wielkości hydrodynamiczne obliczane były na tym samym modelu (w układzie 2D i 3D), a następnie zostały opracowane i zamieszczone w pracy wzory opisujące relacje między nimi.

10.2.2. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez kilka (N) otworów

Podobnie do obliczeń komputerowych filtracji programem MES-B, które posłużyły do analizy warunków hydrodynamicznych w analizowanej przestrzeni gruntowej przy wypływie przez kilka (N = 1-9) otworów, omówionych w rozdziale 7.2, wykonano obliczenia porównawcze programem FLEX-B. Wielowariantowe obliczenia programem FLEX-B dotyczyły zmiennej liczby otworów N = 1-48, przy czym sumaryczna powierzchnia otworów wypływu dla schematów b – i była równa powierzchni otworu pojedynczego (N = 1) podanego na schemacie a. Schematy a – i otworów wypływu w modelu przedstawia rysunek 10.6.



Rys. 10.6. Schematy otworów wypływu w modelu FLEX PDE – widok z góry Fig. 10.6. Schemes of outflow hole in model FLEX PDE – top view



Rys. 10.7. Relacja Q/k = f(N)Fig. 10.7. Relation Q/k = f(N)



Rys. 10.8. Relacja $\Delta Q/k = f(\Delta N)$ Fig. 10.8. Relation $\Delta Q/k = f(\Delta N)$



Rys. 10.9. Relacja $V_{z \, sr \, prz}/k = f(N)$ Fig. 10.9. Relation $V_{z \, sr \, prz}/k = f(N)$



Rys. 10.10. Relacja $V_{z \, sr \, prz}/k = f(\Delta N)$ Fig. 10.10. Relation $V_{z \, sr \, prz}/k = f(\Delta N)$

Uzyskane wyniki obliczeń programem FLEX-B przedstawione na rysunkach 10.7–10.10 pozwoliły na ustalenie równań o postaci:

•
$$Q/k = 0.0765 \cdot I \cdot N^{0.0425}$$
 (10.1)
dla: $1 \le N \le 48$
 $0.0017 \le I \le 0.2667$

• $\Delta Q/k = 0,0097 \cdot I \cdot (\Delta N)^{0.1523}$ (10.2) dla: $1 \le \Delta N = (N-1) \le 47$ $0,0017 \le I \le 0,2667$

•
$$V_{z, \text{ fr } prz} / \mathbf{k} = 2,3558 \cdot I \cdot N^{0,0425}$$
 (10.3)
dla: $1 \le N \le 48$
 $0.0017 \le I \le 0.2667$

•
$$\Delta V_{z, \delta r, prz} / k = 0,2973 \cdot I \cdot (\Delta N)^{0,1523}$$

dla: $1 \le \Delta N = (N-1) \le 47$
 $0,0017 \le I \le 0,2667$
(10.4)

Ocena warunków hydrodynamicznych pola filtracji przy zmiennej liczbie otworów wypływu na podstawie tych równań (FLEX-B) jest zbieżna z oceną w oparciu o równania podane w rozdziale 7.2 (MES-B). Równania te pozwalają w praktyce inżynierskiej, na etapie opracowania projektu, przyjąć taki schemat otworów wypływu, który zapewniłby bezpieczne warunki wypływu nienaruszające równowagi ośrodka gruntowego. Na obiektach hydrotechnicznych w sytuacjach awaryjnych można, na podstawie tych wzorów, ocenić jakie zaistniały warunki hydrodynamiczne, a w związku z tym podjąć odpowiednie środki techniczne w celu wyeliminowania tego niekorzystnego działania sił filtracji.

10.2.3. Warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez dwa otwory

Obliczenia komputerowe filtracji programem FLEX-B wykonane zostały dla 5 wariantów różniących się powierzchnią i kształtem dwóch otworów podanych na schematach rysunku 10.11a-e, przy różnych wartościach spadku hydraulicznego $0,0017 \le I \le 0,2667$.



E – top view



Rys. 10.12. Relacja $Q/k = f(F_n/F_1)$ Fig. 10.12. Relation $Q/k = f(F_n/F_1)$



Rys. 10.13. Relacja $V_{z \, sr \, prz}/k = f(F_n/F_l)$ Fig. 10.13. Relation $V_{z \, sr \, prz}/k = f(F_n/F_l)$

Wyniki obliczeń, z potęgowymi liniami trendu przy $R^2 = 1$ dla relacji $Q/k = f(F_n/F_1)$ i $V_{z \le r pr z}/k = f(F_n/F_1)$ przedstawiają odpowiednio rysunki 10.12 oraz 10.13. Na podstawie tych wyników ustalono ogólne równania, przy 0,1111 $\le F_n/F_1 \le 1,0$,

o postaci:

• $Q/k = 0.0811 \cdot I \cdot (F_{\mu}/F_{J})^{0.164}$ (10.5)dla: $0,0017 \le I \le 0,2667$

•
$$V_{z \, sr \, prz}/k = 2,4974 \cdot I \cdot (F_n/F_l)^{-0.836}$$
 (10.6)

dla: $0,0017 \le I \le 0,2667$

Ze wzrostem sumarycznej powierzchni dwóch otworów rośnie wartość natężenia wypływu zgodnie z równaniem $Q/k = 0,0811 \cdot I \cdot (F_n/F_1)^{0.164}$, natomiast wartość składowej pio-nowej prędkości wypływu maleje w myśl równania $V_{z\,sr\,prz}/k = 2,4974 \cdot I \cdot (F_n/F_1)^{0.836}$.

11. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Matematyczny MES i fizyczny (gruntowy) model filtracji przestrzennej – wypływ przez jeden otwór

- Komputerowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych na przestrzennym modelu matematycznym MES pozwoliły na ustalenie relacji, jaka zachodzi między tymi wielkościami określonymi w takich samych uwarunkowaniach hydrogeologicznych w układzie płaskim i przestrzennym.
- W układzie przestrzennym wartości wielkości hydrodynamicznych w strefie wypływu
 przez modelowy otwór, stanowiący symulację otworu (dziury) przebicia hydraulicznego
 w terenie przy określonych warunkach brzegowych, zależą od wielkości otworu (powierzchni) oraz jego kształtu.
- Relację między składową pionową średniej prędkości filtracji (przy wypływie z otworu) w układzie płaskim i przestrzennym, ustaloną w oparciu o obliczenia na przestrzennym modelu matematycznym, opisuje równanie (7.1) o postaci:

$$V_{z \, sr \, prz} / k = 3,4531 \alpha^{-0,4096} \cdot V_{z \, sr \, pl} / k - 2,8946 \cdot I$$

