

Politechnika Wrocławska
Instytut Budownictwa

Raport serii PRE Nr 7/2007

**Nośność graniczna stalowych
elementów tarczowych węzłów mocujących
ciągną w konstrukcjach**

Sylwia Krupa

Praca doktorska

Promotor:
Prof. dr hab. inż. Ernest Kubica

Wrocław 2007

SPIS TREŚCI

1. Wstęp	4
1.1. Ocena nośności blach węzłowych o optymalnym kształcie z zastosowaniem mechaniki minimalizacji uszkodzeń	4
1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy	5
1.3. Podstawowe oznaczenia	5
2. Podsumowanie stanu wiedzy	7
2.1. Istniejące formy węzłów mocujących cięgna	7
2.1.1. Węzły stosowane w konstrukcjach żelbetowych	7
2.1.2. Węzły stosowane w gruntach i skalach	9
2.1.3. Węzły stalowe stosowane w mostach wiszących i podwieszanych	9
2.2. Współczynnik intensywności koncentracji naprężeń	14
2.3. Wyznaczenie optymalnego kształtu stalowych elementów tarczowych z zastosowaniem metod teoretycznych i MES	30
2.3.1. Metoda redukcji naprężeń za pomocą otworów odciążających (metoda PARTAN i Newton'a)	32
2.3.2. Numeryczna optymalizacja kształtu wg Tafreshi	35
2.3.3. Metoda funkcji krzywej wg Hsu	40
2.3.4. Metoda naprężeń fikcyjnych wg Wilczyńskiego	48
2.3.5. Wielomian Lagrange'a	57
2.3.6. Stan osiągnięć w dziedzinie optymalizacji kształtu	62
2.4. Występowanie i ocena wpływu pozostających naprężeń spawalniczych na rozkłady naprężeń sumarycznych	64
3. Tezy pracy	73
4. Badania teoretyczne i numeryczne	74
4.1. Wyznaczenie brzegu optymalnego metodą gradientu. Określenie funkcji kształtu brzegu optymalnego	74
4.2. Wpływ naprężeń spawalniczych i tnących na rozkłady naprężeń normalnych w węzłach	88
4.2.1. Rozkłady naprężeń normalnych wyznaczone w systemie I-DEAS	89
4.2.2. Rozkłady naprężeń sumarycznych wyznaczone w systemie LUSAS z uwzględnieniem nieliniowości materiałowej	91
5. Badania modelowe	109
5.1. Wstęp	109
5.2. Właściwości materiałowe stali stosowanej w badaniach	109
5.3. Parametry techniczne modeli	112
5.4. Stanowisko badawcze i urządzenia pomiarowe	118
5.4.1. Schemat rozciągania modeli badawczych	119
5.4.2. Urządzenia pomiarowe	119
5.5. Program i przebieg badań	121
5.5.1. Przekroje pomiarowe	122
5.5.1.1. Układ czujników tensometrycznych	122
5.5.1.2. Rozmieszczenie warstw elastoptycznych	124
5.5.2. Zadanie badawcze	127
5.6. Badania nośności w zakresie sprężysto-plastycznym	127

5.6.1. Określenie stref odkształceń sprężystych i plastycznych na podstawie pomiarów kompensacyjnych i zdjęć izochrom	129
5.6.2. Wykresy odkształceń (naprężeń) w przyjętych przekrojach	132
5.6.3. Rozkłady naprężeń na brzegach badanych (D-E, D'-E')	142
5.6.4. Wnioski z badań	144
6. Analizy teoretyczne i numeryczne badanych modeli	146
6.1. Analiza rozkładów naprężeń w modelach MES. Porównanie wyników uzyskanych w badaniach modelowych	146
6.2. Porównanie wyników uzyskanych na podstawie badań modelowych i MES	148
6.3. Analiza wyników badań	154
6.4. Podsumowanie	156
7. Wnioski końcowe	162
Literatura	166

1. WSTĘP

1.1. Ocena nośności blach węzłowych o optymalnym kształcie z zastosowaniem mechaniki minimalizacji uszkodzeń

Węzły mocujące ciągną są niezbędnym elementem, przekazującym siłę do konstrukcji. Ich rodzaj i złożoność zależy od rodzaju obiektu, w którym mają pełnić funkcję elementu łączącego. Najczęściej stosowane są w konstrukcjach ciągnowych, wiszących i podwieszanych. Najpopularniejszą postacią są rozwiązania patentowe, stosowane w konstrukcjach żelbetowych. W konstrukcjach stalowych istnieje konieczność poszukiwania często skomplikowanych układów, umożliwiających pracę w trudnych warunkach konstrukcyjnych.

Za najważniejsze parametry fizyczne, mające znaczny wpływ na wytrzymałość i nośność węzłów stalowych uważa się:

- zmianę właściwości materiału na skutek procesu spawania,
- możliwość pojawienia się koncentratora naprężenia w postaci wady spoiny lub nieodpowiedniego kształtu konstrukcji,
- starzenie materiału, zmęczenie i nagromadzenie uszkodzeń,
- wpływ szybkości obciążania,
- wpływ naprężeń spawalniczych.

Zróżnicowane stany fizyczne powodują deformacje, ujawniające się w postaci pozostających naprężeń własnych, gdzie np. naprężenia własne, spawalnicze mogą osiągać lokalnie granicę plastyczności. Ze względu na możliwość powstania koncentratorów naprężenia i nieciągłości spoiny okazują się często najsłabszymi strefami wpływu cieplnego i nadtopienia. Efekty te potęgują się przy spawaniu stali podwyższonej i wysokiej wytrzymałości i stali termicznie obrobionych, a także mających zgniot na zimno, czyli umocnienie mechaniczne.

Rozkład sił w węzłach mocujących ciągną jest bardzo złożony, szczególnie w połączeniach spawanych. Umowne sposoby obliczania nośności w takich elementach, stosując się do wytycznych normowych nie jest wystarczający. Zbliżenie się do rzeczywistości możliwe jest poprzez zastosowanie metod numerycznych, np. MES, poparte badaniami teoretyczno-doświadczalnymi.

Wady technologiczne, takie jak pęcherze gazowe, wtrącenia niemetaliczne, zażużenia, rysy i braki przetopu, nieracjonalne rodzaje i kształty spoin, nieracjonalne konstrukcje połączeń, nagłe zmiany kształtu, konieczne ze względu na kierunek przenoszonych sił, niewłaściwe ukształtowanie węzłów lub wady materiału mogą spowodować powstanie koncentratora, który zmienia drogę obciążenia i potęguje wartości naprężeń. Może to doprowadzić do sytuacji, że odkształcenia plastyczne nie mogą się rozwinąć i element pęknie krucho, zanim osiągnie granicę plastyczności. Groźne są także procesy starzenia materiału, związane ze zgniotem na zimno i temperaturą spawania oraz procesy zmęczeniowe, związane z wielokrotnym powtarzaniem obciążeń i nagromadzeniem uszkodzeń.

Według Mendery [49], obecność koncentratora powoduje obrót współrzędnych układu w przestrzeni naprężeń, czyli zmianę drogi obciążenia. Jeśli w konstrukcji doprowadzimy do takiej koncentracji naprężeń spawalniczych, że trójosiowe naprężenia główne osiągają znaczne wartości, to może nastąpić kruche pęknięcie, nawet bez udziału obciążeń zewnętrznych. Niejednorodność materiału powoduje powstanie naprężeń lokalnych, wywołujących odkształcenia plastyczne i umocnienie mechaniczne, mogące przyczynić się do powstania mikropęknięć i mikrorys. Te z kolei mogą stanowić początek pęknięć zmęczeniowych przy wielokrotnych obciążeniach, szczególnie występujących w węzłach stosowanych w konstrukcjach wiszących i podwieszanych, gdzie duży udział mają także obciążenia dynamiczne.

W pracy postanowiono zbadać wpływ koncentratora naprężeń w postaci otworu, spoiny i karbu, w miejscu ostrych nieciągłości geometrycznych na pracę węzłów mocujących ciągną. Badania te można przeprowadzić stosując techniki optymalizacyjne, umożliwiające wyeliminowanie kruchej pęknięcia przez:

- właściwe kształtowanie połączeń, prowadzące do obniżonej koncentracji naprężeń,
- takie wykonanie konstrukcji, aby zapewnić minimalne wprowadzenie wad i zmian struktury zastosowanego materiału,
- wygrzewanie odpuszczające.

Postanowiono także zbadać powierzchnie styku zakotwienia z konstrukcją, które są stosunkowo małe, wobec czego oddziaływanie ciągnien na konstrukcje ma charakter miejscowych obciążeń siłami skupionymi. Powierzchnie te można zwiększyć przez stosowanie dodatkowych elementów rozkładających siły w postaci, np. żeber.

1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem pracy są węzły konstrukcji stalowych w miejscach mocowania ciągnien.

Celem pracy jest analiza wpływu kształtowania elementów węzłów i sposobu wykonywania konstrukcji na obniżenie koncentracji naprężeń.

Cele cząstkowe:

- a) analiza wrażliwości stosowanych rozwiązań konstrukcyjnych węzłów na kruche pęknięcie i sposobów łagodnego przekazywania sił z ciągnien na konstrukcję,
- b) krytyczna ocena metod wyznaczania naprężeń w elementach tarczowych z wycięciami, obciążonych lokalnie,
- c) analityczne i doświadczalne badania złożonych stanów naprężeń w elementach tarczowych o różnych kształtach i schematach statycznych,
- d) opracowanie wniosków obejmujących sposoby konstrukcyjnego i technologicznego obniżania koncentracji naprężeń.

Dla osiągnięcia przedstawionych celów wykonano:

- a) badania analityczne i numeryczne,
- b) badania doświadczalne.

1.3. Podstawowe oznaczenia

α_t	- współczynnik rozszerzalności cieplnej liniowej
ε_i	- odkształcenia
Φ	- potencjał pola wektorowego
γ_s	- współczynnik materiałowy
λ	- przewodność cieplna
ν	- współczynnik Poissona
ω	- założone ryzyko
ρ	- gęstość stali
σ_1	- naprężenia główne maksymalne
σ_2	- naprężenia główne minimalne
σ_3	- naprężenia w kierunku normalnym do powierzchni blach
σ_b	- naprężenia brzegowe
σ_i	- naprężenia

σ_p	- naprężenia w stanie plastycznym
σ_{red}	- naprężenia zredukowane według Hubera-Misesa-Hencky (HMH)
$\sigma_{rz,i}$	- naprężenia rzeczywiste
τ_i	- naprężenia tnące
a_c	- dopuszczalny wymiar wady
A_i	- pole przekroju poprzecznego
c_p	- stałe ciśnienie ciepła właściwego
E	- współczynnik sprężystości podłużnej
f_d	- wytrzymałość obliczeniowa
f_u	- wytrzymałość doraźna
f_y	- umowna granica plastyczności
f_{ymin}	- wartość minimalna umownej granicy plastyczności
F	- gradient funkcji skalarnej
G	- współczynnik sprężystości poprzecznej
HB	- twardość wg Brinella
K	- rzeczywisty krytyczny współczynnik intensywności naprężeń
K_c	- najmniejsza krytyczna wartość współczynnika intensywności naprężeń K
$K_{\sigma m}$	- elastooptyczna naprężeniowa stała modelowa
m	- rząd izochromy
N	- siła
q_v	- ciepło przemiany fazowej
S_E	- odchylenie standardowe współczynnika sprężystości podłużnej
S_{fu}	- odchylenie standardowe wytrzymałości doraźnej
S_{fy}	- odchylenie standardowe umownej granicy plastyczności
t	- czas
T	- temperatura
x_i	- współrzędne układu kartezjańskiego

2. PODSUMOWANIE STANU WIEDZY

2.1. Istniejące formy węzłów mocujących ciężna

Specyfiką spawanych konstrukcji stalowych jest ich duża wrażliwość na kruche pęknięcie. Szczególnie ważne jest właściwe konstruowanie węzłów oraz poprawne wykonawstwo. Popełnione błędy mogą radykalnie wpłynąć na obniżenie nośności konstrukcji. Wyniki wieloletnich badań wskazują [73], że pęknięcia kruche i zmęczeniowe są drugą, po utracie stateczności, przyczyną awarii i katastrof stalowych konstrukcji budowlanych. Chociaż konstrukcje te wykonywane są ze stali charakteryzującej się dużą plastycznością w wyrobach hutniczych, to złe ukształtowanie węzłów i połączeń oraz niewłaściwa technologia spawania, mogą zmienić lokalnie stan plastyczny materiału w stan kruchy. W przypadkach nagłej zmiany kształtu elementu występują lokalne koncentracje naprężeń, które znacznie zwiększają średnie naprężenia rozciągające, inicjując rozwój uszkodzeń [89].

Ocena nośności elementu konstrukcyjnego w stanie kruchym jest domeną mechaniki pęknięcia. W ocenie tej wykorzystywany jest współczynnik intensywności naprężeń jako funkcja obciążenia, wielkość uszkodzenia i geometria układu.

W konstrukcjach ciężnowych ważnym problemem jest więc właściwe kształtowanie węzłów mocujących ciężna. Kształt i rozmieszczenie elementów węzłów mają wpływ na sposób przekazywania sił i koncentrację naprężeń w blachach tych węzłów. Węzły mogą być firmowymi, patentowanymi, złożonymi rozwiązaniami, stosowanymi głównie w konstrukcjach betonowych. W konstrukcjach stalowych ze względu na większą swobodę architektoniczną, konieczne jest stosowanie pojedynczych rozwiązań, odpowiednich dla danego rodzaju konstrukcji i działających obciążeń.

Złożonymi systemami, łączącymi ciężna z konstrukcjami betonowymi czy kotwionymi w gruntach i skałach, są firmowe, patentowane rozwiązania, produkowane między innymi przez firmy: Dywidag, Freyssinet, BBR, VTB oraz Macalloy [9], [15], [20], [65].

Systemy te można podzielić na następujące grupy:

- zakotwienia want w mostach (systemy kotwiące kable, złożone z odpowiedniej ilości splotów, w zależności od przenoszonej siły osiowej), mogą być kotwione w konstrukcjach betonowych jako firmowe systemy lub w konstrukcjach stalowych jako pojedyncze rozwiązania,
- zakotwienia kabli sprężających (zewnętrznych), stosowane w konstrukcjach stalowych,
- zakotwienia kabli sprężających (wewnętrznych lub zewnętrznych), stosowane w konstrukcjach betonowych,
- zakotwienia pojedynczych splotów w konstrukcjach betonowych lub stalowych,
- wielosplotowe systemy kotwiące, stosowane w gruntach i skałach,
- prętowe systemy stosowane w gruntach i skałach, kotwione w mleczku cementowym, żywicach lub za pomocą głowic rozprężnych.

2.1.1. Węzły stosowane w konstrukcjach żelbetowych

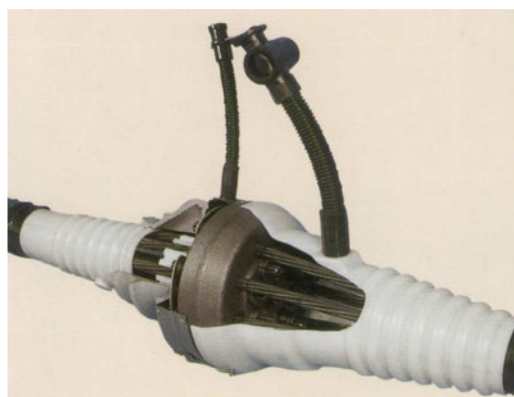
W lekkich konstrukcjach powłokowych lub podwieszanych stosuje się pojedyncze sploty kotwione bezpośrednio w betonie (czynne lub bierne) lub w głowicach, łączone przegubowo z innymi elementami konstrukcyjnymi. Przykład takiego węzła pokazano na rys.2.1 [65]. Do złożonych systemów należą zakotwienia kabli sprężających w konstrukcjach betonowych (rys.2.2) [65] i zakotwienia want, np. typu Dyna Bond, Dyna Grip firmy Dywidag.



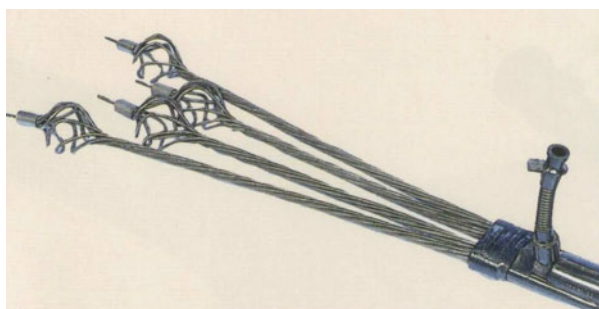
Rys.2.1. Zakotwienie splotów (czynne i bierne)



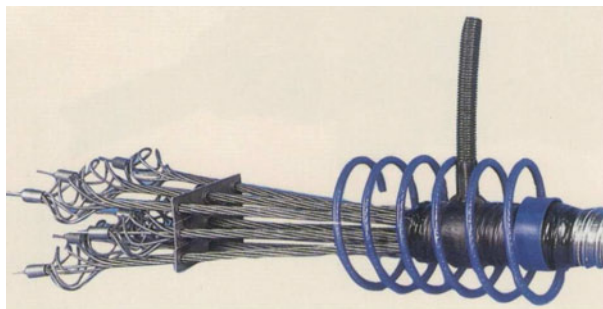
Rys.2.2. Zakotwienie typu MA firmy Dywidag



Rys.2.3. Łącznik typu R firmy Dywidag



Rys.2.4. Zakotwienie splotów o małej nośności



Rys.2.5. Zakotwienie splotów o dużej nośności



Rys.2.6. Zakotwienie prętowe (czynne)

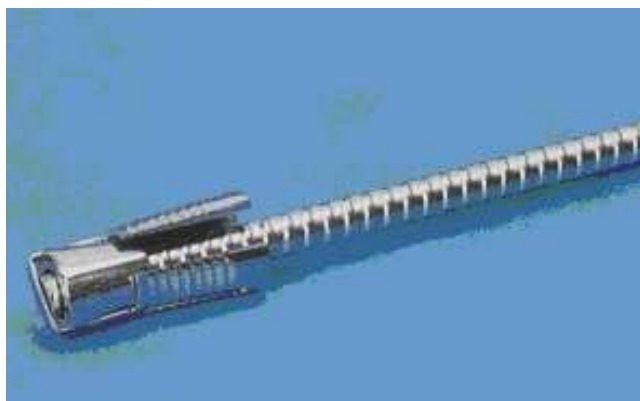


Rys.2.7. Zakotwienie prętowe (bierne)

Ze względu na ograniczoną długość kabli, możliwe jest stosowanie łączników (rys.2.3) [65], w których kotwione są sploty za pomocą szczęk trójdzielnych. Pojedyncze sploty mogą być kotwione bez stosowania płyt oporowych. Rozwiązania takie stosowane są w sprężanych płytach lub innych konstrukcjach lekkich, w których nie występują duże obciążenia. Funkcję zakotwienia pełni specjalnie ukształtowany splot (rys.2.4, 2.5) [65]. Do systemów sprężających należą także rozwiązania prętowe, w których blokiem oporowym jest płyta kotwiąca o kształcie i grubości zależnej od obciążenia. Zakotwienia prętowe mogą być regulowane (czynne, rys.2.6) [65] i nieregulowane (bierne, rys.2.7) [65].

2.1.2. Węzły stosowane w gruntach i skałach

Kotwy skalne (prętowe i wielosplotowe), gwoździe gruntowe, kotwy samo-wierzące stosowane są w gruntach jako elementy zabezpieczające i stabilizujące. Są to proste rozwiązania w postaci pręta i płyty kotwiącej lub też systemy złożone, w postaci splotów kotwionych w blokach oporowych (rys.2.8, 2.9) [65].



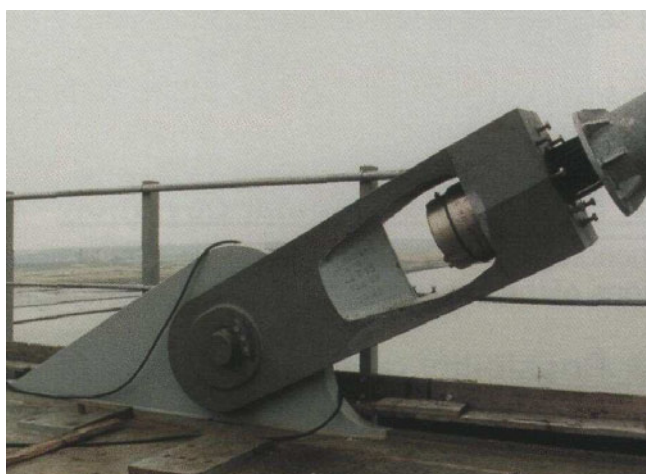
Rys.2.8. Głowica kotwy skalnej



Rys.2.9. Kotwy skalne

2.1.3. Węzły stalowe stosowane w mostach wiszących i podwieszanych

W przypadku konstrukcji stalowych, do połączenia z ciągnami konieczne jest wykonanie odpowiednio ukształtowanych węzłów. Koncentracje naprężeń są decydującym czynnikiem wpływającym na prawidłową pracę tych węzłów. Kształt i rozmieszczenie blach zależą od sposobu przekazywania sił i tym samym rozkładu naprężeń.



Rys.2.10. Zakotwienie przegubowe w moście podwieszanym Normandii, Francja

Jednym z popularnych przykładów mocowania ciągów w konstrukcjach stalowych jest połączenie przegubowe. Siła z cięgna przekazywana jest na blachę węzłową konstrukcji nośnej mostu poprzez pośredni element, współpracujący z tą blachą. Z wykorzystaniem pojedynczego sworznia, siła przekazywana jest w sposób zakładkowy na otwór wykonany w blasze, a z blachy na środnik dźwigara (por. rys.2.10) [9].

W połączeniu sztywnym, przedstawionym na rys.2.11 [9], siła z bloku oporowego przekazywana jest na element rurowy, połączony spoinami pachwinowymi z blachą węzłową o kształcie umożliwiającym umieszczenie bloku. Poprzez blachę, obciążenie przekazywane jest na środnik głównego dźwigara nośnego. W zastosowanym wycięciu, wykonanym w blasze, widoczne są wyokrąglenia. Podobnym przykładem jest zakotwienie sztywne mostu Świętokrzyskiego w Warszawie, gdzie siła z bloku oporowego przekazywana jest na płytę oporową i na tuleję. Węzeł wzmocniony jest dodatkowymi żebrami (rys.2.12) [65].



Rys.2.11. Zakotwienie sztywne w moście podwieszanym Utsjoki, Finlandia

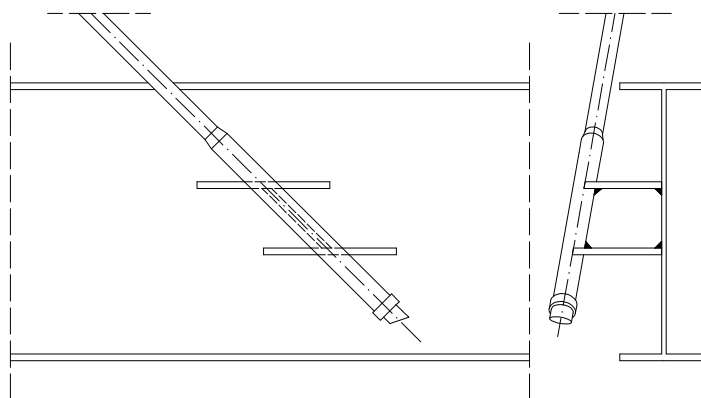


Rys.2.12. Zakotwienie sztywne w moście Świętokrzyskim w Warszawie, Polska

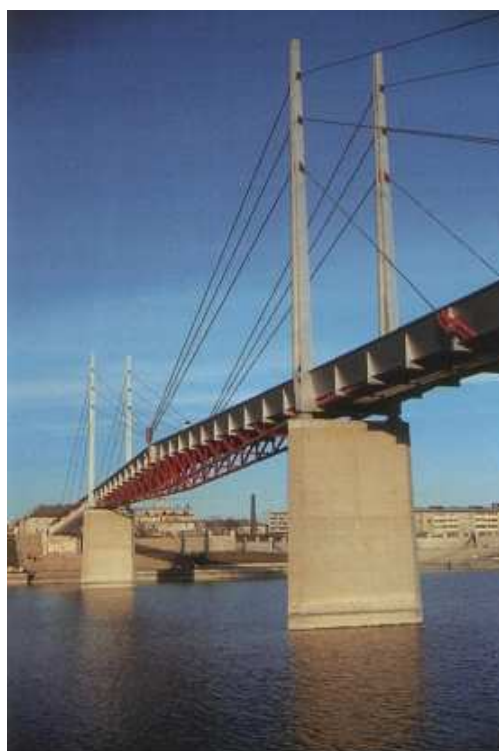
W modelu zakotwienia zastosowanym w moście Zevenaar w Holandii [9], osłonową rurę oporową cięgna połączono z blachownicą pomostu za pomocą dwóch żeber poziomych z przeponą. Te z kolei połączone są spoinami pachwinowymi ze środnikiem blachownicy. Zatem siła z bloku oporowego przekazywana jest na rurę osłonową i środnik blachownicy poprzez żeberka pośrednie. Zdjęcie i szkic konstrukcyjny pokazano na rys.2.13 i rys.2.14.



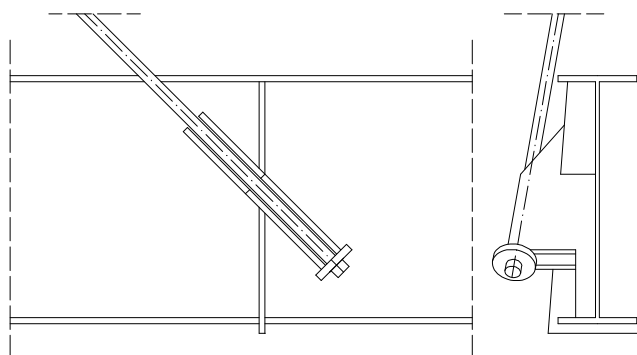
Rys.2.13. Most Zevenaar, Holandia



Rys.2.14. Model zakotwienia mostu Zevenaar, Holandia



Rys.2.15. Kładka w Wiedniu, Austria



Rys.2.16. Model zakotwienia kładki w Wiedniu, Austria

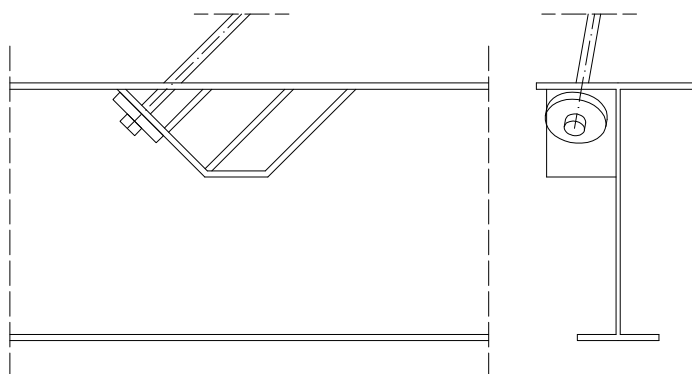
W kładce dla pieszych nad Dunajem w Wiedniu [65], węzeł mocujący ciągną jest przedłużeniem poprzecznicą pomostu stalowego. Blok oporowy ciągną oparty jest

bezpośrednio na żeberkach umocowanych w kierunku działania siły. Żeberka są skrzyżowane i połączone z poprzecznicą (rys.2.15, 2.16).

W konstrukcji mostu wantungowego Tse Mu na Tajwanie [20], węzeł kotwiący wykonany jest również z wykorzystaniem poprzecznic pomostu, w stalowej osłonie, połączonej ze środkiem blachownicy, która dodatkowo wzmacnia strefę zakotwień. W tym przypadku wykonano dwa żeberka dodatkowe, umocowane w kierunku działania siły (rys.2.17, 2.18).



Rys.2.17. Most Tse Mu, Tajwan



Rys.2.18. Model zakotwienia mostu Tse Mu, Tajwan



Rys.2.19. Most podwieszany Swindon, Wielka Brytania



Rys.2.20. Zakotwienie przegubowe w moście podwieszanym Swindon, Wielka Brytania

W moście Swindon w Wielkiej Brytanii [65], liny podwieszające połączone są przegubowo z dźwigarem głównym pomostu. Jest to połączenie zakładkowe z płytą, która z kolei połączona jest z rurą w miejscu występowania poprzecznicy (rys.2.19, 2.20).

Ostatnim z przedstawionych rozwiązań jest zakotwienie wykonane w moście Seohae Grand w Korei [9]. Ciężno połączone jest z tuleją, na którą przekazywana jest siła. Tuleja z kolei połączona jest z dźwigarem pomostu za pomocą czterech żeber (rys.2.21).



Rys.2.21. Zakotwienie sztywne w moście podwieszanym Seohae Grand, Korea

Ze względu na wrażliwość konstrukcji na kruche pęknięcie materiału, interesują nas naprężenia, które występują w bliskim sąsiedztwie bloków mocujących ciężna w węźle. Proste przykłady, odniesione jednak do rzeczywistej konstrukcji, pozwalają sądzić, że kształtowanie, zarówno w odniesieniu do elementów, jak i wzajemnego ich układu stwarza możliwość zmniejszenia koncentracji naprężeń.

Jak wspomniano we wstępie, unikanie ostrych koncentratorów jest jednym z czynników gwarantujących bezpieczną pracę konstrukcji spawanych. Kształt blach i sposób przekazywania sił poprzez spoiny a nawet dodatkowe żebra, decyduje o rozkładzie naprężeń. W tego typu węzłach ze względu na otwory na sworznie i na konieczne wycięcia w zasadzie

zawsze występują spiętrzenia naprężeń. Należy więc poznać te rozkłady w proponowanych rozwiązaniach i szukać zależności koncentracji naprężeń od kształtu i rodzaju wycięć. W celu wyznaczenia naprężeń stosuje się rozwiązania teoretyczne teorii sprężystości i plastyczności, obliczenia numeryczne a weryfikacją są badania modelowe, np. z wykorzystaniem metody laserowej, kruchych pokryw, tensometrii, interferometrii holograficznej, pokryw elastooptycznych i badania modeli wykonanych z materiałów optycznie czułych. W przypadku mostów prowadzi się niszczące badania zmęczeniowe [43]. Dalszym problemem w konstrukcjach stalowych jest oczywiście stosowanie dodatkowych żeber a także proporcje sztywności i blach. Z przedstawionych przykładów wynika, że żebra dodatkowe są najpopularniejszą metodą wzmacniania węzłów. Jednakże prawdopodobieństwo występowania pozostałych naprężeń spawalniczych w tych elementach jest stosunkowo większe. Należy więc podjąć inżynierską decyzję, jaki rodzaj połączenia wybrać w konstrukcji projektowanej, gdyż w obu przypadkach mamy do czynienia albo z koncentratorem naprężeń w postaci karbu, albo ze zwiększonymi naprężeniami pozostałymi o wartości sięgającej nawet granicy plastyczności materiału, przy odpowiednio dużych siłach działających, które występują w konstrukcjach mostowych.

2.2. Współczynnik intensywności koncentracji naprężeń

Wg Zheng'a i Niemi'ego [97] kształt dna płytkiego karbu (rys.2.22) jest w przybliżeniu pół-eliptyczny i pozostaje w jednoosiowym stanie naprężeń (σ_a). Jeśli głębokość karbu c , jest mała w porównaniu z szerokością próbki w kierunku osi x , wtedy naprężenia sprężyste w sąsiedztwie karbu mogą być uzyskane wprost, stosując metody bazujące na teorii sprężystości. Dopóki nie wystąpi uplastycznienie na dnie karbu, maksymalne wartości sprężystych naprężeń rozciągających σ_{\max} pojawią się na brzegach karbu i mogą być wyrażone jako:

$$\sigma_{\max} = \sigma_a [1 + 2(c/\rho)^{0.5}], \quad (2.1)$$

gdzie:

σ_a - odległe naprężenia rozciągające,

ρ - promień dna karbu,

oraz:

$$1 + 2\left(\frac{c}{\rho}\right)^{0.5} = K_{t0}. \quad (2.2)$$

K_{t0} jest to teoretyczny współczynnik koncentracji naprężeń w korbach płytkich. Naprężenia rozciągające w kierunku osi y , w pobliżu strefy karbu można określić jako:

$$\sigma_y = \sigma_{\max} \left[\frac{\rho}{\rho + 4r} \right]^{0.5}, \quad (2.3)$$

gdzie:

r - dowolna odległość od brzegu karbu, jak pokazano na rys.2.22.

W warunkach naprężeń w płaszczyźnie, w świetle kryterium plastyczności Treski, maksymalna wartość naprężeń na dnie karbu zbliża się do uplastycznienia σ_{ys} , gdy minimalne naprężenia wzdłuż kierunku osi x wynoszą zero. Strefa plastyczna w obrębie karbu formułuje się gdy naprężenia wzrastają.

Podsumowując rozmiar strefy plastycznej jako r_{pz} i nawiązując do teorii płynięcia plastycznego, naprężenia rozciągające w kierunku osi y w obrębie strefy plastycznej, mogą być zapisane jako:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{ys} \left[1 + \ln\left(1 + \frac{r}{\rho}\right) \right], (r < r_{pz}). \quad (2.4)$$

Na podstawie powyższego równania wnioskować można, że maksymalna wartość naprężeń w kierunku osi y nie występuje na dnie karbu, lecz przemieszcza się do $r=r_{pz}$, która sygnalizuje że koncepcja wystąpienia koncentracji naprężeń może być precyzyjnie określona w punkcie na dnie karbu. Aby oszacować maksymalną wartość naprężeń w kierunku osi y , Shi i Puls [97] powrócili do tej metody i zastosowali ją, opisując rozmiar strefy plastycznej r_{pz} .

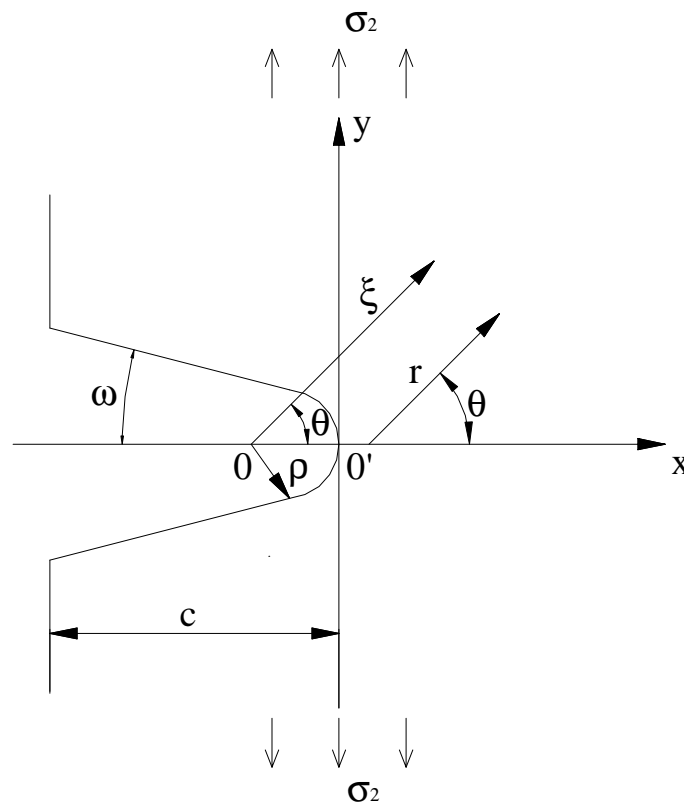
Rozmiar krytyczny strefy plastycznej r_{β} wynosi więc:

$$r_{\beta} = \rho \left\{ \exp\left[\frac{\pi}{2} - \varpi\right] - 1 \right\}, \quad (2.5)$$

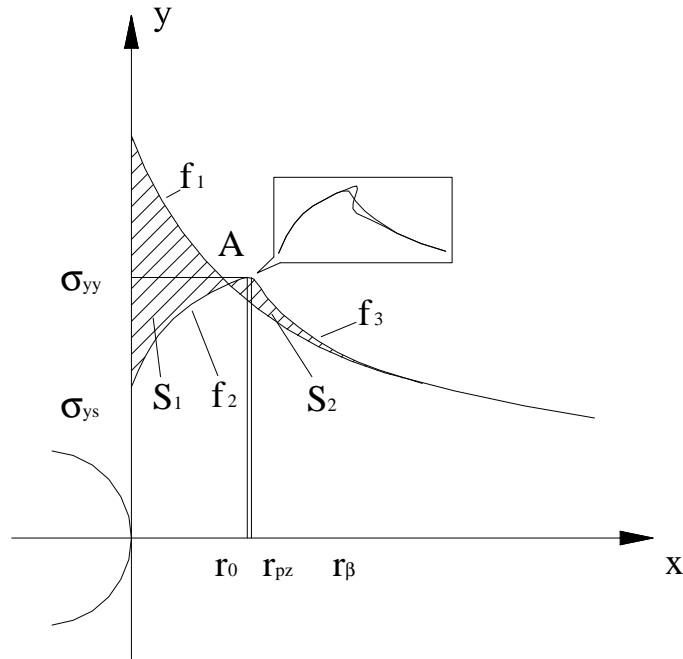
gdzie:

ϖ - połowa kąta karbu,

r_0 - przewidywany dystans punktu przecięcia się krzywej z rozwiązaniem sprężystego i linią poślizgu obszaru plastycznego, jak pokazano na rys.2.23.



Rys.2.22. Geometria karbu



Rys.2.23. Rozkłady naprężeń

Stosunek pomiędzy r_{pz} , r_0 , σ_{ys} i σ_a określony jest przez Shi i Puls jako:

$$\begin{aligned} \rho \sigma_a \left[1 + 2 \left(\frac{c}{\rho} \right)^{0,5} \right] \left\{ \left[1 + \left(\frac{4r_0}{\rho} \right)^{0,5} - 1 \right] / 2 - \sigma_{ys} (r_0 + \rho) \ln \left(1 + \frac{r_0}{\rho} \right) \right\} = \\ = \sigma_{ys} \left\{ r_{pz} \ln \left(1 + \frac{r_{pz}}{\rho} \right) + \rho \ln \left[(\rho + r_{pz}) / (r_0 + \rho) \right] - r_0 \ln \left(1 + \frac{r_0}{\rho} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\sigma_a \left[1 + 2 \left(\frac{c}{\rho} \right)^{0,5} \right] \left[\frac{\rho}{4r_0 + \rho} \right]^{0,5} = \sigma_{ys} \left[1 + \ln \left(1 + \frac{r_0}{\rho} \right) \right]. \quad (2.7)$$

Nawiązując do warunku ciągłości naprężeń w obszarze wzajemnego oddziaływania strefy sprężystej i plastycznej, naprężenia sprężyste w tym obszarze, w kierunku osi y muszą się równać naprężeniom plastycznym, również w kierunku osi y:

$$\sigma_{ey}(r_{pz}) = \sigma_{yy}(r_{pz}) = \sigma_{ys} \left[1 + \ln \left(1 + \frac{r_{pz}}{\rho} \right) \right], \quad (2.8)$$

gdzie:

ω - połowa kąta karbu,

$\sigma_{ey}(r_{pz})$ - naprężenia sprężyste w tym samym obszarze oddziaływania,

$\sigma_{yy}(r_{pz})$ - naprężenia plastyczne.

Odształcenia sprężyste $\varepsilon_{ey}(r_{pz})$ w kierunku osi y mogą być przybliżone jako:

$$\varepsilon_{ey}(r_{pz}) \approx \sigma_{ey} \frac{(r_{pz})}{E} = \sigma_{ys} \left[1 + \ln \left(1 + \frac{r_{pz}}{\rho} \right) \right] / E, \quad (2.9)$$

w którym:

E - moduł sprężystości podłużnej materiału.

Nawiązując do kryterium ciągłości przemieszczeń w obszarze oddziaływania sprężysto-plastycznym, odkształcenia plastyczne $\varepsilon_{yy}(r_{pz})$ muszą być równe odkształceniom sprężystym w tym obszarze:

$$\varepsilon_{yy}(r_{pz}) = \varepsilon_{ey}(r_{pz}). \quad (2.10)$$

Karb o promieniu R_0 na brzegach postanowiono obciążyć tak, aby wygładzić jego końce do nowego promienia R , który wzrasta w procesie deformacji.

W układzie współrzędnych biegunowych (ξ, Θ) , w którym punkt $P(\xi, 0)$ występuje w strefie plastycznej, przemieszczenia punktu $U(\xi, 0)$ są odkształceniami, które mogą być zapisane jako:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\xi} &= \frac{dU(\xi, 0)}{d\xi}, \\ \varepsilon_{\theta} &= \frac{U(\xi, 0)}{\xi}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Warunek ciągłości odkształceń w płaszczyźnie jest następujący:

$$\frac{d\varepsilon_{\theta}}{d\xi} + \frac{(\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\xi})}{\xi} = 0, \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\xi} + \varepsilon_{\theta} + \varepsilon_z &= 0, \\ \varepsilon_z &= 0, \\ \varepsilon_z &= 0, \end{aligned} \quad (2.13)$$

który wskazuje, że:

$$\frac{d\varepsilon_{\theta}}{d\xi} = \frac{-2\varepsilon_{\theta}}{\xi}. \quad (2.14)$$

Na końcówce karbu $\xi=R$, przemieszczenia biegunowe wynoszą ΔR a biegunowe odkształcenia:

$$\varepsilon_{\theta}|_{\xi=R} = \frac{\Delta R}{R}. \quad (2.15)$$

Dlatego odkształcenia w punkcie ogólnym P , w strefie uplastycznionej mogą być uzyskane z równań 2.11÷2.15:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{R\Delta R}{\xi^2} = -\varepsilon_{\xi}. \quad (2.16)$$

Poza tym, odpowiadające odkształcenia wynoszą:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{2^{0,5}}{3} [(\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\xi})^2 + \varepsilon_{\theta}^2 + \varepsilon_{\xi}^2]^{0,5} = \frac{2R\Delta R}{(3^{0,5} \xi^2)} = \frac{2\varepsilon_{\theta}}{3^{0,5}}. \quad (2.17)$$

Umieszczając równanie 2.9 w równaniu 2.16:

$$\xi = \rho + r_{pz}, \quad (2.18)$$

w strefie oddziaływania strefy plastycznej i sprężystej uzyskano:

$$\frac{\Delta R}{R} = (\rho + r_{pz})^2 \sigma_{ys} [1 + \ln(1 + \frac{r_{pz}}{\rho})] / (ER^2), \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{\theta} \Big|_{\xi=R} = (\rho + r_{pz})^2 \sigma_{ys} [1 + \ln(1 + \frac{r_{pz}}{\rho})] / (ER^2), \quad (2.20)$$

w których:

ρ i R - wyrażają promień krzywizny tego samego karbu.

Gdy natomiast $\rho=R$ w równaniu 2.20, to:

$$\varepsilon_{\theta} \Big|_{\xi=\rho} = (\rho + r_{pz})^2 \sigma_{ys} [1 + \ln(1 + \frac{r_{pz}}{\rho})] / (E\rho^2). \quad (2.21)$$

Rozważając sprężysto-perfekcyjnie plastyczny materiał, równania konstytucyjne wynoszą:

$$\begin{aligned} \sigma_e &= E\varepsilon_e, \quad (\varepsilon_e < \frac{\sigma_{ys}}{E}), \\ \sigma_e &= \sigma_{ys}, \quad (\varepsilon_e > \frac{\sigma_{ys}}{E}), \end{aligned} \quad (2.22)$$

gdzie:

σ_e i ε_e - naprężenia i odkształcenia w kryterium Tresci,

E i σ_{ys} - moduł sprężysty i naprężenia plastyczne materiału,

σ_{ys}/E - krytyczne odkształcenia sprężyste.

Model ten był szeroko stosowany w mechanice plastycznej i może opisywać zachowanie materiału. W płaszczyźnie karbu $\theta=0$, $\varepsilon_{\theta}=\varepsilon_{yy}$, $\sigma_{\theta}=\sigma_{yy}$, nawiązując do reguły Neubera, wybór lokalnego współczynnika koncentracji naprężeń i odkształceń:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{yy}(\rho)}{\sigma_a}, \quad (2.23)$$

$$K_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{yy}(\rho)}{\varepsilon_a}, \quad (2.24)$$

równy jest teoretycznemu współczynnikowi koncentracji naprężeń K_{t0} :

$$\left[\frac{\sigma_{yy}(\rho)}{\sigma_a} \right] \left[\frac{\varepsilon_{yy}(\rho)}{\varepsilon_a} \right] = K_{t0}^2, \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E}, \quad (2.26)$$

gdzie:

$\sigma_{yy}(\rho)$ i $\varepsilon_{yy}(\rho)$ - wyrażają naprężenia i odkształcenia główne, odpowiednio.

Teoretyczny współczynnik koncentracji naprężeń K_{t0} [97] może być obliczony poprzez geometryczny kształt danych składowych niezależnie, jeśli aktualne naprężenia i odkształcenia na dnie karbu i naprężenia nominalne są znane. Równania 2.25 i 2.26 z kolei, mogą zostać użyte w celu zbadania dokładności reguły Neuber. Oznacza to, że aktualny teoretyczny współczynnik koncentracji naprężeń Neuber może być obliczony z równań 2.25 i 2.26, poprzez praktyczne określenie naprężeń i odkształceń:

$$K_{t1} = \left\{ \left[\frac{\sigma_{yy}(\rho)}{\sigma_a} \right] \left[\frac{\varepsilon_{yy}(\rho)}{\varepsilon_a} \right] \right\}^{0.5}. \quad (2.27)$$

Ponadto, nawiązując do metody gęstości energii wg. Moski i Glinki, stosunek lokalnych odkształceń gęstości energii wynosi:

$$W_1 = \frac{\sigma_{ys}^2}{2E} + \sigma_{ys} \varepsilon_{yyp}(\rho), \quad (2.28)$$

a nominalna gęstość energii:

$$W_1 = \frac{\sigma_a^2}{2E}, \quad (2.29)$$

jest kwadratem teoretycznego współczynnika koncentracji naprężeń [97]:

$$\left[\frac{\sigma_{ys}^2}{2E} + \sigma_{ys} \varepsilon_{yyp}(\rho) \right] / \left(\frac{\sigma_a^2}{2E} \right) = K_{t0}^2, \quad (2.30)$$

$$\varepsilon_{yyp}(\rho) = \varepsilon_{yy}(\rho) - \frac{\sigma_{ys}}{E}, \quad (2.31)$$

w którym:

$\varepsilon_{yyp}(\rho)$ - jest odkształceniem plastycznym w kierunku osi y na dnie karbu.

Aktualna teoria Moski-Glinki „teoretycznego współczynnika koncentracji naprężeń” K_{t2} , może być stosowana, dostarczając tym samym informacji o lokalnych naprężeniach, gdzie nominalne odkształcenia i naprężenia są znane:

$$K_{t2} = \left\{ \left[\frac{\sigma_{ys}^2}{2E} + \sigma_{ys} \varepsilon_{yyp}(\rho) \right] / \left(\frac{\sigma_a^2}{2E} \right) \right\}^{0.5}. \quad (2.32)$$

Względne różnice współczynników:

$$K_{t1}/K_{t0} \text{ i } K_{t2}/K_{t0},$$

pokazano w tabelicy 2.1 [97].

Tablica 2.1. Względne różnice współczynników

$K_{t0}\sigma_a/\sigma_{ys}$	r_{pz}/ρ	K_{t1}/K_{t0}	K_{t2}/K_{t0}	K_{t3}/K_{t0}
1,000	0,000	1,000	1,000	1,000
1,149	0,053	0,940	1,005	0,972
1,296	0,113	0,904	1,019	0,960
1,586	0,244	0,866	1,049	0,953
1,872	0,385	0,852	1,080	0,959
2,155	0,536	0,852	1,112	0,973
2,711	0,853	0,869	1,173	1,009
2,957	1,000	0,880	1,198	1,027

Na podstawie nominalnych naprężeń lub zmian strefy plastycznej blisko karbu, które są obliczone stosując równania przytoczone poniżej, zauważyć można, że współczynniki K_{t1} i K_{t2} nie są takie same i K_{t1} jest zawsze mniejsze od K_{t0} , gdzie K_{t2} jest zazwyczaj większe od K_{t0} . W niższych wartościach naprężeń, odpowiadające różnice K_{t2} do K_{t0} są mniejsze od 5%, dostarczając odpowiednio wymiary strefy plastycznej, r_{pz}/ρ . Pomimo to, odpowiadające im różnice K_{t1} i K_{t2} do K_{t0} stanowiąc różnią się [96]. Biorąc więc wszystkie te czynniki pod uwagę, możemy określić nowy odpowiedni współczynnik koncentracji naprężeń K_{t3} , który wynosi [97]:

$$K_{t3}^2 = K_{t1}K_{t2}. \quad (2.33)$$

Ideę tę wspierają obliczone wyniki zawarte w tablicy 2.1. Dane pokazane w tablicy 2.1 wskazują, że odpowiednie różnice K_{t3} do K_{t0} są mniejsze od 5% i dostarczają wymiary strefy plastycznej dookoła karbu, w którym wartość promienia krzywizny jest ograniczona. Wyrażając jaśniej korelacje lokalnych naprężeń i odkształceń na brzegach karbu, nominalne naprężenia mogą być określone jako:

$$(K_{\sigma}K_{\varepsilon})\left(\frac{W_1}{W_n}\right)^{0,5} = K_{t0}^2. \quad (2.34)$$

Wiadomo, że sprężysto-plastyczny współczynnik koncentracji naprężeń (odkształceń) może być zdefiniowany stosując formułę Neubera. W celu oszacowania współczynników, można stosować także inne formuły doświadczalne, jednak rozbieżność wyników jest bardzo duża i nie jest akceptowalna. Natomiast, aby rozwiązać ten problem, stosowane są numeryczne metody w zakresie analizy naprężeń sprężysto-plastycznych. Aby polepszyć wydajność metod komputerowych, stosowane są zamknięte formy rozwiązań współczynnika koncentracji naprężeń (odkształceń) sprężysto-plastycznych. Należą do nich metody konserwatywno-integracyjne, stosowane zazwyczaj w problemach osiowo-symetrycznych i w warunkach małej skali plastyczności [97].

W zagadnieniach osiowo symetrycznych równania geometrycznych odkształceń i równania równowagi wynoszą:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

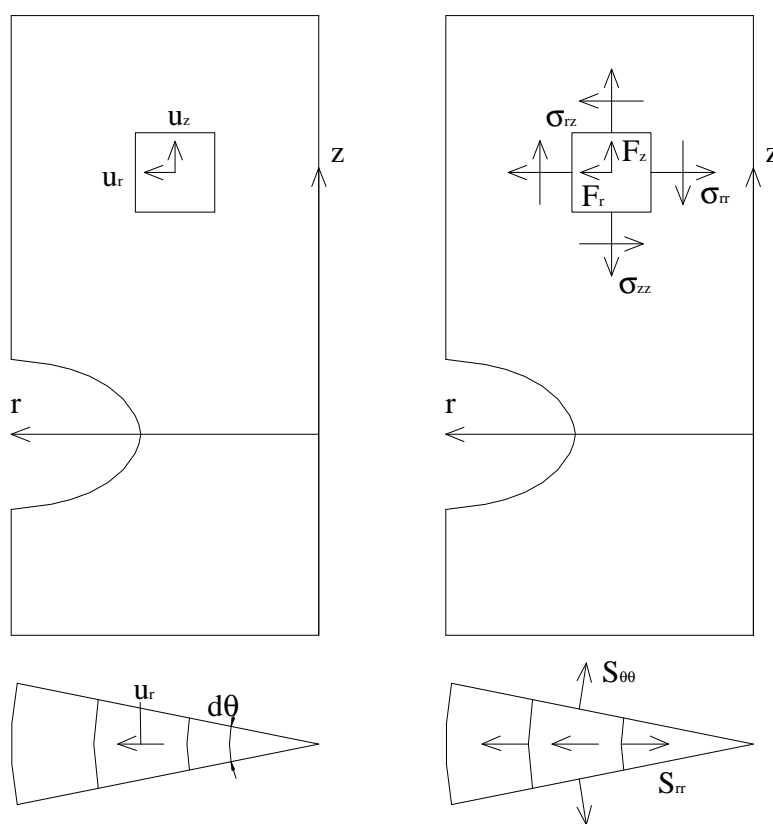
$$\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right),$$

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) + F_r = 0, \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + F_z = 0, \quad (2.37)$$

gdzie:

$u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij},$ i F_i - składowe przemieszczeń, odkształceń, naprężeń i sił, odpowiednio, jak pokazano na rys.2.24.



Rys.2.24. Odkształcenia, naprężenia i siły masowe w zagadnieniach osiowo-symetrycznych

Z równań odkształceń można wyprowadzić równania konstytucyjne, zakładając proporcjonalność obciążeń:

$$\sigma_{rr} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{rr}},$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{\theta\theta}},$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{zz}},$$
(2.38)

$$\sigma_{rz} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{rz}},$$

gdzie:

W - gęstość energii odkształceń.

W celu uzyskania zamkniętej formy rozwiązań współczynnika koncentracji naprężeń w zagadnieniach osiowo symetrycznych, rozwijana jest metoda całki konserwatywnej. Kąt dwuścienny pomiędzy dwoma płaszczyznami klina wynosi $d\theta$ (klin pokazany na rys.2.26). Aby założyć konserwatywną całkę, dana jest zamknięta krzywa ABCDEFGA, zawierająca podstawę karbu o obszarze A_r , ograniczonego brzegiem Γ^* . A_r zawiera trzy następujące strefy:

- strefę plastyczną A_p , z brzegiem ograniczającym AHGA,
- strefę sprężystą A_{ei} , pod wpływem strefy plastycznej z brzegiem ABIFGHA,
- strefę sprężystą A_{eu} z brzegiem BCDEFIB, nie będącą pod wpływem strefy plastycznej, jak pokazano na rys.2.26.

Ponadto, zamknięta krzywa Γ^* może zostać podzielona na dwa segmenty:

- krzywą brzegu FGAB strefy plastycznej A_p i mającą wpływ strefa sprężysta A_{ei} wzdłuż podstawy karbu, oznaczona przez Γ_p ,
- krzywą brzegu BCDEF wzdłuż Γ^* , oznaczoną przez Γ , jak również pokazano na rys.2.26, wtedy:

$$\Gamma^* = \Gamma + \Gamma_p. \quad (2.39)$$

Jeśli u_r , u_z , i ε_{rr} , $\varepsilon_{\theta\theta}$, ε_{zz} , ε_{rz} są właściwymi składowymi przemieszczeń i odkształceń, wtedy:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_r}{\partial x_1}, \\ & \frac{\partial u_z}{\partial x_1}, \\ & \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial x_1}, \\ & \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial x_1}, \\ & \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial x_1}, \\ & \frac{\partial \varepsilon_{rz}}{\partial x_1}, \end{aligned} \quad (2.40)$$

i

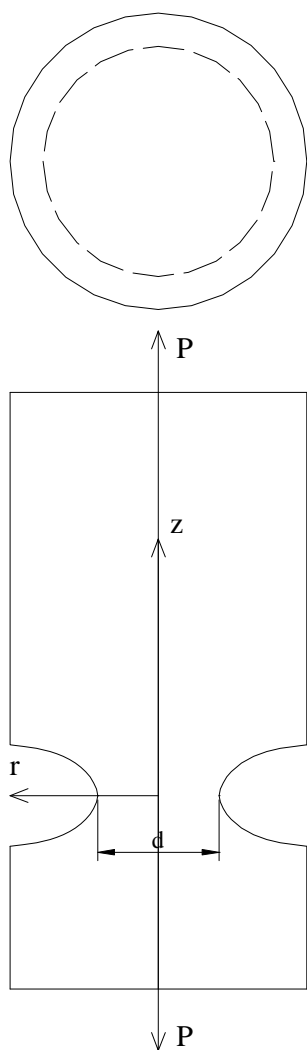
$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial x_1} &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x_1} \right), \\ \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial x_1} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x_1} \right), \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x_1} \right),$$

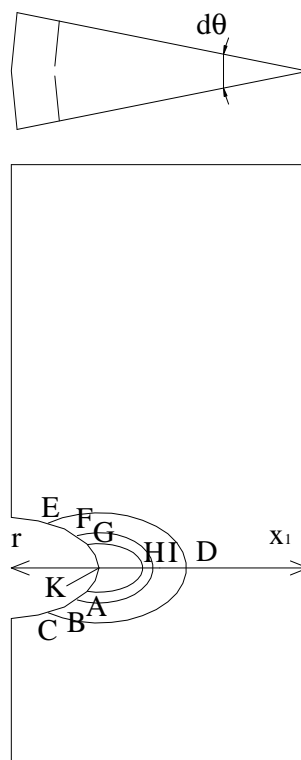
$$\frac{\partial \varepsilon_{rz}}{\partial x_1} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x_1} \right) \right\},$$

gdzie:

x_1 - odcięta nowego układu współrzędnych, jak pokazano na rys.2.26.



Rys.2.25. Cylinder z karbem pod obciążeniem rozciągającym



Rys.2.26. Ścieżka integracji całki konserwatywnej w zagadnieniu osiowo symetrycznym

Ponadto, jeśli σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} , σ_{rz} są składowymi naprężeń, to będą one statycznie spełnione po spełnieniu równań 2.36 i 2.37.

Jeśli T_r i T_z stosowane są, aby wyznaczyć składowe trajektorie powierzchni, jak pokazano na rys.2.26, to:

$$\begin{aligned} T_r &= \sigma_{rr} l_r + \sigma_{rz} l_z, \\ T_z &= \sigma_{rz} l_r + \sigma_{zz} l_z, \end{aligned} \quad (2.42)$$

gdzie:

l_r i l_z - kosinusy kierunkowe normalnych do zewnętrznej powierzchni zamkniętego konturu Γ^* , odpowiednio do osi x i z .

Pod powyższymi warunkami, spełnione będą odpowiednie równania prac wirtualnych:

$$\begin{aligned} \int_{A_r} (\sigma_{rr} \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial x_1} + \sigma_{\theta\theta} \frac{\partial \varepsilon_{\theta\theta}}{\partial x_1} + \sigma_{zz} \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial x_1} + \sigma_{rz} \frac{\partial 2\varepsilon_{rz}}{\partial x_1}) rdA = \\ = \int_{\Gamma^*} (T_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + T_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdS + \int_{A_r} (F_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + F_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdA, \end{aligned} \quad (2.43)$$

Podstawiając równania 2.38 do równania 2.43 i stosując łańcuchowe różniczkowanie oraz dokonując transformacji z pola całki do konturu całki, dostaniemy:

$$\int_{\Gamma^*} W l_1 rdS - \int_{A_r} W \frac{\partial r}{\partial x_1} dA = \int_{\Gamma^*} (T_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + T_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdS + \int_{A_r} (F_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + F_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdA, \quad (2.44)$$

gdzie:

l_1 - stosowane jest w celu wyznaczenia l_r .

Wiadomo, że:

$$\Gamma^* = \Gamma - (-\Gamma_p), \quad (2.45)$$

możemy więc zdefiniować konserwatywną całkę J z równania 2.44 następująco:

$$J = \int_{-\Gamma_p} W l_1 rdS - \int_{-\Gamma_p} (T_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + T_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdS, \quad (2.46)$$

$$J = \int_{\Gamma} W l_1 rdS - \int_{A_r} W \frac{\partial r}{\partial x_1} dA - \int_{\Gamma} (T_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + T_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdS + \int_{A_r} (F_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + F_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdA. \quad (2.47)$$

Oczywiste jest, że konserwatywna całka podana w równaniu 2.47, jest zawsze równa konserwatywnej całce podanej w równaniu 2.46. Ponadto, ścieżka integracji Γ równania 2.47 jest przypadkowa a ścieżka integracji Γ_p równania 2.46 jest stała. A także konserwatywna całka J dana w równaniu 2.47 jest niezależna od pozostałych warunków.

Więc dla pręta z korbem obwodowym:

$$J = \int_{-\Gamma_p} W l_1 rdS, \quad (2.48)$$

$$J = \int_{\Gamma} W l_1 rdS - \int_{A_r} W \frac{\partial r}{\partial x_1} dA - \int_{\Gamma} (T_r \frac{\partial u_r}{\partial x_1} + T_z \frac{\partial u_z}{\partial x_1}) rdS. \quad (2.49)$$

Oznaczmy J^* , W^* , T_i^* , u_i^* , jako J , W , T_i i u_i , w przypadku liniowej sprężystości, z równań 2.48 i 2.49 otrzymamy:

$$J^* = \int_{-\Gamma_p} W^* l_1 rdS, \quad (2.50)$$

$$J^* = \int_{\Gamma} W^* l_1 r dS - \int_{A_r} W^* \frac{\partial r}{\partial x_1} dA - \int_{\Gamma} (T_r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial x_1} + T_r^* \frac{\partial u_r^*}{\partial x_1}) r dS. \quad (2.51)$$

Możemy sprawdzić, że:

$$\begin{aligned} W &= W^*, \\ T_i &= T_i^*, \\ U_i &= U_i^*, \end{aligned} \quad (2.52)$$

w zakresie A_{eu} wzdłuż Γ .

Zatem z równań 2.48÷2.51 otrzymamy:

$$\int_{-\Gamma_p} (W - W^*) l_1 r dS + \int_{A_p + A_{ei}} (W - W^*) \frac{\partial r}{\partial x_1} dA = 0. \quad (2.53)$$

Ponadto, nowa formuła $g(r, z)$ wynosi:

$$W(r, z) = g(r, z) W^*(r, z). \quad (2.54)$$

Oznaczając współrzędne punktu K przez (r_k, z_k) , otrzymamy:

$$g(r, z) = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} [(r - r_k) \frac{\partial}{\partial r} + (z - z_k) \frac{\partial}{\partial z}]^n g|_k. \quad (2.55)$$

Z warunku małego uplastycznienia, w dziedzinie $A_p + A_{ei}$, biorąc pod uwagę równanie 2.55, dostaniemy:

$$\begin{aligned} g(r, z) &= g(r_k, z_k) = f, \\ W(r, z) &= W^*(r, z). \end{aligned} \quad (2.56)$$

Podstawiając równanie 2.56 do równania 2.53, możemy potwierdzić że:

$$\begin{aligned} f &= 1, \\ W(r, z) &= W^*(r, z). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Nawiązując do niezależności trajektorii wzdłuż powierzchni karbu, dostaniemy: $\sigma_{rr} = \sigma_{rz} = 0$, w punkcie $K(r_k, z_k)$ i biorąc pod uwagę proporcjonalność obciążeń z teorii odkształceń plastycznych:

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_{zz}} = \frac{\sigma_{\theta\theta}^*}{\sigma_{zz}^*} = \alpha(r_k, z_k), \quad (2.58)$$

gdzie:

$\sigma_{\theta\theta}^*$ i σ_{zz}^* - składowe naprężeń w punkcie K w przypadku liniowej sprężystości.

