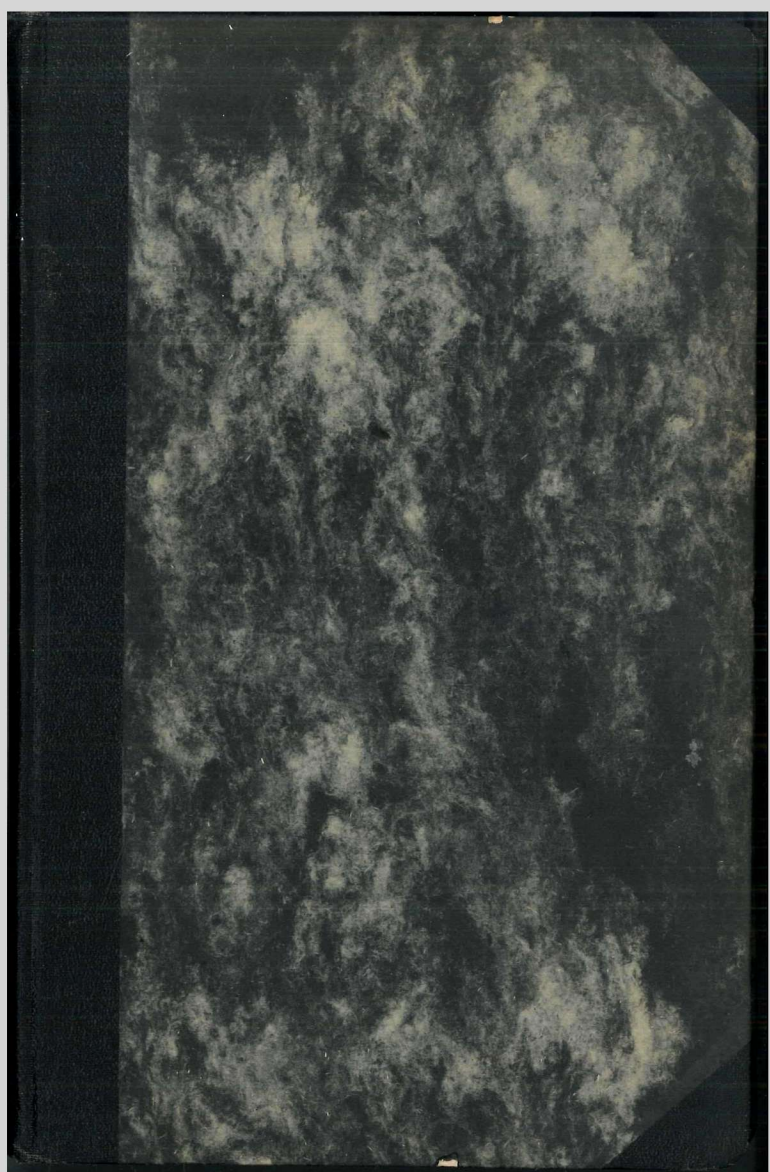




Dolnośląska Biblioteka Pedagogiczna
we Wrocławiu



WRO0160752

2159
B. CHODOWICKI

Rs. nab. 1595

RYSUNEK ZAWODOWY

DLA I KLASY SZKÓŁ STOLARSKICH

1466

CENA WRAZ ZE ZNACZKIEM
NA TOWARZYSTWO POPIERANIA BUDOWY
PUBLICZNYCH SZKÓŁ POWSZECHNYCH
WYNOSI zł 2,10



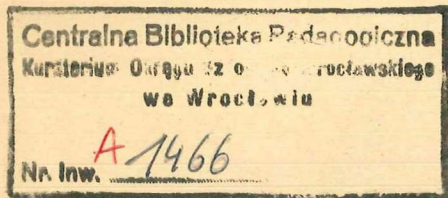
KSIĄŻNICA - A T L A S

S. A. ZJEDNOCH. ZAKŁADY KARTOGR. I WYDAWN. T. N. S. W.

LWÓW — WARSZAWA

1938

Podręcznik zatwierdzony do użytku szkolnego
pismem Ministerstwa W. R. i O. P. z 4 czerwca 1938
nr III PU — 194/37.



Dolnośląska Biblioteka Pedagogiczna
we Wrocławiu



WRO0160752

2924

Zakłady Graficzne Ski Akc. Książnica-Atlas we Lwowie.

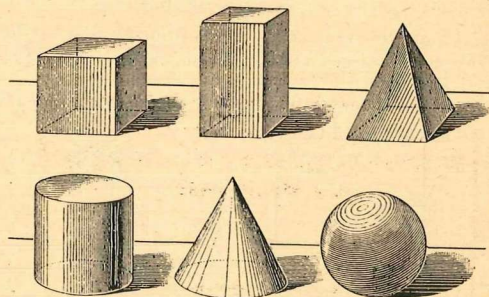
A. Rysunek geometryczny

Rozdział I

I. Wstępne wiadomości o bryłach, powierzchniach, liniach i punktach

Bryły geometryczne

1. Geometria zajmuje się kształtem i wielkością brył.
Najprostszy bryłami są: *sześcian, graniastostup, ostrosłup, walec, stożek i kula* (rys. 1).
Nazywamy je zwykle *bryłami geometrycznymi*.



Rys. 1.

Zauważ: Przedmioty techniczne, jak maszyny, ich części, narzędzia itp., składają się zwykle z brył geometrycznych.

Wskaż w otoczeniu przedmioty, które mają kształty brył geometrycznych!

Wskaż części maszyn, znajdujących się w pracowni, które mają kształt stożka, walca, kuli, graniastostupa, ostrosłupa!

Jakie bryły geometryczne spostrzegasz na twoich narzędziach?

* Zaopatrzyć się w modele tych brył!

Powierzchnie krzywe, powierzchnia płaska

2. Bryły są ograniczone *powierzchniami*.

Powierzchnia kuli, pobocznicę walca, pobocznicę stożka, jest *powierzchnią krzywą*.

Którakolwiek ściana sześcianu, graniastopuła, ostrostopuła jest *powierzchnią płaską*, krótko *plaszczyną*.

Zauważ, że do powierzchni płaskiej przylega brzeg liniału we wszystkich kierunkach!

Przekonaj się, czy płyta stołu, ściana, rysownica są dokładnie płaskie!

Linie krzywe, linia prosta

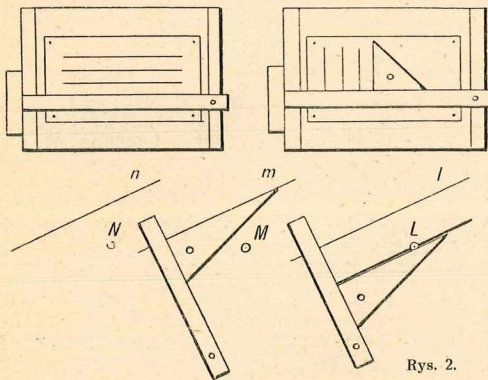
3. Powierzchnię dzielimy lub ograniczamy jej część za pomocą *linii*.

Taką linię, jak brzeg liniału, krawędź sześcianu, graniastopuła czy ostrostopuła, nazywamy *linią prostą*, krótko *prostą*.

Złóż we dwoje kartkę papieru, a następnie rozłóż ją na płaszczyźnie stołu. Powstanie na papierze rysa, która jest *linią prostą*.

Linie, które stanowią granicę pobocznicę walca, pobocznicę stożka, jakąkolwiek linię narysowaną na powierzchni kuli — nazywamy *liniami krzywymi*.

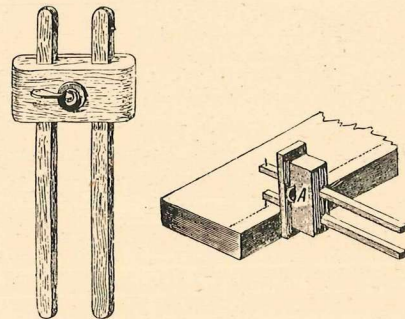
Uwagi: 1) *Linie prostą* kreślimy przy pomocy brzegu liniału, ekierki lub przykładnicy (rys. 2).



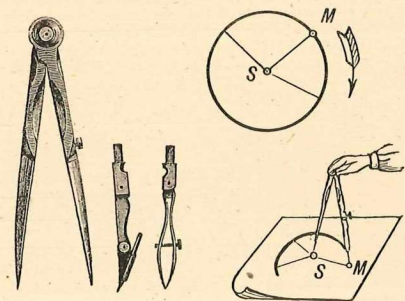
Rys. 2.

2) *Linie prostą* równoległą do brzegu deski zaznaczamy przy pomocy przyrządu zwanego *znacznikiem* (rys. 3) lub *rysidle*.

3) Spomiędzy linii krzywych najwięcej zastosowania w rysunkach warsztatowych ma *linia kołowa* (okrąg koła). Kreślimy ją przy pomocy *cyrkla* (rys. 3 a).



Rys. 3.



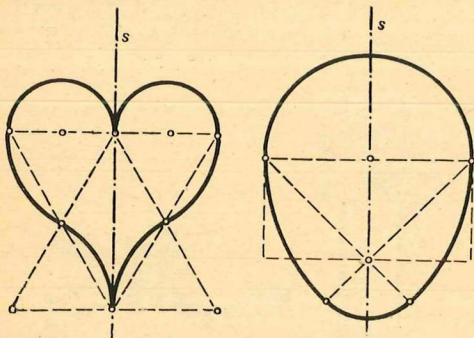
Rys. 3 a.

Inne linie krzywe, występujące na tych rysunkach, staramy się wykreślić przy pomocy łuków różnych kół, jak to widzimy na rys. 4.

Przerysuj te figury w powiększeniu!

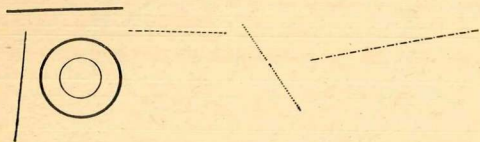
4) Tak rysunki geometryczne, jak rysunki stolarskie do użytku warsztatowego, wykonywamy przeważnie „w ołówku”. Wtedy linie pomo-

cze i konstrukcyjne kreślmy jako linie pełne, lecz cienkie, linie zaś znalezione (wypadkowe) i konturowe jako linie pełne, lecz grube.



Rys. 4.

Często utrwalamy powyższe rysunki tuszem przy pomocy *grafionu* (rys. 3 a, 78), wyciągając linie pomocnicze i konstrukcyjne — jako linie kreskowane lub kropkowane, linie zaś znalezione i konturowe jako linie pełne, lecz grube (rys. 4 a).



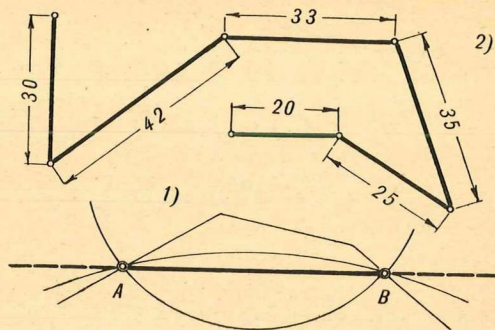
Rys. 4 a.

Punkt, łuk, odcinek

4. Linie dzielimy lub ograniczamy jej części za pomocą punktów.

Część linii krzywej, ograniczoną dwoma punktami, nazywamy *łukiem* (rys. 4); część linii prostej, ograniczoną dwoma punktami, nazywamy *odcinkiem* (rys. 5—2).

Linie, złożoną z odcinków nie leżących na jednej prostej, nazywamy *linią łamaną* (rys. 5—2).



Rys. 5.

Zauważ: Odcinek jest najkrótszą odległością jego punktów końcowych.

Należy to tak rozumieć: Od jednego końca odcinka do drugiego możemy zejść różnymi drogami, które mogą być liniami krzywymi lub łamanymi: jedna tylko droga prowadzi po linii prostej i ta jest najkrótsza.

Tę najkrótszą odległość punktów końcowych odcinka nazywamy jego *długością*.

Jednostki długości

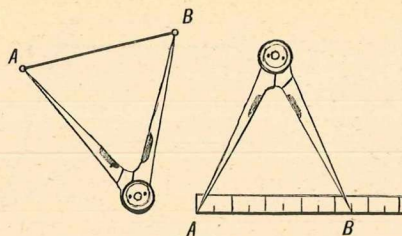
5. Długość odcinka mierzymy długością takiego odcinka, który przyjmujemy za *jednostkę długości*.

Liczbę, która wykazuje, ile razy jednostka długości mieści się w danym odcinku, nazywamy jego *liczbą wymiarową*, krótko *wymiarem*, *cechą* lub z j. francuskiego *kotą*.

Zapamiętaj: Na rysunkach warsztatowych *wymiary odcinków* podajemy zwykle w centymetrach lub milimetrach i wpisujemy je obok odcinków tak, jak widzisz na rys. 5—2).

Jednostki długości są umieszczone na *przyrządach mierniczych* zwanych *miarkami*.

Jedną z takich miarek widzisz na rysunku 6, który podaje sposób, jak przenosi się odcinek za pomocą cyrkla na miarkę, aby zmierzyć jego długość.



Rys. 6.

Opisz ten sposób i zmierz nim kilka odcinków z otoczenia!

Podaj na oko, a następnie sprawdź miarką długość: a) struga, b) stołu, c) podłogi, d) wysokości ściany itp.

II. O kątach płaskich

Określenie kąta

6. Dwie proste, które wychodzą z jednego punktu, ograniczają część płaszczyzny, którą nazywamy *kątem płaskim*, krótko *kątem* (rys. 7).

Proste nazywamy *ramionami kąta*; punkt, w którym przecinają się ramiona, *wierzchołkiem kąta*.

Zamiast słowa „kąt” piszemy często znak: $\sphericalangle$

Do oznaczenia kąta na rysunku używamy:

1) albo jednej litery małego alfabetu, którą umieszczamy na polu kąta, pisząc np.: $\sphericalangle m$;

2) albo trzech liter dużego alfabetu, pisząc: $\sphericalangle AWB$, a więc tak zawsze, aby litera, którą oznaczyliśmy wierzchołek, była pośrodku dwóch innych liter.

Kąt pełny, półpełny, prosty, wypukły, wklęsły

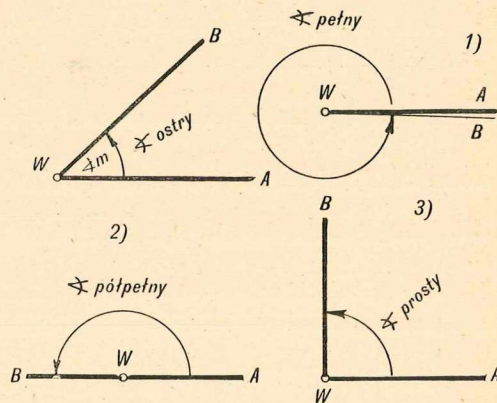
7. Wielkość kąta zależy od rozchylenia jego ramion.

Trzymając ramię WA w stałym położeniu, obracamy ramię WB około wierzchołka W (rys. 7).

a) Gdy ramię WB wykona pełny obrót, to znaczy gdy zacznie obrót od położenia ramienia WA i obróci się tak, że znowu zejdzie się z położeniem WA , to kąt odpowiadający temu obrotowi nazywa się *pełnym* (rys. 7—1).

Jeżeli ramię WB wykona tylko połowę pełnego obrotu i zajmie położenie, które jest przedłużeniem poza wierzchołek ramienia WA , powstanie *kąt półpełny* (rys. 7—2).

Kąty



Rys. 7.

Połowę kąta półpełnego nazywamy *kątem prostym* (rys. 7—3), w stolarstwie bardzo często *węglem*.

Uwaga: Jeżeli brzeg kartki papieru jest linią prostą, oznacz końce tego brzegu literami A i B (rys. 7).

Złóż następnie tak kartkę, aby punkty A i B nakryły się. Otrzymasz na papierze rys, która dokładnie połowi kąt półpełny na dwie równe części, a więc na dwa kąty proste.

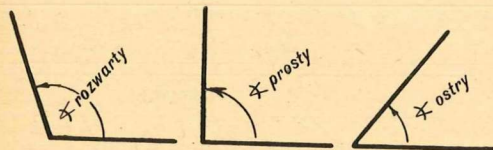
b) Kąt mniejszy od kąta prostego nazywamy *ostrym*, większy *rozwartym* (rys. 8).

Wszystkie te trzy rodzaje kątów noszą wspólną nazwę *kątów wypukłych*.

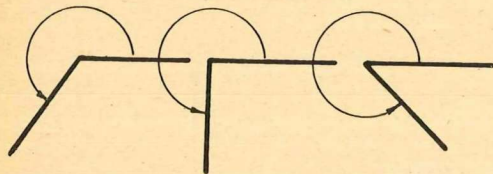
Kąty wypukłe poznajemy po tym, że są mniejsze od kąta półpełnego.

Kąty większe od półpełnego nazywamy wklęsłymi (rys. 8).

Kąty wypukłe



Kąty wklęsłe



Rys. 8.

Określenie jednostki do mierzenia kątów Kątomierz

8. Na rys. 9 zakreślono z wierzchołka W kąta prostego dowolnym promieniem koło, a łuk jego $\overline{AB}$, zawarty między ramionami, podzielono na dziewięćdziesiąt równych części.

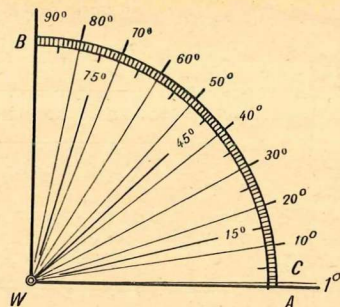
Jedną taką część łuku $\overline{AB}$ nazywamy *stopniem łukowym* i oznaczamy 1° .

Uwaga: Na rysunku 9 mamy: $1^\circ = \widehat{AC}$.

Jeżeli punkty podziału łuku $\overline{AB}$ połączymy liniami prostymi z wierzchołkiem W , to podzielił one kąt prosty na 90 równych kątów ostrych, które nazywamy *stopniami kątowymi*.

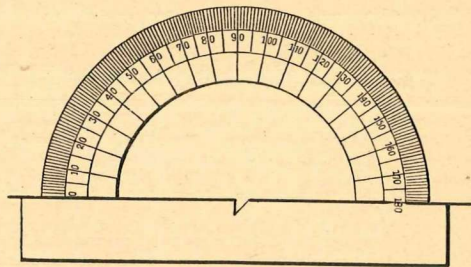
Uwaga: Na rysunku 9 mamy $1 \text{ stopień kątowy} = \angle AWC$.

Zapamiętaj: Do mierzenia kątów używamy stopni łukowych, które nazywamy krótko stopniami.



Rys. 9.

Stopnie te zaznaczono kreskami na półkolistej płytce (z kartonu, drzewa lub blachy), którą nazywamy *kątomierzem* (rys. 10).



Rys. 10.

Ile stopni ma kąt pełny, a ile półpełny?

Jak nazywamy kąt, który ma mniej niż 90° ?

Np. 5° , 15° , 30° , 45° , 75° , 89° ?

Jak nazywamy kąt, który ma więcej niż 90° ?

Np. 91° , 121° , 170° ?

Jak nazywamy kąt, który ma więcej niż 180° ?

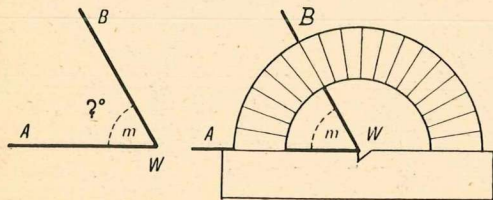
Np. 181° , 200° , 300° , 359° ?

(Porównaj rys. 8).

Mierzenie kątów przy pomocy kątomierza

9. Mamy zmierzyć przy pomocy kątomierza wielkość danego kąta $m = \sphericalangle AWB$ (rys. 11).

Przykładamy podstawę kątomierza tak do jednego z ramion kąta, aby jej środek nakrył się z wierzchołkiem kąta. Drugie ra-



Rys. 11.

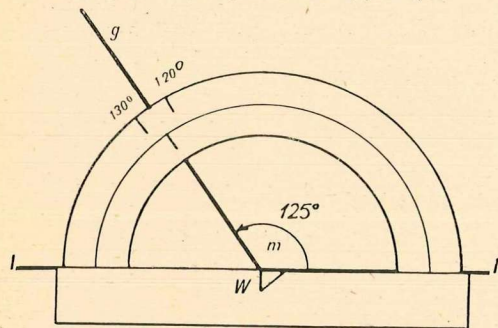
mie wskazuje na tarczy kątomierza ilość stopni jako liczbę wymiarową danego kąta.

Wykreśl dowolny kąt 1) ostry, 2) rozwarty, 3) wklęsły i zmierz jego wielkość!

Budowa kąta przy pomocy kątomierza

10. Na odwrót przy pomocy kątomierza rozwiążemy z łatwością następujące zadanie:

Zbudować przy prostej l kąt $m = 125^\circ$ (rys. 12).



Rys. 12.

Przykładamy podstawę kątomierza tak do prostej l , aby jej środek padł na dowolny punkt W tej prostej. Jednym ramieniem budowanego kąta jest prosta l , drugim prosta g , która łączy punkt W z kreską na tarczy kątomierza, przechodzącą przez liczbę 125° .

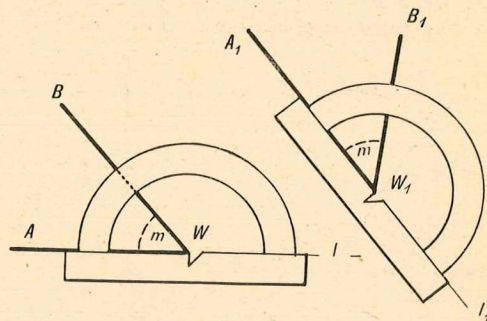
Na rys. 12 zbudowano kąt 125° przy prostej l powyżej tak, że jego pole rozciąga się na prawo. Rozwiąż to zadanie tak, aby pole kąta rozciągało się: 1) powyżej l na lewo, 2) poniżej l na prawo, 3) poniżej l na lewo!

Wykreśl na oko, a następnie sprawdź przy pomocy kątomierza:

- 1) kąty ostre: $10^\circ, 20^\circ, 35^\circ, 48^\circ, 75^\circ, 90^\circ!$
- 2) kąty rozwarte: $100^\circ, 130^\circ, 150^\circ, 170^\circ!$
- 3) kąty wklęsłe: $190^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 300^\circ!$

Przenoszenie kąta przy pomocy kątomierza

11. Rozwiązać przy pomocy kątomierza następujące zadanie:
Dany kąt $AWB = \sphericalangle m$ przenieść w inne położenie (rys. 13).



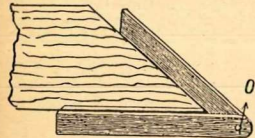
Rys. 13.

Wskazówka: Najpierw mierzysz dany kąt kątomierzem, jak w art. 9, następnie budujesz ten kąt w innym położeniu, jak w art. 10.

Przyjmij kilka kątów a) ostrych, b) rozwartych, c) wklęsłych i przenieś je przy pomocy kątomierza raz w inne położenie w zeszyte, drugi raz na tablicę!

Przyjmij kilka kątów na tablicy i przenieś je tym sposobem w inne położenie na tablicy, do zeszytu!

Uwagi. 1) W praktyce stolarskiej przenosi się kąt ostry przy pomocy *węgielnicy skośnej* (rys. 13 a), która jest połączeniem dwóch listewek za pomocą osi O .



Rys. 13 a.

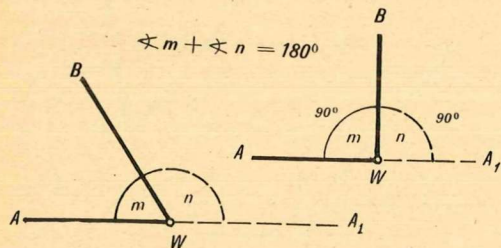
Chcąc przenieść przy pomocy węgielnicy skośnej np. kąt między dwiema krawędziami m i n ukośnie uciętej deski, przykładamy do tych krawędzi wewnętrzne brzegi węgielnicy, a po utrwaleniu listewek odrysowujemy $\sphericalangle(m, n)$ w innym

położeniu, czy to na desce, czy na papierze rysunkowym.

2) w stolarstwie nazywają kąt 45° *uciosem*, zaś inny kąt ostry *ukosem*.

Kąty przyległe

12. Na rys. 14 przyjęliśmy dowolny kąt $AWB = \sphericalangle m$ — i przedłużyliśmy jedno jego ramię AW poza wierzchołek. Przedłużenie to utworzyło z drugim ramieniem kąt $A_1WB = \sphericalangle n$.



Rys. 14.

Takie dwa kąty, jak $\sphericalangle m$ i $\sphericalangle n$, które mają jedno ramię wspólne, a pozostałe ramiona tworzą linię prostą, nazywamy *przyległymi*.

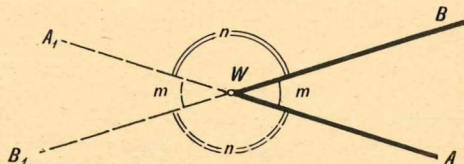
Z rysunku poznajemy, że kąty przyległe tworzą razem kąt półpełny. A zatem: *Suma kątów przyległych wynosi 180° .*

Jeżeli więc jeden z kątów przyległych jest ostry, to jakim musi być drugi?

Jeden z kątów przyległych ma 20° , 45° , 50° , 90° , 150° ; ile stopni ma drugi?

Kąty wierzchołkowe

13. Na rysunku 15 przedłużono poza wierzchołek oba ramiona przyjętego kąta $AWB = \sphericalangle m$. Przedłużenia te utworzyły kąt A_1WB_1 , który jest równy kątowi AWB .



Rys. 15.

Przekonaj się o tym przez wycięcie jednego z nich i nałożenie na drugi!

Przez zmierzenie obu kątów kątomierzem!

Kąty AWB i A_1WB_1 nazywamy *wierzchołkowymi*.

Poznaliśmy zatem, że:

Kąty wierzchołkowe są sobie równe.

Z tej własności korzystamy często w praktyce — i zamiast mierzyć kąt AWB , mierzymy jego kąt wierzchołkowy A_1WB_1 .

Zauważ na rys. 15, że przy wierzchołku W powstała wskutek przedłużenia ramion kąta AWB jeszcze jedna para kątów wierzchołkowych: A_1WB i AWB_1 !

Jeżeli kąt AWB jest ostry, to jakimi kątami są kąty A_1WB i AWB_1 ? Przyjmij kąt rozwarty 135° i dorysuj do niego wszystkie kąty wierzchołkowe! Ile wynosi kąt ostry drugiej pary kątów wierzchołkowych?