dla: $0,1 \le \alpha \le 10,0$

0,0017 ≤ *I* ≤ 0,2667

- Dla *I*/ $V_{z sr pl}/k = 1/10$, przy $\alpha = 11,08$ $V_{z sr prz}/k \cong V_{z sr pl}/k$, natomiast dla $V_{z sr pl}/k = 1/20$, $V_{z sr prz}/k \cong V_{z sr pl}/k$ przy $\alpha = 14,82$. Oznacza to, że istnieją wartości współczynnika kształtu otworu α , powyżej których dopływ do urządzeń odwadniających (np. nieciągłych rowów lub wykopów budowlanych) można rozpatrywać w przekrojach płaskich prostopadłych do dłuższego wymiaru urządzeń.
- Istotną wielkością hydrodynamiczną z uwagi na równowagę ośrodka gruntowego w strefie wypływu przez otwór w układzie przestrzennym jest składowa pionowa maksymalnej prędkości filtracji, którą można obliczyć z równania (7.2) o postaci:

$$V_{z \max prz}/k = 4,9191 \cdot I \cdot ln (V_{z \le prz}/k) + 6,4012 \cdot I^{0,722}$$

dla: $0,0017 \le I \le 0,2667$

której wartość powinna spełniać warunek:

 $V_{z \max prz} / k \le i_{kryt}$ $V_{z \max prz} / k \le i_{kryt} / \gamma_n - w$ praktyce inżynierskiej

• Obliczenia i badania wielkości hydrodynamicznych filtracji na przestrzennym modelu matematycznym i gruntowym realizowane były w zakresie stosowalności prawa Darcy'ego. Warunek ten dla strefy wypływu przez otwór opisuje równanie (7.3) o postaci:

$$V_{z \max prz}/k = 8,1223 \cdot I \cdot ln (V_{z \le r prz}/k) + 9,8325 \cdot I^{0,7198}$$

dla: $0.0017 \le I \le 0.2667$

 $V_{max \, prz} / k \ge V_{z \, \acute{sr} \, prz} / k$

na podstawie którego obliczona wartość prędkości maksymalnej powinna spełniać zależność:

 $V_{max prz} / k \le i_{dop. (pr. Darcy)}$ Porównawcze obliczenia i badania wielkości hydrodynamicznych filtracji na odpowiadających sobie przestrzennych modelach matematycznym i gruntowym wykazały zadowalającą zbieżność porównywanych wartości.

Matematyczny model filtracji przestrzennej MES – wypływ przez kilka (N) otworów

- Zabezpieczenia ośrodka gruntowego przed niekorzystnym oddziaływaniem filtracji, po-• przez zastosowanie betonowych płyt "ażurowych", wymagają znajomości warunków hydrodynamicznych przestrzeni gruntowej w strefie wypływu przez otwory, czemu służa wyniki badań zawarte w pracy.
- Na podstawie wyników badań wartości hydrodynamicznych filtracji na przestrzennym • modelu matematycznym ustalono równanie (7.4) o postaci:

$$V_{z \, \delta r \, prz}/k \, (N) = V_{z \, \delta r \, prz}/k \, (N = 1) + 0.0707 \cdot I \, (\Delta N)^{0.572}$$

dla: 1,0 $\leq N \leq 9$,0; $\Delta N = N - 1$
0,0017 $\leq I \leq 0.2667$
przy
 $V_{max \, prz}/k \leq i_{kryt}$
 $V_{z \, max \, prz}/k \leq i_{kryt} / \gamma_n - w \text{ praktyce inżynierskiej}$
oraz $V_{max \, prz}/k \leq i_{dop. (pr. Darcy)}$

pozwalające na obliczenie przy znanej wartości dla jednego otworu $V_{z\,sr\,prz}/k$ (N = 1), wartości hydrodynamicznych (prędkości, spadków i natężenia wypływu) decydujących o warunkach filtracji przy N liczbie otworów płyty.

Matematyczny model filtracji płaskiej (dwuwymiarowej) w pionie z transformacją przestrzenną

Trudność budowy dokładnych modeli przestrzennych do obliczeń filtracji dla dużych ٠ obszarów stwarza potrzebę obliczeń na modelach dwuwymiarowych z możliwością transformacji przestrzennej wyników, zaproponowana w rozdziale 9 pracy, dla najistotniejszych cześci obszaru, w których moga wystapić niekorzystne warunki filtracji obniżajace bezpieczeństwo budowli.

- Wyniki obliczeń wielkości hydrodynamicznych filtracji przez podłoże wału na dwuwymiarowym modelu matematycznym, jako dane wyjściowe do transformacji przestrzennej, pozwoliły na ustalenie wpływu niektórych elementów przekroju,
 - przesłony przeciwfiltracyjnej o zmiennej głębokości,
 - wykopu w międzywalu o zmiennej szerokości i zmiennym kontakcie hydraulicznym z warstwą wodonośną,
 - poziomu piętrzenia w międzywalu, na warunki filtracji w podłożu.
- Transformacja przestrzenna wyników badań uzyskanych z modelu dwuwymiarowego zaproponowana w rozdziale 9 podaje tok postępowania na etapie projektowania, stwarzający możliwość przyjęcia, ze względu na bezpieczeństwo budowli hydrotechnicznych, optymalnych rozwiązań urządzeń odwadniających, jak również miejsc poboru gruntu z międzywala do celów modernizacji.

Matematyczny model filtracji przestrzennej FLEX PDE i analiza porównawcza z wynikami badań modelu MES – warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez jeden otwór

 Analiza porównawcza wyników obliczeń matematycznych MES-B i FLEX-B w rozdz. 10.2.1 wykazuje, że wyliczone wartości hydrodynamiczne programem FLEX-B są o ok. 15% wyższe od wartości uzyskanych z modelu MES-B.

Różnica ta jednak w mniejszym stopniu rzutuje na wyniki relacji uzyskanych z programu MES-B, gdyż wielkości hydrodynamiczne obliczone były w układzie 2D i 3D, a następnie opracowane zostały wzory opisujące relacje między nimi. Na kanwie wykonanej analizy porównawczej można wnioskować, że relacje opracowane w oparciu o program MES-B są poprawne i możliwe do wykorzystywania w pracach naukowych, a w szczególności w praktyce inżynierskiej.