Bazując na teorii odkształceń w punkcie K , równania konstytutywne przyjmują postać:

$$\begin{aligned}
e_{zz} &= \frac{3\varepsilon_e}{2\sigma_e} S_{zz}, \\
e_{\theta\theta} &= \frac{3\varepsilon_e}{2\sigma_e} S_{\theta\theta}, \\
e_{rr} &= \frac{3\varepsilon_e}{2\sigma_e} S_{rr}, \\
e_m &= \frac{1}{3K} \sigma_m,
\end{aligned} \tag{2.59}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_m &= \frac{1}{3}(\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}), \\
\sigma_m &= \frac{1}{3}(\sigma_{zz} + \sigma_{\theta\theta}), \\
K &= \frac{E}{3(1-2\mu)},
\end{aligned} \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned}
e_{zz} &= \varepsilon_{zz} - \varepsilon_m, \\
e_{rr} &= \varepsilon_{rr} - \varepsilon_m, \\
e_{\theta\theta} &= \varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_m,
\end{aligned} \tag{2.61}$$

$$\begin{aligned}
S_{zz} &= \sigma_{zz} - \sigma_m, \\
S_{rr} &= \sigma_{rr} - \sigma_m, \\
S_{\theta\theta} &= \sigma_{\theta\theta} - \sigma_m,
\end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_e &= \sqrt{\frac{3}{2}(S_{zz}^2 + S_{rr}^2 + S_{\theta\theta}^2)}, \\
\varepsilon_e &= \sqrt{\frac{2}{3}(e_{zz}^2 + e_{rr}^2 + e_{\theta\theta}^2)},
\end{aligned} \tag{2.63}$$

ogólnie dla materiałów:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^N b_n \sigma_e^{2n} \right\}, \tag{2.64}$$

i gęstość energii odkształceń w zagadnieniu sprężysto-plastycznych odkształceń w punkcie K , można wyrazić jako:

$$W_k = \int_{\theta}^M \sigma_e d\varepsilon_e + \frac{\sigma_m^2}{2K} = \frac{1}{2E} \left\{ \sigma_e^2 + \sum_{n=1}^N \frac{2n+1}{n+1} b_n \sigma_e^{2(n+1)} \right\} + \frac{3(1-2\mu)}{2E} \sigma_m^2. \tag{2.65}$$

W przypadku liniowości sprężystej, wiadomo że w punkcie K :

$$W_k^* = \frac{1}{2}(\sigma_{zz}^* \varepsilon_{zz}^* + \sigma_{\theta\theta}^* \varepsilon_{\theta\theta}^*) = \frac{1}{2E}(\sigma_{zz}^{*2} - 2\mu\sigma_{zz}^* \sigma_{\theta\theta}^* + \sigma_{\theta\theta}^{*2}), \quad (2.66)$$

stosując równanie 2.58 w równaniach 2.60, 2.61, 2.62, 2.65, 2.66 i wykorzystując równanie 2.57 otrzymamy:

$$\beta\sigma_{zz}^2 + \sum_{n=1}^N \beta_n \sigma_{zz}^{2(n+1)} = \sigma_{zz}^{*2}, \quad (2.67)$$

gdzie:

$$\beta = \frac{3(1-\alpha+\alpha^2) + (1-2\mu)(1+\alpha)^2}{3(1-2\mu\alpha+\alpha^2)}, \quad (2.68)$$

$$\beta = \frac{2n+1}{n+1} b_n \frac{(1-\alpha+\alpha^2)^{n+1}}{1-2\mu\alpha+\alpha^2}.$$

W ten sposób zdefiniować możemy następujące współczynniki koncentracji:

$$\begin{aligned} K_z^* &= \frac{\sigma_{zz}^*}{\sigma_n}, \\ K_\theta^* &= \frac{\sigma_{\theta\theta}^*}{\sigma_n}, \\ K_T^* &= \frac{\sigma_e^*}{\sigma_n}, \\ K_z &= \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_n}, \\ K_\theta &= \frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_n}, \\ K_z' &= \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_n}, \\ K_\sigma &= \frac{\sigma_e}{\sigma_n}, \\ K_\varepsilon &= \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_n}, \end{aligned} \quad (2.69)$$

gdzie:

σ_n i $\varepsilon_n = \sigma_n / E$ - nominalne naprężenia i odkształcenia, odpowiednio.
Z równań 2.58, 2.60, 2.61, 2.62 i 2.63 dostaniemy:

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \sigma_{zz} \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}, \\ \sigma_e^* &= \sigma_{zz}^* \sqrt{1-\alpha+\alpha^2}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Nawiązując do równania 2.58 i 2.60 można uzyskać:

$$K_z = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{zz}^*} K_z^*, \quad (2.71)$$

$$K_\vartheta = \alpha K_z,$$

i rozważając równanie 2.70:

$$K_\sigma = K_z \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}, \quad (2.72)$$

$$K_T = K_z^* \sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}. \quad (2.73)$$

Ostatecznie z równań 2.58÷2.64 możemy zobaczyć że:

$$K_z' = K_z \left\{ \frac{2 - \alpha}{2} \left(1 + \sum_{n=1}^N b_n \sigma_e^{2n} \right) + \frac{1 - 2\mu}{3} (1 + \alpha) \right\}, \quad (2.74)$$

$$K_\varepsilon = K_\sigma \left(1 + \sum_{n=1}^N b_n \sigma_e^{2n} \right). \quad (2.75)$$

Procedura obliczeniowa może przebiegać następująco:

- określ β i β_n stosując równanie 2.68, z daną stałą materiału b_n i stałą obszaru α ,
- oblicz wartość σ_{zz}^* , odpowiednią do wartości σ_{zz} (wg równania 2.67),
- rysuj krzywą $\sigma_{zz} - \sigma_{zz}^*$, na podstawie powyższych danych,
- oblicz σ_e , K_z , K_θ , K_σ , K_T , K_z^* i K_ε , stosując równania 2.70÷2.75.

Najważniejsze w tego rodzaju zagadnieniach jest oszacowanie wzajemnych relacji pomiędzy σ_{zz} i σ_{zz}^* w punkcie K koncentracji naprężeń i odkształceń.

W sytuacji, gdy wygenerowana linia karbu jest hiperboliczna, można zastosować:

$$\alpha = \frac{B}{A}, \quad (2.76)$$

$$K_z' = \frac{A}{N},$$

gdzie:

$$A = \frac{d}{2\rho} \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + \left(\frac{1}{2} + \mu \right) \frac{d}{2\rho} + 1 + (1 + \mu) \left(\sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} \right),$$

$$B = \frac{d}{2\rho} \left(\mu \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + \frac{1}{2} \right), \quad (2.77)$$

$$N = \frac{d}{2\rho} + 2\mu \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + 2.$$

W powyższym równaniu d to minimalna średnica okrągłego pręta, ρ to promień krzywizny podstawy karbu, jak pokazano na rys.2.22 a μ to współczynnik Poissona. Dla stali można przyjąć równanie 2.64:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E} (1 + b_1 \sigma_e^2 + b_2 \sigma_e^4), \quad (2.78)$$

gdzie:

b_1 i b_2 - dla różnych materiałów zawarte są w tabelicy 2.2 [97].

Tabela 2.2. Współczynniki materiałowe b_1 i b_2

Materiał	30CrMnSiNi2A	LC9
b_1 [GPa] ⁻²	-0,2514	-1,8356
b_2 [GPa] ⁻⁴	0,3384	20,009
σ_a [GPa]	1,6520	0,5230

Aby zweryfikować zamkniętą formę rozwiązań, stosując konserwatywne metody całkowe, dokonano porównania pomiędzy czterema formułami, uzyskanymi bazując na obecnej metodzie [97]:

- formuła ASME Code (Seeger, 1977):

$$\frac{K_\varepsilon}{K_\sigma} = \frac{K_T}{K_\sigma}, \quad (2.79)$$

- formuła Dietmann-Saal'a (Seeger, 1977):

$$\frac{K_\varepsilon}{K_\sigma} = \left\{ \frac{K_p - 1}{K_p - K_T / K_\sigma} \right\}^{K-1}, \quad (2.80)$$

- formuła Stowell-Hardearh-Ohman'a (Seeger, 1977):

$$\frac{K_\varepsilon}{K_\sigma} = \left\{ \frac{K_p - 1}{K_p - K_T / K_\sigma} \right\} \frac{K_T}{K_\sigma}, \quad (2.81)$$

- formuła Neuber'a (Neuber, 1961):

$$\frac{K_\varepsilon}{K_\sigma} = \left\{ \frac{K_T}{K_\sigma} \right\}^2, \quad (2.82)$$

Stosując równania 2.79÷2.81 otrzymamy:

$$K_p = \frac{S_p}{S_s}, \quad (2.83)$$

gdzie:

S_p - nominalne naprężenia graniczne (obciążenia graniczne, działające na materiał idealnie plastyczny, podzielone przez pole przekroju poprzecznego),

σ_s - nominalne naprężenia plastyczne (naprężenia plastyczne podzielone przez sprężysty współczynnik koncentracji naprężeń).

Można także oszacować obciążenie krytyczne P_u , gdzie efektywne naprężenia σ_e w punkcie K zbliżają się do wartości krytycznej σ_u . W celu uproszczenia obliczeń przyjęto, że liniową sprężystość można wyrazić jako:

$$\begin{aligned}\varepsilon_e &= \frac{\sigma_e}{E}, \\ \sigma_e &\leq \sigma_s, \\ \varepsilon_e &= \frac{1}{E} \{ \sigma_s + m(\sigma_e - \sigma_s) \}, \\ \sigma_e &< \sigma_s \leq \sigma_u,\end{aligned}\tag{2.84}$$

gdzie:

$$m = E \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_s}{\sigma_u - \sigma_s}.\tag{2.85}$$

W powyższym równaniu, odpowiednim naprężeniom σ_u i σ_s odpowiadają odkształcenia ε_u i ε_s .

Nawiązując do równania 2.65 i 2.66, gęstość energii odkształceń w punkcie K będzie wynosiła:

$$\begin{aligned}W_K &= \frac{1}{2E} \left\{ (1-m)\sigma_s^2 \left[m + \frac{(1-2\mu)(1+\alpha)^2}{3(1-\alpha+\alpha^2)} \right] \sigma_u^2 \right\}, \\ W_K^* &= \frac{K_z^* \sigma_n^*}{2E} (1-2\mu\alpha + \alpha^2),\end{aligned}\tag{2.86}$$

gdzie:

σ_n - nominalne naprężenia krytyczne, określone jako:

$$\sigma_n^* = \frac{4P_u}{\pi d^2}.\tag{2.87}$$

Podstawiając równanie 2.86 w równaniu 2.57, otrzymamy wzór na siłę krytyczną:

$$P_u = \frac{\pi d^2}{4K_z^*} \sqrt{\frac{(1-m)\sigma_s^2 + \left[\frac{(1-2\mu)(1+\alpha)^2}{3(1-\alpha+\alpha^2)} \right] \sigma_u^2}{1-2\mu\alpha + \alpha^2}}.\tag{2.88}$$

2.3. Wyznaczenie optymalnego kształtu stalowych elementów tarczowych z zastosowaniem metod teoretycznych i MES

Statyczna optymalizacja kształtu już w latach sześćdziesiątych służyła w celu minimalizowania naprężeń. W 1962 Heywood [41], [56] opublikował pionierską pracę o projektowaniu z uwzględnieniem zmęczenia. W testach silników samochodowych Rolls

Royce odkrył, że bardzo pomocne jest formowanie profili w rejonach koncentracji naprężeń tak, aby wydłużyć okres życia mechanicznych konstrukcji inżynierskich. Koncepcję tę zastosował z dużym sukcesem, poprawiając naprężenia, stosując metodę elastooptyczną. W latach sześćdziesiątych pojawiły się nowe narzędzia, takie jak MES, dostarczając podstaw numerycznych do generowania optymalizacji kształtu. W 1975 Francavilla rozwinął procedurę optymalizacji kształtu, redukując koncentracje naprężeń. W tym samym czasie w roku 1976 Kristensem i Madsem opublikowali badania o optymalnym kształcie profili w płytach, nawiązujące do wielokrotnych przypadków obciążania w płaszczyźnie [73]. W pracy tej, nie tylko pojedynczo obciążone konstrukcje były badane, lecz także obciążone w różnych kierunkach, w zależności od czasu, wydłużając tym stanowczo czas obliczeń numerycznych. Na początku lat osiemdziesiątych możliwości obliczeniowe były niewystarczające, dlatego Schnack zbadał i opublikował metodę wolnego gradientu, także uwzględniając konstrukcje trójwymiarowe, w zakresie sprężystym. W 1986 Haftka, Grandhi i Ding rozwinęli optymalizację konstrukcji, stosując MES. Metoda elementów brzegowych została uznana jako efektywna metoda do wyznaczania pól naprężeń, wymagająca jedynie poprawnego określenia warunków brzegowych. Szybko została przyjęta za najlepszą do optymalizacji w węzłach. W 1983 jednym z pierwszych, który zastosował metodę elementów brzegowych, w celu określenia optymalnego karbu był Murakawa i inni a w 1985 Wilczyński [89]. W 1989 Espiga i inni sformułowali optymalną funkcję kształtu, z zastosowaniem w płytach ortotropowych, skupiając się głównie na naprężeniach zredukowanych HMM. W 1990 Komiya i Kita opracowali metodę numeryczną dla lokalnych optymalizacji kształtu, łącząc jednocześnie metodę elementów skończonych z metodą elementów brzegowych. W roku 1995 Ramm i Maute opracowali ogólną technikę optymalizacji kształtu, używając zintegrowany model topologii, pomocny w zastosowaniach przemysłowych, nad czym pracowali także Büssenschütt i Weck oraz Magister i Post [73]. Xu i Yy rozważyli optymalizację kształtu w sprężystych elementach typu 2D. W 1991 Wilczyński opublikował pracę na temat optymalizacji kształtu w płytach z otworem, obciążonych w płaszczyźnie, skupiając się na minimalizacji koncentracji naprężeń, stosując metodę różnic skończonych. W 1993 Moghaddasi, Tafreshi i Fenner [75] użyli metodę elementów brzegowych w analizie naprężeń oraz w analizie wrażliwości konstrukcji. W 1994 Nagarajan rozwinął nową formę metody elementów brzegowych BCM. W metodzie BCM zastosował przemieszczenia i funkcje naprężeń kształtu, spełniając warunki Naviera-Cauchy'ego a także prawo Hooke'a. Hypersingular BSM (HBSM) formułę zaproponował Mukherjee i Mukherjee w 1997 oraz Phan w 1997 [59]. Formuła ta może zostać rozszerzona i stosowana w problemach mechaniki pęknięcia. Ostatnią formę metody elementów brzegowych BCM można stosować w liniowych analizach płyt zginanych, w zagadnieniach przewodnictwa cieplnego, z równomiernym rozkładem temperatur oraz w zagadnieniach termo-elastyczności. W roku 2002 Konderla opublikował swoją pracę na temat zastosowania metody elementów brzegowych w optymalizacji konstrukcji kompozytowych o właściwościach ortotropowych [39]. Rozwiązał on problem optymalnego kształtowania konstrukcji kompozytowych w ujęciu teorii wrażliwości i optymalizacji. W szczególności zajmował się analizą wrażliwości kształtu i optymalnego kształtowania postaci konstrukcyjnej, jako jeden z najtrudniejszych problemów zagadnienia optymalizacji. Analityczne rozwiązania takich zagadnień można otrzymać jedynie dla nielicznych prostych przypadków. Powszechnie do tego celu używa się metod numerycznych takich jak metoda elementów skończonych, metoda elementów brzegowych i metoda różnic skończonych. Popularną formą optymalizacji kształtu są badania doświadczalne bazujące na teorii wolnego strumienia. Teoria wolnego strumienia mówi, iż linie styczne w każdym punkcie brzegu optymalizowanego powinny być równoległe do linii wolnego strumienia, dając tym najdoskonalsze wygładzenie brzegu optymalizowanego.

2.3.1. Metoda redukcji naprężeń za pomocą otworów odciążających (metoda PARTAN i Newton'a)

Becker, Brebbia i Dominguez [82] stosowali metodę elementów brzegowych w zagadnieniach dwu-wymiarowych, w zakresie sprężystym. Ulrich i Moslehy wyznaczyli rozkłady naprężeń w płycie z otworem. Z założenia metoda elementów brzegowych bazuje na przemieszczeniach u_i brzegów i trajektoriach p_i . Nie uwzględniając sił działających otrzymamy:

$$c_{ij}u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma, \quad (2.89)$$

gdzie:

u_{ij}^* i p_{ij}^* - podstawowe przemieszczenia i trajektoria (rozwiązanie Kelvina),

c_{ij} - współczynnik.

Rozwijając element brzegowy, z dyskretyzowany jako:

$$[\mathbf{H}]\{u\}=[\mathbf{G}]\{p\}, \quad (2.90)$$

gdzie:

$[\mathbf{H}]$ i $[\mathbf{G}]$ - macierze współczynników wpływu.

Rozdzielając wiadome i niewiadome przemieszczenia i trajektoria, możemy przyjąć następującą postać równania liniowego:

$$[\mathbf{A}]\{x\}=\{b\}, \quad (2.91)$$

gdzie:

$[\mathbf{A}]$ - macierz niesymetryczna,

$\{x\}$ - wektor niewiadomych trajektorii i przemieszczeń,

$\{b\}$ - wektor wiadomych.

Układ równań rozwiązywany jest stosując eliminacje Gaussa. Wyznaczając trajektoria i przemieszczenia w węzłach, tensor naprężeń w każdym wewnętrznym punkcie opisany jest równaniem Somigliana:

$$\sigma_{ij} = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_k d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_k d\Gamma, \quad (2.92)$$

gdzie:

u_{ijk}^* i p_{ijk}^* - tensory odpowiadające rozwiązaniom fundamentalnym,

u_k i p_k - znane przemieszczenia brzegowe i trajektoria.

Powyższe równanie jest pojedyncze, jeśli punkt leży na brzegu, a naprężenia na brzegu są wyznaczone za pomocą innej metody.

Ulrich i Moslehy zastosowali matematyczny program optymalizacyjny, w którym geometria optymalna poszukiwana jest poprzez zdefiniowaną *penalty function*, stosując maksymalne naprężenia HMH na brzegu konstrukcji. Tego typu *penalty function* pozwala na wykonanie „min-max”, ciąglej, z dyskretyzowanej optymalizacji. Zmodyfikowana metoda Newtona stosowana jest z e-ograniczeniem brzegu i algebraicznym poszukiwaniem krzywej spadku do poziomu optymalnego. Typ e-ograniczenia określony jest jako aktywna, ograniczająca nierówność i wymaga minimalnego dystansu, jako kroku optymalizacyjnego.

Zmodyfikowana więc metoda Newtona jest następująca:

$$\{x\}_{new} = \{x\} - \alpha [\mathbf{H}]^{-1} \{\nabla f\}, \quad (2.93)$$

$$\{\nabla f\} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix}, \quad (2.94)$$

$$[\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}, \quad (2.95)$$

gdzie:

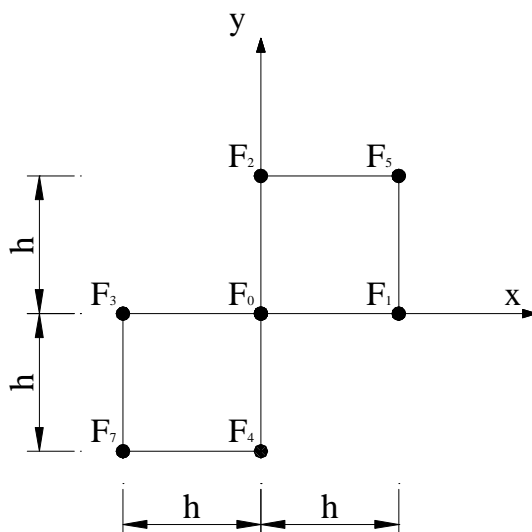
$\{x\}$ - wektor różnic skończonych,

$\{\nabla f\}$ - wektor gradientu,

$[\mathbf{H}]$ - macierz Hessian,

α - optymalny parametr, określony podczas minimalizacji poszukiwanej linii brzegu.

Aby zbudować macierz Hessian, poszukiwana jest strefa różnic skończonych (rys.2.27).



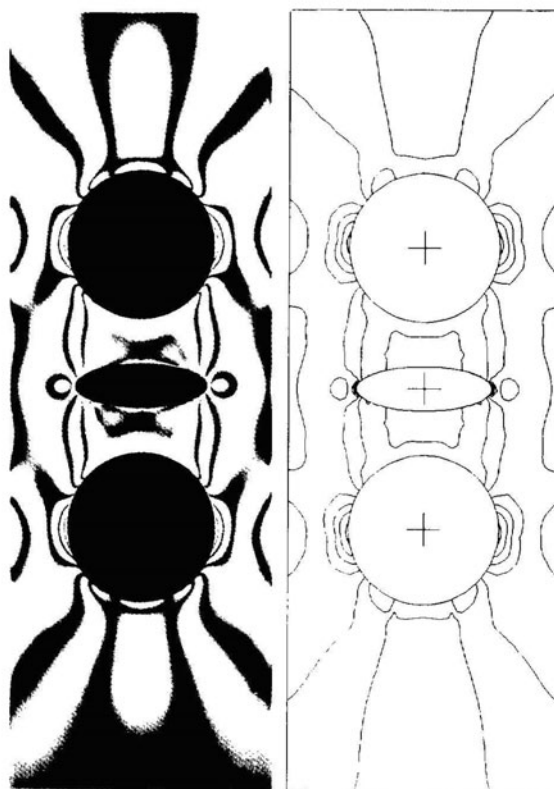
Rys.2.27. Model obliczeniowy w metodzie różnic skończonych

Efektywnie na podstawie powyższego modelu możemy określić *penalty function*. Równania różnic skończonych wynoszą:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= \frac{F_1 - F_3}{2h} + O(h^2), \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{F_2 - F_4}{2h} + O(h^2), \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= \frac{F_1 - 2F_0 + F_3}{h^2} + O(h^2), \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \frac{F_2 - 2F_0 + F_4}{h^2} + O(h^2), \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{-F_1 - F_3 - F_2 - F_4 + F_5 + F_7 + 2F_0}{2h^2} + O(h^2).$$

W metodzie Newtona stosuje się drugie pochodne w macierzy Hessian i pierwsze pochodne gradientu, w celu określenia zerowego punktu krzywej spadku do poziomu optymalnego. Została więc zastosowana zmodyfikowana metoda Newtona, z linią poszukiwaną wzdłuż dyskretyzowanej krzywej, w strefie punktu o „zerowym poziomie”. W standardowej metodzie Newtona potrzebna jest zbieżność gwarantowana, bazując na *penalty function*, z ciągłością drugich pochodnych i ciągłością macierzy Hessian. Rozwinięty model numeryczny ograniczony jest naprężeniami w płaszczyźnie (plane stress) a geometria została dobrana tak, aby mogły być dodane symetryczne otwory pomocnicze. Zmiennymi modelowania są promienia pomocniczych otworów R i odległości pomiędzy środkami otworów, wzdłuż osi x . Symetryczne otwory pomocnicze stosowane są w modelu elementów brzegowych. Zmodyfikowana funkcja Newtona po pewnym czasie może zbliżyć się do minimum. Ale z powodu nieciągłości krzywizny wzdłuż ciągłej dyskretyzowanej „min-max” *penalty function*, wymagana jest dodatkowa metoda, pozwalająca na osiągnięcie punktu optymalnego. Strefa o naprężeniach maksymalnych, zdefiniowana jest przez Wilde jako miejsce geometryczne punktów, w których metoda *one-at-a-time* zatrzyma się zanim osiągnie optimum.



Rys.2.28. Rozkłady izochrom uzyskane na podstawie metody elastoptycznej

Metoda stycznych równoległych PARTAN, polega na poszukiwaniu równoległych linii stycznych do brzegu poszukiwanego, do momentu osiągnięcia lokalnej linii optymalnej. Następnie zakładana jest kolejna linia w dwóch lokalnych punktach, w strefie o największych naprężeniach. Poszukiwana linia rozkładu naprężeń sprawdza maksymalne naprężenia, zmieniając ich wartość od punktu do punktu na brzegu. Rozkład ten wywoływał dodatkowo kombinacje, które wykonywały liniową i kwadratową interpolację pomiędzy wszystkimi lokalnymi punktami naprężeń tak, aby znaleźć optymalny punkt przecięcia się. Najniższa

wartość przypisana jest do punktu centralnego PARTAN a kwadratowy odpowiednik trzech punktów stosowany jest, aby osiągnąć punkt optymalny. Jeśli najmniejsza wartość jest jednym z punktów bocznych, to te trzy punkty przesuwane są w kierunku tego punktu, stosując jeden krok redukcyjny. Po każdym przesunięciu kwadratowym, rozmiar kroku jest redukowany. Kryterium dopasowania polega na sprawdzaniu rozmiaru kroku tolerancji. Metoda PARTAN została udoskonalona poprzez poprawienie przypadkowych linii równoległych tak, aby stworzyć linie prostopadłe pomiędzy pierwszym i trzecim punktem. Zmiana ta przyspiesza podwojenie rozmiaru kroku, aby zredukować liczbę numeracji. Strategia optymalizacyjna składa się z metody Newtona, z wielomianem równoległych linii poszukiwanych i metody PARTAN z liniami przecinającymi się w strefie o naprężeniach optymalnych. W celu potwierdzenia wyników wykonano badania eksperymentalne stosując metodę elastoptyczną. Rozkłady izochrom pokazano na rys.2.28.

2.3.2. Numeryczna optymalizacja kształtu wg Tafreshi

Tafreshi i Fenner [75] opracowali numeryczną optymalizację, stosując metodę elementów brzegowych i metodę elementów skończonych (system I-DEAS), bazując na podstawowym równaniu:

$$\mathbf{A}U=\mathbf{B}, \quad (2.97)$$

gdzie:

U - wektor nieznanych przemieszczeń trajektorii,

\mathbf{A} i \mathbf{B} - macierze zawierające zintegrowane funkcje średnie trajektorii i przemieszczeń.

Na podstawie tych równań uzyskuje się niewiadome przemieszczeń i trajektorie na brzegu szukanym. Analiza wrażliwości przeprowadzana jest stosując funkcję gradientu i funkcje ograniczające w różnych przypadkach obciążeń. Czas badań numerycznych dla różnych przypadków obciążeń jest zazwyczaj bardzo długi a uzyskane wyniki o ograniczonej dokładności, dlatego postanowiono opracować uniwersalny program, bazujący na gradientach naprężeń. Brak odpowiedniej dokładności w dużym stopniu wpływa na ocenę zbieżności procesu optymalizacji. Analiza wrażliwości konstrukcji przeprowadzona jest stosując różniczkowanie równań całkowych na brzegu optymalizowanym, biorąc pod uwagę zmienność współrzędnej x_k punktów „ruchomej” części brzegu:

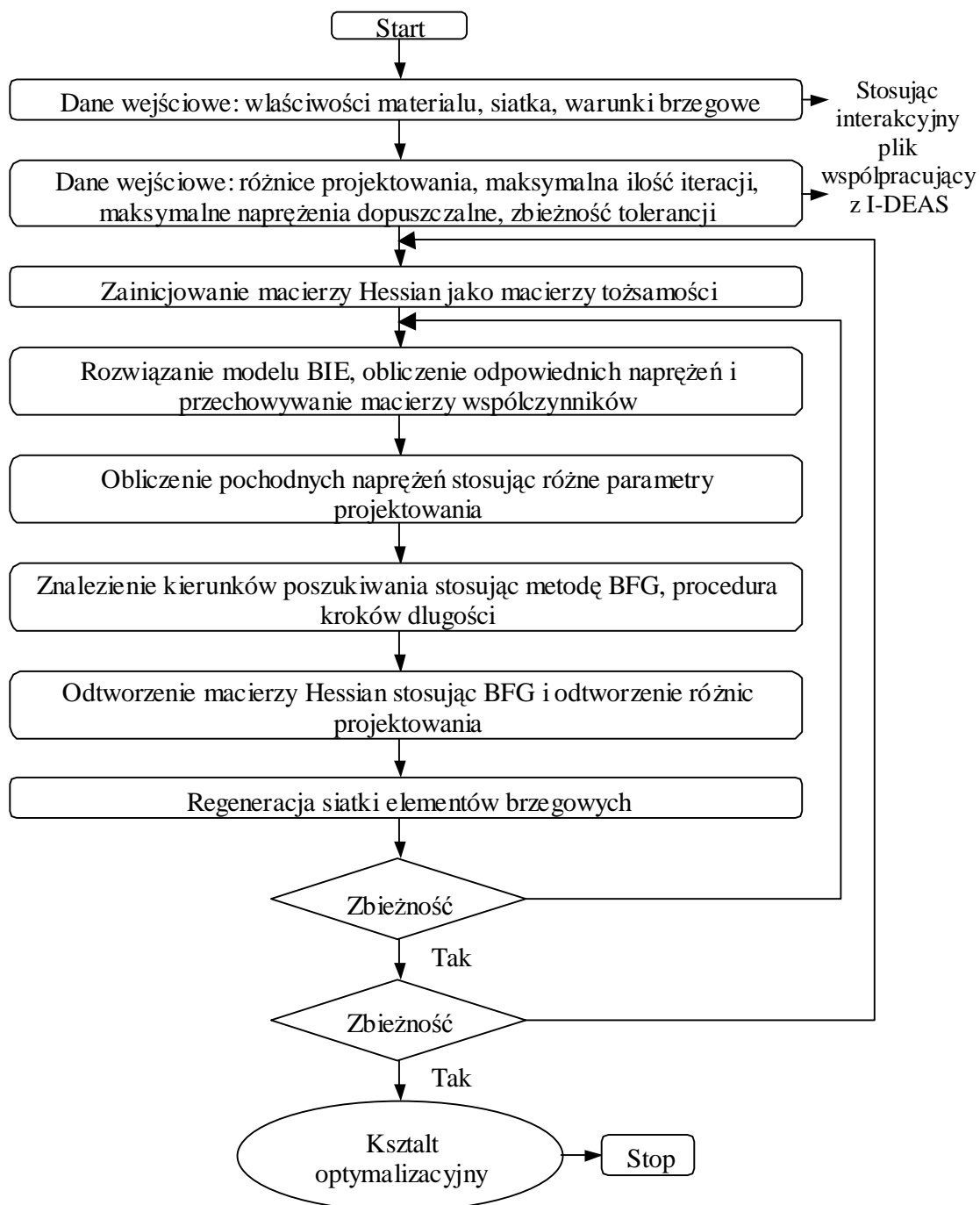
$$\mathbf{A} \frac{\partial U}{\partial X_k} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial X_k} - U \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial X_k}. \quad (2.98)$$

Całki trajektorii i przemieszczeń są częścią zawartą w \mathbf{A} i \mathbf{B} i zależne od różnych przypadków obciążania. Pochodne przemieszczeń i naprężeń są obliczane stosując metodę analitycznego różniczkowania i metodę różnic skończonych, uwzględniając zmienność przypadków obciążeń.

Tafreshi i Fenner zastosowali system I-DEAS w pre i post-processingu, generując kształt konstrukcji, warunki brzegowe i fizyczne właściwości materiału. Został opracowany automatyczny generator i re-generator kształtu jako interfejs pomiędzy systemem I-DEAS i kodem elementów brzegowych. Zmienność obciążania w tym algorytmie uwzględniana jest podczas określania współrzędnych punktów „ruchomej” części brzegu. Hermitowskie funkcje krzywej objętościowej są kombinacją poszczególnych składowych krzywej objętościowej, z ciągłymi, pierwszymi i drugimi pochodnymi, na każdym końcu poszczególniej krzywej. Funkcje te reprezentują kształt brzegu. W opracowanym przez nich programie STRESOPT w

systemie FORTRAN, zastosowano techniki iteracyjne, wykonujące trzy główne procedury w każdej iteracji:

- analizę naprężeń w zadanej konstrukcji,
- analizę wrażliwości, odpowiadającą możliwym zmianom obciążeń,
- udoskonalenie kształtu konstrukcji i korektę siatki elementów brzegowych, jak na rys.2.29 [75].



Rys.2.29. Schemat blokowy analizy numerycznej

Cały proces przebiega automatycznie a wyniki zawierają kształt uzyskany podczas procedury optymalizacyjnej i odpowiadające mu rozkłady naprężeń. Wszystkie informacje są

zapisywane w uniwersalnym pliku, umożliwiającym bezpośrednie wczytywanie danych przez system I-DEAS.

Aby zilustrować pracę tego programu zostały wybrane trzy przykłady.

Przykład 1. Otwór w nieskończonej cienkiej płycie, w dwuosiowym stanie naprężeń.

Jest to analityczne wyznaczenie naprężeń wzdłuż brzegu otworu eliptycznego, z osiami głównymi a i b w nieskończonej płycie, we współrzędnych biegunowych, o jednoosiowym stanie naprężeń i wartości σ i kącie α w stosunku do głównej osi elipsy, jak na rys.2.30,

$$\sigma_{\phi} = \sigma \frac{(1 + K)^2 \sin^2(\phi + \alpha) - \sin^2 \alpha - K^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \phi + K^2 \cos^2 \phi}, \quad (2.99)$$

gdzie:

$$K = \frac{b}{a}, \quad (2.100)$$

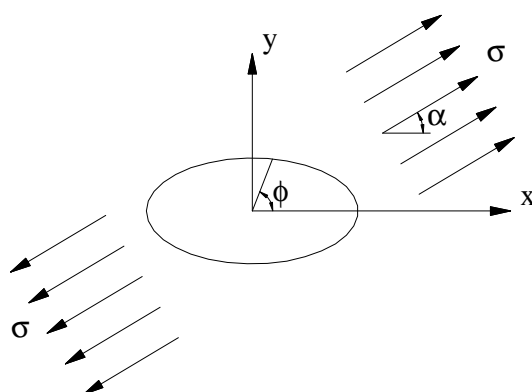
ϕ - współrzędna biegunowa, mierzona od głównej osi elipsy.

Rozkłady w dwuosiowym stanie naprężeń o wartości σ_1 w kierunku osi x , równoległe do głównej osi elipsy i σ_2 wzdłuż osi y , równoległe do mniejszej osi elipsy, mogą być osiągnięte przez sumowanie, bazując na współczynniku:

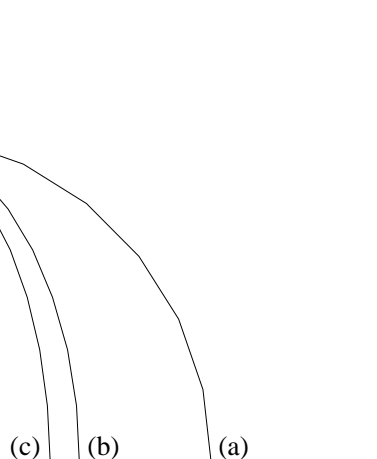
$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = K = \frac{b}{a}, \quad (2.101)$$

i warunku optymalizacji, że naprężenia są stałe wzdłuż brzegu badanego. Szczególnym przypadkiem będzie:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2}. \quad (2.102)$$



Rys.2.30. Model otworu w nieskończonej cienkiej płycie



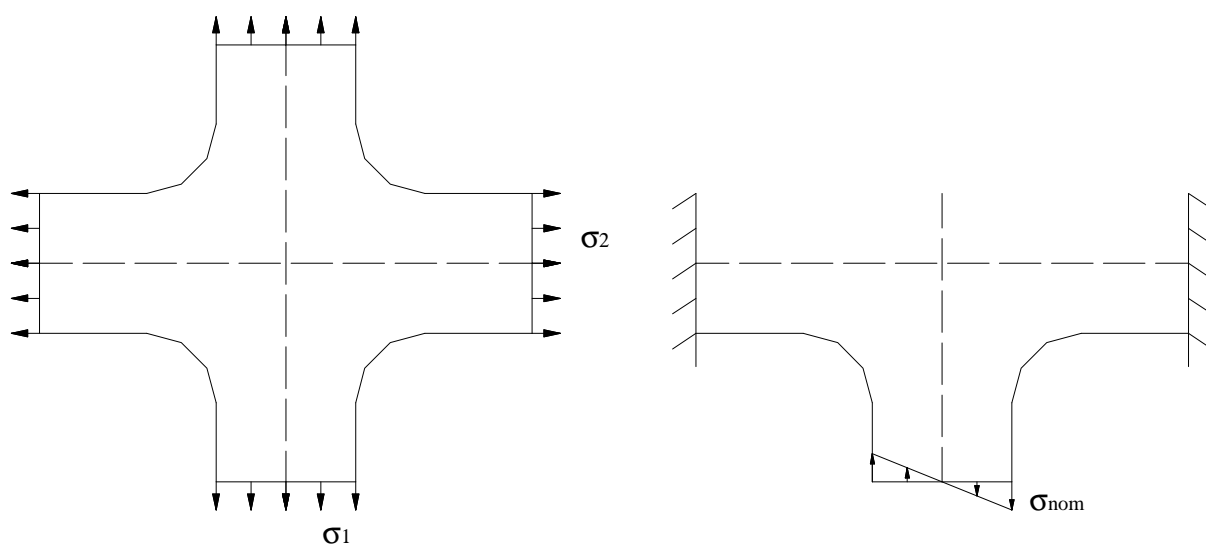
Rys.2.31. Początkowy i optymalny kształt otworu

Początkowy kształt otworu przyjęto jako okrągły (krzywa „a” na rys.2.31). Ze względu na symetrię, do obliczeń postanowiono przyjąć tylko ćwiartkę modelu.

Warunki brzegowe składają się z 36 równań, z których 12 utworzono bazując na wyokrągleniu otworu. Parametrem poszukiwanym jest promień w czterech punktach na brzegu otworu. Optymalny kształt osiągnięto po 25 iteracji. Ten sam rezultat otrzymano stosując metodę elementów skończonych, w połączeniu z numeryczną metodą różnic skończonych. Tablica 2.3 [75] zawiera wartości stosunków maksymalnych naprężeń na brzegu otworu σ_{\max} i większej z wartości naprężeń, w dwuosiowym stanie naprężenia σ_1 .

Tablica 2.3. Analityczne i numeryczne wartości σ_{\max}/σ_1 w zagadnieniu eliptycznym

	MEB	MES	Analitycznie
Okrągły otwór	2,51	2,27	2,50
Optymalny kształt	1,59	1,43	1,50



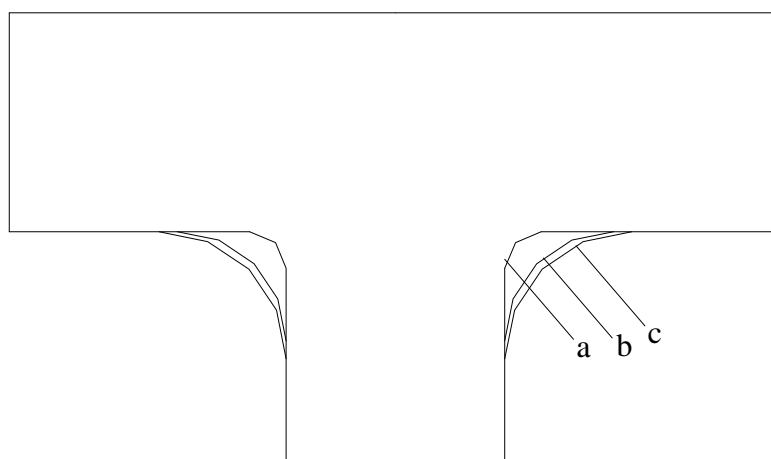
Rys.2.32. Rama rozciągana dwukierunkowo i zginana

Przykład 2. Podwójnie symetryczny, cztero-ramienny element rozciągany i zginany.

Przedstawiony na rys.2.32 brzeg badany, jest optymalizowany w dwóch przypadkach obciążeń:

- rozciągany w dwuosiowym stanie naprężeń,
- zginany.

Z powodu podwójnej symetrii, ponownie tylko ćwiartka modelu jest rozpatrywana. Zastosowano 36 i 78 elementów brzegowych, odpowiednio w obu przypadkach. Rys.2.33 zawiera kształt w początkowym etapie optymalizacji i optymalne rozwiązania w każdym przypadku. Ten sam problem został rozwiązany stosując metodę elementów skończonych.



Rys.2.33. Optymalny kształt: (a) kształt początkowy, (b) kształt po optymalizacji w przypadku płyty dwukierunkowo rozciąganej, (c) kształt po optymalizacji w przypadku płyty zginanej

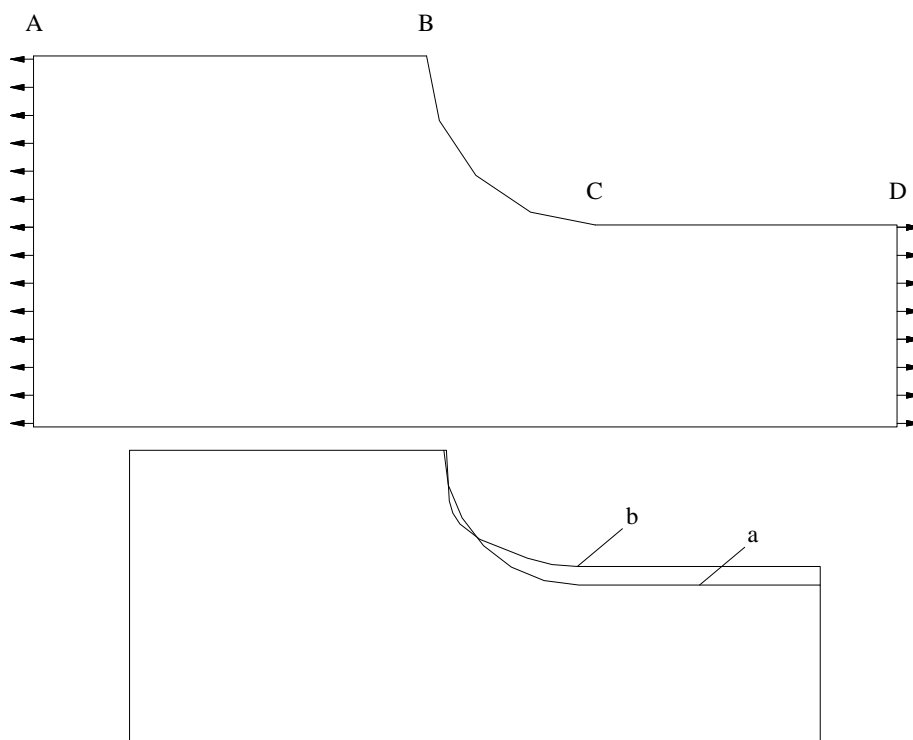
Tablica 2.4 [75] zawiera wartości współczynnika intensywności naprężeń w obu metodach i w obu przypadkach obciążeń.

Tablica 2.4. Współczynnik intensywności naprężeń

	MEB		MES	
	Rozciąganie	Zginanie	Rozciąganie	Zginanie
Kształt początkowy	1,70	1,98	1,51	1,93
Kształt optymalny	1,32	1,63	1,31	1,64

Przykład 3. Optymalny kształt wyokrąglenia w stopniowo rozciągany pręcie, w którym nie pojawia się wstępne uplastycznienie.

Profil przedstawiony na rys.2.34 poddano rozciąganiu, badając rozkłady naprężeń na brzegu badanym BD. Z powodu symetrii rozpatrywana jest tylko połowa modelu. Po 10 iteracji uzyskano 30% redukcji naprężeń, w postaci równomiernego rozkładu na całym badanym brzegu. Promień krzywizny oparto na siedmiu punktach, wzdłuż badanego profilu BC, gdzie brzeg CD pozostaje poziomy a profil ten przecina się z brzegiem AB pod odpowiednim kątem (rys.2.34). W ten sposób uzyskano kształt brzegu o równomiernym rozkładzie naprężeń.



Rys.2.34. Początkowy (a) i końcowy (b) kształt pręta rozciąganego

2.3.3. Metoda funkcji krzywej wg Hsu

Intuicyjna metoda stosowana w celu osiągnięcia równomiernych naprężeń na brzegu badanym, polega na dodawaniu materiału w miejscu o największych naprężeniach i odejmowaniu w miejscu o naprężeniach najmniejszych. Ale bezpośrednie dodanie materiału nie zapewnia redukcji naprężeń a może spowodować nawet powstanie koncentratora naprężeń w postaci ostrego karbu. Liang Hsu [27] stosuje prostą metodę, w której pozycja dwóch punktów na końcach badanej krzywej brzegu zmienia się a zmieniająca się krzywizna brzegu spowoduje przyrost materiału nad badaną prostą, zmniejszając tym samym naprężenia.

Wg teorii Liang Hsu, jeśli:

$$y_1(x) \text{ i } y_2(x) \text{ są ciągłe dla } x \in (x_0, x_f),$$

a funkcja krzywej odpowiednio wynosi:

$$k_1(x) \text{ i } k_2(x),$$

to:

$$\begin{aligned} y_1(x_0) &= y_2(x_0), \\ y_1(x_f) &= y_2(x_f). \end{aligned} \tag{2.103}$$

Jeśli natomiast:

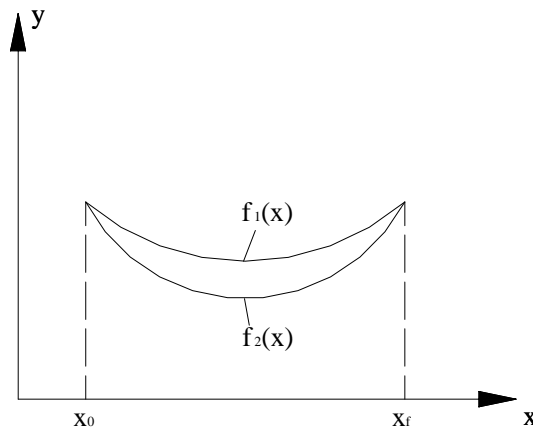
$$k_1(x) \leq k_2(x) \text{ dla każdego } x \in (x_0, x_f),$$

wtedy:

$$y_1(x) \geq y_2(x) \text{ dla każdego } x \in (x_0, x_f).$$

W tym ściśle monotonicznym powiązaniu krzywizny z naprężeniami, łatwo jest osiągnąć równomierny rozkład naprężeń, bazując na dziedzinie krzywizny. Krzywizna jest zwiększana, gdy naprężenia są niższe w stosunku do naprężeń średnich i zmniejszana, gdy naprężenia są wyższe od średnich.

Funkcja klasycznej krzywej i analitycznej geometrii w płaszczyźnie x - y jest pokazana na rys.2.35.



Rys.2.35. Funkcja klasycznej krzywej

Jeśli:

$$k_1(x) \leq k_2(x),$$

to:

$$y_1(x) \geq y_2(x),$$

i równanie:

$$k(x) = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.104)$$

nie może zostać rozwiązane analitycznie. Można natomiast zastosować prostą procedurę numeryczną, w celu określenia y mając $k(x)$ i dwa warunki brzegowe na każdym końcu krzywej.

Problem optymalizacji w dwu-wymiarowym zagadnieniu został przekształcony w poszukiwanie funkcji optymalnej krzywizny $k(x)$, powodującej osiągnięcie najlepszego

wyrównania naprężeń na brzegu badanym. Dyskretyzacja stosowana jest w celu zbudowania algorytmu, stosownego do potrzeb numerycznych. Krzywa brzegu jest podzielona na n -podzbiorów a jej funkcja krzywej $k(x)$ jest reprezentowana przez odpowiednie krzywe częściowe. Krzywa k_i w punkcie i -tym, gdzie $i=1, \dots, n-1$, jest zmienna. Współrzędne y_i w i -tym punkcie stają się zmiennymi rozwiązaniami. Celem jest znalezienie krzywej k_i , dla której naprężenia będą wyrównane.

Jeśli naprężenia σ_i w punktach na brzegu badanym są zbyt wysokie lub zbyt niskie, wtedy odpowiadające im k_i są redukowane (lub podwyższane) w następnej iteracji. Technika współczynnika naprężeń może być zastosowana, w celu określenia Δk_i w następnej iteracji, zakładając liniową relację pomiędzy σ_i i k_i :

$$\Delta k_i = -\alpha p_i, \quad (2.105)$$

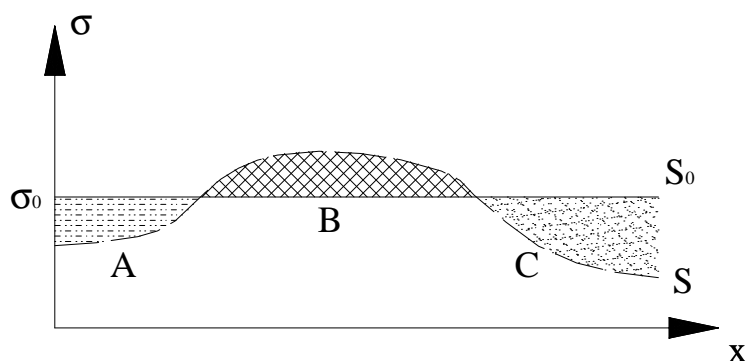
gdzie:

$$p_i \equiv \frac{(\sigma_i - \sigma_0)}{\max(\sigma_0, \sigma_i)}, \quad (2.106)$$

σ_0 - maksymalne, osiągalne naprężenia o kroku α .

Szukany kierunek p^{k-1} jest zerowym poziomem poszukiwania, ponieważ tylko ograniczona funkcja naprężeń jest wymagana a nie jej pochodne. Najlepiej, gdy zostaną osiągnięte idealne stałe naprężenia wzdłuż całego optymalnego brzegu, co w praktyce może być trudne do osiągnięcia. Aby polepszyć stabilność obliczeń, zalecana jest maksymalna krzywizna k_{\max} w metodzie funkcji krzywej. Jeśli krzywizna będzie większa od k_{\max} w punkcie na krzywej brzegu, wtedy zostanie zastosowane k_{\max} a punkt ten jest punktem o niższych naprężeniach. Jeśli krzywizna jest niższa od k_{\max} wtedy algorytm powinien się zatrzymać i ostrzec użytkownika, że może się pojawić niestabilność.

Na rys.2.36 przedstawiono funkcję krzywej rozkładu naprężeń.



Rys.2.36. Funkcja krzywej rozkładu naprężeń

Poszukiwana wartość $\Delta \sigma_{abs}$, przedstawiona poniżej, pozwala ocenić jak bardzo zbliżona jest wartość S , w stosunku do optymalnej równomiernej wartości naprężeń S_0 wzdłuż całej krzywej.

S_0 jest stałe wzdłuż linii w $\sigma = \sigma_0$ a:

$$\Delta\sigma_{abs} \equiv \frac{\sum_{i \in p} |\sigma_i - \sigma_0| \Delta x_i}{\sum_{i \in p} \Delta x_i}, \quad (2.107)$$

gdzie:

$$p = \{1, 2, \dots, n\} \cap \{i | k_i < k_{\max}\}. \quad (2.108)$$

Jak pokazano na rys.2.36, $\Delta\sigma_{abs}$ jest sumą obszarów A , B i C (akceptując punkt o niższych wartościach naprężeń, gdzie $k_i = k_{\max}$, dzieląc przez długość całkowitą x). Aby zapewnić zbieżność algorytmu, długość kroku α musi powodować wystarczające obniżenie wyników. Kryterium odpowiedniego poziomu zerowego w metodzie funkcji krzywej wynosi:

$$\Delta\sigma_{abs}^k \leq \mu \Delta\sigma_{abs}^{k-1}, \quad (2.109)$$

gdzie:

$$0 < \mu < 1.$$

Jeśli powyższe równanie nie jest spełnione w k -tej iteracji, wtedy krok musi być regulowany o długość α^k . W dwóch możliwych przypadkach powyższe równanie może nie zostać spełnione:

- gdy α^{k-1} jest za małe, powodując zbyt powolną zbieżność,
- gdy α^{k-1} jest za duże, powodując przeskok k -tej iteracji.

Rozważając przypadek, gdy α^{k-1} jest za małe, wtedy:

$$(\sigma_i^k - \sigma_0),$$

i

$$(\sigma_i^{k-1} - \sigma_0),$$

mają ten sam znak od k -tej iteracji.

Zatem:

$$\sum_{i \in p} |\sigma_i^{k-1} - \sigma_0| - \sum_{i \in p} |\sigma_i^k - \sigma_0| = \sum_{i \in p} |(\sigma_i^{k-1} - \sigma_0) - (\sigma_i^k - \sigma_0)| \geq \left| \sum_{i \in p} (\sigma_i^{k-1} - \sigma_0) - (\sigma_i^k - \sigma_0) \right|, \quad (2.110)$$

które implikują:

$$\Delta\sigma_{abs}^{k-1} - \Delta\sigma_{abs}^k \geq \frac{\left| \sum_{i \in p} (\sigma_i^{k-1} - \sigma_0) - (\sigma_i^k - \sigma_0) \right| \Delta x_i}{\sum_{i \in p} \Delta x_i}, \quad (2.111)$$

i dostaniemy:

$$\Delta\sigma_{abs}^{k-1} - \Delta\sigma_{abs}^k \geq \left| \Delta\sigma_{avg}^{k-1} - \Delta\sigma_{avg}^k \right|. \quad (2.112)$$

Podobnie w przypadku gdy α^k jest za duże:

$$\Delta\sigma_{abs}^{k-1} - \Delta\sigma_{abs}^k \geq \left| \Delta\sigma_{avg}^{k-1} + \Delta\sigma_{avg}^k \right|. \quad (2.113)$$

Dlatego równanie 2.109 nie jest spełnione, gdy:

$$\Delta\sigma_{abs}^{k-1} - \Delta\sigma_{abs}^k \geq \left| \Delta\sigma_{avg}^{k-1} - \Delta\sigma_{avg}^k \right|, \quad (2.114)$$

krok długości jest za mały i powinien być zwiększony w następnej iteracji.
Jeśli:

$$\Delta\sigma_{abs}^{k-1} - \Delta\sigma_{abs}^k \geq \left| \Delta\sigma_{avg}^{k-1} + \Delta\sigma_{avg}^k \right|, \quad (2.115)$$

to krok długości jest za duży i powinien być zredukowany w następnej iteracji.

W kryteriach iteracji użytkownik może sprecyzować tolerancję τ_σ w postaci niewykonalności ograniczenia, które może być zastosowane, biorąc pod uwagę odpowiednią precyzję w wartości naprężeń.

Projektowanie będzie wykonalne gdy:

$$\max(\sigma_i - \sigma_0) < \tau_\sigma, \quad (2.116)$$

a rozwiązanie jest możliwe do uzyskania gdy:

$$\Delta\sigma_{abs} \leq \tau_\sigma. \quad (2.117)$$

Ostatecznie algorytm metody funkcji krzywej ma postać:

Input

Γ_0 - początkowa krzywizna ograniczająca, przeznaczona do optymalizacji, zdefiniowana we współrzędnych x, y ;

σ_0 - maksymalne osiągalne naprężenia;

α_0 - początkowy krok redukcji;

k_{\max} - maksymalna krzywizna;

τ_σ - tolerancja niewykonalności ograniczenia naprężeń (przyjęto jako 5% z σ_0);

begin

constraints $0 < \mu < 1, 0 < \nu < 1$;

iteration number $k \leftarrow 0$;

calculate curvature k_i^0 of Γ^0 , $i=1, 2, \dots, n$, from equation 2.109;

perform an analysis (finite element analysis) to evaluate σ_i^0 along Γ^0 ;

calculate $\Delta\sigma_{abs}^0$ and $\Delta\sigma_{avg}^0$;

repeat

$$p_i^k \leftarrow \frac{(\sigma_i^k - \sigma_0)}{\max(\sigma_0, \sigma_i^k)};$$

$$k_i^{k+1} \leftarrow k_i^k - \alpha^k p_i^k;$$

if $\min(k_i^{k+1}) < -k_{\max}$ **then**

begin

print („Warning: the problem might be infeasible!”);

stop;

end;

if $k_i^{k+1} > k_{\max}$ **then** $k_i^{k+1} \leftarrow k_{\max}$;

$k \leftarrow k + 1$;

integrate k_i^k using equation 2.109 with two end points fixed for Γ^k ;

calculate $\Delta\sigma_{abs}^k$ and $\Delta\sigma_{avg}^k$;

if $\Delta\sigma_{abs}^k \leq \mu\Delta\sigma_{abs}^{k-1}$ **then** $\sigma^k \leftarrow \alpha^{k-1}$;

else if $\Delta\sigma_{abs}^{k-1} - \Delta\sigma_{abs}^k \geq |\Delta\sigma_{avg}^{k-1} + \Delta\sigma_{avg}^k|$ **then** $\alpha^k \leftarrow \nu\alpha^{k-1}$;

else $\alpha^k \leftarrow \frac{1}{\nu}\alpha^{k-1}$;

until $\max(\sigma_i^k - \sigma_0) < \tau_\sigma$ and $\Delta\sigma_{abs}^k < \tau_\sigma$;

end.

Na podstawie kilku przykładów można sprawdzić działanie metody funkcji krzywej.

Przykład 1. Minimalna powierzchnia zginanej belki wspornikowej.

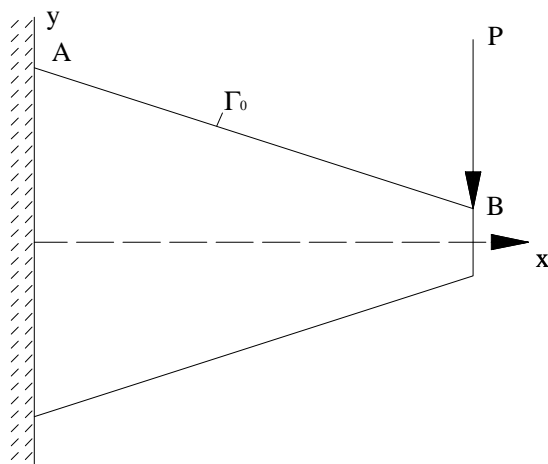
Brzeg belki wspornikowej pokazanej na rys.2.37, od punktu A do B zmienia się malejąco tak, aby zmniejszyć obszar belki, stosując ograniczenie, że maksymalne naprężenia nie mogą przekroczyć σ_0 . W kolejności, aby zredukować potrzebną ilość materiału, przekrój poprzeczny zmienia się w każdej próbie, osiągając stałe naprężenia maksymalne na całej długości.

Z teorii belki, analityczne rozwiązanie wynosi:

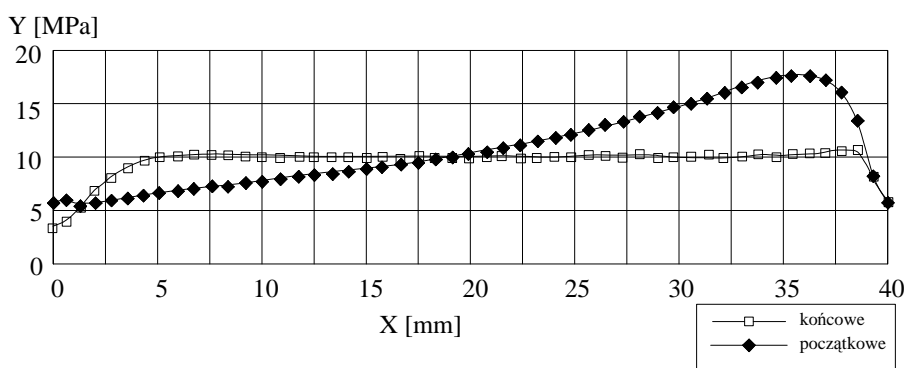
$$y = \sqrt{\frac{6P(L-x)}{b\sigma_0}}, \quad (2.118)$$

gdzie dane jest obciążenie na jednostkę długości i σ_0 .

Zbieżność uzyskano po 15 iteracji. Na rys.2.38 pokazano rozkłady naprężeń modelu pierwszego i ostatniego, po optymalizacji. Zaznaczyć należy, że naprężenia w ostatniej iteracji są stałe, wyłączając dwie strefy poniżej naprężeń na obu końcach krzywej brzegu.

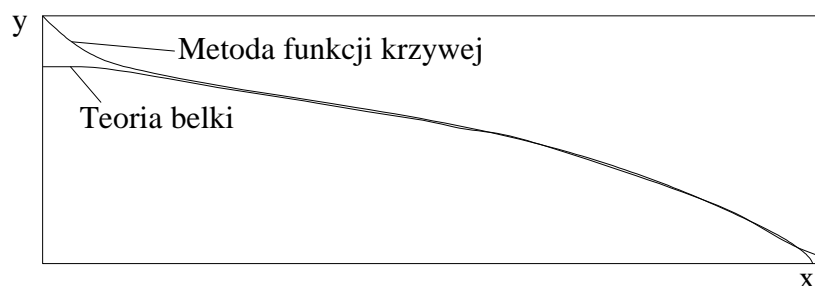


Rys.2.37. Belka wspornikowa o liniowo zmiennym przekroju



Rys.2.38. Rozkłady naprężeń początkowych i ostatecznych

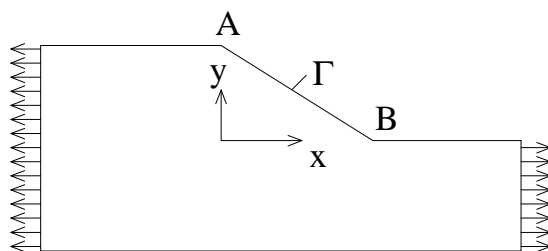
Krzywizna wygenerowana przez funkcję krzywej jest bardzo zbliżona do teorii belki wspornikowej, jak na rys.2.39.



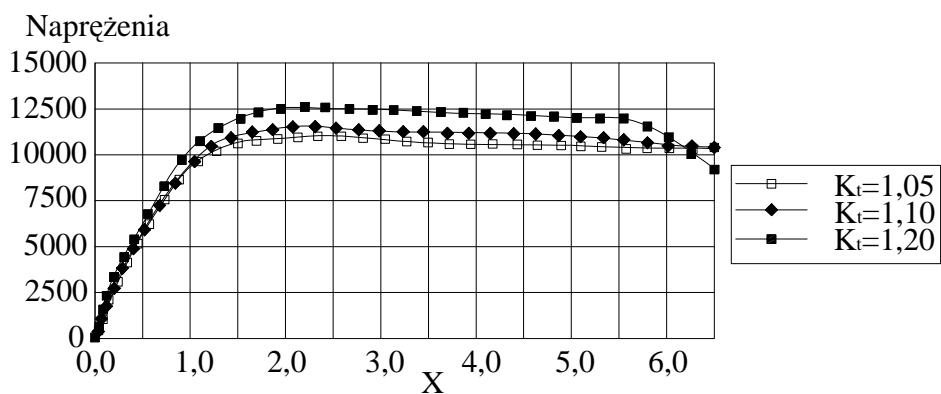
Rys.2.39. Porównanie kształtu ostatecznego z teoretycznym kształtem belki

Przykład 2. Rozciągany pręt o zmiennym przekroju.

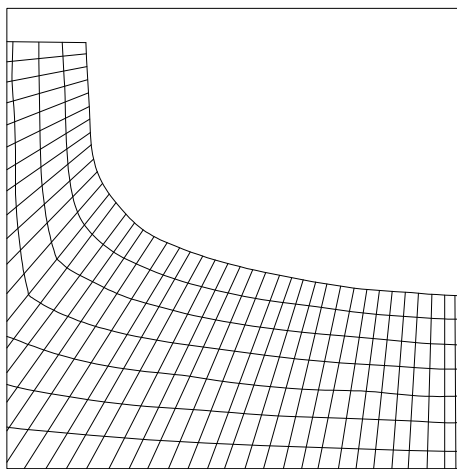
Symetryczny pręt o zmiennym przekroju, zężającym się od punktu A do B, jak na rys.2.40, poddano procesowi optymalizacji. Ze względu na symetrię tylko brzeg Γ będzie optymalizowany. Celem jest znalezienie minimalnej powierzchni krzywizny, z maksymalną koncentracją naprężeń o współczynniku $K_t=1,2$. W tym przypadku przyjęto, że $\tau_\sigma=0,05\sigma$. Współczynnik K_t przyjmowano w kolejności jako: 1,2; 1,1; 1,05. Na rys.2.41 przedstawiono rozkłady naprężeń z trzech prób obciążenia a na rys.2.42 model elementów skończonych kształtu ostatecznego, dla $K_t=1,05$.



Rys.2.40. Pręt rozciągany

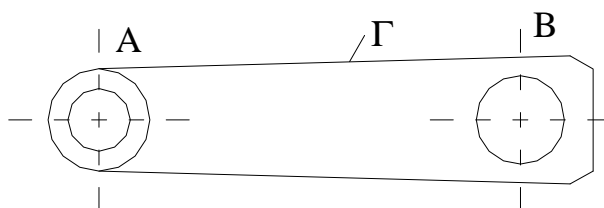


Rys.2.41. Rozkłady naprężeń

Rys.2.42. Model elementów skończonych kształtu ostatecznego dla $K_t=1,05$

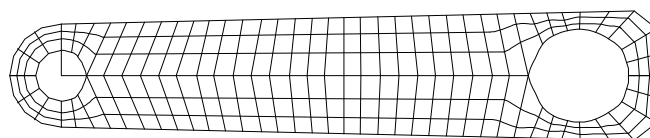
Przykład 3. *Optymalny kształt drążka reakcyjnego o ograniczonych naprężeniach.*

Optymalizacji poddano kształt drążka reakcyjnego z dwoma otworami, jak przedstawiono na rys.2.43.

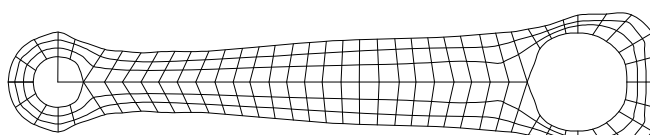


Rys.2.43. Drążek reakcyjny

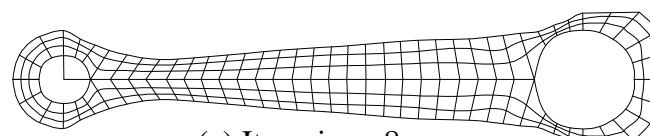
Metoda funkcji krzywej w tym przypadku została zastosowana w celu osiągnięcia naprężeń granicznych. Na rys.2.44 przedstawiono modele elementów skończonych podczas iteracji i kształt ostateczny po optymalizacji.



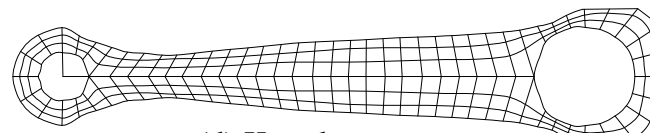
(a) Kształt początkowy



(b) Iteracja nr 4



(c) Iteracja nr 8



(d) Kształt ostateczny

Rys.2.44. Modele elementów skończonych podczas iteracji i kształt ostateczny

2.3.4. Metoda naprężeń fikcyjnych wg Wilczyńskiego

Problem optymalizacji kształtu [89] może zostać zapisany matematycznie jako proces minimalizacji maksymalnych naprężeń (HMH lub stycznych) σ_e w obszarze Ω :

$$\min_{\Omega} [\max \sigma_e] = \min_{\Gamma} [\max \sigma_e], \quad (2.119)$$

z geometrycznym ograniczeniem:

$$\Gamma \subset \Gamma^*, \quad (2.120)$$

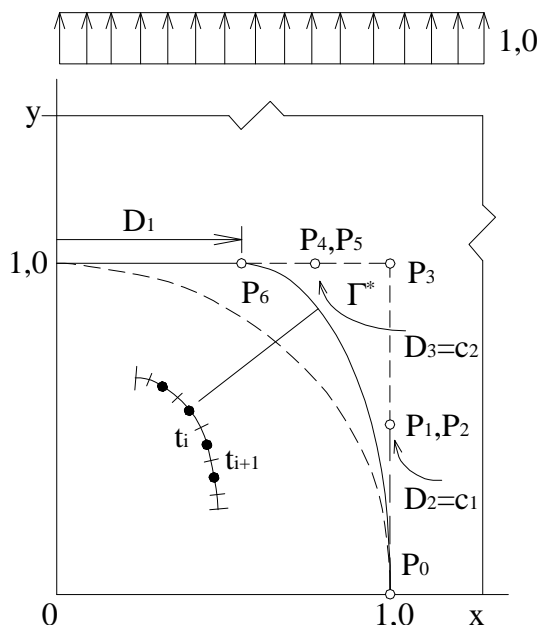
dla zadanych obciążeń,

gdzie:

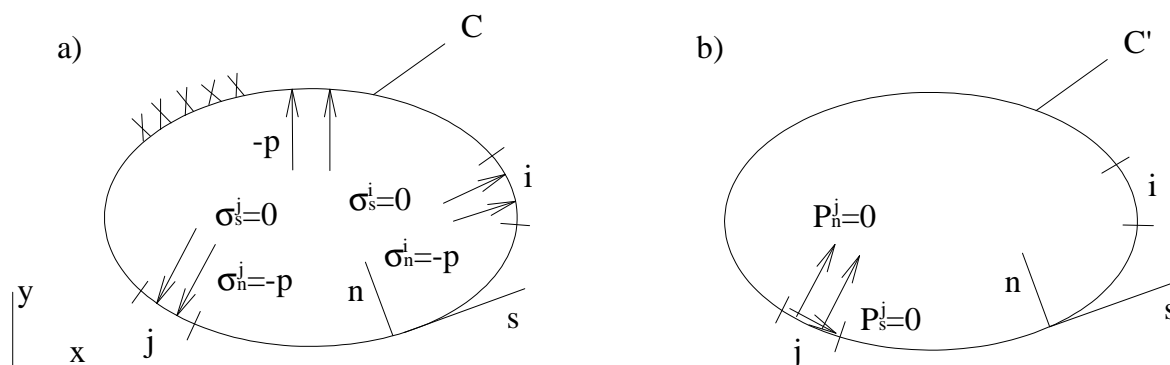
Γ - brzeg obszaru przeznaczony do optymalizacji, który powinien leżeć w obrębie danych zmiennych dziedziny Γ^* ,

Ω - dziedzina zajmowana przez ciało.