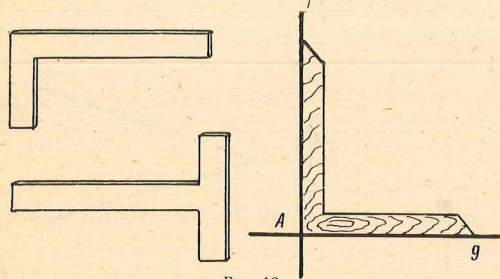
Budowa kątów, które są wielokrotnościami kąta 15°

14. W praktyce warsztatowej ma się najczęściej do czynienia z kątami:

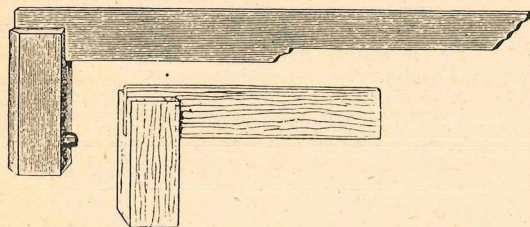
$$\left. \begin{array}{l} 90^\circ = 6 \cdot 15^\circ \\ 60^\circ = 4 \cdot 15^\circ \\ 45^\circ = 3 \cdot 15^\circ \\ 30^\circ = 2 \cdot 15^\circ \end{array} \right\} \text{Kąty te są, jak widzimy, wielokrotnościami} \\ \text{kąta } 15^\circ.$$

Do mierzenia i budowania tych kątów używamy stałych przyrządów, które mają tę zaletę, że pomiar nimi odbywa się szybko i dokładnie.

Do mierzenia i budowania kąta prostego służy *węgielnica* (rys. 16 i rys. 16 a) lub *ekierka* (rys. 17).



Rys. 16.



Rys. 16 a.

Do mierzenia i budowania kątów 30° , 45° , 60° służy ekierka (rys. 17, 18).

Na ekierce równoramiennej mają zawsze oba kąty ostre po 45° .

Ekierka nierównoramienna jest w ten sposób sporządzona, że jeden kąt ostry ma 30° , drugi 60° .

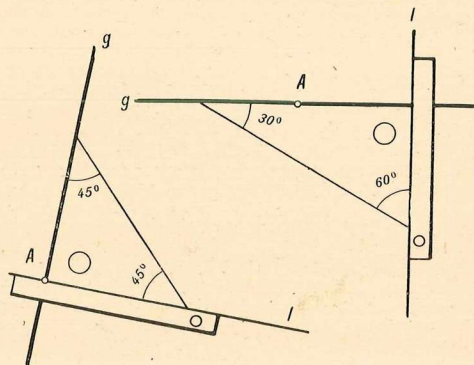
Uwaga: Przekonaj się przez zmierzenie na ekierce ramion $\nless 60^\circ$, że jedno z nich jest 2 razy dłuższe od drugiego!

15.

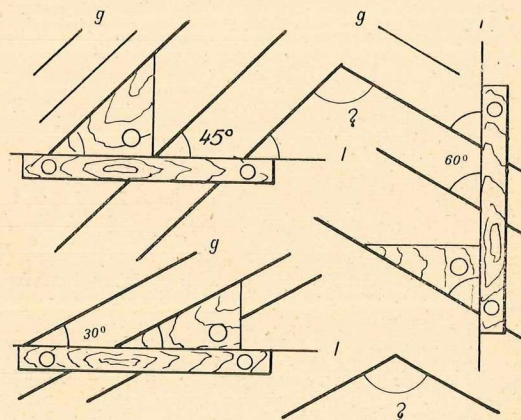
Ćwiczenia

- 1) Mając ekierkę równoramienną i nierównoramienną zbuduj przy prostej l kąt 15° ! (rys. 19).

Wskazówka. Przy pomocy ekierki nierównoramiennej odmierzasz poniżej prostej l kąt 30° , następnie przykładasz ekierkę równoramienną



Rys. 17.



Rys. 18.

do drugiego ramienia g kąta 30° i odmierzasz kąt 45° . W ten sposób otrzymasz przy l kąt 15° jako różnicę: $45^\circ - 30^\circ$.

- 2) Zbuduj przy pomocy ekerki:

kąt $75^\circ - (5 \cdot 15^\circ = 30^\circ + 45^\circ)$

„ $105^\circ - (7 \cdot 15^\circ = 60^\circ + 45^\circ)$

„ $135^\circ - (9 \cdot 15^\circ = 90^\circ + 45^\circ)$.

- 3) Przy pomocy ekerki podziel:

a) kąt 30° na 2 równe części

b) „ 45° „ 3 „ „

c) „ 60° „ 4 „ „

d) „ 75° „ 5 „ „

e) „ 90° „ 3 „ „

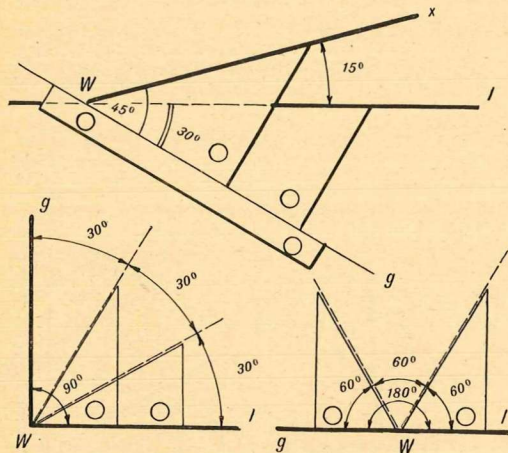
f) „ 90° „ 6 „ „

g) „ 180° „ 3 „ „

(rys. 19).

(rys. 19).

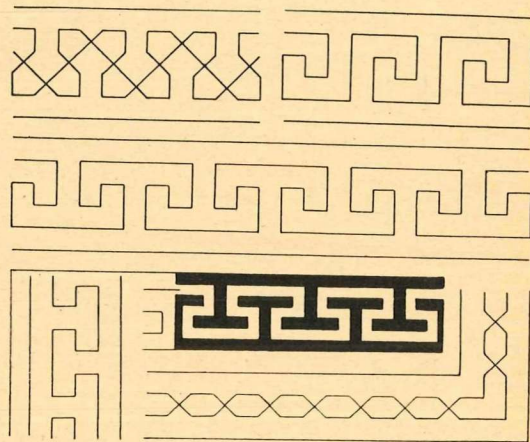
- 4) Narysować ołówkiem, a następnie wyciągnąć tuszem kilka wzorów rysunku ornamentalnego, podanych na rys. 19 a.



Rys. 19.

Wskazówka: Większe rysunki geometryczne (warsztatowe) kreślmy na białym papierze rysunkowym lub grubszym zwykłym, który przy mocujemy *pinokami* (gwoździkami o szerokich główkach) do rysownicy (zob. rys. 2). Do przytwierdzenia papieru można również użyć szybkoschnącego kleju w małej ilości na czterech rogach arkusza.

Do kreślenia prostych poziomych używamy *przykładnicy*, tj. liniału, połączonego pod kątem prostym z poprzeczką (*główką przykładnicy*), którą lewą ręką posuwamy po brzegu rysownicy (rys. 2). Ołówek powinien być średniej twardości: za twardy wyciska na papierze brudzy, za miękki smaruje papier.



Rys. 19 a.

Rozdział II

I. O trójkątach

Określenie trójkąta

16. a) Linia łamana, składająca się z trzech odcinków, zamyka na rys. 20 część płaszczyzny, którą nazywamy *trójkątem*.

Odcinki są *bokami*, ich punkty wspólne *wierzchołkami* trójkąta.

Każdy wierzchołek trójkąta jest również wierzchołkiem kąta, który zamykają dwa boki trójkąta. Kąty te oznaczamy zwykle tymi samymi literami, co wierzchołki trójkąta i nazywamy je *kątami wewnętrznymi* trójkąta. A więc trójkąt ABC ma trzy kąty wewnętrzne: $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$.

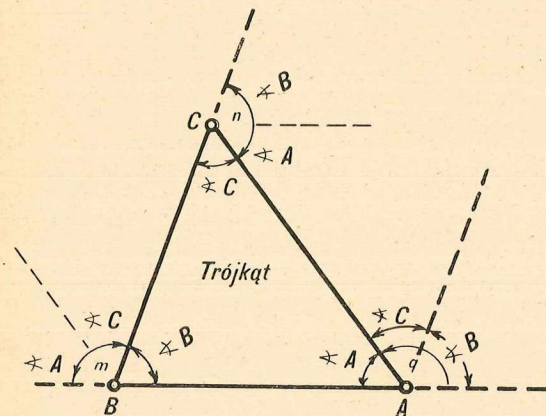
Zapamiętaj: Suma kątów wewnętrznych trójkąta wynosi 180° .

Przekonaj się o tym przez zmierzenie kątomierzem poszczególnych kątów wewnętrznych trójkąta i dodanie ich liczb wymiarowych!

Przekonaj się o tym rysunkiem:

Przedłuż bok AB poza wierzchołek A i zbuduj przy tym przedłużeniu najpierw kąt B , a następnie kąt C . W tym położeniu kąty B i C utworzą z kątem A razem kąt półpełny.

b) Do każdego kąta wewnętrznego możemy dobudować kąt przyległy,* jeżeli przedłużymy poza wierzchołek jeden z boków,



Rys. 20.

które zamykają kąt wewnętrzny. W ten sposób powstał na rys. 20 kąt zewnętrzny m , przyległy do $\sphericalangle B$, kąt zewnętrzny n , przyległy do $\sphericalangle C$, kąt $C + B$, przyległy do $\sphericalangle A$.

Zapamiętaj: Kąt zewnętrzny trójkąta jest równy sumie dwóch kątów wewnętrznych, które nie przylegają do niego.

A więc: $\sphericalangle m = \sphericalangle A + \sphericalangle C$

$\sphericalangle n = \sphericalangle A + \sphericalangle B$

$\sphericalangle q = \sphericalangle B + \sphericalangle C$

Przekonaj się o tym przez pomiar kątów.

* Zob. art. 12.



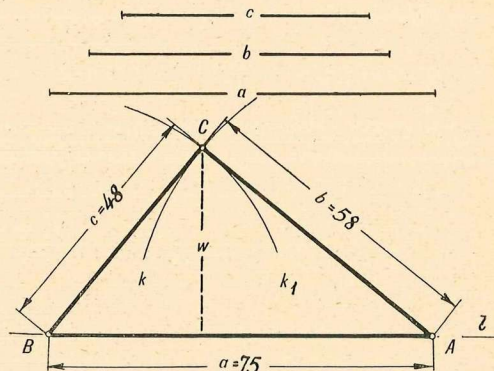
Ćwiczenia

- 1) Suma dwóch kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 150° . Oblicz, ile stopni ma kąt trzeci?
- 2) Dwa kąty wewnętrzne trójkąta mają po 60° . Ile stopni ma trzeci kąt?
- 3) Dwa kąty zewnętrzne trójkąta mają $m = 125^\circ$, $n = 110^\circ$. Oblicz kąty wewnętrzne trójkąta!
- 4) Czy jest możliwe, aby kąt zewnętrzny trójkąta miał 180° ?

Budowa trójkątów

17. Zadanie 1. Zbudować trójkąt, gdy są dane trzy jego boki, np. $a = 75 \text{ mm}$, $b = 58 \text{ mm}$, $c = 48 \text{ mm}$ (rys. 21).

Rozwiązanie. Na dowolnej prostej l odcinamy jeden z danych boków, np. $a = AB$. Końce tego boku są dwoma wierzchołkami budowanego trójkąta.



Rys. 21.

Jeżeli następnie z wierzchołka A zakreślimy łuk k promieniem $b = 58 \text{ mm}$, a z wierzchołka B łuk k_1 promieniem $c = 48 \text{ mm}$, to łuki te przetną się w trzecim wierzchołku C budowanego trójkąta.

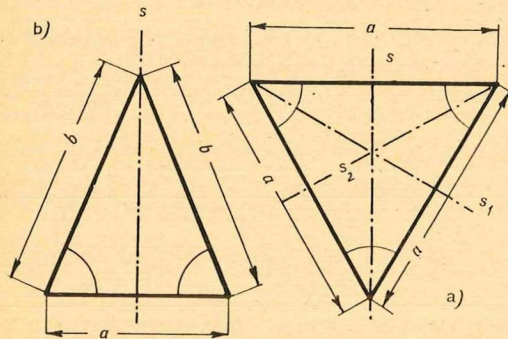
Zbuduj z danych boków trójkąt na kartce papieru rysunkowego! Wynik go i połóż na trójkąt z rys. 21 tak, aby się nakryły równe boki obu

trójkątów. Przekonasz się, że nakryją się również parami kąty obu trójkątów. O takich dwóch trójkątach mówimy, że *przystają do siebie*, albo że są *równe*.

A zatem:

Dwa trójkąty przystają do siebie, jeżeli mają po trzy boki równe.

Uwagi: 1) Trójkąt, który ma wszystkie boki różne, nazywa się *różnobocznym*.



Rys. 22.

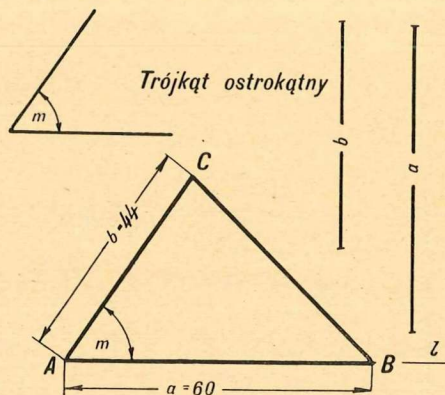
2) Trójkąt, którego wszystkie boki są równe, nazywamy *równobocznym* (rys. 22 a).

3) Trójkąt, który ma dwa boki równe, nazywamy *równoramiennym*, boki równe *ramionami*, trzeci bok *podstawą* (rys. 22 b).

Ćwiczenia

- 1) Zbuduj trójkąt różnoboczny, jeżeli bok $a = 15$ cm, bok $b = 17$ cm, bok $c = 10$ cm!
- 2) Zbuduj trójkąt równoramienny, jeżeli podstawa $a = 10$ cm, ramię $b = 15$ cm!
- 3) Zbuduj trójkąt równoboczny, którego bok $a = 20$ cm!
- 4) Przekonaj się, że wszystkie kąty w trójkącie równobocznym są równe!
- 5) Przekonaj się, że kąty przy podstawie w trójkącie równoramiennym są równe!

Zadanie 2. Zbudować trójkąt, gdy dane są dwa jego boki i kąt między tymi bokami, np. bok $a = 60$ mm, bok $b = 44$ mm, kąt między nimi zawarty $m = 56^\circ$ (rys. 23).



Rys. 23.

Rozwiązanie: Na dowolnej prostej l odcinamy bok $a = AB$. Budujemy następnie kąt m przy boku AB , przyjmując wierzchołek kąta w punkcie A (lub B).^{*} Na drugim ramieniu przeniesionego kąta m odcinamy bok $b = AC$ i otrzymujemy trzeci wierzchołek C budowanego trójkąta.

Zbuduj tak samo trójkąt w zeszycie i przekonaj się, że jest przystający do trójkąta w książce!

Dwa trójkąty przystają do siebie, gdy mają dwa boki równe i po jednym kącie równym, który jest zawarty między tymi bokami.

Uwagi: 1) Trójkąt, którego jeden kąt wewnętrzny jest prosty, nazywamy *prostokątnym* (rys. 24).

Boki, które zamykają kąt prosty, nazywamy *przyprostokątnymi*.

O przyprostokątnych mówimy, że każda z nich jest *prostopadłą* do drugiej.

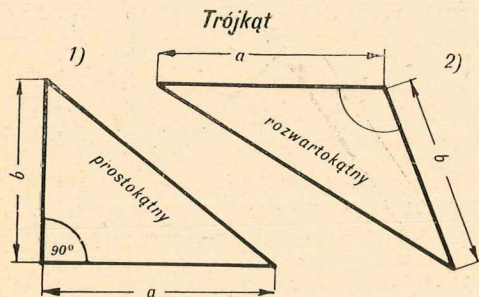
^{*} Powtórz art. 11!

Bok przeciwny kątom prostemu nazywamy *przeciwprostokątną*.

Nazwij boki na twój ekierce!

2) Trójkąt, którego jeden kąt wewnętrzny jest rozwarty, nazywamy *rozwartokątnym* (rys. 24).

3) Trójkąt, którego wszystkie kąty wewnętrzne są ostre, nazywa się *ostrokątnym*.



Rys. 24.

Ćwiczenia

- 1) Bok $a = 20$ cm, $b = 30$ cm, kąt między nimi $m = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ$. Zbuduj trójkąty bez użycia kątomierza! (Art. 14).
- 2) Zbuduj trójkąt prostokątny, jeżeli dane są przyprostokątne $a = 7$ cm, $b = 9$ cm!

Zadanie 3. Zbudować trójkąt, gdy dany jest jeden bok i dwa kąty do tego boku przyległe, np. $a = 40$ mm, $\sphericalangle m = 75^\circ$, $\sphericalangle n = 45^\circ$ (rys. 25 a).

Rozwiązanie: Na dowolnej prostej l odcinamy bok $a = AB$. Przy tym boku budujemy dane kąty m i n . Druga para ramion tych kątów przecina się w trzecim wierzchołku C budowanego trójkąta.

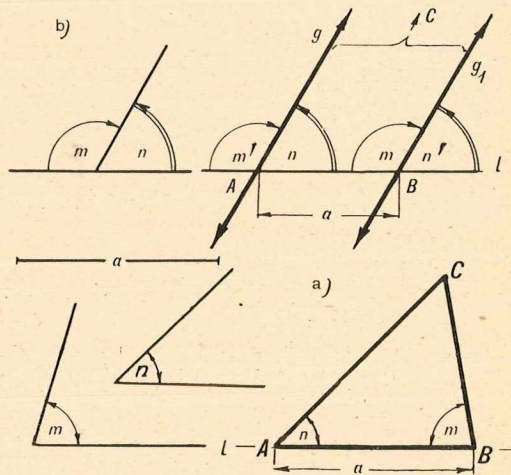
Przekonaj się podobnie jak w poprzednich zadaniach, że:

Dwa trójkąty przystają do siebie, jeżeli mają po jednym boku równym i po dwa kąty równe, które przylegają do tych boków.

Ćwiczenia

Wykreśl trójkąt, jeżeli bok $a = 40$ mm, zaś kąty przy nim leżące są równe, np. $\sphericalangle m = \sphericalangle n = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$!

Przekonaj się, że otrzymasz trójkąty równoramienne, o podstawie a ! (rys. 22 b).



Rys. 25.

Ile ma stopni trzeci kąt w tych trójkątach?

Przekonaj się, że trójkąt, który ma wszystkie kąty równe, ma również wszystkie boki równe; jest równobocznym! Ile więc stopni ma kąt w trójkącie równobocznym? (rys. 22 a).

Uwaga. Kąty przy podstawie w trójkącie równoramennym są równe.

Każdy kąt w trójkącie równobocznym na 60° .

Określenie prostych równoległych

18. a) W zadaniu 3 poprzedniego artykułu przyjęliśmy tak kąty m i n , że ich suma była mniejsza od 180° , a mianowicie $\sphericalangle m + \sphericalangle n = 75^\circ + 45^\circ = 120^\circ$. Kąt trzeci zbudowanego trójkąta, przy wierzchołku C , możemy obliczyć:

$$\begin{aligned} C &= 180^\circ - (\sphericalangle m + \sphericalangle n) = \\ &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

Spróbujmy obecnie rozwiązać takie same zadanie, jeżeli suma kątów m i n wynosi 180° , np. $\sphericalangle m = 120^\circ$, $\sphericalangle n = 60^\circ$ (rys. 25 b).

Postąpmy tak samo, jak przy rozwiązywaniu zadania 3: na dowolnej prostej l odetnijmy dany bok a i zbudujmy przy nim kąty m i n .

Wierzchołek C budowanego trójkąta powinien się znajdować w punkcie przecięcia się drugiej pary ramion g i g_1 danych kątów m i n .

Spostrzegamy jednak, że punktu C nie otrzymamy, jakbyśmy daleko nie przedłużali ramion g i g_1 , po jednej czy po drugiej stronie prostej l .

Jeżeli chodzi o kąt przy wierzchołku C , to z rachunku wypada:

$$\sphericalangle C = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ.$$

Proste g i g_1 posiadają zatem następujące własności:

- 1) leżą na jednej płaszczyźnie (pl. rysunku);
- 2) nie przecinają się;
- 3) nie zamykają ze sobą żadnego kąta.

Nazywamy je *prostymi równoległymi*, często oznaczamy $g \parallel g_1$, czytaj: prosta g równoległa do prostej g_1 .

b) Prosta l , która przecina proste równoległe, nazywamy do nich *poprzeczną*.

Przekonaj się, że prosta poprzeczna l tworzy takie same kąty wierzchołkowe* z prostą g , jak z prostą g_1 !

Kąty m i n nazywamy *wewnętrznymi*, kąty m' i n' *zewnętrznymi kątami*, jakie tworzy poprzeczna l z równoległymi g i g_1 .

Z rysunku poznajemy, że:

- 1) $\sphericalangle m + \sphericalangle n = 180^\circ$, tzn. suma kątów wewnętrznych $= 180^\circ$,
- 2) $\sphericalangle m' + \sphericalangle n' = 180^\circ$, tzn. suma kątów zewnętrznych $= 180^\circ$,
- 3) $\sphericalangle m' = \sphericalangle m$ } tzn. kąt zewnętrzny równy jest kątowi wewnętrznemu, który do niego nie przylega.

Parę kątów, z których jeden jest zewnętrzny a drugi wewnętrzny, jemu nieprzyległy, nazywamy *kątami odpowiednimi*.

Powyższą zatem równość 3) możemy wypowiedzieć słowami:

Kąty odpowiednie, które tworzy prosta poprzeczna z prostymi równoległymi, są sobie równe.

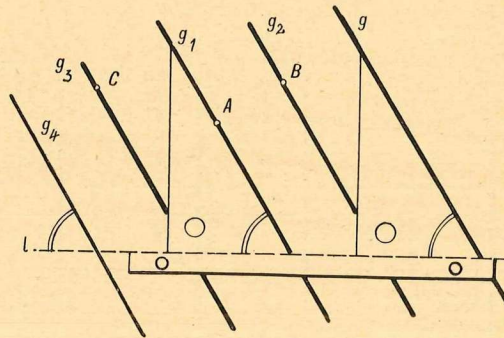
* Zob. art. 13.

Przekonaj się o odwrotnej własności:

Jeśli kąty odpowiednie, które tworzą dwie proste g i g_1 z trzecią prostą l , są równe, to proste g i g_1 są wzajemnie równoległe.

Uwaga: Na powyższej własności polega kreślenie — do danej prostej — prostych równoległych, które przechodzą przez dane punkty A , B , C (rys. 26).

Do danej prostej g przykładamy przeciwprostokątną eierki, a do jednej z przyprostokątnych eierki liniał.



Rys. 26.

Trzymając liniał w stałym położeniu, przesuwamy po nim tak długo eierkę, aż przejdzie jej przeciwprostokątna przez punkt, przez który mamy poprowadzić prostą, równoległą do g .

Wykreśl w ten sposób dla wprawy kilka prostych równoległych w zeszycie, na tablicy! (Porównaj rys. 18!).

Proste prostopadłe. Budowa prostopadłych do prostej, do płaszczyzny. Płaszczyzna pozioma; proste poziome; proste pionowe. Pion murarski; poziomnica

19. a) Jeżeli kąty odpowiednie, które tworzy prosta poprzeczna l z prostymi równoległymi g i g_1 , są kątami prostymi, natenczas prosta l jest prostopadłą* tak do prostej g , jak do prostej g_1 , i nawzajem, proste g i g_1 są prostopadłe do prostej l (rys. 27).

* Zob. art. 17, zad. 2, uwaga 1!

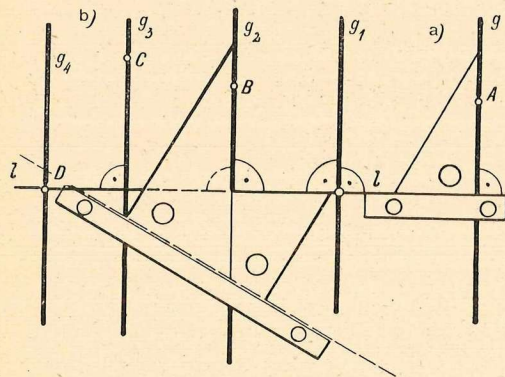
Z rysunku 27 poznajemy, że:

Wszystkie proste prostopadłe do tej samej prostej są do siebie równoległe.

Uwaga: Na powyższych własnościach prostych prostopadłych rozwiązujemy przy pomocy ekierki i liniału następujące zadanie:
Do danej prostej l poprowadzić prostą prostopadłą:

- 1) przez punkt zewnątrz prostej l ;
- 2) przez punkt na prostej l (rys. 27).

Na fig. a) rozwiązano to zadanie przy pomocy obu przyprostokątnych ekierki: jedną przykładamy do prostej l , do drugiej kreślimy prostą prostopadłą.

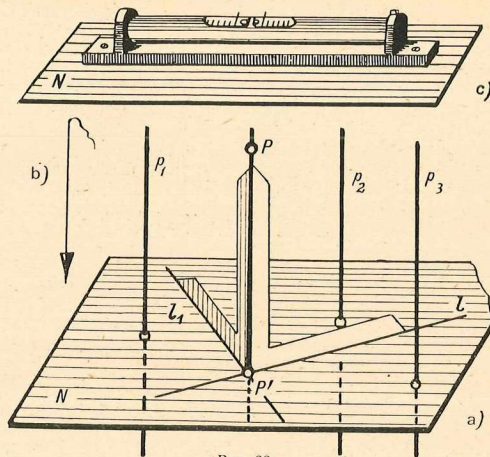


Rys. 27.

Na fig. b) przykładamy do prostej l przeciwprostokątną ekierki, a do jednej przyprostokątnej liniał. Obracamy następnie ekierkę o 90° tak, aby jej druga przyprostokątna zeszła się z brzegiem liniału; wtedy przeciwprostokątna zajmie położenie prostopadłe do danej prostej l .

b) Jeżeli prosta p jest prostopadła do dwóch dowolnych prostych l i l_1 , leżących na płaszczyźnie N , nazywamy ją *prostą prostopadłą do płaszczyzny N* (rys. 28).