Matematyczny model filtracji przestrzennej FLEX PDE i analiza porównawcza z wynikami badań modelu MES – warunki hydrodynamiczne przy wypływie przez kilka (N) otworów

• Porównawcze wielowariantowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych filtracji, przy wypływie przez kilka otworów o stałej sumarycznej powierzchni, programem FLEX-B dla *N* = 1–48 omówione w rozdz. 10.2.2, wykazały zbieżności z wynikami obliczeń programem MES-B wykonanych dla *N* = 1–9. Pozwoliły na ustalenie wzoru (10.3) wg FLEX-B o postaci:

 $V_{z \, sr \, prz} / k = 2,3558 \cdot I \cdot N^{0,0425}$ dla: $1 \le N \le 48$ $0,0017 \le I \le 0,2667$ • Na podstawie wyników obliczeń programem FLEX-B podanych w rozdz. 10.2.2.1, uwzględniających dwa otwory wypływu o zmiennej sumarycznej ich powierzchni, ustalono wzory (10.5 i 10.6) dotyczące natężenia i prędkości wypływu o postaci:

 $Q/k = 0.0811 \cdot I \cdot (F_n/F_1)^{0.164}$ dla: $0.0017 \le I \le 0.2667$ oraz

 $V_{z \, sr \, prz} / k = 2,4974 \cdot I \cdot (F_n / F_l)^{-0.836}$

dla: $0,0017 \le I \le 0,2667$

Uzyskane zależności wykazują, że ze wzrostem sumarycznej powierzchni dwóch otworów wartość składowej pionowej prędkości wypływu maleje, co oznacza poprawę warunków hydrodynamicznych filtracji w strefie wypływu przez otwory.

Przeprowadzone badania pozwalają również na sformułowanie następujących wniosków:

- Badania geotechniczne gruntów oraz uwarunkowań hydrogeologicznych budowli ziemnych powinny pozwolić na ustalenie charakteru filtracji (swobodna, naporowa) oraz przyjęcie reprezentatywnych przekrojów do obliczeń filtracji płaskiej. Następnie podniesienie stopnia dokładności tych obliczeń (w strefach gdzie jest to szczególnie istotne) poprzez symulację przestrzennego charakteru filtracji. Na takie uwzględnienie rzeczywistego przebiegu filtracji mogą pozwolić równania opisujące wyniki badań objętych pracą.
- 2. W przypadku hydrotechnicznych budowli ziemnych najczęściej możliwość przekroczenia spadków krytycznych w gruncie występuje przy otwartych urządzeniach odwadniających, stąd potrzeba bardzo dokładnego obliczenia parametrów hydrodynamicznych filtracji przestrzennej w tych obszarach, gdzie ona głównie może zaistnieć.
- 3. W badaniach modelowych, na dokładne określenie wielkości hydrodynamicznych filtracji przestrzennej pozwolił opracowany matematyczny model MES oraz porównawczo zastosowany model FLEX PDE.
- 4. Możliwość zagęszczenia siatki dyskretyzacyjnej, zwiększająca dokładność odwzorowania i obliczeń, stanowi istotną zaletę zastosowanych modeli matematycznych, które wyróżniają je spośród innych numerycznych metod rozwiązywania równań różniczkowych.
- 5. Analiza warunków równowagi ośrodka gruntowego budowlanych wykopów ziemnych bazuje na dokładnym rozpoznaniu parametrów hydrodynamicznych filtracji w podłożu. Natężenie dopływu do wykopu można obliczyć na podstawie dostępnych w literaturze wzorów na dopływ do rowu (wykopu ciągłego) lub obliczeń matematycznych na modelu płaskim. W przypadku wykopów punktowych o znanych wymiarach istnieje dodatkowo możliwość uwzględnienia przestrzennego (rzeczywistego) charakteru filtracji poprzez zastosowanie relacji podanych w rozdz. 7.
- 6. Obliczenia parametrów hydrodynamicznych rzeczywistej filtracji przy wykorzystaniu podanych w pracy wzorów pozwalają na zaprojektowanie elementów konstrukcyjnych obiektu budowlanego eliminujących możliwość zaistnienia niekorzystnych warunków filtracji wody w gruncie, które mogą prowadzić do sytuacji awaryjnych.

- 7. Modernizacja (nadbudowa) wałów przeciwpowodziowych stwarza zapotrzebowanie na miejscowy grunt spoisty, który na ogół pobierany jest z warstwy mady międzywala. Pogarsza to warunki hydrodynamiczne filtracji w strefie dopływu do urządzeń odwadniających wał. Na stopień pogorszenia tych warunków można oddziaływać poprzez dodatkowe elementy konstrukcyjne wału oraz sterowanie powierzchnią, kształtem i rozmieszczeniem miejsc poboru gruntu (wykopów) według relacji podanych w rozdz. 9.
- 8. W sytuacjach awarii filtracyjnych budowli ziemnych istnieje potrzeba zastosowania dodatkowych urządzeń konstrukcyjnych (np. betonowych płyt ażurowych) poprawiających warunki filtracji, do czego konieczne jest rozpoznanie zaistniałych warunków hydrodynamicznych. Na takie rozpoznanie pozwalają dokładne obliczenia wielkości hydrodynamicznych na podstawie wzorów podanych w rozdz. 8 i 10.
- 9. Zastosowane, w myśl wyników wykonanych badań, zmiany umocnień dna i skarp urządzeń odwadniających (rowu opaskowego) zapory ziemnej zbiornika wodnego w Kobylej Górze wyeliminowały niekorzystne zjawisko filtracyjne. Jest to praktyczne potwierdzenie poprawności modelowych wyników obliczeń.
- 10. Wieloletnie doświadczenie praktyczne w zakresie bezpiecznej eksploatacji ziemnych budowli hydrotechnicznych podyktowało potrzebę wykonania omówionych w pracy badań. Stanowić one mogą dodatek – uzupełnienie zakresu badań filtracji objętych najnowszą tematyczną literaturą krajową i zagraniczną.
12. PIŚMIENNICTWO