Z teorii naprężeń w karbie wiadomo, że maksymalne, efektywne naprężenia zazwyczaj występują na brzegu karbu, dlatego badania można ograniczyć do granicy brzegu Γ . Jeśli maksymalne naprężenia są uzyskane w punkcie wewnątrz obszaru Ω , wtedy może pojawić się problem z redukowaniem wartości naprężeń maksymalnych, odległych od tego brzegu. Ponieważ optymalizacja kształtu karbu bazuje na technice elementów brzegowych (lub elementów skończonych), naprężenia są obliczane tylko w skończonej liczbie węzłów, znajdujących się na brzegu (punkty krytyczne).



Rys.2.45. Przykład definicji kształtu karbu (otworu) poprzez zmodyfikowaną krzywą Bezier



Rys.2.46. Przykład ciała 2D: (a) kontur rzeczywisty, (b) model numeryczny

Problem „max-min”, charakteryzujący się nieróżniczkowalnością i nieciągłością, rozwiązać można, stosując odpowiednią formułę ograniczającą. Dlatego oryginalny problem „max-min” jest przekształcony do pojedynczego problemu minimum, w warunkach niewiadomego ograniczenia i może zostać zapisany jako:

$$\min \sigma_{e \max},$$

gdzie ograniczenia:

$$\sigma_{ej}(D) - \sigma_{e \max} \leq 0, \text{ dla } j = 1, \dots, nc, \quad (2.121)$$

nc - liczba punktów krytycznych.

Z kolei:

$$D = [D_1, D_2, \dots, D_n]^T \in \{D_1 \leq D \leq D_u\} \subset R^n, \quad (2.122)$$

gdzie:

D - wektor zmiennych,

D_1 i D_u - odpowiednio niższe i wyższe granice na D .

Różne metody geometrycznego modelowania karbów były stosowane, bazując na metodach komputerowych CAGD (Computer Aided Geometric Design), które zostały rozwinięte w celu określenia krzywych optymalnych, w zakresie płaszczyzny 2D. Sprawnie działające są krzywe: Bezier, B-spline i Beta-spline.

Wilczyński [89] badał różne ograniczenia karbu, stosując krzywą Bezier (standardową i modyfikowaną). Rys.2.45 zawiera zmodyfikowany wariant krzywej Bezier, która definiowana jest jako trójkątna krzywa charakterystyczna CCT (Characteristic Triangle) o punktach P_0 , P_3 i P_6 . Parametry kształtu c_1 i c_2 ciągłością zmieniają krzywe, kontrolując pozycję punktów wielokrotnych P_1 , P_2 i P_4 , P_5 , gdzie pozycja punktów końcowych może być traktowana jako zmienna. Krzywa Bezier przebiega przez punkty końcowe i jest styczna do odpowiednich brzegów CCT. Przykład definicji kształtu karbu poprzez modyfikację krzywych Bezier, pokazany jest na rys.2.45. Wspomnieć należy, że fragment krzywej Bezier opisany jest wielomianem w warunkach parametru t ,

gdzie:

$$t \in [0,1].$$

Wartości parametrów t_{j-1} i t_j definiują punkty końcowe elementów brzegowych. Metoda fikcyjnych naprężeń FSM (Fictitious Stress Method) stosowana jest w analizie rozkładów naprężeń, w elementach 2D. Metoda ta jest przykładem pośredniej metody elementów brzegowych. Rys.2.46 zawiera otwór (bardzo długi w kierunku osi z) w nieskończonym cieple klasycznym. Brzeg tego obszaru jest określony jako C na rys 2.46.a, linia określona jako C' na rys.2.46.b posiada ten sam kształt, który posiada krzywa C . Obie krzywe są zbliżone do łamanych linii prostych, połączonych końcami. Różnica pomiędzy krzywymi jest taka, że C' reprezentuje lokalizację linii łamanych w nieskończonym cieple (bez wgłębienia), które są zbieżne z rzeczywistym brzegiem C . Naprężenia styczne P_s^j i normalne P_n^j , przyłożone do odcinków j , wywołują rzeczywiste naprężenia σ_s^j i σ_n^j w punkcie środkowym, każdego elementu krzywej C' , gdzie $i=1, \dots, n$. Naprężenia P_s^j i P_n^j są fikcyjne i powinny być określone. Zależności pomiędzy rzeczywistymi naprężeniami σ_s^j , σ_n^j i fikcyjnymi naprężeniami P_s^j i P_n^j bazują na analitycznym rozwiązaniu pojedynczego problemu, gdzie naprężenia normalne i styczne przyłożone są do przypadkowo położonych liniowych odcinków skończonych, w nieskończonym cieple (rozwiązanie Kelvina), który prowadzi wprost do układu równań $2n \times 2n$:

$$CP=b, \quad (2.123)$$

gdzie:

C - macierz współczynników,

P - niewiadome składowe naprężeń fikcyjnych,

b - dane trajektorii (lub przemieszczeń).

Jeśli naprężenia fikcyjne są znane, to naprężenia styczne można określić jako:

$$\sigma_t = \mathbf{A}_{ts} P_s + \mathbf{A}_{tn} P_n, \quad (2.124)$$

gdzie:

\mathbf{A}_{ts} i \mathbf{A}_{tn} - $n \times n$ macierze wpływu współczynników naprężeń prostopadłych (do stycznej),

P_s i P_n - $n \times 1$ wektor składowych fikcyjnych naprężeń tnących i normalnych, odpowiednio.

Ponieważ stałe elementy naprężeń są normalne, numeryczna integracja nie jest konieczna. Dokładność wyników może wzrosnąć poprzez wzrost liczby elementów.

Wilczyński porównał wyniki uzyskane na podstawie FSM z analitycznymi i innymi rozwiązaniami numerycznymi, szeroko opisanymi w literaturze. Skończone i nieskończone płyty z pojedynczym karbem i z karbami wzajemnie na siebie oddziaływanymi w różnych warunkach obciążeń, zostały zbadane tak, aby zweryfikować i ocenić dokładność metody FSM.

Podobny problem był badany przez Hasegawę dla różnych zależności a/b . Użył on metodę rozwiązań, które mogą być uważane za rodzaj pośredniej metody elementów brzegowych. Tablica 2.5 [89] zawiera wartości efektywnego współczynnika koncentracji naprężeń, zdefiniowanego jako:

$$\sigma_{\max}/\sigma_{\text{nom}},$$

gdzie:

σ_{nom} - średnia wartość naprężeń normalnych w przekroju poprzecznym, w którym występują naprężenia maksymalne σ_{\max} .

Tablica 2.5. Efektywne współczynniki koncentracji naprężeń w płytach skończonych z jednym otworem

a/b	FSM	Hasegawa	Udoguchi	Nisitani	Ishida	Howland	Chong
0,0000	2,9960	3,0000	3,0000	3,00	3,00	3,000	
0,0500	2,8400	2,8585					
0,1000	2,7156	2,7325		2,73	2,73	2,727	
0,1800	2,5469		2,5527				
0,2000	2,5088	2,5221		2,52	2,52	2,517	
0,2189	2,4756		2,4787				
0,2658	2,4008		2,3960				
0,3000	2,3529	2,3620		2,36	2,36	2,352	2,41
0,3218	2,3252		2,3194				
0,3881	2,2382		2,2420				
0,4000	2,2432	2,2483		2,24	2,25	2,244	2,30
0,4649	2,1936		2,1736				
0,5000	2,1623	2,1738		2,15	2,17	2,160	2,21
0,5525	2,1475		2,1185				
0,6000	2,1294	2,1274					
0,6482	2,1135		2,0769				
0,7000	2,0966	2,0962					
0,7477	2,0781		2,0469				
0,8000	2,0487	2,0701					

Udowodniono, że wyniki FSM są zgodne z wynikami Hasegawy i innych przedstawionych w tej tabeli. Istnieje kilka analiz wrażliwości, w których dwie są fundamentalnie różne: przybliżenie dyskretyzowane, nazywane bezpośrednią analizą wrażliwości (DSA) i przybliżenie ciągłe, nazywane analizą wrażliwości projektowania zmiennego (VDSA). Wspomniana metoda różnic skończonych (FDM) jest formą przybliżeń dyskretyzowanych. W tym przypadku przybliżenia DSA są osiągane poprzez bezgraniczne różniczkowanie dyskretyzowanych równań analitycznych, biorąc pod uwagę każdą zmienną.

Można znaleźć kilka określeń tych metod:

- techniki analityczne, takie jak bezpośrednie, bezgraniczne różniczkowanie (metoda DDM i metoda równań sprzężonych ASM),
- pół-analityczne techniki (quasi-analityczne).

Metoda DDM jest bardziej popularna od metody ASM, w przypadku obciążania jedną siłą, gdy liczba zmiennych jest niższa od liczby ograniczeń. Wspomnieć należy, że funkcja przedmiotu jest liniowa i istnieje tylko konieczność oceny gradientów naprężeń, biorąc pod uwagę wszystkie zmienne. Analiza wrażliwości projektowania z karbem, oparta jest na różniczkowaniu funkcji uwikłanej równań naprężeń stycznych i globalnych równań równowagi.

Równania różniczkowe ze zmiennymi projektowania b_j wynoszą:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial D_j} = \frac{\partial A_{ts}}{\partial D_j} P_s + A_{ts} \frac{\partial P_s}{\partial D_j} + \frac{\partial A_m}{\partial D_j} P_n + A_m \frac{\partial P_n}{\partial D_j}. \quad (2.125)$$

Pochodne naprężeń fikcyjnych mogą być uzyskane poprzez różniczkowanie równań równowagi:

$$\frac{\partial C}{\partial D_j} P + C \frac{\partial P}{\partial D_j} = \frac{\partial D}{\partial D_j}, \quad (2.126)$$

i

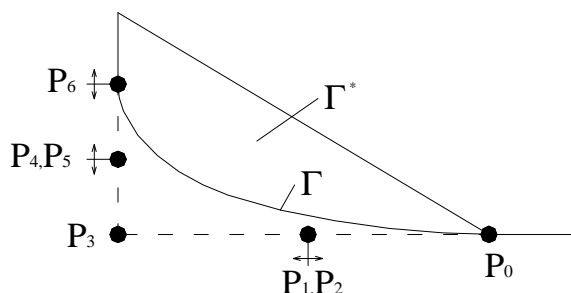
$$\frac{\partial P}{\partial D_j} = C^{-1} \left[-\frac{\partial C}{\partial D_j} P + \frac{\partial b}{\partial D_j} \right]. \quad (2.127)$$

Różne metody numeryczne były stosowane w zagadnieniach problemów minimalizacji naprężeń, spośród których można wymienić:

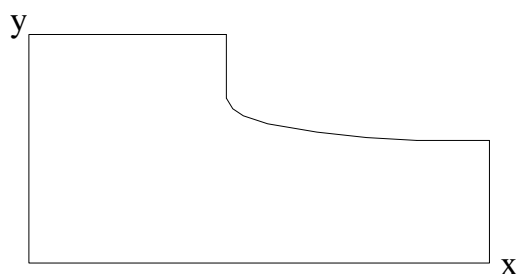
- sequential linear programming (SLP),
- sequential unconstrained minimisation technique (SUMT),
- feasible direction method,
- multiplier methods,
- dynamic programming method,
- FEM (MES),
- BEM (MEB),
- FDM (MRS).

Zadaniem klasycznego problemu optymalizacji kształtu wyokrąglenia jest znalezienie kształtu strefy przejściowej Γ w zmiennej dziedzinie Γ^* , która minimalizuje maksymalne naprężenia efektywne. Rys.2.47 zawiera definicję kształtu brzegu karbu. Kształt wyokrąglenia zdefiniowany jest jako CT i kontrolowany przez pozycję węzłów $D_1=P_6$ oraz poprzez kontrolę parametrów kształtu $D_2=C_1$, $D_3=C_2$ (czyli pozycję węzłów P_1 , P_2 i P_4 , P_5).

Kontrolowane węzły pozwalają przemieszczać się w kierunkach określonych przez wektory kierunkowe. Zaczynając początkową wartością $D=(2,25; 0,5; 0,5)$, po 6 iteracji osiągnięto optymalny kształt wyokrąglenia, przy zmiennej $D=(1,81; 0,017; 0,01)$. Optymalny kontur o wyrównanym rozkładzie naprężeń przedstawiono na rys.2.48.

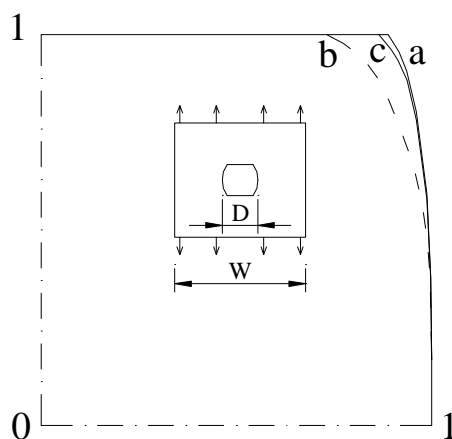


Rys.2.47. Definicja kształtu problemu wyokrąglenia



Rys.2.48. Problem wyokrąglenia – kontur optymalny

Wartości współczynnika intensywności naprężeń zawarte są pomiędzy: 1,05-1,22. Dodatkowo optymalny kształt quasi-kwadratowego otworu w płycie skończonej poddano obciążeniu rozciągającemu, jak na rys.2.49.



Rys.2.49. Problem pojedynczego otworu: (a) optymalny profil Schnacka , (b) metody eksperymentalne Durelego i Rajaiiah'a , (c) kształt badany, $D/W=0,14$

Jest to symetryczny problem wzdłuż obu osi współrzędnych. Brzeg otworu opisany jest J krotną krzywą Bezier (CT). Parametry kontrolujące $D_2=c_1$, $D_3=c_2$ i węzeł kontrolny $D_1=P_6$ (mierzony w kierunku osi x) są traktowane jako zmienne (jak na rys.2.45). Startując z

wartością początkową $D=(0,5; 0,5; 0,5)$, kształt otworu optymalnego został osiągnięty po czwartej iteracji, dla zmiennej $D=(0,783; 0,1220; 0,01)$, uzyskując:

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_N} = 1,972, \quad (2.128)$$

gdzie:

σ_t - naprężenia tnące wzdłuż otworu,

σ_N - naprężenia nominalne.

Powyższe wyniki są zbliżone do wyników uzyskanych przez Schnack'a. Należy wspomnieć, że zastosowano techniki „nie gradientowe”.

W innym optymalnym kształcie quasi-kwadratowego otworu, w płycie nieskończonej pod obciążeniem rozciągającym, jako profil początkowy zastosowano otwór okrągły. W obu algorytmach stosowana jest płyta nieskończona o dwukierunkowym rozkładzie naprężeń o stosunku:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2}. \quad (2.129)$$

Początkowe zmienne i kierunki przemieszczeń są pokazane na rys.2.50. W celu dokładniejszego przybliżenia otworu okrągłego została zastosowana standardowa krzywa Bezier z $D_2=D_3=4/3$. Zaczynając z wartością początkową $D=(1,0; 0,533; 0,533)$, $\sigma_t=2,499$, po 8 iteracji osiągnięty został kształt ostateczny przy $D=(0,5; 0,558; 0,274)$ z $\sigma_t=1,50$. Początkowe i końcowe wyniki są pokazane na rys.2.50. Wartości naprężeń optymalnych, uzyskanych stosując FSM, praktycznie są zbliżone z optymalnym rozwiązaniem analitycznym. Jak wcześniej wspomniano, jedną z metod redukcji statycznych koncentracji naprężeń, jest stosowanie innych (pomocniczych) otworów (rys.2.51) w kierunku obciążenia, po obu stronach otworu centralnego. Dalsza redukcja naprężeń możliwa jest, z równoczesną optymalizacją kształtu obu tych otworów. Kształt otworów został określony przez odejmowanie materiału wzdłuż płyty z centralnym i z dwoma pomocniczymi otworami, gdzie:

$$D/w = 0,222,$$

$$l/w = 0,274,$$

$$d_a/l = 0,68,$$

przy czym:

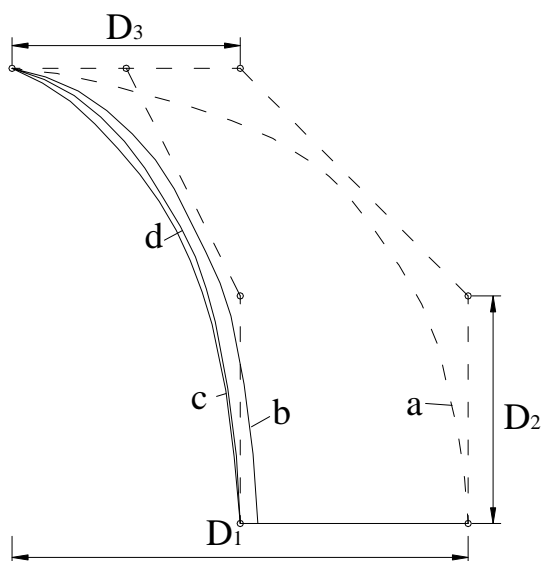
d - średnica centralnego otworu,

d_a - średnica pomocniczych otworów,

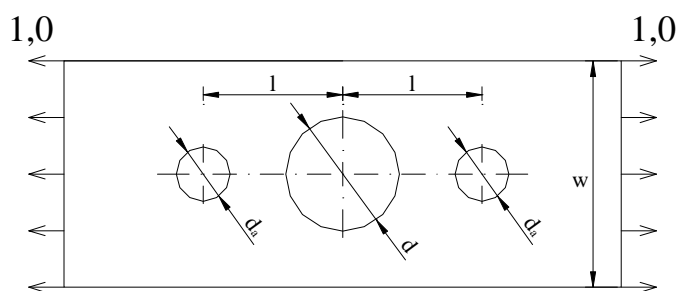
w - szerokość płyty.

Jest to problem symetryczny, wzdłuż obu współrzędnych. W definiowaniu kształtu na brzegu otworów zastosowany został koncept Beziera CT: trzy zmienne definiujące kształt centralnego otworu i podobnie trzy zmienne pomocniczych otworów (z założeniem lokalnej symetrii otworów pomocniczych). Rys.2.52 zawiera optymalny kształt otworu centralnego i pomocniczych.

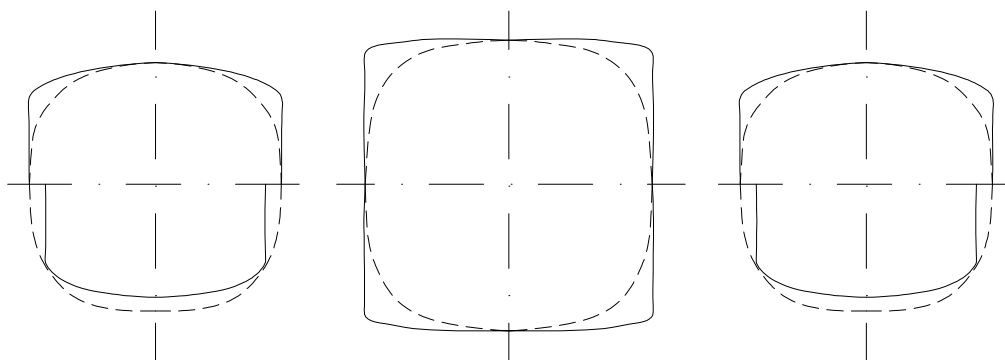
Optymalizację wymiarów kilku otworów w skończonym pasie, pod obciążeniem rozciągającym osiowym, wykonano numerycznie stosując metodę MEB. Rozważany był pas kwadratowy z rzędem otworów, pod osiowym obciążeniem rozciągającym. Pas ten posiada centralny otwór eliptyczny o stosunku dłuższej osi do krótszej 3:1.



Rys.2.50. Kształt początkowy i końcowy



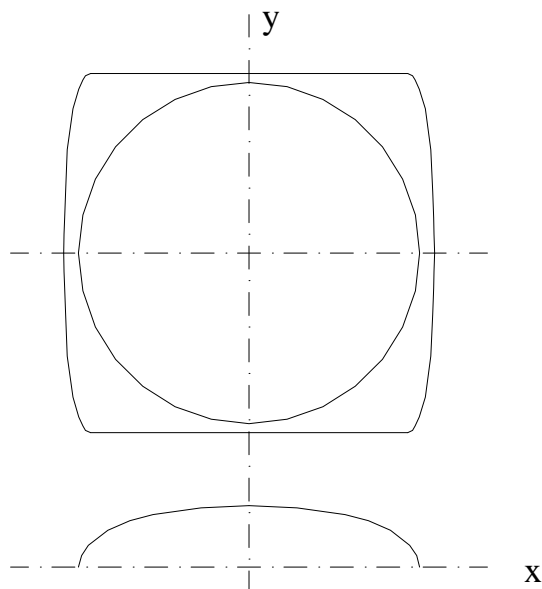
Rys.2.51. Otwory odciążające w płycie rozciąganej



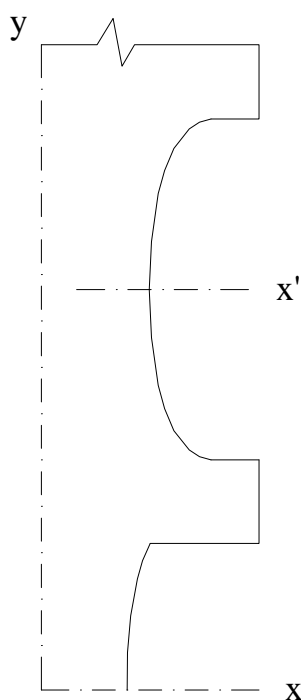
Rys.2.52. Optymalny kształt otworu centralnego i pomocniczych

Podobnie jak w badaniach Ulricha i Moslehi [82] stosowane są e-ograniczenia, zakładając, że „e” są to odległości od brzegów otworów pomocniczych do jakiegokolwiek brzegu. Stosując wstępnie średnicę otworu $r=12,7$ mm i dystans pomiędzy otworami $d=50,8$ mm, po 11 iteracji uzyskano optymalne rozwiązanie (kontur „a” na rys.2.53).

W optymalnym rozwiązaniu uzyskano 48,8% redukcji naprężeń, w porównaniu z pojedynczym eliptycznym otworem.



Rys.2.53. Optymalny kontur otworu



Rys.2.54. Kontur optymalny centralnego wycięcia i pomocniczych

Rozpatrywano także optymalny kształt pomocniczych otworów odciążających, w skończonym pasie, pod obciążeniem rozciągającym osiowym oraz możliwość dalszej redukcji naprężeń szczytowych, poszukując formy otworów odciążających. Dystans pomiędzy otworami jest stały. Kształt otworów pomocniczych jest kontrolowany poprzez cztery zmienne, z których trzy definiują część krzywizny otworu (rys.2.45). Zastosowana została lokalna symetria (rys.2.53), gdzie kontur „b” reprezentuje optymalny profil otworów pomocniczych. Uzyskano w ten sposób 63,2% redukcji naprężeń, w porównaniu z pojedynczym eliptycznym karbem i dalsze 28% redukcji naprężeń, w porównaniu z otworem eliptycznym i z systemem kilku otworów.

Proces optymalizacji zastosowano także w określaniu kształtów karbów zewnętrznych, w pasie rozciągającym. Odległości pomiędzy wycięciami są stałe. Na podstawie literatury wiadomo, że pomocnicze karby powinny być ułożone tak blisko, jak to możliwe, w stosunku do centralnego otworu. Stosunek wymiarów centralnego wycięcia do szerokości pasa wynosi 0,5. Rys.2.54 zawiera kontur optymalny centralnego wycięcia i pomocniczych. Uzyskano w przybliżeniu 30% redukcji naprężeń efektywnych, w stosunku do pojedynczego, okrągłego wycięcia.

2.3.5. Wielomian Lagrange'a

Wybór zmiennych optymalizacyjnych ma wpływ nie tylko na czas obliczeń numerycznych, lecz także na uzyskane wyniki [46]. Współrzędne radialne punktów charakterystycznych wielomianu Lagrange'a są wybierane jako zmienne, redukując tym samym ich liczbę. Jakikolwiek punkt na brzegu może być wyrażony jako:

$$z = [N(\xi)]\bar{z}, \quad (2.130)$$

$$r = [N(\xi)]\bar{r}, \quad (2.131)$$

gdzie:

\bar{z} i \bar{r} - macierze współrzędnych z i r punktów charakterystycznych, wielomianu Lagrange'a, odpowiednio,

i:

$$\bar{z} = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}^T, \quad (2.132)$$

$$\bar{r} = \{r_1, r_2, \dots, r_k\}^T, \quad (2.133)$$

gdzie:

k - ilość punktów charakterystycznych wielomianu Lagrange'a.

W równaniu 2.130 i 2.131, $\xi \in [-1, 1]$ a $N(\xi)$ to kształt macierzy funkcji:

$$[N(\xi)] = [N_1(\xi), N_2(\xi), \dots, N_k(\xi)], \quad (2.134)$$

gdzie:

$$N_i(\xi) = \prod_{j=1}^k \frac{(\xi - \xi_j)}{(\xi_i - \xi_j)}. \quad (2.135)$$

W zagadnieniach koncentracji naprężeń, przedmiotem optymalizacji jest zazwyczaj minimalizacja współczynnika koncentracji naprężeń:

$$K = \min[\max_B \left(\frac{\sigma}{p} \right)], \quad (2.136)$$

gdzie:

σ - naprężenia numeryczne na ruchomym brzegu B ,

p - naprężenia nominalne.

Brzeg dyskretyzowany na elementy brzegowe może zostać zapisany jako:

$$K \approx K^* = \min[\max(\frac{\sigma_i}{p})], \quad (2.137)$$

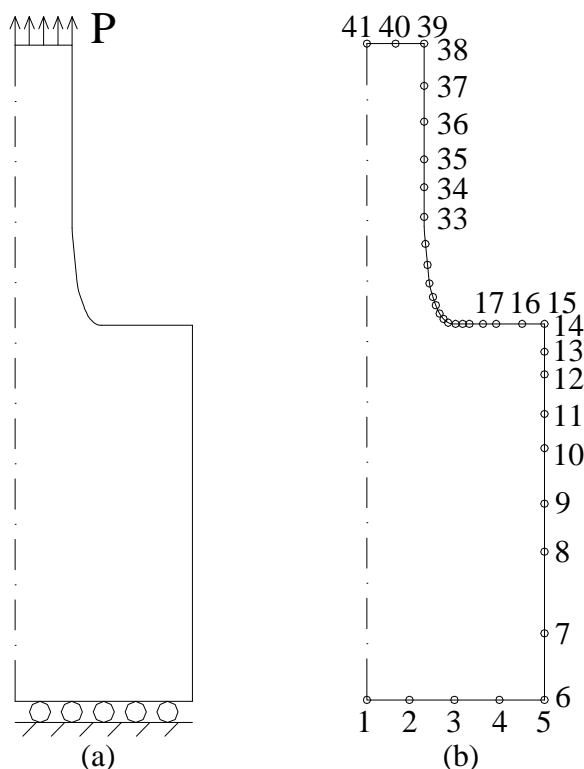
$$i=1,2,\dots,NN, \quad j=1,2,\dots,N,$$

gdzie:

NN - liczba węzłów na ruchomym brzegu,

r_j - zmienne,

N - całkowita liczba zmiennych.



Rys.2.55. Pręt stopniowo rozciągany

Ograniczenia optymalizacyjne są zależne od warunków konstrukcyjnych a ruchomy koniec brzegu powinien być styczny do nieruchomego brzegu. Jeśli wymagana jest wspólna styczna pomiędzy ruchomym i nieruchomym brzegiem w $\xi=\xi_1$ (rys.2.55), wtedy jest ona równoległa do osi r i otrzymamy:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{d[N(\xi)]}{d\xi} \bar{z} / \left(\frac{d[N(\xi)]}{d\xi} \bar{r} \right)_{\xi=\xi_1} = 0, \quad (2.138)$$

$$\frac{d[N(\xi)]}{d\xi} \bar{z} \Big|_{\xi=\xi_1} = 0.$$

W punkcie $\xi=\xi_k$ otrzymamy:

$$\frac{d[N(\xi)]}{d\xi} z \bar{R} \Big|_{\xi=\xi_k} = 0. \quad (2.139)$$

Równania ograniczające (2.138 i 2.139) są liniowe i mogą być w skrócie zapisane jako:

$$g_m=0, m=1,2,\dots,M,$$

gdzie:

M - liczba ograniczeń liniowych.

Optymalizacja za pomocą funkcji przedmiotu, stosując MEB należy do programów nieliniowych a wybrany optymalizator po kilku iteracjach powinien uzyskać optymalne rozwiązanie. Ma i Xinmin zastosowali SUMT, bazując na *quadratic exterior penalty function*. Podczas optymalizacji odkryto, że jeśli wyższy stopień wielomianu Lagrange'a jest stosowany wprost, jako początkowa krzywa przejścia pręta rozciąganego, to można uzyskać zniekształcenie lub falistość, co wpływa na słabą powtarzalność i uzyskanie optymalnego rozwiązania. Falisty kształt pojawia się również, gdy stosuje się zbyt dużo zmiennych w strefie lokalnych koncentracji. Dokładność obliczeń obniża się, gry pojawiają się odkształcenia na krzywej początkowej, co może być przyczyną zmiany kierunku przez optymalizator. Aby rozwiązać ten problem Ma i Xinmin zaproponowali „stopień postępu” metodą opisaną poniżej:

- aby rozwiązać problem optymalizacyjny z minimalną liczbą zmiennych i znaleźć odpowiednią krzywą optymalizacyjną, wybierz punkty charakterystyczne wielomianu Lagrange'a, będące przedmiotem warunków ograniczających jak na krzywej początkowej,
- wybierz inną krzywą początkową, bazując na poprzedniej optymalizacji, lecz o jednym lub dwóch stopniach wyżej i jeszcze raz optymalizuj,
- powtórz powyższą procedurę aż do uzyskania małych różnic pomiędzy dwoma sekwencyjnymi krzywymi optymalizowanymi, a uzyskane wyniki powinny być krzywymi optymalizacyjnymi.

Celem tej metody jest rozpoczęcie optymalizacji zawsze od gładkiej krzywej i stopniowe jej ulepszanie. Na rys.2.55.a pokazano pręt o zmieniającym się kształcie w kierunku osi z . Postanowiono poszukać krzywej przejściowej o równomiernie rozłożonych naprężeniach stycznych. Funkcja przedmiotu może zostać opisana jako:

$$K^* = \min \left| 1 - \frac{\sigma_i}{p} \right|, \quad (2.140)$$

gdzie:

σ_i - naprężenia normalne, styczne w węzle „i” do ruchomego brzegu,

p - naprężenia nominalne.

W modelu MEB pokazanym na rys.2.55.b, zastosowano 18 elementów kwadratowych i 41 węzłów brzegowych a wśród nich 15 węzłów umieszczonych jest na brzegu ruchomym.

Fluktuacja trajektorii reakcji na wymuszonym końcu jest mniejsza niż 2%. Początkową krzywą kwadratową można opisać trzema charakterystycznymi punktami: a_1 , a_2 , a_3 , (rys.2.56),

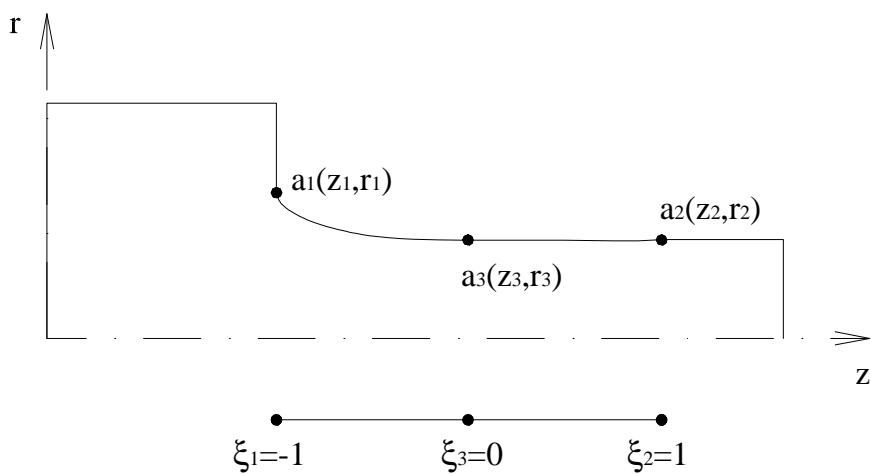
gdzie:

a_3 - punkt styczny krzywej do pręta (r_1 jest niewiadomą),

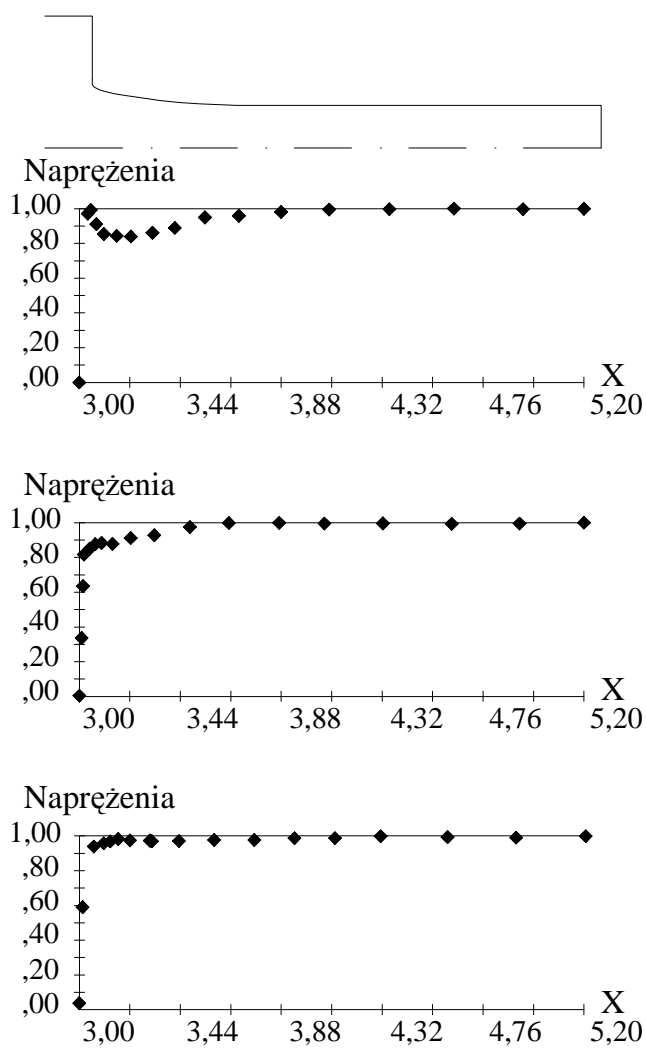
a_2 - punkt styczny krzywej do powierzchni cylindrycznej pręta a z_2 i r_2 są dane.

Z równania 2.135 mamy:

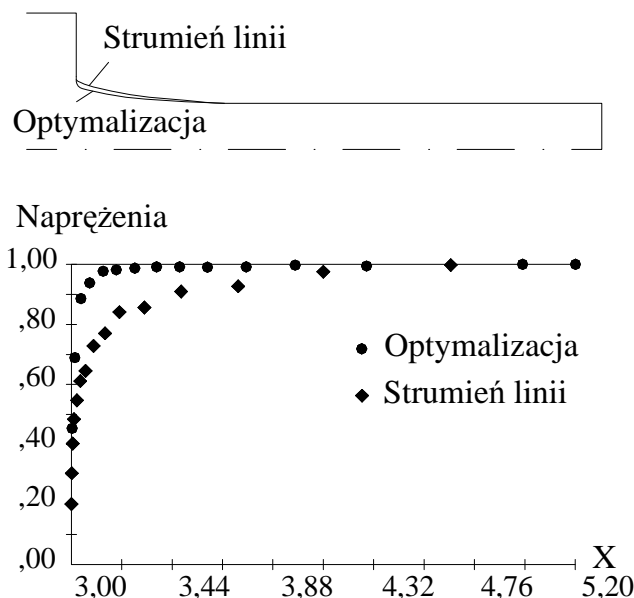
$$\begin{aligned}
 N_1(\xi) &= 0,5\xi(\xi - 1), \\
 N_2(\xi) &= 0,5\xi(\xi + 1), \\
 N_3(\xi) &= 1 - \xi^2.
 \end{aligned}
 \tag{2.141}$$



Rys.2.56. Początkowa krzywa kwadratowa przejścia, pręta rozciąganego



Rys.2.57. Rozkłady naprężeń na optymalizowanej krzywej przejścia pręta rozciąganego



Rys.2.58. Porównanie optymalizacyjnej krzywej przejścia z serią uzyskanych rozwiązań

Z warunków styczności w punkcie a_1 i a_2 osiągnięte są następujące relacje (dla $\xi=-1$ i $\xi=1$):

$$z_3 = 0,25(3z_1 + z_2), \quad (2.142)$$

i

$$r_3 = 0,25(r_1 + 3r_2), \quad (2.143)$$

dlatego tylko jedna współrzędna z tych trzech charakterystycznych punktów jest niewiadoma. Ma i Xinmin wybrali r_1 jako zmienną krzywej początkowej „a”, co oznacza, że początkowy problem optymalizacyjny staje się jedno-wymiarowy. Po osiągnięciu optymalizacyjnej krzywej kwadratowej, wielomian Lagrange’a bazuje na jednym lub dwóch stopniach wyższych, wybieranych i stosowanych jako nowa krzywa początkowa przeznaczona do optymalizacji (liczba zmiennych zwiększa się odpowiednio). Powyższa procedura trwa do momentu uzyskania wystarczająco małych różnic pomiędzy dwoma sekwencyjnymi optymalizowanymi krzywymi.

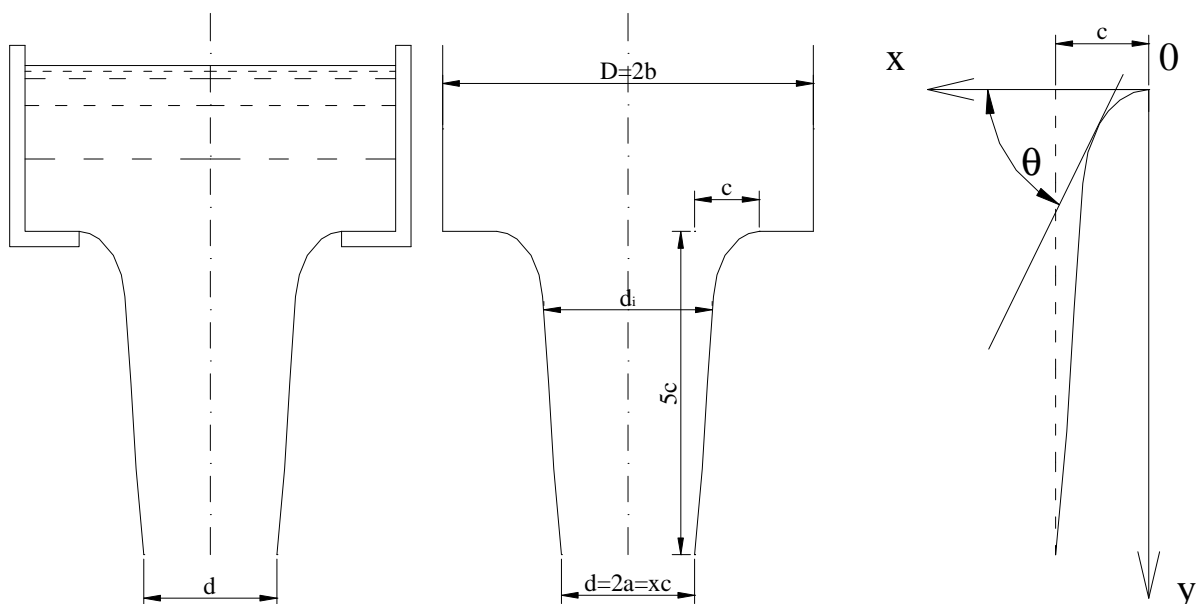
Rys.2.57 zawiera rozkłady naprężeń stycznych na optymalizowanych wielomianach drugiego, czwartego i szóstego stopnia, odpowiednio. Rys.2.58 zawiera porównanie wielomianu optymalizacyjnego o szóstym stopniu i strumień linii rozwiązań, uzyskanych na podstawie dynamicznego przepływu, bazując na literaturze.

Krzywa przejściowa strumienia linii nie jest idealna, ponieważ naprężenia normalne w punktach styczności są niższe niż wielomianu optymalizacyjnego. Oznacza to, że krzywa przejściowa powyższego strumienia krzywych jest konserwatywna. Jednak optymalizowany wielomian uzyskany w tych badaniach charakteryzuje się prawie równomiernym rozkładem naprężeń.

Ma i Xinmin wysnuli następujące wnioski:

- metoda elementów brzegowych jest odpowiednia w problemach optymalizacji kształtu z koncentracjami naprężeń, ponieważ w większości przypadków naprężenia maksymalne występują na badanej powierzchni,
- prawidłowe wyniki mogą być osiągnięte stosując interpolację stopniowego postępu wielomianu Lagrange’a, tak aby symulować krzywą przejściową,

- krzywa przejściowa strumienia linii jest bardzo konserwatywna.

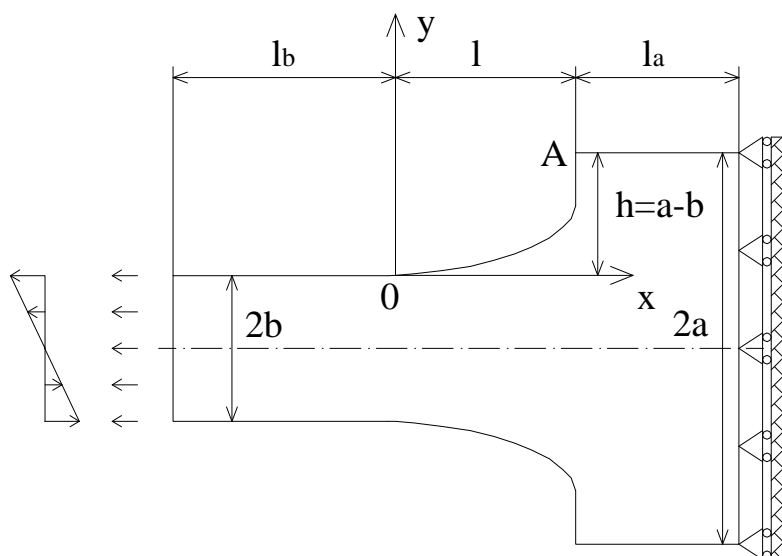


Rys.2.59. Strumień linii rozwiązań uzyskanych na podstawie teorii dynamicznego przepływu

2.3.6. Stan osiągnięć w dziedzinie optymalizacji kształtu

W tabelicy 2.6 przedstawiono stan światowych osiągnięć w dziedzinie optymalizacji kształtu i redukcji naprężeń [3], [41], [56], [64], [73], [87], [89].

Parametr a/b to stosunek większej i mniejszej szerokości zębra. Parametr l/h to stosunek długości i szerokości karbu. Współczynnik K_t to stosunek naprężeń maksymalnych na krawędzi karbu do naprężeń nominalnych (rys.2.60).



Rys.2.60. Dane optymalizacyjne

Tablica 2.6. Stan osiągnięć w dziedzinie optymalizacji kształtu.

Publikacja	Metoda analizy	a/b	l/h	K_t
Baud (1934)	Analityczna na podstawie wpływu strumienia	2,000	5,000	1,114
Owczarek (1971)	Analityczna na podstawie metody elastooptycznej			
Preobrażenski (1971)	Krzywa złożona z prostej i półokręgu z zastosowaniem funkcji Airy'ego	1,450	0,500	
Tvergaard (1975)	MRS, krzywa złożona z ośmiu lub sześciu zmieniających się funkcji brzegu	2,000 1,500	1,500 1,500	1,21 1,38
Francavilla (1975)	MES, krzywa złożona z liniowych, parabolicznych lub eliptycznych segmentów	1,667 1,667 1,667 1,667	1,000 1,250 1,500 1,750	1,75 1,65 1,58 1,51
Bhavikatti i Ramakrishnan (1977)	MES, krzywa złożona z wielomianu szóstego rzędu w kierunku osi x	1,667 1,333	1,500 2,400	1,25 1,23
Bhavikatti i Ramakrishnan (1979)	MES, krzywa złożona z wielomianu trzeciego stopnia w kierunku osi x i y	2,167 2,167	1,000 1,500	1,47 1,30
Schnack (1979)	MES, nie zdefiniowana geometria			
Queau i Trompette (1980)	MES, brzeg złożony z dwóch linii połączonych łukiem	1,667	0,825	1,55
Soares (1984)	MEB, krzywa na podstawie przypadkowego kształtu	2,000	1,435	1,37
Shyy (1988)	MES, krzywa zdefiniowana na podstawie sześciowzłowej krzywej Bezier i zmodyfikowana elementami „p”	2,000	1,444	1,22
Hajela i Jih (1990)	MEB, krzywa na podstawie przypadkowego kształtu, z	1,842	2,000	

	dyskretyzowana do dziesięciu segmentów			
Jang (1990)	MEB, krzywa złożona z sześciennych krzywych składanych z pięcioma wariantami modelowania	2,000	1,444	
Pilkey (1997)	MES, krzywa zdefiniowana parametrycznie stosując B-spline o trzech różnych wysokościach	2,000	1,444	1,224
Lim i Bull (2000)	MES, krzywa na podstawie kształtu przypadkowego	2,000	1,444	1,169

Wszyscy badacze zajmowali się optymalizacją kształtu i eliminacją koncentracji naprężeń stosując kształty karbu w postaci okręgu i elipsy. Badane próbki osiowosymetryczne, były poddawane rozciąganiu osiowemu (rys.2.60).

2.4. Występowanie i ocena wpływu pozostających naprężeń spawalniczych na rozkłady naprężeń sumarycznych

Na rozkłady naprężeń w dużym stopniu mają wpływ odkształcenia trwałe i naprężenia powstałe po procesie spawania, które są efektem dużego przyrostu temperatury, gdzie odkształcenia cieplne λ są wyższe od odkształceń ε_{fy} , odpowiadające granicy plastyczności f_y :

$$\lambda > \varepsilon_{fy} = \frac{f_y}{E}. \quad (2.144)$$

Przyrost temperatury określamy w uproszczeniu z zależności:

$$\Delta T > \frac{\varepsilon_{fy}}{\alpha_t} = \frac{\sigma}{E\alpha_t} = \frac{f_y}{E\alpha_t}, \quad (2.145)$$

gdzie:

α_t - współczynnik rozszerzalności termicznej,

E - moduł sprężystości podłużnej.

W materiałach sprężysto-plastycznych, naprężenia spawalnicze mogą sumować się z zewnętrznymi bez obawy wywierania skutków ujemnych dla konstrukcji. Jednakże, gdy zdolność materiału do odkształcania plastycznego jest ograniczona, np. wskutek takich czynników jak obecność karbu, duża koncentracja naprężeń, wtedy naprężenia własne są jednym z czynników zwiększających skłonność do pęknięć, przede wszystkim kruchych [18]. Gdy na pospawany element nie działają siły zewnętrzne, naprężenia własne są zrównoważone w każdym przekroju elementu. Występuje zatem w przekroju równowaga sił i momentów sił pochodzących od naprężeń σ_x i σ_y , co można zapisać w ogólnej formie (przyjmując jednakową grubość elementu):

$$\int_A \sigma_x dA + \int_A \sigma_y dA = 0,$$

$$\int_A \sigma_x y dA + \int_A \sigma_y x dA = 0, \quad (2.146)$$

gdzie:

A - pole przekroju elementu.

Rozkład naprężeń spawalniczych na długości złącza zależy od wielu czynników, przede wszystkim technologicznych, jak np. prędkość spawania, kolejność i kierunek układania poszczególnych odcinków spoiny, liczba i wytrzymałość spoin szepnych, długość i sztywność łączonych elementów, energia liniowa spawania.

Skutkiem procesu spawania są imperfekcje, wśród których wyróżnia się: strukturalne, geometryczne i konstrukcyjne. Imperfekcje te wpływają na grupowe parametry bezpieczeństwa a tym samym i na normowe stany graniczne. Niektóre z tych czynników mogą mieć na dany stan graniczny wpływ ujemny lub dodatni, inne tylko ujemny.

Znajomość procesów spawalniczych pozwala zredukować do minimum lub nawet do zera imperfekcje geometryczne i konstrukcyjne. Imperfekcje strukturalne są nieuniknione, ich likwidacja następuje przez wyżarzanie odprężające lub mechaniczne wstępne uplastycznianie przekrojów, która jest niepożądana przez możliwość powstania nadmiernych odkształceń [70].

Przez imperfekcje strukturalne rozumie się zmiany w budowie wewnętrznej stref przyspoinowych (metaloznawstwo) oraz pozostające naprężenia spawalnicze (PNS, mechanika ośrodków ciągłych). Termin naprężenia własne (naprężenia resztkowe), naprężenia pozostające, obejmuje naprężenia spawalnicze, walcownicze lub odlewnicze w dowolnej chwili życia elementu a więc występujące w trakcie powstawania elementu, jednym ze wspomnianych sposobów (chwilowe), lub po zakończonym procesie technologicznym (pozostające).

Pozostające naprężenia spawalnicze PNS są to naprężenia własne, które pozostają po zakończonym procesie spawania elementu wysyłkowego. Naprężenia resztkowe czasem są niewielką częścią naprężeń całkowitych w konstrukcji (naprężeń zasadniczych, roboczych), czasem bezwzględne wartości tych naprężeń są znacznie większe, bo sięgające granicy plastyczności. Przyczyną powstawania PNS są nierównomierne odkształcenia plastyczne podczas nagrzewania i ostygania w procesie spawania [70].

Według oznaczeń Rykaluka, naprężenia PNS1 rodzaju działają w całym elemencie konstrukcyjnym lub w jego części. Mają kierunek i zwrot, a więc charakter ich działania jest taki sam, jak naprężeń od obciążeń zewnętrznych. Naprężenia te mogą być wyznaczone przez rozwiązanie zagadnienia brzegowego reologii. Trudności w adekwatnym zapisie matematycznym zadania, jak też trudności rachunkowe, są powodem stosowania w praktyce metod uproszczonych wyznaczania tych naprężeń i to tylko w elementach prętowych. Najczęściej rozkład naprężeń ustala się na podstawie pomiarów laboratoryjnych.

Naprężenia PNS2 tworzą lokalne układy, samo zrównoważone w obrębie kilku ziarn krystalicznych, w związku z czym ich kierunki i zwroty mają charakter losowy. Naprężenia te są najmniej rozpoznane pod względem teoretycznym i doświadczalnym. Ich rozkłady można wyznaczyć na podstawie mikropolarnej teorii sprężystości oraz mikropolarnej teorii plastyczności. Zdaniem Rykaluka, główną przyczyną ich powstawania jest duża różnica odkształcalności poszczególnych składników fazowych stali. Materiał ziarn, będący w głównej mierze ferrytem, ma wydłużalność próbki dziesięciokrotnej około 40%, materiał granic ziarn natomiast, będący w głównej mierze cementytem, ma wydłużalność bliską zeru.

Naprężenia PNS3 tworzą lokalne układy, samo zrównoważone w obrębie najwyżej kilku komórek elementarnych siatki krystalograficznej, w związku z czym ich kierunki i zwroty

mają charakter losowy. Przyczyną ich powstawania są przeciążenia wiązań atomowych, wskutek wad budowy wewnętrznej, powstałych od dostarczanej podczas procesu spawania energii cieplnej. Teoretyczne wartości tych naprężeń mogą być wyznaczane na podstawie atomowej budowy materii. Należy tutaj posługiwać się nazwą siły międzyatomowe.

Uwzględniając charakter i obszar działań poszczególnych rodzajów PNS można powiedzieć, że PNS1 zaliczamy do obciążeń konstrukcji, PNS2 i PNS3 do właściwości materiału.

Do wyznaczania PNS w elementach tarczowych, stosuje się zazwyczaj płaski obszar półnieskończony lub nieskończony. W elementach tarczowych realnych, o określonych warunkach brzegowych, tj. wzmocnionych żebrami lub innymi elementami połączonymi z tarczą, wartości i rozkłady PNS zależą od rodzaju elementów i od naprężeń od obciążeń zewnętrznych, gdyż są przyczyną tzw. usztywniania stanu naprężeń.

Matematyczny opis procesu powstawania PNS zawiera założenia upraszczające, szczególnie odnośnie do czasu. Dlatego konieczna jest doświadczalna weryfikacja wyników teoretycznych. Prace takie były prowadzone przez Rykaluka, Augustyna, Orłosa i Jankowiaka. Oprócz pomiarów na modelach, konieczne są pomiary kontrolne w istniejących konstrukcjach rzeczywistych. Mogą one dostarczyć informacji nie tylko chwilowych rozkładów PNS, lecz również ich reologii.

Skutkiem procesu spawania w elementach łączonych są dwa pola: temperaturowe i naprężeń, które dadzą się opisać różniczkowymi równaniami uogólnionej termo-mechaniki ośrodka ciągłego, niejednorodnego[70]. Pola te zawsze są sprzężone. Jeżeli weźmiemy pod uwagę realne szybkości spawania od 0,005 do 0,02 m/s, to wówczas z wystarczającą w praktyce dokładnością możemy pominąć sprzężenie obu pól i zagadnienie wyznaczania PNS można rozbić na dwa etapy, wyznaczenia pola temperaturowego, a następnie na jego podstawie pola naprężeń.

Rozwiązanie analityczne ogólnego równania przewodnictwa cieplnego we współrzędnych kartezjańskich (x,y,z) :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\lambda_T \frac{\partial}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial z}) + Q = c_w \rho \frac{\partial T}{\partial t} + 2\alpha_c T, \quad (2.147)$$

dla funkcyjnej zależności od temperatury współczynnika przewodzenia ciepła $\lambda_T(T)$, jest nieprzydatne do bezpośredniego wykorzystania w praktyce. Równanie to rozwiązuje się, gdy $\lambda_T = \text{const}$, co prowadzi do dużych błędów. Natomiast analityczne rozwiązanie równania uproszczonego:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)T = \frac{1}{a_T} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{Q}{\lambda_T} + \frac{\alpha_c}{\lambda_T g} T, \quad (2.148)$$

jest stosunkowo łatwe dla ciała typu półprzestrzeni, półtarczy lub półpręta nieograniczonego, gdyż wtedy nie należy uwzględniać warunków brzegowych.

Uwzględnienie w elementach konstrukcyjnych, jako ciałach ograniczonych, warunków brzegowych, a szczególnie III warunku Churchilla:

$$\lambda_T \left[\frac{\partial T}{\partial x} \cos(n, x) + \frac{\partial T}{\partial y} \cos(n, y) + \frac{\partial T}{\partial z} \cos(n, z) \right] + \alpha_c T = 0, \quad (2.149)$$

jest praktycznie możliwe tylko w metodach numerycznych rozwiązania równania. Najwygodniejsza jest metoda elementów skończonych, stosując systemy: I-DEAS, LUSAS, ABAQUS, SOFISTIC.

Ilość ciepła Q , doprowadzoną w jednostce czasu na jednostkę objętości, można wyliczyć ze wzoru Rykalina:

$$Q = U_1 i_1 \mu_1 \eta_1 / F_s. \quad (2.150)$$

Współczynniki μ_1 i η_1 wynoszą: $\mu_1=1$ podczas spawania prądem stałym i $0,70 \div 0,97$ podczas spawania prądem zmiennym, $\eta_1=0,45 \div 0,60$ podczas spawania metodą TIG, $0,70 \div 0,87$ podczas spawania elektrodą grubootuloną i $0,73 \div 0,95$ podczas spawania łukiem krytym.

Jeżeli elementy dobijające do tarczy mają również cechy tarcz, to ciepło Q należy rozdzielić na nie, proporcjonalnie do ich grubości i w każdej z nich wyznaczyć rozkłady temperatur.

W zagadnieniu przewodzenia ciepła elementów płaskich, wygodniej jest poszukać minimum funkcjonału temperatury i jej pochodnych, który ma postać:

$$Fu = \iint_s \left\{ \frac{1}{2} \lambda_T \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + c_w \rho \frac{\partial T}{\partial t} - Q \right\} T + \frac{1}{2} \alpha_c T^2 \} dx dy. \quad (2.151)$$

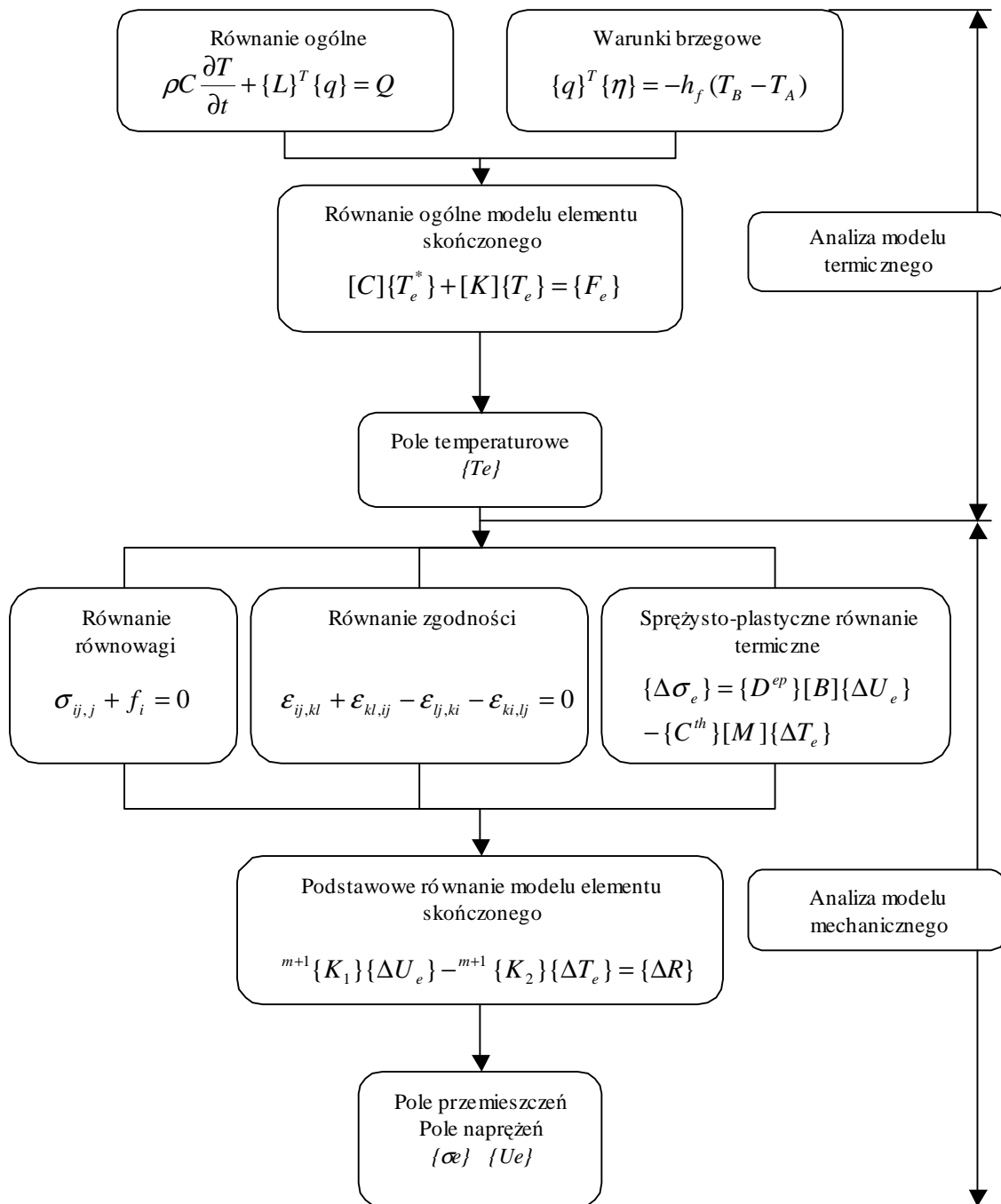
Minimalizacja funkcjonału stanowi podstawę zastosowania metody elementów skończonych. Pod względem matematycznym jest ona równoważna rozwiązaniu równania różniczkowego, z uwzględnieniem warunku brzegowego (z pominięciem w nich trzeciego wymiaru).

Połączenia spawane są stosowane na szeroką skalę w przemyśle produkcyjnym statków, w konstrukcjach morskich (platform), naczyń ciśnieniowych i mostów stalowych. Połączenia spawane charakteryzują się kilkoma zaletami, do których należą: wysoka wydajność, szczelność oraz niski koszt produkcji. Do największej wady należą pozostające naprężenia spawalnicze, występujące w sąsiedztwie spoiny, powstałe na skutek wysokiej temperatury spawania i szybkiego chłodzenia. Pozostające naprężenia mogą być przyczyną powstawania kruchego pęknięcia, zmęczenia lub pęknięć na wskutek korozji. Ponadto pozostające naprężenia w łączonych elementach mogą zredukować naprężenia wybaczące.

Różni badacze rozwinęli kilka metod redukujących pozostające naprężenia spawalnicze. Do nich należą: obróbka cieplna, przekuwanie spoin, ogrzewanie wstępne, wibracyjne zmniejszanie naprężeń i odpowiednia kolejność układania spoin tak, aby zredukować ich wartość. Najprostszą metodą jest odpowiednia kolejność układania spoin, głównie dlatego, że w większości konstrukcji nie jest wskazane stosowanie innych metod. Dlatego rozwijając metodę kolejnego kładzenia spoin i próba przewidywania występowania pozostających naprężeń, jest konieczna w celu zmniejszenia ich wartości [77], [78], [79]. Jonassen i inni opisali efekt procedury spawania na redukcję naprężeń spawalniczych w płytach stalowych, łączonych doczołowo. Rybicki i inni rozwinęli metodę redukcji naprężeń rozciągających na wewnętrznej powierzchni rur spawanych obwodowo. Proces ten indukcyjnie wywołuje ogrzewanie zewnętrznej powierzchni spawanej rury, gdy wewnętrzna powierzchnia jest ochładzana przepływającą wodą. Stosując techniki numeryczne, Josefson obliczył naprężenia spawalnicze obwodowo spawanej rury, łączonej doczołowo. Brust i Rybicki rozwinęli metodę wstecznego układania spoin (backlay welding), która stosowana jest w wytwarzaniu ściskających, pozostających naprężeń spawalniczych na wewnętrznej powierzchni rur. Aby zredukować naprężenia spawalnicze Ueda i inni przeprowadzili badania efektywnego rozpraszania ciepła spawania w połączeniach obwodowych rur. Chou i Lin zredukowali naprężenia spawalnicze poprzez spawanie równoległe w próbkach stali nierdzewnej. Weck i Watanabe studiowali jak kolejność układania spoin wpływa na rozkłady pozostających naprężeń spawalniczych. Kihara i inni badali wpływ kolejności układania spoin na pozostające naprężenia spawalnicze i skurcz w spoinach szczelinowych. Jonassen opisał efekt spoin warstwowych na wartości i rozkłady naprężeń spawalniczych w spoinach doczołowych.

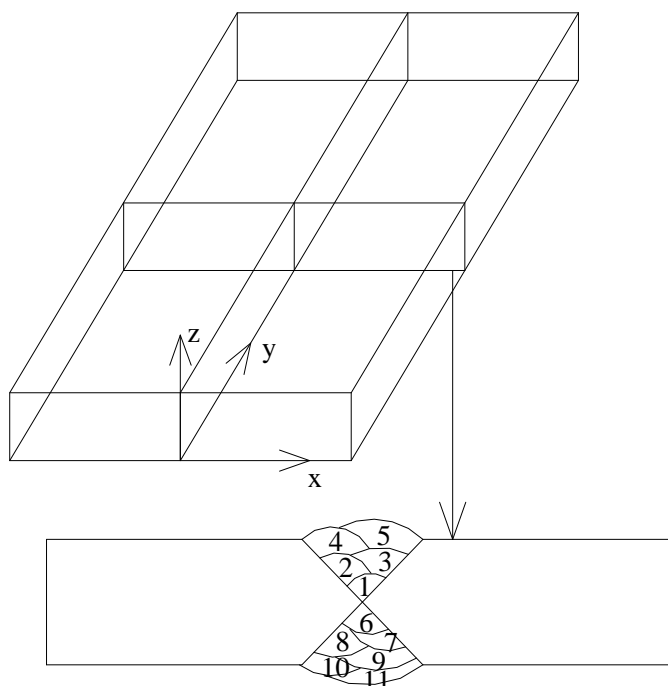
Teng i inni [78] pracowali nad termicznym, sprężysto-plastycznym modelem, stosując metodę elementów skończonych, aby ocenić termo-mechaniczne zachowanie łączonych elementów i obecność pozostających naprężeń w różnego rodzaju połączeniach. Ponadto, rozważania te zawierają także ocenę kolejności układania spoin tak, aby polepszyć proces spawania konstrukcji.