Z tego określenia wynika sposób budowania prostej prostopadłej do płaszczyzny przy pomocy dwóch węgielnic lub dwóch ekier, jak to widzisz na rys. 28 a).



Rys. 28.

Zbuduj w ten sposób prostą prostopadłą do płaszczyzny stołu, ściany, podłogi itp.

Wskaż krawędzie na graniastosłupie, które są prostopadłe do podstawy!

Wskaż krawędzie w sali szkolnej, prostopadłe do ścian, do sufitu, do podłogi!

Przy pomocy dwóch węgielnic zbuduj kilka prostych prostopadłych do płaszczyzny* i przekonaj się, że są do siebie równoległe! A zatem:

Wszystkie proste prostopadłe do tej samej płaszczyzny są do siebie równoległe.

c) Jeżeli płaszczyzna N ma położenie poziome, jak np. zwierciadło stojącej wody, nazywamy ją *płaszczyzną poziomą*. Proste prostopadłe do płaszczyzny poziomej nazywamy *prostymi pionowymi*, leżące na płaszczyźnie poziomej *prostymi poziomymi*.

Położenie pionowe prostych badamy za pomocą pionu murarskiego (rys. 28 b), położenie płaszczyzny i prostych poziomych za pomocą poziomnicy** (rys. 28 c).

* Proste uzmysłowić za pomocą drucików!

** Nazywają również libellą, waserwagą.

Płaszczyzna P , na której położyliśmy poziomnicę, jest pozioma, jeżeli bańka powietrza w rurce szklanej, wypełnionej cieczą, zajmuje najwyższe położenie, zaznaczone na podziale kreską O .

Zbadaj przy pomocy pionu murarskiego, czy futrynki okien, drzwi, ściana, nogi stołu, warsztatu itp. mają położenie pionowe!

Zbadaj przy pomocy poziomnicy, które położenie pionowe! Ustaw poziomo warsztat, stół!

Uwaga: W praktyce używają stolarze takiej poziomnicy, która ma dwie rurki szklane z bańkami powietrza; jedna z nich ma położenie prostopadłe do ścian bocznych poziomnicy i służy do badania położenia pionowego płaszczyzn.

Zbadaj przy pomocy takiej poziomnicy, czy drzwi, okna, warsztat itp. są ustawione pionowo!

Rzut prostokątny punktu na płaszczyznę

20. Na rys. 28 a) widzimy, że prosta p , prostopadła do pł. N , przechodzi przez punkt P i przebija płaszczyznę w punkcie P' .

Punkt P' nazywamy *rzutem prostokątnym punktu P na pł. N* . Odcinek PP' przyjmujemy za *odległość punktu P od pł. N* .

Przyjmij dowolny punkt obok płaszczyzny zeszytu, stołu, tablicy, ściany! Wyznacz jego rzut na tę płaszczyznę, a następnie jego odległość od tych płaszczyzn!

Obliczanie długości linii łamanej

21. Na rysunku 5—2) mamy linię łamaną, złożoną ze sześciu odcinków, których liczby wymiarowe są 20 mm, 25 mm, 35 mm, 33 mm, 42 mm, 30 mm. Sumę tych liczb wymiarowych nazywamy *długością danej linii łamanej*. Długość więc danej linii łamanej wynosi:

$$20 \text{ mm} + 25 \text{ mm} + 35 \text{ mm} + 33 \text{ mm} + 42 \text{ mm} + 30 \text{ mm} = 185 \text{ mm} = 1 \text{ dcm } 8 \text{ cm } 5 \text{ mm}.$$

1) Oblicz długość linii łamanej złożonej:

a) z 3 odcinków: 3 m, 5 dcm, 30 mm;

b) z 4 odcinków: 90 cm, 450 mm, 7 m, 5 m;

c) z 5 odcinków: 820 mm, 650 mm, 450 mm, 200 mm, 150 mm!

2) Jeżeli końce linii łamanej schodzą się ze sobą, wtedy nazywamy ją *obwodem* figury, którą linia łamana zamyka.

Oblicz obwód trójkąta ABC : a) na rys. 21, którego boki mają 48 mm, 58 mm, 75 mm; b) na rys. 23, którego bok $AC = 44$ mm; $AB = 60$ mm; długość boku BC należy zmierzyć.

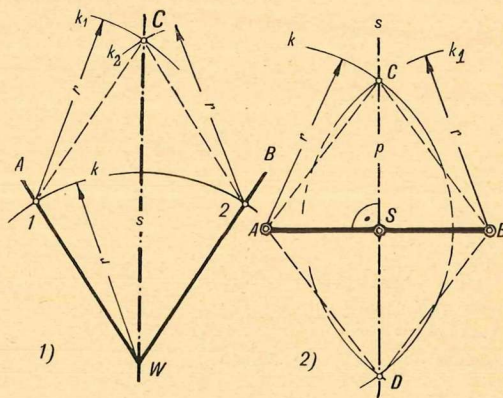
c) Zmierz boki trójkątów na ryc. 22 i 24 i oblicz następnie ich obwody!

II. Elementarne konstrukcje geometryczne

Konstrukcja dwusiecznej (osi) kąta

22. Zadanie 1. Przepołowić dany kąt AWB (rys. 29—1).

Konstrukcja. Z wierzchołka W danego kąta zakreślamy dowolnym promieniem r łuk kołowy k , który przecina ramiona kąta



Rys. 29.

w punktach 1 i 2. Z punktów 1 i 2 zakreślamy tym samym promieniem łuki k_1 i k_2 , które przecinają się w punkcie C .

Jeżeli punkt C połączymy z wierzchołkiem W za pomocą prostej WC , to prosta ta podzieli kąt AWB na dwie równe części.

Twierdzymy zatem, że:

$$\sphericalangle AWC = \sphericalangle BWC.$$

Dowód: Trójkąty $W C_1$ i $W C_2$ są równoramienne i mają wspólną podstawę $W C$. Ramiona $W C_1$ i $W C_2$ są równe ramionom $W C_1$ i $W C_2$ trójkąta $W C_2$. (Dlaczego?). Trójkąty te przystają do siebie, jeżeli jeden z nich obrócimy od 180° dookoła wspólnej podstawy $W C$. (Wskaż ten obrót!). Wtedy kąt $A W C$ nakryje się z kątem $B W C$. Kąty te są zatem równe.

Prosta $W C$, która połowi kąt, nazywamy *dwusieczną* lub *osią* tego kąta.

Wykreśl dwusieczną kąta rozwartego 150° , kąta wklęsłego 220° !

Konstrukcja środka i osi odcinka

23. Zadanie 2. Przepołowić dany odcinek AB (rys. 29—2).

Konstrukcja. Tym samym promieniem r zakreślamy raz łuk k z punktu A , drugi raz łuk k_1 z punktu B . Łuki te przecinają się w punktach C i D , a prosta $p = CD$, która łączy te punkty, przecina odcinek AB w punkcie S , o którym twierdzimy, że połowi ten odcinek; to jest, że **odcinek $AS =$ odcinkowi BS** .

Dowód: Trójkąty ACD i BCD mają po 3 boki parami równe. (Wskaż je!). Jeżeli jeden z nich, np. ACD , obrócimy dookoła wspólnej podstawy CD o 180° , to przystanie do drugiego, odcinek zaś AS nakryje się wtedy z odcinkiem BS .

Odcinki te są zatem równe; punkt S nazywamy *środkiem* odcinka AB , prostą p jego *osią*.

Weźmy obecnie pod uwagę trójkąty ASC i BSC . Są one również przystające, gdyż mają po 3 boki parami równe. (Wskaż je!). Z przystawania tego wynika, że kąt $ASC =$ kątowi BSC , prosta CD połowi więc kąt półpełny przy odcinku AB , jest więc prostopadłą do AB w punkcie S .*

Zapamiętaj: Oś odcinka przechodzi przez jego środek i jest do niego w tym środku prostopadłą.

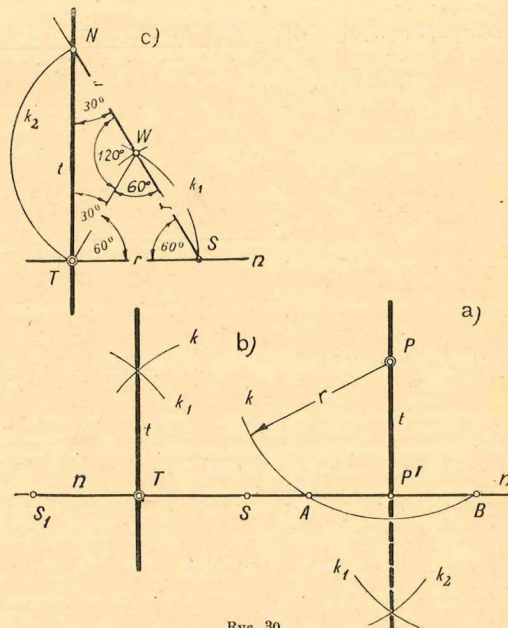
24. Zadanie 3. Zbudować konstrukcyjnie prostopadłą t do prostej n :

- Prostopadła t ma przechodzić przez punkt P zewnątrz prostej n ;
- Prostopadła t ma przechodzić przez punkt T na prostej n (rys. 30).

* Zob. art. 19 a).

Rozwiązanie do a):

Zakreślamy z punktu P dowolnym promieniem r łuk k , który przecina prostą n w punktach A i B . Oś odcinka AB przechodzi przez punkt P i jest prostopadłą do prostej n (zob. zadanie 2).



Rys. 30.

Uwaga: Punkt P' , w którym prostopadła t przecina prostą n , nazywamy *rzutem prostokątnym* punktu P na prostą n (Por. art. 20), odcinek zaś PP' *odległością* punktu P od prostej n .

Rozwiązanie do b):

1) Po obu stronach punktu T odcinamy na prostej n równe odcinki $ST = S_1T$, a następnie budujemy oś odcinka SS_1 , jak w zadaniu 2.

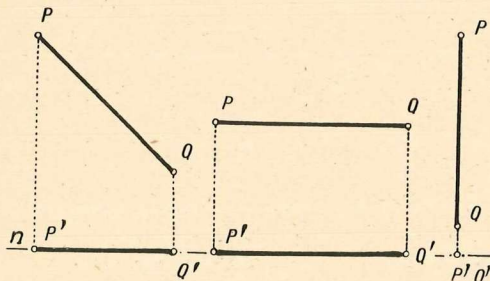
2) W rysunkach warsztatowych używamy często następującej konstrukcji:

Przy prostej n budujemy (rys. 30—c) trójkąt równoboczny TSW o dowolnym boku r . Jeżeli bok WS przedłużymy o odcinek $WN = r$ i po-

łączymy punkt N z punktem T , otrzymamy prostą t , prostą do prostej n w punkcie T . Dlaczego?

25. Zadanie 4. Wyznaczyć rzut prostokątny odcinka PQ na prostą n (rys. 31).

Wskazówka: Wyznacz jak w zadaniu 3 rzut prostokątny na prostą n punktu P i punktu Q . Odcinek $P'Q'$, który łączy te rzuty, jest rzutem prostokątnym na prostą n odcinka PQ . Prostą n nazywamy osią rzutów.



Rys. 31.

Zauważ: 1) Rzut prostokątny odcinka jest punktem, jeżeli odcinek jest prosty do osi rzutów.

2) Rzut prostokątny odcinka jest równy odcinkowi, jeżeli odcinek jest równoległy do osi.

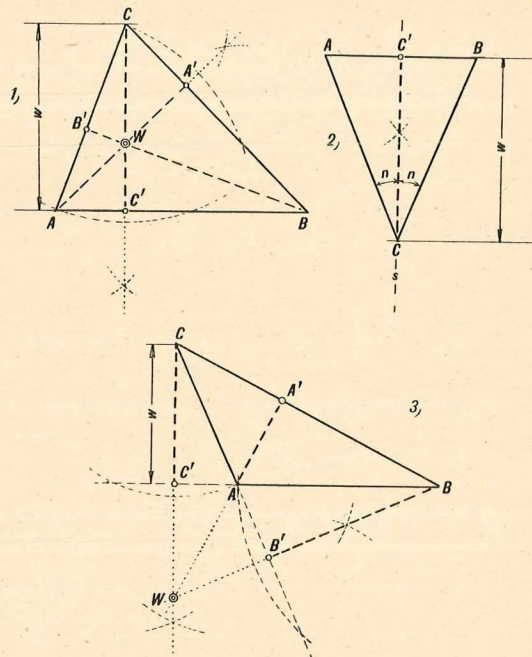
26. Zadanie 5. Wykreślić wysokość trójkąta (rys. 32 — 1).

Objaśnienie: Odległość wierzchołka trójkąta od przeciwnego boku nazywamy jego wysokością. Jeżeli zatem poprowadzisz przez wierzchołek C prostą do przeciwnego boku AB , to prostą do boku AB w punkcie C' . Odcinek CC' jest szukaną wysokością, przynależną do boku AB .

Wykreśl tak samo wysokość BB' , przynależną do boku AC , wysokość AA' , przynależną do boku CB , i przekonaj się, że:

Wszystkie trzy wysokości w trójkącie przecinają się w jednym punkcie W .

Przyjmij dowolny trójkąt: 1) rozwartokątny (rys. 32 — 3), 2) prostokątny, 3) równoboczny (rys. 22), 4) równoramienny — i wykreśl w każdym z nich wszystkie 3 wysokości.



Rys. 32.

Przekonaj się na rys. 32 — 2), że wysokość w trójkącie równoramiennym jest osią tak dla kąta przy wierzchołku C , jak dla podstawy AB !

Przekonaj się na rys. 22, że każda wysokość trójkąta równobocznego dzieli go na dwie przystające do siebie części!

27. Zadanie 6. Przez punkt P poprowadzić konstrukcyjnie prostą g , równoległą do prostej g (rys. 33 — 1).

Konstrukcja: Przez punkt P prowadzimy dwie dowolne proste l i l_1 , które przecinają prostą g w punktach M i N . Z punktu N zakreślamy łuk k promieniem równym odcinkowi MP , z punktu zaś P zakreślamy łuk k_1 promieniem równym odcinkowi MN . Łuki k i k_1 przecinają się w punkcie R .

Twierdzymy, że prosta $PR = g_1$ jest równoległa do prostej g .

Dowód: Wiemy z ust. b) art. 18, że proste są wtedy do siebie równoległe, jeżeli tworzą z prostą poprzeczną l równe odpowiednie kąty. Udowodnimy więc, że prosta g , na rys. 33 jest równoległa do prostej g , jeżeli wykażemy, że $\sphericalangle m = \sphericalangle m'$.

Weźmy w tym celu pod uwagę trójkąty MPN i RPN . Mają one po trzy boki parami równe (wskaz je!), są przeto przystające. Jeżeli je nałożymy na siebie tak, aby równe ich boki padły na siebie, to kąt m trójkąta RPN nakryje się z kątem n trójkąta MPN . Jednak kąt n równy jest kątowi m' , jako kątowi wierzchołkowemu.*

Mamy więc:

$$\begin{aligned}\sphericalangle m &= \sphericalangle n, \\ \sphericalangle m' &= \sphericalangle n.\end{aligned}$$

Stąd wynika, że $\sphericalangle m = \sphericalangle m'$.

Proste g i g , są istotnie do siebie równoległe.

W ten sam sposób możemy udowodnić, że prosta q , która przecina proste g i g , w punktach R i N , jest równoległa do prostej l , która przecina g i g , w punktach P i M . A ponieważ z konstrukcji wiemy, że:

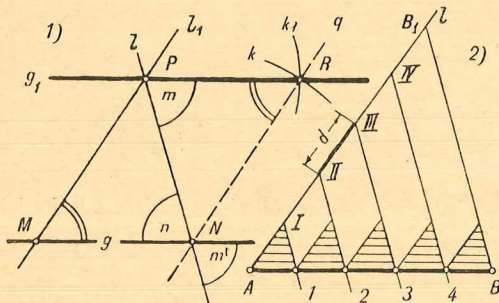
odcinek PR = odcinkowi MN , zaś

odcinek PM = odcinkowi RN , przeto

poznajemy następującą własność:

Równoległe odcinki między równoległymi odcinkami są sobie równe. Krótko: Równoległe między równoległymi są sobie równe.

28. Zadanie 7. Podzielić odcinek AB na dowolną ilość równych części, np. na 5 części (rys. 33 — 2).



Rys. 33.

* Zob. art. 13 a)!

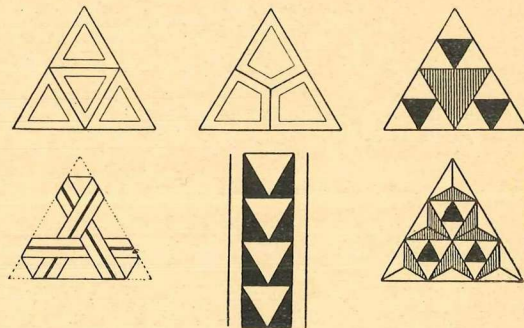
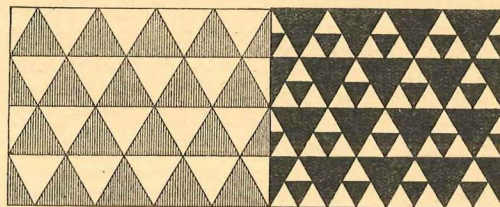
Konstrukcja: Przez punkt A prowadzimy dowolną prostą l , na której odkładamy pięć razy dowolny odcinek d . Ostatni punkt B , na prostej l łączymy z punktem B danego odcinka i otrzymujemy prostą BB_1 .

Jeżeli przez końce I, II, III, IV odcinków d na prostej l poprowadzimy proste, równoległe do prostej BB_1 , to proste te przetną odcinek AB w punktach 1, 2, 3, 4, które podzielią odcinek AB na 5 równych części.

Udowodnij to przez wykazanie, że trójkąty, zakreskowane na rysunku, są do siebie przystające!

Przyjmij dowolny odcinek i podziel go na 2, 3, 4, 6, 7, 8 równych części!

29. Na podstawie wzorów, podanych na rys. 33 a., zaprojektuj samodzielnie ornament ozdobny!



Rys. 33 a.

III. O wielokątach

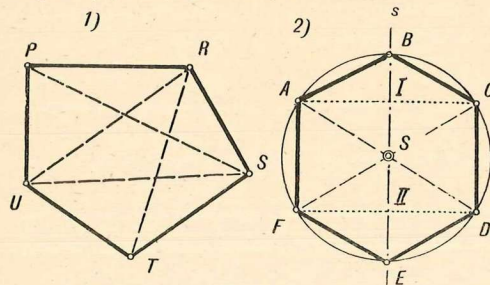
Określenie wielokąta

30. Linia łamaną zamkniętą możemy ograniczyć część płaszczyzny, którą nazywamy *wielokątem* (rys. 34).

Linie tę nazywamy *konturem* (*zarysem*), jej odcinki *bokami*, sumę wszystkich boków *obwodem* wielokąta.

Każde dwa sąsiednie boki zamykają kąty, które nazywamy *kątami wewnętrznymi* wielokąta, ich wierzchołki — *wierzchołkami* wielokąta.

Odcinek, który łączy dwa wierzchołki nie leżące na jednym boku, nazywamy *przekątną* wielokąta.



Rys. 34.

Od liczby kątów wewnętrznych (boków) nazywamy wielokąt *trójkątem* (trójbokiem), *czworokątem* (czworobokiem), *pięciokątem* (pięciobokiem) itd.

Wielokąt, który ma równe wszystkie kąty i równe wszystkie boki, nazywa się *wielokątem foremnym*. (Rys. 34 — 2).

Symetria środkowa

31. Weźmy na rys. 34 — 2) pod uwagę pary wierzchołków A i D , C i F , B i E i punkt S , który jest środkiem odcinków AD , CF , BE .

O wierzchołkach każdej z tych par mówimy, że są *punktami symetrycznymi położonymi*, krótko *symetrycznymi punktami* względem punktu S .

Punkt S nazywamy *środkiem symetrii*.

Odcinki, których punkty końcowe są symetryczne względem środka S , nazywamy *odcinkami symetrycznymi* względem tegoż środka.

Wskaż na rys. 34 — 2) pary boków symetrycznych, pary przekątnych symetrycznych względem środka S !

Wielokąt, którego wszystkie wierzchołki i wszystkie boki są parami symetryczne względem punktu S , nazywamy *wielokątem środkowo-symetrycznym*.

Punkt S nazywamy *środkiem* wielokąta.

Ćwiczenia

- 1) Uzasadnij, że trójkąt równoboczny nie jest figurą środkowo-symetryczną!
- 2) Na rys. 35 zbudowano dwie figury środkowo-symetryczne: figurę 1) z prostokątnych trójkątów równoramiennych, figurę 2) z trójkątów równobocznych. Kontury obu figur złożono z dwóch par kołowych łuków symetrycznych. Wskaż w tych figurach symetryczne punkty, odcinki, trójkąty, łuki! Przerysuj obie figury w powiększeniu!
- 3) Wyszukaj w otoczeniu figury środkowo-symetryczne i wskaż ich środki symetrii!

Symetria osiowa

32. Wróćmy jeszcze raz do wielokąta foremnego na rys. 34 — 2) i weźmy pod uwagę pary wierzchołków A i C , D i F i przekątną $s = EB$.

Z rysunku poznajemy, że przekątna s nie tylko połowi odcinki AC i DF w punktach I i II , lecz jest do nich prostopadła.

O punktach A i C , D i F mówimy, że są *parami symetrycznych wierzchołków względem prostej s* , którą nazywamy *osią symetrii*. Punkty, leżące na samej osi, jak B , E , są symetryczne same ze sobą.

Dwa odcinki są *symetryczne względem osi*, jeżeli ich punkty końcowe są *symetryczne względem tej osi*.

Wskaż na rys. 34 — 2) boki symetryczne względem osi s !

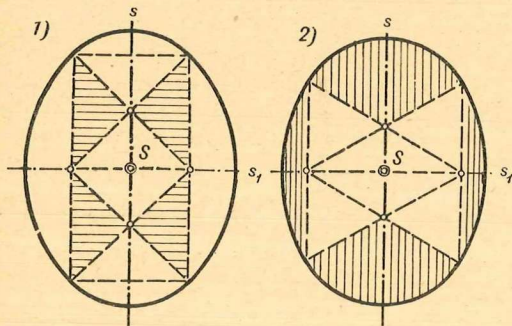
Wielokąt jest *symetryczny względem osi s* , jeżeli wszystkie jego wierzchołki i wszystkie boki są parami symetryczne względem osi s ; nazywamy go *wielokątem osiowo-symetrycznym*, prostą s jego osią.

Zauważ: Oś dzieli wielokąt symetryczny na dwie symetryczne do siebie części.

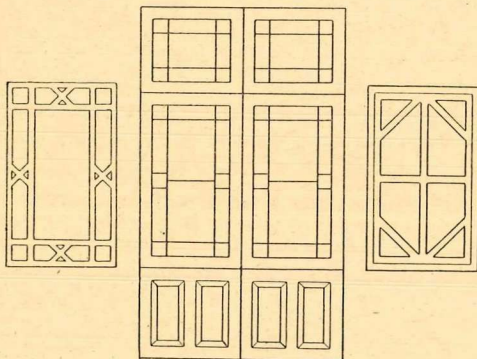
Symetryczne części wielokąta przystają do siebie, jeżeli jedną z nich obrócimy o 180° dookoła osi (wskaż ten obrót na rys. 34—2).

Ćwiczenia

- 1) Uzasadnij, że wielokąt foremny na rys. 34—2) ma sześć osi: 3 przekątne, 3 proste, łączące środki boków przeciwnych!
- 2) Uzasadnij, że każda z figur na rys. 35 ma po dwie osie symetrii!



Rys. 35.



Rys. 35 a.

- 3) Uzasadnij, że figury na rys. 4 są osiowo-symetryczne i mają po jednej osi symetrii! Wskaż na nich pary punktów, odcinków, łuków kołowych, symetrycznych względem tych osi!
- 4) Przekonaj się, że a) koło jest symetryczne względem każdej średnicy; b) trójkąt równoramienny ma jedną oś (rys. 32, 22); c) trójkąt równoboczny ma 3 osie (rys. 22); d) dwusieczna kąta dzieli go na dwie symetryczne części (rys. 29)!
- 5) Wyszukaj w otoczeniu figury: a) tylko osiowo-symetryczne, b) osiowo- i środkowo-symetryczne!

Uwaga: Oś symetrii zaznaczamy na rysunku prostą przerywaną:

- 6) Wyznacz środki symetrii i osie symetrii figur na rys. 35 a!

Własności czworoboków

33. a) W praktyce warsztatowej najczęściej zastosowania — obok trójkątów — mają **czworokąty**, częściej nazywane **czworobokami** (rys. 36).

Każdy czworobok ma dwie pary przeciwnych boków i dwie pary przeciwnych wierzchołków, dwie przekątne.

Wskaż przeciwległe boki, przeciwległe wierzchołki poszczególnych czworoboków na rys. 36!

Na rysunku 36 mamy przegląd wszystkich rodzajów czworoboków.

Pierwsze cztery z nich mają następujące wspólne własności:

- 1) *Boki przeciwległe są równoległe i równe.** Dlatego nazywamy te czworoboki **równoległobokami**.
- 2) *Każda przekątna dzieli równoległobok na dwa przystające do siebie trójkąty.*

Udowodnij to przez wykazanie, że trójkąty te mają po 3 boki parami równe!

Z przystawania tego wynika, że:

- 3) *Kąty przeciwległe w każdym równoległoboku są sobie równe.*

- 4) *Przekątne każdego równoległoboku połowią się, a ich punkt przecięcia się S jest środkiem równoległoboku.*

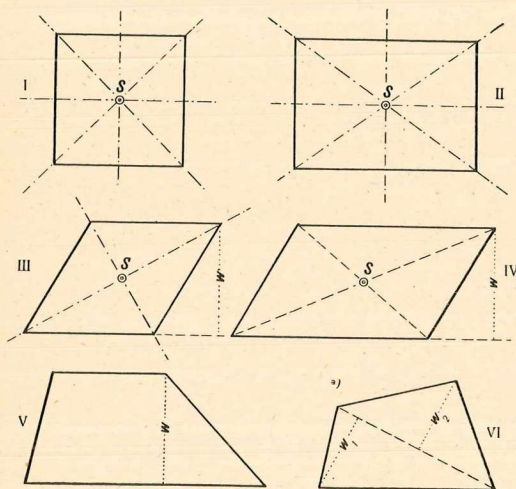
*Równoległoboki są zatem figurami środkowo-symetrycznymi.***

Wskaż na każdym równoległoboku symetryczne wierzchołki, symetryczne boki względem środka S!