- 1. Ali A., Rajukumar G., 2004: The bonduary Element Method. Applications in Sound and Vibration. A. A. Balkema Pub., Tokyo.
- 2. Bagiński R., 1970: Próba określenia parametrów filtracji pod budowlą piętrzącą na podstawie badań modelowych. Materiały badawcze IGW, Tom IV, z. 1.
- Balawejder A., Chalfen M., Kowalski J., Molski T., 2003: Wpływ elementów uszczelniających na warunki filtracji na przykładzie polderu Kotowice. Konferencja Naukowa. Wybrane Problemy Inżynierii Środowiska. Inst. Inż. Środ. AR Wrocław.
- 4. Balawejder A., Chalfen M., Molski T., 2003: Analiza warunków filtracji swobodnej i stateczności wału ziemnego, zabezpieczającego przed powodzią miasto Bytom Odrzański. IV Konferencja Naukowo-Techniczna nt. Inżynieria Wojskowa – współdziałanie z układem pozamilitarnym w sytuacjach kryzysowych, Wrocław.
- Balawejder A., Chalfen M., Molski T., 2003: Warunki filtracji naporowej w podłożu wału ziemnego, stanowiącego zabezpieczenie przed powodzią miasta Bytom Odrzański. IV Konferencja Naukowo-Techniczna nt. Inżynieria Wojskowa – współdziałanie z układem pozamilitarnym w sytuacjach kryzysowych, Wrocław.
- Balawejder A., Chalfen M., Molski T., Surowiecki A., 2007: The stability of hydro technical embankments under various seepage conditions. Communications nr 1 Zilinska Univerzita. Slovakia.
- Balawejder A., Janiak Zb., Molski T., Orzeszyna H., 2000: Analiza hydraulicznych warunków dopływu do urządzeń odwadniających wału przeciwpowodziowego. Zesz. Nauk. AR Wroc. 385, Inż. Środ. XI, 23–40.
- Balawejder A., Kowalski J., Molski T., Orzeszyna H. 2000: Wpływ uszczelnień zapory i czaszy zbiornika na przesiąki. Zesz. Nauk AR. Wroc. 385, Inż. Środ. XI, 11–21.
- Balawejder A., Molski T., Orzeszyna H., 1999: Poprawa stateczności wału przeciwpowodziowego poprzez zmianę warunków filtracji. Zesz. Nauk. AR Wroc., Konf. 23, 231–239.
- Balawejder A., Molski T., Parylak K., 2002: Problemy stateczności obwałowań nadpoziomowego kanału derywacyjnego elektrowni w Dychowie. Zesz. Nauk. AR Wroc. 437, Konf. XXXV, 9–19.
- 11. Banaś K., 2006: Metoda Elementów Skończonych. Seminarium BIT CM UJ. Instytut Modelowania Komputerowego. Politechnika Krakowska.
- 12. Bear J., 1972: Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier, New York.
- Bieniewski J., Jarodzki L., 1975: Przestrzenny charakter ruchu wód podziemnych i problemy jego modelowania. Materiały III Konferencji Modelowanie Zagadnień Brzegowych, Jabłonna.

- Blanc G., Baradat Y., Lagarde A., 1973: Utilisation de modeles mathematiques multidimensionneles pour l'etude des ecoulemer dans les diques et barrages en terre. La Houille Blanche No 5/6.
- 15. Bloman P., 1976: Uplift reduction in the bedrock of Nechranice Dam. ICOLD, Mexico, Q 45, R 43.
- 16. Bock R.W., Daehn W.W., 1976: Uplift pressures and seepage conditions at Helena Valley Dam. ICOLD, Mexico, Q 45, R 6.
- 17. Boczarski St., Garlikowski D., Molski T., Parylak K., 2002: Problemy eksploatacyjne starych budowli hydrotechnicznych na przykładzie obwałowań kanału derywacyjnego i zbiornika wyrównawczego elektrowni w Dychowie. Zesz. Nauk. AR, 437.
- 18. Borys M., Mosiej K., 2003: Wytyczne wykonywania ocen stanu technicznego i bezpieczeństwa wałów przeciwpowodziowych. Wydawnictwo IMUZ. Falenty.
- 19. Brebbia C.A., Connor I.I., 1977: Finite element techniques for fluid flow, London Boston.
- 20. Brenner S. C., Scott L.R., 1994: The Mathematical Theory of Finite Element Methods. Springer, New York.
- 21. Busch K.F., Luckner L., 1972: Geohydraulik. VEB Deutscher Verlag für Grundstaffindustrie, Leipzig.
- Chalfen M., 1990: Matematyczny model nieustalonego ruchu wód podziemnych z uwzględnieniem obiektów melioracyjnych oraz ujęć wody. Zesz. Nauk. AR Wroc., Melior. XXXVI, 192, 25–38.
- 23. Chalfen M., 2003: Opis programu FIZ Filtracja i Zanieczyszczenia. XXXIII Seminarium Zastosowań Matematyki w Kobylej Górze. AR Wrocław.
- 24. Chalfen M., Kowalski J., Molski T., 1990: Niektóre problemy badania wpływu filtracji na stateczność nasypu hydrotechnicznego i podłoża. XX Seminarium Zastosowań Matematyki w Kobylej Górze. AR Wrocław.
- 25. Chalfen M., Kowalski J., Molski T., 2005: Skuteczność rozwiązań technicznych chroniących tereny przyległe do stopni wodnych na przykładzie rejonu Malczyc. Woda-Środowisko-Obszary Wiejskie. Instytut Melioracji i Użytków Zielonych w Falentach.
- 26. Chalfen M., Dąbrowska J., Molski T., 2008: Filtracja wody przez nowy i modernizowany wał przeciwpowodziowy Odry w Kozanowie. Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich. Kraków.
- 27. Chalfen M., Molski T., 1997: Badanie sił filtracji na przestrzennym modelu matematycznym, XXVII Seminarium Zastosowań Matematyki w Kobylej Górze. AR Wrocław.
- Chalfen M., Molski T., 2001: Analiza sił filtracji na modelu przestrzennym model empiryczny i matematyczny, XXXI Seminarium Zastosowań Matematyki w Kobylej Górze. AR Wrocław.
- Chalfen M., Molski T., 2007: Wpływ przesłony przeciwfiltracyjnej na warunki filtracji ziemnych budowli hydrotechnicznych. XXX Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu i Geoinżynierii. Geotechnika w Budownictwie i Górnictwie. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
- Chalfen M., Molski T., 2008: Wpływ parametrów ekranu gruntowego na warunki filtracji w ziemnych budowlach hydrotechnicznych. Górnictwo i geoinżynieria z. 2. AGH, Kraków.
- 31. Ciałkowski M.I., Magnucki K., 1982: Zarys metody elementów skończonych. Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań.