Rozkłady pozostających naprężeń spawalniczych w termo-mechanicznym modelu są liczone stosując metodę elementów skończonych, według schematu jak na rys.2.61.



Rys.2.61. Schemat blokowy analizy badawczej

W termicznym modelu numerycznym Tenga [78] zastosowano 160 inkrementów wzrostu temperatury spawania w czasie od 0,001 do 10 sekund i tylko 30 inkrementów zmniejszających temperaturę do temperatury pokojowej. Czas spawania był automatycznie optymalizowany w każdym inkreencie. Metoda Newtona-Raphsona została zastosowana w równoważeniu ciepła w każdym inkreencie. Historia temperatury uzyskana na podstawie modelu termicznego, została zastosowana w modelu mechanicznym, jako obciążenie termiczne. Naprężenia i odkształcenia termiczne mogą być obliczane w każdym inkreencie.



Rys.2.62. Geometria modelu ze spoiną czołową

Podczas każdego kładzenia spoiny, naprężenia termiczne będą obliczane z rozkładów temperatur określonych w modelu termicznym. Pozostające naprężenia w każdym inkreencie są sumowane w węzłach, określając za każdym razem termiczne zachowanie się modelu (odkształcenia), przed każdym kolejnym inkreencem. Przyjęto, że materiał uplastycznia się według kryterium Hubera. Cała procedura kolejności układania spoin została zastosowana poprzez funkcję „birth and death”, na końcu i na początku każdej iteracji.

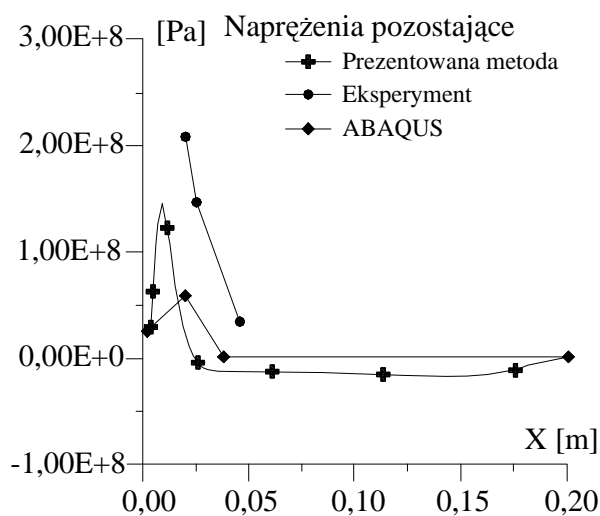
W modelu termiczno-mechanicznym zastosowano cieką płytę, jak na rys.2.62, spawaną podłużnie w osi. Kolejność układania spoin i parametry pokazano w tablicy 2.7 [78].

Tablica 2.7. Kolejność układania spoin i parametry

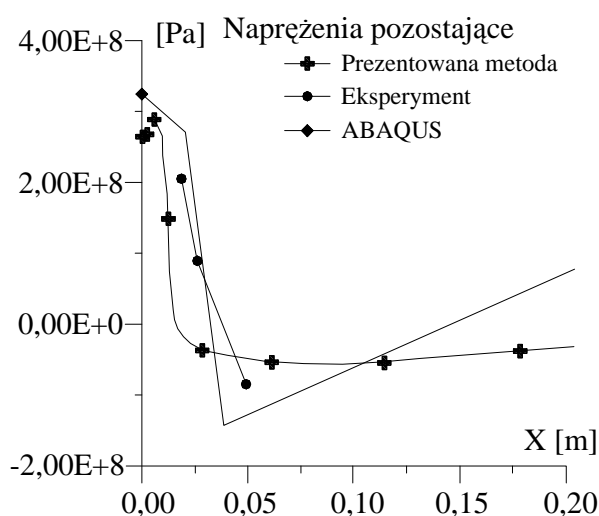
Nr ściegu spoiny	Napięcie [V]	Prąd [A]	Prędkość [mm/s]
1	25	190	3,34
2÷5	26	215	4,70
6	25	190	3,34
7÷9	26	220	4,70
10÷11	27	250	4,70

Na rys.2.63 i 2.64 przedstawiono rozkłady naprężeń spawalniczych, wzdłużnych i poprzecznych. Shim przedstawił eksperymentalne rozwiązanie tego samego problemu.

Dodatkowo przedstawiono wyniki uzyskane w systemie ABAQUS, stosując metodę elementów skończonych. Jak widać, na poniższych rysunkach w systemie ABAQUS uzyskano trochę niższe rozciągające naprężenia poprzeczne, przy osi symetrii. Można jednak wysnuć wniosek, iż wyniki z obecnej metody są zgodne z wynikami eksperymentalnymi.



Rys.2.63. Poprzeczne naprężenia spawalnicze



Rys.2.64. Wzdłużne naprężenia spawalnicze

Wielu badaczy rozwijało analityczne i eksperymentalne metody, w celu przewidzenia występowania pozostających naprężeń spawalniczych. Wraz z rozwojem metod komputerowych, takich jak MEB i MES, nastąpił rozwój w określaniu tych naprężeń, z coraz większą dokładnością. Norton i Rosenthal badali rozkłady naprężeń pozostających stosując techniki dyfrakcji. Cheng stosował metodę podatności. Metoda ta mierzy gwałtownie zmieniające się naprężenia ściskające. Pange i Pukas zaprezentowali metodę wiercenia otworów i pomiaru tensometrami. Muraki rozwinął model sprężysto-plastyczny w programie komputerowym, bazujący na metodzie elementów skończonych i określający naprężenia termiczne i przemieszczenia. Kuang i Atluri wykorzystali „ruchomą-siatkę” w metodzie elementów skończonych, aby oszacować rozkłady temperatur pod ruchomym obciążeniem termicznym. Shim i inni rozwinęli analityczne metody rozkładów naprężeń pozostających w przekrojach poprzecznych płyt. Chidiac opracował iteracyjną procedurę, stosującą analizę nieliniowego przenikania ciepła, w celu określenia cyklu termicznego dla różnego rodzaju spoin. Yang i Xiao zaproponowali analityczny model, w celu przetestowania rozkładu pozostających naprężeń spawalniczych w przekrojach poprzecznych spoin [34], [77].

Redukcja naprężeń pozostających w konstrukcjach spawanych we wczesnym etapie montażu lub projektowania jest zadaniem priorytetowym. Dlatego efekt kolejności spawania ma istotny wpływ na rozkłady pozostających naprężeń. Obecne badania rozwijają efekt spawania postępowego, krokowego i symetrycznego, jako wpływ na pozostające naprężenia w cienkich płytach spawanych doczołowo. Na podstawie tych badań wynika, że podłużne naprężenia spawalnicze spawania symetrycznego są niższe od pozostałych, ponieważ symetryczne spawanie redukuje utwierdzoną siłę złącza spawanego i wartości naprężeń pozostających są mniejsze.

W danym spawanym przekroju, przeciętym dowolną płaszczyzną można określić przepływ ciepła:

$$-\left(\frac{\partial R_x}{\partial x} + \frac{\partial R_y}{\partial y} + \frac{\partial R_z}{\partial z}\right) + Q(x, y, z, t) = \rho C \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t}, \quad (2.152)$$

gdzie:

- R_x, R_y, R_z - wartości przepływu ciepła na jednostkę powierzchni,
 $T(x,y,z,t)$ - temperatura,
 $Q(x,y,z,t)$ - składowe przepływu ciepła wewnętrznego,
 ρ - gęstość,
 C - ciepło właściwe,
 t - czas.

Model będzie skompletowany poprzez rozwinięcie przepływu ciepła Fouriera:

$$\begin{aligned}
 R_x &= -k_x \frac{\partial T}{\partial x}, \\
 R_y &= -k_y \frac{\partial T}{\partial y}, \\
 R_z &= -k_z \frac{\partial T}{\partial z},
 \end{aligned}
 \tag{2.153}$$

gdzie:

k_x, k_y, k_z - składowe przewodności cieplnej w kierunku x, y, z , odpowiednio.

Rozważając proces nieliniowości materiałowej, parametry k_x, k_y, k_z, ρ, C są funkcjami temperatury.

W konsekwencji dostaniemy równanie:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho C \frac{\partial T}{\partial t},
 \tag{2.154}$$

które jest równaniem różniczkowym przewodzenia ciepła w ciele stałym. Ogólne rozwiązanie jest możliwe do uzyskania poprzez zaakceptowanie warunków początkowych i warunków brzegowych, gdzie warunki początkowe:

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z),
 \tag{2.155}$$

a warunki brzegowe:

$$\left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} N_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} N_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} N_z \right) + q_s + h_c(T - T_\infty) + h_r(T - T_r) = 0,
 \tag{2.156}$$

w których:

- N_x, N_y, N_z - kosinusy kierunkowe zewnętrznych normalnych do powierzchni granicznej,
 h_c - wymiana ciepła konwekcyjna,
 h_r - współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie,
 q_s - brzegowy strumień cieplny,
 T_∞ - temperatura otoczenia,
 T_r - temperatura źródła promieniowania.

Współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie możemy określić jako:

$$h_r = \sigma \varepsilon F (T^2 + T_r^2)(T + T_r),
 \tag{2.157}$$

gdzie:

- σ - stała Stefana-Boltzmana,

ε - współczynnik emisji,
 F - współczynnik konfiguracji.

Podczas spawania materiał ulega zmianie pod wpływem temperatury. Więc temperatura przepływu może być określana poprzez metodę ekstrapolacji w dwóch interwałach czasowych:

$$T(\tau) = T(t - \Delta t) + \frac{\tau}{\Delta t} [(t - \Delta t) - T(t - 2\Delta t)]. \quad (2.158)$$

Oznaczmy g współczynnikiem zależnym od temperatury materiału, t_j funkcją $T(\tau)$, to współczynnik materiałowy, zależny od czasu t można wyrazić jako:

$$g = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t g[T(\tau)] d\tau. \quad (2.159)$$

Równania równowagi i równania konstytucyjne są wyrażone jako:

- równanie równowagi:

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0, \quad (2.160)$$

i

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \quad (2.161)$$

gdzie:

σ_{ij} - tensor naprężeń,
 b_i - siły działające na ciało,

- i równanie konstytucyjne materiału termicznego, sprężysto-plastycznego, bazujące na kryterium plastyczności Hubera i odkształceniach izotropowych, w którym relacje naprężenia-odkształcenia są następujące:

$$[d\sigma] = [D^{ep}][d\varepsilon] - [C^{th}]dT, \quad (2.162)$$

i

$$[D^{ep}] = [D^e] + [D^p], \quad (2.163)$$

gdzie:

$[D^e]$ - sprężysta macierz sztywności,
 $[D^p]$ - plastyczna macierz sztywności,
 $d\sigma$ - inkrement naprężeń,
 $d\varepsilon$ - inkrement odkształceń,
 dT - inkrement temperatury.

Teng i inni [78] zastosowali sprężysto-plastyczny, nieliniowy model termiczny, w którym wzrost naprężeń osiągnięty jest stosując metodę Newtona-Raphsona.

Teng zbadał, że większa szybkość spawania redukuje pozostające naprężenia spawalnicze, ale dodatkowo wytwarza nieznaczne izotermie, powodujące nieznaczny skurcz spoin doczołowych. Oszacował on także, że wstępne podgrzanie materiału redukuje pozostające naprężenia spawalnicze po wykonanym właściwym procesie spawania.

3. TEZY PRACY

1. Kształt i rozmieszczenie blach węzłów mocujących ciągną w konstrukcjach mają wpływ na sposób przekazywania sił i rozkłady koncentracji naprężeń w tarczowych elementach tych węzłów, zarówno w stanie sprężystym jak i sprężysto-plastycznym.
2. Możliwe jest obniżenie koncentracji naprężeń w elementach węzłów poprzez celową modyfikację kształtów blach i wycięć. Tę modyfikację można przeprowadzić metodą wyszukiwania optymalnej linii brzegu.
3. Złożone stany naprężeń w elementach tarczowych węzłów można określić za pomocą pokryć elastooptycznych a także za pomocą czujników tensometrycznych o bardzo małych bazach pomiarowych, natomiast wpływ naprężeń spawalniczych na powstawanie koncentracji prowadzących do kruchego pęknięcia można wyznaczyć numerycznie MES metodą dostrajania z warunku uplastycznienia, w zakresie analizy liniowej i nieliniowej.
4. Współczynnik intensywności koncentracji naprężeń umożliwia otrzymanie brzegu optymalnego w strefie karbu. Stosując współczynnik intensywności naprężeń możemy wykonać proces optymalizacyjny otrzymując optymalne rozkłady naprężeń.
5. Imperfekcje geometryczne mają znaczący wpływ na rozkłady naprężeń w blachach węzłów mocujących ciągną. Imperfekcje geometryczne zmieniają kierunek i wielkość naprężeń w strefie karbu.
6. W strefie ostrej nieciągłości geometrycznej mogą wystąpić koncentracje uplastycznione prowadzące do kruchego pęknięcia. Koncentracji tych należy unikać, eliminując tym samym kruche pęknięcie w blachach węzłów mocujących ciągną.

4. BADANIA TEORETYCZNE I NUMERYCZNE

4.1. Wyznaczenie brzegu optymalnego metodą gradientu. Określenie funkcji kształtu brzegu optymalnego

Powierzchnie (krzywe) o równaniu:

$$\phi(x_1, x_2, x_3) = C, \quad (4.1)$$

gdzie:

$\phi(x_1, x_2, x_3)$ - potencjał pola wektorowego,

C - stała,

są powierzchniami ekwipotencjalnymi czyli równopotencjalnymi.

Gradient funkcji w danym punkcie jest prostopadły do powierzchni ekwipotencjalnej, przechodzącej przez ten punkt. Pochodne cząstkowe rzędu pierwszego w każdym punkcie obszaru ekwipotencjalnego ϕ , równają się odpowiednio składowym skalarnym wektora F pola wektorowego.

Na podstawie równania wektorowego:

$$F = \text{grad } \phi, \quad (4.2)$$

gdzie wektor F jest gradientem funkcji skalarnej ϕ , można oszacować pochodne cząstkowe rzędu pierwszego naprężeń zredukowanych σ_{rz} funkcji brzegu badanego.

Kształt optymalnego brzegu, charakteryzującego się minimalną koncentracją naprężeń, uzyskać można za pomocą metody gradientu funkcji dla powierzchni (krzywych) równopotencjalnych.

Stosując funkcje Airy'ego należy znaleźć taki brzeg obszaru Ω (rys.4.1), aby w tym obszarze i na jego brzegach były spełnione następujące warunki:

- (1) funkcja $F(x_1, x_2)$ spełnia w obszarze równanie biharmoniczne:

$$\nabla^4 F = 0, \quad (4.3)$$

w którym ∇^4 jest operatorem biharmonicznym,

- (2) na danych brzegach: C-D, C-B, B-A, A-F, F-E spełnione są warunki funkcji F i jej pierwszych pochodnych cząstkowych:

$$\begin{aligned} F &= G_1(s), \\ F_{,1} &= G_2(s), \\ F_{,2} &= G_2(s), \end{aligned} \quad (4.4)$$

- (3) na poszukiwanym brzegu D-E, F jest funkcją liniową współrzędnych kartezjańskich brzegu, a jej pochodne cząstkowe mają stałe wartości:

$$\begin{aligned} F &= C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3, \\ F_{,1} &= C_1, \\ F_{,2} &= C_2, \end{aligned} \quad (4.5)$$

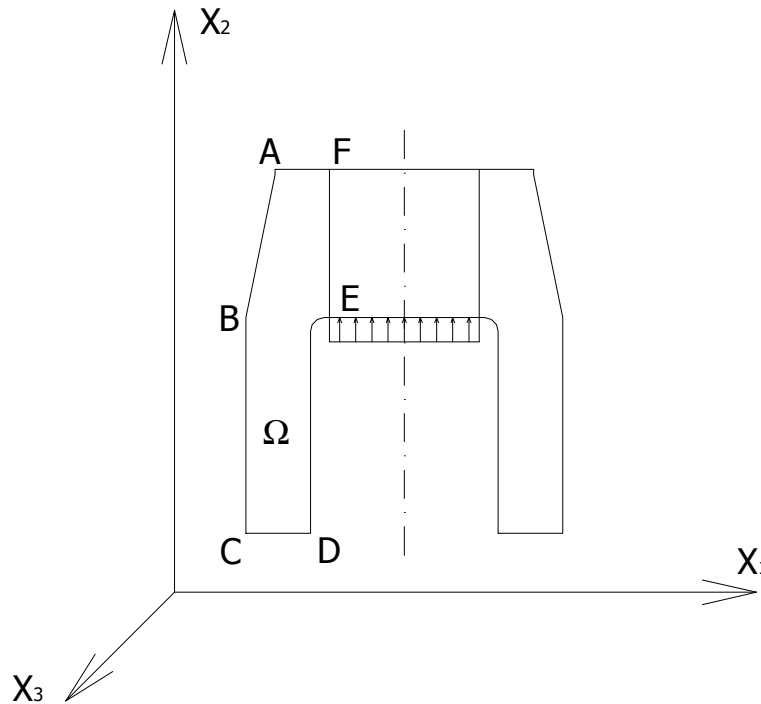
- (4) na poszukiwanym brzegu D-E jest spełniony warunek:

$$\nabla^2 F = C, \quad (4.6)$$

w którym ∇^2 to operator Laplace'a wynoszący:

$$\nabla^2 F = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \quad (4.7)$$

w obszarze dwuwymiarowym [41].



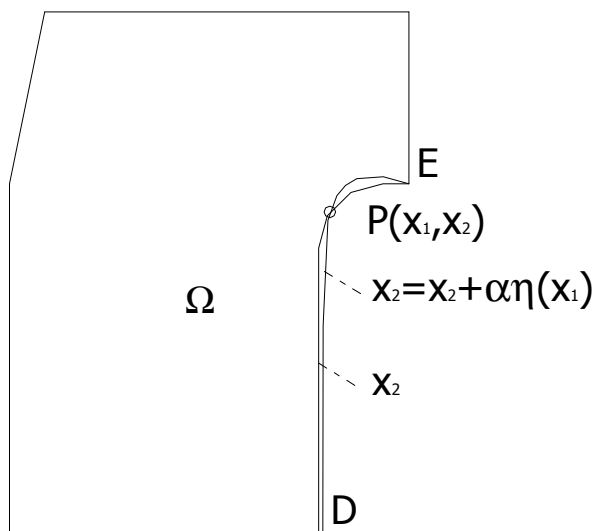
Rys.4.1. Obliczeniowy model węzła

Warunek (1) zastępuje równania równowagi i ciągłości odkształceń w obszarze. Warunki (2) i (3) wynikają z całkowania naprężeń wzdłuż brzegów obszaru. A warunek (4) jest warunkiem kształtowania.

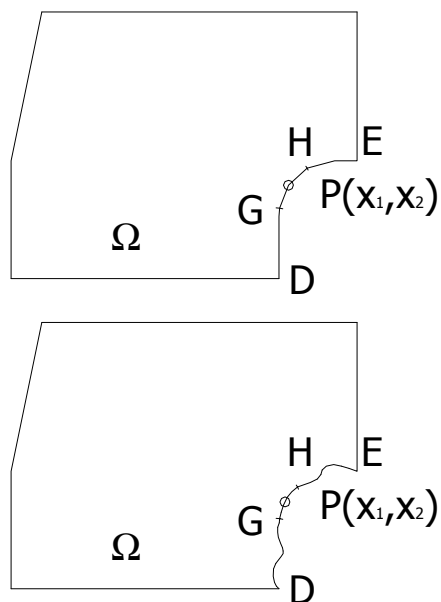
Głównym zadaniem jest rozwiązanie zagadnienia brzegowego, równania biharmonicznego, z warunkami brzegowymi, niejednorodnymi, o nieustalonej części granicy obszaru Ω oraz wyznaczenie tej granicy z warunku narzuconego na poszukiwaną funkcję.

Należy więc oszacować wpływ granicy obszaru na rozwiązanie zagadnienia brzegowego równania biharmonicznego, a następnie wyboru takiego brzegu, który spełniałby postawiony warunek optymalizacji. Zagadnienie optymalnej linii brzegu postanowiono rozwiązać stosując metodę elementów skończonych, w zakresie nieliniowości materiałowej, w systemie I-DEAS, stosując naprężenia normalne jako dane wejściowe algorytmu. W pierwszym etapie optymalizacji, zagadnienie to postanowiono rozwiązać nie biorąc pod uwagę wpływu pozostających naprężeń spawalniczych, które wymagałoby rozszerzenia algorytmu o wpływy termiczne lub zmiany metody poszukiwań brzegu. Biorąc pod uwagę, np. wstępne wyżarzanie modelu można pominąć wpływ pozostających naprężeń spawalniczych w analizie analitycznej i numerycznej. Wyniki postanowiono potwierdzić badaniami eksperymentalnymi, metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej, tensometrycznie oraz dodatkowo zbadać rozkłady naprężeń numerycznie w systemie LUSAS, uwzględniając wpływ pozostających naprężeń spawalniczych metodą dostrajania.

Zagadnienie zmiany naprężenia brzegowego, przy zmianie funkcji brzegu na odcinku D-E (rys.4.2) rozwiązać można, zakładając stałość pozostałych brzegów: C-D, C-B, B-A, A-F, F-E i obciążeń na nich działających.



Rys.4.2. Zmiana naprężeń brzegowych przy zmianie funkcji brzegu



Rys.4.3. Otoczenie wpływu punktu brzegowego

W celu określenia zmiany naprężenia brzegowego przy zmianie funkcji brzegu, skorzystano z twierdzenia o bliskości zasięgu zmian odkształceń [41], [56]. Twierdzenie to nazwane zostało przez Heywooda w „Designing by photoelasticity”, jako:

„Pole naprężeń zmienia się tylko lokalnie przez lokalne nieregularności w kształcie ciała i lokalny rozkład działających sił”.

Bliskość zasięgu zmian pola naprężeń przez lokalną zmianę kształtu ciała została potwierdzona przez Neubera a druga część twierdzenia jest odmianą twierdzenia St. Venanta. Dowód twierdzenia o bliskości zasięgu zmian odkształceń przez wprowadzenie elementu ΔV został podany przez Wasiutyńskiego [56].

W celu przemieszczenia punktu o daną wielkość posłużymy się definicją otoczenia wpływu punktu należącego do brzegu ciała:

„Otoczeniem wpływu danego punktu będziemy nazywać taki przedział linii brzegu G-H (rys.4.3), w którym koncentrator naprężenia w postaci karbu wprowadza zmiany danego rzędu wielkości, o określonym kształcie, powodując w tym punkcie zmianę naprężenia tego samego rzędu”.

Wielkość otoczenia wpływu zależy od kształtu geometrycznego karbu i będzie się zwiększała wraz z wymiarem karbu. Natomiast średnica wymiaru karbu określa obszar dopuszczalnej zmienności brzegu.

Zagadnienie sprowadzimy do rozważań zmiany naprężenia brzegowego, przy zmianie funkcji brzegu o ustalonych końcach D-E, posługując się współrzędnymi kartezjańskimi: x_1 i x_2 .

Opisując brzeg badany równaniem:

$$x_2^0 = x_2^0(x_1), \quad (4.8)$$

rozpatrując wariacje brzegu o postaci:

$$x_2^\alpha = x_2^\alpha + \alpha\eta(x_1), \quad (4.9)$$

w której α oznacza mały parametr, gdzie funkcja:

$$\eta(x_1) = 0, \quad (4.10)$$

na końcach przedziału D-E.

Rozważając punkt $P(x_1, x_2)$, rys.4.2, należący do wszystkich krzywych rozpatrywanej rodziny brzegów, wartość naprężenia brzegowego w tym punkcie będzie różna, w zależności od charakteru krzywej brzegowej. Wielkość tego naprężenia można wyrazić jako funkcje współrzędnych punktu $P(x_1, x_2)$ i pochodnych funkcji brzegu, aż do rzędu r włącznie:

$$\sigma^\alpha = f[x_1, x_2, x_{2,1}^\alpha, x_{2,11}^\alpha, \dots, x_{2,1\dots1}^k, \dots, x_{2,1\dots1}^r], \quad (4.11)$$

gdzie:

f - funkcja ciągła $r+2$ zmiennych,

i:

$$r > k.$$

Rozważając dwie bliskie krzywe x_2^0 i x_2^1 , odpowiadające parametrom $\alpha=0$ i $\alpha=1$, gdzie linie te mają wspólny punkt, o współrzędnych x_i^p , rozwijając szereg Taylora dla obu brzegów x_2^0 i x_2^1 w otoczeniu tego punktu x_i^p otrzymamy:

$$\begin{aligned}
x_2^0(x_1) &= x_2^p(x_1^p) + x_{2,1}^0(x_1 - x_1^p) + \frac{x_{2,11}^0}{2}(x_1 - x_1^p)^2 + \dots + \frac{x_{2,11\dots 1}^0}{k!}(x_1 - x_1^p)^k \\
&+ \dots + \frac{x_{2,11\dots 1}^0}{k!}(x_1 - x_1^p)^r, \\
x_2^1(x_1) &= x_2^p(x_1^p) + x_{2,1}^1(x_1 - x_1^p) + \frac{x_{2,11}^1}{2}(x_1 - x_1^p)^2 + \dots + \frac{x_{2,11\dots 1}^1}{k!}(x_1 - x_1^p)^k \\
&+ \dots + \frac{x_{2,11\dots 1}^1}{r!}(x_1 - x_1^p)^r,
\end{aligned} \tag{4.12}$$

A brzegom tym w punkcie x_1^p będą odpowiadać naprężenia σ_b^0 i σ_b^1 wyznaczone ze wzoru:

$$\begin{aligned}
\sigma_b^0 &= f(x_1^p, x_2^p, x_{2,1}^0, x_{2,11}^0, \dots, x_{2,11\dots 1}^0, \dots, x_{2,11\dots 1}^0), \\
\sigma_b^1 &= f(x_1^p, x_2^p, x_{2,1}^1, x_{2,11}^1, \dots, x_{2,11\dots 1}^1, \dots, x_{2,11\dots 1}^1),
\end{aligned} \tag{4.13}$$

przyjmując krzywe za identyczne w otoczeniu wpływu punktu x_1^p . Z założenia identyczności brzegów w strefie wpływu punktu p o współrzędnych x_1^p, x_2^p wynika równość naprężeń brzegowych w tym punkcie:

$$\sigma_b^1 = \sigma_b^0. \tag{4.14}$$

Ponieważ pochodne tych krzywych względem ich współrzędnych od rzędu k do r są różne, zatem wnioskujemy, że naprężenie brzegowe zależy od pochodnych tylko do rzędu k włącznie, gdzie k jest takie, że krzywe można przyjąć za identyczne w otoczeniu wpływu danego punktu (naprężenia będą identyczne):

$$\sigma_b = f(x_1, x_2, x_{2,1}, x_{2,11}, \dots, x_{2,11\dots 1}^k). \tag{4.15}$$

Liczba k jest większą liczbą naturalną, gdy dopuszczamy zmiany brzegu w dużym otoczeniu pewnej krzywej. Jeśli rozpatrujemy bezpośrednio otoczenie danej krzywej, to k jest małą liczbą naturalną i nie zależy od wielkości obszaru.

W krzywych brzegowych, przy których strefie wpływu odpowiada styczność drugiego rzędu, można rozpatrywać naprężenia brzegowe jako funkcje tylko: $x_1, x_2, x_{2,1}, x_{2,11}$:

$$\sigma_b = f(x_1, x_2, x_{2,1}, x_{2,11}). \tag{4.16}$$

Założmy dodatkowo, że zmianę naprężenia brzegowego na krzywych gładkich i w bezpośrednim otoczeniu danej krzywej, o małych dopuszczalnych zmianach brzegu, to można rozpatrywać naprężenia brzegowe jako funkcje współrzędnych kartezjańskich:

$$\sigma_b = f(x_1, x_2). \tag{4.17}$$

Przybliżoną wartość gradientu naprężenia brzegowego generowanego przez zmianę funkcji brzegu wyznaczono z pola skalarnego, zależnego tylko od współrzędnych x_1 i x_2 .

Można poprawić kształt brzegu, opierając się na następujących wnioskach:

- konstruowanie funkcji naprężenia brzegowego, występującego przy zmianach brzegu w dopuszczalnym obszarze zmienności, daje się sprowadzić do pola skalarnego zależnego od skończonej liczby zmiennych niezależnych,
- rząd zmiennych niezależnych przy konstruowaniu pola naprężenia brzegowego w przypadku małych obszarów dopuszczalnej zmienności i dostatecznie regularnej klasy brzegów, może być tak niski, że pole to może być rozpatrywane jako zależne tylko od współrzędnych kartezjańskich.

Wielkość gradientu pola naprężenia brzegowego wynosi:

$$\text{grad}\sigma_{rz} = \sigma_{rz,1}i + \sigma_{rz,2}j, \quad (4.18)$$

gdzie:

$$\sigma_{b,1} = \frac{\partial\sigma_{rz}^i}{\partial x_1^i} = \frac{\Delta\sigma_{rz}^i}{\Delta x_1^i}, \quad (4.19)$$

$$\sigma_{b,2} = \frac{\partial\sigma_{rz}^i}{\partial x_2^i} = \frac{\Delta\sigma_{rz}^i}{\Delta x_2^i},$$

$$\text{grad} = (\sigma_{b,1}, \sigma_{b,2}). \quad (4.20)$$

Z teorii pola wiadomo, że:

$$d\sigma_{rz}^i = \text{grad}\sigma_{rz}^i dr, \quad (4.21)$$

$$dr = eds. \quad (4.22)$$

Jeżeli „e” jest jednostkowym wektorem gradientu, to przyrost pola naprężenia wzdłuż jego linii o długości różniczkowej ds wyniesie:

$$d\sigma_{rz}^i = \|\text{grad}\sigma_{rz}^i\| ds. \quad (4.23)$$

Przy małych zmianach brzegu, różniczki występujące we wzorze powyższym można wyrazić przez skończone przyrosty:

$$ds = \delta, \quad (4.24)$$

$$d\sigma_{rz}^i = \sigma_s - \sigma_{rz}^i. \quad (4.25)$$

Podstawiając wzory powyższe, otrzymano wzór na przesunięcie brzegu:

$$\delta = ds = \frac{\sigma_s - \sigma_{rz}^i}{\|\text{grad}\sigma_{rz}^i\|}. \quad (4.26)$$

Oznaczając współrzędne punktu, w którym kształt ma być skorygowany, przez x_1, x_2 a współrzędne tego punktu po poprawieniu przez X_1 i X_2 , dostaniemy:

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 + \Delta x_1, \\ X_2 &= x_2 + \Delta x_2, \end{aligned} \quad (4.27)$$

gdzie przyrosty współrzędnych kartezjańskich obliczono z zależności:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \delta \cos \alpha, \\ \Delta x_2 &= \delta \cos \beta, \end{aligned} \quad (4.28)$$

w których:

$\cos \alpha$, $\cos \beta$ - kosinusy kierunkowe gradientu pola naprężenia brzegowego:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\sigma_{b,1}}{\sqrt{\sigma_{b,1}^2 + \sigma_{b,2}^2}}, \\ \cos \beta &= \frac{\sigma_{b,2}}{\sqrt{\sigma_{b,1}^2 + \sigma_{b,2}^2}}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Współrzędne brzegu poprawione o wstępnych współrzędnych x_1 , x_2 można przesunąć o $\Delta x_{1,i}$, $\Delta x_{2,i}$:

$$\begin{aligned} \Delta x_{1,i} &= \delta \cos \alpha = \frac{\sigma_s - \sigma_{rz}^i}{\|\text{grad} \sigma_{rz}^i\|} \frac{\sigma_{b,1}}{\sqrt{\sigma_{b,1}^2 + \sigma_{b,2}^2}}, \\ \Delta x_{2,i} &= \delta \cos \beta = \frac{\sigma_s - \sigma_{rz}^i}{\|\text{grad} \sigma_{rz}^i\|} \frac{\sigma_{b,2}}{\sqrt{\sigma_{b,1}^2 + \sigma_{b,2}^2}}, \end{aligned} \quad (4.30)$$

gdzie współrzędne te są wyrażone przez normę euklidesową gradientu krzywej. Współrzędne modelu do kolejnego etapu optymalizacji wynoszą:

$$\begin{aligned} X'_{1,i} &= x_{1,i} + \Delta x_{1,i}, \\ X'_{2,i} &= x_{2,i} + \Delta x_{2,i}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

gdzie:

- σ_s - wartość naprężeń szukana,
- σ_{rz}^i - naprężenia brzegowe w badanym modelu o krzywej „i”,
- $\sigma_{b,1}$ i $\sigma_{b,2}$ - pochodne cząstkowe rzędu pierwszego.

Przedmiotem badań jest brzeg D-E o obszarze Ω blachy węzła (rys.4.1), wyciętego z konstrukcji i zmodyfikowanego zakotwienia sztywnego, mostu podwieszanego Utsjoki w Finlandii [43]. Za kryterium optymalności przyjęto warunek wyrównania naprężenia brzegowego.

Postanowiono poszukać takiego kształtu modelu, aby krzywizna odcinka D-E charakteryzowała się stałym na całej długości współczynnikiem koncentracji intensywności naprężeń, eliminując tym samym minima i maksima lokalne. Przybliżoną wartość gradientu naprężenia brzegowego uzyskano przez zmianę funkcji brzegu, zależnej od współrzędnych

$X_{1,i}'$, $X_{2,i}'$. Założono niezmiennosc kształtów pozostałych brzegów i sił działających, we wszystkich etapach.

Sformułowano autorski algorytm, pozwalający na analizę konstrukcji stalowych, w przestrzennym stanie naprężenia. W celu zbadania kształtu krzywizny brzegu D-E, posłużono się płaskim stanem naprężenia, w płaszczyźnie x_1, x_2 , stosując powierzchnie (rys.4.1).

Błachy węzłowe o grubości 20 mm, ze stali S355, zamodelowano w postaci powierzchni w systemie I-DEAS (rys.4.4) a następnie podzielono na elementy skończone, trójkątne sześciowęzłowe typu SHELL-2D i obliczono (rys.4.5, 4.6, 4.7), uzyskując naprężenia zredukowane według HMM na brzegu badanym D-E, pierwszego modelu podstawowego:

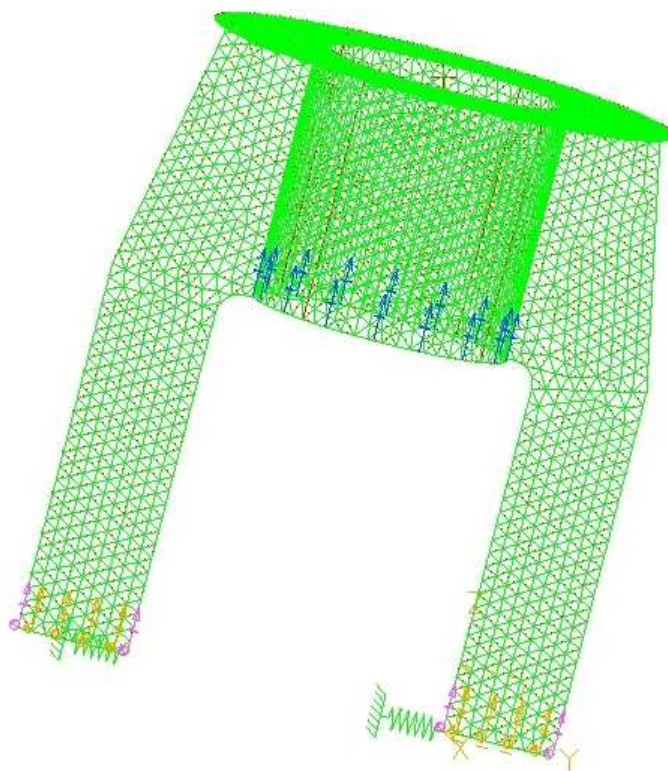
$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2)}, \quad (4.32)$$

gdzie:

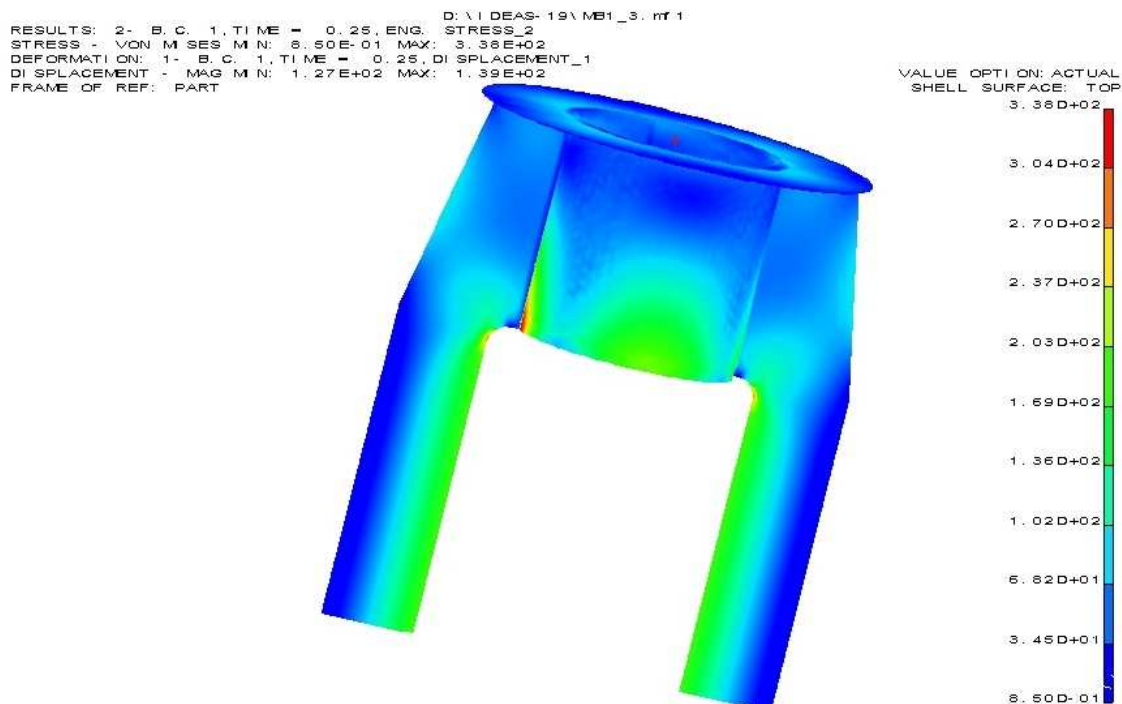
$$\sigma_{red} - \sigma_p = 0. \quad (4.33)$$

Jeśli różnica ta jest mniejsza od zera, to mamy stan sprężysty, a jeśli różnica jest równa zero to następuje uplastycznienie.

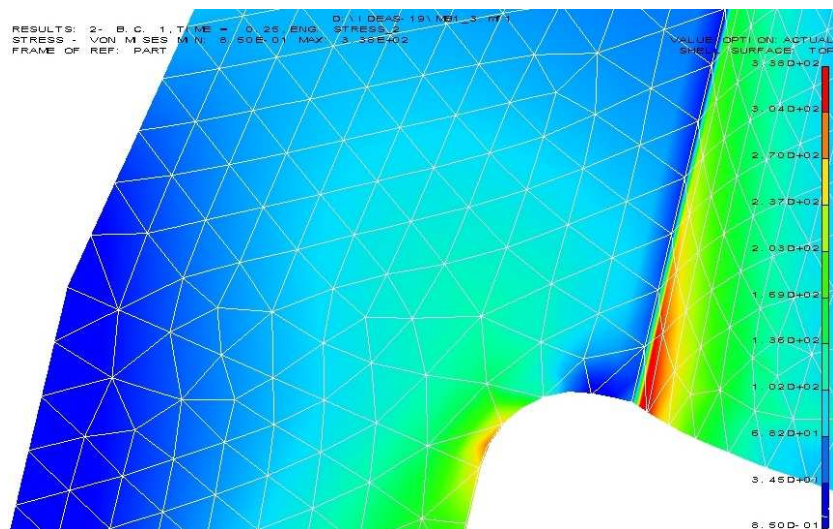
Siła obciążająca modele była stała, wynosząca 400 kN. Numeryczną analizę wytrzymałościową wykonano, stosując nieliniowość materiałową o parametrach stali, uzyskanych na podstawie badań próbek stalowych. Krzywizna brzegu badanego D-E modelu pierwszego to fragment okręgu (rys.4.4). Rozkład naprężeń modelu pierwszego przedstawiono na rys.4.5 a rozkłady w strefie karbu krzywiej D-E na rys.4.6 i 4.7.



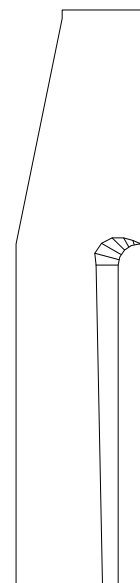
Rys.4.4. Numeryczny model elementów skończonych M1



Rys.4.5. Analiza nieliniowa modelu M1, rozkłady naprężeń wg HMH



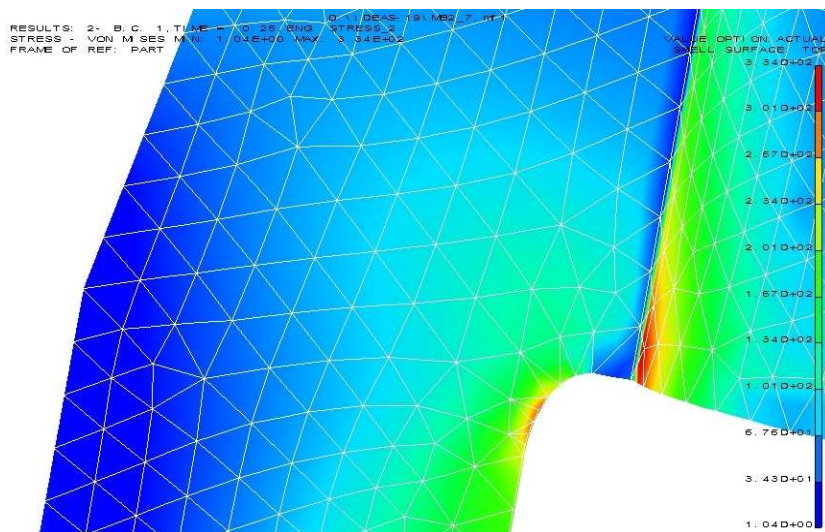
Rys.4.6. Naprężenia HMH modelu M1 w strefie krzywizny D-E



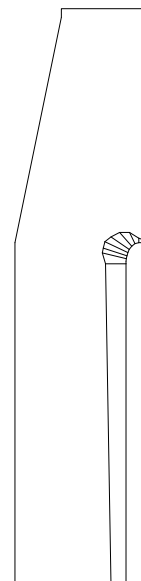
Rys.4.7. Rozkłady naprężeń na brzegu badanym modelu M1

Na wykresie naprężeń brzegowych, przedstawionym na rys.4.7, widzimy wyraźne maksimum lokalne, występujące w obszarze przejścia krzywizny brzegu D-E w prostą.

W celu uzyskania różnic naprężeń brzegowych $\Delta\sigma$ oraz współrzędnych Δx_1 , Δx_2 , założono drugi brzeg podstawowy. Według Owczarka [56], naprężenie dookoła otworu w kształcie elipsy jest stałe, jeżeli stosunek osi elipsy jest równy stosunkowi stałych naprężeń, na wzajemnie prostopadłych krawędziach. Jako krzywiznę brzegu D-E drugiego modelu podstawowego, przyjęto fragment elipsy (rys.4.8), o rozkładzie naprężeń przedstawionym na rys.4.8 i rys.4.9.



Rys.4.8. Naprężenia HMH modelu M2 w strefie krzywizny D-E

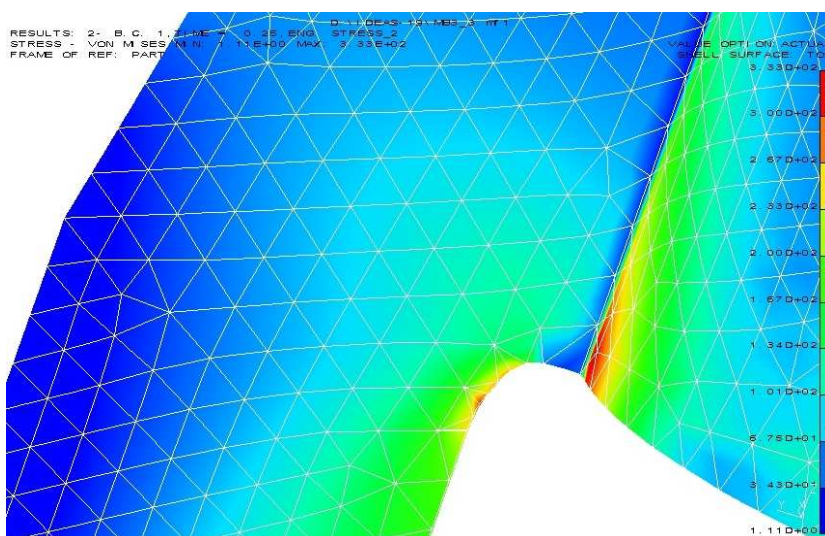


Rys.4.9. Rozkłady naprężeń na brzegu badanym modelu M2

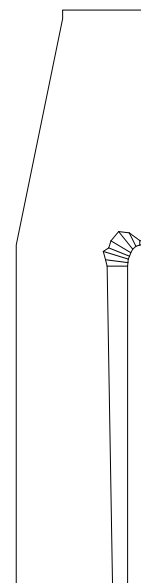
Metodą kolejnego ulepszania kształtu modelu, opartą na dodawaniu materiału w punktach, w których naprężenia są większe od nominalnego i odejmowania w punktach o naprężeniach mniejszych, założono brzeg D-E modelu trzeciego.

Podstawą wyznaczenia kształtu brzegu ulepszanego jest określenie naprężenia szukanego σ_s . W celu uzyskania kształtu brzegu modelu trzeciego, naprężenie szukane σ_s określono jako procentowe obniżenie naprężenia brzegowego modelu drugiego, zważając jednak na bliskość zasięgu zmian pola naprężeń, przez lokalną zmianę kształtu [41] (σ_s przyjęto 95% σ_2). W ten sposób uzyskano współrzędne modelu trzeciego (rys.4.10).

Naprężenia na krawędzi i wewnątrz obszaru Ω nie przebiegają równoległe do brzegu badanego (rys.4.11). Występujące ekstremum lokalne jest potwierdzeniem na zależność od współrzędnych kartezjańskich brzegu [3].

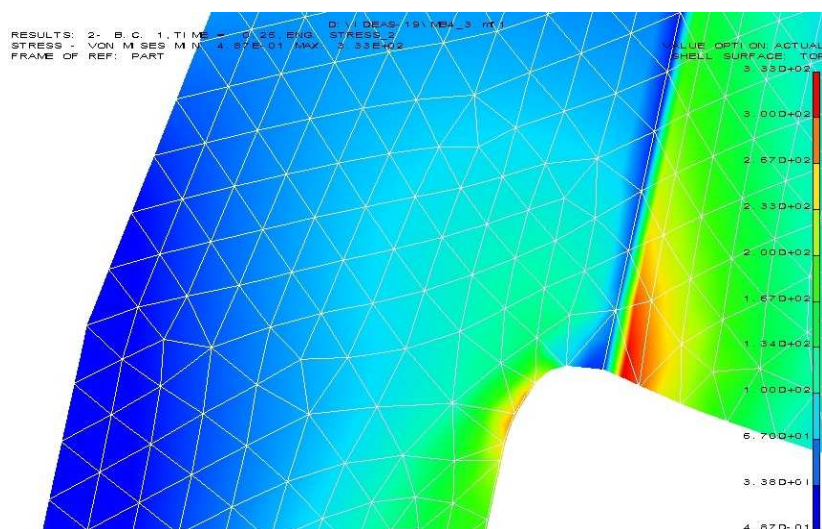


Rys.4.10. Naprężenia HMH modelu M3 w strefie krzywizny D-E

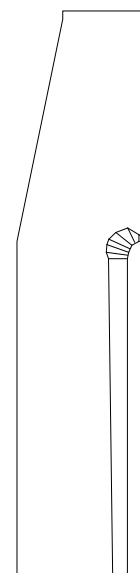


Rys.4.11. Rozkłady naprężeń na brzegu badanym modelu M3

Za podstawę wyznaczenia kształtu brzegu optymalnego modelu czwartego, przyjęto σ_s jako zależne od wartości współczynnika intensywności koncentracji naprężeń. Na podstawie algorytmu zaproponowano nowy model brzegu poprawionego (rys.4.12). W ten sposób otrzymano wyrównanie naprężeń brzegowych jak przedstawiono na rys.4.13. Nieznaczne zaburzenie lokalne wystąpiło w strefie wyokrąglenia, gdzie nastąpił znaczny przyrost materiału, konieczny w zakotwieniach, ze względu na konieczność mocowania bloku oporowego.



Rys.4.12. Naprężenia HMH modelu M4 w strefie krzywizny D-E

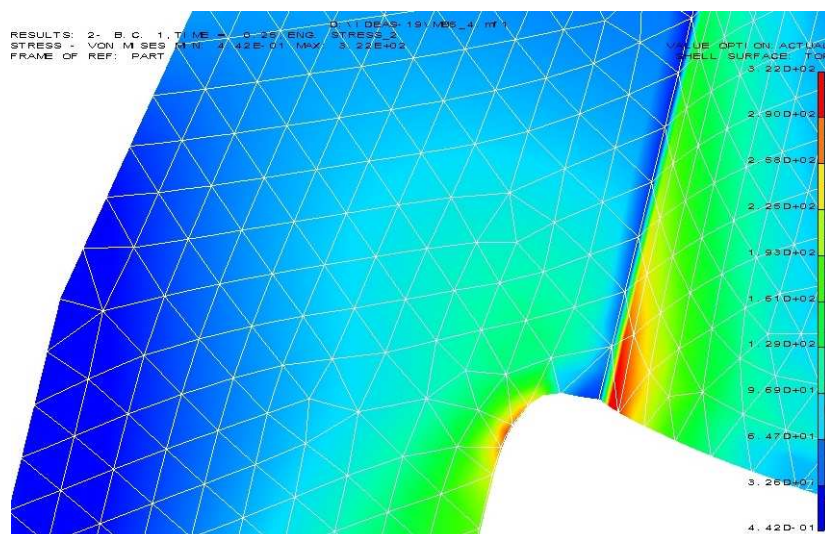


Rys.4.13. Rozkłady naprężeń na brzegu badanym modelu M4

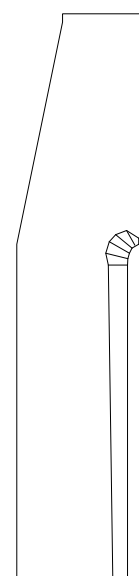
Na podstawie poprzednich wniosków przyjęto współrzędne funkcji krzywej brzegu modelu ostatniego, rys.4.14, przedstawione w postaci wielomianu trzeciego stopnia:

$$f(x) = 0,0328631 + 1,78874x + 0,261355x^2 + 0,00925504x^3 \quad (4.34)$$

W ten sposób uzyskano najlepsze wyrównanie naprężeń brzegowych, rys.4.15



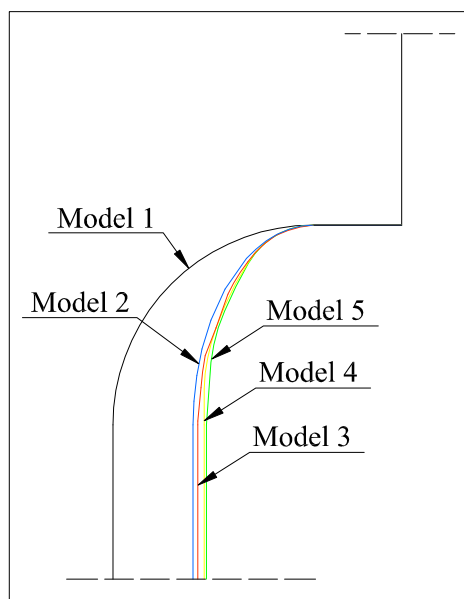
Rys.4.14. Naprężenia HMH modelu M5 w strefie krzywizny D-E



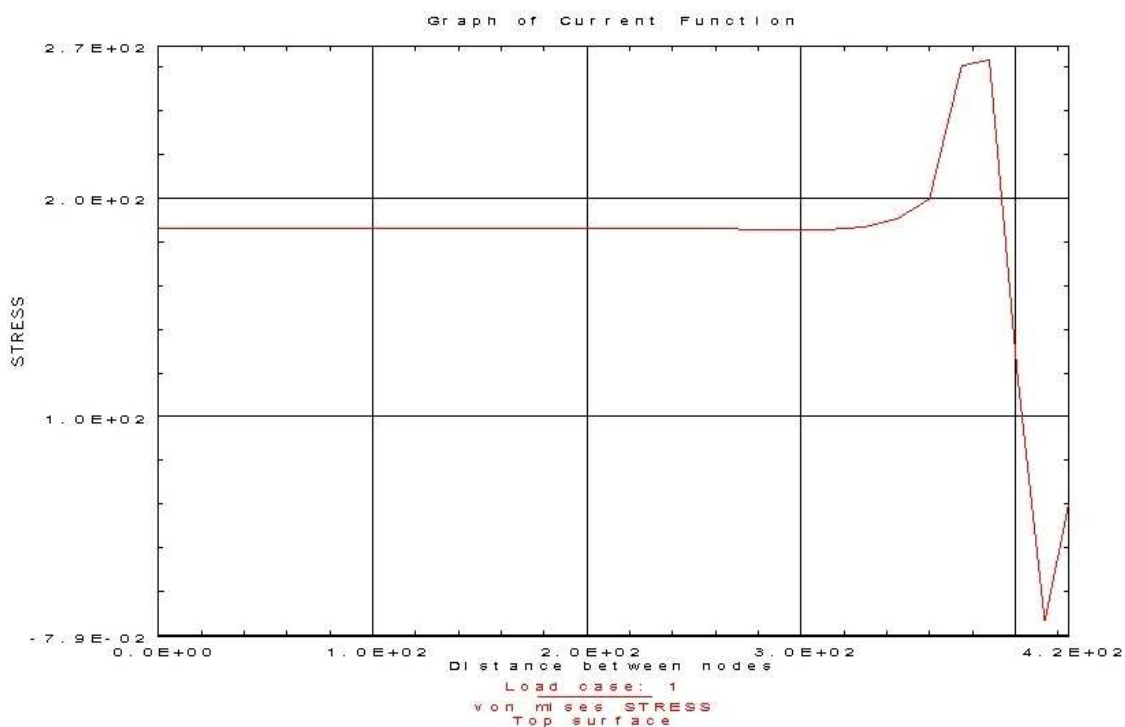
Rys.4.15. Rozkłady naprężeń na brzegu badanym modelu M5

Na rys.4.16 przedstawiono zmianę brzegu badanego D-E w poszczególnych etapach optymalizacji. Proces poprawy brzegu powtarzano pięciokrotnie. Najlepsze wyrównanie naprężeń wzdłuż całej optymalizowanej krzywej brzegu osiągnięto w etapie ostatnim, wyrównując σ_s do współczynnika koncentracji intensywności naprężeń, niezmiennego na całej długości krzywizny brzegu D-E.

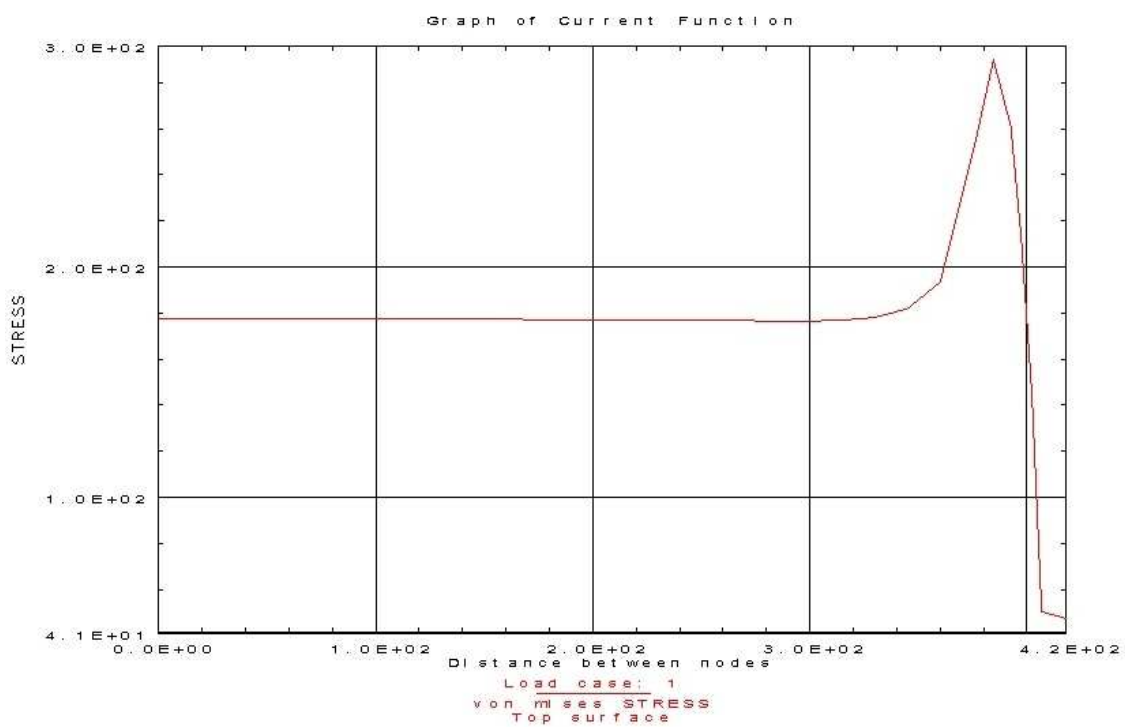
Za pomocą metody gradientu funkcji krzywej, możemy uzyskać idealne wyrównanie naprężeń, poprawiając brzeg blachy węzłowej, natomiast nie obniżymy rzędu naprężeń, szczególnie w modelach obciążonych dużymi siłami, które muszą być przenoszone, co jest przyczyną powstawania stref uplastycznionych i pęknięć.



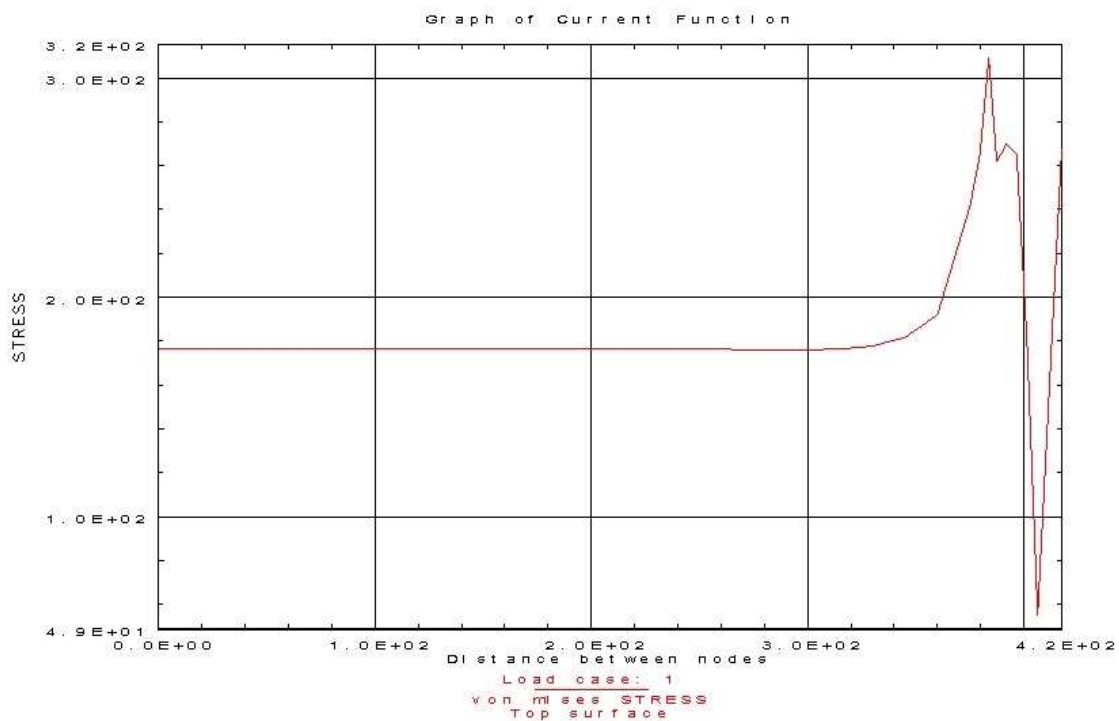
Rys.4.16. Modele obliczeniowe w poszczególnych etapach optymalizacji



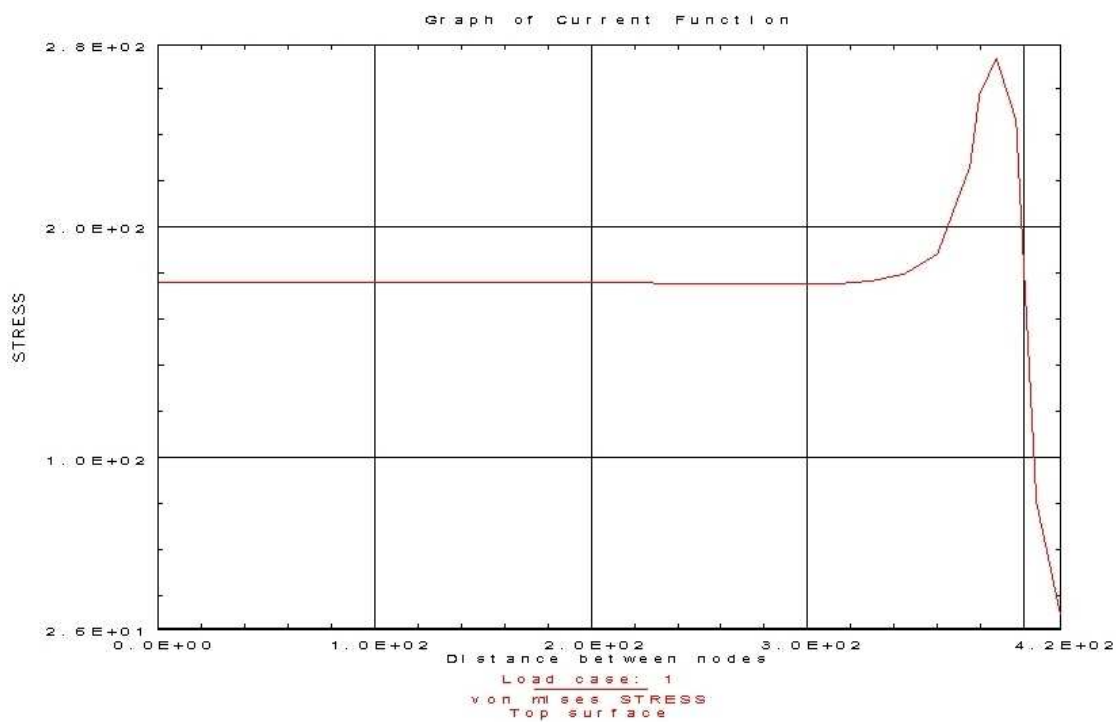
Rys.4.17. Rozkład naprężeń wg HMH na brzegu D-E modelu M1 uzyskane w systemie I-DEAS



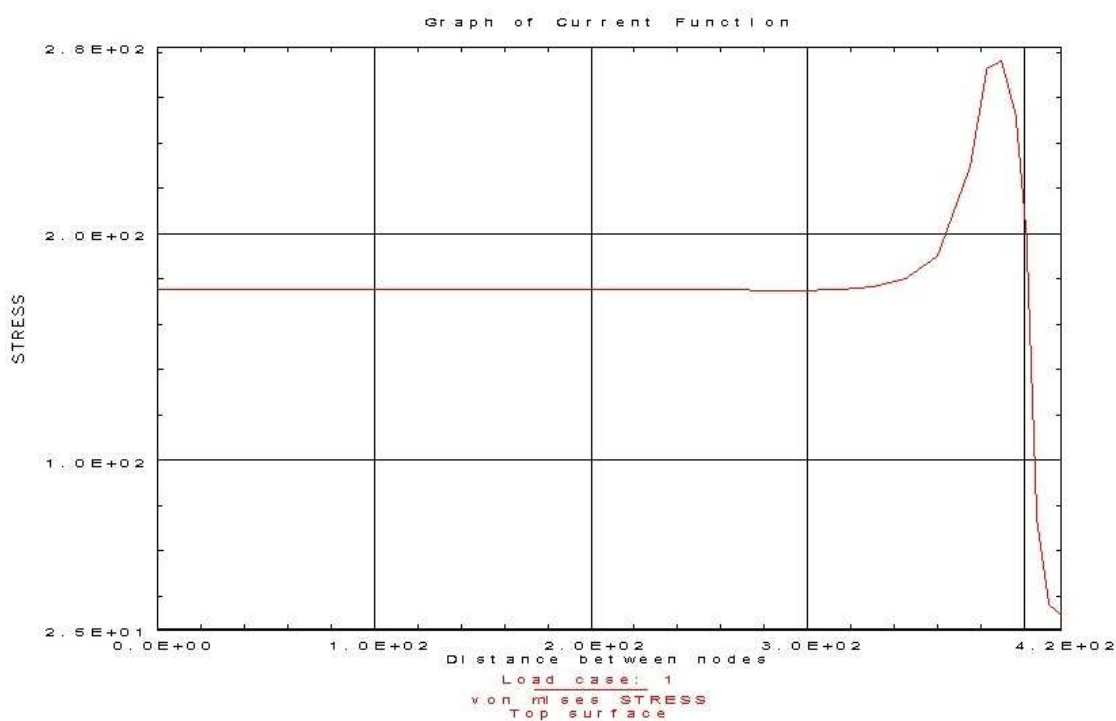
Rys.4.18. Rozkład naprężeń wg HMM na brzegu D-E modelu M2
uzyskane w systemie I-DEAS



Rys.4.19. Rozkład naprężeń wg HMM na brzegu D-E modelu M3
uzyskane w systemie I-DEAS



Rys.4.20. Rozkład naprężeń wg HMM na brzegu D-E modelu M4 uzyskane w systemie I-DEAS



Rys.4.21. Rozkład naprężeń wg HMM na brzegu D-E modelu M5 uzyskane w systemie I-DEAS

Na rys.4.17÷4.21 przedstawiono rozkłady naprężeń wg HMM, wzdłuż brzegu badanego D-E wszystkich modeli, w poszczególnych etapach optymalizacji, uzyskane w systemie I-DEAS, stosując metodę elementów skończonych.