* Powtórz art. 27, zadanie 6!

** Powtórz art. 31!

Poznane równoległoboki na rys. 36 nazywamy: I — *kwadratem*, II — *prostokątem*, III — *rombem*, IV — *romboidem*; ten ostatni często *równoległobokiem*.



Rys. 36.

Uwagi: 1) Tylko 3 pierwsze równoległoboki są osiowo-symetryczne, a mianowicie *kwadrat* ma 4 osie, *romb* i *prostokąt* po dwie.

Wskaż te osie! Czy przekątne prostokąta są jego osiami?

Romboid nie ma żadnej osi symetrii, jest figurą tylko środkowo-symetryczną.

Uzasadnij to!

2) *Wszystkie kąty w kwadracie i prostokącie są proste.*

W rombie i romboidzie kąty jednej pary kątów przeciwległych są ostre, drugiej rozwarte.

Wskaż kąty ostre i kąty rozwarte!

b) *Czworobok, który ma tylko jedną parę boków równoległych, nazywa się trapezem.*

Boki równoległe nazywamy *podstawami*, nierównoległe *ramionami*.

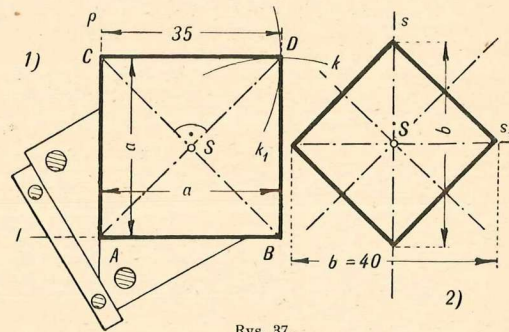
Odległość podstaw nazywamy *wysokością trapezu*.

Czworobok, który nie ma żadnej pary boków równoległych, nazywa się *trapezoidem*.

Budowa kwadratu

34. Zadanie 1. Zbudować kwadrat, którego bok jest równy danemu odcinkowi $a = 35$ mm (rys. 37 — 1).

Wskazówka: Kwadrat, jak widzisz na rys. 36, jest równoległobokiem, który ma wszystkie kąty proste i wszystkie boki równe.



Rys. 37.

Budujesz więc dwie proste prostopadłe l i p , a od ich punktu przecięcia się A odcinasz na nich bok $a = 35$ mm. Otrzymasz dalsze dwa wierzchołki B i C . Czwarty wierzchołek D znajduje się w przecięciu się prostopadłych do l i p w wierzchołkach B i C , albo w przecięciu się łuków, zakreślonych z B i C promieniem równym bokowi a .

Uwaga: *Przekątne kwadratu są do siebie prostopadłe.*

Udowodnij to za pomocą przystawiania trójkątów ABC i DBC !

Ćwiczenie. Zbudować kwadrat, gdy dana jest jego przekątna $b = 40$ mm (rys. 37 — 2).

Wskazówka: Budujesz dwie proste prostopadłe do siebie w punkcie S i przenosisz na nie, po obu stronach punktu S , odcinek $\frac{b}{2}$.

Wykreśl wszystkie osie tego kwadratu!

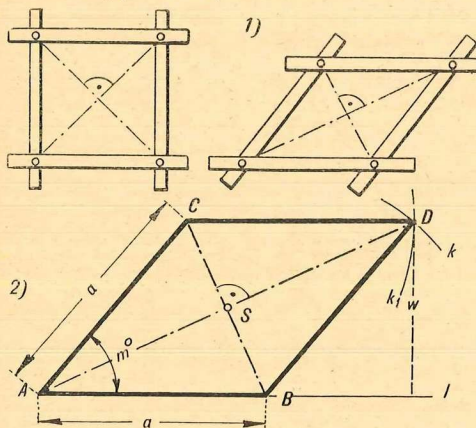
Uwaga: Zbuduj z czterech równych sztabek kwadrat, jednak tak, aby sztabki mogły się swobodnie obracać dookoła wierzchołków kwadratu. (*Połączenie przegubowe*)! (rys. 38). Jeżeli naciśniesz kwadrat w dwóch przeciwległych wierzchołkach, to zmieni się tylko jego kąty i długość przekątnych; *nie zmieni się natomiast długość boków i prostopadłość przekątnych*. W ten sposób zmieniony kwadrat staje się rombem. (Porównaj rys. 36 — III!).

Romb zatem, oprócz własności, które należą do wszystkich równoległoboków, ma jeszcze dwie własności wspólne z kwadratem:

- 1) Wszystkie jego boki są równe;
- 2) przekątne jego są wzajemnie prostopadłe.

Budowa rombu

35. Zadanie 2. Zbudować romb, którego bok $a = 45$ mm, kąt ostry $m^\circ = 50^\circ$ (rys. 38 — 2).



Rys. 38.

Wskazówka: Budujesz kąt m° , a na jego ramionach odcinasz bok a . Otrzymasz wierzchołki rombu B i C , z których zakreslasz łuki k i k_1 promieniem równym bokowi a . Łuki te przecinają się w wierzchołku D .

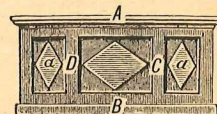
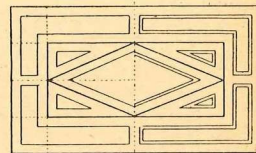
Uwaga: Odległość dwóch boków równoległych rombu nazywamy jego *wysokością*.

Ćwiczenia

- 1) Zbudować romb, gdy dane są obie jego przekątne a i b .

Wskazówka: Budujesz dwie do siebie prostopadłe i odcinasz na nich, po obu stronach ich punktu przecięcia się S , odcinki $\frac{a}{2}$ i $\frac{b}{2}$. Należy zatem najpierw przepołowić dane przekątne.*

- 2) Daj przykład zastosowania rombu w stolarstwie (rys. 38 a).

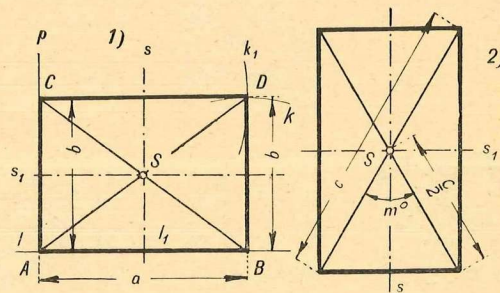


Rys. 38 a.

Budowa prostokąta

36. Zadanie 3. Zbudować prostokąt, jeżeli dane są dwa jego boki $a = 40$ mm, $b = 30$ mm (rys. 39 — 1).

Wskazówka: Ponieważ wszystkie kąty prostokąta są proste, rozwiązanie zadania rozpocznesz od zbudowania dwóch prostych prostopadłych l i p , jak w zadaniu 1. art. 34. Na prostych l i p od-



Rys. 39.

* Zob. art. 23, rys. 29!

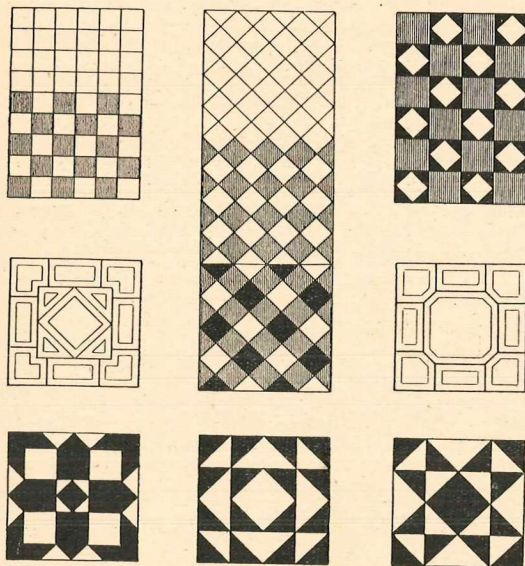
cinasz boki a i b . Otrzymasz wierzchołki B i C ; z wierzchołka B zakresłisz łuk k promieniem równym bokowi b , z wierzchołka C łuk k , promieniem równym bokowi a . Łuki przetną się w wierzchołku D .

Wykreśl osie symetrii prostokąta!

Uzasadnij, że przekątne prostokąta są sobie równe!

Ćwiczenia

- 1) Zbuduj prostokąt, jeżeli dana jest jego przekątna $c = 54$ mm i kąt między przekątnymi $m^\circ = 60^\circ$ (rys. 39 — 2).
- 2) Podaj przykłady zdobienia płaszczyzny w stolarstwie z pomocą kwadratów i prostokątów (rys. 39 a).



Rys. 39 a.

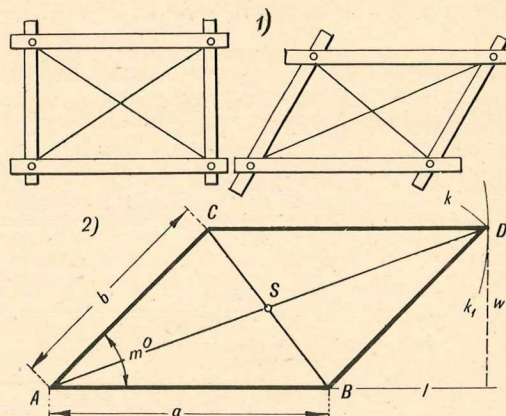
Uwaga: Cztery sztabki połącz tak w prostokąt, aby się jego boki mogły obracać dookoła wierzchołków (rys. 40 — 1).

Naciśnij prostokąt w dwóch przeciwległych wierzchołkach i przekonaj się, że nie zmienisz ani równoległości przeciwległych boków, ani ich długości; zmienisz tylko kąty proste na ostre i odwarte i długość przekątnych, które jednak będą się połowić.

Otrzymasz zatem równoległobok, który nazywamy romboidem (por. rys. 36 — IV!).

Budowa romboidu

37. Zadanie 4. Zbudować romboid, jeżeli są dane boki $a = 55$ mm, $b = 44$ mm i kąt między nimi $m^\circ = 45^\circ$ (rys. 40 — 2).



Rys. 40.

Wskazówka: Budujesz kąt $m^\circ = 45^\circ$ i na jego ramionach, od wierzchołka począwszy, odcinasz boki a i b . Otrzymasz wierzchołki B i C . Z wierzchołka B zakresłasz łuk k promieniem równym bokowi b , z wierzchołka zaś C łuk k , promieniem a . Łuki te przetną się w czwartym wierzchołku D . Jakbyś znalazł wierzchołek D , gdybyś nie miał cyrkla?

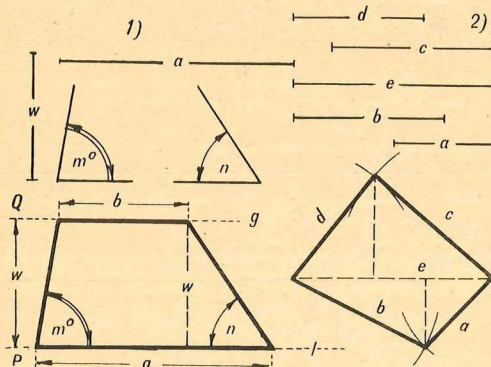
Uwaga: Odległość dwóch boków równoległych romboidu nazywamy jego *wysokością*.

Ćwiczenia

- 1) Zbuduj romboid, gdy dane są jego przekątne $c = 70$ mm, $d = 100$ mm, kąt między nimi $m = 30^\circ$!
- 2) Zbuduj romboid, gdy dane są dwa jego boki $a = 30$ mm, $b = 50$ mm i jedna jego przekątna $c = 60$ mm!

Budowa trapezu

38. Zadanie 5. Zbudować trapez, gdy jest dana jedna jego podstawa $a = 46$ mm, kąty przy niej leżące $m = 80^\circ$, $n = 58^\circ$, wysokość trapezu $w = 25$ mm (rys. 41 — 1).



Rys. 41.

Wskazówka: Na dowolnej prostej l odetni boki $a = 46$ mm, a przy nim zbuduj kąty m i n . Na prostokątnej, zbudowanej do prostej l w dowolnym punkcie P , odetni odcinek $PQ = w = 25$ mm i przez punkt Q poprowadź prostą g równoległą do prostej l .

Ramiona kątów m i n ograniczą na prostej g odcinek b , który jest drugą podstawą trapezu.

Ćwiczenia

- 1) Zbuduj trapez, gdy jest dana jego podstawa $a = 85$ mm, oba kąty leżące przy tej podstawie $\sphericalangle m = 75^\circ$, $\sphericalangle n = 40^\circ$, a nadto ramię trapezu, należące do kąta m , ma długość $r = 42$ mm.
- 2) Zbuduj trapez, gdy są dane obie jego podstawy a i b , jedno ramię r i kąt m między ramieniem r i podstawą a .

Rozwiąż to zadanie w zeszycie przyjmując za wyrażenia literowe a , b , r i m stosowne liczby.

- 3) Zbuduj trapez, gdy jest dana jedna jego podstawa a , jedno ramię r i przekątna e , a nadto jeden kąt m , leżący przy drugiej podstawie.

Rozwiąż to zadanie w zeszycie przyjmując za wyrażenia literowe stosowne liczby!

Budowa trapezoidu

39. Zadanie 6. Zbudować trapezoid, jeżeli jest dana jedna jego przekątna e i cztery boki a , b , c , d (rys. 41 — 2).

Objaśnienie: Przekątna e dzieli trapezoid na dwa trójkąty, dla których przekątna ta jest wspólnym bokiem. Budujesz więc te trójkąty, jak w zadaniu 1. art. 17.

Ćwiczenia

- 1) Zbuduj trapezoid, jeżeli w powyższym zadaniu zamiast przekątnej e dany jest kąt m między bokami a i b !
- 2) Zbuduj trapezoid, składający się z dwóch trójkątów równoramiennych, dla których przekątna e jest wspólną podstawą, to jest jeżeli na rys. 41 — 2) przyjmiesz $a = b$, $c = d$!

Uwaga: Trapezoid, składający się z dwóch równoramiennych trójkątów, nazywa się *deltoidem*.

Rozdział III

I. O kole i wielokątach foremnych

Określenie koła, promienia, średnicy

40. Przekonaj się, że linia k na rys. 42 posiada tę własność, że: *Każdy jej punkt jest równo oddalony od punktu S.*

Część płaszczyzny, ograniczoną tą linią i zawierającą punkt S , nazywamy *kołem*, samą linią *okręgiem* (obwodem) koła, punkt S *środkiem* koła, odległość któregośkolwiek punktu na okręgu od środka — *promieniem* koła.

Uwagi: 1) Koło kreślimy cyrklem, jak to widzisz na rys. 3 a!

2) Promień koła oznaczamy literą r , dwa promienie tego samego koła, tworzące razem odcinek prostej, nazywamy *średnicą*. Średnicę oznaczamy jedną literą d .

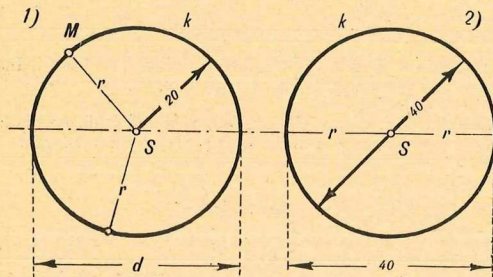
3) Koło jest wyznaczone, skoro znamy jego środek i promień (lub średnicę).

Wymiar promienia wpisujemy tak, jak widzisz na rys. 42 — 1).

Wymiar zaś średnicy wpisujemy:

a) albo na samej średnicy,

b) albo przenosimy go poza koło (rys. 42 — 2).



Rys. 42.

4) Koła zakreślone równymi promieniami nazywamy równymi.

Ćwiczenie

Zmierz średnice różnych kół i wykreśl je: a) w zeszytce, b) na tablicy! Wpisz na nich wymiary średnie!

Wskazówka: Jeżeli koło nie mieści się na rysunku w naturalnej wielkości, kreślisz je w pomniejszeniu;

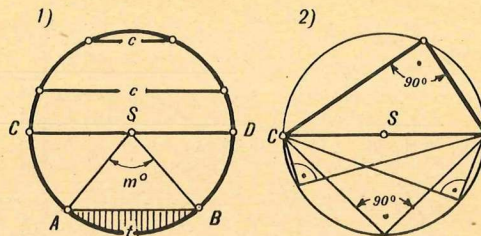
zapamiętaj jednak: *wymiary promieni i średnic wpisujemy na rysunku zawsze takie, jakie są w rzeczywistości!*

Łuk, cięciwa i kąt środkowy

41. Przyjmijmy na okręgu koła dwa dowolne punkty A i B (rys. 43).

Punkty te ograniczają dwie części okręgu; każdą z nich nazywamy łukiem. Zwykle bierzemy pod uwagę łuk mniejszy.

Łuk oznaczają będziemy jedną literą: ℓ lub dwoma: $\overline{AB}$.



Rys. 43.

Odcinek AB , który łączy dwa punkty okręgu, nazywamy cięciwą.

Promienie SA i SB zamykają ze sobą kąt, którego wierzchołek znajduje się w środku koła, i dlatego nazywa się kątem środkowym.

Ćwiczenia

- 1) Promień koła $r = 40$ mm. Wykreśl w nim kąty środkowe $m^\circ = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 180^\circ$ — i należące do tych kątów cięciwy i łuki!
- 2) Wykreśl w kole ten sam kąt środkowy m° w kilku położeniach i przekonaj się (przy pomocy kalki), że należą do niego równe cięciwy i równe łuki!

Zapamiętaj: 1) *Do równych kątów środkowych w równych kołach należą równe łuki i cięciwy.*

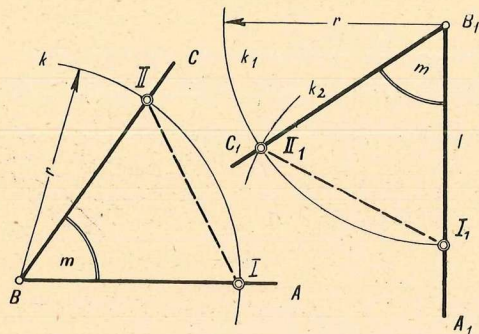
I nawzajem: 2) *Do równych łuków należą w równych kołach równe cięciwy i równe kąty środkowe.*

3) *Do równych ciętyw należą w równych kołach równe łuki i równe kąty środkowe.*

Przenoszenie kąta przy pomocy cyrkla

42. Zadanie. Dany kąt ABC przenieść przy pomocy cyrkla w inne położenie (rys. 44).

Rozwiązanie: Przyjmujemy dowolną prostą l i na niej punkt B_1 . Zakreślamy tym samym promieniem r łuk k z punktu B i łuk k_1 z punktu B_1 . Łuk k przecina ramiona danego kąta w punktach I i II , łuk k_1 przecina prostą l w punkcie I_1 . Bierzymy w rozwar-



Rys. 44.

tość cyrkla cięciwą $I II$ i zakreślamy nią łuk k_2 z punktu I_1 , który przecina łuk k_1 w punkcie II_1 . Prosta B, II_1 jest drugim ramieniem kąta $A_1 B_1 C_1$, który jest równy kątowi ABC . (Dlaczego?)

Wycinek koła, odcinek koła

43. 1) Część koła, ograniczoną łukiem i dwoma promieniami, przechodzącymi przez końce łuku, nazywamy *wycinkiem koła*.

2) Część koła, ograniczoną łukiem i do niego należącą cięciwą, nazywamy *odcinkiem koła*.

Wskaż na rys. 43 wycinek i odcinek koła, należące do kąta środkowego m° !

Kąt obwodowy spierający się na średnicy $= 90^\circ$

44. Zbliżajmy na rys. 43 cięciwę c do środka koła! Długość jej staje się coraz większa; *największą długość osiągnie cięciwa wtedy, gdy przejdzie przez środek koła, czyli gdy się stanie średnicą*.

Średnica zatem jest najdłuższą cięciwą w kole.

Kąt w kole, którego wierzchołek znajduje się na okręgu (na obwodzie) koła, nazywa się *kątem obwodowym*.

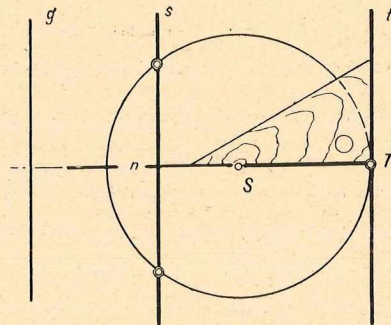
Jeżeli ramiona kąta obwodowego przechodzą przez końce średnicy, mówimy, że spiera się na tej średnicy.

Wykreśl kilka kątów obwodowych spierających się na tej samej średnicy i przekonaj się przy pomocy ekerki, że wszystkie są kątami prostymi (rys. 43 — 2).

Zapamiętaj: Wszystkie kąty obwodowe w kole spierające się na średnicy są kątami prostymi.

Sieczna, styczna, normalna do koła

45. Prosta, która znajduje się z kołem na tej samej płaszczyźnie, może mieć względem niego jedno z następujących położeni (rys. 45 a):



Rys. 45 a.

a) nie ma żadnego wspólnego punktu z kołem, jak np. prosta g ;

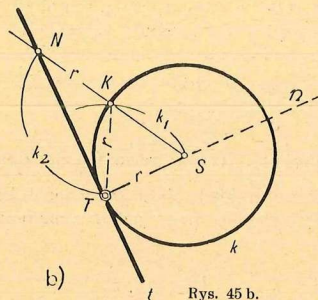
b) przecina okrąg koła w 2 punktach, jak np. prosta s .

Prostą s nazywamy *sieczną*.

c) Prosta ma z okręgiem jeden punkt wspólny, jak np. prosta t . Mówimy wtedy, że *prosta i koło stykają się ze sobą w punkcie T*. Prostą t nazywamy *styczną* do koła w punkcie T , punkt T — *punktem styczności*.

Zapamiętaj: 1) Dokładnie wykreślona styczna do koła powinna tworzyć kąt prosty z prostą n , która łączy punkt styczności T ze środkiem koła.

2) Dokładnie kreślimy styczną do koła przy pomocy konstrukcji poznanej w art. 24 — rys. 30 — c).



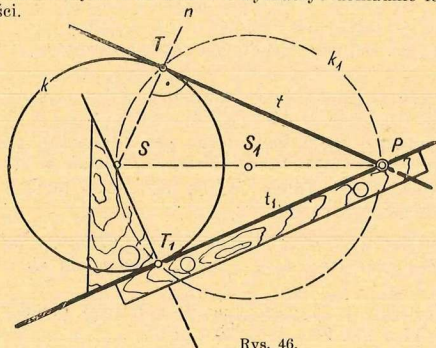
Rys. 45 b.

Powtórz tę konstrukcję i objaśnij konstrukcję stycznej do koła w punkcie T na rys. 45 b!

Prostą n nazywamy *normalną* do okręgu koła w punkcie T .

Ćwiczenia

- 1) Przyjmij kilka punktów na okręgu koła i zbuduj w nich — przy pomocy ekerki — styczne i normalne do okręgu!
- 2) Przyjmij kilka punktów: a) zewnątrz koła, b) wewnątrz koła i poprowadź normalne do okręgu, które przechodzą przez te punkty. Poprowadź styczne do okręgu w punktach, w których normalne przecinają okrąg!
- 3) Dany jest punkt P zewnątrz koła k (rys. 46). Mamy poprowadzić przez punkt P styczne do koła k i wyznaczyć dokładnie ich punkty styczności.



Rys. 46.

Wskazówka: Styczna t i normalna n w punkcie styczności T tworzą kąt prosty, którego jedno ramię n przechodzi przez środek koła S , drugie ramię t przechodzi przez punkt P . Wierzchołek więc tego kąta T znajduje się na obwodzie koła k_1 , zakreślonego na odcinku PS jako średnicy.

Uwaga: Mniej dokładnie można rozwiązać to zadanie przy pomocy liniału i ekerki (węgielnicy).

Położenie dwóch kół względem siebie

46. Dwie obręcze lub dwa krążki niechaj przedstawiają dwa koła! Jakie położenia mogą zająć te koła względem siebie?

Oznaczmy promienie kół przez r i r_1 , środki przez S i S_1 , odległość środków przez e , tj. $e = SS_1$. Prostą, która łączy środki, nazywać będziemy *dośrodkową*.

a) Jedno koło leży w obrębie drugiego

Koło mniejsze znajduje się na polu większego. Wtedy mogą zajść dwa przypadki:

1) **środków kół nie nakrywają się** (rys. 47 — a).

Odległość ich środków e jest mniejsza od różnicy ich promieni, co piszemy:

$$e < r - r_1.$$

2) **środków kół nakrywają się**, $e = 0$.

Okręgi kół ograniczają tak zwany *pierścień* kołowy; różnica promieni jest *szerokością pierścienia* (rys. 47 — b).

Uwagi: 1) Koła, które mają wspólny środek, nazywamy *współśrodkowymi*, w odróżnieniu do kół, które nie mają wspólnego środka, a które nazywamy *mimośrodkowymi*.

2) Do dwóch kół, z których jedno znajduje się w obrębie drugiego, nie można poprowadzić *wspólnych stycznych*!

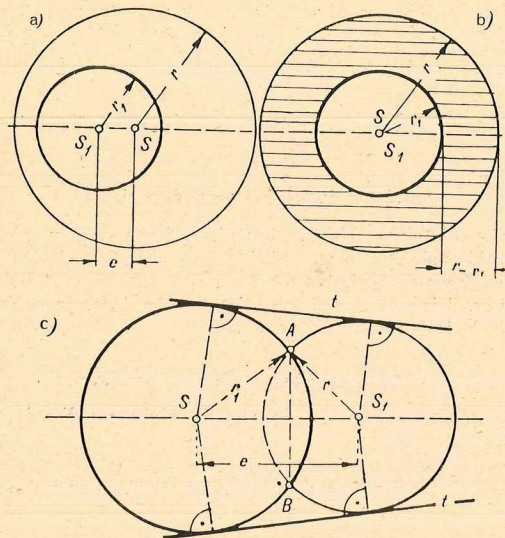
Zbadaj to przy pomocy liniału!

b) Okręgi kół przecinają się

Pola kół częściowo nakrywają się (rys. 47 — c); ich okręgi przecinają się w dwóch punktach A i B .

Koła takie mają *wspólną cięciwę*, która jest *prostopadła* do prostej *dośrodkowej*.

Odległość $e < r + r_1$.



Rys. 47.

Ustaw dwie obręcze w takim położeniu! Wskaż przy pomocy węgielnicy, że ich wspólna cięciwa jest prostopadła do prostej dośrodkowej!