- 32. Corda R., 1970: Localisation et Controle des Circulation d'Eau dans la fondation, la dique et les appuis du barrages de Kruth-Wildenstein. ICOLD, Montreal, Q 37, R 45.
- 33. Coxon R.E. Crook D.E., 1976: Some simple approches to leakage detection in dams. ICOLD, Mexico, Q 45, R 30.
- 34. Czamara A., Kowalski J., Molski T., 2005. Hydrogeologia inżynierska z podstawami gruntoznawstwa. AR Wrocław.
- Czyżewski K., Wolski W., Wójcicki S., Żbikowski A., 1973: Zapory ziemne. Arkady, Warszawa.
- 36. Dąbkowski L., Skibiński J., Żbikowski A., 1982: Hydrauliczne podstawy projektów wodno-melioracyjnych. PWRiL, Warszawa.
- 37. Dembski B., Katkowska B., 1973: Badanie przepływu w spękanych masywach skalnych na modelach sieciowych. Prace IBW-PAN (uzupełnienie 32 zeszyty Rozpraw Hydrotechnicznych).
- Dembski B., Piwecki T., 1975: Modelowanie numeryczne filtracji w dwuwarstwowym układzie o dużej różnicy przepuszczalności. Materiały III Konferencji Modelowania Zagadnień Brzegowych. Jabłonna.
- 39. Deprez J., 1971: Solution mathematique de la filtration dans les barrages poids et leur fondation rocheuse. Memoires C.E.R.E.S. Universite de Liege, No 35 juliet.
- 40. Desai C.S., 1975: Finite Element Methods for Flow in Porous Media, Finite Elements in Fluid Vol. 1, Viscus Flow and Hydrodynamics. John Wiley and Sons.
- 41. Dłużewski J.M., 1997: Hydrogeo Program elementów skończonych dla geotechniki, hydrotechniki i inżynierii środowiska. Oficyna Wydawnicza PW. Warszawa.
- 42. Dmitruk S., Suchnicka H., 1976: Geotechniczne zabezpieczenie wydobycia. Wyd. Politechniki Wrocławskiej. Wrocław.
- Dubicki A., Słota H., 1999: Dorzecze Odry. Monografia powodzi lipiec 1997. IMGW. Warszawa.
- 44. Dubois H., Hrabowski W., Ryżak R., 1977: Badania zapory w Koronowie dla potrzeb jej rekonstrukcji. Gospodarka Wodna 9/1977.
- 45. Dunglas I. Loudiere D., 1973: Nouvelle conception des drains dans les barrages en terre homogene de petite et moyenne dimention. La Houille Blanche No 5/6.
- 46. Dvoraczek I. i inni, 1976: Methods used for the determination of origin and interconnection of seepage on dams in Czechoslovakia. ICOLD, Mexico, Q 45, R 42.
- Dziewański I., Kunstman A., Sękiewicz J., Urbańczyk K., Wilk J., 1975: Badania metodami numerycznymi i analogowymi przepływu wód w metamorficznych i szczelinowatych skałach. Gospodarka Wodna 12/1975.
- 48. Fell R., 1996: Estimating the probability of failure of embankment dams under normal operating conditions, Repair and upgrading of dams. Stockholm.
- Fidler K., 1984: O awariach niewielkich budowli wodnych, Gospodarka Wodna nr 10/1984.
- 50. Finlayson B.A., 1975: Wighted Residual Methods and their Relativ to Finite Element Method in Flow Problems, Finite Element in Fluid – Vol. 2. Mathematical Foundation, Aerodynamics an Lubrication, John Wiley and Sons.
- Fiszer J., 1980: Zastosowanie metody elementów skończonych do obliczania przepływów wód podziemnych, Matematyczne modelowanie ujęć wody podziemnej. PWN, Warszawa-Łódź.

- 52. Flisowski J. i inni, 1986: Prognozowanie wpływu piętrzenia rzek na wody podziemne i obliczanie systemów odwadniających. Poradnik Polit. Krakowskiej.
- 53. Flisowski J., Wieczysty A., 1979: Analogowe, dyskretne modelowanie ujęć wody podziemnej. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa.
- 54. Fujinawa K., 1977: Finite Element analysis of groundwater flow in multi-aquifer systems II. A quasi three-dimensional flow model. Journal of Hydrology vol 33 n 1/2 i 3/4 1977.
- 55. Fürstenberg A. i inni, 1975: Przykłady zastosowania metody elementów skończonych w obliczeniach budowli ziemnych. Materiały Konferencji Naukowej Instytutu Melioracji i Użytków Zielonych, Falenty.
- 56. Fürstenberg A., Król P., Szymański A., 1981: Badania kontrolne zapory czołowej zbiornika Zemborzyce. Materiały I Konferencji Technicznej Kontroli Zapór. Warszawa.
- 57. Garbulewski K., Szymański A., Wapiński G., 1984. Badania przyczyn uszkodzeń małych ziemnych budowli piętrzących, Gospodarka Wodna nr 10/1984.
- Garlikowski D., Janiak Zb., Kowalski J., Orzeszyna H., 2002: Czy wały przeciwpowodziowe chronią tereny przed zalaniem. Zesz. Nauk. AR Wroc., 437, Konf. XXXV, 107–119.
- 59. Garlikowski D., Molski T., Parylak K., 2002: Rozpoznanie rodzaju i stanu gruntów korpusu starych budowli ziemnych na przykładzie obwałowań kanału derywacyjnego zakładów energetycznych w Dychowie. Zesz. Nauk. AR Wroc. 437.
- 60. Garlikowski D., Orzeszyna H., 2002: Doraźne zabezpieczenie uszkodzeń filtracyjnych. Zesz. Nauk. AR Wroc. 437, Konf. XXXV, 255–265.
- 61. Geotechnical engineering, 1999: principles and practices/Donald P. Coduto. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458.
- 62. Geotechnika w hydrotechnice i budownictwie lądowym, 2006: Monografia wydana z okazji 50-lecia pracy naukowej Profesora Wojciecha Wolskiego. SGGW Warszawa.
- 63. Graul L., Kögl M., Wagner M., 2003: Boundary Element Methods for Engineers and Scientists. An Introductory Course with Advanced Topics. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg.
- 64. Groupe de travail du Comite Francais des Grands Barrages, 1976: Infiltration dans les barrages d'Electricite de France, constation, interpretation et traitement. ICOLD, Mexico, Q 45, R 20.
- Gryczmański M., Fedorowicz L., Fedorowicz J., Cińcio A., 1996: Analiza stanu podłoża oraz konstrukcji w przypadku zmiany warunków gruntowo-wodnych w rejonach eksploatacji górniczej. Mat. Konf. Nauk.-Techn. Awarie Budowlane, Szczecin Międzyzdroje.
- 66. Izbicki R.I., Kozubal I., Batog A., 2003: Uogólniony warunek stanu granicznego dla gruntów nienasyconych. Geotechnika w Budownictwie i Górnictwie, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- 67. Jacewicz A., Sowiński F., 1980: Rekonstrukcja zapory w Koronowie. Informator Projektanta CBSiPBW "Hydroprojekt" 4/1980.
- Janiak Z., Kowalski J., Mazji St., Molski T., 1986: Filtracja w podłożu wałów przeciwpowodziowych z uwzględnieniem systemów odwadniających na zawalu. Zesz. Nauk. AR Wroc. 159, Melior. XXIX, 31–36