4.2. Wpływ naprężeń spawalniczych i tnących na rozkłady naprężeń normalnych w węzłach

Nawiązując do prawa Fouriera, równanie przewodzenia ciepła problemu chwilowego, z przejściem fazowym z ciepłem przemiany fazowej, może zostać osiągnięte, stosując zachowanie energii w prostokątnym układzie współrzędnych. Równanie może zostać zapisane jako:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) + q_v = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (4.35)$$

gdzie:

- λ - przewodność cieplna,
- T - temperatura części chłodzonej,
- q_v - ciepło przemiany fazowej,
- ρ - gęstość materiału,
- c_p - stałe ciśnienie ciepła właściwego,
- t - czas.

Warunkiem początkowym jest temperatura początkowa części chłodzonej. Jest to punkt startowy obliczeń. Warunki początkowe zatem w czasie $t=0$ mogą zostać opisane jako:

$$T|_{t=0} = T_0(x_1, x_2, x_3), \quad (4.36)$$

gdzie:

$T_0(x_1, x_2, x_3)$ - funkcje temperatury początkowej.

Warunkami brzegowymi są zmiany ciepła pomiędzy częścią chłodzoną a atmosferą. Warunki brzegowe części chłodzonej są warunkami trzeciego rodzaju. Jest to mix wymiany ciepła przez konwekcję a wymianą ciepła przez promieniowanie i może być zapisane jako:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = H_k (T_w - T_c) + H_s (T_w^4 - T_c^4) = H (T_w - T_c), \quad (4.37)$$

gdzie:

- n - normalna do powierzchni zewnętrznej,
- H_k - współczynnik konwekcyjny,
- H_s - współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie,
- T_w - temperatura na brzegu,
- T_c - temperatura atmosfery,
- H - całkowity współczynnik wymiany ciepła.

Zadaniem analizy MES jest odwrócenie przewodzenie ciepła, stosując zasadę Galerkinia. Chwilowe przewodzenie ciepła i cząstkowe równanie różniczkowe z procesem przemiany fazowej może zostać opisane jako:

$$\int \int_D W_l \left[\lambda \left(r \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] + q_v r - \rho c_p r \frac{\partial T}{\partial t} dx dr = 0, \quad (l=1,2,\dots,n), \quad (4.38)$$

gdzie:

- W_l - funkcja ciężaru,
- D - część podcałkowa,
- r - promień.

W ten sposób możemy uzyskać równanie:

$$\frac{\partial J^D}{\partial T_l} = \oint_r Hr W_l \frac{\partial T}{\partial n} ds - \int \int_D \left[\lambda r \left(\frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial W_l}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial W_l}{\partial r} \right) - q_v r W_l + \rho r c_p W_l \frac{\partial T}{\partial t} \right] dx dr = 0, \quad (4.39)$$

gdzie:

- \oint_r - krzywa całkowa zamkniętego obszaru.

Czworokątny element skończony może zostać zapisany jako zmieniający się format elementu skończonego:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^e}{\partial T_l} &= \int \int_e \left[\lambda r \left(\frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial W_l}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial W_l}{\partial r} \right) - q_v r W_l + \rho r c_p W_l \frac{\partial T}{\partial t} \right] dx dr - \int_{I_e} Hr W_l \frac{\partial T}{\partial n} ds = \\ &= \mathbf{K}^e \{T\}^e + \mathbf{N}^e \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}^e - \{p\}^e \end{aligned}, \quad (4.40)$$

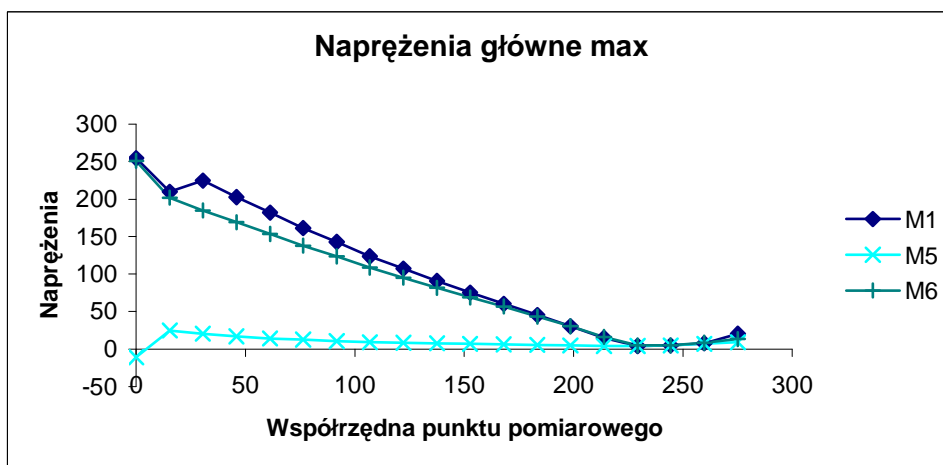
gdzie:

- n - normalna do brzegu,
- s - krzywizna brzegu,
- \mathbf{K}_e - macierz sztywności elementu skończonego,
- \mathbf{N}^e - macierz pojemności cieplnej elementu skończonego,
- $\{p\}^e$ - przejście ciepła wymiany fazowej i warunki brzegowe,
- e - liczba elementów skończonych.

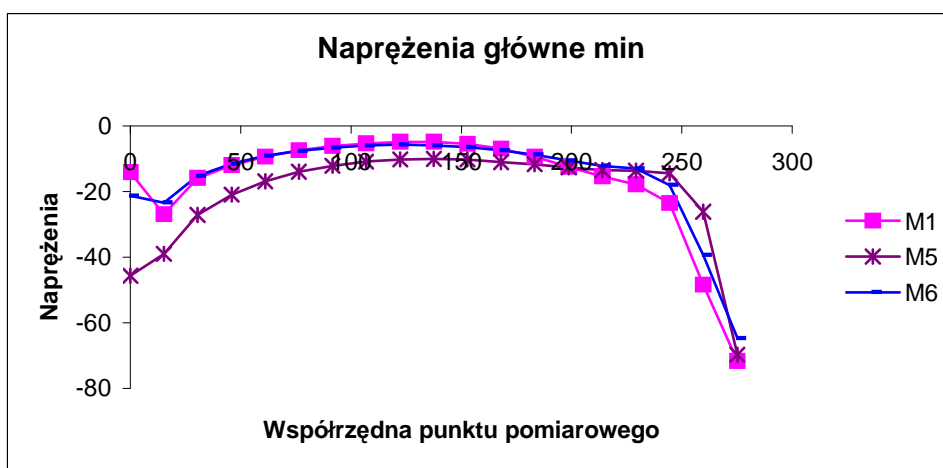
4.2.1. Rozkłady naprężeń normalnych wyznaczone w systemie I-DEAS

Modele wyznaczone metodą gradientu: M1, M5 i M6 poddano dodatkowej analizie numerycznej w systemie I-DEAS, według wcześniej określonego schematu (rys.4.1), w celu uzyskania rozkładów naprężeń normalnych i tnących w zakresie siły strukturalnej. W analizie numerycznej zastosowano nieliniowość materiałową i stopniowe obciążanie modeli siłą w czterech krokach czasowych oraz elementy skończone typu SHELL-2D, trójkątne, sześciowęgłowe, w celu dokładnego zobrazowania funkcji kształtu w strefie wyokrąglenia brzegu D-E. Zastosowano parametry materiału wynikające z badań próbek stalowych, przedstawione w p.5.2 i na rys.5.2÷5.5: E , ν , G , ϵ_{fy} , ϵ_{fu} , f_y , f_u .

Postanowiono zbadać wielkość i wpływ naprężeń tnących w poszczególnych płaszczyznach modeli badanych, na rozkłady i kierunki naprężeń normalnych. Rozkład naprężeń głównych maksymalnych i minimalnych w spoinie łączącej krawędź żebra głównego z tuleją przedstawiono na rys.4.22 i 4.23.

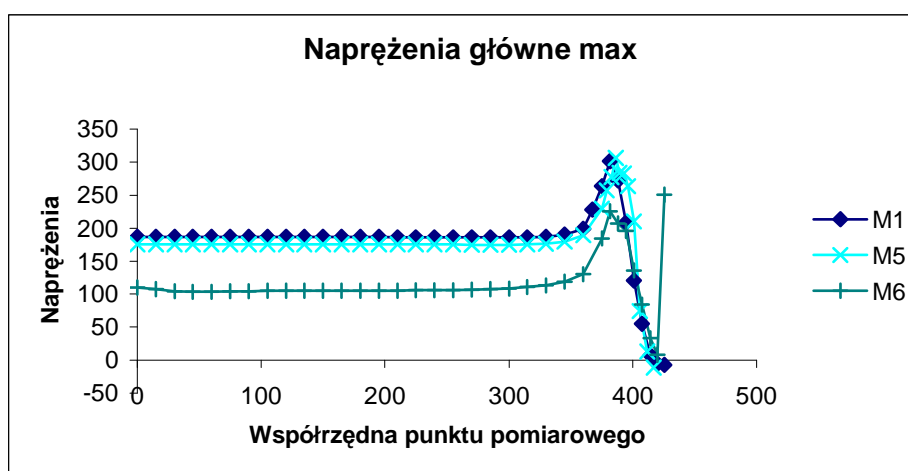


Rys.4.22. Rozkłady naprężeń głównych max na krawędzi z tuleją modelu obciążonego siłą 400 kN

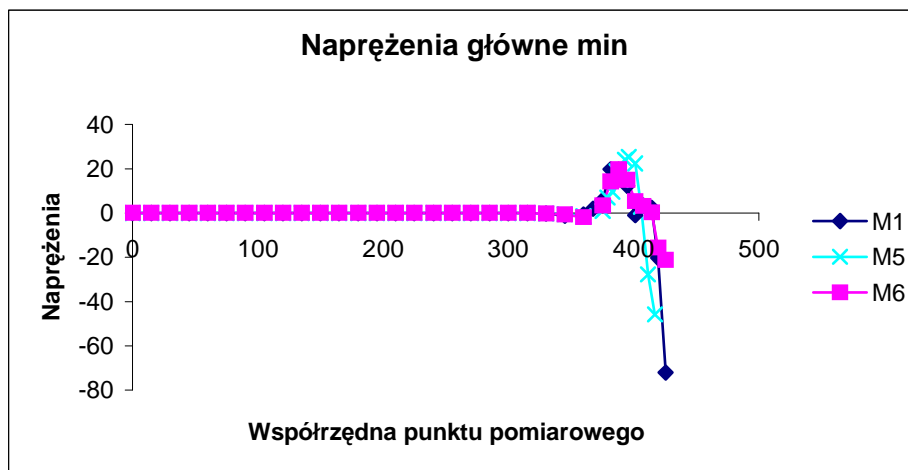


Rys.4.23. Rozkłady naprężeń głównych min na krawędzi z tuleją modelu obciążonego siłą 400 kN

Rozkłady naprężeń głównych max i min na krawędzi brzegu badanego D-E przedstawiono na rys.4.24 i 4.25.



Rys.4.24. Rozkłady naprężeń głównych max na brzegu D-E modelu obciążonego siłą 400 kN



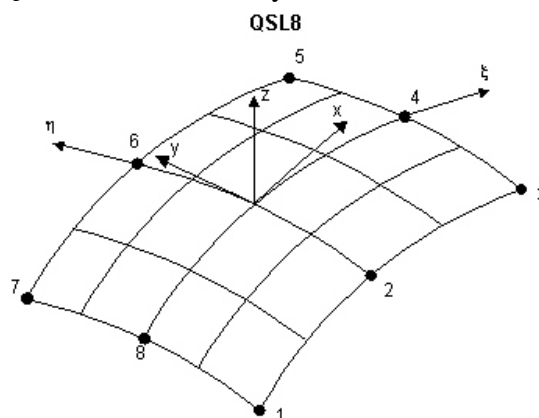
Rys.4.25. Rozkłady naprężeń głównych min na brzegu D-E modelu obciążonego siłą 400 kN

Naprężenia ścinające na krawędzi żebra głównego graniczącej z tuleją, nie wpływają znacząco na rozkłady naprężeń normalnych w modelach i wynoszą one:

- model M1: 18 MPa w płaszczyźnie żebra głównego, 4,2 MPa w płaszczyźnie prostopadłej do żebra głównego i równoległej do linii prostej brzegu badanego D-E i 13 MPa w płaszczyźnie równoległej do poziomej osi symetrii modelu,
- model M5: 26 MPa w płaszczyźnie żebra głównego, 6,1 MPa w płaszczyźnie prostopadłej do żebra głównego i równoległej do linii prostej brzegu badanego D-E i 12 MPa w płaszczyźnie równoległej do poziomej osi symetrii modelu,
- model M6: 17 MPa w płaszczyźnie żebra głównego, 3 MPa w płaszczyźnie prostopadłej do żebra głównego i równoległej do linii prostej brzegu badanego D-E i 11 MPa w płaszczyźnie równoległej do poziomej osi symetrii modelu.

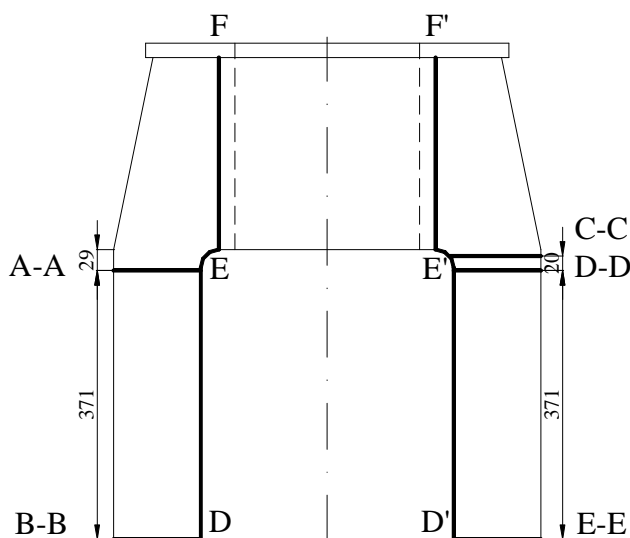
4.2.2. Rozkłady naprężeń sumarycznych wyznaczone w systemie LUSAS z uwzględnieniem nieliniowości materiałowej

Badania nośności modeli z uwzględnieniem parametrów stali przedstawionych w p.5.2 przeprowadzono w systemie Lusas Analyst 13.5-3, Finite Element Analysis [45]. Do obliczeń MES przyjęto elementy skończone typu Thin Shell, prostokątne, ośmio-węzłowe (rys.4.26). W celu skrócenia czasu obliczeń numerycznych przyjęto modele ćwiartkowe, stosując układy symetrii. Obliczenia podzielono na dwa przypadki (Loadcases). W pierwszym modelu zostały obciążone temperaturą cięcia laserowego i spawania 2000°C , zmniejszającą się do temperatury 5°C , w dziesięciu krokach czasowych.

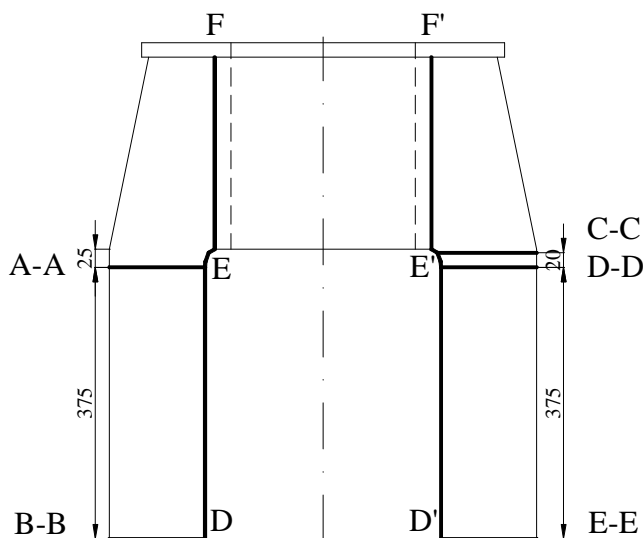


Rys.4.26. Model elementu skończonego Thin Shell QSL8

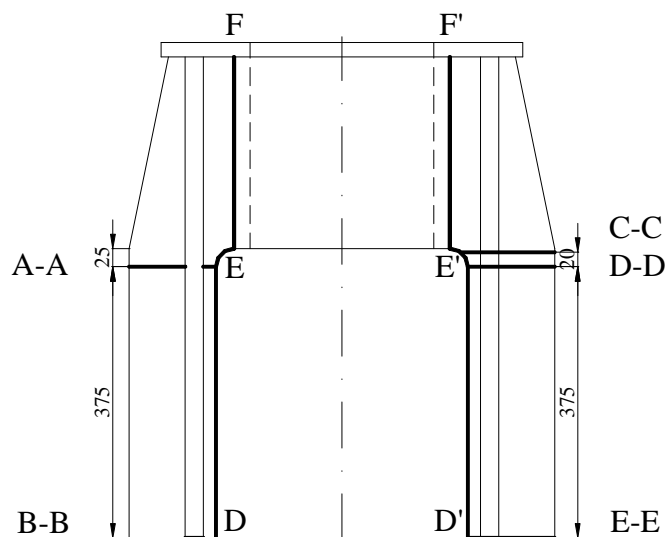
Lusas Analyst [45] nie obniża domyślnie wartości modułu Younga E i współczynnika rozszerzalności cieplnej α_t w zależności od zmieniającej się temperatury. Zatem współczynnik termiczny dla stali przyjęto $\alpha_t = 0,000012/^\circ\text{C}$ oraz pozostałe parametry: granicę plastyczności f_y , granicę wytrzymałości f_u , współczynnik Poissona ν , moduł Younga E , odkształcenia plastyczne ε_{fy} i odkształcenia odpowiednie granicy wytrzymałości ε_{fu} uzyskane na podstawie badań próbek stalowych (p.5.2). W drugim przypadku obliczeniowym, modele zostały obciążone siłą strukturalną, rozciągającą, przyłożoną do krawędzi tulei również w dziesięciu krokach czasowych. Początkowy współczynnik obciążenia wynosił 0,1 a końcowy 1,0, z aproksymowanym współczynnikiem tolerancji kroku czasowego 0,1. Analizy modeli dokonano stosując funkcję Arc-Length Calculation wg. Crisfielda [45] i warunki ograniczające krzywą plastyczną materiału (Relative displacement arc length procedure, Guide arc length solution with current stiffness, Use root with lowest residual norm). Przekroje strategiczne (rys.4.27-4.31) wyznaczono na podstawie wcześniejszych badań MES, przeprowadzonych z zastosowaniem metody gradientu w systemie I-DEAS. Postanowiono także wyznaczyć rozkłady naprężeń w modelu wzmocnionym dodatkowymi żebrami M6, modelu M7 bez wyokrągłeń oraz modelu M8 w korbach wewnątrz blach węzłowych.



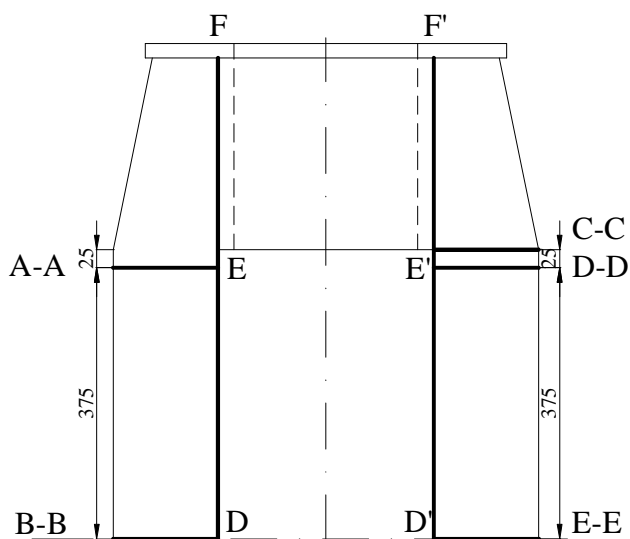
Rys.4.27. Przekroje pomiarowe modelu M1



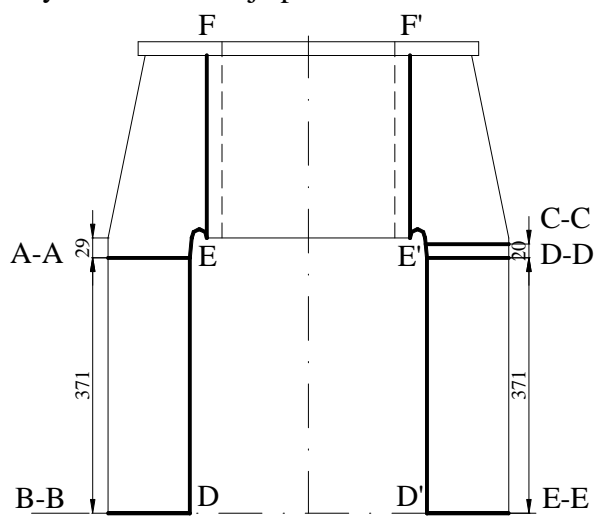
Rys.4.28. Przekroje pomiarowe modelu M5



Rys.4.29. Przekroje pomiarowe modelu M6

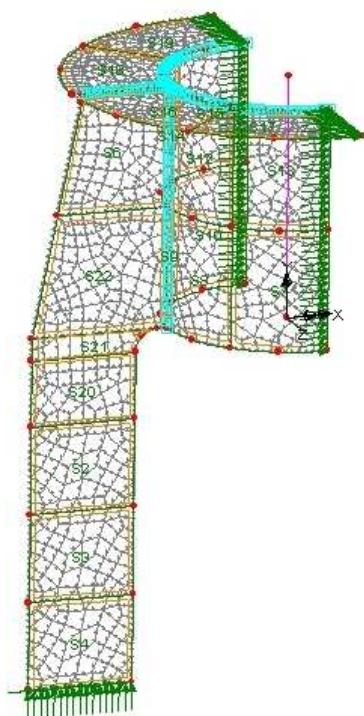


Rys.4.30. Przekroje pomiarowe modelu M7

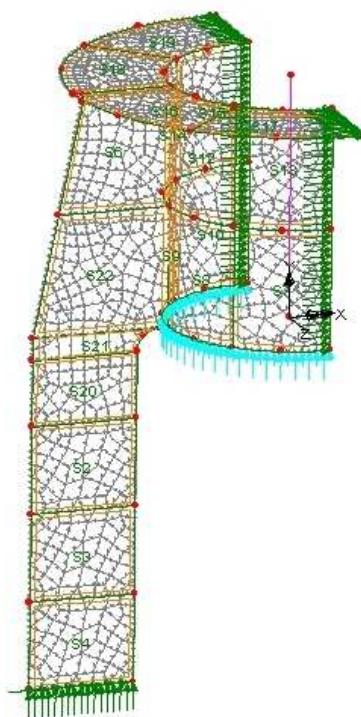


Rys.4.31. Przekroje pomiarowe modelu M8

Podział na powierzchnie i elementy skończone modelu M1 oraz schematy obciążeń w kolejnych przypadkach przedstawiono na rys.4.32 i 4.33.

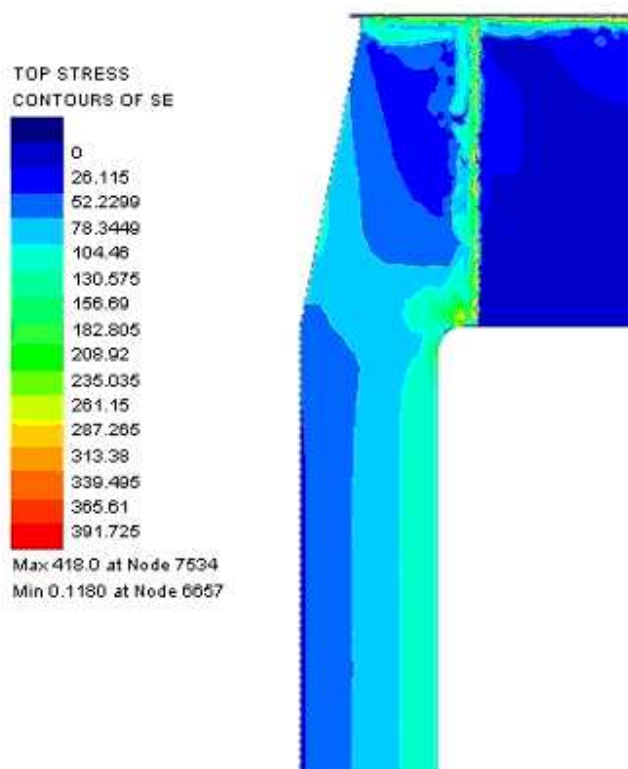


Rys.4.32. Model M1 - Przypadek 1
Model obciążony temperaturą

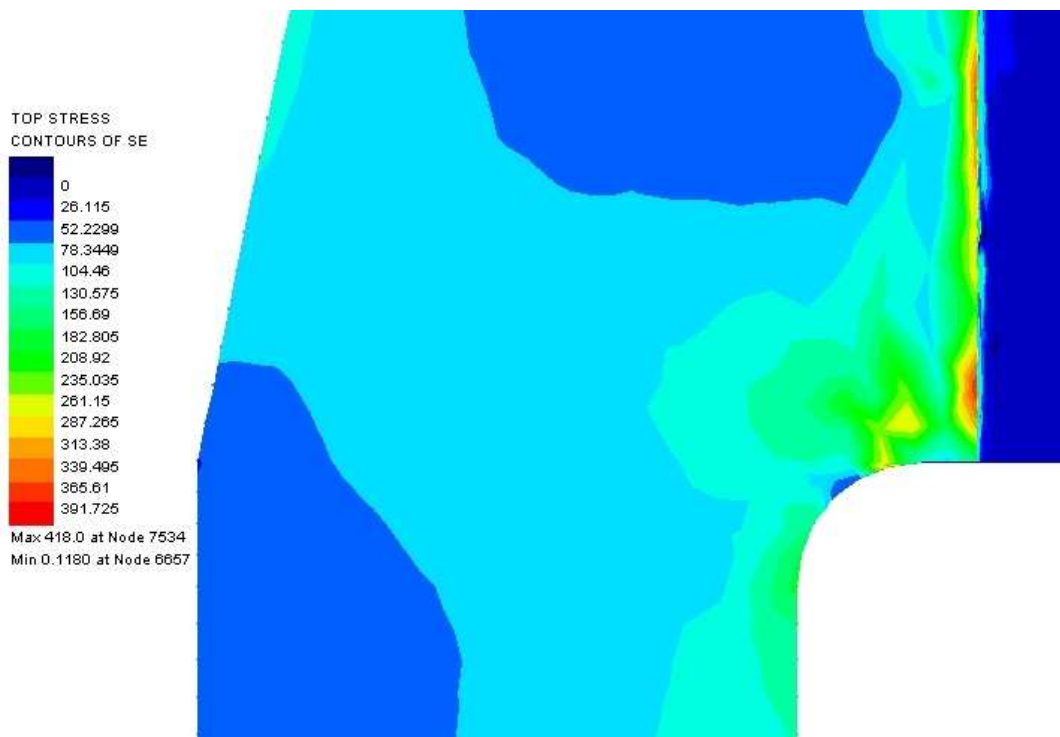


Rys.4.33. Model M1 - Przypadek 2
Model obciążony siłą 400kN

Wyniki zawierające pozostające naprężenia termiczne i naprężenia od siły rozciągającej 400 kN w badanym modelu przedstawiono na rys.4.34, 4.35.



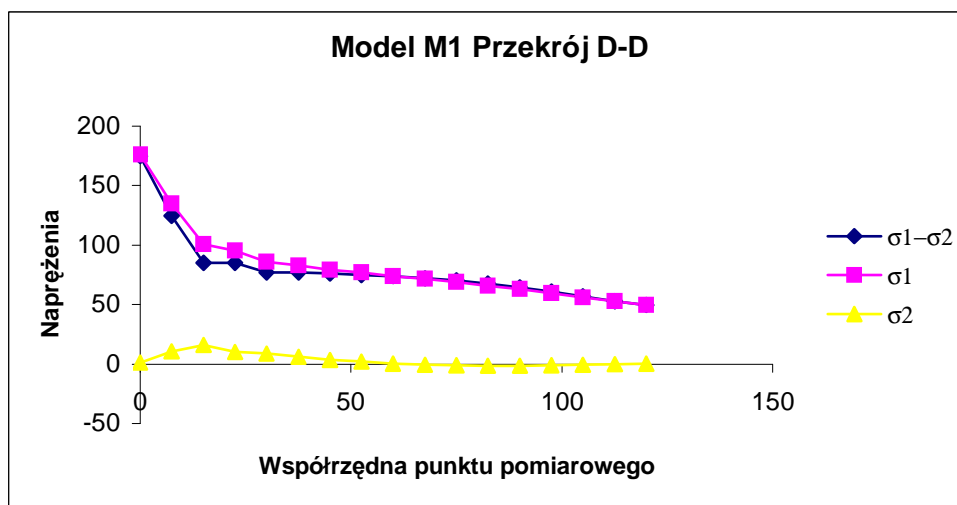
Rys.4.34. Naprężenia końcowe HMH modelu M1 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN



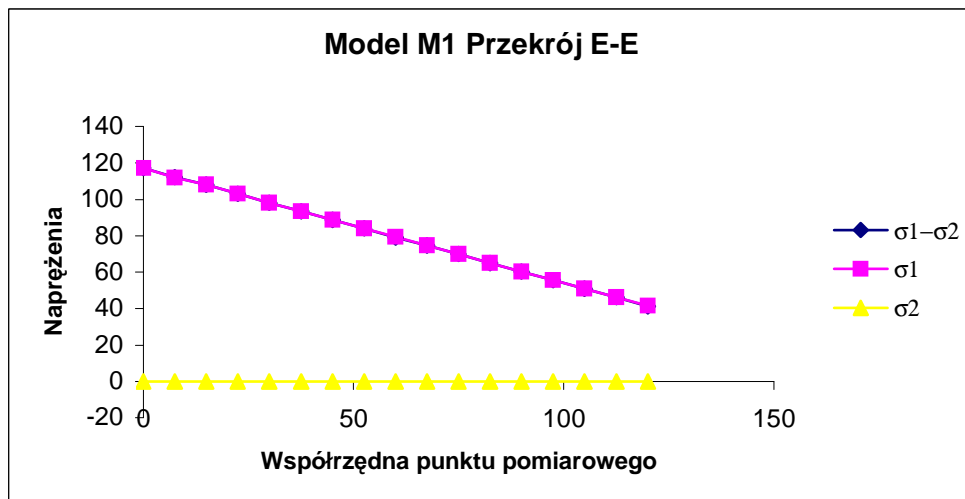
Rys.4.35. Naprężenia końcowe HMH modelu M1 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

Postanowiono wyznaczyć rozkłady naprężeń na brzegu badanym D-E wszystkich modeli, oraz w przekrojach wyznaczonych na rys.4.27÷4.31, w celu porównania wyników badań MES z innymi metodami badawczymi. Przekroje A-A, C-C i D-D przyjęto w celu określenia rodzaju siły działającej (osiowej lub mimośrodowej), co umożliwi szczegółowe porównanie z doświadczalnymi metodami wyznaczania naprężeń (tensometrycznymi i elastooptycznymi). Przekroje B-B i E-E przyjęto jako pomocnicze, w celu zbadania pojawiających się imperfekcji geometrycznych oraz gięcia modelu w płaszczyźnie żeber głównych.

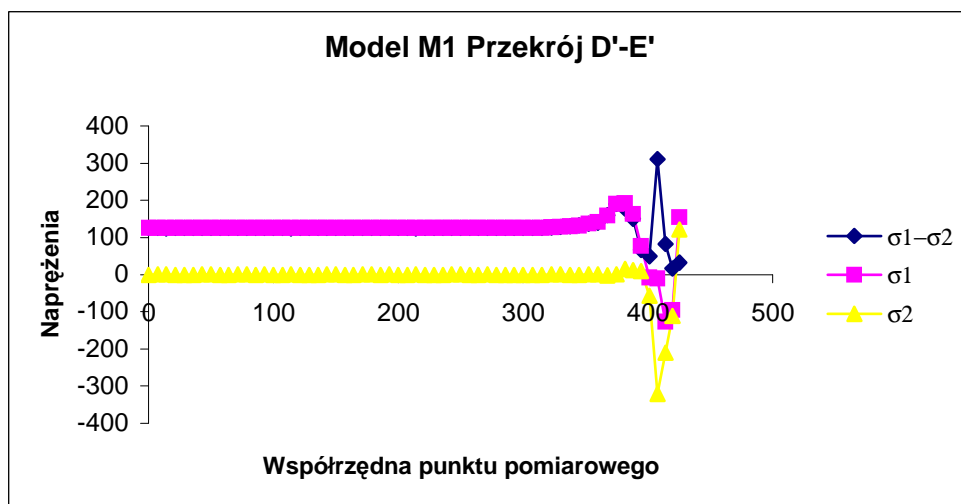
Zauważono, że na wskutek procesów spawalniczych i cięcia laserowego pojawiła się koncentracja naprężeń na granicy plastyczności. Koncentracja ta jest jednak odsunięta od krawędzi D-E i od spoiny (krawędź E-F). Rozkłady naprężeń w badanych przekrojach: D-D, E-E, D'-E', E'-F' modelu M1 przedstawiono na rys.4.36÷4.39 w zakresie naprężeń głównych max i min oraz różnicy naprężeń głównych.



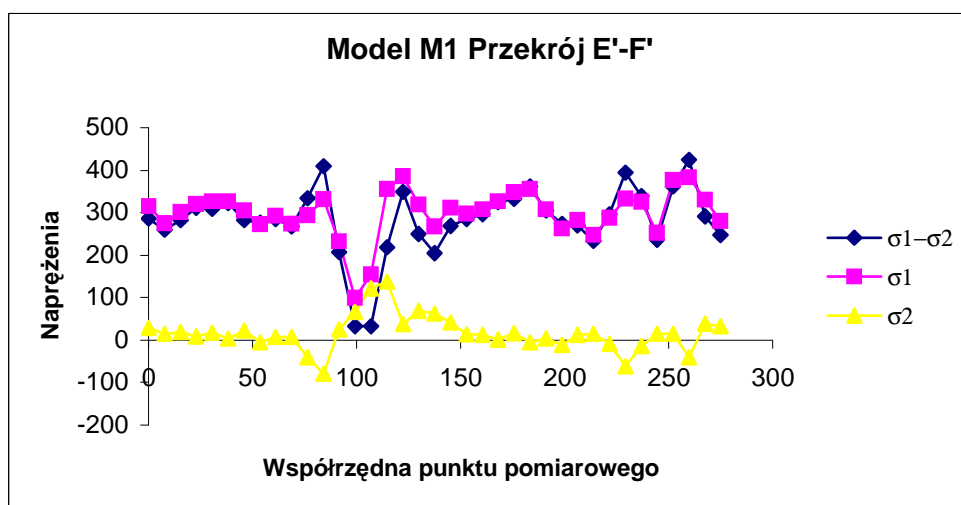
Rys.4.36. Sumaryczne naprężenia modelu M1 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.37. Sumaryczne naprężenia modelu M1 uzyskane MES w systemie Lusas

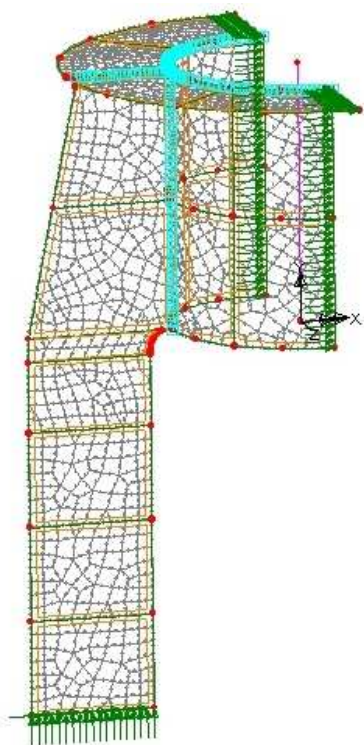


Rys.4.38. Sumaryczne naprężenia modelu M1 uzyskane MES w systemie Lusas

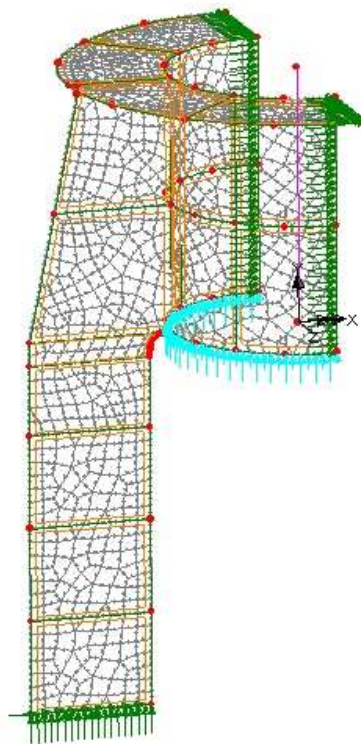


Rys.4.39. Sumaryczne naprężenia modelu M1 uzyskane MES w systemie Lusas

Podział na powierzchnie, elementy skończone modelu M5 oraz schematy obciążeń w dwóch przypadkach przedstawiono na rys.4.40 i 4.41 a rozkłady naprężeń HMH w zakresie siły 400 kN i naprężeń pozostających przedstawiono na rys.4.42 i 4.43.

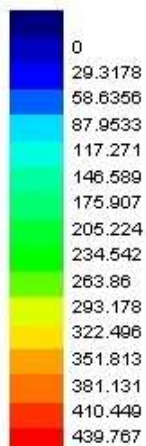


Rys.4.40. Model M5 - Przypadek 1
Model obciążony temperaturą

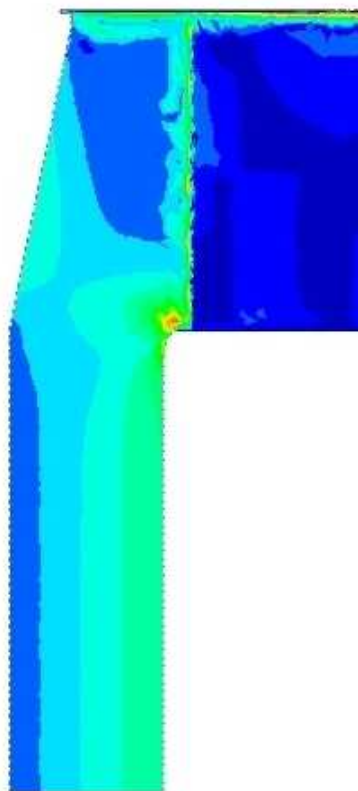


Rys.4.41. Model M5 - Przypadek 2
Model obciążony siłą 400kN

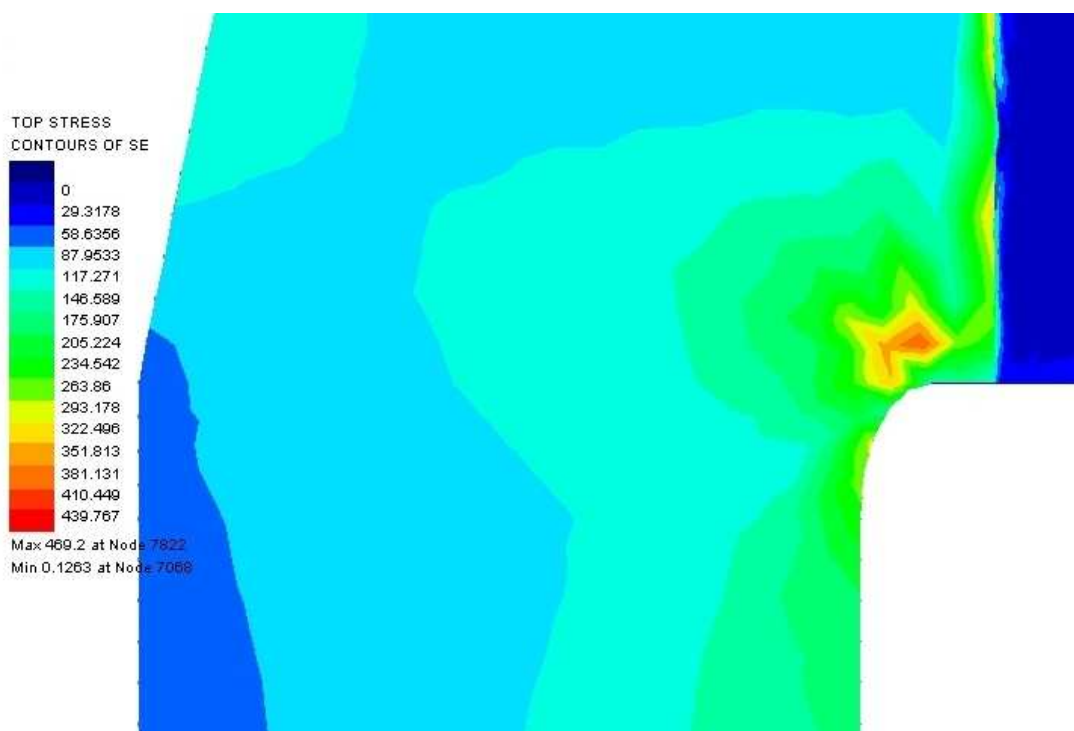
TOP STRESS
CONTOURS OF SE



Max 469.2 at Node 7822
Min 0.1263 at Node 7068

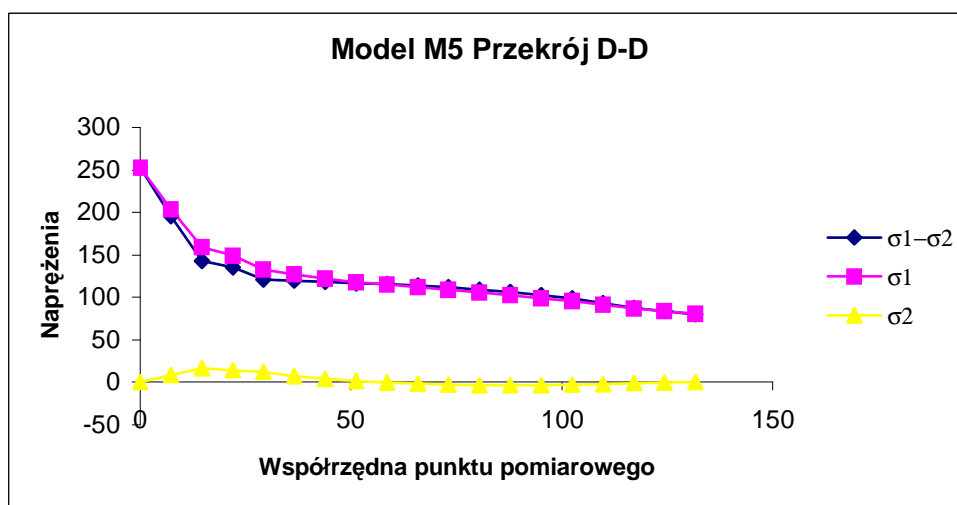


Rys.4.42. Naprężenia końcowe HMH modelu M5 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

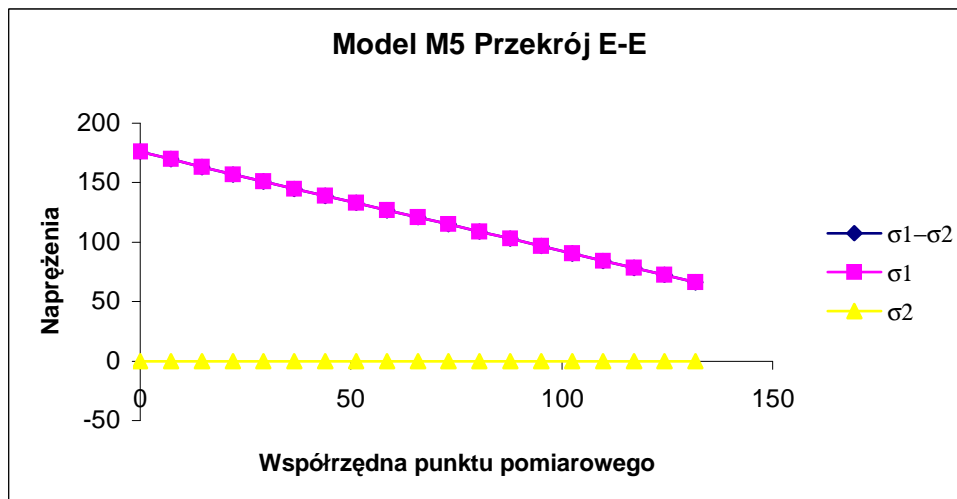


Rys.4.43. Naprężenia końcowe HMH modelu M5 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

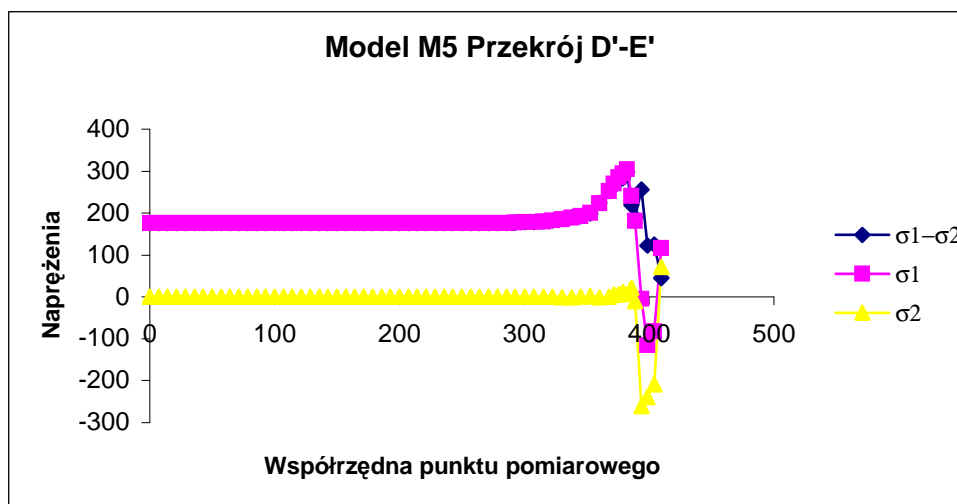
Rozkłady naprężeń głównych w poszczególnych przekrojach modelu M5, o brzegu D-E otrzymanym stosując metodę gradientu, przedstawiono na rys.4.44÷4.47. Naprężenia na wewnętrznej krawędzi są stanowczo wyższe od naprężeń średnich. Różnica naprężeń w punkcie wewnętrznym przekroju D-D wynosi 248 MPa, podczas gdy w punkcie na zewnętrznej krawędzi 80,30 MPa. Powyżej wyokrąglenia brzegu D-E, odsuniętą od obu krawędzi D-E i E-F, zauważono koncentrację naprężeń, powstałą na skutek procesu spawania i cięcia laserowego (rys.4.43). Na podstawie naprężeń HMH wynika, że w strefie tej, przy sile 400 kN nastąpiło uplastycznienie. Rozkład naprężeń stanowczo różni się od rozkładów uzyskanych stosując tylko siłę rozciągającą. Naprężenia na brzegu badanym są mniejsze, podczas gdy zwiększone naprężenia przemieściły się wewnątrz tarczy. Na krawędzi graniczącej ze spoiną zauważyć można nierównomierne naprężenia na granicy plastyczności, powstałe również na skutek procesów termicznych.



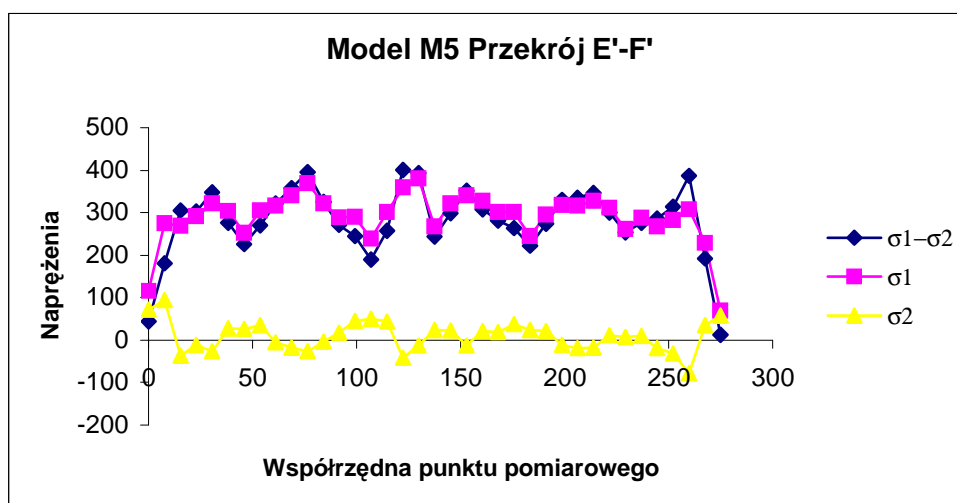
Rys.4.44. Sumaryczne naprężenia modelu M5 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.45. Sumaryczne naprężenia modelu M5 uzyskane MES w systemie Lusas

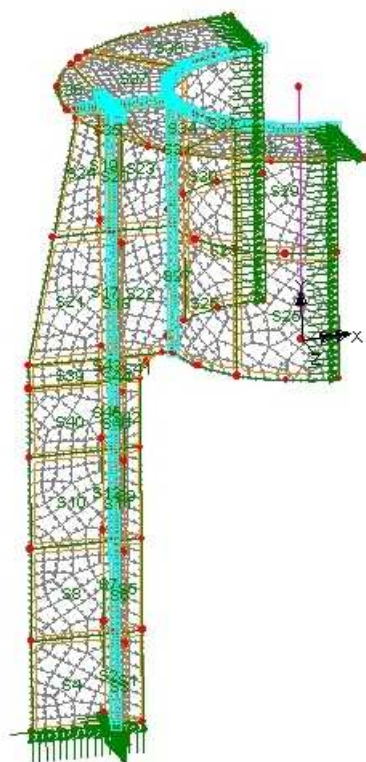


Rys.4.46. Sumaryczne naprężenia modelu M5 uzyskane MES w systemie Lusas

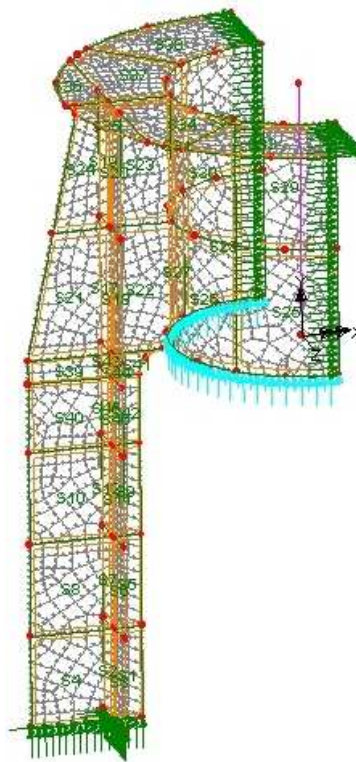


Rys.4.47. Sumaryczne naprężenia modelu M5 uzyskane MES w systemie Lusas

Podział na elementy skończone i powierzchnie oraz sposób obciążania modelu M6, z żebrami dodatkowymi przedstawiono na rys.4.48 i 4.49 a rozkłady naprężeń HMH na rys. 4.50 i 4.51.

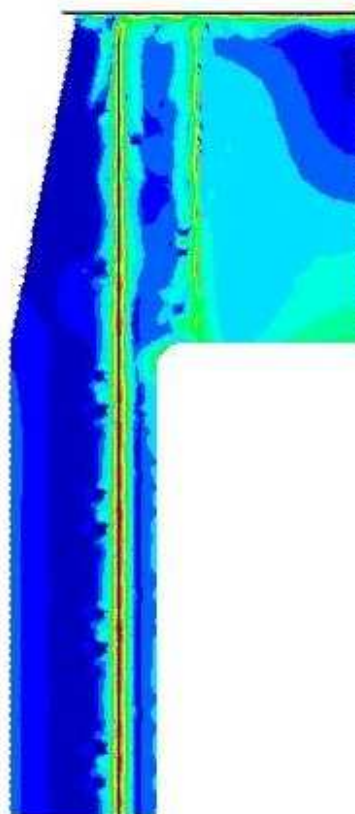
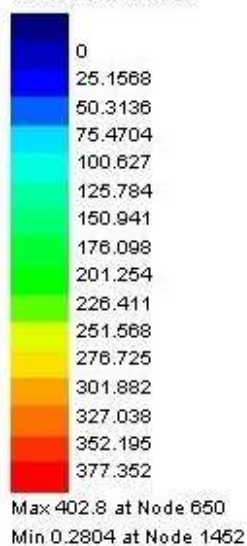


Rys.4.48. Model M6 - Przypadek 1
Model obciążony temperaturą

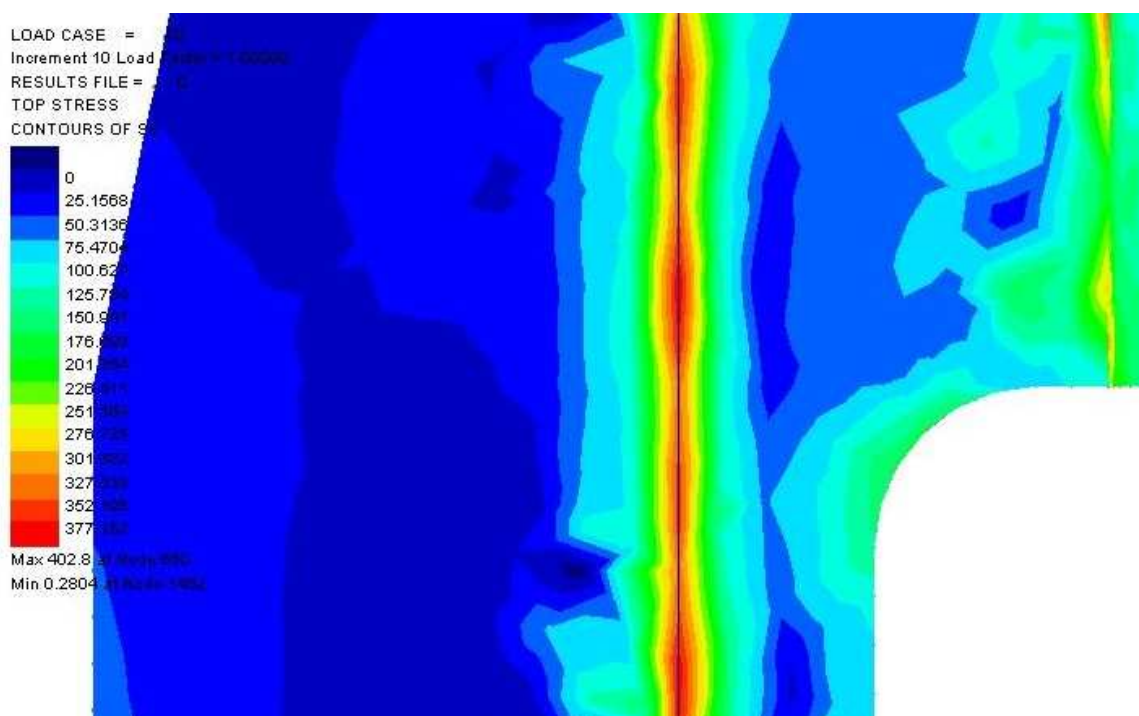


Rys.4.49. Model M6 - Przypadek 2
Model obciążony siłą 400kN

TOP STRESS
CONTOURS OF SE



Rys.4.50. Naprężenia końcowe HMH modelu M6 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

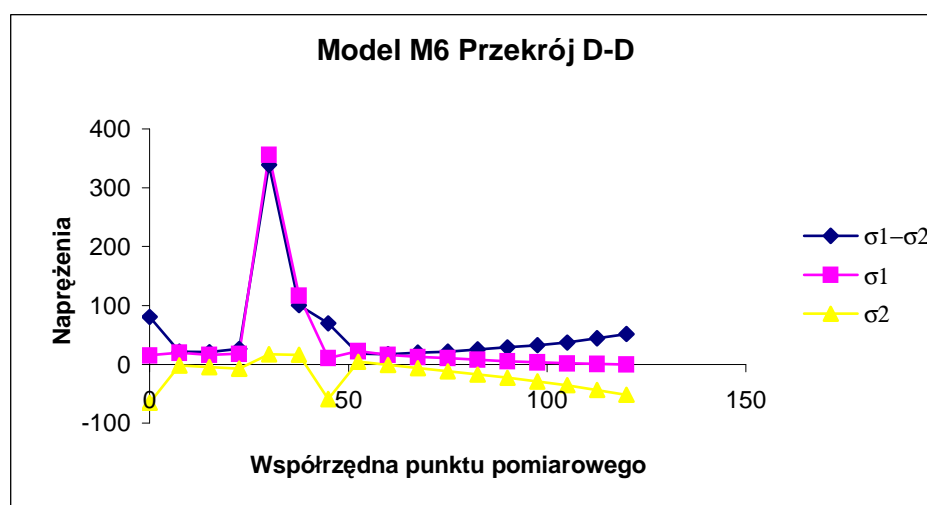


Rys.4.51. Naprężenia końcowe HMH modelu M6 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

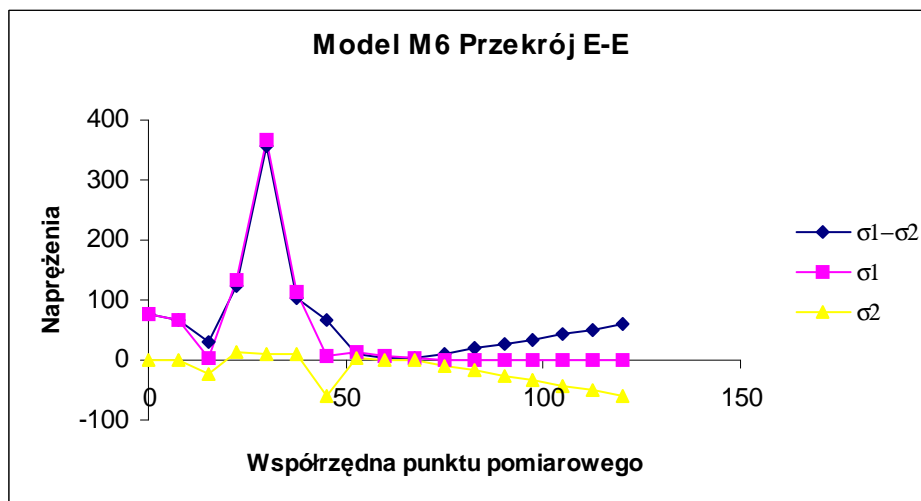
W modelu M6 otrzymano niższe naprężenia w stosunku do pozostałych modeli. Na krawędzi brzegu D-E (rys.4.51), w strefie wyokrąglenia pojawiła się koncentracja naprężeń, nie przekraczająca jednak granicy plastyczności. Podobnie jak w modelu M1 i M5, pojawiła się także dodatkowa koncentracja na wskutek naprężeń termicznych, odsunięta od brzegu D-E i od spoiny łączącej żebro z tuleją. Naprężenia te nie przekraczają granicy plastyczności. Na krawędzi przy spoinie zauważono nierównomierne rozkłady naprężeń, których przyczyną także jest temperatura cięcia laserowego i spawania.

Rozkłady naprężeń głównych max i min oraz różnicę naprężeń w wybranych przekrojach modelu M6 przedstawiono na rys.4.52÷4.55.

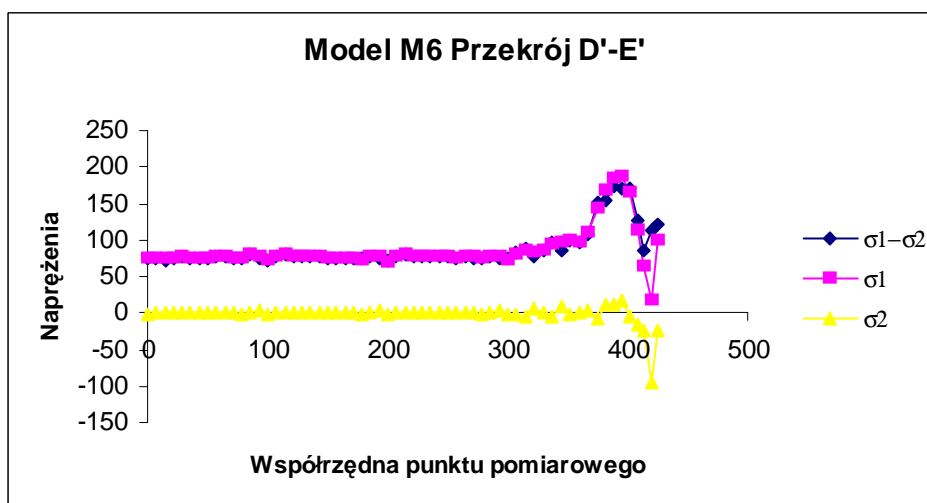
W punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D (rys.4.52) odnotowano różnicę naprężeń głównych o wartości 80,80 MPa, natomiast w punkcie na krawędzi zewnętrznej 51,56 MPa. Na krawędzi w spoinie łączącej żebro główne z dodatkowym, pojawiły się zwiększone naprężenia termiczne na granicy plastyczności.



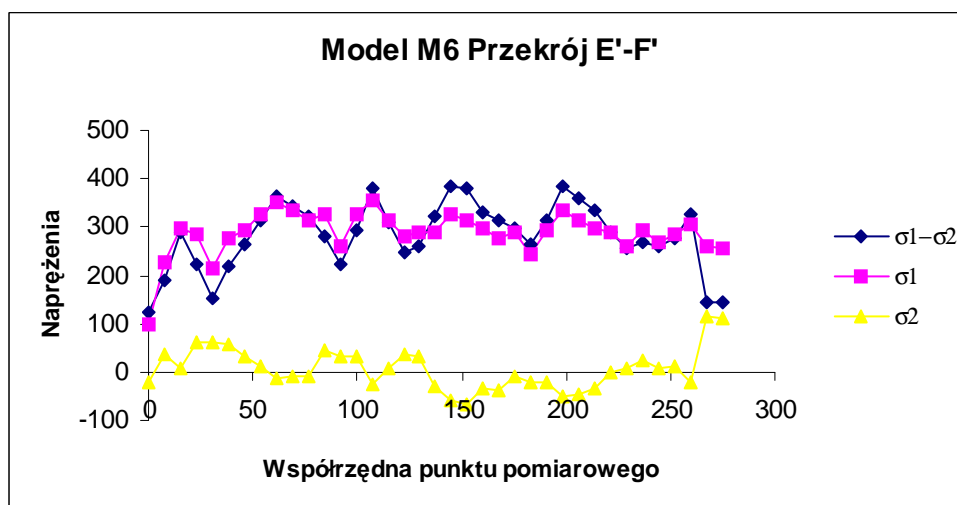
Rys.4.52. Sumaryczne naprężenia modelu M6 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.53. Sumaryczne napężenia modelu M6 uzyskane MES w systemie Lusas

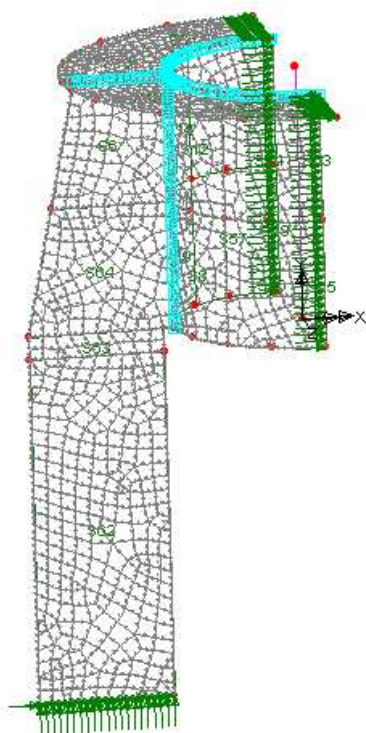


Rys.4.54. Sumaryczne napężenia modelu M6 uzyskane MES w systemie Lusas

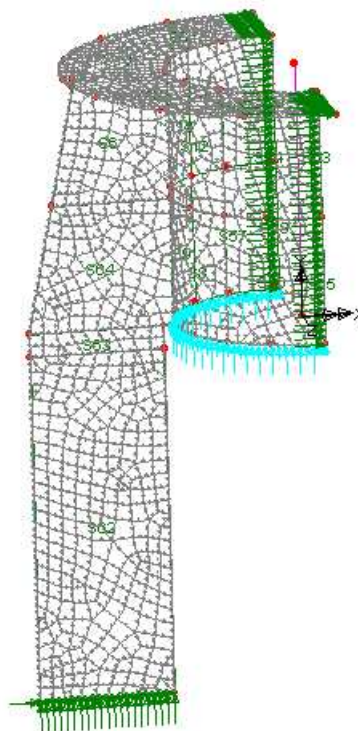


Rys.4.55. Sumaryczne napężenia modelu M6 uzyskane MES w systemie Lusas

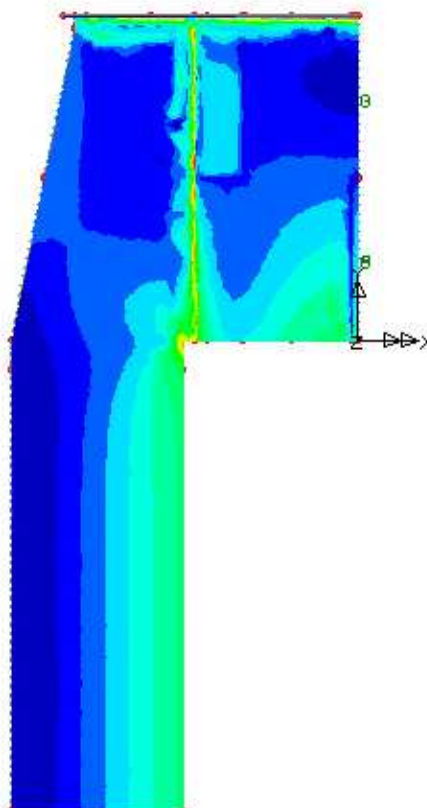
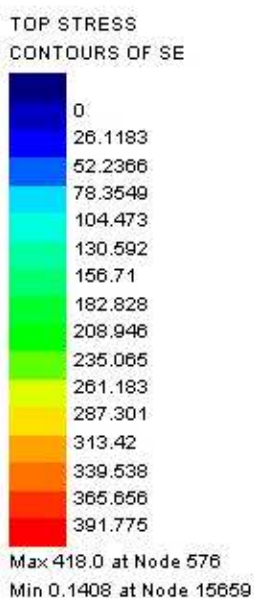
Podział na elementy skończone i rozkłady naprężeń HMH modelu M7, o prostych krawędziach wewnętrznych pokazano na rys.4.56, 4.57, 4.58 i 4.59, odpowiednio.