Uwaga: Do dwóch kół przecinających się można poprowadzić dwie wspólne styczne.

Poprowadź takie styczne przy pomocy liniału i wyznacz ich punkty styczności przy pomocy węgielnicy lub ekierki!

c) Koła znajdują się zewnątrz siebie

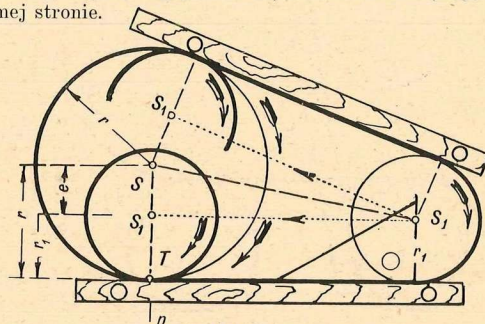
Koła nie mają żadnego wspólnego punktu, ich okręgi znajdują się zewnątrz siebie (rys. 48 i 49).

Odległość ich środków jest większa od sumy ich promieni, co piszemy:

$$e > r + r_1.$$

Do takich dwóch kół można poprowadzić dwie pary wspólnych stycznych:

1) Jedną parę tak zwanych *stycznych zewnętrznych* (rys. 48), tj. takich stycznych, względem których oba koła znajdują się po tej samej stronie.



Rys. 48.

2) Jedną parę tak zwanych *stycznych wewnętrznych* (rys. 49), tj. takich stycznych, względem których koła znajdują się po przeciwnych stronach.

Uwaga: Dwa takie koła łączymy — przy napędzie pasowym (transmisja) — za pomocą pasa, np. rzemiennego. Pas może być otwarty (rys. 48) lub skrzyżowany (rys. 49).

Jedno koło, zwane *napędnym*, jest stale związane z wałem napędym. Jeżeli puścimy w ruch wał napędny, to z nim obraca się również koło napędne, którego *wieniec* — wskutek tarcia — unosi ze sobą pas. Pas znowu — wskutek tarcia — obraca drugie koło, tak zwane koło *podżone*, a z nim wał podżony, który jest stale związany z tym kołem. Jeżeli pas jest otwarty, to oba koła mają zgodne obroty (rys. 48), jeżeli pas jest skrzyżowany, to obroty kół są niezgodne (rys. 49).

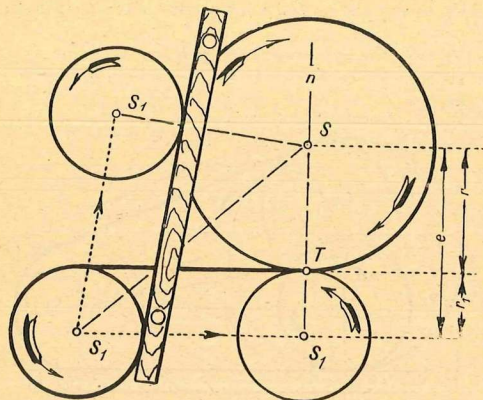
Wskaż w pracowni koła podżone pasem otwartym, pasem skrzyżowanym! Wyznacz przy pomocy liniału i węgielnicy punkt na okręgu koła, w którym pas chwytka koło, i punkt, w którym opuszcza koło!

Jak są połączone ze sobą koła maszyny do szycia, kołowrotka, koła roweru?

d) Koła stykające się

W końcu dwa koła mogą mieć *jeden punkt wspólny* T , w którym się stykają.

Koła takie mają w punkcie T wspólną styczną i wspólną normalną, na której znajdują się ich środki.



Rys. 49.

Również tutaj mogą zajść dwa przypadki:

- 1) Koła się stykają *wewnętrznie* (rys. 48), odległość środków

$$e = r - r_1$$

- 2) Koła się stykają *zewnętrznie* (rys. 49)

$$e = r + r_1.$$

Uwaga: Jeżeli okręgi kół stykających się zaopatrzymy w zęby i przymocujemy je do wałów (osi), otrzymamy *wieńce zębate*, przy pomocy których możemy również przenosić ruch obrotowy.

Wskaż przykłady zastosowania kół zębatach a) wewnętrźnie stykających się, b) zewnętrźnie!

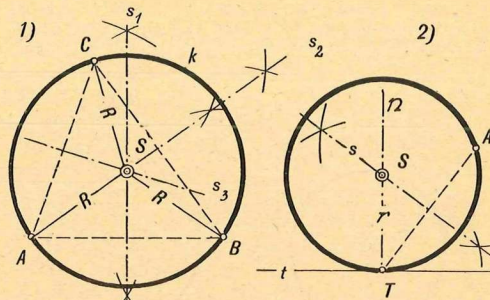
Zauważ, że koła stykające się wewnętrźnie obracają się zgodnie, jeżeli się stykają zewnętrźnie — niezgodnie!

II. Zadania na konstrukcje kół i łuków

Koło wyznaczone przez 3 punkty

47. Zadanie 1. Wykreślić koło k , którego okrąg przechodzi przez punkty A , B i C (rys. 50 — 1).

Rozwiązanie: Odcinki AB , AC i BC są cięciwami szukanego koła, a równocześnie podstawami trójkątów równoramiennych, które mają wspólny wierzchołek w środku koła S .



Rys. 50.

Kreślimy więc osie s_1 i s_2 cięciw AB i BC ; ich punkt przecięcia się jest szukanym środkiem. Przez punkt S przechodzi również oś s_3 odcinka AC . Promień koła szukanego $R = SA = SB = SC$.

Uwaga: Koło k nazywamy *kołem opisanym* na trójkącie ABC , trójkąt zaś ABC *wpisany* w koło k .

Ćwiczenia

- 1) Przyjmij dowolny trójkąt 1) różnoboiczny, 2) równoboczny, 3) równoramienny i opisz na nim koło!
- 2) Opisz koło na trójkącie prostokątnym i przekonaj się, że jego środek znajduje się na przeciwprostokątnej!

Koło wyznaczone przez punkt, styczną i punkt styczności

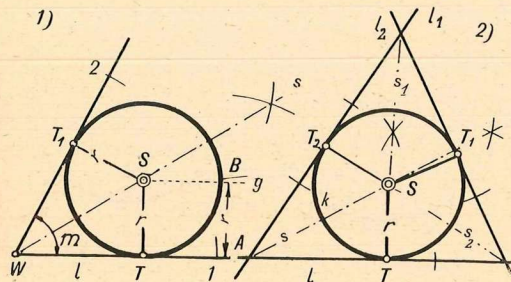
48. Zadanie 2. Wykreślić takie koło, którego okrąg przechodzi przez punkt A i dotyka prostej t w punkcie T (rys. 50 — 2).

Rozwiązanie: Środek S szukanego koła znajduje się w punkcie przecięcia się normalnej n w punkcie T z osią s cięciwy AT . Odcinek ST jest promieniem szukanego koła.

Koło styczne do ramion kąta

49. Zadanie 3. Dany jest kąt m (rys. 51 — 1). Mamy wykreślić koło o danym promieniu r , które by dotykało obu ramion danego kąta m .

Rozwiązanie: Wykreślmy oś s danego kąta m . Każdy punkt tej osi jest równo odległy od ramion kąta. Wykreślmy następnie prostą g do ramienia l kąta m i odetnijmy na niej odcinek $AB = r$. Prosta g , poprowadzona



Rys. 51.

na przez punkt B równoległą do ramienia l , przecina oś s w punkcie S , który jest środkiem szukanego koła, dotykającego obu ramion w punktach T i T_1 .

Uwaga: Odcinki WT i WT_1 nazywamy długościami stycznych poprowadzonych z punktu W do koła. Z przystawiania trójkątów WTS i WT_1S wynika, że odcinki te są równe. A zatem:

Styczne poprowadzone z tego samego punktu do koła mają równe długości.

Koło styczne do 3 prostych

50. Zadanie 4. Wykreślić takie koło, którego okrąg dotyka 3 prostych l , l_1 oraz l_2 (rys. 51 — 2).

Rozwiązanie: Jeżeli szukane koło ma dotykać prostych l i l_1 , to jego środek musi się znajdować na osi s kąta, który te proste zamykają. Wykreślmy więc oś s kąta, utworzonego przez proste l i l_1 .

Jeżeli znowu koło to ma dotykać również prostych l_1 i l_2 , to jego środek znajdować się musi na osi s_1 kąta, utworzonego przez te proste.

Wykreślamy więc oś s_1 kąta, który tworzą proste l_1 i l_2 .

Punkt S , w którym się przecinają osie, jest środkiem szukanego koła. Przez punkt ten przechodzi również oś s_2 kąta, zamkniętego przez proste l i l_2 .

Punkty styczności tego koła z prostymi l , l_1 i l_2 znajdują się na normalnych, poprowadzonych ze środka S do tych prostych.

Uwaga: Proste l , l_1 i l_2 na rysunku 51 — 2) tworzą trójkąt opisany na kole k . Koło nazywamy *wpisanym* w ten trójkąt.

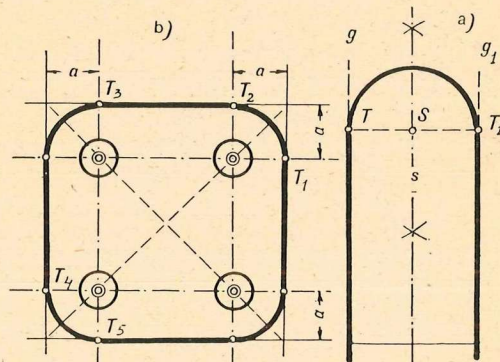
Ćwiczenia

Przyjmij dowolny trójkąt a) równoboczny, b) równoboczny, c) równoramienny, d) rozwartokątny, e) prostokątny i wpisz do niego koło!

Łączenie łukiem kołowym prostych równoległych

51. Zadanie 5. Dwie proste równoległe połączyć łukiem kołowym (rys. 52 — a).

Objaśnienie: Mamy wykreślić takie koło, które by dotykało danych prostych równoległych g i g_1 . Środki kół, które dotykają dwóch prostych



Rys. 52.

równoległych, leżą na prostej s , która jest równoległa do tych prostych i jest od nich równo oddalona. Punkty styczności leżą na średnicach tych kół, prostych do s .

Uwaga: Do połączenia dwóch prostych równoległych trzeba wykreślić półkole.

Zaokrąglanie naroży

a) Zaokrąglanie kąta prostego

52. Zadanie 6. Naroża kwadratowej płyty stołowej mamy zaokrąglić łukami kół o promieniach równych danemu odcinkowi a (rys. 52 — b).

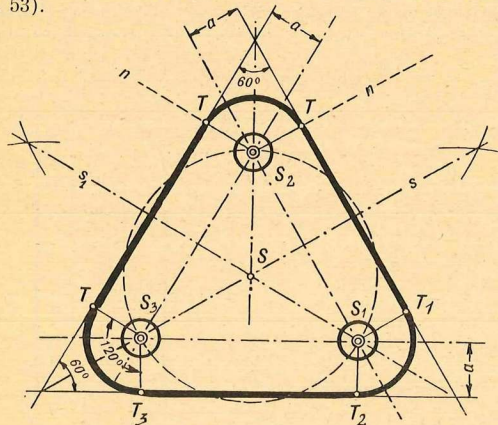
Wskazówka: Środki kół znajdują się w punktach przecięcia się 4 prostych dośrodkowych, poprowadzonych w odstępnie a równoległe do brze-

gów płyty. Te dośrodkowe przecinają brzegi w punktach styczności $T_1, T_2, T_3, \dots$

Uwaga: Do zaokrąglenia kąta prostego trzeba zakreślić ćwierćkoła.

b) Zaokrąglenie kąta ostrego $= 60^\circ$

53. Zadanie 7. Mamy zaokrąglić łukami kół o promieniu a płytę taboretu, mającego kształt trójkąta równobocznego (rys. 53).



Rys. 53.

Wskazówka: Linie dośrodkowe są prostymi równoległymi do brzegów taboretu w odstępnie a i tworzą drugi trójkąt równoboczny, którego wierzchołki S_1, S_2 i S_3 są środkami kół o promieniu a ; ich punkty styczności z krawędziami płyty znajdują się na normalnych, wykreślonych ze środków S_1, S_2 i S_3 do tych krawędzi.

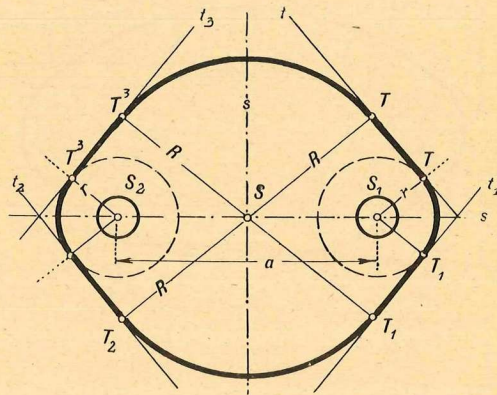
Uwaga: Do zaokrąglenia kąta 60° trzeba zakreślić łuk, który jest równy $\frac{1}{3}$ okręgu.

c) Zaokrąglenie kąta ostrego i rozwartego

54. Zadanie 8. Dany jest romb, którego bokami są krawędzie t, t_1, t_2 i t_3 (rys. 54); zaokrąglić jego kąty ostre łukami jednego koła, kąty zaś rozwarte łukami dwóch kół równych, których środki są odległe od siebie o odcinek a .

Wskazówka: 1) Punkt S , w którym przecinają się przekątne rombu, jest środkiem koła wpisanego w romb; punkty jego styczności znajdują się na prostopadłych, wykreślonych z punktu S do przeciwległych boków.

2) Koła, dotykające ramion kątów rozwartych, kreślisz jak na rysunku 54.



Rys. 54.

Łączenie dwóch kół za pomocą łuków kołowych

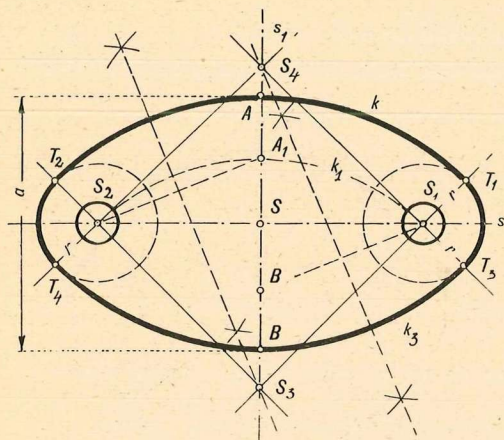
55. Zadanie 9. Narysować płytę owalną przez połączenie danych dwóch kół o środkach S_1 i S_2 i promieniu r za pomocą łuków dwóch innych kół równych jednak tak, aby płyta miała daną szerokość a (rys. 55).

Wskazówka: Odeinamy na osi s_1 od środka płyty S odcinek $\frac{a}{2}$ i otrzymujemy punkt A , przez który ma przejść takie koło k , które ma dotykać obu małych kół.

Koło k jest współśrodkowe z kołem k_1 , które przechodzi przez środki S_1 i S_2 danych kół i przecina oś s_1 w punkcie A_1 . Punkt A_1 otrzymamy, jeżeli na osi s_1 odetniemy odcinek $AA_1 = r$. Odcinki S_1A_1 i S_2A_1 są cięciwami koła k_1 ; osie tych cięciw przecinają się w środku S_3 koła k_1 , więc i koła k .

Punkty styczności T_1 i T_2 koła k z danymi kołami leżą na dośrodkowych S_1S_3 i S_2S_3 .

Środek S_3 koła k_3 , które dotyka małych kół w punktach T_3 i T_4 , jest symetryczny do środka S_3 koła k względem punktu S .



Rys. 55.

Łączenie za pomocą łuków kołowych prostych równoległych i okręgu koła

56. Zadanie 10. Mamy dwie proste równoległe g i q i okrąg koła k , którego środek S znajduje się na osi s prostych g i q , połączyć za pomocą łuków kół o promieniu r (rys. 56).

Wskazówka: Ze środka S danego koła o promieniu R , zakreślamy drugie koło k_1 promieniem $R + r$. Koło k_1 przecina proste l i l_1 , poprowadzone w odstępach r , równoległe do prostych g i q , w punktach S_1 i S_2 . Punkty S_1 i S_2 są środkami kół o promieniu r , którymi połączymy proste g i q z kołem k .

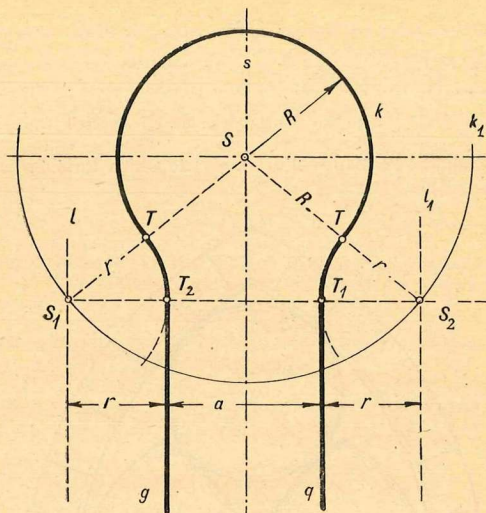
Punkty styczności tych kół z kołem k znajdują się na dośrodkowych S_1S i S_2S , z prostymi g i q na dośrodkowej S_1S_2 .

57. Zadanie 11. Zaprojektuj ramy do okien w kościele, zbudowanym w stylu romańskim* (rys. 57).

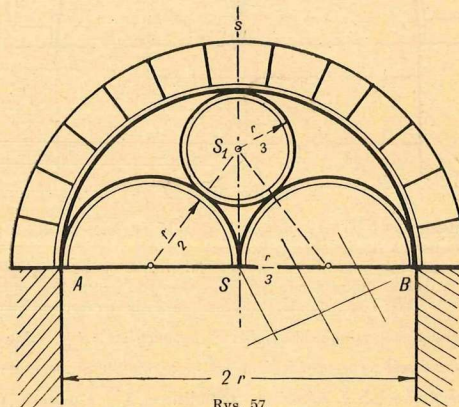
Objaśnienie: Styl romański odznacza się tym, że sklepienia w nim występujące są półkoliste.

Jeżeli AB jest linią nasadową sklepienia nad oknem, to główna rama okna będzie miała kształt półkoła, zakreślonego na średnicy $AB = 2r$.

* Na wycieczce zwróć uwagę na style naszych kościołów!



Rys. 56.



Rys. 57.

cie C . Od punktu C na prawo odcinamy odcinek $CD = 3r$. Jeżeli punkt D połączymy z końcem średnicy B , otrzymamy długość połowy okręgu koła.

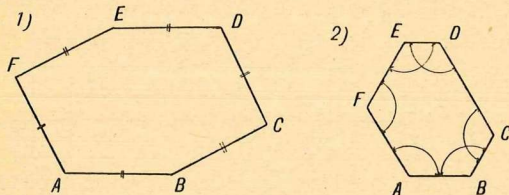
1) Przekonaj się o tym przez zmierzenie odcinka BD i porównanie jego długości z połową okręgu tego koła, obliczonego podług wzoru!

2) Przedstaw odcinkiem długość okręgu koła o promieniu $r = 5$ cm!

III. O wielokątach foremnych i podziale okręgu koła na równe części

Określenie wielokąta foremnego

60. Wielokąt jest *równoboczny*, gdy wszystkie jego boki są równe (rys. 60 — 1), *równokątny*, gdy wszystkie jego kąty są równe (rys. 60 — 2).



Rys. 60.

Wielokąt nazywamy *foremny*, jeżeli ma *wszystkie boki i wszystkie kąty równe*.

Kąt między dwoma bokami wielokąta foremnego nazywa się *kątem wpisanym*.

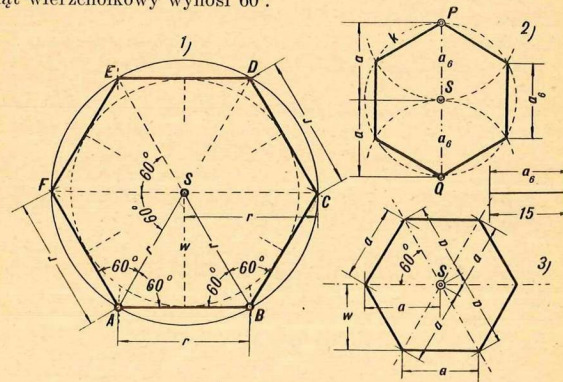
Jeżeli wykreślimy osie wszystkich kątów obwodowych wielokąta foremnego, to przetną się one w jednym punkcie S , który jest środkiem koła opisanego na wielokącie, a równocześnie środkiem koła wpisanego do wielokąta (rys. 61)*. Punkt S nazywamy *środkiem wielokąta foremnego*.

W praktyce warsztatowej — poza trójkątem równobocznym i kwadratem — najczęściej występują: sześciokąt, ośmiokąt i dwunastokąt foremny.

* Zob. art. 47 i art. 50!

Konstrukcja sześciokąta foremnego i z nią związany podział okręgu koła na 6 i 3 równe części

61. Wykreślimy w kole o środku S i promieniu r kąt środkowy, wynoszący 60° , to jest szóstą część kąta pełnego, o wierzchołku S (rys. 61 — 1). Oznaczmy następnie punkty przecięcia się ramion tego kąta z okręgiem przez A i B i połączmy je za pomocą cięciwy AB ; otrzymamy trójkąt równoramienny SAB , którego kąt wierzchołkowy wynosi 60° .



Rys. 61.

Wiemy, że suma wszystkich kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 180° ; na oba więc kąty przy podstawie AB trójkąta SAB wypada: $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

A ponieważ kąty przy podstawie trójkąta równoramiennego są równe,* przeto każdy z nich w trójkącie SAB ma po 60° .

Trójkąt SAB ma więc wszystkie kąty równe, jest zatem *równoboczny*, a jego wszystkie boki są równe promieniowi koła, to jest:

$$SA = SB = AB = r.$$

Dzieląc pełny kąt środkowy w kole na sześć równych części otrzymamy na jego polu sześć trójkątów równobocznych, których ramiona przetną okrąg koła w sześciu punktach A, B, C, D, E i F , wyznaczających sześć równych cięciw o długości r , to jest:

$$AB = BC = CD = DE = EF = FA = r.$$

* Zob. art. 17, zad. 3!

Każde dwie sąsiednie z tych cięciw zamykają między sobą kąt równy: $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$.

Cięciwy te tworzą zatem sześciokąt foremny wpisany w koło.

Bok tego sześciokąta równy jest promieniowi koła, jego kąt wpisany wynosi 120° .

A ponieważ do równych cięciw należą w tym samym kole równe łuki, przeto poznajemy, że:

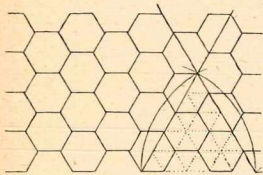
Wierzchołki sześciokąta foremnego, wpisanego w koło dzielą okrąg na sześć równych części.

62. Zadanie 1. Dany jest bok sześciokąta foremnego $a = 15$ mm; wykreślić sześciokąt:

- 1) przy pomocy cyrkla i liniału;
- 2) przy pomocy samej ekierki.

Rozwiązanie: 1) Bierzemy w rozwartość cyrkla dany bok a i zakreślamy nim, jako promieniem, koło k , w którym kreślimy następnie dowolną średnicę PQ (rys. 61 — 2). Jeżeli z końców tej średnicy zakreślimy tym samym promieniem a dwa łuki, to przetną one okrąg koła k w czterech punktach, które razem z punktami P i Q dzielą okrąg na 6 równych części. Łącząc co dwa sąsiednie z tych punktów przy pomocy liniału, otrzymamy sześciokąt foremny o boku $a = 15$ mm.

2) Będąc w posiadaniu tylko ekierki nierównoramiennej wykreślamy przy pomocy niej trzy linie proste, przecinające się w punkcie S pod kątem 60° i odmierzamy na nich po obu stronach punktu S odcinek $a = 15$ mm. Otrzymujemy w ten sposób sześć wierzchołków sześciokąta foremnego o boku a , które następnie łączymy przy pomocy brzegu ekierki (rys. 61 — 3).



Rys. 62.

kąty obwodowe przy tym wierzchołku utworzą razem kąt pełny ($3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$).

Na tej własności polega tworzenie sieci z sześciokątów foremnych (rys. 62).

Narysuj sieć z sześciokątów foremnych o boku $a = 15$ mm!

63. Zadanie 2. Dany jest promień koła $a = 15$ mm, wykreślić trójkąt równoboczny wpisany w to koło:

- 1) przy pomocy cyrkla i liniału;
- 2) przy pomocy tylko ekierki.

* Zob. art. 41!

Wskazówka: Kreślimy sześciokąt foremny wpisany w to koło, tak jak w rozwiązaniu 1) i 2) zadania 1. Przekątne tego sześciokąta, które łączą co drugi jego wierzchołek, tworzą trójkąt równoboczny wpisany w koło o promieniu a (rys. 61 — 1).

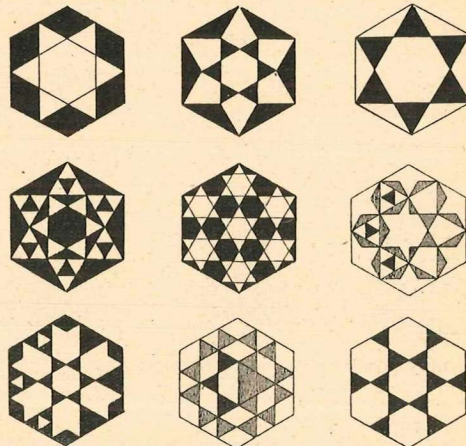
Równym bowiem łukom w tym samym kole odpowiadają równe cięciwy.

Uwaga: Rozwiązanie powyższego zadania łączy w sobie rozwiązanie innego zadania:

Wykreślony okrąg koła podzielić na 3 równe części

Ćwiczenie

Przekątne sześciokąta foremnego, które nie przechodzą przez jego środek, tworzą dwa trójkąty równoboczne, skrzyżowane w figurę gwiazdzistą, która się składa z mniejszego sześciokąta i z sześciu mniejszych rów-

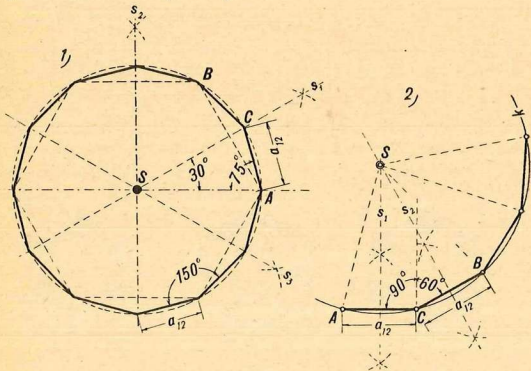


Rys. 63.

nych trójkątów równobocznych. Takie figury gwiazdzone mają zastosowanie w ornamentyce. Na rys. 63 podano kilka takich ornamentów. Wybierz jeden z nich i narysuj sieć, jak na rys. 62!