- Kembłowski M., 1980: Identyfikacja wodoprzepuszczalności za pomocą metody elementów skończonych w t. Matematyczne modelowanie ujęć wody podziemnej. PWN, Warszawa-Łódź.
- 70. Kinzelbach W., 1986: Groundwater modelling. Elsevier.
- Kleczkowski A.S., 1980: W setną rocznicę sformułowania przez Smrekera krytycznej oceny fundamentalnego prawa ruchu wód podziemnych Darcy'ego – Dupuit'a – Thiema. Archiwum Hydrotechniki. 2/1980.
- 72. Klimiuk W., Popielski P., Stasierski J., 2006: Wpływ warunków brzegowych na wyniki modelowania filtracji. Monografia nt. Geotechnika w hydrotechnice i budownictwie lądowym. SGGW, Warszawa.
- 73. Kordas B., 1971: Laboratoryjne badanie zakresu stosowalności prawa Darcy'ego. Archiwum Hydrotechniki 1/1971.
- Koślacz R., Dziedzic P., 1999: Poradnik projektowania obwałowań rzecznych tłumaczenie. Tytuł oryginału: Guide for the Design of River Volume – Upper River Area. IMS Sp. z o.o. Wrocław.
- 75. Kowalski J., 2007: Hydrogeologia z podstawami geologii. Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu, Wrocław.
- Kowalski J., Janiak Z., Mazij S., Molski T., 1983: Badania modelowe przepływu filtracyjnego w podłożu wałów przeciwpowodziowych z uwzględnieniem systemów odwadniających. Materiały Letniej Szkoły Budownictwa Wodno-Melioracyjnego i Rolniczego. Lubiatów.
- Kowalski J., Molski T., Olejczyk Z., 1976: Niektóre zagadnienia pomiarowe badań filtracji metodą analogii elektrodynamicznej na modelach elektrolitycznych. Archiwum Hydrotechniki 3/1976.
- 78. Kowalski J., Molski T., Serafin St., 2003: Bezpieczeństwo eksploatacji małych zbiorników wodnych na przykładzie zbiornika w Kobylej Górze. Konferencja Naukowa. Wybrane Problemy Inżynierii Środowiska. Inst. Inż. Środ. AR Wrocław.
- 79. Kowalski S.J., 2004: Inżynieria materiałów porowatych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.
- 80. Król P., 1982: Przestrzenny strumień filtracji w zaporach ziemnych na przykładzie zapór w Dębem i Koronowie (praca doktorska). SGGW AR. Warszawa.
- Król P. i inni, 1981: Badania uszkodzeń zapory ziemnej stopnia Dębe spowodowanych przejściem fali powodziowej. Materiały I Konferencji Technicznej Kontroli Zapór, Warszawa.
- Krzywicki A., 1975: Jednolite ujęcia dwuwymiarowej, niestacjonarnej filtracji naporowej i beznaporowej. Materiały III Konferencji "Modelowanie zagadnień brzegowych", Jabłonna.
- 83. Kulma R., 1995: Podstawy obliczeń filtracji wód podziemnych, Wyd. AGH. Kraków.
- 84. Lambe T.W., Whitman R.V., 1978: Mechanika gruntów (tłumaczenie z angielskiego). Arkady, cz. II.
- 85. Leone J.M. i inni, 1979: A note on the accuracy of Gauss Legendre quadrature in the Finite element method (short communications). International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol 14.
- 86. Londe P., 1981: Wnioski z katastrof zapór ziemnych. Gospodarka Wodna 7-8/1981.
- 87. Loudiere D., 1978: Barrage en terre et informatique. Genie Rural 8-9/1978.
- 88. Luckner L., Szestakov W.M., 1975: Simulation der Geofiltration, Leipzig Moskwa.

- Maione U., 1973: A new method to study steady unconfined flow through porous media. La Houille Blanche 5–6/1973.
- 90. Makowski J., 1970: Radiometryczne badania terenowe przebiegu filtracji przez podłoże zapór wodnych w Polsce. Rozprawy hydrotechniczne 27/1970.
- 91. Małysziew L.I., 1979: Modelirowanije filtracji pri nieliniejnom zakonie dwiżienija. Gidrotiechniczieskoje Stroitielstwo 2/1979.
- 92. McDonald M., G., Harbaugh A., W., 1988: A modular threedemensional finite-difference groundwater flow model. U. S. Geological Survey, Washington.
- Michalak I., 2003: Modele pojęciowe hydrogeologicznych danych geoprzestrzennych – podstawy metodyczne. Biuletyn PIG, Hydrogeologia, z. V (rozprawa habilitacyjna), Warszawa.
- 94. Mikucki Z., Hrabowski W., 1976: Analyse des phenomenes d'infiltration dans le Barrage de Koronowo. ICOLD, Mexico. Q 45, R. 53.
- Mioduszewski W. 1980: Modelowanie ujęć wód podziemnych za pomocą metody różnic skończonych dla asymetrycznej siatki, Matematyczne modelowanie ujęć wody podziemnej (praca zbiorowa). PWN, Warszawa-Łódź.
- 96. Mioduszewski W., 1989: Regulowanie zwierciadła wód gruntowych w dolinach małych rzek nizinnych. PWRiL, Warszawa.
- 97. Mioduszewski W., Król P., 1976: Research and observation of filtration phenomenens in the earth dam. Int. Symp. of Flow th. Por. Med. vol 3. Kiev.
- 98. Mioduszewski W., Michałowski H., Król P., 1976: Solution of Seepage in zaned earth dams by finite elements. Int. Symp. of Flow th. Por. Med. vol 3. Kiev.
- 99. Mioduszewski W., Panas St., 1975: Zastosowanie metody elementów skończonych do obliczeń filtracji przez zapory ziemne. Gospodarka Wodna 3/1975.
- 100. Mioduszewski W., Wolski W., 1975: Przebicia hydrauliczne w podłożu zapór ziemnych. Materiały Konferencji Naukowej Instytutu Melioracji i Użytków Zielonych, Falenty.
- 101. Młynarek J., Rembeza L., Wosiewicz B., 1976: Obliczanie filtracji pod budowlami piętrzącymi metodą elementów skończonych. Gospodarka Wodna 2/1976.
- 102. Molski T., 1984: Zastosowanie metody analogii elektrohydrodynamicznej do określenia zasobów eksploatacyjnych infiltracyjnego ujęcia wód podziemnych. Zesz. Nauk. AR Wroc. Melior. XXVI (nr 147), 129–142 (skrót pracy doktorskiej).
- 103. Molski T., Parylak K., 2002: Ocena wodoprzepuszczalności gruntów obwałowań kanału derywacyjnego Krzywaniec – Dychów w aspekcie filtracyjnej stateczności nasypów. Zesz. Nauk. AR Wroc. 437, Konf. XXXV, 243–253.
- 104. Moryl A., Molski T., Kiwacz T., 2001: Wykorzystanie materiałów z przeróbki odpadów budowlanych do odbudowy wałów przeciwpowodziowych rzek Odry i Ślęzy. Zesz. Nauk. AR. Wroc., 413, Inż. Środ. XII, 89–103.
- 105. Mosiej K., Reczek J., Wolski W., 1970: Zakres i metoda sprawdzania jakości wykonania wałów przeciwpowodziowych. Biuletyn Informacyjny Melioracje Rolne 5/1970.
- 106. Nawalany M., 1984: Wody podziemne w ujęciu teorii systemów dynamicznych. Wyd. Polit. Warszawskiej z 86/1984.
- 107. Neuman S.P., 1975: Galerkin Approach to Saturated Unsaturated Flow in Porous Media, Finite Elements in Fluid – Vol. 1, Viscus Flow and Hydrodynamisc, John Wiley and Sons.
- 108. Popielski P., 2006: Numeryczny model zjawiska sufozji. Monografia nt. Geotechnika w hydrotechnice i budownictwie lądowym. SGGW, Warszawa.