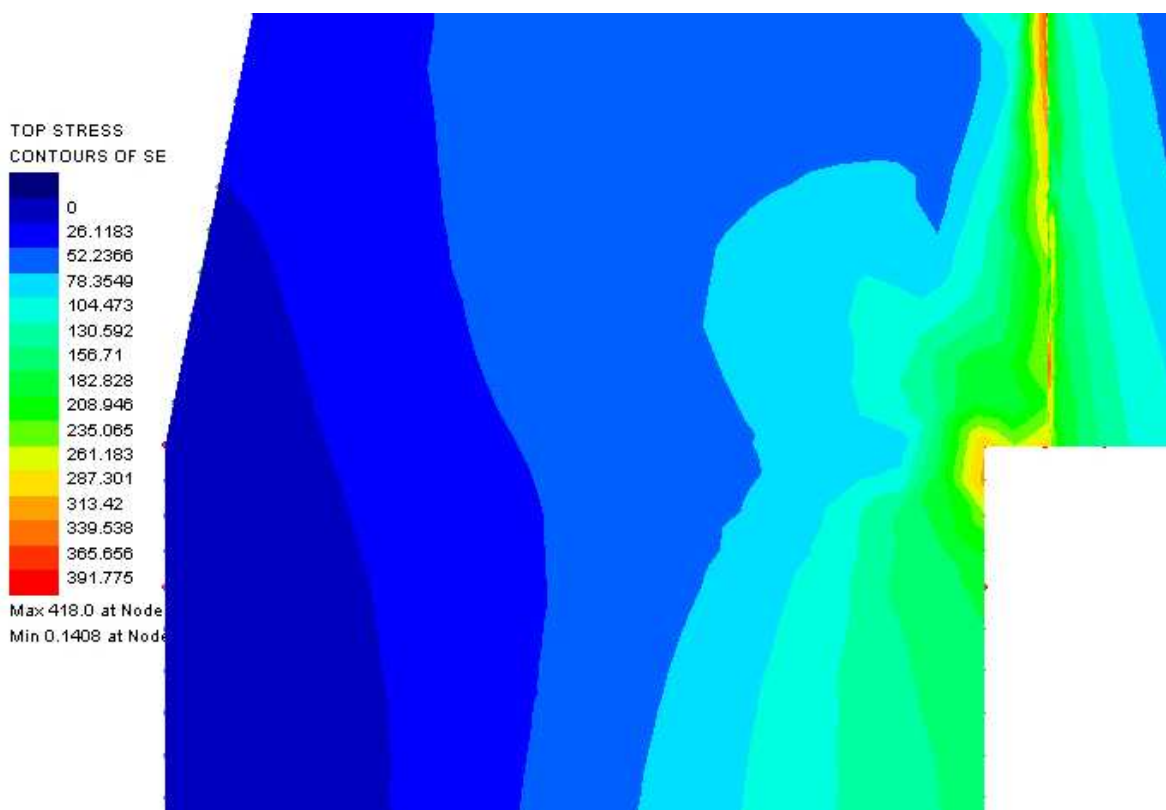
Rys.4.56. Model M7 - Przypadek 1
Model obciążony temperaturą



Rys.4.57. Model M7 - Przypadek 2
Model obciążony siłą 400kN



Rys.4.58. Naprężenia końcowe HMH modelu M7 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

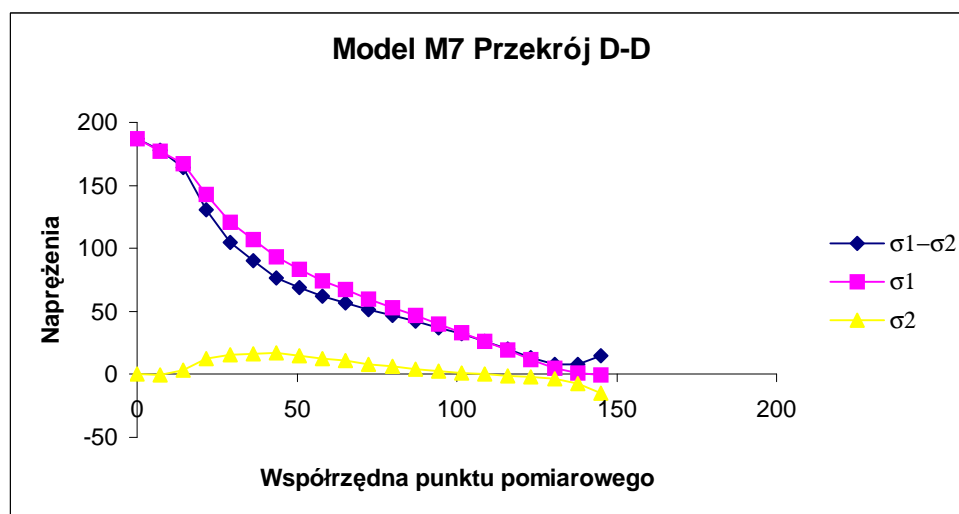


Rys.4.59. Naprężenia końcowe HMH modelu M7 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

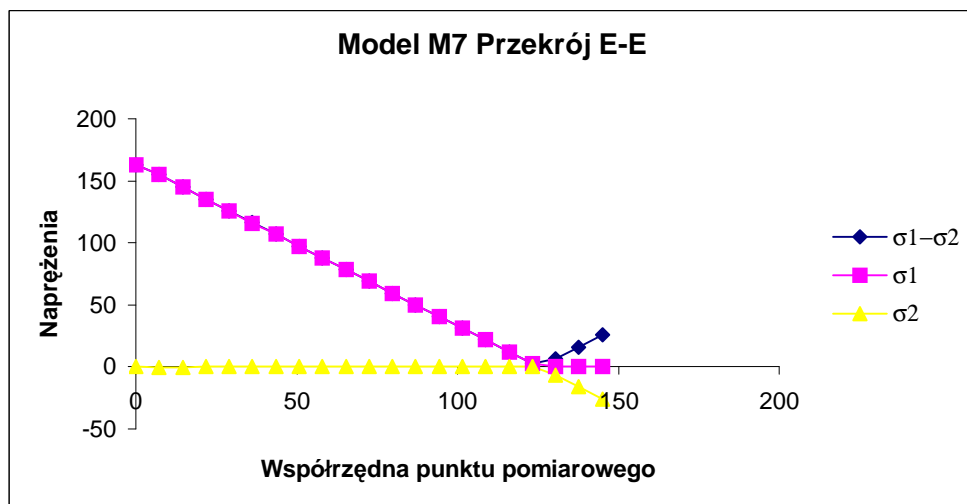
W modelu M7, na brzegu D-E zastosowano proste krawędzie. Koncentracja naprężeń pojawiła się tylko na krawędzi wewnętrznej i na krawędzi w spoinie, łączącej żebro główne z tuleją. Nie odnotowano koncentracji wewnątrz tarczy, co przyczynia się do wysnucia wniosku, iż w modelu o prostych krawędziach naprężenia pozostające spawalnicze sumują się z naprężeniami od siły rozciągającej, nie przemieszczając się wewnątrz żebra głównego. Jest to efekt braku rozginania krzywizny brzegu D-E.

Rozkłady naprężeń głównych max i min oraz różnicę naprężeń w wybranych przekrojach modelu M7 przedstawiono na rys.4.60÷4.63.

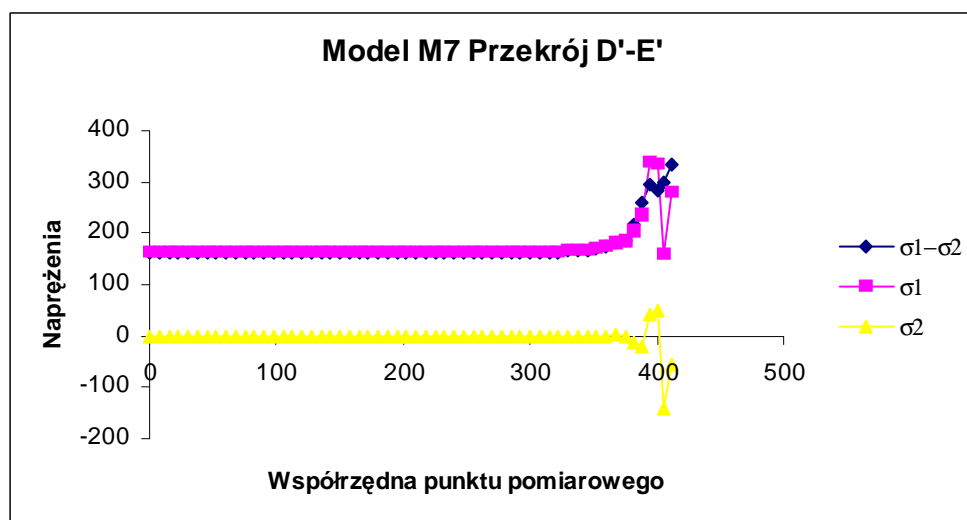
Różnica naprężeń w punkcie wewnętrznym przekroju D-D wynosi 186,8 MPa a w punkcie zewnętrznym 15 MPa.



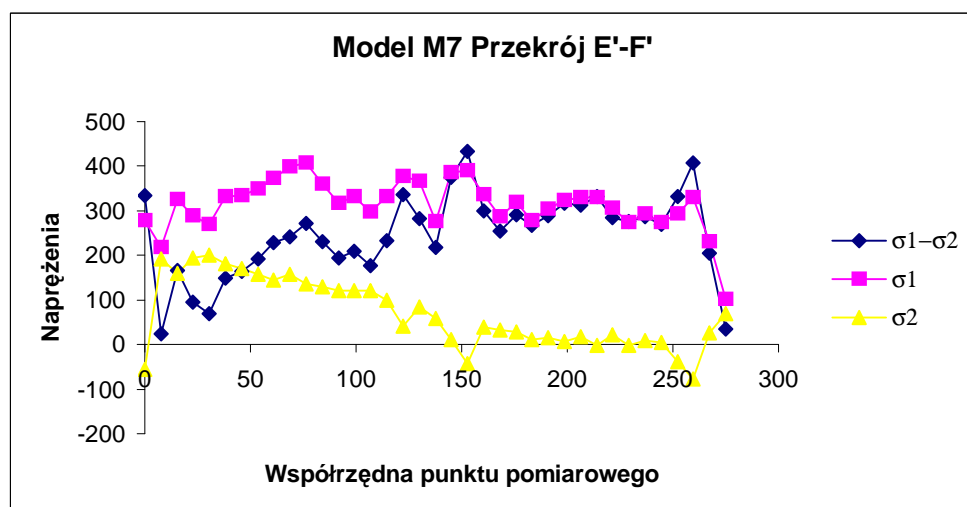
Rys.4.60. Sumaryczne naprężenia modelu M7 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.61. Sumaryczne naprężenia modelu M7 uzyskane MES w systemie Lusas

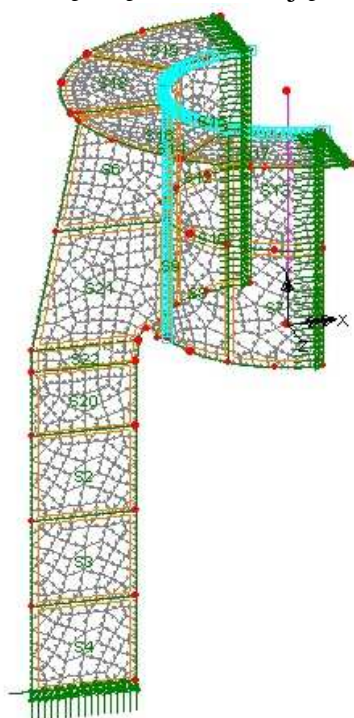


Rys.4.62. Sumaryczne naprężenia modelu M7 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.63. Sumaryczne naprężenia modelu M7 uzyskane MES w systemie Lusas

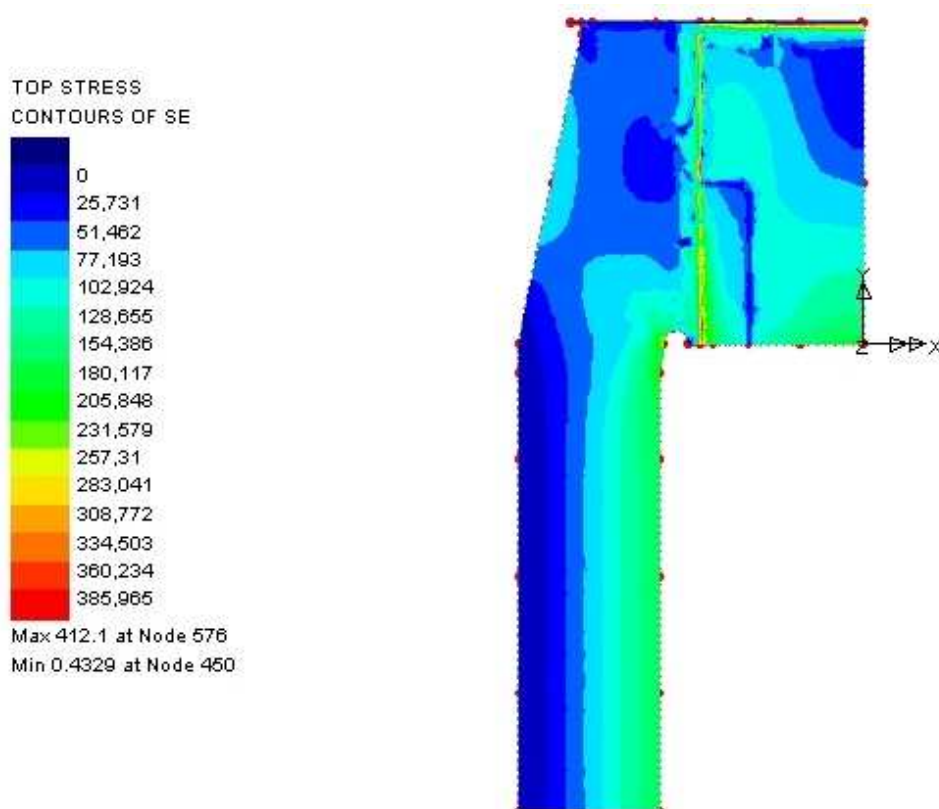
Na rys.4.64 i 4.65 przedstawiono podział na powierzchnie i elementy skończone modelu M8. Model ten jest odwzorowaniem modelu obliczonego przez Preobrażenski'ego [64] o karbach wewnątrz głównych żeber, przy krawędzi z tuleją. Karby o promieniach 22mm połączone z wewnętrzną krawędzią żebra, stosując łagodną krzywą przejściową.



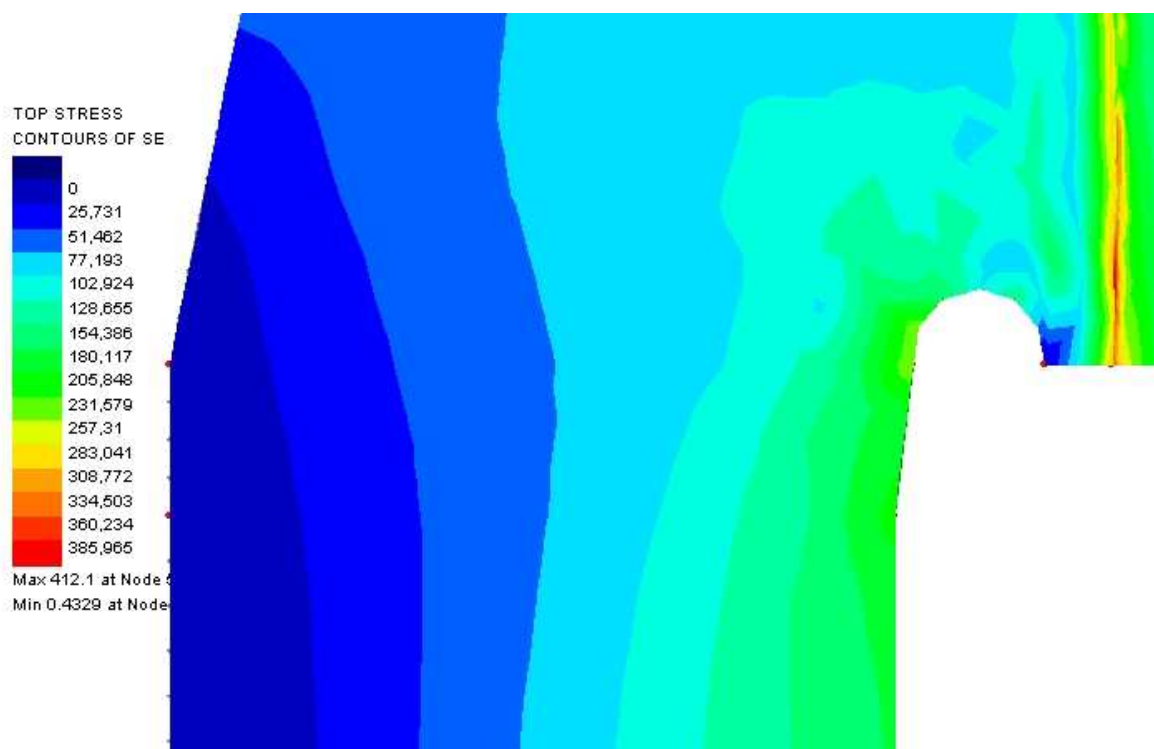
Rys.4.64. Model M8 - Przypadek 1
Model obciążony temperaturą



Rys.4.65. Model M8 - Przypadek 2
Model obciążony siłą 400kN

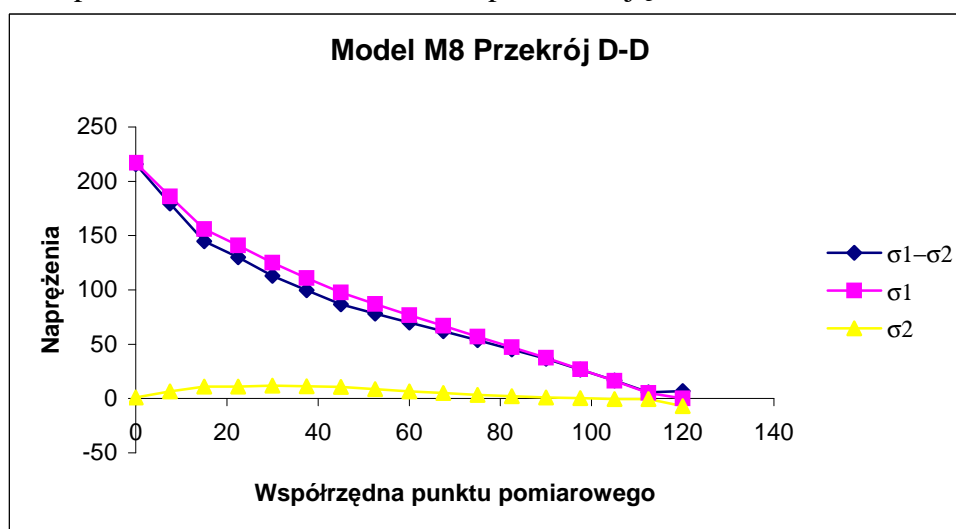


Rys.4.66. Naprężenia końcowe HMH modelu M8 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

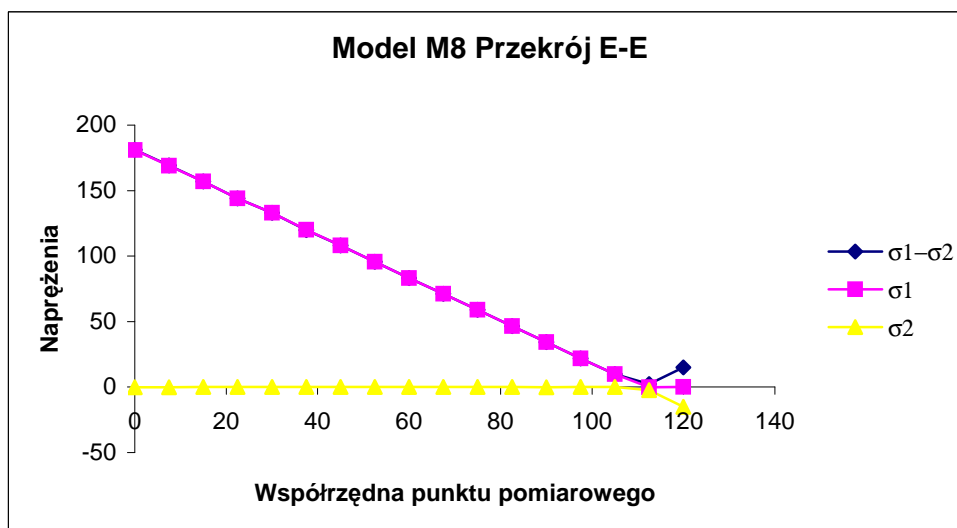


Rys.4.67. Naprężenia końcowe HMH modelu M8 po obciążeniu temperaturą i siłą 400 kN

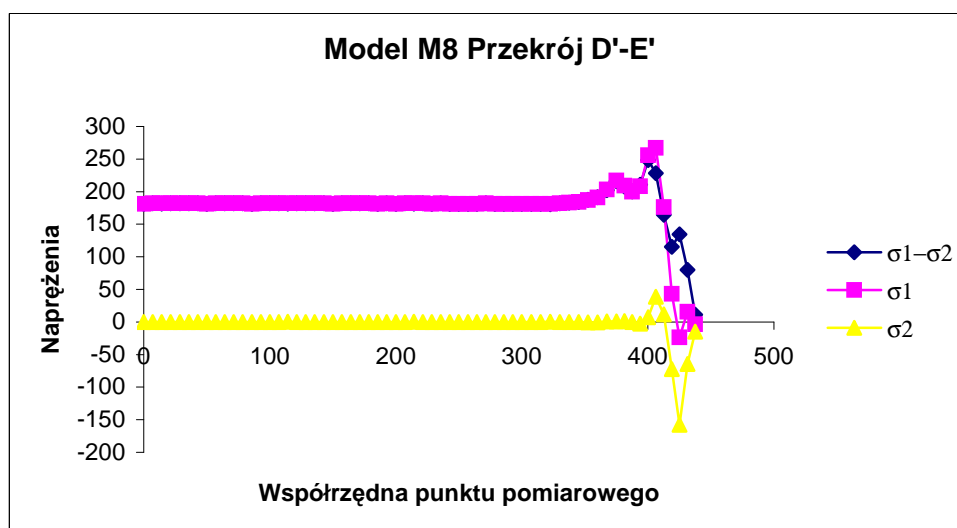
Rozkłady naprężeń HMH w zakresie siły 400 kN i pozostających naprężeń termicznych od spawania i cięcia laserowego przedstawiono na rys.4.66 i 4.67. Rozkłady naprężeń głównych i ich różnic przedstawiono na rys.4.68÷4.71. W modelu tym pojawiła się koncentracja o optymalnym rozkładzie wzdłuż krzywej i łuku karbu na badanym brzegu D-E. Maksymalne naprężenia główne na krawędzi karbu wynoszą 267 MPa a różnica naprężeń głównych 248,57 MPa. Natomiast w punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D maksymalne naprężenia główne wynoszą 217 MPa a różnica naprężeń 215,93 MPa. Zauważyć można, iż naprężenia HMH w strefie karbu nie przekraczają wartości 230 MPa a także, że w modelu tym nie pojawiają się maksima lokalne, co przyczynia się do wysnucia wniosku, iż jest to model o najbardziej optymalnym brzegu D-E. Nieznaczne koncentracje, o małych wartościach naprężeń głównych pojawiły się przy krawędzi łączącej żebro główne z tuleją. Jest to efekt cięcia blach i spawania. Jednak wartości te nie przekraczają 180 MPa.



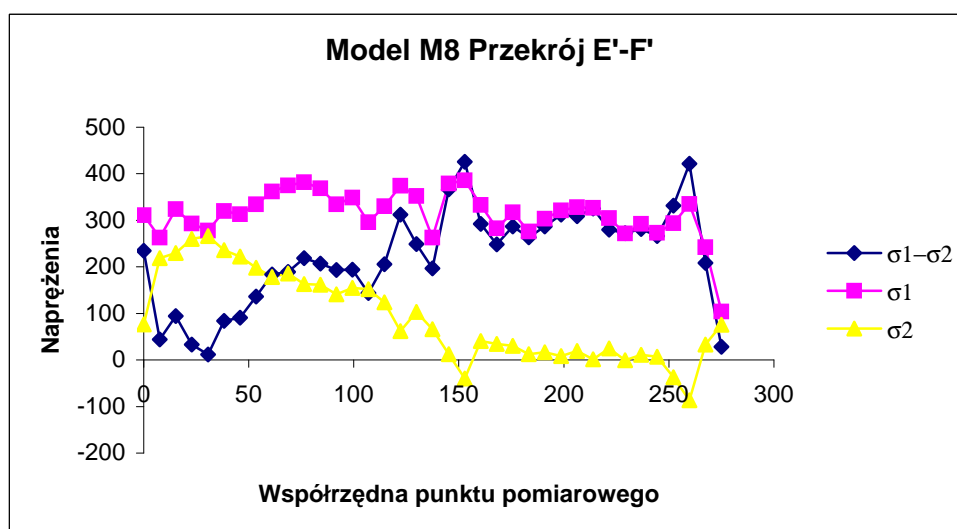
Rys.4.68. Sumaryczne naprężenia modelu M8 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.69. Sumaryczne naprężenia modelu M8 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.70. Sumaryczne naprężenia modelu M8 uzyskane MES w systemie Lusas



Rys.4.71. Sumaryczne naprężenia modelu M8 uzyskane MES w systemie Lusas

5. BADANIA MODELOWE

5.1. Wstęp

Głównym celem badań było określenie rozkładów naprężeń w wyznaczonych przekrojach węzłów mocujących ciągną w konstrukcjach a także wpływu naprężeń termicznych i imperfekcji na pracę tych elementów.

Zasadnicze badania modelowe podzielono na dwa etapy. W pierwszym etapie zbadano czułość i dokładność metody elastooptycznej a także wyznaczono grubości warstw z żywicy epoksydowych, potrzebnych do wykonania badań. Natomiast w drugim etapie zostały przeprowadzone badania modelowe, w celu określenia nośności zakotwień stalowych w zakresie sprężysto-plastycznym.

Wykonano także badania próbek stali zastosowanej do wykonania modeli węzłów, w celu określenia parametrów: granicy plastyczności f_y , wytrzymałości doraźnej f_u oraz modułu Younga E .

Badaniom zasadniczym poddano 3 modele zakotwień stalowych, wykonanych w skali naturalnej:

- model podstawowy M1 o wymiarach 1370 x 588,5 x 500 mm (żebro główne o szerokości 120 mm w osi symetrii poziomej i wewnętrznej krawędzi w formie promienia $r = 25$ mm), rys.5.7,
- model gradientowy M5 o wymiarach 1370 x 588,5 x 500 mm (żebro główne o szerokości 131,69 mm w osi symetrii poziomej i o kształcie wewnętrznej krawędzi uzyskanym w procesie optymalizacji, na podstawie algorytmu gradientowego), rys.5.8,
- model z żebrami dodatkowymi M6 o wymiarach 1370 x 588,5 x 500 mm (którego geometria bazuje na modelu M1, lecz wzmocniony żebrami dodatkowymi ze stali S235, o szerokości 40 mm i grubości 25 mm), rys.5.9.

Do budowy wszystkich modeli użyto stali niskostopowej S355 i grubości blach 20 mm a tuleje o średnicy 298,5 mm i grubości 22,2 mm.

Wymiary wszystkich modeli zostały dobrane tak, aby ich zachowanie się podczas próby rozciągania było zbliżone do rzeczywistej współpracy z obiektem mostowym, lecz zmodyfikowane tak, aby symetryczna geometria układu umożliwiała umieszczenie siłownika podczas badań. Grubości blach również zostały dobrane, aby zaobserwować ich wpływ na uzyskane wyniki w poszczególnych etapach pomiarów.

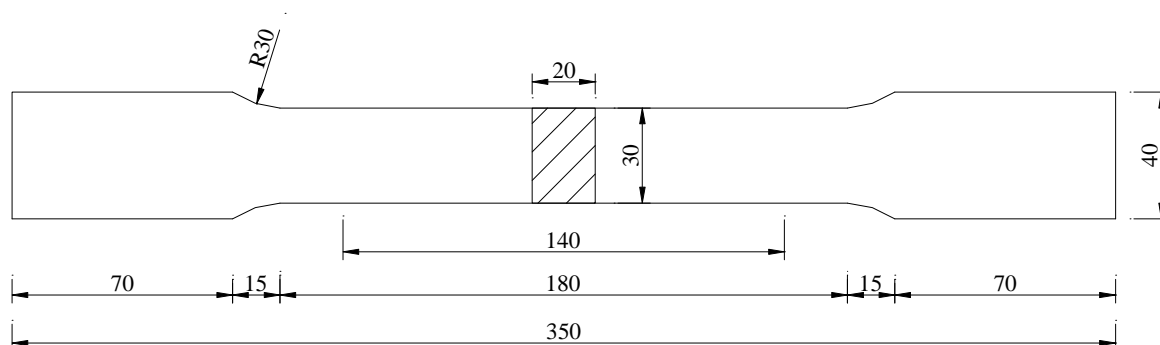
5.2. Właściwości materiałowe stali stosowanej w badaniach

Statyczną próbę rozciągania próbek metalowych przeprowadzono w Laboratorium Badawczym Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej. Próbki stalowe były rozciągane za pomocą maszyny wytrzymałościowej ZD 100 A/002/WS/K. Badania wykonano na płaskich próbkach pięciokrotnych, proporcjonalnych z główkami, według wytycznych normowych [62], jak na rys.5.1. Wyniki rejestrowano co sekundę za pomocą maszyny wytrzymałościowej o zakresie pomiarowym siłomierza 400 kN i za pomocą mostka Spider 8 E/052/S, uzyskując wykresy zależności σ - ε i N - ε gdzie:

- σ - naprężenia,
- N - siła rozciągająca,
- ε - odkształcenia.

Na podstawie badań próbek stalowych (rys.5.1) wykonanych wg [62] uzyskano następujące parametry stali:

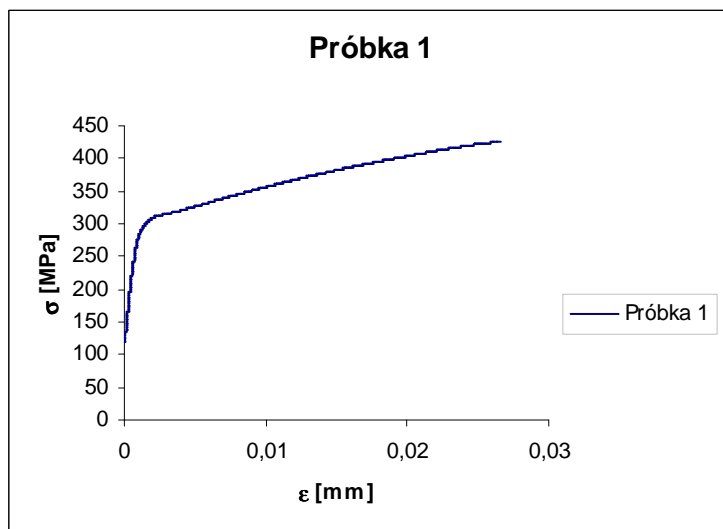
- umowna granica plastyczności:
 $f_y = 334,063 \text{ MPa}$,
- odchylenie standardowe umownej granicy plastyczności:
 $S_{f_y} = 11,869 \text{ MPa}$,
- wartość minimalna umownej granicy plastyczności, przy założonym poziomie ufności o wskaźniku tolerancji równym 2 i założonym ryzyku ω równym 2,28 %:
 $f_{y\min} = 310,322 \text{ MPa}$,
- wytrzymałość obliczeniowa przy założonym współczynniku materiałowym $\gamma_s = 1,15$:
 $f_d = 269,845 \text{ MPa}$,
- wytrzymałość doraźna:
 $f_u = 535,628 \text{ MPa}$,
- odchylenie standardowe wytrzymałości doraźnej:
 $S_{f_u} = 3,06 \text{ MPa}$,
- współczynnik sprężystości podłużnej:
 $E = 208,114 \text{ GPa}$,
- odchylenie standardowe współczynnika sprężystości podłużnej:
 $S_E = 0,953 \text{ GPa}$,
- współczynnik sprężystości poprzecznej:
 $G = 78,5 \text{ GPa}$,
- współczynnik Poissona:
 $\nu = 0,326$,
- twardość wg Brinella:
 $HB = 159,249 \text{ MPa}$,
- współczynnik rozszerzalności cieplnej liniowej:
 $\alpha_t = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$,
- gęstość masy:
 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.



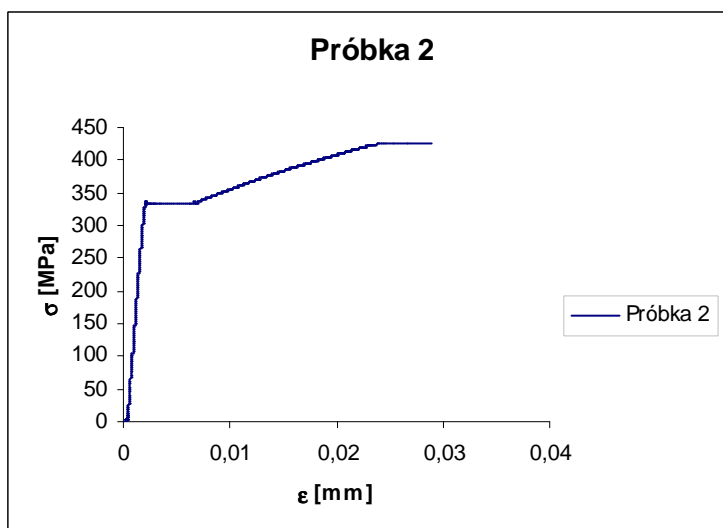
Rys.5.1. Próbką stalowa wg [62]

Do pomiaru próbek użyto suwmiarki elektronicznej typu WIGI 300 A/03/WS, z dokładnością pomiaru do 0,01 mm.

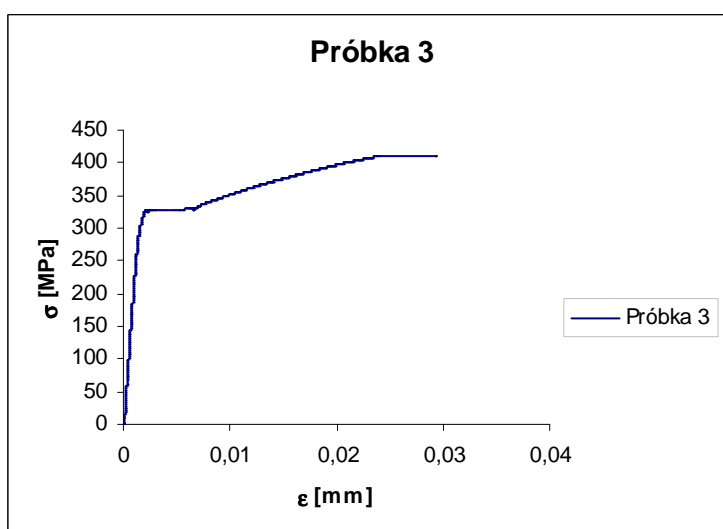
Na badanych próbkach stalowych naklejono dwa tensometry typu LY-10/120 w formie rozety prostokątnej, w celu pomiaru odkształceń podłużnych i poprzecznych. Przykładowe zależności σ - ε (naprężenia-odkształcenia) przedstawiono na rys.5.2÷5.5.



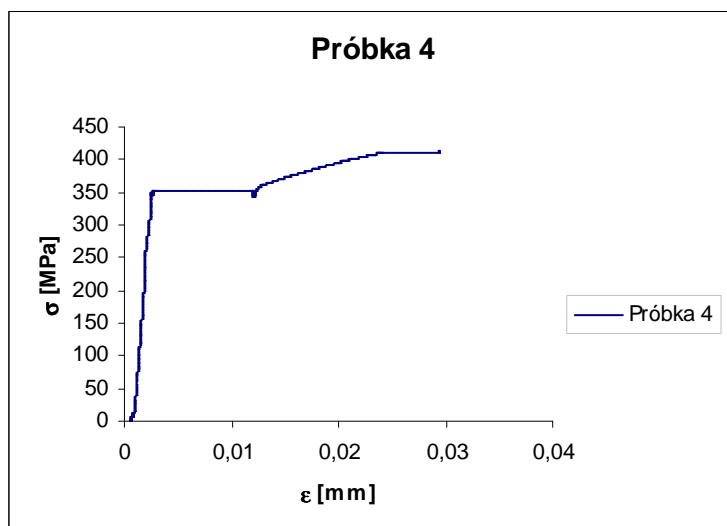
Rys.5.2. Statyczna próba rozciągania (próbka 1)



Rys.5.3. Statyczna próba rozciągania (próbka 2)



Rys.5.4. Statyczna próba rozciągania (próbka 3)



Rys.5.5. Statyczna próba rozciągania (próbka 4)

5.3. Parametry techniczne modeli

Elementy węzłów stalowych wykonano metodą cięcia laserowego według przygotowanych szablonów, wykonanych w skali naturalnej, umożliwiając w ten sposób wycięcie krzywizny gradientowej modelu M5 i promieni wewnętrznych modeli M1 i M6, z dokładnością do 0,1 mm. Masę zużytego materiału przedstawiono w tabelicy 5.1.

Tabela 5.1. Masa modeli badanych

Nr el.	Oznaczenie	Szt.	Objętość [cm ³]	Masa 1 el. [kg]	Masa sum. [kg]
1	blacha 145 x 20 x 1330	4	3857	30,27	121,10
2	φ 298,5/22,2 x 265	6	5114,5	40,15	240,89
3	blacha 500 x 20 x 500	6	5000	39,25	235,50
4	blacha 30 x 20 x 1330	4	798	6,26	25,05
5	blacha 145 x 20 x 1330	2	3857	30,27	60,55
6	blacha 300 x 20 x 300	6	1800	14,13	84,78
			20426,5		767,89

Spoiny badanych modeli zaprojektowano zgodnie z zaleceniami Bródki [7] i wytycznych normowych [61], gdzie wytrzymałość obliczeniową spoin pachwinowych łączonych elementów rurowych należy obliczać jako połączenie rury i elementu płaskiego pod kątem $\beta = 90^0$. Grubość spoiny nie powinna przekraczać grubości rury:

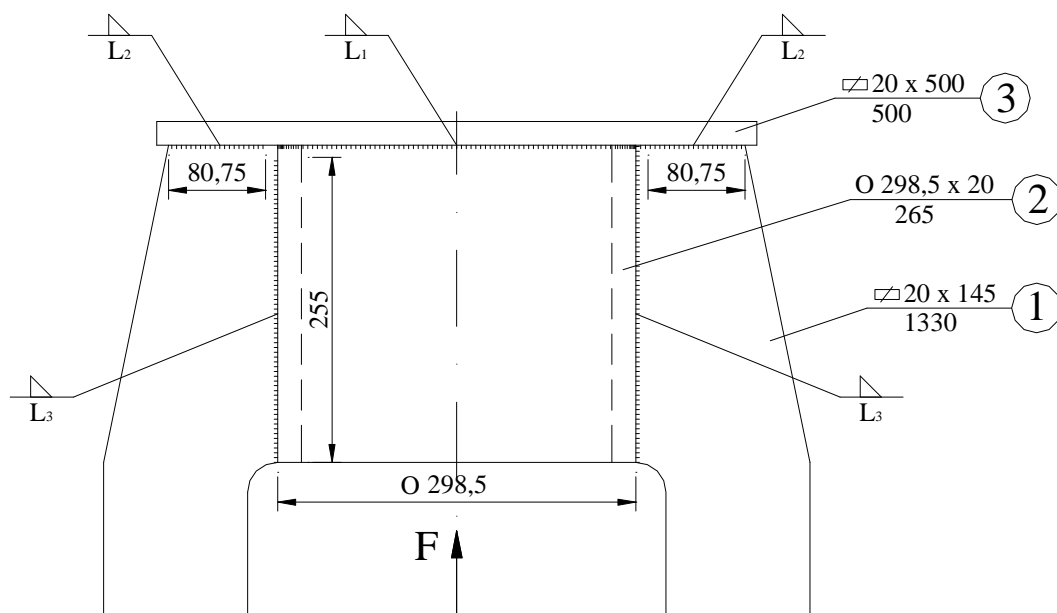
$$a_{spnom} \leq t_1, \quad (5.1)$$

natomiast według Eurocodu 3 [17]:

$$a_{spnom} \leq 1,1t_1 \quad \text{dla stali S235 i S355.} \quad (5.2)$$

Ostatecznie zgodnie z ogólnie przyjętymi zasadami [7], określania tej grubości jako nie przekraczającej 70% grubości cieńszego elementu w złączeniu i na podstawie wytycznych

obliczeniowych [7], [61], [17], przyjęto grubość nominalną spoin pachwinowych równą 6 mm. Dane geometryczne do obliczenia nośności spoin przedstawiono na rys.5.6. Sumaryczną nośność obliczeniową spoin modelu M1 i M5 przyjęto jako 2990 kN a modelu M6 jako 9000 kN.



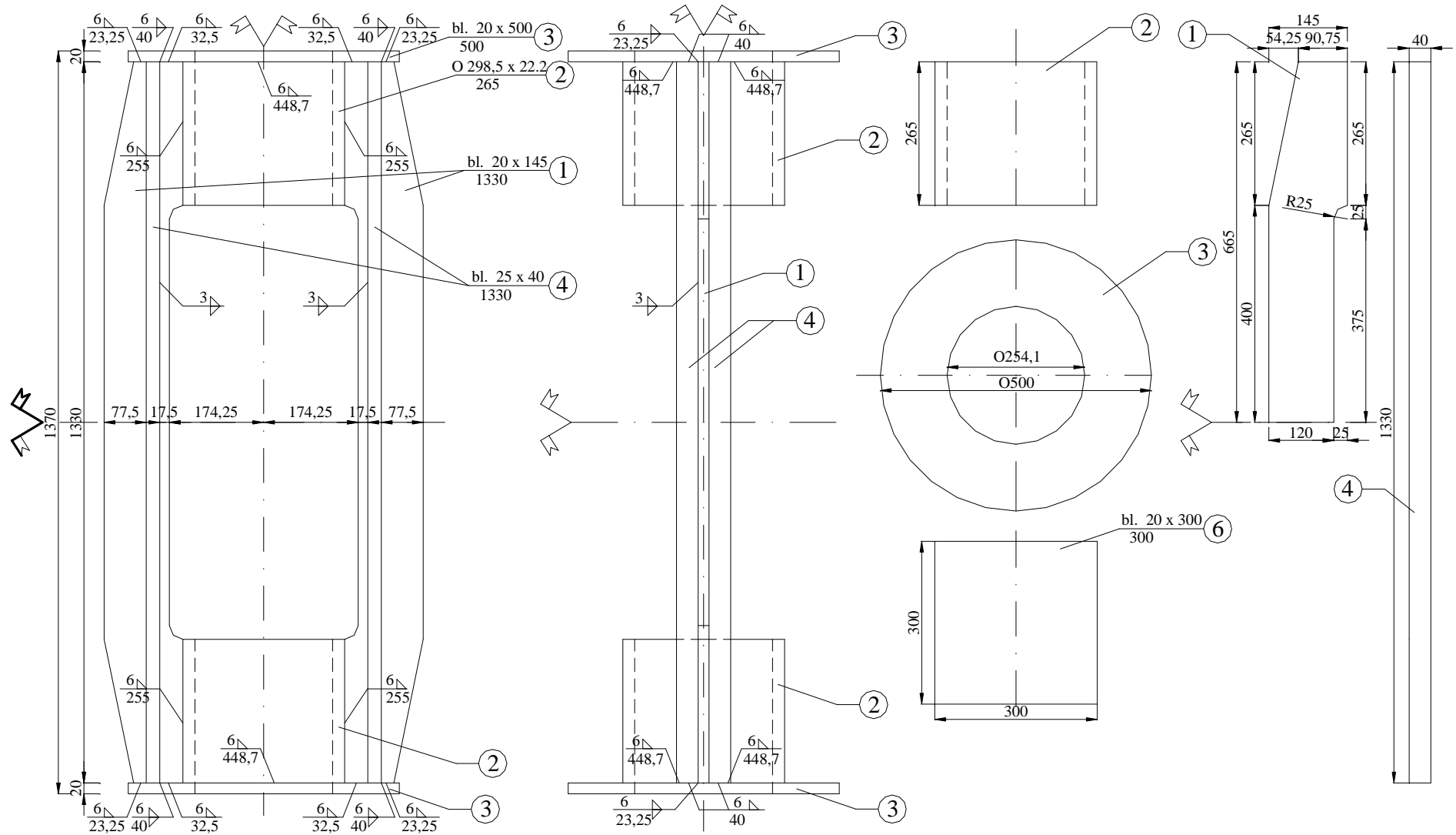
Rys.5.6. Spoiny modelu M1

Przed wykonaniem modeli zbadano twardość stali stosowanej w hali produkcyjnej, stosując metodę Poldii a następnie pobrano dodatkowe próbki i zastosowano metodę Brinella także w Laboratorium Badawczym Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, określając twardość *HB*.

Po wykonaniu modele zostały oczyszczone z zendry spawalniczej a strefy badawcze zostały oczyszczone i odfuszczone w celu naklejenia warstw elastooptycznych i czujników tensometrycznych. Gotowe modele zostały przedstawione na rys.5.10, 5.11, 5.12.

W celu oszacowania błędów pomiaru pomierzono imperfekcje geometryczne, mogące mieć wpływ na uzyskane wyniki. W modelu M1 zaobserwowano wygięcie z płaszczyzny wzdłuż pionowej osi modelu ok. 2 mm i ok. 0,5 mm wygięcie żeber wzdłuż poziomej osi modelu. Podobny efekt zaobserwowano w modelu M5. Natomiast w modelu M6 zaobserwowano wygięcie żeber głównych w osi poziomej modelu rzędu ok. 1 mm. Na powstanie wymienionych imperfekcji mógł mieć wpływ kierunek kładzenia spoin oraz stosunek długości do szerokości łączonych elementów.

Z materiału stosowanego do wykonania modeli wykonano 4 płyty kwadratowe o wymiarach 300 mm x 300 mm i grubości 20 mm. Płyty te zastosowano zamiast bloków oporowych, umożliwiając tym samym przekazanie siły z siłownika i rozciąganie modeli siłą równomiernie rozłożoną na całej dolnej krawędzi tulei. W celu pomiaru i wyeliminowania szczeliny pomiędzy tuleją i płytą oporową zastosowano suwmiarkę a siłownik przesuwano tak, aby jego oś pionowa znajdowała się w osi pionowej modelu podczas próby rozciągania. Ostatecznie wszystkie modele zostały oznaczone, kontynuując numerację zastosowaną w badaniach MES.



Rys.5.9. Model M6



Rys.5.10. Model doświadczalny M1



Rys.5.11. Model doświadczalny M5



Rys.5.12. Model doświadczalny M6

5.4. Stanowisko badawcze i urządzenia pomiarowe

Badania zasadnicze zostały wykonane w Laboratorium Badawczym Instytutu Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej. Modele węzłowe M1, M5 i M6 poddane zostały próbie rozciągania, stosując siłownik o zakresie pomiarowym 660kN i siłomierz SP 7927-63 A o zakresie pomiarowym 1600 kN.



Rys.5.13. Stanowisko badawcze z modelem M1



Rys.5.14. Stanowisko badawcze z modelami M1, M5 i M6

Wyniki w postaci odkształceń czujników elektrooporowych rejestrowano za pomocą mostka UPM 100 firmy Hottinger i komputera PC, natomiast wyniki w postaci różnicy odkształceń głównych stosując metodę kompensacji (z dokładnością do 0,01 jednostki rzędu izochromy) za pomocą polaryskopu typu 031 firmy Photolastic a rzędy izochrom za pomocą aparatu cyfrowego (rys.5.13, 5.14).

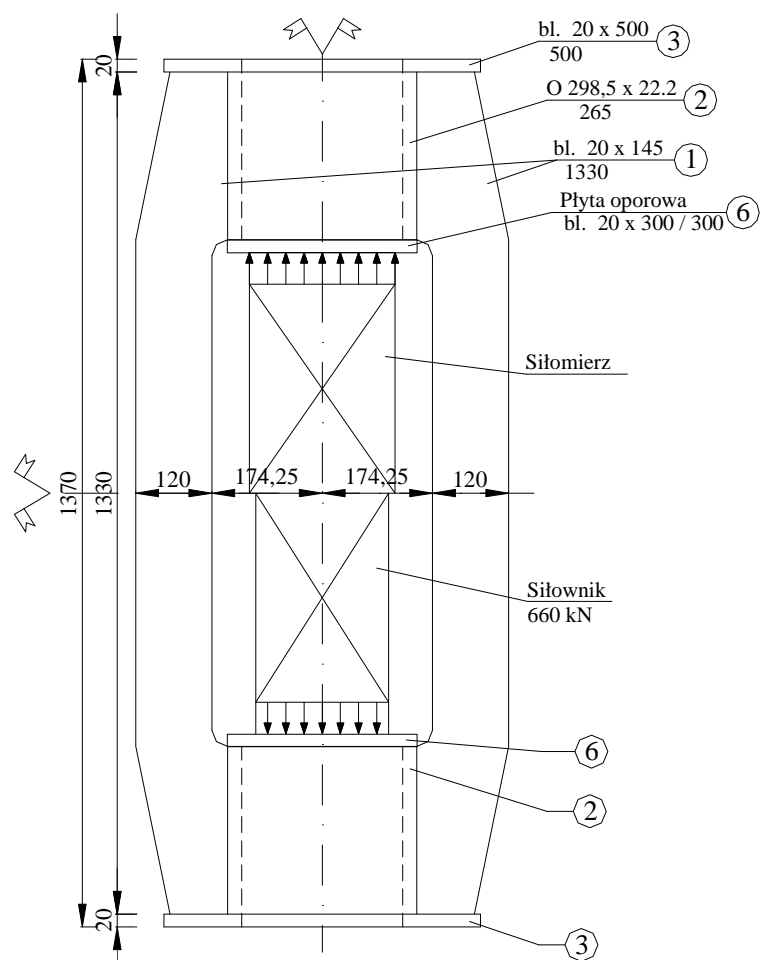
5.4.1. Schemat rozciągania modeli badawczych

Bisymetryczna geometria układów umożliwiła umieszczenie siłownika wraz z siłomierzem w środku modeli podczas próby rozciągania, rys.5.15. W celu symetrycznego obciążenia siłą rozciągającą zastosowano płyty oporowe o grubości 20 mm ze stali S355, oparte o górną i dolną tuleję (zamiast bloku oporowego opartego o tuleję, przekazującego siłę z ciągnien do węzła), aby uniknąć wymuszenia dodatkowych imperfekcji geometrycznych podczas próby rozciągania. Osiowe umieszczenie siłownika z siłomierzem (w osi pionowej modeli) sprawdzono za pomocą poziomici i suwmiarki elektronicznej, metodą eliminowania szczeliny pomiędzy tuleją i płytą oporową.

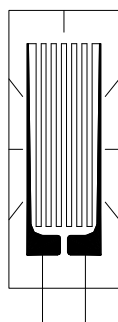
5.4.2. Urządzenia pomiarowe

Na podstawie wyników MES modeli powierzchniowych węzłów M1, M5 i M6 określono strefy powstawania spiętrzeń naprężeń, które pojawiły się w strefie wyokrąglenia żebra głównego, w miejscu połączenia z tuleją (rys.4.27÷4.29). Symetrycznie po obu stronach tulei wyznaczono dwie strefy badawcze: jedną w celu naklejenia warstw z żywicy epoksydowych a drugą w celu naklejenia tensometrów i rozet. W strefie środkowej żeber głównych dodatkowo wyznaczono strefę badawczą, w której nakleiono warstwy elastooptyczne, umożliwiające zbadanie przemieszczania się osi obojętnych ku zewnętrznej krawędzi. Na krawędziach wewnętrznych modeli nakleiono tensometry.

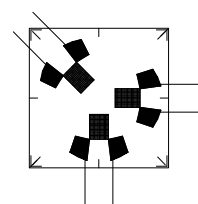
Symetrię badań na obu żebrach (tensometry na jednym żebrze, warstwy elastooptyczne na drugim), postanowiono zastosować na wszystkich modelach, w celu łatwego porównania wyników uzyskanych dwiema metodami badawczymi.



Rys.5.15. Schemat modelu podczas rozciągania



Rys.5.16. Tensometr LY-10/120



Rys.5.17. Rozeta RY11-3/120

W celu określenia jednorodnych, jednoosiowych odkształceń w kierunku wydłużeń głównych modeli, zastosowano tensometry elektrooporowe typu LY-10/120 (rys.5.16) o bazie pomiarowej 10 mm, klejone za pomocą cyjanopanu. Natomiast w celu pomierzenia dwuosowego stanu odkształcenia o nieokreślonych kierunkach głównych (obszar spiętrzenia naprężeń w strefie karbu żeber badanych), zastosowano rozety gwiazdowe o jednej osi symetrii, typu RY11-3/120 (rys.5.17), o bazie pomiarowej 3 mm i wymiarach zewnętrznych 7 x 7 mm, mierzące odkształcenia w trzech kierunkach: 0° , 45° i 90° , klejone za pomocą kleju Z70, stosując folie teflonowe podczas klejenia.

W sytuacji, gdy kierunki główne odkształceń nie są znane, wzory wydłużeń głównych wynoszą:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{45} - \varepsilon_{90})^2}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{2}(\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}) - \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{45} - \varepsilon_{90})^2},\end{aligned}\tag{5.3}$$

i naprężenia główne:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2), \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1).\end{aligned}\tag{5.4}$$

Z konieczności dokonania obserwacji powierzchniowych a nie tylko punktowych postanowiono zastosować Technikę Elastooptycznej Warstwy Powierzchniowej (TEWP) [30], [31], umożliwiającą otrzymanie informacji o całych obszarach badanych w strefach karbu, w płaskim stanie odkształcenia. Całkowita wartość rzędu izochromy jest definiowana jako różnica odkształceń głównych, czyli miejsce geometryczne punktów, w których różnice odkształceń (naprężeń) głównych mają jednakową wartość ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \text{const}$). Podczas badań zastosowano światło białe, halogenowe (75W), spolaryzowane i warstwy z żywic epoksydowych o grubości 3 mm i 4 mm o module sprężystości podłużnej E równym 3200 MPa, współczynnika Poissona ν równym 0,37 i stałej modelowej $K_{\sigma n}$ wynoszącej 105,33 i 140,44 dla płytek o grubości 4 mm i 3 mm, odpowiednio. Warstwy klejone były za pomocą kleju odblaskowego, sporządzonym na bazie tej samej kompozycji, z której wykonano płytki, lecz z dodatkiem pyłu aluminiowego. Badania wykonano w zakresie polaryzacji kołowej, stosując ciemne pole widzenia.

5.5. Program i przebieg badań

Przedmiotem badań są zmodyfikowane modele zakotwienia sztywnego, będące odzwierciedleniem zakotwienia mostu podwieszanego Utsjoki w Finlandii, jako typowego, sztywnego połączenia lin z pomostem stalowym. W oryginalnym modelu dwa żebra główne zostały wzmocnione żebrami dodatkowymi (rys.2.11).

Postanowiono zbadać pracę węzła pomijając żebra dodatkowe w pierwszym modelu, badając rozkłady naprężeń w tarczach pomniejszonych o pole przekroju poprzecznego żeber dodatkowych. Następnie postanowiono zbadać pracę modelu o kształcie brzegu wewnętrznego, wyznaczonego metodą gradientu redukując tym koncentracje naprężeń w strefie karbu D-E i konieczność stosowania żeber dodatkowych. Ostatecznie zbadano model podobny do modelu zastosowanego w moście Utsjoki w Finlandii, czyli model z żebrami dodatkowymi.

Celem badań jest uzyskanie stref i rozkładów naprężeń w obrębie krzywizny D-E brzegu badanego oraz rozkładów naprężeń w wyznaczonych przekrojach poprzecznych żeber głównych i wzdłuż brzegu badanego, jako odpowiedzi konstrukcji na obciążenia statyczne, w zakresie sprężysto-plastycznym.

Badania przeprowadzone zostały w Laboratorium Badawczym Instytutu Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej. Obejmują one rozciąganie dwóch zmodyfikowanych modeli zakotwienia sztywnego (M1 i M5) oraz modelu z żebrami wzmocniającymi (M6). Głównym przedmiotem badań jest blacha węzłowa nr 1 modelu M1 (rys.5.7) i nr 5 modelu M5 (rys.5.8), którego krzywizna brzegu poszukiwanego D-E została uzyskana stosując metodę gradientu. Natomiast blacha węzłowa modelu M6 o numerze 1

(rys.5.9), to zmodyfikowana blacha węzłowa modelu M1, wzmocniona żebrami 25 x 40 mm ze stali S235. Zbadano także przekroje wskazane na rys.4.27, 4.28, 4.29, w celu porównania metod doświadczalnych z metodami teoretycznymi i numerycznymi MES.

Upřednio przygotowane modele, stanowiące przedmiot badań (oczyszczone i odfuszczone), pokryto warstwami elastooptycznymi w strefach o maksymalnym wyężeniu i porównawczych a także czujnikami tensometrycznymi. W pierwszym etapie badań rozciągano model M1 w zakresie siły 100 kN, rejestrując wyniki co 25 kN, w celu określenia czułości metody elastooptycznej i grubości warstw. Badaniom zasadniczym, nieniszczącym, poddano wszystkie modele w zakresie siły rozciągającej, 660 kN, rejestrując wyniki co 100 kN i po odciążeniu modeli do siły 0 kN badając pojawienie się pozostających stref uplastycznionych.

5.5.1. Przekroje pomiarowe

Na podstawie modeli numerycznych, wykonanych w systemie I-DEAS i LUSAS, wstępnie wyznaczono strefy o największym wyężeniu (rys.4.27÷4.31). Modele powierzchniowe wykonane w systemie I-DEAS zasygnalizowały pojawienie się spiętrzeń w miejscach przyrostu pola przekroju poprzecznego. Jest to strefa wyokrąglenia brzegu D-E (rys.4.1), w miejscu mocowania bloku oporowego. Badania numeryczne MES zasygnalizowały, że w modelach M1 i M5 naprężenia w tych strefach zbliżone są do naprężeń uplastycznionych, odsuniętych od krawędzi D-E, wewnątrz tarczy żebra głównego. Aby zbadać tę strefę naklejono warstwy elastooptyczne na jednym z żeber każdego modelu a na drugim tensometry i rozety tensometryczne. Na podstawie badań MES zauważono nierównomierne rozkłady naprężeń pozostających wzdłuż spoiny łączącej tuleję z żebrzem. Wyniki te uzyskano stosując modele powierzchniowe z zamodelowaną grubością 20 mm dla żeber głównych i 22,2 mm dla tulei, co w rzeczywistości oznacza brak możliwości zbadania rozkładów dokładnie przy spoinie, ponieważ w metodzie elastooptycznej warstwy powierzchniowej wyniki z zasięgu 2 mm od brzegu tarczy nie są wiarygodne a pomiar tensometrami jest ograniczony za względu na zewnętrzne wymiary, które są większe od bazy pomiarowej.

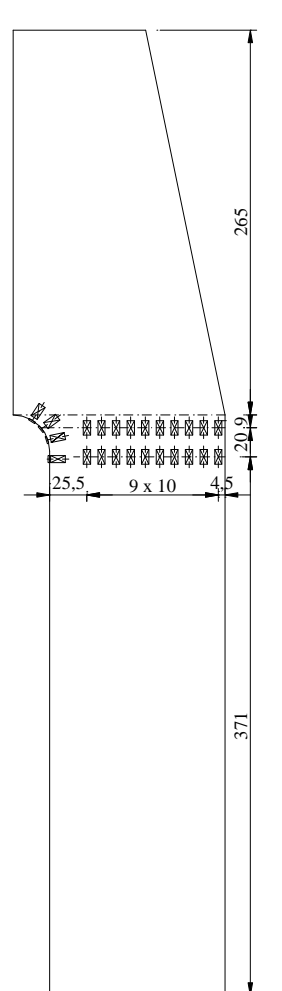
5.5.1.1. Układ czujników tensometrycznych

W modelu M1 zastosowano tensometry elektrooporowe typu LY-10/120, w ilości 28 sztuk. Po 10 sztuk w dwóch rzędach, wzdłuż przekroju poprzecznego żebra głównego (przekrój C-C i D-D, rys.4.27), mierzące odkształcenia w kierunku wydłużenia głównego (osi pionowej), 4 sztuki w strefie wyokrąglenia brzegu badanego (D'-E') i 4 sztuki na krawędzi modelu, w celu zbadania przewężenia, rys.5.18 i 5.21.

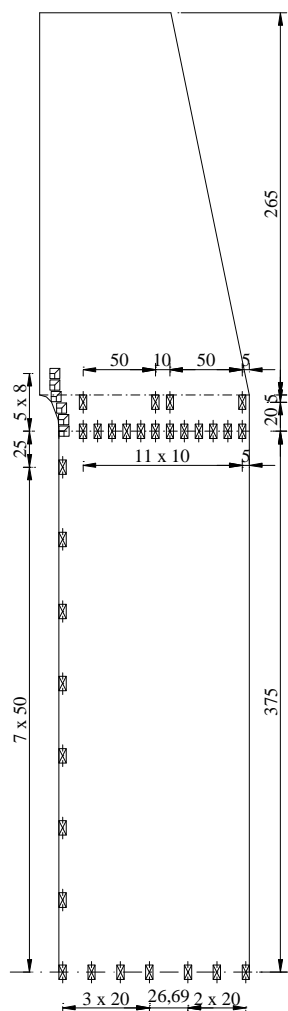
W modelu M5 naklejono 4 tensometry typu LY-10/120 w przekroju C-C (rys.4.28), 12 sztuk w przekroju D-D, w celu określenia odkształceń w kierunku wydłużenia głównego, 7 sztuk w przekroju E-E w celu zaobserwowania gięcia elementu i potwierdzenia przemieszczania się osi obojętnej ku zewnętrznej krawędzi modelu i 7 tensometrów wzdłuż brzegu badanego D'-E', w celu zaobserwowania zachowania się całej linii brzegu badanego D-E. W miejscu występowania spiętrzenia w strefie karbu zastosowano 6 rozet typu RY11-3/120. Jedną rozetę naklejono na tulei po stronie warstwy elastooptycznej w celu zaobserwowania zachowania się tulei w strefie spiętrzenia, rys.5.19, 5.22.