Konstrukcja dwunastokąta foremnego i z nią związany podział okręgu koła na 12 równych części

64. Mając dany sześciokąt foremny i koło na nim opisane, wykreślmy osie boków sześciokąta (rys. 64—1). Osie te przechodzą przez środek S i dzielą okrąg koła — razem z wierzchołkami sześciokąta — na 12 równych części.



Rys. 64.

Cięciwy, które łączą następujące po sobie punkty podziału, tworzą dwunastokąt foremny wpisany w dane koło.

Kąt środkowy, przynależny do boku dwunastokąta, wynosi:

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ;$$

kąt więc przy podstawie trójkąta równoramiennego SAC wynosi:

$$(180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ.$$

A zatem kąt wpisany dwunastokąta foremnego ma

$$75^\circ + 75^\circ = 150^\circ.$$

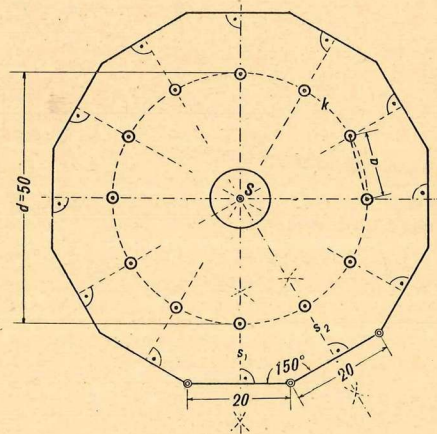
65. Zadanie 1. Wykreślić dwunastokąt foremny, którego bok $a_{12} = 20$ mm.

Rozwiązanie: Przy pomocy eierki nierównoramiennej budujemy kąt wpisany $150^\circ = 90^\circ + 60^\circ$ (rys. 64—2) i odmierzamy na jego ramionach, od wierzchołka począwszy, bok dwunastokąta.

Jeżeli wykreślimy osie boków AC i CB , to przetną się one w punkcie S , który jest środkiem koła k opisanego na dwunastokącie.

Przy pomocy tego koła wykreślimy dalsze wierzchołki dwunastokąta.

Zadanie 2. W płycie, mającej kształt dwunastokąta foremnego, mamy wywiercić 12 otworów, leżących na okręgu koła o średnicy $d = 50$ mm, współśrodkowego z dwunastokątem, i na osiach boków dwunastokąta; wyznaczyć miejsca na otwory (rys. 65).



Rys. 65.

Wskazówka: Należy najpierw wyznaczyć za pomocą konstrukcji, podanej w zadaniu 1, środek S dwunastokąta foremnego, który jest zarazem środkiem koła o średnicy $d = 50$ mm.

Konstrukcja kwadratu wpisanego w koło i ośmiokąta foremnego.

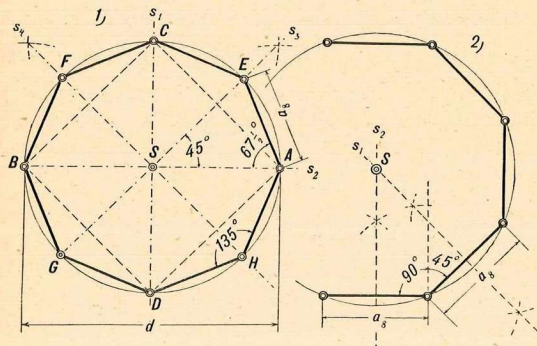
Podział okręgu koła na 4 i 8 równych części

66. a) Jeżeli w danym kole o średnicy d wykreślimy dwie średnice do siebie prostopadłe, jak np. średnice AB i CD na rys. 66—1), to przetną one okrąg koła w punktach, które podzielą go na 4 równe części.

Cięciwy AB , CD , BD i DA , łączące punkty tego rodzaju, są bokami kwadratu wpisanego w koło; przekątne jego są równe średnicom danego koła.

b) Jeżeli wykreślimy osie boków kwadratu wpisanego w koło, to przetną one okrąg jeszcze w czterech punktach, które z wierzchołkami kwadratu podzielią okrąg na 8 równych części.

Cięciwy, które łączą następujące po sobie punkty podziału, tworzą *ośmiokąt foremny* wpisany w koło.



Rys. 66.

Kąt środkowy, należący do boku ośmiokąta, wynosi 45° ; suma więc kątów przy podstawie trójkąta równoramiennego SAE wynosi:

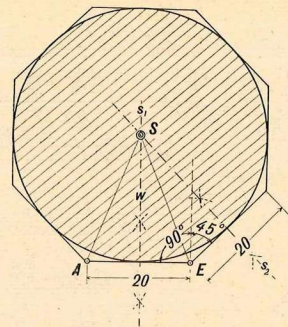
$$180 - 45 = 135^\circ;$$

tyle stopni ma również kąt wpisany ośmiokąta foremnego.

67. Zadanie 1. Wykreślić ośmiokąt foremny, którego bok $a_8 = 20$ mm.

Rozwiązanie: Przy pomocy ekierki budujemy kąt obwodowy ośmiokąta foremnego 135° (rys. 66 — 2) i na ramionach jego odmierzymy bok $a_8 = 20$ mm. Osie tych boków przecinają się w punkcie S , który jest środkiem koła opisanego na ośmiokącie; przy pomocy tego koła wykreślamy dalsze wierzchołki ośmiokąta.

Zadanie 2. Słup graniasty, którego przekrój poprzeczny jest ośmiokątem foremnym, ma być obrobiony na słup okrągły, którego przekrój poprzeczny jest kołem wpisanym w ośmiokąt. Zaznaczyć na przekroju słupa graniastego przekrój słupa okrągłego (Rys. 67).

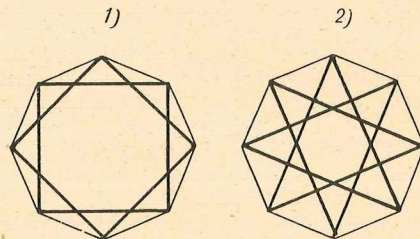


Rys. 67.

Wskazówka: Wykreślasz środek S ośmiokąta foremnego, jak w zadaniu 1. i łączysz go z sąsiednimi wierzchołkami ośmiokąta A i E . Wysokość trójkąta SAE jest promieniem przekroju słupa okrągłego (waleca).

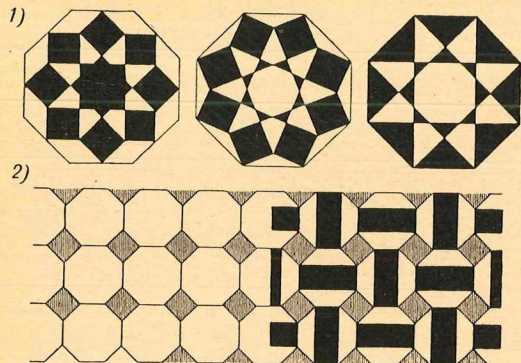
Ćwiczenia

- 1) Przekątne, które łączą co drugi wierzchołek ośmiokąta foremnego, tworzą dwa kwadraty, skrzyżowane w figurę gwiazdzistą, która się składa z mniejszego ośmiokąta i ośmiu trójkątów prostokątnych równoramiennych.



Rys. 68.

nych (rys. 68 — 1). Przekątne zaś, które łączą co trzeci wierzchołek ośmiokąta, tworzą figurę gwiazdzistą, składającą się z ośmiokąta foremnego, z ośmiu trójkątów prostokątnych równoramiennych i z ośmiu deltoidów (rys. 68 — 2). Oba rodzaje figur gwiazdzistych zastosowano



Rys. 69.

- do wykreślenia ornamentów na rys. 69 — 1. Objasnij ich konstrukcję i wykreśl jeden z nich w powiększeniu!
- 2) Rys. 69 — 2 przedstawia sieć, złożoną z równych ośmiokątów foremnych i zaczęty w niej ornament; dokończ go!

R o z d z i a ł IV

I. Podziałka. Zwiększanie i zmniejszanie figur płaskich. Zbieżność, nachylenie i wchrowatość prostych. Wykreślanie owali i linii koszykowych

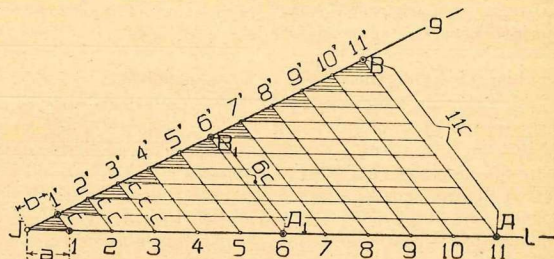
Konstrukcja, służąca do podziału odcinka na równe części lub w danym stosunku — czyli w danej skali (w danej podziałce)

68. a) Na rysunku 70 przyjęto dowolny kąt, którego ramiona oznaczono literami l i g , a wierzchołek literą J .

Na ramieniu l odłożono odcinek JA , na ramieniu zaś g odcinek JB .

Z art. 28 (rys. 33 — 2) wiemy:

Jeżeli odcinek JA podzielimy na pewną ilość równych części i przez punkty podziału poprowadzimy proste równoległe do prostej AB , która łączy koniec A tego odcinka z końcem B odcinka JB , to równoległe te podzielią odcinek JB na taką samą ilość



Rys. 70.

równych części. Równe części odcinka JA oznaczono na rys. 70 przez a , równe zaś części odcinka JB przez b .

Na rysunku tym spostrzegamy, że punkt A_1 dzieli odcinek AJ w stosunku, jak 5:6 (czytaj: jak 5 do 6), punkt zaś B_1 , który leży na prostej A_1B_1 , równoległej do AB , dzieli odcinek BJ również w tym samym stosunku, jak 5:6.

Albowiem mamy: $A_1A = 5a$, $A_1J = 6a$,

$$\frac{A_1A}{A_1J} = \frac{5a}{6a} = \frac{5}{6};$$

$$B_1B = 5b, B_1J = 6b,$$

$$\frac{B_1B}{B_1J} = \frac{5b}{6b} = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Stąd } \frac{A_1A}{A_1J} = \frac{B_1B}{B_1J}.$$

A zatem:

Jeżeli dwa odcinki JA i JB mają wspólny punkt J , to każda prosta, równoległa do prostej AB , przecina te odcinki w punktach, które je dzielą w równym stosunku.

Zadanie. Dany odcinek MN podzielić w stosunku 2:3 (rys. 71 — a).

Odcinek MN podzielę w stosunku, jak 2:3, jeżeli go podzielę na 5 równych części, a następnie punktem C ograniczę odcinek MC , zawierający dwie z tych części, i odcinek CN , zawierający trzy z tych części. Mamy wtedy bowiem stosunek $\frac{MC}{CN} = \frac{2}{3}$.

Podział taki uskutecznia się zatem za pomocą konstrukcji po- znanej na rys. 33 — 2).

Uwaga: W praktyce warsztatowej posługujemy się często następującą konstrukcją podziału odcinka na równe części:

Przez dowolny punkt O prowadzę dowolną prostą l , a na niej odkładam pięć lub więcej razy ten sam dowolny odcinek (rys. 71 — b). Otrzymuję punkty 1, 2, 3, 4, 5, ..., przez które prowadzę proste równoległe o dowolnym kierunku.

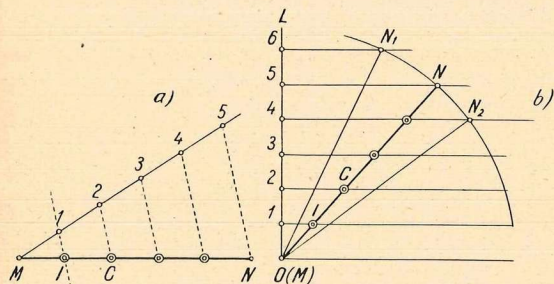
Biorę teraz w rozwartość cyrklą odcinek MN , który mam podzielić np. na 5 równych części, i z punktu O zakreślam łuk koła. Łuk ten przecina prostą równoległą, przechodzącą przez punkt 5 w punkcie N . Jeżeli połączę O z N , to odcinek NO będzie równy odcinkowi MN i będzie podzielony na 5 równych części za pomocą prostych równoległych.

Konstrukcja ta jest dogodna, gdyż raz narysowana dokładnie na boku rysunku, może służyć do podziału jakiegokolwiek odcinka na dowolną ilość równych części.

Za pomocą tej konstrukcji podziel odcinek MN na 4, 3, 2, 6 części!

Podziel odcinek MN w stosunku, jak 2:5, 3:4, 1:5 itd.!

b) Odcinek MI na rys. 71, który jest piątą częścią odcinka MN , nazywa się *pięciokrotnym pomniejszeniem* odcinka MN albo *po-*



Rys. 71.

mnieszeniem odcinka MN w stosunku jak 1:5. Stosunek bowiem

$$\frac{MI}{MN} = \frac{1}{5}.$$

Analogicznie odcinek MC , który zawiera dwie piąte części odcinka MN , nazywa się *podmniejszeniem* odcinka MN w stosunku jak

$$2:5; \text{stosunek bowiem } \frac{MC}{MN} = \frac{2}{5}.$$

Oczywiście, jeżeli odcinek MC jest pomniejszeniem odcinka MN w stosunku $\frac{2}{5}$, to odcinek MN jest powiększeniem odcinka MC w stosunku $\frac{5}{2}$.

Konstrukcje zatem na rys. 71 służyć mogą tak do *podmniejszania* jak *powiększania* odcinka w danym stosunku.

Pomniejsz odcinek $AB = 7$ cm w stosunku $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}$!

Powiększ odcinek $CD = 3$ cm w stosunku $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}$!

Do podmniejszania i powiększania danego odcinka w pewnym stosunku o wiele dogodniejszą jest tak zwana *podziałka kątowa*, którą poznasz w następnym artykule.

c) Wróćmy jeszcze raz do rys. 70 i poprowadźmy przez punkty 1', 2', 3', 4', ... proste równoległe do ramienia l .

Udowodnij przy pomocy równoległoboków, które widzisz na rysunku, że te równoległe dzielą odcinki 22', 33' 44', 55', — na 2, 3, 4, 5 równych części!

Jeżeli oznaczysz zatem 11' przez c , otrzymasz $22' = 2c$, $33' = 3c$, $44' = 4c$, ... $A_1B_1 = 6c$, ... $AB = 11c$.

$$\text{Stąd otrzymujesz } \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{6c}{11c} = \frac{6}{11}.$$

Jednak na tym samym rysunku widzisz, że

$$\frac{A_1J}{AJ} = \frac{6a}{11a} = \frac{6}{11}; \quad \frac{B_1J}{BJ} = \frac{6b}{11b} = \frac{6}{11}.$$

A zatem:

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{A_1B_1}{AB} &= \frac{A_1J}{AJ}; \\ 2) \quad \frac{A_1B_1}{AB} &= \frac{B_1J}{BJ}. \end{aligned}$$

Nazywając punkty A i A_1 , B i B_1 , które leżą na tym samym ramieniu kąta $\angle J$, odpowiednimi końcami odcinków AB i A_1B_1 , możemy powyższą własność wyrazić następująco:

Stosunek odcinków równoległych między ramionami dowolnego kąta równa się stosunkowi odległości odpowiednich końców tych odcinków od wierzchołka kąta.

Konstrukcja podziałki kątowej i podziałki poprzecznej

69. Na własności, poznanej w poprzednim artykule, polega konstrukcja:

1) tzw. *podziałki kątowej*, 2) tzw. *podziałki poprzecznej*.

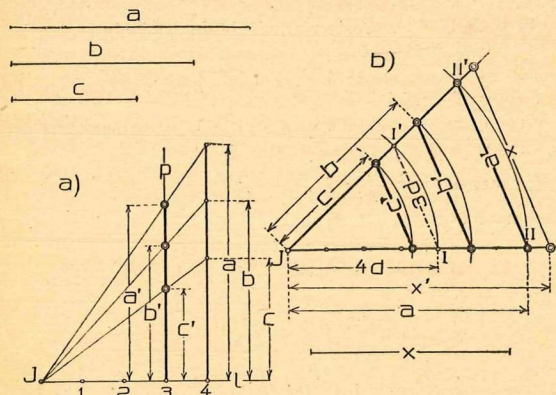
1) *Podziałka kątowa*. Podziałki kątowej używa się do zmniejszania lub zwiększania odcinków w danym stosunku.

Mamy np. odcinki a, b, c zmniejszyć (skrócić) w stosunku $\frac{3}{4}$ (rys. 72 — a).

Na dowolnej linii prostej l od punktu J odkładamy cztery równe, lecz dowolne odcinki; końce oznaczamy 1, 2, 3, 4. W punkcie 4 wykreślamy prostą p prostopadłą do l , a na niej odkładamy dane odcinki a, b, c .

Wykreślimy w punkcie 3 prostą p prostopadłą do l i połączmy końce odcinków a, b, c z punktem J . Proste łączące odczną na prostej p odcinki a', b', c' , które będą skróceniami odcinków danych a, b, c , w stosunku $\frac{3}{4}$. Dlaczego?

Czasem dogodniejszą jest podziałka kątowa w kształcie trójkąta równoramiennego (rys. 72 — b).



Rys. 72.

Jeżeli chcemy dane odcinki skrócić (zmniejszyć) w stosunku np. $\frac{3}{4}$, rysujemy trójkąt równoramienny, którego podstawa $I'I = 3d$, a ramię $JI = 4d$, przy czym d jest dowolnym odcinkiem. Bierzemy następnie w rozwartość cyrkla dany odcinek a i z punktu J zakreślamy łuk koła, który przecina ramiona w punktach II i II' . Odcinek $II' II = a'$ jest szukanim skróceniem odcinka a w stosunku $\frac{3}{4}$, gdyż $\frac{a'}{a} = \frac{3}{4}$.

Znajdź w ten sam sposób skrócenia b', c' odcinków b i c !

Jeżeli odcinek x chcemy powiększyć w stosunku $\frac{3}{4}$, umieszczamy go między ramionami równoległe do podstawy $I' I$. Otrzy-

many odcinek x' na ramieniu jest szukanim powiększeniem odcinka x .

2) *Podziałka poprzeczna*. Podziałki poprzecznej używa się wtedy, jeżeli chcemy jakąś część przyjętej jednostki podzielić na drobniejsze części.

Niech np. odcinek AB na rys. 73 — a) przedstawia $\frac{1}{10}$ część odcinka MN . Poprowadźmy w dowolnych, lecz równych odstępach równoległe do odcinka AB , a następnie przetnijmy je prostą BO , prostopadłą do AB w punkcie B , i prostą OA , łączącą punkt A z punktem O .

Punkty przecięcia się pierwszej prostej oznaczamy 0, 1, 2, 3, 4, ..., 9, B , punkty przecięcia się drugiej prostej oznaczamy 0, 1', 2', ..., 9', A .

Natenczas mamy:

$11' = \frac{1}{10}$	odcinka AB , a zatem	$\frac{1}{100}$	odcinka MN ;
$22' = \frac{2}{10}$	" " " "	$\frac{2}{100}$	" "
$33' = \frac{3}{10}$	" " " "	$\frac{3}{100}$	" "
$88' = \frac{8}{10}$	" " " "	$\frac{8}{100}$	" "
$99' = \frac{9}{10}$	" " " "	$\frac{9}{100}$	" "

W ten sposób dokonaliśmy podziału odcinka MN na setne części.

Gdyby odcinek AB był setną częścią odcinka MN , to odcinki $11', 22', \dots$ byłyby tysięcznymi częściami odcinka MN .

Jakie części odcinka MN przedstawiałyby odcinki $11', 22', 33', \dots$, gdyby odcinek AB był $\frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{50}, \frac{1}{75}$ częścią odcinka MN ?

Przy wykonywaniu rysunku w pewnej skali lub przy odczytywaniu rysunku już wykonanego w pewnej skali sporządzamy sobie *podziałkę poprzeczną* w kształcie, podanym na rys. 73 — b).

Mamy wykonać rysunek np. w skali (w podziałce) 1:50; znaczy to, że 1 m w rzeczywistości będzie przedstawiony na rysunku przez odcinek 50 razy mniejszy, a więc przez odcinek długości 2 cm.

Odlóżmy na linii poziomej OH , od punktu S na prawo, odcinki długości 2 cm; natenczas odcinki $S1, S2, S3, S4$ przedstawiają nam 1 m, 2 m, 3 m, 4 m w rzeczywistości.

Odlóżmy na lewo od punktu S odcinek $SO = 2$ cm i podzielmy go na 10 równych części; jedna taka część przedstawia zatem $\frac{1}{10}$ m, czyli 1 dm.

Każde dwa z tych trójkątów, jak z łatwością poznajemy z rysunku, posiadają następujące właściwości:

- 1) Kąty przy odpowiednich wierzchołkach są sobie równe.
- 2) Wartość ilorazu, czyli stosunku każdej pary równoległych do siebie (odpowiednich) boków jest ta sama i równa się skali (podziałce).

Np. w trójkątach 123 i 1''2''3''' mamy:

$$\frac{12}{1''2''} = \frac{23}{2''3''} = \frac{31}{3''1''} = \frac{1}{5}, \text{ odwrotnie}$$

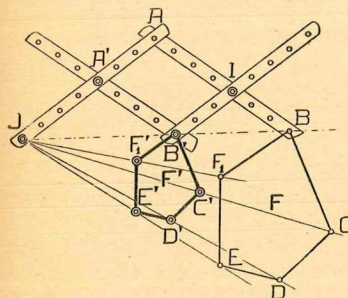
$$\frac{1''2''}{12} = \frac{2''3''}{23} = \frac{3''1''}{31} = \frac{5}{1} = 5.$$

Uwaga: 1) Poznane trójkąty nazywamy *podobnymi*.

2) Jeżeli jakiegokolwiek dwie figury posiadają powyższe dwie własności, nazywamy je *figurami podobnymi*.

b) Do rysowania (kopiowania) figury F' , podobnej do figury F , służy przyrząd (*pantograf*), który w łatwy sposób można sobie sporządzić:

Weź cztery listewki równej długości (rys. 75) i podziel każdą z nich np. na 7 równych części. Dwie z nich połącz przegubowo w punkcie A , drugie dwie w punkcie B' .



Rys. 75.

Jeżeli chcesz figurę F' narysować w pomniejszeniu jak 4:7, połącz obie pary listewek w punktach A' i I tak, aby tworzyły równoległobok o bokach 4 i 3, jak to widzisz na rys. 75.

Przymocuj przyrząd w punkcie J , w otwór w punkcie B włoż sztyfeik, a w otwór w punkcie B' ołówek. Jeżeli sztyfeik w punkcie B porusza się po figurze F , to ołówek w punkcie B' opisuje figurę F' , która jest pomniejszeniem figury F w skali 4:7.

Jak przemieścisz punkty A' i I , jeżeli figurę chcesz zmniejszyć w stosunku $\frac{5}{7}$?

Gdzie należy włożyć ołówek, jeżeli figurę chcesz powiększyć w pewnym stosunku?

Sporządź przyrząd, za pomocą którego można zmniejszać lub powiększać daną figurę — w stosunku, którego mianownikiem jest 10!

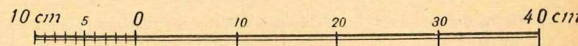
Ćwiczenia

- 1) Podzielić odcinek 68 mm na 2 nierówne części: a) w stosunku 4:3; b) w stosunku 2:3, używając do tego konstrukcji, wyjaśnionych na rysunku 71.
- 2) Konstrukcją, wskazaną na rys. 72 — a), a) powiększyć odcinek 55 mm w stosunku 5:3, b) pomniejszyć odcinek 75 mm w stosunku 5:7.
- 3) a) Najdogodniej jest rysować przedmioty w zmniejszeniu 1:10, 1:100, 1:1000,.... Wtedy bowiem nie potrzeba sporządzać osobnej podziałki, wystarczy zwykła podziałka milimetrowa.
Np. Przy zmniejszaniu 1:10 każdemu milimetrowi na podziałce odpowiada 1 cm w rzeczywistości, 1 cm na podziałce 1 dem w rzeczywistości itd.

Wyjaśnij, co będzie oznaczać w rzeczywistości 1 mm, 1 cm, 1 dem na podziałce, zmniejszonej w stosunku 1:100, 1:1000, 1:1 000 000!

- b) Jeżeli stosunek zmniejszenia nie da się wprost odczytać z podziałki milimetrowej, rysujemy poniżej rysunku stosowną podziałkę.

SK 1:5



Rys. 76.

Rys. 76 przedstawia podziałkę (skalę) zmniejszenia w stosunku 1:5. Jeden cm w rzeczywistości jest przedstawiony 2 mm na podziałce. (Dlaczego?).

Weź z podziałki w rozwartości cyrkla zmniejszenie 24 cm, 13 cm, 42 cm!

Narysuj podziałkę zmniejszenia w stosunku 1:40!

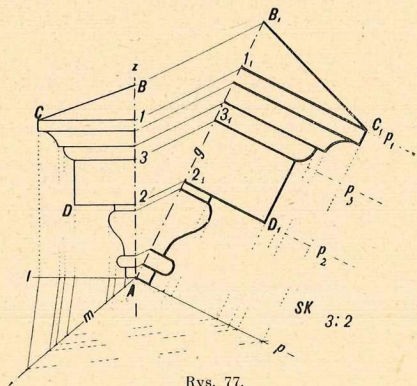
- c) Zauważ, że na powyższej podziałce można odczytywać wprost tylko dziesiąte części przyjętej jednostki długości. Do odczytywania i mierzenia setnych części jednostki długości używamy podziałki poprzecznej, której konstrukcję poznałeś na rys. 73.

Weź z tej podziałki w rozwartości cyrkla zmniejszenie 2 m 68 cm, 4 m 54 cm!

Narysuj podziałkę poprzeczną dla zmniejszenia w stosunku 1:25!

- 4) Narysuj izbę szkolną w podziałce 1:100!

- 5) Narysuj w stosownej podziałce (skali) podwórze, drzwi, okno!
- 6) Jak wielki jest 1 km na mapie, narysowanej w skali 1:150 000, a na mapie, narysowanej w skali 1:1 000 000?
- 7) Na pewnej mapie ma 1 stopień na równiku długość 6 cm. W jakiej skali jest narysowana mapa, jeśli wiemy, że $\frac{1}{360}$ część równika wynosi 111 km?
- 8) Dany na rys. 77 profil gzymsu mamy powiększyć w stosunku 3:2.