- 109. Pazdro Z., 1977: Hydrogeologia ogólna. WG, Warszawa.
- 110. Peter P., 1976: Changes of seepage and uplift in 15 Czechoslovac dams during the operation period. ICOLD, Mexico. Q 45, R 41.
- 111. Peter P., 2000: Kanały i wały przeciwpowodziowe. Instytut Inżynierii Cywilnej. Politechnika w Bratysławie.
- 112. Philip L.F., Ligget J.A., 1979: Boundary Solutions to Two Problems in Porous Media. Journal of the Hydraulies Division ASCE vol 105, No HY3, March 1979.
- 113. Pisarczyk St., 2001: Gruntoznawstwo inżynierskie. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa.
- 114. Połubarinowa-Koczina I.P., 1942: O filtracji w anizotropiom grunte. Prikt. Mat. I Mech, 4,2, 101–104.
- 115. Praca zbiorowa, 1980: Zastosowanie metody elementów skończonych w geotechnice (pod red. W. Wolskiego). Ossolineum.
- 116. Praca zbiorowa pod red. S. Turka, 1971: Poradnik hydrogeologa. Wydawnictwa Geologiczne. Warszawa.
- 117. Praca zbiorowa, 1982: Wały przeciwpowodziowe wytyczne instruktażowe projektowania. Melioracje Rolne. Biuletyn Informacyjny nr 2–3/1982. Warszawa.
- 118. Proceedings of the Conference held at the Institution of Civil Engineers. Clay fills. 1979. The Institution of Civil Engineers. London.
- 119. Reinhard A., 1992: Ruch wody glebowej i gruntowej w strefach saturacji i aeracji wywołanych działaniem drenu w różnych warunkach atmosferycznych. Zesz. Nauk. AR Wroc. Rozpr. Nr 103.
- 120. Rembeza L., 1970: Przestrzenna filtracja przez dno zbiornika wodnego. Gospodarka Wodna 11/1970.
- 121. Rembeza L., 1980: Obliczenia i badania analogowe filtracji w budownictwie wodnomelioracyjnym. Skrypt AR Poznań.
- 122. Ruiz H.D. i inni, 1976: Studies and correction of seepage through the abutments and foundation of Saracuruna (Rio de Janeiro, Brasil). ICOLD, Mexico, Q 45, R 49.
- 123. Rushton K.R., Redshaw S.C., 1979: Seepage and Groundwater Flow, Numerical Analisis by Analog and Digital Methods. John Wiley and Sons.
- 124. Sobczak J., 1975: Zapory z materiałów miejscowych. PWN, Warszawa.
- 125. Sobota J., 2003: Hydraulika i mechanika płynów. Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu.
- 126. Sowiński F., 1979: Zbiorniki Zapory Koszyce Wióry Koronowo Rzymówka. Informator projektanta. CBSiPBW Hydroprojekt 3/1979.
- 127. Sroka Z., Walczak Z., Wosiewicz J., 2004: Analiza ustalonych przepływów wód gruntowych metodą elementów skończonych. Wydawnictwo Akademii Rolniczej im. Augusta Cieszkowskiego w Poznaniu. Poznań.
- 128. Staśko S., Gurwin I., 2004: Modelowanie przepływu wód podziemnych. Acta Univ. Wratislaviensis. Hydrogeologia. Wydawnictwa Uniwersytetu Wrocławskiego. Wrocław.
- 129. Sterpejkowicz-Wersocki W., 2007: Kryteria oceny stabilności strefy kontaktowej gruntfiltr syntetyczny w warunkach zmiennych stanów wód. Praca doktorska. Politechnika Gdańska. Gdańsk.
- Strzelecki T., 1996: Proces przepływu filtracyjnego przez ośrodki niejednorodne, DWE, Wrocław.