W modelu M6 zastosowano 4 tensometry typu LY-10/120 w przekroju C-C i 8 sztuk w przekroju D-D (rys.4.29) w strefie zewnętrznej krawędzi modelu (prawa strona żebra wzmocniającego), 5 sztuk tensometrów z prawej strony żebra dodatkowego (przekrój E-E) oraz 8 tensometrów wzdłuż brzegu D'-E', 6 rozet typu RY11-3/120 w strefie karbu żebra

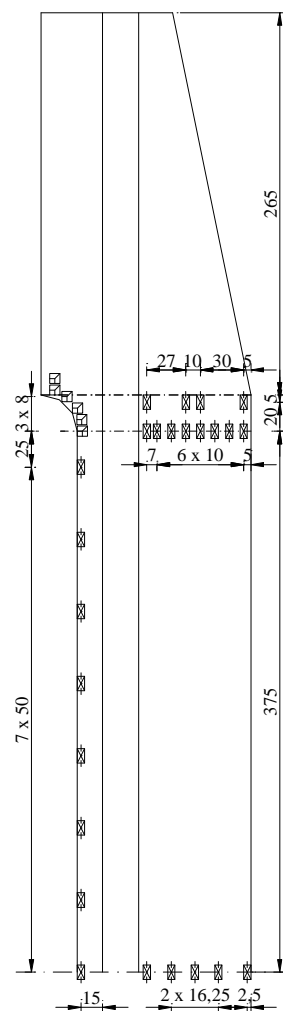
głównego a także 2 rozety typu RY11-3/120 na tylnej powierzchni żebra, w celu zbadania gięcia modelu podczas rozciągania (przejścia siły osiowej w mimośrodową). Dodatkowo jedną rozetę naklejono na tulei niedaleko warstwy elastooptycznej, ze względu na łatwiejszy montaż przewodów, w celu sprawdzenia pracy tulei podczas obciążania, rys.5.20, 5.23.



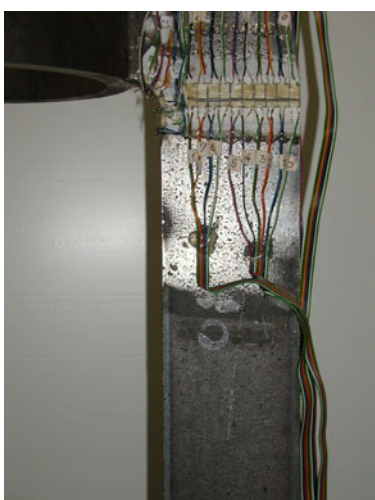
Rys.5.18. Tensometry modelu M1



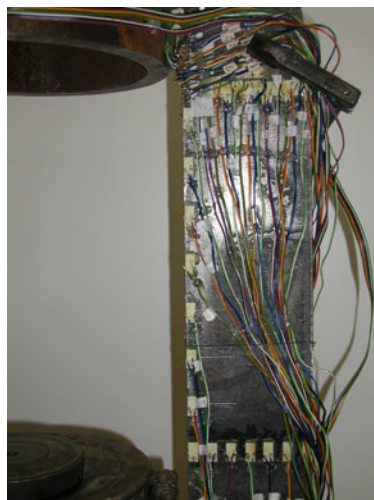
Rys.5.19. Tensometry modelu M5



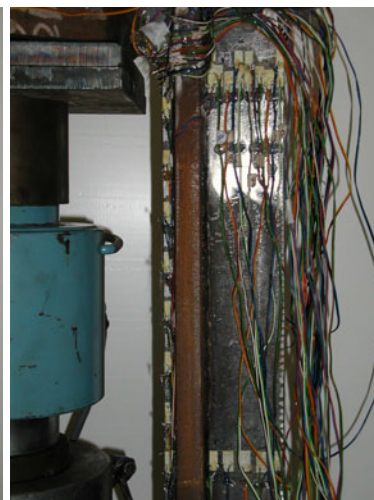
Rys.5.20. Tensometry modelu M6



Rys.5.21. Model M1



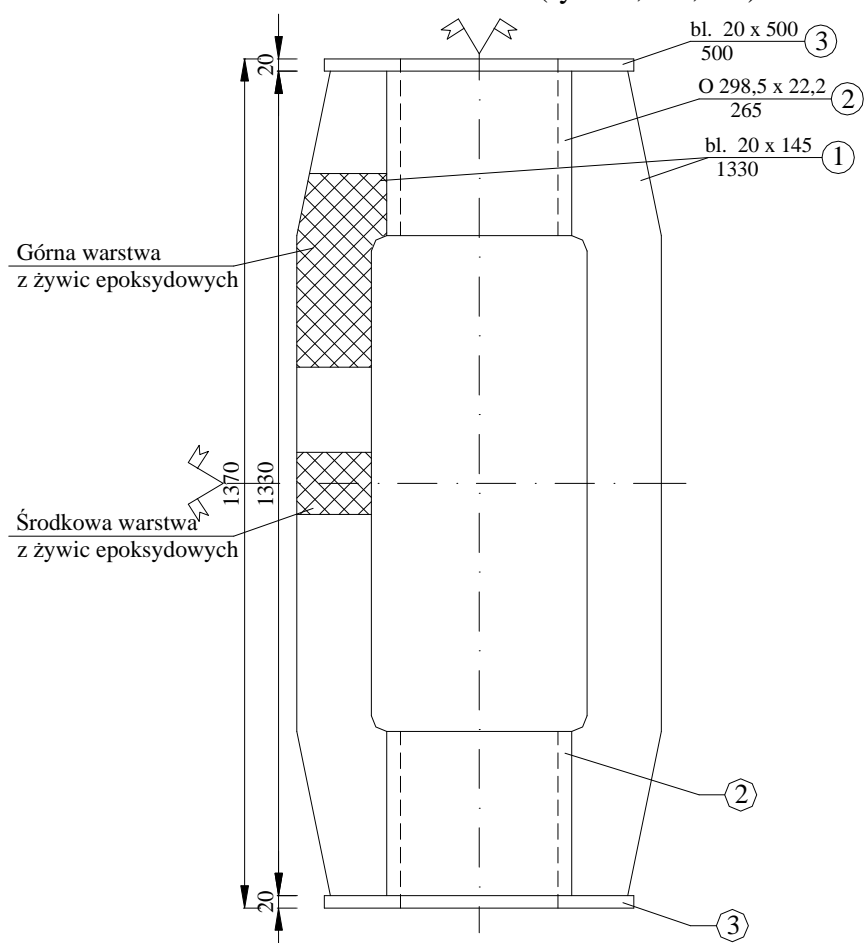
Rys.5.22. Model M5



Rys.5.23. Model M6

5.5.1.2. Rozmieszczenie warstw elastooptycznych

Warstwy powierzchniowe z żywic epoksydowych zostały naklejone na jednej z dwóch blach węzłowych nr 1 modelu M1 i M6 i nr 5 modelu M5 (rys.5.7, 5.8, 5.9).

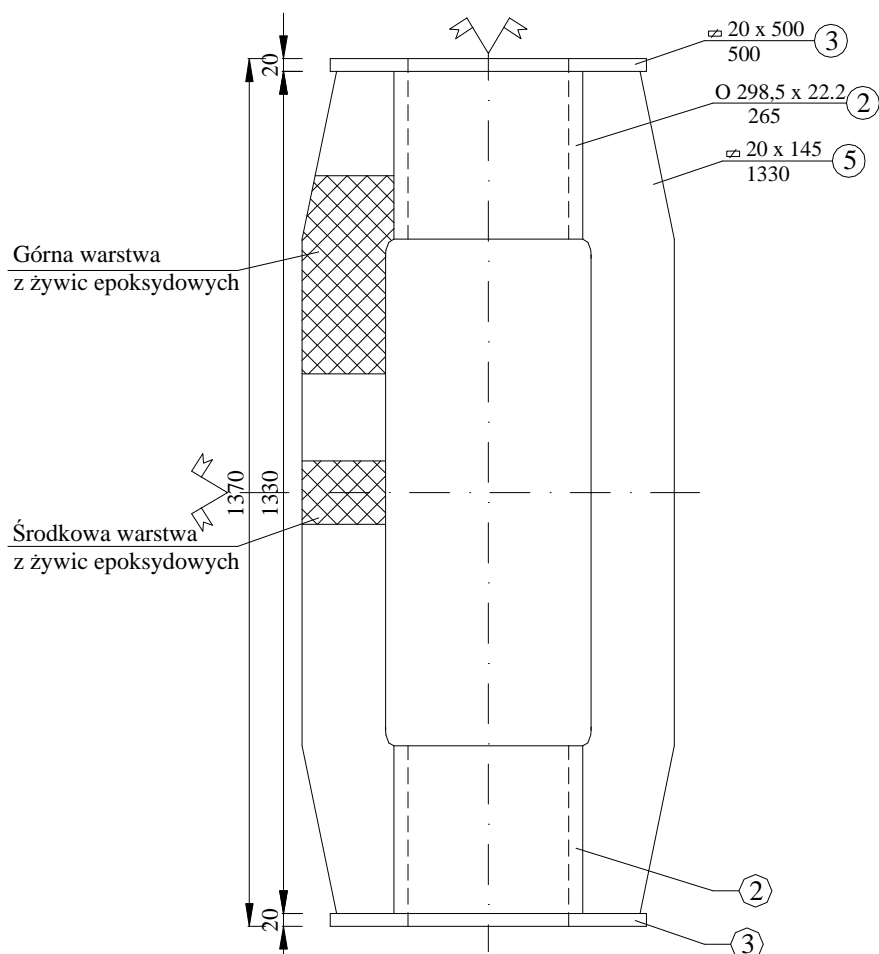


Rys.5.24. Warstwy elastooptyczne na modelu M1



Rys.5.25. Model M1

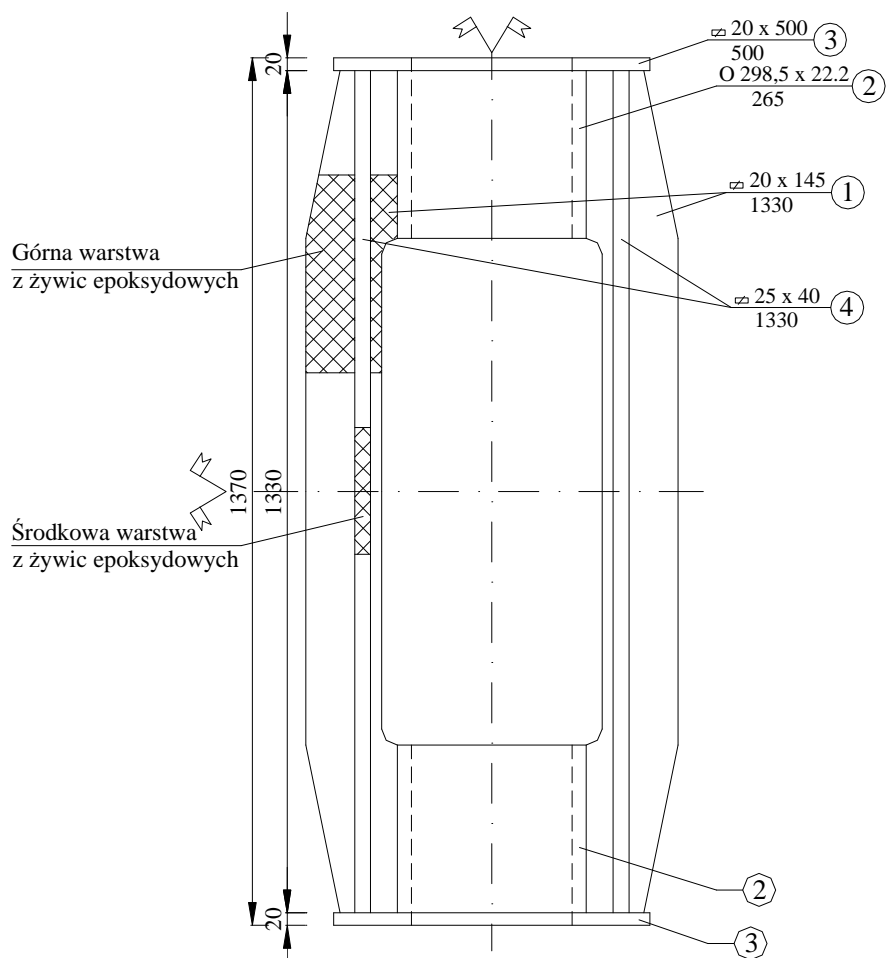
Na modelu M1 i M5, w górnej i środkowej strefie zębra głównego (przekrój A-A i B-B) naklejono warstwy o grubości 4 mm, rys.5.24, 5.25 i rys.5.26, 5.27. Natomiast na modelu M6, w górnej strefie zębra dwie warstwy o grubości 3 mm po obu stronach zębra dodatkowego i jedną warstwę w środkowej strefie o grubości 4mm na zębrze dodatkowym, rys.5.28, 5.29.



Rys.5.26. Warstwy elastooptyczne na modelu M5



Rys.5.27. Model M5



Rys.5.28. Warstwy elastooptyczne na modelu M6



Rys.5.29. Model M6

5.5.2. Zadanie badawcze

W badaniach modelowych postanowiono prześledzić zachowanie się trzech modeli M1, M5 i M6, bazując na danych zawartych w badaniach teoretycznych i MES, oraz dokonać porównań wyników. Wyniki te są uzupełnieniem w światowym dorobku badań węzłów mocujących kable w konstrukcjach.

W pracy tej stosując modele wykonane ze stali, postanowiono:

- zbadać zachowanie się zmodyfikowanych modeli węzła mocującego kable w konstrukcjach stalowych, poprzez określenie rozkładów naprężeń w wybranych przekrojach, stosując różne techniki badawcze, oraz porównanie z wynikami uzyskanymi MES,
- zbadać wpływ pojawienia się koncentratora naprężeń w postaci nieodpowiedniego kształtu konstrukcji (ostra nieciągłość geometryczna), w postaci wady konstrukcji (wady spoiny, materiału), pozostających naprężeń spawalniczych lub efektu pozostałego po obróbce materiału,
- określić funkcję brzegu optymalnego, uzyskanego wcześniej metodą teoretyczną (metodą gradientu) oraz sprawdzić jej wpływ na redukcję spiętrzenia naprężeń w strefie karbu,
- ocenić występowanie imperfekcji i naprężeń spawalniczych i ich wpływ na uzyskane wyniki,
- zbadać wpływ obecności karbu na tuleje przekazujące obciążenia na liny.

5.6. Badania nośności w zakresie sprężysto-plastycznym

Badane powierzchnie, pokryte warstwami optycznie czułego materiału oświetlono światłem spolaryzowanym, które po odbiciu od podłoża warstwy przechodziło przez analizator polaryskopu. W skutek odkształcania się powierzchni elementu, w optycznie czulej warstwie powstał efekt dwójłomności wymuszonej, powodujący pojawienie się prążków interferencyjnych. Na powierzchni warstwy wykreślono oś odciętych układu współrzędnych, umożliwiającą lokalizowanie punktów podczas pomiarów kompensacyjnych. Zróżnicowanie obrazu izochrom (zagęszczenie), w miejscach koncentracji naprężeń (strefa karbu) charakteryzowało obszary o dużym gradiencie wartości różnicy odkształceń głównych i wartości maksymalnych naprężeń stycznych. Metodą ekstrapolacji wyznaczono kolejne wartości rzędów izochrom występujące wzdłuż rozpatrywanego przekroju. Metodą igły określano znak naprężenia badanego, występującego w warstwie przykrawędziowej, w odniesieniu do nieobciążonego modelu, znajdującego się w płaskim stanie naprężenia [30], [31].

W ogólnym przypadku, między innymi ze względu na stosowanie grubszych warstw, równość definiująca różnice odkształceń konstrukcji jest modyfikowana współczynnikami korekcyjnymi, uwzględniającymi wpływ danego czynnika na wartość mierzonych odkształceń. Zgodnie z podstawowymi równaniami elastooptyki przyjęto, że różnica odkształceń głównych warstwy jest wprost proporcjonalna do różnicy odkształceń głównych powierzchni elementu [54].

W zakresie odkształceń liniowo-sprężystych, do obliczenia różnicy odkształceń (naprężeń) głównych w warstwie powierzchniowej elementu, stosowano wzory wynikające z prawa Hooke'a dla płaskiego stanu naprężenia. Poza zakresem odkształceń liniowo-sprężystych przestano na ocenie powierzchni odkształceń plastycznych, w badanym obszarze elementu. Podstawowe związki między naprężeniami i odkształceniami, a efektami optycznymi w warstwie powierzchniowej opierają się na założeniu, że odkształcenia występujące na

powierzchni konstrukcji przekazywane są wprost na warstwę naklejoną na tę powierzchnię, co wyrażają poniższe równości:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^w &= \varepsilon_1^k, \\ \varepsilon_2^w &= \varepsilon_2^k,\end{aligned}\tag{5.5}$$

stąd wynika, że:

$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^w = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^k,\tag{5.6}$$

a po uwzględnieniu podstawowego równania elastooptyki oraz faktu prowadzenia obserwacji w świetle odbitym, otrzymuje się zależność między różnicą odkształceń głównych oraz efektem optycznym (rzędem izochromy) w warstwie:

$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^w = (1 + \nu^w) m f_\sigma / 2t^w E^w = m f_\varepsilon / 2t^w.\tag{5.7}$$

Bezpośrednio z danych elastooptycznych (m i δ) można wyznaczyć także odkształcenie postaciowe:

$$\gamma_{xy}^k = \gamma_{xy}^w = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^w \sin 2\delta = m f_\varepsilon \sin 2\delta / 2t^w.\tag{5.8}$$

W zakresie liniowo-sprężystych odkształceń, naprężenia na powierzchni badanego obiektu określają wzory:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^k = E^k m f_\varepsilon / 2t^w (1 + \nu^k),\tag{5.9}$$

oraz

$$\tau_{xy}^k = E^k m f_\varepsilon \sin 2\delta / 4t^w (1 + \nu^k),\tag{5.10}$$

gdzie:

- ε_i^k - odkształcenia w konstrukcji badanej,
- ε_i^w - odkształcenia w warstwie badanej,
- ν_i^k - współczynnik Poissona konstrukcji,
- ν_i^w - współczynnik Poissona warstwy,
- m - rząd izochromy,
- δ - kąt zawarty między osią analizatora polaryskopu a kierunkiem naprężenia głównego,
- t^w - grubość warstwy.

Ze względu na stosowanie grubszych warstw (3,0÷4,0 mm), równość ta jest modyfikowana współczynnikami korekcyjnymi, uwzględniającymi wpływ danego czynnika na wartość mierzonych odkształceń, co można ogólnie zapisać w postaci:

$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^k = K_i (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^w,\tag{5.11}$$

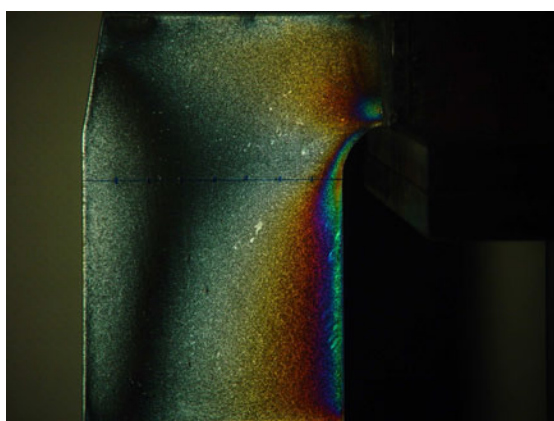
gdzie:

- K_i - i -ty współczynnik korekcyjny, określający ilościowy wpływ danego czynnika na mierzoną różnicę odkształceń.

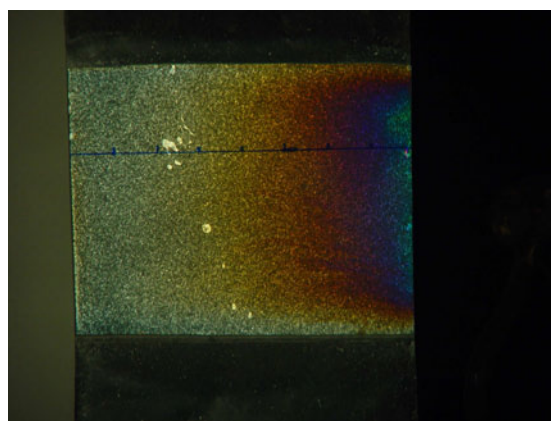
5.6.1. Określenie stref odkształceń sprężystych i plastycznych na podstawie pomiarów kompensacyjnych i zdjęć izochrom

W pierwszej próbie badań zasadniczych, rozciąganiu poddano model M1, stosując warstwę elastoptyczną o grubości 2,3 mm. Siła wstępnie obciążająca, wynosiła 100 kN. Pomiarów dokonywano co 25 kN. W ten sposób uzyskano słaby, prawie niewidoczny obraz izochrom, który był spowodowany zbyt małą siłą rozciągającą, w stosunku do grubości stosowanych blach i zbyt dużej czułości metody. Na podstawie jednego rzędu izochromy, który pojawił się w strefie wyokrąglenia, uzyskano maksymalne naprężenia w wysokości 34 MPa. Natomiast, pojawił się dodatkowy prążek izochromy na styku żebra i spoiny, wskazujący na występowanie naprężeń pozostających.

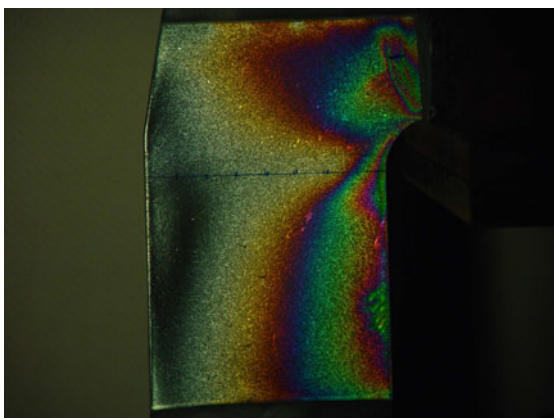
W drugiej próbie badawczej modelu M1 zastosowano warstwę elastoptyczną o grubości 4,0 mm, co pomogło w uzyskaniu wyraźniejszych rzędów izochrom. W tym przypadku maksymalna siła rozciągająca wynosiła 400 kN a pomiarów dokonywano co 100 kN. Największy rząd izochrom w strefie wyokrąglenia wynosił 1,62, a tym samym maksymalne naprężenie 170,6 MPa. W strefie połączenia rury z żebrzem także pojawiły się dodatkowe prążki, jako efekt naprężeń spawalniczych. W początkowej fazie obciążania wewnętrzna krawędź żebra była rozciągana a zewnętrzna ściskana. Oś obojętna (zerowa izochroma charakteryzująca się czarna barwą) przemieszczała się ku zewnętrznej krawędzi żebra, wskazując na występowanie zginania w żebrze. W końcowej fazie obciążania cały przekrój żebra był rozciągany.



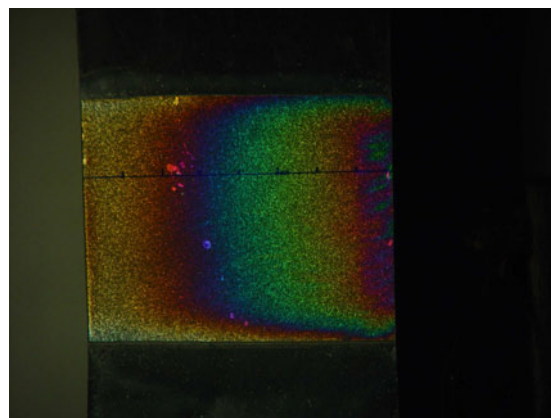
Rys.5.30. Rozkłady izochrom modelu M1 przy sile 400 kN



Rys.5.31. Rozkłady izochrom modelu M1 przy sile 400 kN



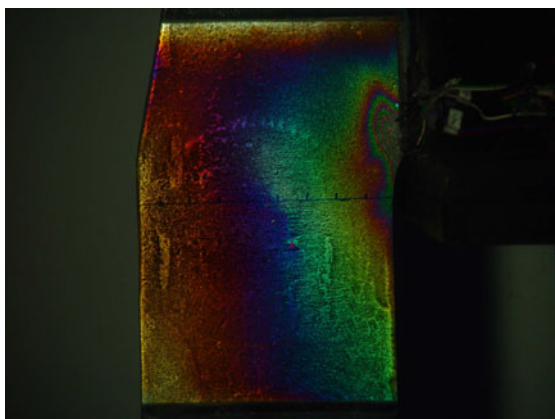
Rys.5.32. Rozkłady izochrom modelu M1 przy sile 660 kN



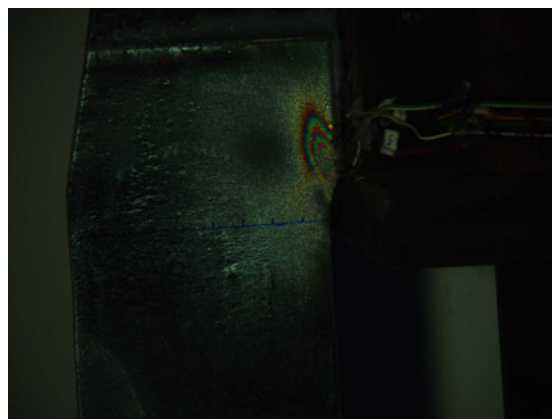
Rys.5.33. Rozkłady izochrom modelu M1 przy sile 660 kN

W kolejnym etapie badań modelu M1 wykonano kompleksowe pomiary, także środkowej strefy żebra głównego, naklejając w tej strefie warstwę elastoptyczną o grubości 4,0 mm. Postanowiono zaobserwować oś symetrii żebra, w celu określenia wpływu zginania na żebro. W trzeciej próbie siłę rozciągającą zwiększono do 660 kN. Pomiary były dokonywane co 100 kN. Przy sile obciążającej, 400 kN w przekroju A-A, zanotowano izochromę 1,62 przy krawędzi wewnętrznej (rys.5.30) a także przy spoinie ok. 1,0 j.rz.iz.. Natomiast w przekroju B-B zaobserwowano jednorodny (osiowy) kierunek odkształceń głównych (1,13 j.rz.iz., rys.5.31). Przy sile 500 kN, w przekroju A-A rząd ten wynosił 1,82, również przy krawędzi wewnętrznej. Przy spoinie zauważono zmianę kształtu pętli izochromy (w postaci płomienia rozciągającego się ku zewnętrznej krawędzi). Przy sile 600 kN izochroma wynosiła ok. 2,0 a jej stanowczy wzrost odnotowano powyżej przekroju A-A. W końcowym etapie badań, największy rząd izochromy pojawił się w górnej części pasa rozciąganego przy spoinie i wynosił już 2,8 a w przekroju A-A 2,3 j.rz.iz., (rys.5.32), natomiast w środkowej części pasa największy rząd izochromy wynosił 1,98 (rys.5.33). W ten sposób uzyskano maksymalne naprężenia: 242 MPa i 208,5 MPa w górnej i środkowej strefie, odpowiednio. Na brzegu modelu, w przekroju B-B pojawiły się efekty optyczne, nazywane brzegowymi, będące skutkiem obróbki mechanicznej (postrzępione izochromy).

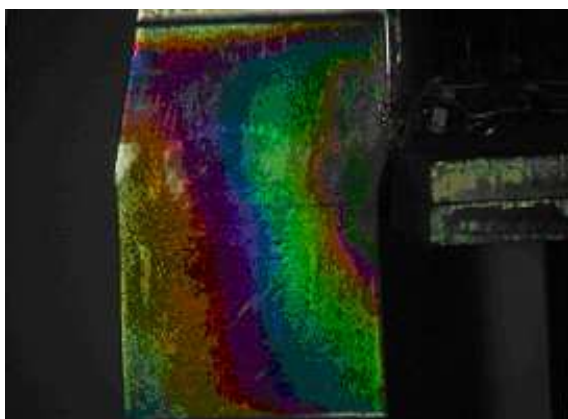
W pierwszym etapie badań modelu M5 wystąpiło zginanie żebra głównego. Po przyłożeniu poziomicy stwierdzono imperfekcję ok. 1 mm (zebro wygięte z płaszczyzny). Efekt ten był przyczyną pojawienia się jednego rzędu izochromy, która zniknęła w późniejszym etapie rozciągania, gdy cały pas był rozciągany. Przy sile 200 kN uzyskano maksymalny rząd izochromy w wysokości 1,25 w przekroju A-A, natomiast przy spoinie odnotowano już 3,5 j.rz.iz. Nie zaobserwowano zmiany znaku odkształcenia na krawędzi zewnętrznej pasa. Rozwój strefy maksymalnych efektów w pobliżu spoiny zanotowano już przy sile 300 kN. Maksymalny rząd izochromy wynosił 4,0 a wewnątrz strefy osiąga wartość 5,0. Przy krawędzi wewnętrznej maksymalny rząd izochromy wynosił 1,84. W strefie środkowej żebra odnotowano 1,09 j.rz.iz. Także pojawiły się efekty od temperatury. Przy sile 400 kN odnotowano 2,2 j.rz.iz. na krawędzi przekroju A-A (rys.5.34) a w strefie środkowej żebra 1,36 j.rz.iz., podczas gdy przy spoinie wynosił już ok. 5,5. W celu potwierdzenia czy strefa karbu uległa uplastycznieniu, odciążono model do siły 0 kN (rys.5.35). Na krawędzi pasa rząd izochromy wynosił 3,0 a wewnątrz strefy plastycznej 4,0. W strefie połączenia pasa i tulei spoiną, 7 mm od brzegu tulei, odnotowano odkształcenia trwałe, sugerujące wystąpienie lokalnego uplastycznienia. Przy sile 500 kN, w przekroju A-A rząd izochromy wynosił ok. 3,0 a przy spoinie ok. 6,0. Gdy obciążenie zwiększono do maksimum (660 kN) rząd izochromy przekracza 7,0 wewnątrz obszaru uplastycznionego a na brzegu przekroju A-A ok. 4,0 (rys.5.36).



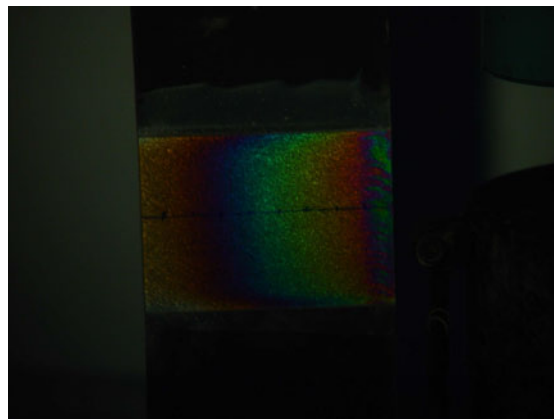
Rys.5.34. Rozkłady izochrom modelu M5 przy sile 400 kN



Rys.5.35. Rozkłady izochrom modelu M5 po odciążeniu



Rys.5.36. Rozkłady izochrom modelu M5 przy sile 660 kN



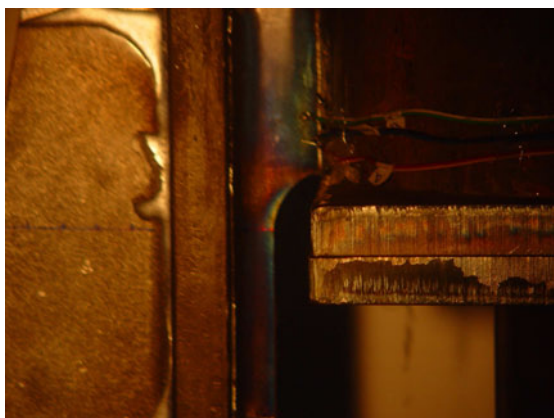
Rys.5.37. Rozkłady izochrom modelu M5 przy sile 660 kN

W osi poziomej żebra odnotowano 2,2 j.rz.iz. (rys.5.37). W środkowym pasie na wewnętrznym brzegu żebra głównego zaobserwowano faliste izochromy. Izochromy te wskazywały na nierównomierny rozkład naprężeń na brzegu żebra, co było przyczyną wystąpienia naprężeń od cięcia laserowego.

Ponieważ model M6 oprócz dodatkowych żeber w zasadzie nie różni się od modelu M1, postanowiono dokładnie zbadać górną część żebra głównego, naklejając warstwy elastooptyczne po obu stronach żebra dodatkowego i na żebrze dodatkowym, w środkowej części pasa. W celu określenia wielkości naprężeń występujących w modelu M6 zastosowano w górnej strefie warstwy elastooptyczne o grubości 3,0 mm a w środkowej o grubości 4,0 mm. W górnej części pasa nie zaobserwowano falistych izochrom od cięcia laserowego, które przypuszczalnie z sumowały się z naprężeniami termicznymi podczas spawania. Natomiast zostały one zauważone w środkowej części pasa (wpływ efektu termicznego). W strefie wyokrąglenia wewnętrznej krawędzi górnego przekroju, przy sile 100 kN pojawił się rząd izochromy w wielkości 0,01. Przy sile 200 kN rząd wzrósł do 0,42, co wskazuje na to, że model ten jest najlepszy ze względu na przenoszone obciążenie. Przy sile 300 kN zauważono, że w zewnętrznej warstwie, w górnej części pasa nadal nie pojawiły się izochromy. Na tej podstawie stwierdzono, że siły wyrównują (zamykają) się w obrębie zamkniętej ramy, w postaci dodatkowych żeber wzmacniających. Przy krawędzi wewnętrznej odczytano 0,58 j.rz.iz. Ponieważ pole przekroju poprzecznego wewnętrznej części pasa badanego z żebrami dodatkowymi równe jest polu zewnętrznej części pasa badanego, siłą rozciągającą przejmuje wewnętrzna część tego pasa i odkształcenia pojawiają się tylko w wewnętrznej części.



Rys.5.38. Rozkłady izochrom modelu M6 przy sile 400 kN



Rys.5.39. Rozkłady izochrom modelu M6 przy sile 660 kN

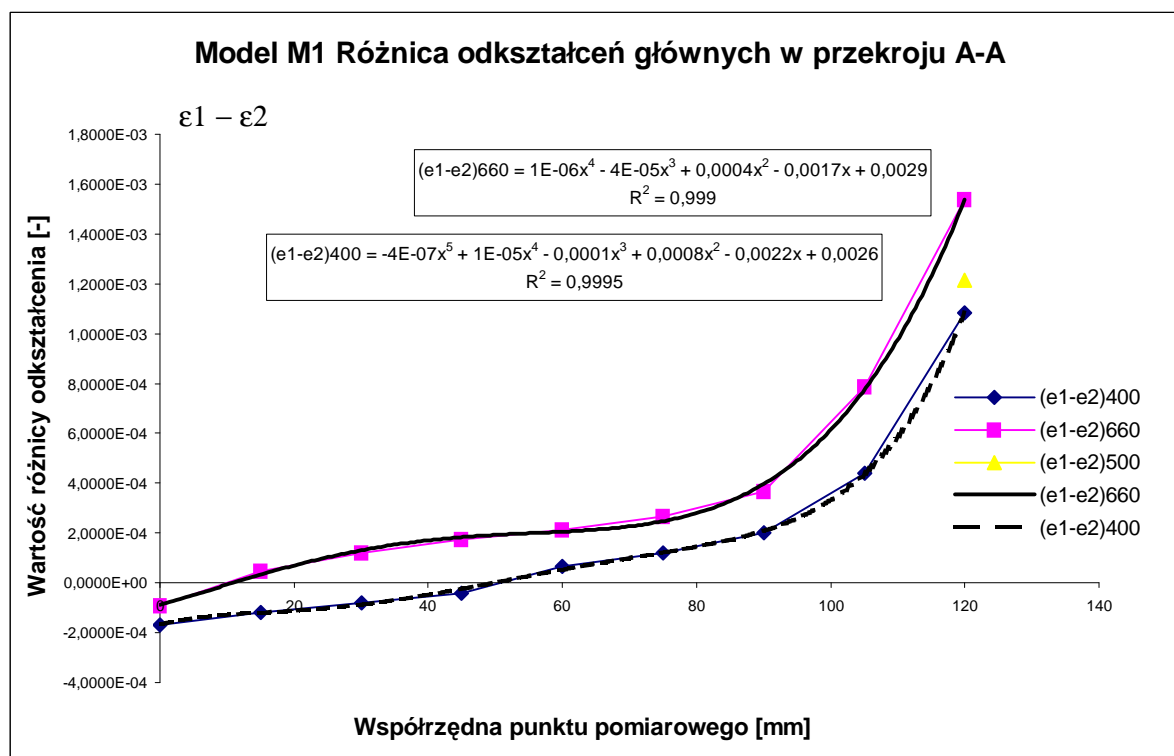
Dopiero przy sile 400 kN zaczyna pracować zewnętrzna część pasa a rzędy izochrom wynoszą 0,01, podczas gdy po stronie wewnętrznej występuje już 0,82 (rys.5.38). Przy sile 500 kN max izochroma w pasie wewnętrznym wynosi już 1,02. Żebro dodatkowe jest rozciągane i gięte w płaszczyźnie. Rozkład odkształceń rośnie ku wewnętrznej krawędzi. W pasie środkowym odnotowano 0,48 j.rz.iz. Przy sile 600 kN maksymalna izochroma wynosiła 1,12 i otrzymano różnicę naprężeń w wysokości 157 MPa, wskazując na brak występowania lokalnego uplastycznienia. Poza tym, izochromy w obrębie spoiny łączącej rurę z żebrzem głównym miały bardzo małą wartość w stosunku do dwu pozostałych modeli. W strefie środkowej odnotowano 0,7 j.rz.iz. Po odciążeniu modelu do siły 0 kN nie zaobserwowano żadnych odkształceń trwałych. Po obciążeniu modelu do siły max 660 kN, w górnej strefie zanotowano 1,19 j.rz.iz. na krawędzi wewnętrznej i 0,14 j.rz.iz. za żebrzem dodatkowym (rys.5.39) a w strefie środkowej 0,78 j.rz.iz. Maksymalna różnica naprężeń głównych wynosiła 167 MPa. Natomiast w pobliżu spoiny, nad przekrojem A-A rząd izochromy wynosił 1,22, co wskazywało na pojawienie się 171 MPa w postaci różnicy naprężeń.

5.6.2. Wykresy odkształceń (naprężeń) w przyjętych przekrojach

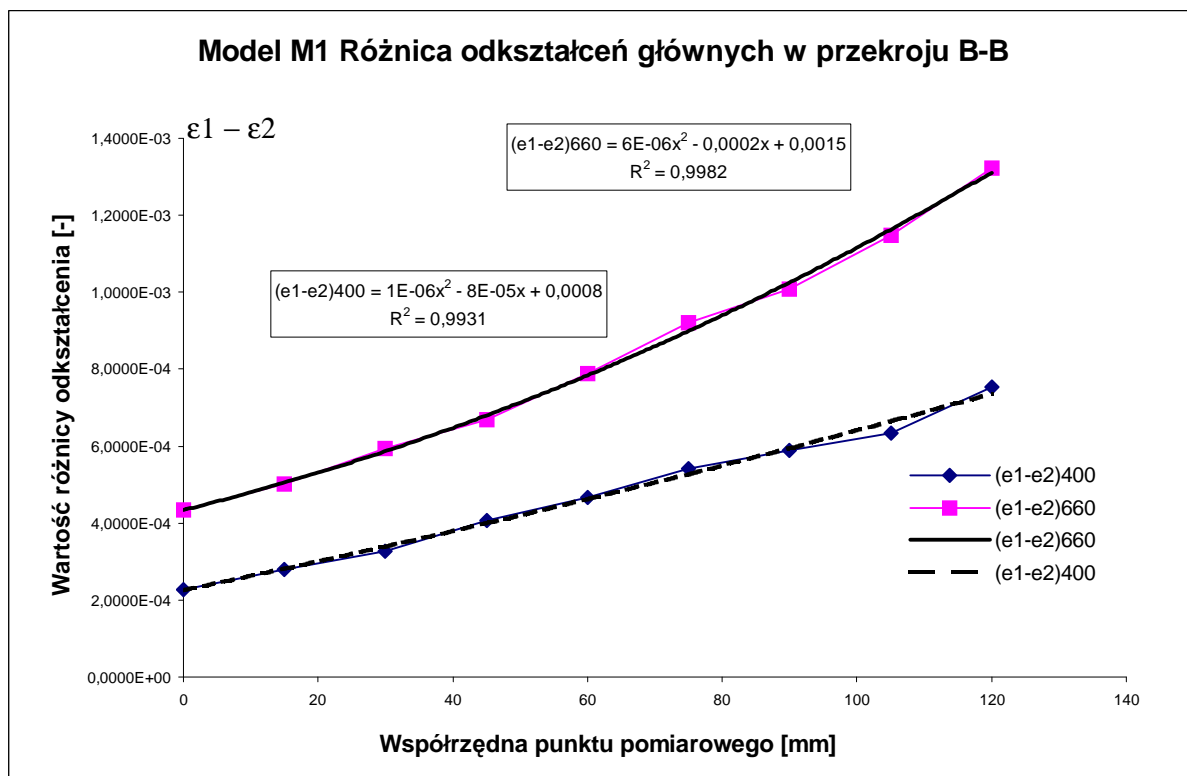
Wyniki pomiarów elastooptycznych w poszczególnych przekrojach:

- A-A, wyznaczonym w górnej części żebra głównego, w punkcie początkowym krzywizny brzegu D-E,
- B-B, w środkowej części żebra głównego (M1 i M5) i dodatkowych (M6),

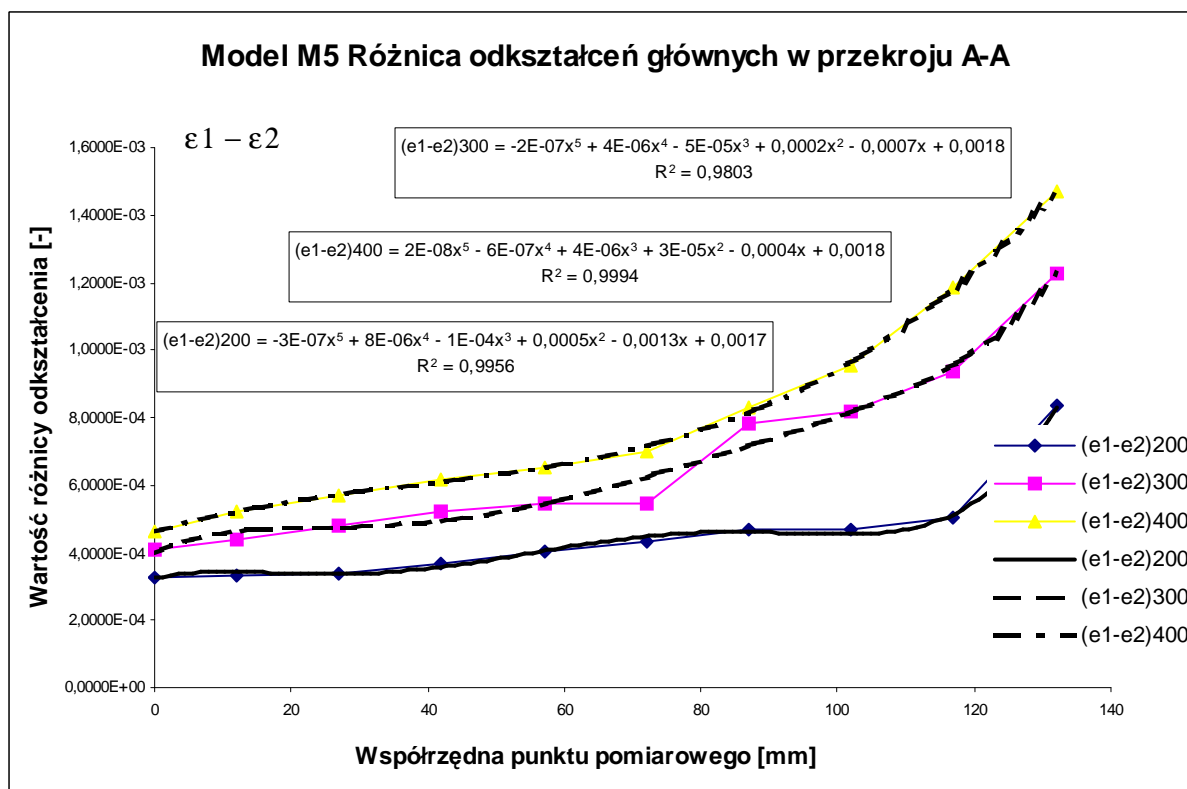
w postaci różnicy odkształceń głównych i aproksymacji funkcji kształtu różnicy odkształceń głównych wszystkich modeli, przedstawiono na rys.5.40÷5.47. Wyniki te notowano co 100 kN, rejestrując obrazy widoczne metodą kompensacji a pomijając pomiary gdy efekt rozciągania był niewidoczny i nierejestrowalny za pomocą warstw elastooptycznych.



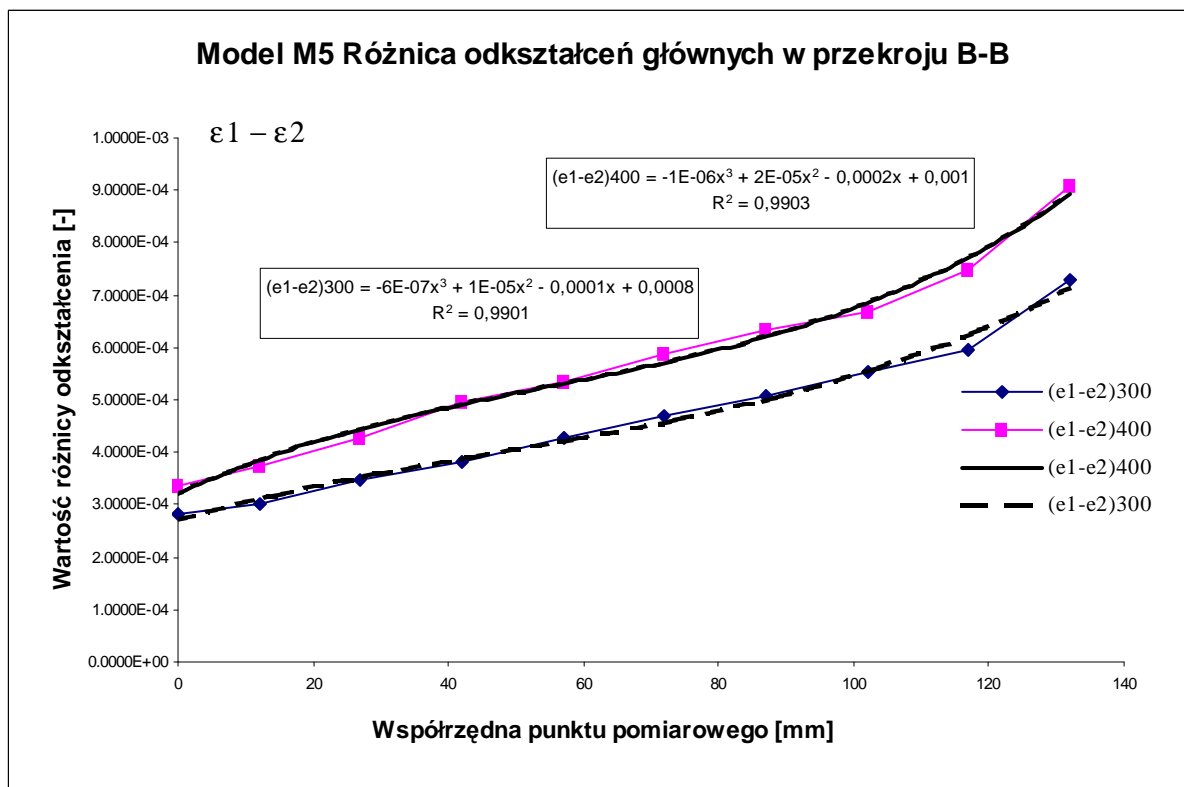
Rys.5.40. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M1 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



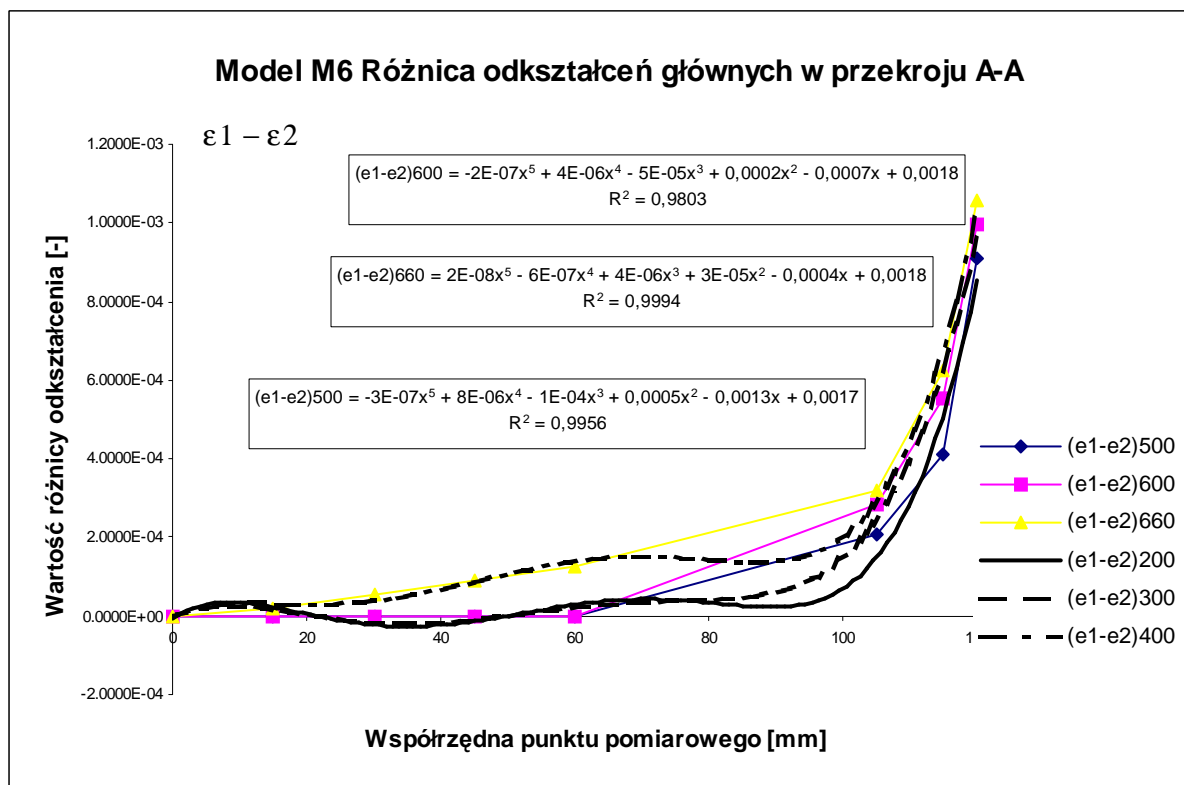
Rys.5.41. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M1 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



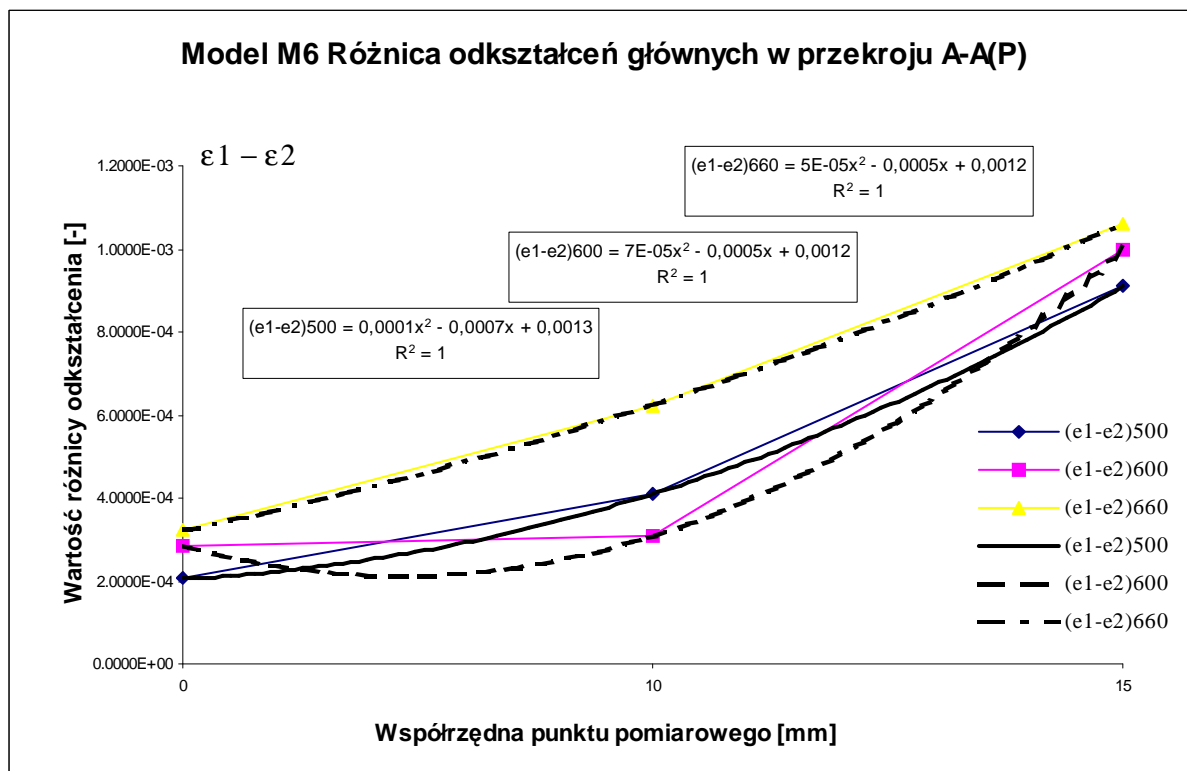
Rys.5.42. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M5 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



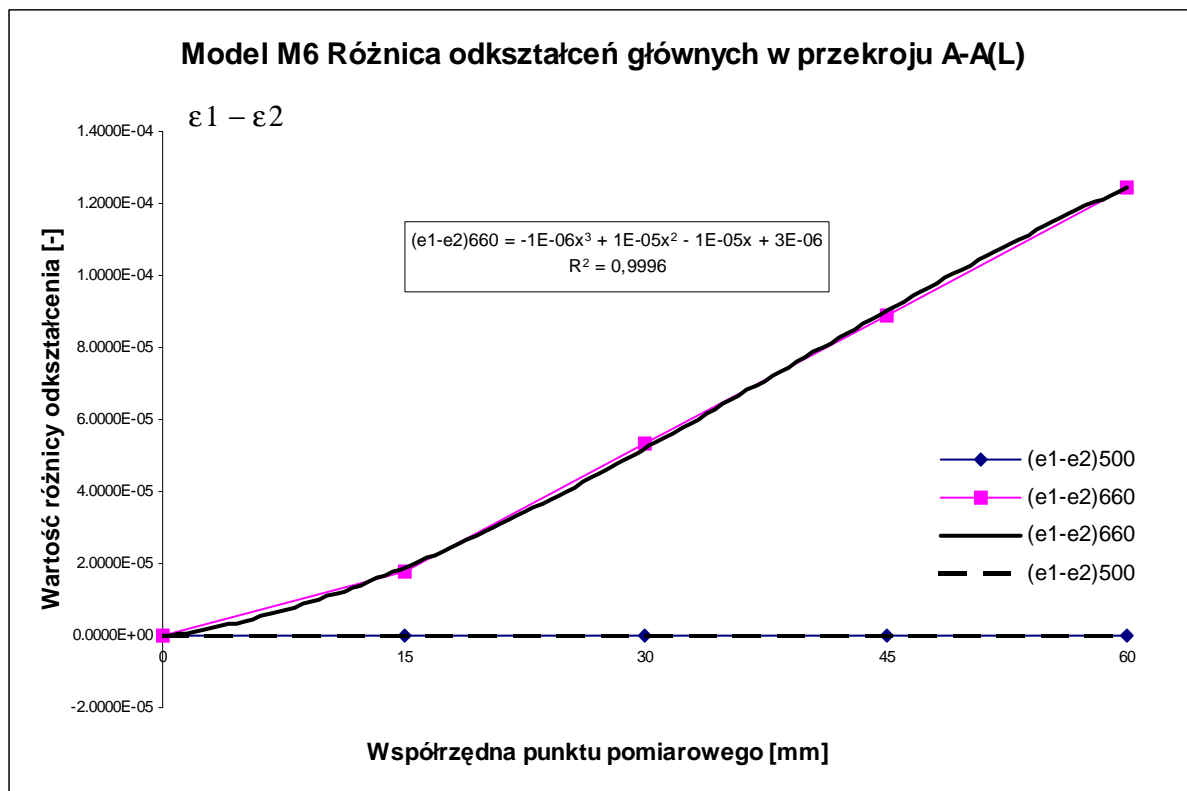
Rys.5.43. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M5 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



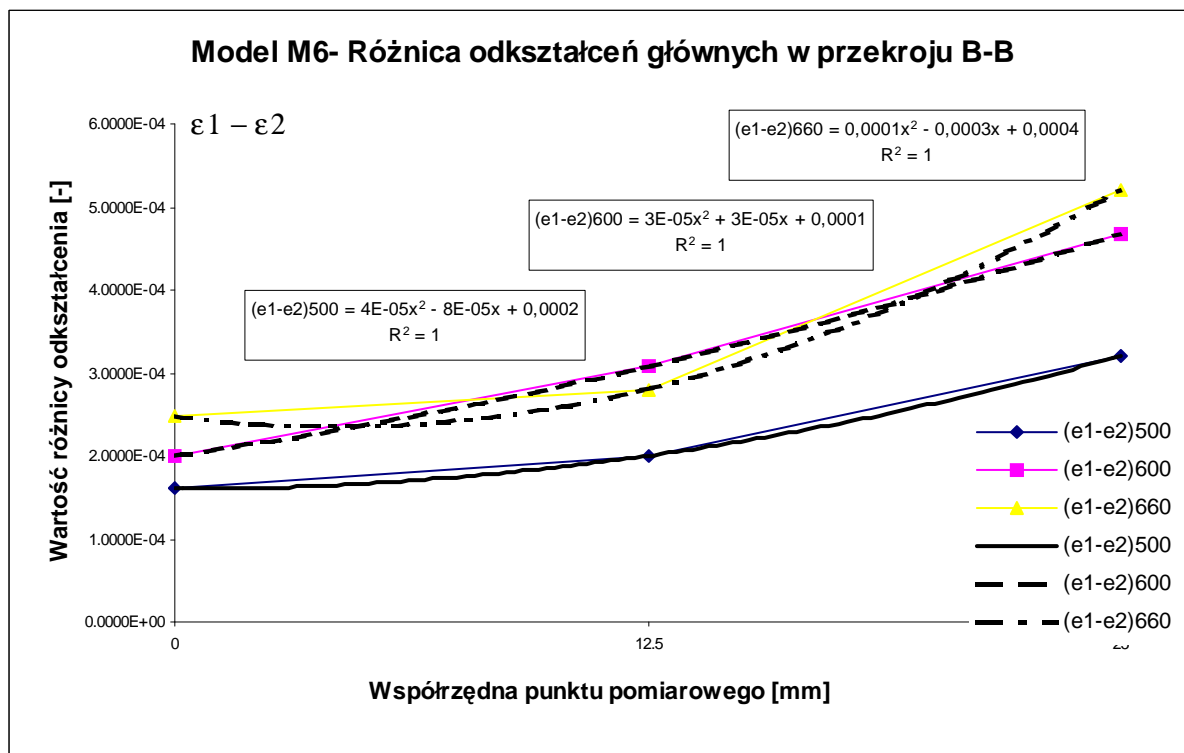
Rys.5.44. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M6 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



Rys.5.45. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M6 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



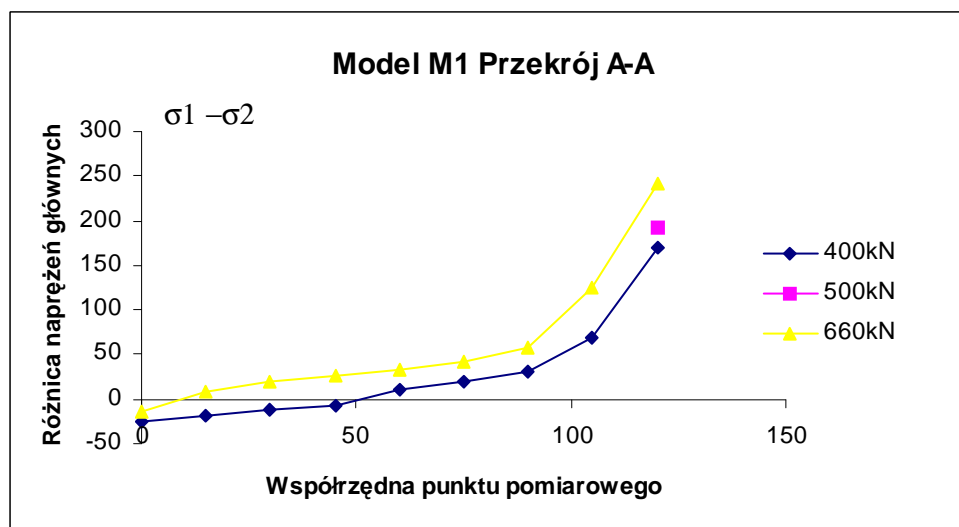
Rys.5.46. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M6 uzyskane na podstawie badań elastooptycznych



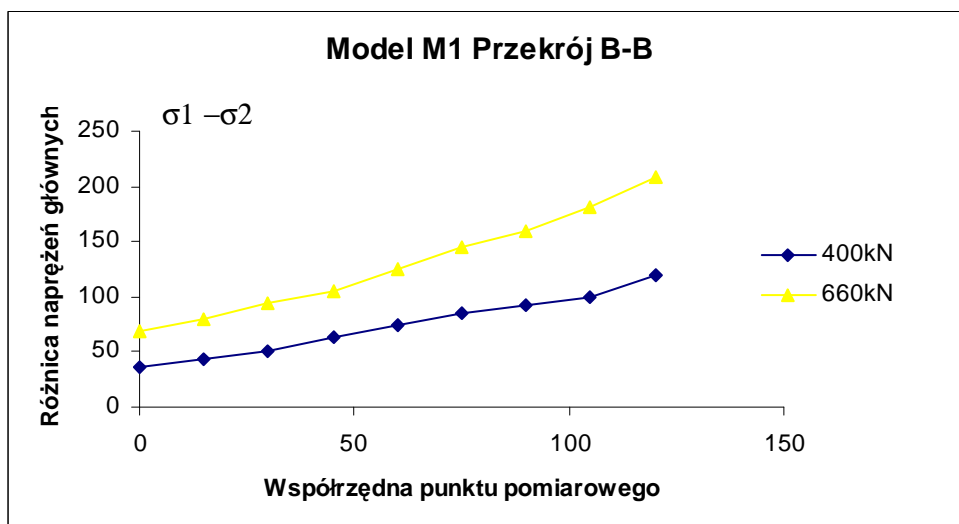
Rys.5.47. Rozkłady różnicy odkształceń modelu M6 uzyskane na podstawie badań elastoptycznych

Odpowiednie wyniki pomiarów elastoptycznych w postaci różnicy naprężeń głównych (w przekrojach A-A i B-B) przedstawiono na rys.5.48÷5.55.

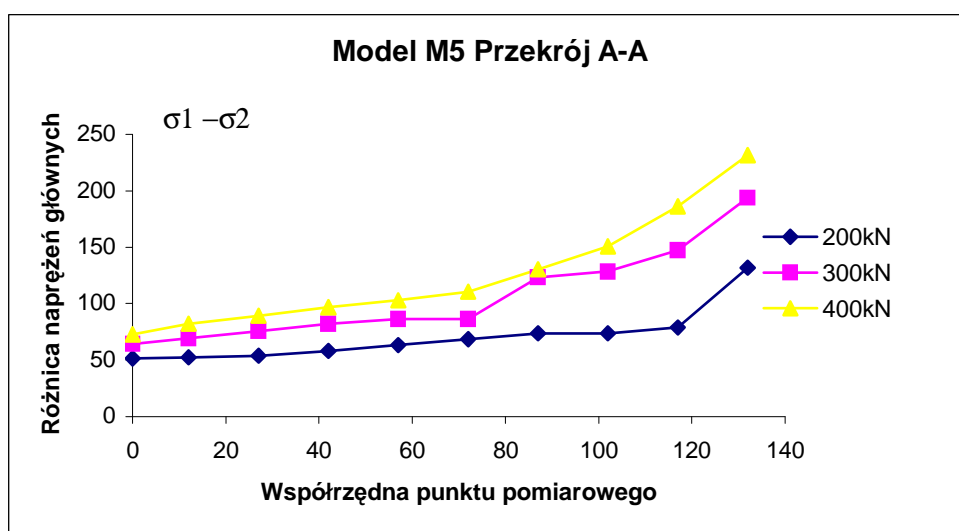
Wyniki te zostały pomierzone na całej długości przekroju dla sił dużych, w których dokonano pomiarów. Natomiast dla sił małych, nie powodujących koncentracji naprężeń (nie pojawiły się izochromy) wyniki te nie zostały notowane metodą elastoptycznej warstwy powierzchniowej, lecz tylko czujnikami tensometrycznymi. Wyniki w postaci różnicy naprężeń głównych umożliwiają dokładne porównanie z wynikami uzyskanymi za pomocą czujników tensometrycznych i MES.