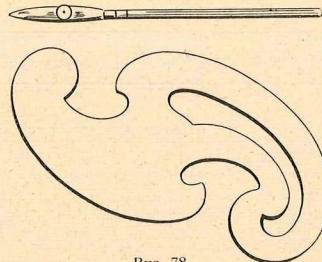
Rys. 77.

Objaśnienie: Na rysunku widzimy wysokości poszczególnych punktów gzymsu $A, B, 1, 2, 3, \dots$, które się znajdują na prostej z , i szerokości $1C, 2D, \dots$, które są prostopadłe do prostej z . Poprowadźmy przez punkt A dowolną prostą g i nanieśmy na nią od punktu A odcinek $AB_1 = \frac{2}{3} AB$. Jeżeli następnie poprowadzimy przez punkty $1, 2, 3, \dots$ proste równoległe do prostej BB_1 , to przetną one prostą g w punktach $1_1, 2_1, 3_1, \dots$, które ograniczają na tej prostej odcinki $A1_1, A2_1, A3_1, \dots$, będące powiększeniem w stosunku 3:2 wysokości $A1, A2, A3, \dots$ (por. rys. 72—b).

Szerokości $1C, 2D, \dots$ rzutujemy najpierw na prostą l , prostopadłą w punkcie A do prostej z , a następnie powiększamy je w stosunku 3:2 na dowolnej prostej m , przechodzącej przez punkt A , jak na rys. 72—b).

Z prostej m przenosimy powiększone szerokości na prostą p , prostopadłą w punkcie A do prostej g , a następnie rzutujemy je na proste $p_1, p_2, \dots$, wykreślone w punktach $1_1, 2_1, 3_1, \dots$, prostopadłe do prostej g . Otrzymujemy w ten sposób charakterystyczne punkty powiększonego konturu gzymsu, które najpierw łączymy lekko ołówkiem, a następnie wyciągamy: linie proste przy pomocy liniału, krzywe przy pomocy krzywika (rys. 78) lub odręcznie piórkiem do tuszu.

- 9) Dany profil pomniejszyć w skali 1:2 (rys. 79)!



Rys. 78.

Wskazówka: Mając pantograf (rys. 75) postąpilibyśmy, jak w ust. b) art. 70.

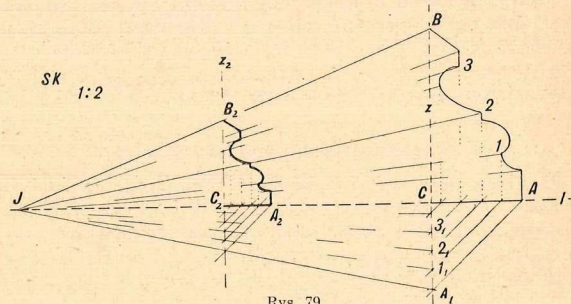
Jeżeli nie stosujemy pantografu, w takim razie kreślimy dowolną linię prostą l (poziomą) przez punkt A , na którą rzutujemy charakterystyczne punkty profilu, a następnie przenosimy je na przedłużenie prostej z , prostopadłej do l , jako punkty $A_1, 1_1, 2_1, 3_1, \dots$

Przyjmujemy na prostej l dowolny punkt J i łączymy go z punktami $1, 2, 3, \dots$ profilu i punktami $A_1, 1_1, 2_1, \dots$

Dalej samodzielnie przy pomocy rysunku 72—a)!

Zbieżność, nachylenie i wichrowatość prostych

71. a) Na rysunku 79 mamy dwojakiego rodzaju linie proste: jedne są równoległe do prostej z , drugie wychodząc z punktów $1, 2, 3, \dots$ przechodzą przez ten sam punkt J . Patrząc na te drugie linie ze stanowiska, obranego w bliskości gzymsu, mówimy o nich,



Rys. 79.

że się *zbiegają* w punkcie *J*, czyli że są *zbieżne* w punkcie *J*; jeżeli zaś patrzymy na nie ze stanowiska obok punktu *J*, mówimy o nich, że się *rozbiegają*, czyli że są *rozbieżne*. O prostych równoległych mówimy, że się *zbiegają* w jednym punkcie, jednak *nieskończenie dalekim*.

b) Weźmy na rys. 77 pod uwagę prostą *l* i proste *z*, *g*, *m*, *p*.

Prosta *z* zamyka z prostą *l* kąt prosty; mówimy o niej, że jest *prostopadła* do prostej *l* w punkcie *A* (zob. art. 19), inne proste zamykają z prostą *l* kąty ostre; nazywamy je *nachylonymi* do prostej *l*, a kąty, jakie z nią zamykają, *kątami nachylenia*.

Zmierz kąty nachylenia (*gl*), (*pl*), (*ml*), (*gz*)!

Uwaga: Z ustępów powyższych wynika, że dwie jakiegokolwiek proste na płaszczyźnie mogą mieć dwa względem siebie położenia:

1) mogą być do siebie *nachylone*, wtedy przecinają się w jednym punkcie, np. w punkcie *A* na rys. 77; nazywamy je dlatego *prostymi przecinającymi się*;

2) mogą być do siebie *równoległe* i nie mają wtedy wspólnego punktu.

Przez dwie proste przecinające się lub dwie proste równoległe możemy zawsze położyć (poprowadzić) płaszczyznę.

Niechaj dwa druciki przedstawiają ci dwie proste, kawałek tektury lub dychty płaszczyznę; ustaw druciki tak, aby się przecinały lub były do siebie równoległe, i przekonaj się, że możesz zawsze położyć na nich dychtę czy tekturę, która ci wyobraża płaszczyznę! Przekonaj się w końcu pogłębienie, że dwom drucikom możesz nadać takie położenie, że nie możesz w żaden sposób położyć na nich płaszczyzny.

Ostatnie położenie drucików wyobraża *dwie proste wchrowate* lub *skośne*. Są to więc dwie proste w przestrzeni, które się nie przecinają i przez które nie można poprowadzić płaszczyzny.

Wskaż krawędzie wchrowate w pracowni, na przyrządach, na jakimkolwiek budynku, widzianym przez okno!

Wykreślanie owali i linii koszykowych

72. Często ograniczamy i ozdabiamy płaszczyznę na przedmiotach użytkowych za pomocą linii krzywych, które powstają przez stosowne połączenie ze sobą łuków kołowych lub punktów, wykreślonych na podstawie podanych konstrukcji.

Należą tutaj różne *linie owalne*, jak np. na rys. 4 i rys. 55, i *linie koszykowe*, które poznamy w najbliższych artykułach.

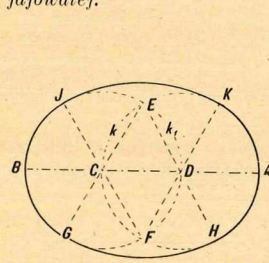
Zadanie 1. Wykreślić owal tzw. eliptyczny o długości $AB = 45$ mm (rys. 80).

Rozwiązanie: Odcinek AB dzielimy na 3 równe części za pomocą punktów C i D i zakreślamy z nich koła k i k_1 — promieniem równym $\frac{1}{3}$ odcinka AB .

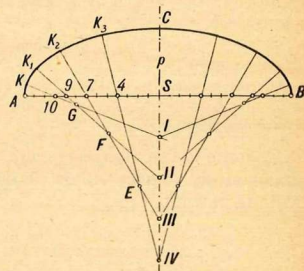
Koła te przecinają się w dwóch punktach E i F , z których znowu zakreślamy łuki kołowe promieniem równym średnicy poprzednich kół, czyli $\frac{2}{3} AB$.

Punkty styczności G, H, I, K tych łuków z kołami k i k_1 znajdują się na średnicach ECG, EDH, FCJ, FDK .

Zadanie 2. Na prawej figurze rys. 4 podano konstrukcję linii jajowatej.



Rys. 80.



Rys. 81.

Wykreśl podług tej konstrukcji linię jajowatą, jeżeli średnica głównego koła wynosi 60 mm!

Zadanie 3. Na lewej figurze rys. 4 podano konstrukcję linii sercowatej.

Wykreśl podług tej konstrukcji linię sercowatą, jeżeli bok trójkąta równobocznego $a = 60$ mm!

73. Linia krzywa wykreślona przy pomocy łuków kołowych tak, że jest z jednej strony otwarta, przypomina swoim kształtem kontur koszyka, dlatego nosi nazwę *linii koszykowej*.

Zadanie 1. Wykreślić linię koszykową, której szerokość $AB = 52$ mm (rys. 81).

Rozwiązanie: Dzielimy szerokość (*rozpiętość*) AB za pomocą punktu S na dwie równe części, zaś odcinek SA na 13 równych części.

Cztery z tych części, np. odcinek $\overline{S_4}$, odkładamy na prostej p , prostopadłej w punkcie S do prostej AB , poniżej punktu S . Otrzymujemy w ten sposób cztery punkty I, II, III i IV .

Kreślimy następnie proste $10I, 9II, 7III$ i $4IV$.

Prosta $7III$ przecina prostą $4IV$ w punkcie E ;

prosta $9II$ przecina prostą $7III$ w punkcie F ;

prosta $10I$ przecina prostą $9II$ w punkcie G .

Kreślimy z punktu 10 promieniem $10A$ łuk kołowy AK do przecięcia się z prostą $10I$;

z punktu G promieniem GK łuk kołowy KK_1 do przecięcia się z prostą $9II$;

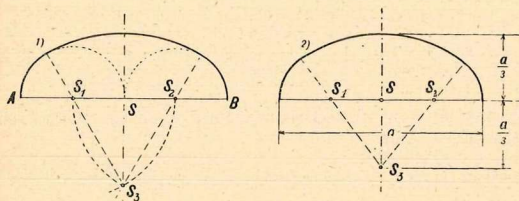
z punktu F promieniem FK_1 łuk kołowy K_1K_2 do przecięcia się z prostą $7III$;

z punktu E promieniem EK_2 łuk kołowy K_2K_3 do przecięcia się z prostą $4IV$;

w końcu z punktu IV promieniem IVK_3 łuk kołowy K_3C do przecięcia się z prostą p .

W ten sposób otrzymujemy połowę łuku linii koszykowej; drugą połowę po prawej stronie albo przenosimy z lewej strony za pomocą kalki, albo za pomocą powtórzenia konstrukcji.

Zadanie 2. Na figurze 1) rys. 82 podano konstrukcję linii koszykowej za pomocą łuków 3 kół, zakreślonych z wierzchołków trójkąta równobocznego S_1, S_2, S_3 .



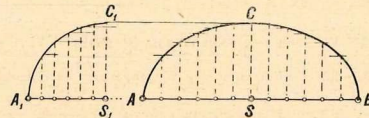
Rys. 82.

Wykreśl podług tej konstrukcji linię koszykową, jeżeli szerokość $AB = 80$ mm.

Zadanie 3. Na figurze 2) rys. 82 podano konstrukcję linii koszykowej za pomocą łuków 3 kół, zakreślonych z wierzchołków trójkąta równoramiennego, którego podstawa $S_1S_2 = \frac{2}{3}a$, zaś wysokość $SS_3 = \frac{1}{3}a$, gdzie a jest szerokością linii koszykowej.

Wykreśl podług tej konstrukcji linię koszykową, jeżeli $a = 75$ mm.

Zadanie 4. Narysować linię koszykową o danej szerokości AB i wysokości SC przy pomocy ćwierćkoła (rys. 83).



Rys. 83.

Wskazówka: Wysokością SC jako promieniem kreślimy ćwierćkoła $A_1S_1C_1$ i dzielimy poziomy promień A_1S_1 na dowolną ilość równych części. Następnie na tyle samo równych części dzielimy połowę szerokości, tj. odcinek AS . Dalej jak na rysunku!

Uwaga: 1) Linię koszykową, której wysokość jest większa od połowy jej szerokości, nazywamy *o ostrej krzywiźnie*.

2) Linię koszykową, której podstawa tworzy z poziomem pewien kąt nazywamy *o spiętrzonej łuku*.

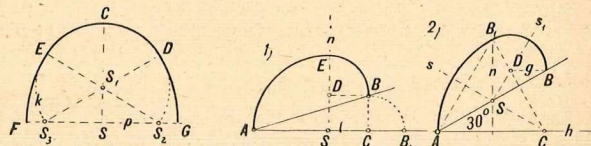
Zadanie 1. Narysować linię koszykową, której wysokość SC jest dana (rys. 84).

Rozwiązanie: Wysokość SC dzielimy na 3 równe części i zakreślamy dwoma takimi częściami z punktu S_1 jako środka łuk kołowy k , który przecina podstawę p w punktach S_2 i S_3 .

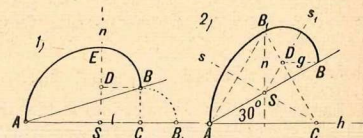
Proste S_1S_2 i S_1S_3 przecinają łuk k w punktach D i E .

Łuki EF i DG , zakreślone z punktów S_2 i S_3 jako środków promieniem $S_2E = S_3D$, tworzą z łukiem ECD szukaną linię koszykową.

Zadanie 2. Wykreślić linię koszykową o spiętrzonej łuku, jeżeli dane jest rozpięcie łuku AC i wzniesienie łuku CB (rys. 85 — 1).



Rys. 84.



Rys. 85.

Rozwiązanie: Przenosimy wzniesienie CB na przedłużenie rozpięcia AC ; otrzymany odcinek AB_1 połowimy za pomocą punktu S , w którym budujemy prostopadłą n do AC . Z punktu B kreślimy równoległą do AC i otrzymujemy punkt D na prostej n .

Z punktu D zakreślamy ćwierćkoło BE promieniem $DB = DE$, zaś z punktu S ćwierćkoło EA promieniem $AS = ES$.

Zadanie 3. Dana jest podstawa AB linii koszykowej i kąt jej nachylenia do poziomu h . Wykreślić tę linię! (Rys. 85 — 2).

Rozwiązanie: Za pomocą punktu S połowimy podstawę AB , a przez środek S prowadzimy prostą $n \perp h$.

Następnie połowimy za pomocą dwusiecznych (osi) s i s_1 powstałe kąty przyległe ASB_1 i BSB_1 .

Dwusieczna s przecina prostą h w punkcie C , z którego zakreślamy łuk AB_1 promieniem $CA = CB_1$; dwusieczna zaś s_1 przecina prostą g , poprowadzoną przez B równoległą do h , w punkcie D , z którego zakreślamy łuk BB_1 promieniem $DB = DB_1$.

II. Wykreślanie elipsy

75. a) Elipsą nazywamy linię krzywą, w jakiej występuje cień okręgu koła przy oświetleniu słonecznym. (Zrób takie doświadczenie!).

Jest to zatem linia zamknięta (rys. 86), która posiada dwie osie symetrii, z których większą nazywamy *wielką*, mniejszą *małą*, ich punkt przecięcia się O środkiem elipsy.

Końce osi A, B, C i D nazywamy *wierzchołkami* elipsy.

Jeżeli weźmiemy w rozwartość cyrkla połowę osi wielkiej, tj. odcinek $CA = CB$, i z wierzchołka osi małej, np. z wierzchołka C zakreślmy łuk koła, to przetnie on oś wielką w dwóch punktach F_1 i F_2 , które nazywamy *ogniskowymi*.*

b) Mając ogniska wykreślamy elipsę w sposób następujący (rys. 86):

Zawiążmy na nitce dwa węzłki, których odległość równa się wielkiej osi AB . W węzłki wetknijmy szpilki i wbijmy je w ogniska. Wypreżmy nitkę końcem ołówka,** a trzymając go w położeniu prostopadłym do płaszczyzny rysunku, narysujmy linię.

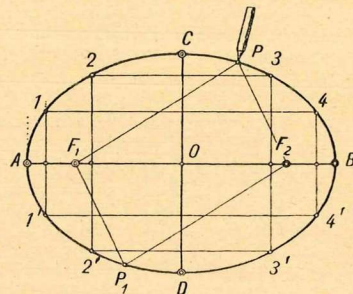
Za pomocą powyższej konstrukcji elipsy rozwiąż następujące:

Zadanie 1. Z deski sklezionej w kształcie prostokąta o długości 120 cm, szerokości 80 cm masz krzywicą wyznaczyć płytę stołową w kształcie elipsy.

* Nazwa ta pochodzi z pewnej właściwości optycznej elipsy, którą poznasz w nauce fizyki.

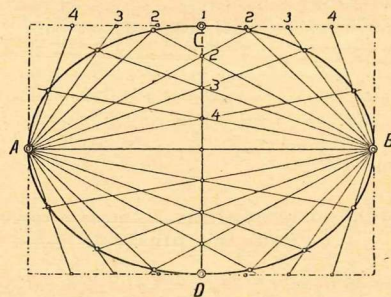
** Aby nitka nie zesuwała się, zrób na końcu ołówka roweczek.

Zaznacz tę elipsę na desce!



Rys. 86.

c) **Uwaga:** Jeżeli są podane osie elipsy, używamy bardzo często do jej wykreślenia konstrukcji przy pomocy prostokąta na niej opisanego, jak widzisz na rys. 87.

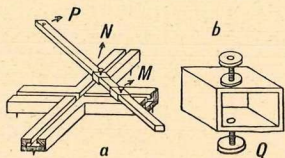


Rys. 87.

Opisz słowami tę konstrukcję i użyj jej do sporządzenia płyty eliptycznej stolika o długości 60 cm, szer. 40 cm!

76. W praktyce stolarskiej często używamy do kreślenia elipsy przyrządu zwanego *cyrklem owalnym*, a który możemy sobie z łatwością sporządzić (rys. 88). Cyrkiel owalny składa się z 3 głównych części, a mianowicie z krzyża drewnianego, czterościanego listewki (rys. 88 — a) i dwóch śrub zaciskowych (rys. 88 — b).

W obu ramionach krzyża są zrobione rowki, w których mogą się z łatwością poruszać gałki Q , znajdujące się w dolnych ściankach śrub zaciskowych. Na końcu listewki znajduje się otwór P , do którego wkładamy ołówek.



Rys. 88.

Od otworu P odmierzamy na listewce odcinek PM = połowie wielkiej osi i odcinek PN = połowie małej osi, tak że odległość MN = różnicy utworzonej z połowy wielkiej i połowy małej osi elipsy.

Następnie nakładamy na listewkę śruby naciskowe tak, aby końce ich trzonów padły dokładnie w punkty M i N .

Jeżeli listewkę tak poruszać będziemy, aby punkty M i N , zachowując swoją stałą odległość, poruszały się tylko nad rowkami w ramionach krzyża, to ołówek umieszczony w otworze P opisać będzie wielką oś elipsy, w którym poruszał się punkt N , zaś małą pod rowkiem, w którym poruszał się punkt M .

III. Rysunek ornamentalny, oparty na rysunku geometrii płaskiej

77. Tak jak w muzyce tworzymy z pojedynczych tonów melodie różnych pieśni, tak z figur geometrycznych tworzymy motywy różnych ornamentów, podług których zdobimy w stolarstwie powierzchnie wyrabianych przedmiotów za pomocą okleiny (*forniru*), czy układamy płyty podłogi lub sufitu drewnianego.

Ornament utworzony z figur geometrycznych nazywa się *geometrycznym*, w odróżnieniu od ornamentu roślinnego, który bierze motywy z liści, kwiatów, owoców itp., i ornamentu *figurального*, który bierze motywy ze świata zwierzęcego.

Ornament geometryczny tworzymy układając motyw symetrycznie względem środka, osi lub środka i osi.

Występujące figury i tło na rysunku możemy upiększać odpowiednimi barwami, używając do tego albo kredek, albo farb wodnych.

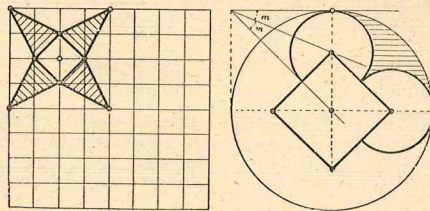
Pokrywanie płaszczyzn kredkami nie przedstawia żadnych trudności, chodzi tylko o wyrobienie *estetycznego odczucia barw*, a to osiągamy przez oglądanie dobrych rysunków gotowych, przez ciągłą wprawę w rysowaniu rysunków na podstawie własnych konceptów i przemysłów.

Nakładanie płaszczyzn farbami wodnymi jest trudniejsze, a to choćby z tego względu, że nawet najlepszy papier nałożony farbą wodną po wyschnięciu marszczy się, wskutek czego zmieniają się kształty figur i ich wymiary.

Celem zabezpieczenia papieru od marszczenia się zwilżamy go — przed nakładaniem farbami — lekko gąbką, a następnie przyklejamy jego brzegi do brzegów rysownicy, postępując przy tym następująco:

Zaznaczywszy na arkuszu papieru brzegi o szerokości 2—3 cm, zaginamy je do tej strony arkusza, którą chcemy nałożyć farbami. Przeciwną stronę arkusza z wyjątkiem brzegów zwilżamy letnią wodą za pomocą gąbki, brzegi zaś same pociągamy klejem.

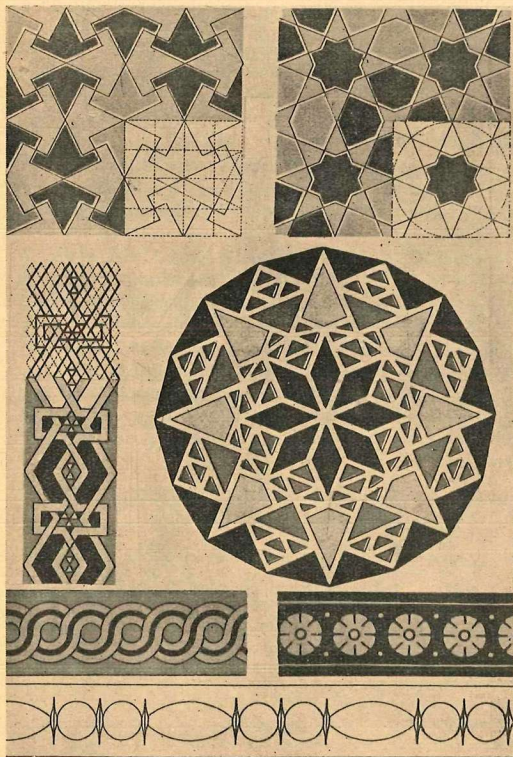
Przykleiwszy jeden brzeg arkusza do brzegu rysownicy i przymocowawszy go kilkoma pineskami, naciągamy arkusz przy pomocy przeciwległego brzegu. Po naciągnięciu arkusza przyklejamy i przymocowujemy pineskami również drugi jego brzeg do rysownicy. Tak samo postępujemy w końcu z pozostałymi brzegami arkusza.



Rys. 89.

Ćwiczenia

- 1) Uzupełnij na rys. 89 zaczęte ornamenty środkowo-symetryczne! Uzupełnij je w powiększeniu i powtórz je dowolną ilość razy, układając z nich bądź to *ustęgi*, bądź to nowy ornament środkowo-symetryczny. Nałóż ornament i tło barwami, bacznie na stosowny dobór kolorów!
- 2) Obok umieszczona tablica zawiera motywy i wzory różnych ornamentów. Zaprojektuj według każdego z nich ozdobną płaszczyznę i podaj przykład jej zastosowania w stolarstwie!



Rys. 89 a.

B. Rysunek odręczny

Rozdział V

I. O rysunku odręcznym. Ćwiczenia w rysowaniu figur płaskich

78. Nie zawsze ma stolarz możliwość używania przy rysowaniu przykładczy, ekierki, cyrkla...: sporządzając *szkie* jakiegoś przedmiotu, czy to oglądanego, czy przez kogoś drugiego opisanego, czy w końcu przez siebie pomyślanego (*projekt*), musi kreślić różne figury geometryczne „*od ręki*“, musi wyznaczać różne wymiary przedmiotu i ich stosunek wzajemny „*na oko*“. Zresztą nawet przy kreśleniu za pomocą przyborów rysunkowych niektóre części rysunku kreślimy i wyciągamy odręcznie, jak to czyniliśmy np. przy kreśleniu elipsy i profilów w rozdziale IV. Stąd wynika, że ręka i oko stolarza muszą być zawczasu wprawione do wykonywania rysunków odręcznie.

Ćwiczenia

Postaraj się o modele figur geometrycznych, poznanych w poprzednich artykułach, a ustawivszy je przed sobą, staraj się wykreślić ich kształty, przy zachowaniu ich własności, jak symetria środkowa i osiowa, stosunek ich długości do szerokości itp.!

Naszkicowawszy je ołówkiem najpierw linią cienką, wyciągnij następnie linią grubsza! Nałóż niektóre płaszczyzny farbami wodnymi!

II. Rysunek z natury

O sposobach przedstawiania rysunkiem brył geometrycznych i przedmiotów technicznych

79. Jeżeli chcemy przedstawić na rysunku bryłę geometryczną lub przedmiot techniczny, posługujemy się jednym z poniżej podanych sposobów:

- 1) Przedstawiamy je za pomocą ich *widoków* z dwóch lub wię-

cej stanowisk, jakie zajmujemy naprzeciw lub obok nich, oglądając je w kierunku prostopadłym do ich ścian.

2) Przedstawiamy je tak, jak je widzimy z jednego tylko stanowiska, lecz z takiego, z którego obejmujemy wzrokiem więcej niż jedną ścianę, a więc widzimy bryłę względnie przedmiot przestrzennie. Rysunek taki nazywamy *perspektywicznym*, krótko *perspektywą* bryły względnie przedmiotu.

Uwaga: *Przestrzenność (brylowatość)* bryły lub przedmiotu na rysunku wydobywamy przez to, że odróżniamy ściany, będące w *cieniu własnym*, od ścian oświetlonych za pomocą kreskowania lub nałożenia ich ciemniejszym kolorem (zob. rys. 1, str. 1). W tym celu zaznaczamy również *cień rzucony* bryły czy przedmiotu na różne płaszczyzny, znajdujące się w przestrzeni lub na bryle, przyjmując dla cienia rzuconego gęściejsze kreskowanie lub ciemniejszy kolor jak dla cienia własnego.

Przy zaznaczaniu cienia własnego i cienia rzuconego bryły (przedmiotu) przyjmujemy zwykle, że promienie światła są do siebie równoległe i padają na bryłę z góry, z lewej strony ku prawej, pod 45° do płaszczyzny rysunku (*płaszczyzny obrazu, pł. howej*).