- 131. Strzelecki T., Kostecki S., 2006: Analiza rozwiązania analitycznego przepływu przez groblę ziemną. Sympozjum Hydrotechnika VIII/2006. Śląska Rada Naczelnej Organizacji Technicznej FSNT w Katowicach, Ustroń.
- 132. Strzelecki T., Kostecki St., Żak St., 2008: Modelowanie przepływów przez ośrodki porowate. Monografia. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne. Wrocław.
- 133. Szulczewski W., 2003: Modelowanie migracji zanieczyszczeń w nienasyconych gruntach i glebach. Zesz. Nauk. AR Wroc. Rozpr. CCI nr 466, Wrocław.
- 134. Szymkiewicz R., 2003: Metody numeryczne w inżynierii wodnej. Wydawnictwo PG. Gdańsk.
- 135. Warcholak P., Tonder J., 1998: Wyrwy w wałach przeciwpowodziowych na zielonogórskim odcinku Odry w 1997 r., Gospodarka Wodna nr 12/1998.
- 136. Weiterbildendes Studium Hydrologie Wasserwirtschaft. 1991. Grundwasser. Universität Hannover.
- 137. Wieczysty A., 1982: Hydrogeologia inżynierska. PWN, Warszawa.
- 138. Wiłun Z., 1982: Zarys geotechniki. WKiŁ, Warszawa.
- 139. Wojczakowska Z., Kowalski P., 2007: Trójwymiarowy model przepływu filtracyjnego. XXX Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu i Geoinżynierii. Geotechnika w Budownictwie i Górnictwie. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
- 140. Wolski W. i inni, 1981: Wykorzystanie metody elementów skończonych do oceny stanu zapór ziemnych. Materiały I Konferencji Technicznej Kontroli Zapór. Warszawa.
- 141. Wolski W., Fürstenberg A., Lipiński M., 1999: Czy można było przewidzieć awarię skarpy przy elektrowni wodnej Dychów. Gospodarka Wodna Nr 8/1999.
- 142. Wolski W., Król P., Rusaczonek A., 1982: PR-7. 02.03.01. Opracowanie efektywnych metod oceny stanu technicznego wałów przeciwpowodziowych. Etap I, Tom III Analiza ważniejszych przyczyn awarii wałów przeciwpowodziowych w Polsce, Katedra Geotechniki SGGW AR Warszawa.
- 143. Wołkow J.A., 1976: O matematiczieskom modelirowanii prociesow niestacjonarnoj filtracji w trieszczinowato poristych sriedach. Int. Symp. of Flow th. Por. Med. Kiev, vol. 2.
- 144. Wołoszyn J., Czamara Wł., Eliasiewicz R., Krężel J., 1994: Regulacja rzek i potoków. Wyd. AR Wrocław.
- 145. Wosiewicz B., 1979: Bezpośrednia metoda wyprowadzania równań metody elementów skończonych dla problemów filtracji ustalonej. Archiwum Hydrotechniki 4/1979.
- 146. Wosiewicz B., 1979: O możliwości stosowania techniki superelementów w obliczeniach filtracji ustalonej. Archiwum Hydrotechniki 3/1979.
- 147. Wosiewicz B., 1986: Analiza zagadnień filtracji ustalonej z nieliniowymi równaniami konstytutywnymi. Roczniki AR w Poznaniu, Rozpr. Nauk. 162.
- 148. Wosiewicz B., Sroka Z., 1992: Komputerowe obliczenia filtracji dla budownictwa wodno-melioracyjnego, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- 149. Zheng C.: MT3D⁹⁹. 1998: A Modular Three-Dimensional Model for Simulation of Advection, Dispersion and Chemical Reactions of Contaminants in Groundwater Systems. User's Guide, S.S. Papadopulos & Associates, Inc., Bethseda, Maryland.
- 150. Zienkiewicz O.C., R. L. Taylor, P. Nithiarasu, 2005: Finite element methods for fluid dynamics, Elsevier.
- 151. Żak S., 2003: Właściwości hydrogeologiczne skał wzajemne relacje, Współczesne Problemy Hydrogeologii, t. II, cz. I, Gdańsk.

- 152. Żak S., Ossowski J., 1995: Wpływ ciśnienia spływowego na właściwości gruntów spoistych. Współczesne Problemy Hydrogeologii, Kraków-Krynica.
- 153. Żbikowski A., Żelazo J., 1993: Ochrona środowiska w budownictwie wodnym. Materiały informacyjne. Ministerstwo Ochrony Środowiska Zasobów Naturalnych i Leśnictwa. Warszawa.

Materiały niepublikowane, rozporządzenia i normy

- 154. Kowalski J., Janiak Z., Orzeszyna H., 1998: Wały przeciwpowodziowe Program Odra 2006, Instytut Inżynierii Środowiska AR, Wrocław (maszynopis).
- 155. Kowalski J., Molski T., 1987–2006: Badania stosunków wodno-gruntowych oraz odkształceń zapory ziemnej zbiornika wodnego w Kobylej Górze, IBWiZ aktualnie IIŚr. UP we Wrocławiu (maszynopisy).
- 156. Molski T., Parylak K., 1997: Badania geotechniczne i analizy warunków stateczności obwałowań kanału derywacyjnego i zbiornika wyrównawczego zakładów energetycznych w Dychowie. Instytut Inżynierii Środowiska. AR Wrocław.
- 157. Polska norma PN-86/B-02480. Grunty budowlane. Określenia, symbole, podział i opis gruntów.
- 158. Polska norma PN-88/B-04481. Grunty budowlane. Badania próbek gruntu.
- 159. Program matematyczny FLEX PDE opis. Instytut Geotechniki i Hydrotechniki. PWr. we Wrocławiu. Wrocław 2008.
- 160. Rozporządzenie Ministra Ochrony Środowiska, Zasobów Naturalnych i Leśnictwa z dn. 20.12.1996 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać obiekty budowlane gospodarki wodnej i ich usytuowanie – Dz. U. Nr 21/1997, p. 111.
- 161. Projekt rozporządzenia Ministra Środowiska z grudnia 2002 r. w sprawie warunków technicznych użytkowania urządzeń wodnych.

INFLUENCE OF THE PRESSURED FILTRATION CONDITIONS ON STABILITY OF THE GROUND HYDROENGINEERING STRUCTURES AND SUBSOIL

Summary

For the assurance stability of the ground hydroengineering buildings (structures), as well as safe realization of different kind destination of ground cut, it is indispensable to base real filtration conditions of these objects.

Passing over the spatial character of the filtration steam on the prognostic stage of searches, abate safety of object and endager (create dander).

On the base of computer results of calculation filtrations parameters, and comparative reserches on the phisical model, has been consolidated relations beetwen spatial and flat hydrodynamic pressured filtration, determined under the same hydrogeologic conditions.

These relations let to consolidate the real value of hydrodinamic filtrations made on flat models, by passing over in the most important areas, real spatial character of filtration.

KEY WORDS: ground (soil) hydroengineering structure, flat filtration, spatial filtration, mathematical model, ground (soil) model

WPŁYW WARUNKÓW FILTRACJI NAPOROWEJ NA STATECZNOŚĆ ZIEMNYCH BUDOWLI HYDROTECHNICZNYCH I PODŁOŻA

Streszczenie

Dla zapewnienia trwałości ziemnych budowli hydrotechnicznych oraz bezpiecznej realizacji wykopów ziemnych różnego przeznaczenia niezbędne jest ustalenie rzeczywistych warunków filtracji towarzyszących tym obiektom. Nieuwzględnienie przestrzennego charakteru strumienia filtracji na etapie badań prognostycznych przy projektowaniu obniża bezpieczeństwo obiektu, stwarza niebezpieczeństwo. Na podstawie wyników komputerowych obliczeń parametrów filtracji oraz badań porównawczych na modelu fizycznym (gruntowym) ustalone zostały relacje pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi filtracji naporowej przestrzennej i płaskiej, określonymi na tych samych modelach warunków hydrogeologicznych. Związki te pozwalają na urealnienie wartości hydrodynamicznych filtracji określonych na modelach płaskich, poprzez uwzględnienie w najistotniejszych obszarach rzeczywistego przestrzennego charakteru filtracji.

SŁOWA KLUCZOWE: ziemna budowla hydrotechniczna, filtracja płaska, filtracja przestrzenna, model matematyczny, model gruntowy