Rysowanie brył i przedmiotów w ujęciu płaskim

80. a) Pierwsze trzy figury na rysunku 1 str. 3 przedstawiają bryły ograniczone samymi ścianami płaskimi, z których co dwie sąsiednie przecinają się podług prostych, zwanych *krawędziami bryły*.*

Na każdej z tych brył rozróżniamy ściany i krawędzie boczne, podstawy i krawędzie podstawowe. (Wskaż je na rysunku, na modelach!).

Ściany boczne dwóch pierwszych brył przecinają się podług krawędzi do siebie równoległych, ściany zaś boczne trzeciej bryły przechodzą przez jeden punkt, zwany *wierzchołkiem* bryły, przez który przechodzą również wszystkie krawędzie boczne.

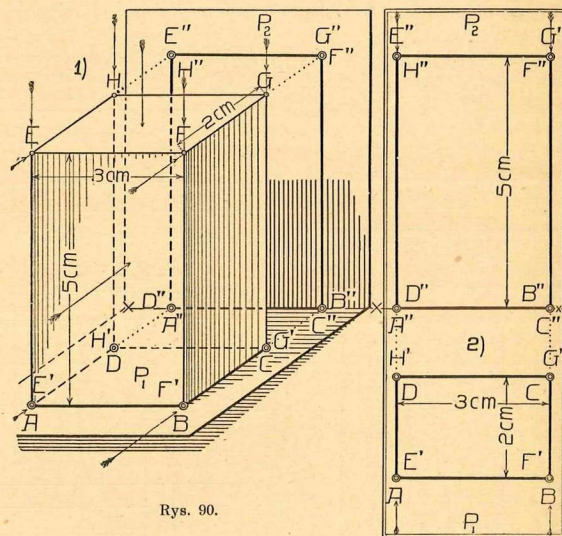
Pierwsze dwie bryły nazywamy *graniastolupami*, bryłę trzecią *ostrostolupem*.

Graniastolupy mają po dwie podstawy do siebie równoległe, ostrostolup ma tylko jedną podstawę. (Wskaż je na rysunku i na modelach!).

* Postarać się o modele tych brył!

Jeżeli każde dwie sąsiednie ściany graniastolupa są do siebie prostopadłe, nazywamy go *prostopadłościanem*; prostopadłościan może mieć za podstawy albo dwa równe kwadraty, albo dwa równe prostokąty.

Jeżeli patrzymy na prostopadłościan $ABCDEFGH$ (rys. 90 — 1) w kierunku prostopadłym do jego ścian frontowej $ABEF$,



Rys. 90.

to jego *widok* (obraz) na płaszczyźnie P_2 , równoległej do tej ściany, przedstawia się jako prostokąt $A''B''E''F''$, przystający do prostokąta $ABEF$.

Prostokąt $A''B''E''F''$ nazywamy *widokiem frontowym* albo *głównym* danego prostopadłościanu.

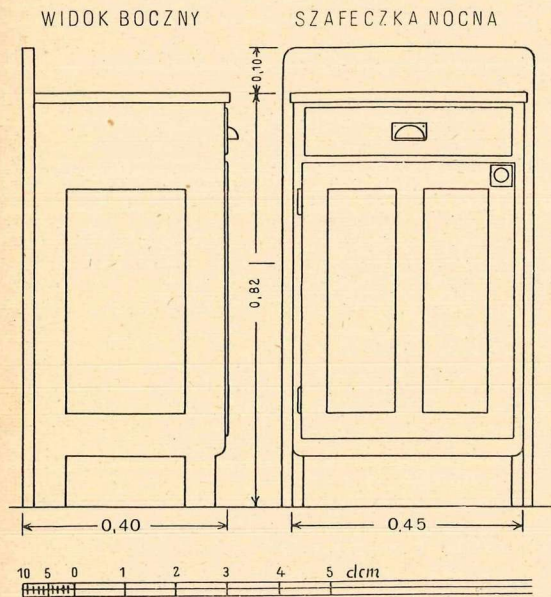
Bok pionowy tego prostokąta jest równy *wysokości* prostopadłościanu, tj. *odległości jego podstaw w przestrzeni*; drugi bok tego prostokąta (poziomy) jest równy *długości* prostopadłościanu, tj. *odległości jego ścian bocznych* $ADHE$ (lewej) i $BCGF$ (prawej).

Patrząc na prostopadłościan w kierunku prostopadłym do podstawy górnej $EFGH$, widzimy go na płaszczyźnie poziomej P jako prostokąt $E'F'G'H'$, przystający do podstawy $ABCD$, a więc również do podstawy $EFGH$.

Prostokąt $E'F'G'H'$ nazywamy *widokiem z góry*, także *rzutem poziomym* danego prostopadłościanu.

Jeden bok tego prostokąta równy jest długości, drugi *szerokości* prostopadłościanu, tj. odległości ściany frontowej $ABEF$ od ściany tylnej $CDGH$.

Widok główny i rzut poziomy prostopadłościanu umieszczamy przed sobą tak, jak widzisz na figurze 2) rys. 90.



Rys. 91.

Gwinczenia

- b) 1) Mając model prostopadłościanu ustaw go przed sobą w frontowym położeniu i wykreśl odrębnie jego widok frontowy i rzut poziomy! Osądź najpierw na oko, a następnie sprawdź miarką wymiary prostopadłościanu i wpisz je na rysunku!
- 2) Na rysunku 91 przedstawiono za pomocą *widoku frontowego* i *widoku bocznego* szafkę nocną. Objaśnij rysunek, zwróć uwagę na wymiary i podziałkę!
- Zauważ**, że widok boczny w stolarstwie rysuje się w ten sposób, że jego krawędzie frontowe umieszcza się bliżej widoku głównego! Przy pomocy danych dwóch widoków szafki narysuj jej rzut poziomy!
- 3) Przedstaw za pomocą widoku głównego, bocznego i rzutu poziomego strugnicę, stół, biurko, szafę na ubranie itp.!

Rysowanie brył i przedmiotów w ujęciu przestrzennym za pomocą perspektywy środkowej*

- a) Płaszczyzna tłowa schodzi się z płaszczyzną ściany frontowej.

81. Prostopadłościan, którego wszystkie ściany są równymi kwadratami, który ma zatem wszystkie krawędzie równe, nazywamy *sześcianem foremny* lub *umiarowym* (zob. pierwszą figurę na rys. 1).

Przyklejmy do przedniej ściany $ABEF$ sześcianu szklanną taflę T , a trzymając ją wraz ze sześcianem w położeniu pionowym i do nas równoległym, patrzymy na sześcian, umiściwszy oko w pewnej odległości od tafli na prawo od sześcianu.

Jeżeli zaznamy na tafli widziane przez nas obrazy krawędzi sześcianu (rys. 92), to spostrzeżemy, że:

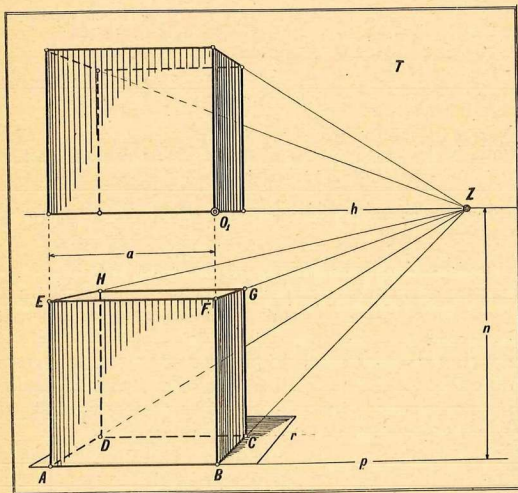
- 1) Obraz kwadratu $ABEF$ nakrywa się z nim samym.
- 2) Obrazy wszystkich krawędzi pionowych mają również położenia pionowe, a więc do siebie równoległe; ich długości maleją w miarę oddalania się od tafli.
- 3) Obrazy wszystkich krawędzi poziomych i równoległych do tafli są poziome i do siebie równoległe; ich długości również skracają się w miarę oddalania się od tafli.
- 4) Obrazy wszystkich krawędzi, które biegną od tafli w głąb, zbiegają się w jednym punkcie Z ; ich długości skracają się.

* Dział ten został rozwinięty przez autora ponad program klasy I, jako pożyteczne uzupełnienie książki o rysunku zawodowym.

Punkt Z nazywamy *punktem zbiegu*; znajduje się on na prostej h , wzdłuż której płaszczyzna pozioma (*płaszczyzna horyzontu*), poprowadzona przez nasze oko, przecina taflę.

Prostą h nazywamy *linią horyzontu*.

Jeżeli przyjmiemy obraz jednego wierzchołka, znajdującego się za taflą, np. wierzchołka C , to obrazy wierzchołków D , H i G wykreśliły bez najmniejszych trudności.



Rys. 92.

Przez obraz C prowadzimy prostą r , równoległą do krawędzi $AB = p$, którą nazywamy *linią podstawową*; równoległą r przecina obraz AZ w punkcie D , który jest obrazem wierzchołka sześcianu D . Pionowa, poprowadzona przez obraz D , przecina prostą EZ w obrazie H itd...

Obraz C przyjmujemy zwykle tak, że obraz krawędzi BC skraca się do czwartej części jej długości; a więc w naszym przy-

$$\text{kładzie } BC = \frac{a}{4}.$$

Linie horyzontu h rysujemy równoległe do linii podstawowej p — w odległości n , równej wysokości wzniesienia się naszego oka ponad podstawę przedmiotu (bryły); o taką samą odległość $O, Z = n$ wysuwamy zwykle na prawo od widoku głównego punkt zbiegu Z .

Jeżeli zatem wyobrażamy sobie, że przy rysowaniu przedmiotu *stoiśmy na płaszczyźnie jego podstawy*, to odległość linii horyzontu h od linii podstawowej p , tj. odcinek n , a więc również odcinek O, Z , *równy jest naszej wysokości*, a więc wynosi przeciętnie 150 cm.

Uwaga: 1) Na rysunku 92 uwydatniono bryłowość sześcianu przez zaznaczenie cienia własnego ściany $BCGF$ i cienia rzuconego na podstawę, a nadto przez odróżnienie ścian więcej oświetlonych od ścian mniej oświetlonych (*stopień oświetlenia*).

2) Na rys. 92 przedstawiono również perspektywę drugiego sześcianu, przyjętego nad sześcianem $ABCDEFGH$ w ten sposób, że jego ściana przednia również znajduje się na taflí szklanej, zaś podstawa na płaszczyźnie horyzontu.

Objaśnij powstanie takiej perspektywy przy pomocy modelu!

3) Przy rysowaniu perspektywy należy sobie zawsze uprzytomnić, że płaszczyzna rysunku schodzi się z omówioną taflą szklaną lub jest do niej równoległa; tak wyobrażona sobie płaszczyzna rysunku nazywa się *płaszczyzną tołą perspektywy*.

4) Jeżeli bryła czy przedmiot są sporządzone z materiału nieprzezroczystego, wtedy niektóre krawędzie są niewidzialne; wskaż je!

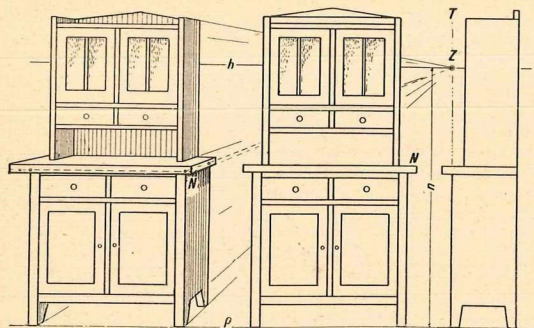
Na rysunku zaznaczamy w razie potrzeby krawędzie niewidzialne linią przerywaną.

82. Zadanie: Wykreślić perspektywę kredensu kuchennego (rys. 93).

Wskazówka: W stosownej skali kreślisz najpierw widok główny i widok boczny kredensu i w skali tej przyjmujesz odległość n linii horyzontu h od linii podstawowej p .

Perspektywę dolnej krawędzi kredensu kreślisz, jak na rys. 92.

Co się tyczy perspektywy płyty N i górnej części kredensu, przesuwamy je najpierw na płaszczyznę T , która jest przedłużeniem płaszczyzny frontowej dolnej części kredensu, a którą uważamy za płaszczyznę tołą. Przy pomocy tego przesunięcia kreślimy następnie perspektywę zupełnie tak, jak na rys. 92 wykreślono perspektywę ściany sześcianu $CDHG$ przy pomocy do niej przystającej ściany frontowej $ABEF$.



Rys. 93.

Ćwiczenia

Przedstaw w perspektywie za pomocą odrębnego szkicu: 1) strug, 2) stół, 3) strugięć, 4) szafę na książki, 5) szafę na ubrania, 6) biurko, 7) szafkę nocną, której dwa widoki są dane na rys. 91.

b) **Płaszczyzna tłowa przechodzi przez jedną z krawędzi frontowych.**

83. Rys. 94 przedstawia perspektywę prostopadłościanu na płaszczyźnie tłowej T , która przechodzi przez jedną jego krawędź boczną AE (frontową).

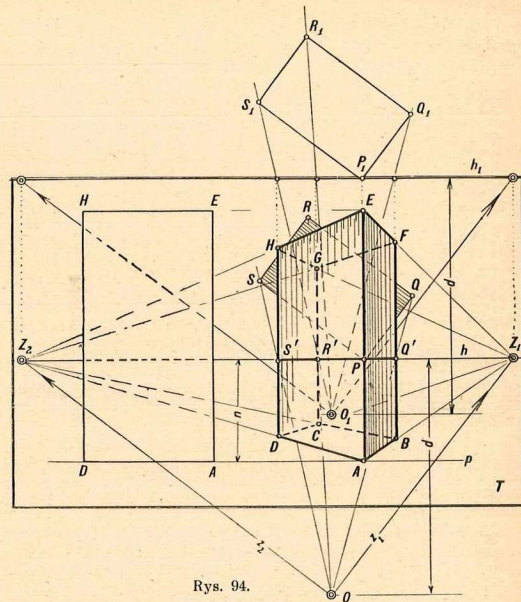
Perspektywę taką rysujemy w sposób następujący:*

1) Wyobraźmy sobie płaszczyznę horyzontu, która przecina płaszczyznę tłową wzdłuż linii horyzontu h . Na płaszczyźnie horyzontu przyjmijmy przed prostopadłościanem położenie O naszego oka; odległość jego d od linii horyzontu niechaj wynosi 1—2 krotności wysokości prostopadłościanu.

Płaszczyzna horyzontu przecina prostopadłościan podług prostokąta $PQRS$, przystającego do górnej podstawy $EFGH$. Obrazy perspektywiczne poszczególnych wierzchołków P, Q, R, S tego prostokąta znajdują się na linii horyzontu, a mianowicie w punktach przecięcia się z nią prostych OP, OQ, OR, OS , które łączą środek naszego oka O z wierzchołkami P, Q, R, S .

Obraz wierzchołka P znajduje się w nim samym (dlaczego?); obrazy innych wierzchołków oznaczono przez Q', R' i S' . Przez te

* Zaopatrzyć się w odpowiedni model!



Rys. 94.

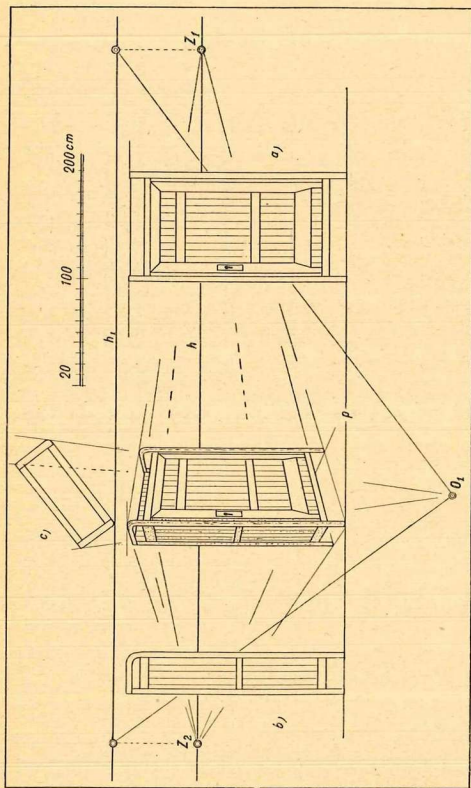
obrazy przechodzą obrazy perspektywiczne krawędzi bocznych, które są prostopadłe do linii horyzontu. Obraz krawędzi AE , leżącej na płaszczyźnie tłowej schodzi się z samą krawędzią; jej zatem długość wykreślamy przy pomocy danego widoku głównego $AEHD$.

Długość obrazów innych krawędzi bocznych ograniczymy, jeżeli wykreślimy obrazy krawędzi przypodstawnych.

2) Cztery krawędzie przypodstawne AB, EF, HG i DC są w przestrzeni równoległe do boku PQ przekroju $PQRS$. Jeśli zaznaczymy obrazy perspektywiczne tych krawędzi na płaszczyźnie tłowej (szklana tafla), to spostrzeżemy, że zbiegają się one w jednym punkcie Z , na linii horyzontu h .

Punkt zbiegu Z , otrzymamy, jeżeli wyznaczymy punkt przecięcia się z linią horyzontu h prostej z , poprowadzonej ze środka naszego oka O równoległe do boku PQ przekroju $PQRS$.

Podobnie zbiegają się obrazy perspektywiczne pozostałych krawędzi przypodstawnych AD , EH , FG i BC w jednym punkcie Z_2 na linii horyzontu h .



Rys. 95.

Punkt Z_2 otrzymamy, jeżeli wyznaczmy punkt przecięcia się z linią horyzontu h prostej z_2 , poprowadzonej ze środka naszego oka O równoległe do boku PS przekroju $PQRS$. (Dlaczego?).

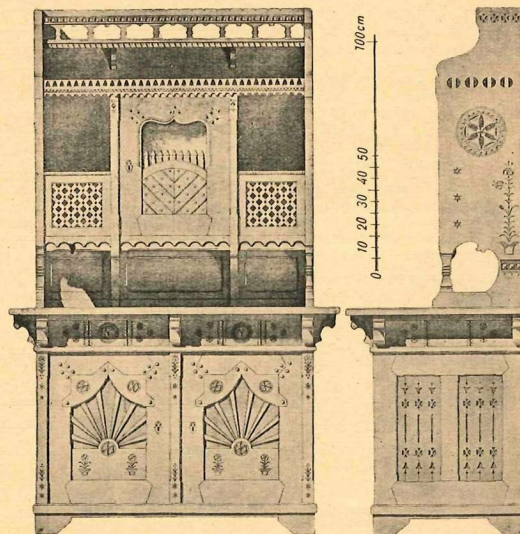
Uwaga: Do wyznaczenia punktów zbiegu Z_1 i Z_2 użyliśmy przekroju $PQRS$ bryły płaszczyzną horyzontu; często dla jasności rysunku przesuwamy ten przekrój równoległe do położenia P, Q, R, S_1 powyżej bryły, przesuwając równocześnie linię horyzontu do położenia h_1 , środek oka do położenia O_1 .

Figurę P, Q, R, S_1 możemy uważać za widok z góry danej bryły.

Wtedy wykreślamy perspektywę bryły przy pomocy widoku z góry tak, jak wskazuje rysunek 94.

Ćwiczenia

- 1) Na rys. 95 wykreślono perspektywę szafy przy pomocy widoku głównego a), widoku bocznego b) i widoku z góry c). Przerysuj tę perspektywę w dwukrotnym powiększeniu!



Rys. 106.

- 2) Narysuj perspektywę kredensu w stylu zakopiańskim, którego widok główny i boczny jest dany (rys. 96)!*

* Zob. wydawnictwa: 1) Styl zakopiański. Tablice Stanisława Barabasa. Księgarnia Altenberga we Lwowie, 2) St. Barabasz, Sztuka ludowa na Podhalu. Książnica-Atlas, Lwów—Warszawa.

Spis treści

A. RYSUNEK GEOMETRYCZNY

Rozdział I

	str.
I. Wstępne wiadomości o bryłach, powierzchniach, liniach i punktach	3
Art. 1. Bryły geometryczne	3
" 2. Powierzchnie krzywe, powierzchnia płaska	4
" 3. Linie krzywe, linia prosta; przybory do kreślenia linii	4—5
" 4. Punkt, łuk, odcinek	6
" 5. Jednostki długości	7
II. O kątach płaskich	8
Art. 6. Określenie kąta	8
" 7. a) Kąt pełny, półpełny, prosty; b) Kąty wypukłe, kąty wklęsłe	8
" 8. Określenie jednostki do mierzenia kątów. Kątomierz	10
" 9. Mierzenie kątów przy pomocy kątomierza	12
" 10. Budowa kąta przy pomocy kątomierza	12
" 11. Przenoszenie kąta przy pomocy kątomierza	13
" 12. Kąty przyległe	14
" 13. Kąty wierzchołkowe	15
" 14. Budowa kątów, które są wielokrotnościami kąta 15°	15
" 15. Ćwiczenia	16

Rozdział II

I. O trójkątach	19
Art. 16. Określenie trójkąta. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne trójkąta	19
" 17. Budowa trójkątów	21
Zadanie 1. Budowa trójkąta z 3 boków	21
Trójkąt różnobożny, równoboczny, równoramienny	22
Zadanie 2. Budowa trójkąta z 2 boków i kąta między nimi	23
Trójkąt prostokątny, rozwartokątny	24
Zadanie 3. Budowa trójkąta z boku i 2 kątów do niego przyległych	24
" 18. Określenie prostych równoległych	25
" 19. Proste prostopadłe	27
Budowa prostokątnych do prostej, do płaszczyzny. Płaszczyzna pozioma; proste poziome; proste pionowe. Pion murarski; poziomicza	29
" 20. Rzut prostokątny punktu na płaszczyznę	30
" 21. Obliczanie długości linii łamanej	30
II. Elementarne konstrukcje geometryczne	31
Art. 22. Konstrukcja osi (dwusiecznej) kąta	31
" 23. " " srodek i osi odcinka	32
" 24. " " prostej prostopadłej	32
" 25. " " rzutu prostokątnego odcinka na oś	34

" 26. "	wysokości trójkąta	34
" 27. "	prostej równoległej	35
" 28. Podział odcinka na równe części		36
" 29. Wzory do ćwiczeń rysunkowych		37

III. O wielokątach 38

Art. 30. Określenie wielokąta	38
" 31. Symetria środkowa	38
" 32. Symetria osiowa	39
" 33. Własności czworoboków	41
" 34. Budowa kwadratu	43
" 35. " rombu	44
" 36. " prostokąta	45
" 37. " romboïdu	47
" 38. " trapezu	48
" 39. " trapezoidu	49

Rozdział III

I. O kole i wielokątach foremnych 49

Art. 40. Określenia koła, promienia, średnicy	49
" 41. Łuk, cięciwa, kąt środkowy	50
" 42. Przenoszenie kąta przy pomocy cyrkla	51
" 43. Wycięcie, odcinek koła	52
" 44. Kąt obwodowy spierający się na średnicy koła	52
" 45. Sieczna, styczna, normalna do koła	53
" 46. Położenie dwóch kół względem siebie	55

II. Zadania na konstrukcję kół i łuków 58

Art. 47. Wykreślanie okręgu koła, jeżeli są dane jego 3 punkty	58
" 48. Wykreślanie okręgu koła, wyznaczonego przez punkt, styczną i punkt styczności	59
" 49. Kół styczne do ramion kąta	59
" 50. Kół styczne do 3 prostych	60
" 51. Łączenie łukiem kołowym 2 prostych równoległych	61
" 52. a) Zaokrąglanie kąta ostrego	61
" 53. b) Zaokrąglanie kąta ostrego = 60°	62
" 54. c) Zaokrąglanie kąta ostrego i rozwartego	62
" 55. Łączenie dwóch kół za pomocą łuków kołowych	63
" 56. Łączenie za pomocą łuków kołowych prostych równoległych i okręgu koła	64
" 57. Projektowanie ram do okien w stylu romańskim	64
" 58. Projektowanie ram do okien w stylu gotyckim	66
" 59. Mierzenie i obliczanie okręgu koła	67

III. O wielokątach foremnych i podziale okręgu koła na równe części 68

Art. 60. Określenie wielokąta foremnego	68
" 61. Konstrukcja sześciokąta foremnego i z nią związany podział okręgu koła na 6 i 3 równe części	69
" 62. Konstrukcja sześciokąta, gdy dany jest jego bok	70
" 63. " trójkąta równobocznego, wpisanego w kóło	70
" 64. " 12-kąta foremnego i z nią związany podział okręgu koła na 12 równych części	72
" 65. Konstrukcja 12-kąta, gdy dany jest jego bok	72
" 66. " kwadratu wpisanego w kóło i ośmiokąta foremnego. Podział okręgu koła na 4 i 8 równych części	73
" 67. Konstrukcja ośmiokąta foremnego, gdy jest dany jego bok	74

Rozdział IV

I. Podziałka zwiększania i zmniejszania figur płaskich. Zbieżność, nachylenie i wchrowatość prostych 76

Wykreślanie owali i linii koszykowych 88

Art. 68. Konstrukcje, służące do podziału odcinka na równe części lub w danym stosunku — czyli w danej skali (w danej podziale)	76
" 69. Konstrukcje podziałki kątowej i podziałki poprzecznej	79
" 70. Zwiększanie i zmniejszanie figur. Własności figur podobnych	83
" 71. Zbieżność, nachylenie i wchrowatość prostych	87
" 72. Wykreślanie linii owalnych	88
" 73. i 74. Wykreślanie linii koszykowych	89

II. Wykreślanie elips 92

Art. 75. Kreślenie elipsy przy pomocy jej ognisk i osi	92
" 76. Kreślenie elipsy za pomocą cyrkla owalnego	94

III. Rysunek ornamentalny oparty na rysunku geometrii płaskiej 94

Art. 77. O ornamentach geometrycznym	94—96
--------------------------------------	-------

B. RYSUNEK ODRĘCZNY

Rozdział V

I. O rysunku odręcznym. Ćwiczenia w rysowaniu figur płaskich. 97

Art. 78.	97
----------	----

II. Rysunek z natury 97

Art. 79. O sposobach przedstawiania rysunkiem brył geometrycznych i przedmiotów technicznych	97
" 80. Rysowanie brył i przedmiotów w ujęciu płaskim	98
" 81, 82 i 83. Rysowanie brył i przedmiotów w ujęciu przestrzennym za pomocą perspektywy środkowej: a) płaszczyzna tła schodzi się z płaszczyzną ściany frontowej; b) płaszczyzna tła przechodzi przez jedną z krawędzi frontowych	101—107



28/20

06/72
08/77

Skontrum 2007

PEDAGOGICZNA BIBLIOTEKA

A-1466

A 1466



WRO0160752

A 1466



WRO0160752