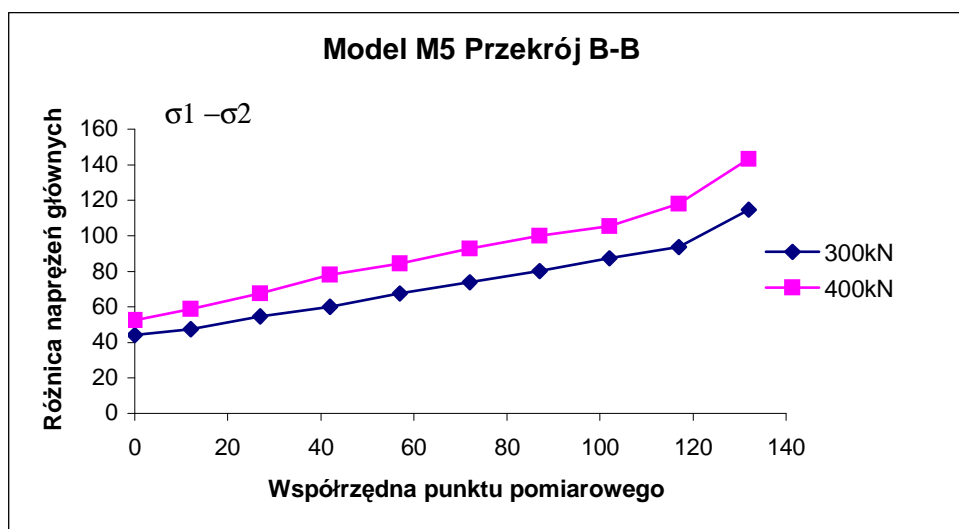
Rys.5.48. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M1 (badania elastoptyczne)



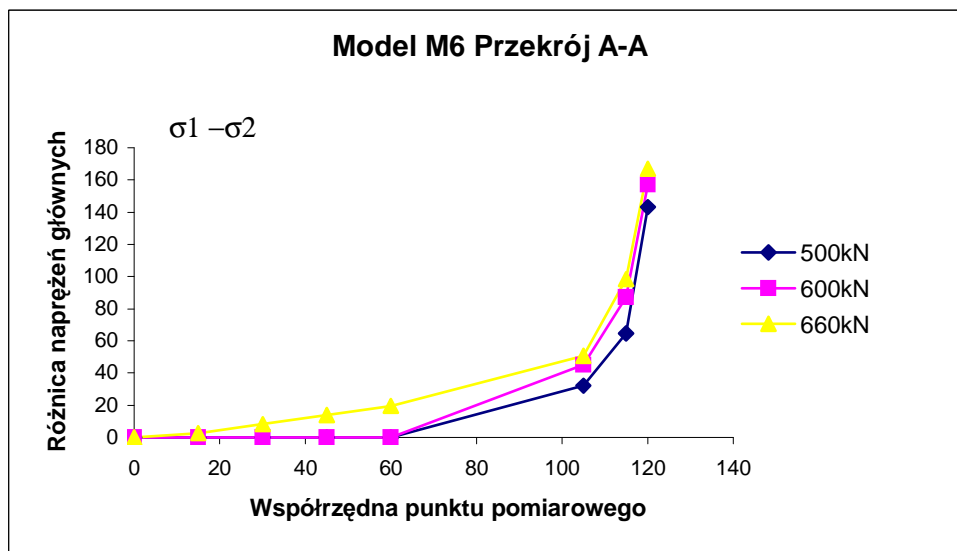
Rys.5.49. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M1 (badania elastooptyczne)



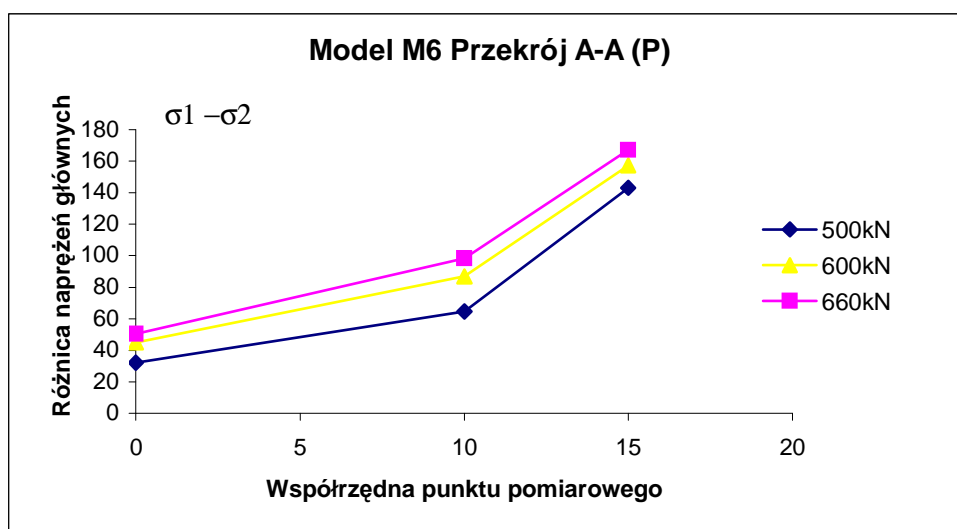
Rys.5.50. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M5 (badania elastooptyczne)



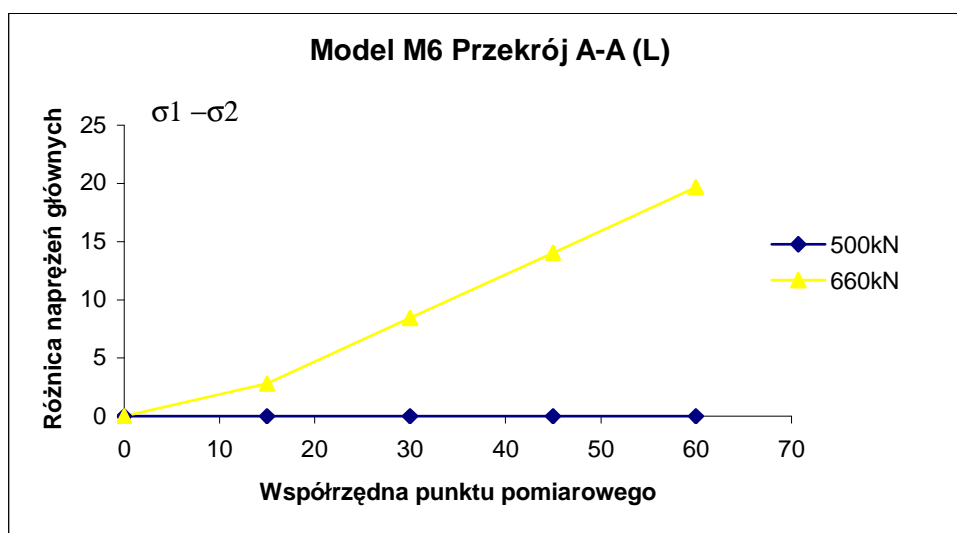
Rys.5.51. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M5 (badania elastooptyczne)



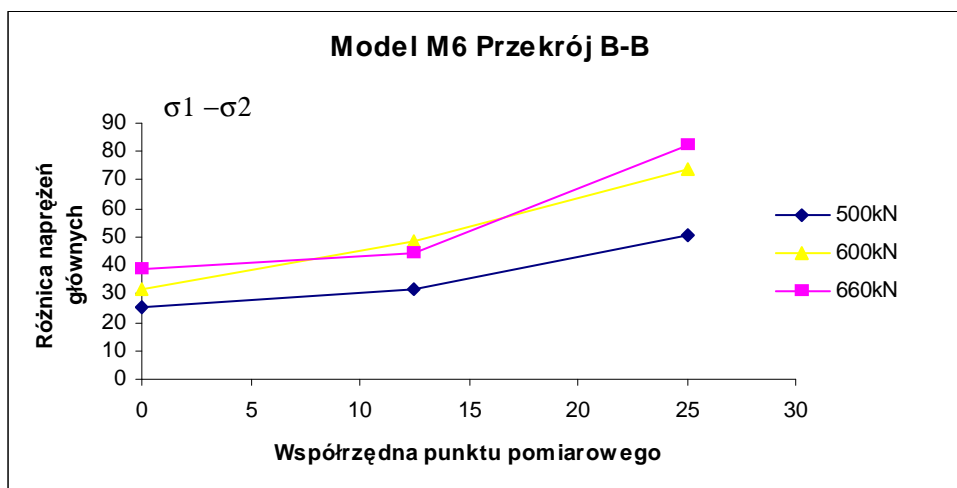
Rys.5.52. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M6 (badania elastooptyczne)



Rys.5.53. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M6 (badania elastooptyczne)

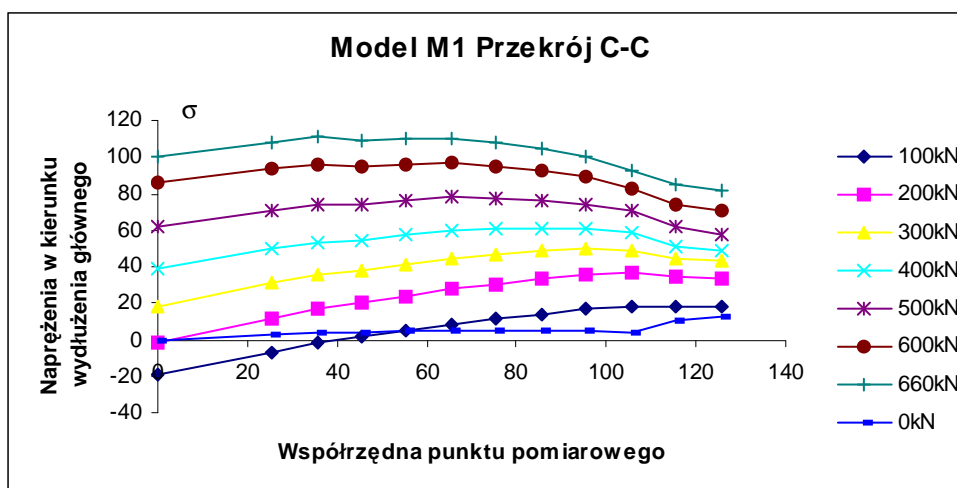


Rys.5.54. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M6 (badania elastooptyczne)

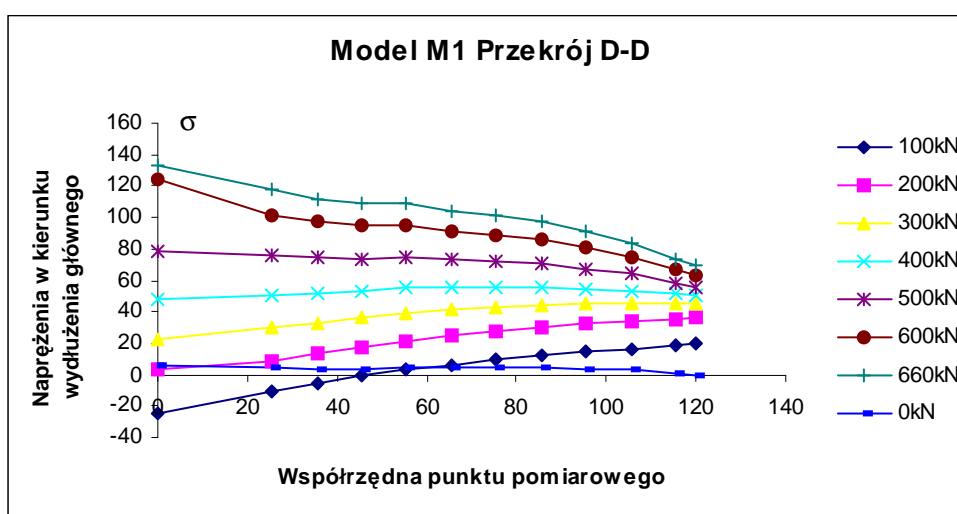


Rys.5.55. Rozkłady różnic naprężeń głównych modelu M6 (badania elastoptyczne)

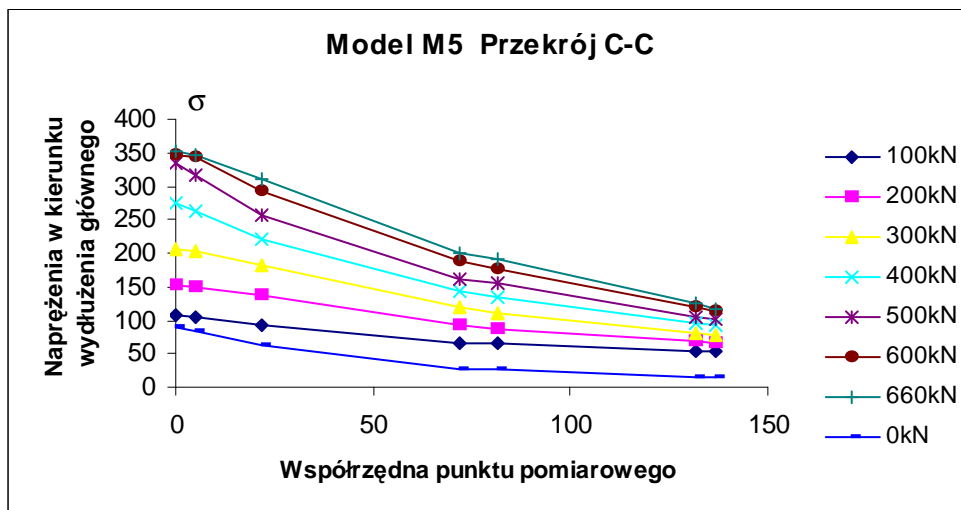
Wyniki pomiarów tensometrycznych w poszczególnych w przekrojach C-C, D-D i E-E, w postaci naprężeń w kierunku wydłużenia głównego (σ) przedstawiono na rys.5.56÷5.63.



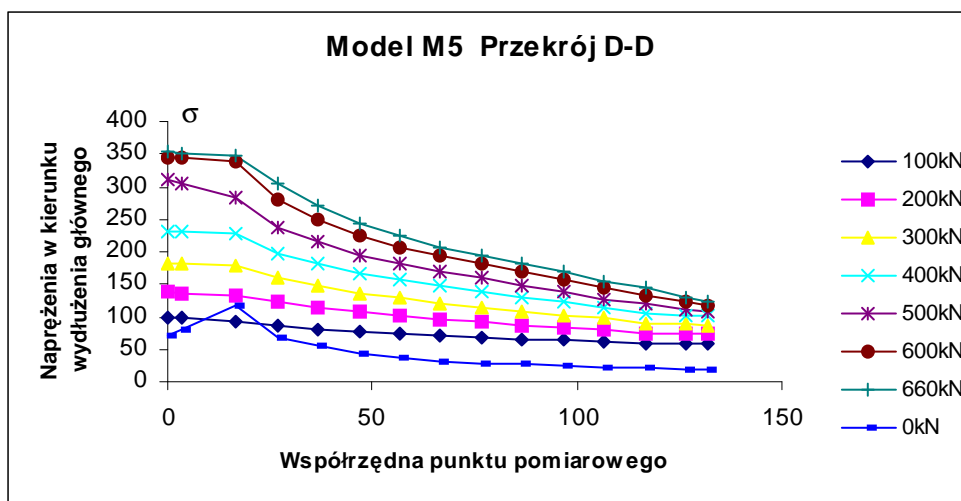
Rys.5.56. Rozkłady naprężeń modelu M1 (badania tensometryczne)



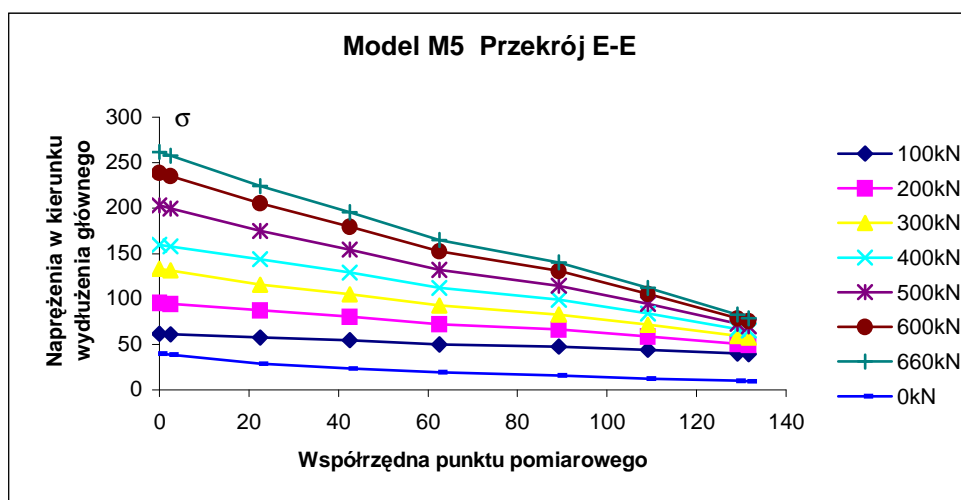
Rys.5.57. Rozkłady naprężeń modelu M1 (badania tensometryczne)



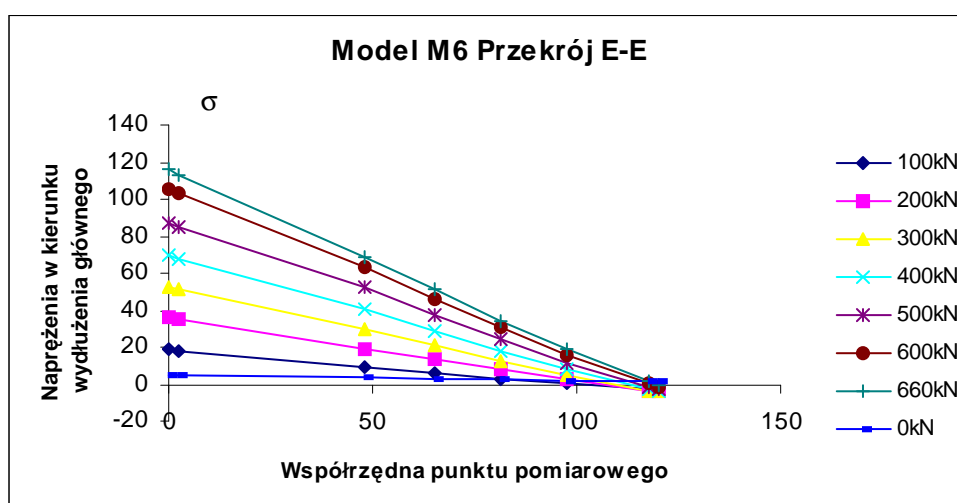
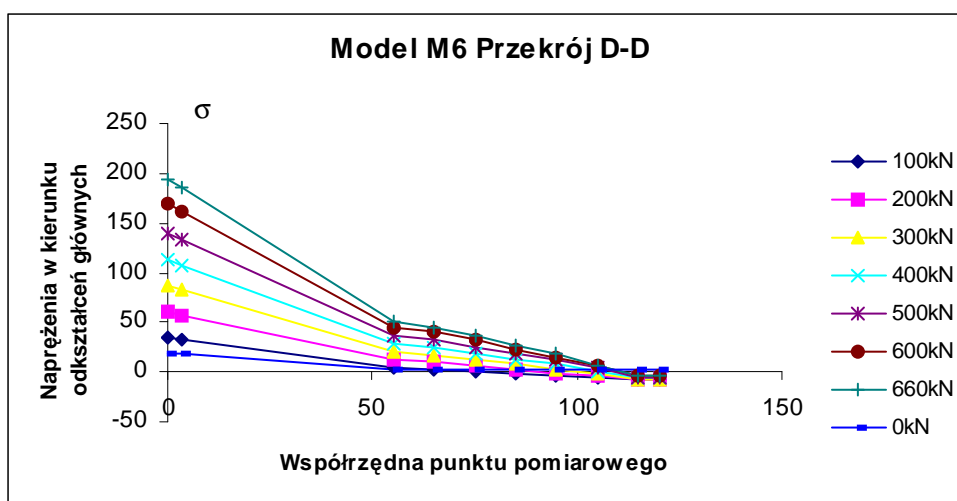
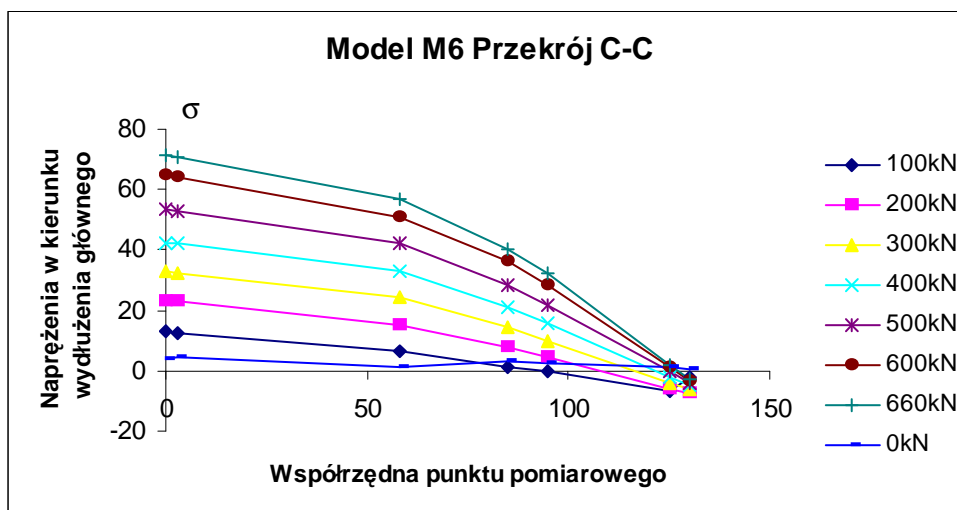
Rys.5.58. Rozkłady naprężeń modelu M5
(badania tensometryczne)



Rys.5.59. Rozkłady naprężeń modelu M5
(badania tensometryczne)

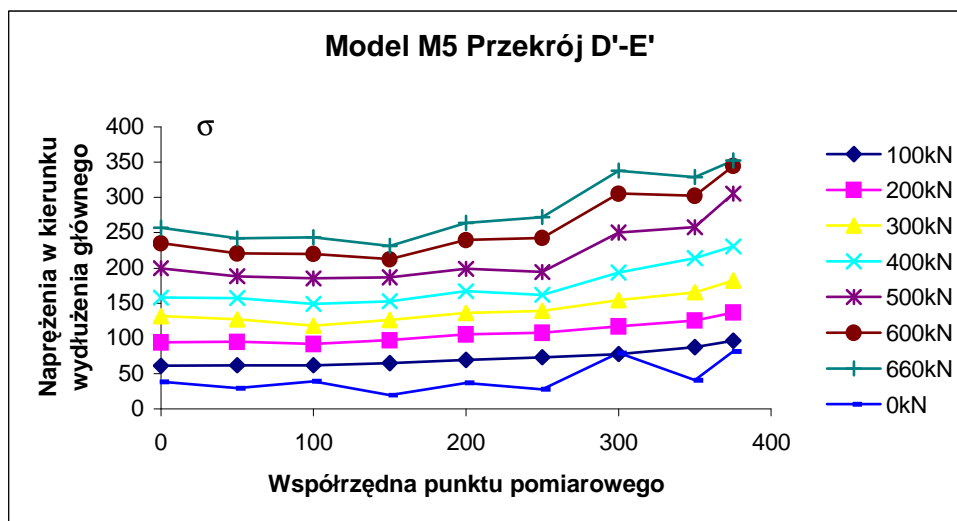


Rys.5.60. Rozkłady naprężeń modelu M5
(badania tensometryczne)

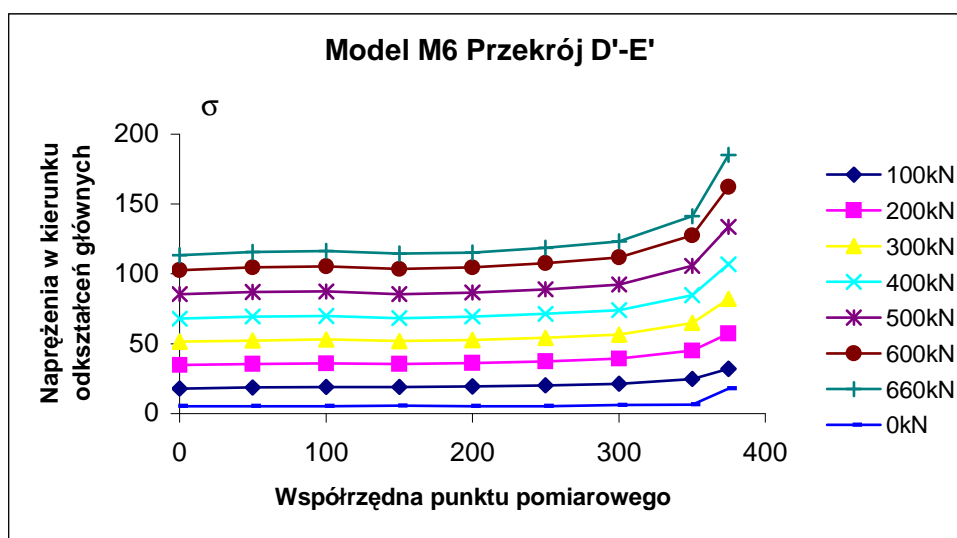


5.6.3. Rozkłady naprężeń na brzegach badanych (D-E, D'-E')

Wyniki uzyskane za pomocą tensometrów, w postaci naprężeń w kierunku wydłużenia głównego (σ) na krawędziach wewnętrznych D-E i D'-E' modeli M5 i M6, przedstawiono na rys.5.64 i 5.65. Tensometry naklejono wzdłuż linii prostych tych krawędzi a ostatni pomiar w przekroju D-D dokonano rozetą.

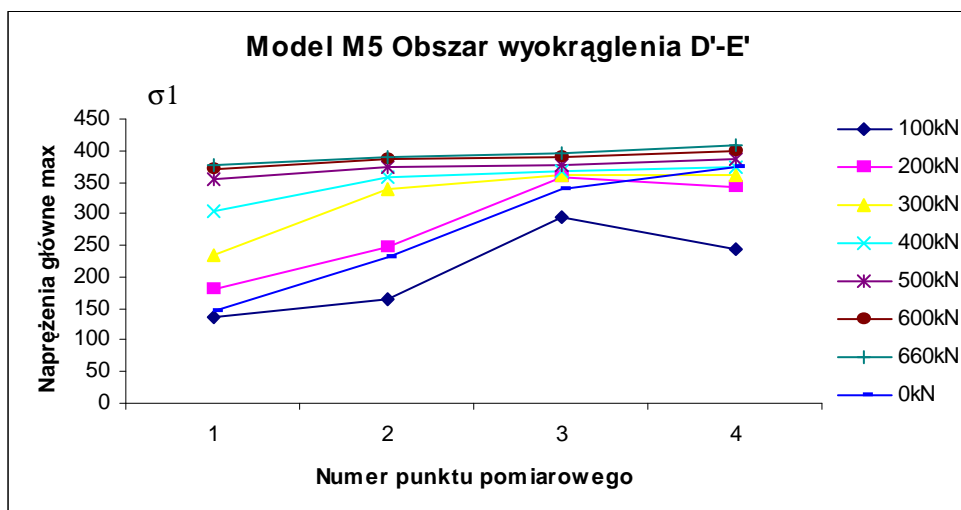


Rys.5.64. Rozkłady naprężeń modelu M5 (badania tensometryczne)

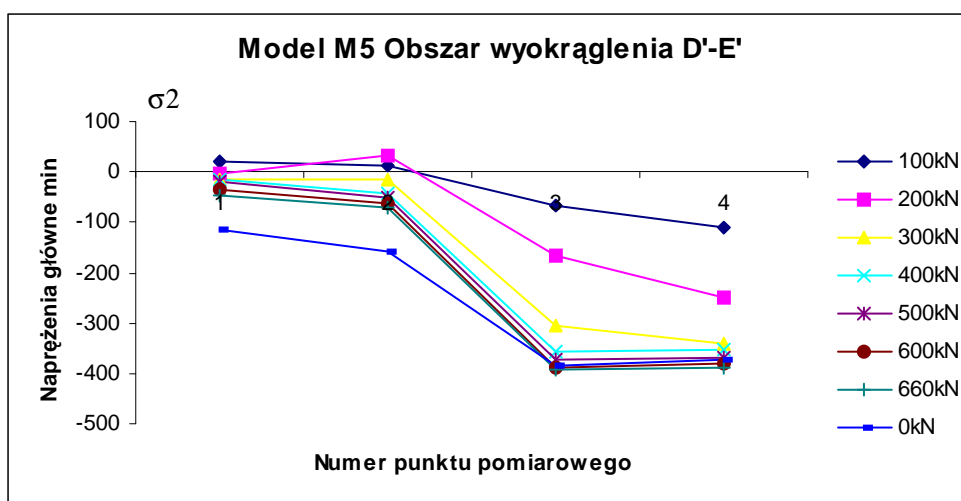


Rys.5.65. Rozkłady naprężeń modelu M6 (badania tensometryczne)

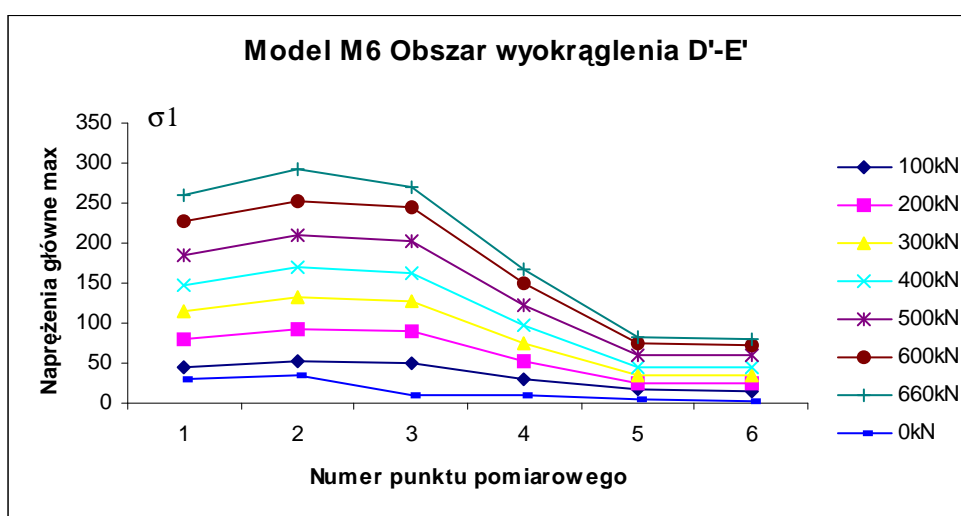
Wyniki uzyskane za pomocą rozet tensometrycznych w postaci naprężeń głównych maksymalnych (σ_1), naprężeń głównych minimalnych (σ_2) oraz różnicy naprężeń głównych ($\sigma_1 - \sigma_2$) przedstawiono na rys.5.66÷5.69. Są to wyniki w strefie karbu, na krzywiznie przekroju D'-E' modelu M5 i M6. Ze względu na małą bazę pomiarową rozet tensometrycznych (3 mm) i związanych z tym trudności w odczytywaniu współrzędnych, podano numer punktu pomiarowego, przedstawiając wielkość naprężeń i badając pojawienie się stref uplastycznionych.



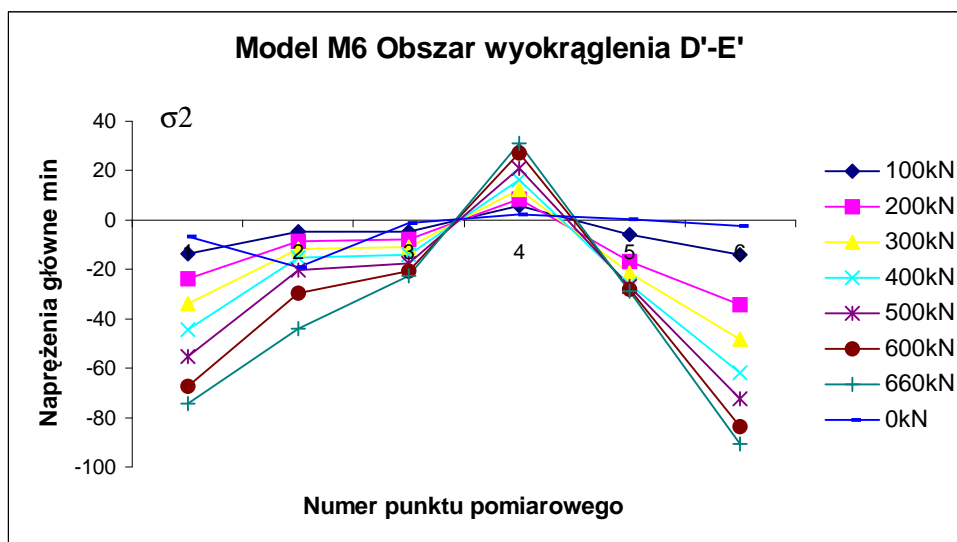
Rys.5.66. Rozkłady naprężeń głównych max modelu M5 (badania tensometryczne)



Rys.5.67. Rozkłady naprężeń głównych min modelu M5 (badania tensometryczne)



Rys.5.68. Rozkłady naprężeń głównych max modelu M6 (badania tensometryczne)



Rys.5.69. Rozkłady naprężeń głównych min modelu M6 (badania tensometryczne)

5.6.4. Wnioski z badań

Obserwacje zachowań modeli i rozkładów naprężeń w badanych przekrojach, przy rosnących obciążeniach, pozwalają sformułować poniższe spostrzeżenia i wnioski:

- Na podstawie wyników z pomiarów tensometrycznych, przy sile 660 kN w modelu M1 uzyskano maksymalne naprężenie w kierunku wydłużenia głównego 110,9 MPa w przekroju C-C i 133,79 MPa w przekroju D-D i nie przekroczono granicy plastyczności.

Z pomiarów elastoptycznych w przekroju A-A uzyskano maksymalne naprężenia przy sile maksymalnej, w postaci różnicy naprężeń głównych 242,2 MPa a w przekroju B-B, 208,5 MPa. Naprężenia maksymalne odnotowano na krawędzi wewnętrznej pasa. W całym zakresie obciążeń tego modelu nie przekroczono granicy plastyczności.

- Podczas badań modelu M5, z pomiarów tensometrycznych w przekroju C-C i D-D wynika, że przekroczono granicę plastyczności już przy sile 600 kN. Naprężenia te mierzono w kierunku wydłużenia głównego. W przekroju E-E odnotowano maksymalne naprężenia 261,6 MPa, przy sile maksymalnej 660 kN. Natomiast na krawędzi wewnętrznej, w całym obszarze linii prostej brzegu D-E nie przekroczono granicy plastyczności do siły rozciągającej 600 kN. Przy sile 600 kN obszar krzywizny brzegu D-E był uplastyczniony na całej długości.

Na podstawie pomiarów rozetami tensometrycznymi w strefie krzywizny brzegu badanego, naprężenia główne maksymalne przekroczyły granicę plastyczności już przy sile 300 kN a przy sile 200 kN w strefie przy spoinie, łączącej pas z tuleją. Wartość różnicy naprężeń głównych przekracza granicę plastyczności przy sile rozciągającej 500 kN na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D. Na podstawie wyników w postaci naprężeń głównych maksymalnych wynika, że strefa krzywizny D'-E' jest rozciągana w kierunku wydłużenia głównego a na podstawie naprężeń głównych minimalnych wynika, że strefa w punkcie pomiarowym R4 jest rozciągana do siły 200 kN i ściskana w tym kierunku w pozostałym przedziale obciążeń. Przy sile maksymalnej nie występują punkty przegięcia wskazujące na występowanie zginania w tej strefie.

Na podstawie pomiarów elastoptycznych największą wartość w postaci różnicy naprężeń głównych uzyskano przy sile 400 kN w przekroju A-A równą 231,7 MPa a w przekroju B-B 143,2 MPa. W obszarze spoiny łączącej pas z tuleją, granicę plastyczności przekroczone przy sile 400 kN. W punkcie znajdującym się na krawędzi wewnętrznej przekroju A-A, granicę plastyczności przekroczone przy sile 600 kN. Rząd izochromy wynosił 3,5.

Z pomiarów rozetą, znajdującą się na tulei, w strefie przy spoinie i w rejonie warstwy elastoptycznej maksymalne naprężenia główne wynosiły $-22,02$ MPa a minimalne naprężenie główne $-299,1$ MPa przy sile maksymalnej 660 kN. Tuleja w strefie przy spoinie nie została uplastyczniona.

- Z badań modelu M6 na podstawie odkształceń tensometrów uzyskano maksymalne naprężenia w kierunku wydłużenia głównego 71,3 MPa w przekroju C-C i 194,4 MPa w przekroju D-D oraz 115,9 MPa w przekroju E-E przy sile maksymalnej 660 kN. W przekroju D'-E' naprężenie to wynosiło 185,2 MPa.

Na podstawie danych z rozet tensometrycznych, w strefie krzywizny brzegu D'-E' uzyskano maksymalne naprężenia główne 292,43 MPa i minimalne naprężenie główne $-90,65$ MPa. Na podstawie danych z tensometrów i rozet nie przekroczone granicy plastyczności w całym przedziale obciążeń. Różnica naprężeń głównych uzyskana na podstawie rozety R2 wynosi 336,31 MPa i wskazuje, że obszar ten zbliża się do uplastycznienia przy sile max 660 kN.

Na podstawie pomiarów rozetą R4 i wyników w postaci naprężeń głównych minimalnych wynika, że w kierunku tym nie występuje ściskanie. Punkt ten można nazwać punktem przegięcia, ponieważ strefa krzywizny D'-E' jest zginana w całym przedziale obciążeń.

Z pomiarów rozetą R1 wynika, że naprężenia główne minimalne wynoszą $-74,3$ MPa, podczas gdy z rozety naklejonej symetrycznie po drugiej stronie żebra głównego uzyskano 47,8 MPa oraz z rozety R2 $-43,9$ MPa i R2* 23,3 MPa wynika, że żebra główne są gięte w płaszczyźnie pionowej modelu.

6. ANALIZY TEORETYCZNE I NUMERYCZNE BADANYCH MODELI

6.1. Analiza rozkładów naprężeń w modelach. Porównanie wyników uzyskanych w badaniach modelowych z obliczonymi MES

Modele M1, M5 i M6 poddano szczegółowej analizie, porównując wyniki uzyskane z badań tensometrycznych, elastooptycznych i MES. Wyniki w zakresie siły 400 kN, w postaci naprężeń i różnicy naprężeń głównych z poszczególnych metod badawczych w przekrojach A-A (elastooptyka) i D-D (tensometry, rozety, MES), przedstawiono w tablicach 6.1, 6.2 i 6.3 (rys.4.27, 4.28, 4.29).

Tablica 6.1. Naprężenia modelu M1 w przekrojach A-A i D-D (badania zasadnicze wykonano po dwukrotnych badaniach próbnych)

Model M1							
	L [mm]	0,00	25,00	50,00	75,00	100,00	120,00
MES	$\sigma_1 - \sigma_2$ [MPa]	174,76	82,48	75,28	70,24	59,36	49,57
Tensometr	σ_{\max} [MPa]	51,20	50,99	54,22	55,78	53,90	50,37
Elastooptyka	$\sigma_1 - \sigma_2$ [MPa]	170,61	44,23	16,14	-6,31	-16,84	-26,32

Tablica 6.2. Naprężenia modelu M5 w przekrojach A-A i D-D

Model M5							
	L [mm]	0,00	25,00	50,00	75,00	100,00	132,00
MES	$\sigma_1 - \sigma_2$ [MPa]	248,00	128,00	116,33	111,25	100,00	80,30
Tensometr	σ_{\max} [MPa]	231,00	203,10	163,37	139,36	119,44	100,00
Elastooptyka	$\sigma_1 - \sigma_2$ [MPa]	231,70	162,54	123,92	103,21	91,98	72,67

Tablica 6.3. Naprężenia modelu M6 w przekrojach A-A i D-D

Model M6							
	L [mm]	0,00	25,00	50,00	75,00	100,00	120,00
MES	$\sigma_1 - \sigma_2$ [MPa]	80,80	130,43	35,43	22,00	33,42	51,56
Tensometr	σ_{\max} [MPa]	149,00	98,15	39,94	18,73	4,27	-6,20
Elastooptyka	$\sigma_1 - \sigma_2$ [MPa]	143,23	25,11	7,18	0,00	0,00	0,00

Wyniki badań MES modelu M1 i elastooptycznych w przekroju badanym są zbliżone. W punkcie na krawędzi wewnętrznej zanotowano różnicę rzędu 2,4 %. Zbieżność wyników uzyskano dzięki przesunięciu siły w modelu MES o mimośród maksymalny, równy połowie grubości tulei. Tensometr, na podstawie którego pomierzono wartość naprężenia w kierunku wydłużenia głównego, znajdował się 25,5 mm od wewnętrznej krawędzi, stąd różnica wyników w stosunku do pozostałych metod. Wartość naprężeń w punkcie na krawędzi wewnętrznej uzyskano metodą interpolacji wyników z pozostałych tensometrów. Ograniczyło

to zbliżenie się do wyników uzyskanych stosując pozostałe metody, gdyż należy wziąć pod uwagę współczynnik koncentracji naprężeń, który jest trudny do przewidzenia dla sił działających mimośrodowo. Należy uwzględnić także, iż na modelu M1 dokonano badania próbne, w celu oszacowania dokładności metody elastooptycznej i grubości warstw, co mogło wpłynąć na różnicę wyników w badaniach zasadniczych.

Wyniki badań tensometrycznych i elastooptycznych modelu M5 zgadzają się w 100% a wyniki badań MES odbiegają od pozostałych metod o 7% w punkcie na krawędzi wewnętrznej. Zaznaczyć należy, że jest to punkt o zwiększonych naprężeniach w strefie karbu. Oznacza to prawidłową współpracę naklejonej warstwy elastooptycznej z modelem badanym. Wynik ten został potwierdzony przez tensometr, którego oś znajdowała się 10 mm od krawędzi wewnętrznej a który określono na podstawie interpolacji (rys.5.59). Różnica wartości naprężeń głównych uzyskana na podstawie rozet (rys.5.66, 5.67), spowodowana jest położeniem rozety w miejscu występowania największych odkształceń (naprężeń) własnych, które w zakresie siły zwiększonej do 660 kN potwierdziły występowanie strefy uplastycznionej.

Wyniki tensometryczne i elastooptyczne modelu M6 są zbliżone, rzędu 4%. W modelu M6, podobnie jak w modelu M5, rozeta również została naklejona w strefie występowania zwiększonych naprężeń własnych (około 4 mm od krawędzi wewnętrznej, rys.5.68, 5.69), pozostałych po spawaniu. Stąd większe wartości naprężeń głównych. Wyniki uzyskane MES są niższe od pozostałych, co może być spowodowane wpływem modelowania temperatury spawania i cięcia laserowego na krawędzi żebra dodatkowego i brakiem możliwości uwzględnienia czasu odprężania po spawaniu, przed obciążeniem rozciągającym, jaki należałoby wziąć pod uwagę w symulacji komputerowej. Istotne znaczenie w MES ma bliskość dwóch krawędzi obciążonych temperaturą, co w konsekwencji wpłynęło na obniżenie naprężeń na krawędzi wewnętrznej.

Na podstawie badań elastooptycznych zmierzono kąt izoklin wszystkich modeli, który w całym obszarze żebra głównego wynosił zero, z wyjątkiem lokalnych koncentracji w strefach wyokrąglenia brzegu badanego D-E, krawędzi wewnętrznej. Oznacza to, że naprężenia główne uzyskane za pomocą tensometrów można porównywać z naprężeniami głównymi uzyskanymi na podstawie pozostałych metod. Trajektorie naprężeń głównych maksymalnych prawie na całej długości żeber głównych są równoległe do pionowych krawędzi (wewnętrznej i zewnętrznej) żeber.

Analogicznie określając siłę w postaci całki z uzyskanych naprężeń, określono wartość siły rozciągającej. Wyniki w zakresie siły 400 kN przedstawiono w tablicach 6.4, 6.5, 6.6:

$$\begin{aligned} N_1 &= \int_{A_1} \sigma dA_1, \\ N_5 &= \int_{A_5} \sigma dA_5, \\ N_6 &= \int_{A_6} \sigma dA_6, \end{aligned} \quad (6.1)$$

gdzie:

- A_1 - pole przekroju poprzecznego modelu M1
- A_5 - pole przekroju poprzecznego modelu M5
- A_6 - pole przekroju poprzecznego modelu M6
- N_1 - siła działająca na model M1
- N_5 - siła działająca na model M5
- N_6 - siła działająca na model M6

Tablica 6.4. Całka z naprężeń w przekrojach A-A i D-D modelu M1

Model M1							
	L [mm]	0,00	25,00	50,00	75,00	100,00	120,00
MES	$N(\sigma_1 - \sigma_2)$ [kN]	209,71	98,98	90,34	84,29	71,23	59,48
Tensometr	$N(\sigma_{max})$ [kN]	61,44	61,19	65,06	66,94	64,68	60,44
Elastoptyka	$N(\sigma_1 - \sigma_2)$ [kN]	204,73	53,08	19,37	-7,57	-20,21	-31,58

Tablica 6.5. Całka z naprężeń w przekrojach A-A i D-D modelu M5

Model M5							
	L [mm]	0,00	25,00	50,00	75,00	100,00	132,00
MES	$N(\sigma_1 - \sigma_2)$ [kN]	326,59	168,56	153,19	146,51	131,69	105,75
Tensometr	$N(\sigma_{max})$ [kN]	304,20	267,46	215,14	183,52	157,29	131,69
Elastoptyka	$N(\sigma_1 - \sigma_2)$ [kN]	305,13	214,05	163,19	135,92	121,13	95,70

Tablica 6.6. Całka z naprężeń w przekrojach A-A i D-D modelu M6

Model M6							
	L [mm]	0,00	25,00	50,00	75,00	100,00	120,00
MES	$N(\sigma_1 - \sigma_2)$ [kN]	177,76	286,95	77,95	48,40	73,52	113,43
Tensometr	$N(\sigma_{max})$ [kN]	327,80	215,93	87,87	41,21	9,39	-13,64
Elastoptyka	$N(\sigma_1 - \sigma_2)$ [kN]	315,11	55,25	15,79	0,00	0,00	0,00

Na podstawie tablic 6.4, 6.5 i 6.6 zauważyć można, jak poszczególne obszary żeber głównych przenoszą siłę rozciągającą. Oczywistym jest, że nie jest to rozciąganie czysto osiowe, lecz mimośrodowe, z występowaniem gięcia w płaszczyźnie żeber, co znacząco wpływa na pojawienie się różnic w uzyskanych wynikach.

6.2. Porównanie wyników uzyskanych na podstawie badań modelowych i MES

W celu oszacowania sprężysto-plastycznej nośności granicznej badanych modeli przyjęto, iż naprężenia maksymalne osiągają granicę plastyczności stali f_y , wyznaczoną na podstawie badań próbek stalowych statyczną metodą rozciągania (rys.6.1÷6.12). Na poniższych rysunkach przedstawiono nośności graniczne w badanych przekrojach, uzyskanych na podstawie MES, badań elastoptycznych i tensometrycznych, stosując różnicę naprężeń głównych lub naprężenia w wybranych kierunkach:

- naprężenia w kierunku wydłużenia głównego, uzyskane na podstawie tensometrów,
- różnicę naprężeń głównych w metodzie elastoptycznej warstwy powierzchniowej,
- różnicę naprężeń głównych w metodzie elementów skończonych.

Na modelu M1 przeprowadzono dwukrotne, wstępne badania próbne w celu oszacowania dokładności metody warstwy elastoptycznej i przyjęcia jej właściwej grubości. Badania próbne pozostawiły nieznaczący efekt w badaniach zasadniczych, co wpłynęło na utratę

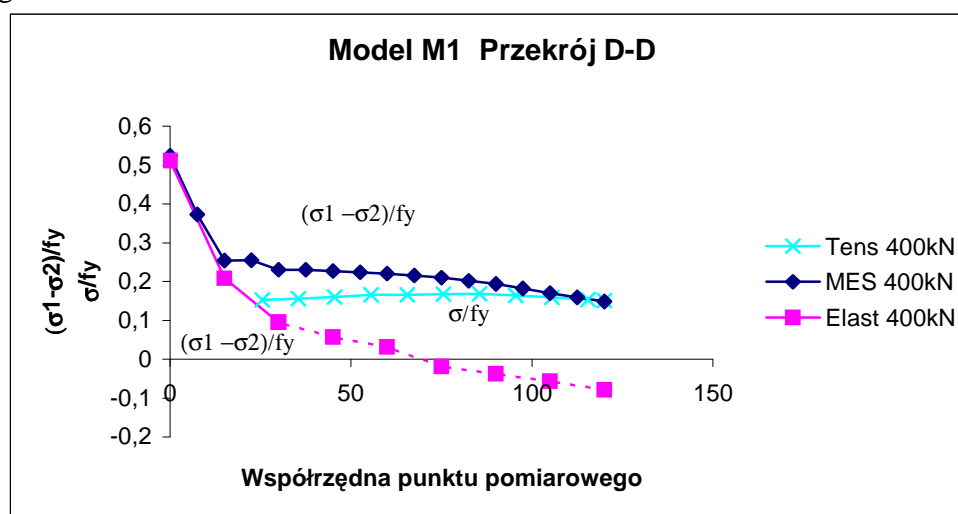
odpowiedniej przyczepności klejów stosowanych do klejenia zarówno tensometrów jak i warstwy elastooptycznej.

Według teorii, literatury i wcześniejszych badań, naprężenia średnie w strefie karbu powinny rosnać w modelach, w których występuje tylko rozciąganie, uwzględniając przyrost w strefie koncentratora o wielkość współczynnika intensywności naprężeń, odpowiedniego dla różnych kształtów. Wyniki uzyskane na podstawie tensometrów powinny rosnać właśnie w strefie karbu (lewa krawędź) a maleć po zewnętrznej stronie żebra (prawa krawędź przekroju D-D). Badania potwierdzają to dopiero od siły 600 kN. Na podstawie wyników z badań (tablica 6.7), wartości naprężeń maleją w strefie karbu. Natomiast na podstawie pomiarów elastooptycznych wynika, że model pracował prawidłowo (naprężenia rosna w strefie karbu, mimo różnic w wartościach tych naprężeń). Wartości uzyskane na podstawie tensometrów rosły dopiero po przekroczeniu wartości uzyskanych w poprzednich próbach badawczych.

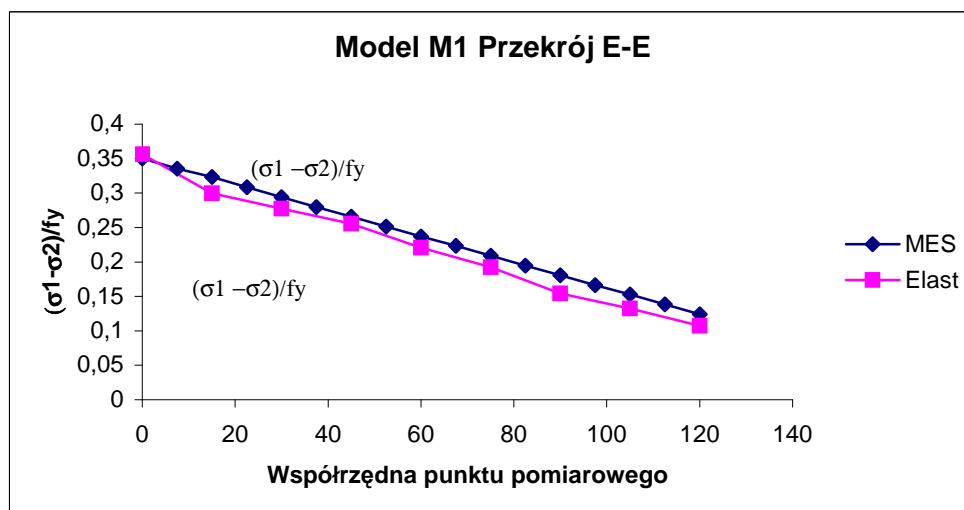
Tablica 6.7. Naprężenia otrzymane na podstawie badań tensometrycznych w badaniach zasadniczych modelu M1

Punkt pomiarowy	σ 0 kN	σ 100 kN	σ 200 kN	σ 300 kN	σ 400 kN	σ 500 kN	σ 600 kN	σ 660 kN	σ 0 kN
Krawędź wewn.									
0	-0,2	18,7	35,2	45,2	51,2	58,5	66,4	73,9	0,6
1	0,0	16,4	33,5	45,0	53,1	63,9	74,5	83,7	3,3
2	0,0	14,2	32,0	45,0	54,7	67,4	80,5	90,7	3,7
3	0,0	11,7	30,2	44,3	56,0	70,8	86,2	97,6	4,4
4	0,0	9,2	27,7	43,3	55,8	72,2	88,7	100,9	4,4
5	0,0	5,8	24,3	41,0	55,4	73,3	91,6	104,5	4,2
6	0,0	2,7	21,6	39,3	55,2	74,7	94,7	108,4	4,0
7	0,0	-0,8	17,7	36,2	53,3	73,7	94,5	108,8	3,1
8	0,0	-5,4	13,3	33,1	52,0	74,3	97,0	112,0	2,9
9									
Krawędź zewn.	0,2	-10,4	8,5	30,0	51,4	75,5	100,9	118,2	4,4

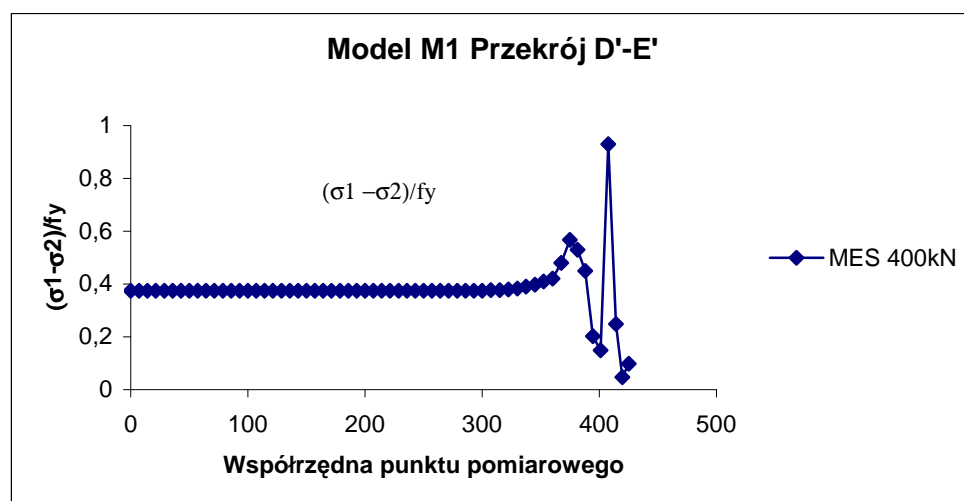
Aby uzyskać wyniki zbliżone do innych metod wykonanych na modelu M1 w przekroju D-D, siłę rozciągającą w badaniach MES odsunięto od osi modelu o maksymalny mimośród, równy połowie grubości tulei.



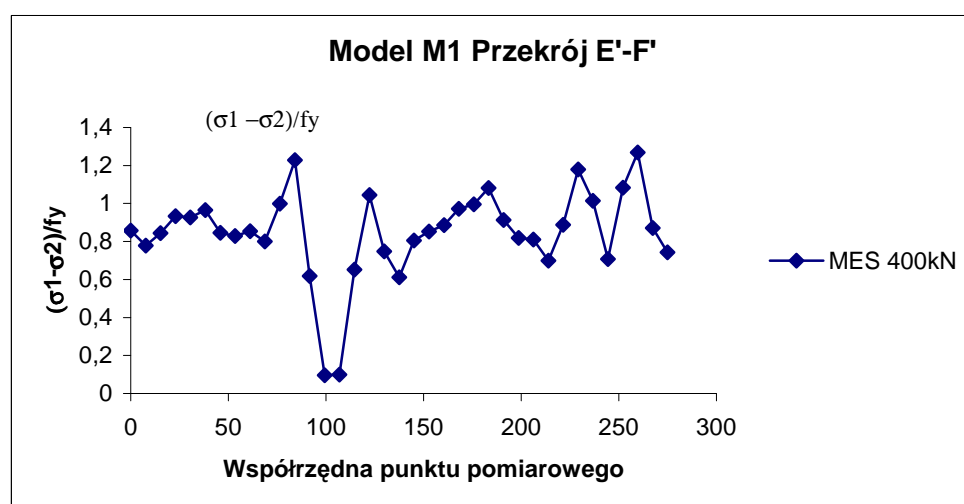
Rys.6.1. Porównanie wyników badań modelu M1



Rys.6.2. Porównanie wyników badań modelu M1



Rys.6.3. Wyniki badań modelu M1

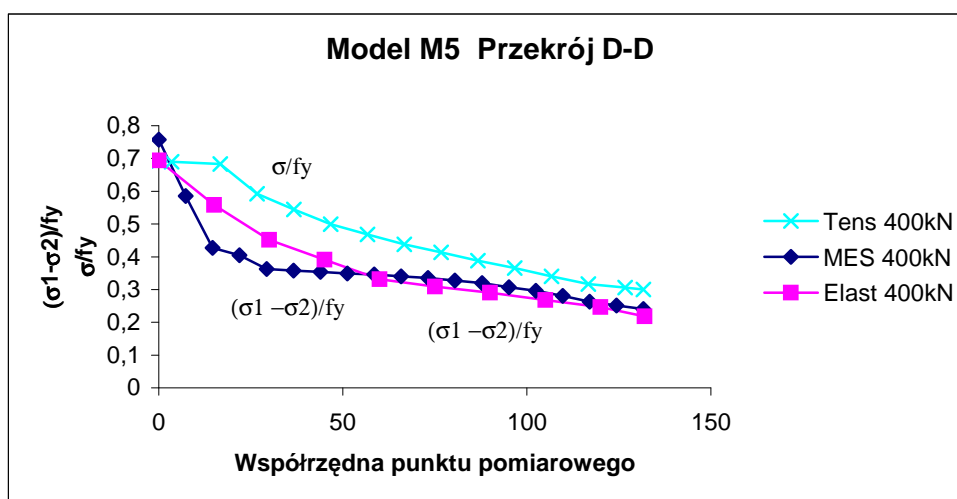


Rys.6.4. Wyniki badań modelu M1. Widoczny wpływ naprężeń pozostających

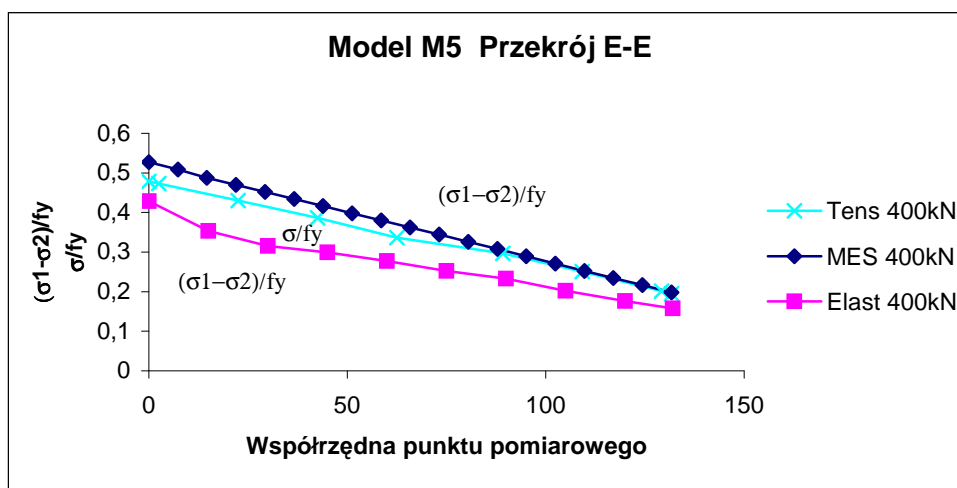
W przekroju E-E natomiast wyniki MES prawie w 100% potwierdzają wyniki elastoptyczne. Obie warstwy elastoptyczne (w przekroju D-D i E-E) zostały naklejone na tym samym

żebrze, w związku z tym nie należy uwzględniać różnicy wpływu mimośrod. Dodatkowo sprawdzono wyniki przy sile 600kN w przedziale D-D i nadal nie potwierdzono wyników uzyskanych na podstawie badań tensometrycznych, nawet w żebrze, od którego siła została maksymalnie odsunięta, gdzie naprężenia powinny być niższe w stosunku do żebra drugiego (rys.6.1÷6.4).

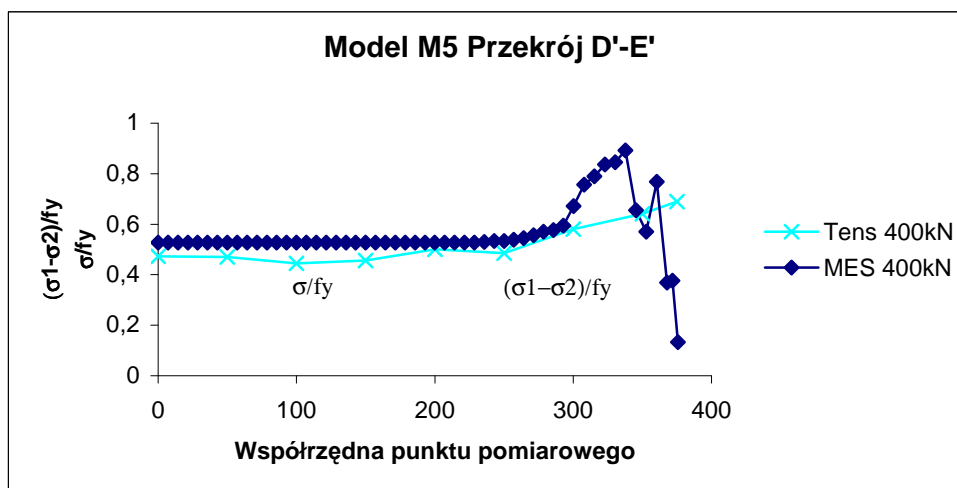
Na podstawie wyników z rozet naklejonych po obu stronach tego samego żebra modelu M5 obliczono mimośród siły działającej. Mimośród ten zastosowano w badaniach MES. Dodatkowo zmieniano wartość temperatury początkowej, oscylując w zakresie +/- 50°C (temperatura w pierwszym przypadku malała od wartości 2000°C do 5°C), jako efekt dłuższego lub krótszego czasu spawania i kierunku kładzenia spoin. Siła rozciągająca w MES została przyłożona do dodatkowo zamodelowanej płyty stalowej, odzwierciedlając tym badania rzeczywiste. Pozwoliło to na przesuwaniu siły o narzucony mimośród. Wyniki te zostały przedstawione w przekrojach D-D, E-E, D'-E', E'-F' (rys.6.5÷6.8). Wyniki uzyskane w przekroju E-E są bardzo zbliżone i można przyjąć jako wzorcowe, ponieważ nie występowały tam koncentratory naprężeń. Badania MES potwierdzają lokalnie zwiększone naprężenia, w postaci plamki w strefie karbu. Podobną plamkę zwiększonych naprężeń uzyskano w badaniach elastoptycznych. Pozwala to na wysnucie wniosku, że na powstanie koncentracji miały wpływ nie tylko naprężenia pozostające, lecz także mimośród siły działającej. Wartość naprężeń średnich w przekroju D-D wynosi 75,93 MPa.



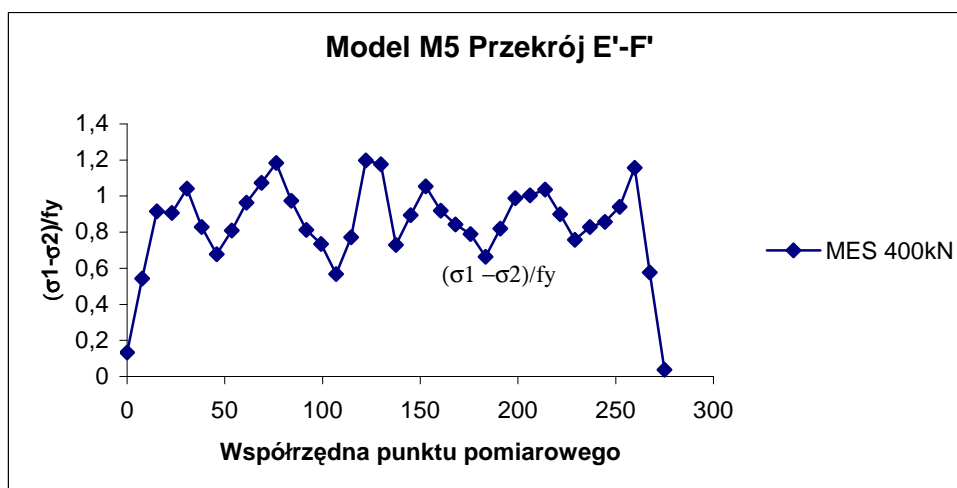
Rys.6.5. Porównanie wyników badań modelu M5



Rys.6.6. Porównanie wyników badań modelu M5

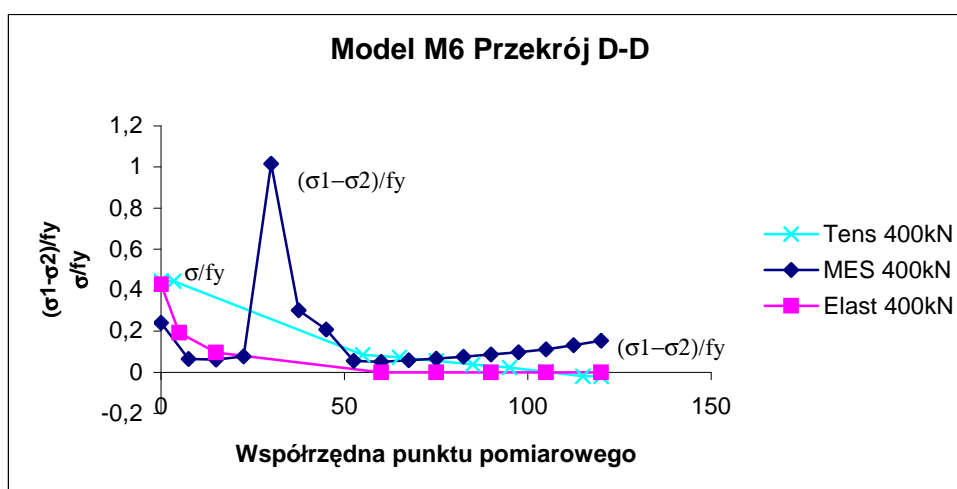


Rys.6.7. Porównanie wyników badań modelu M5

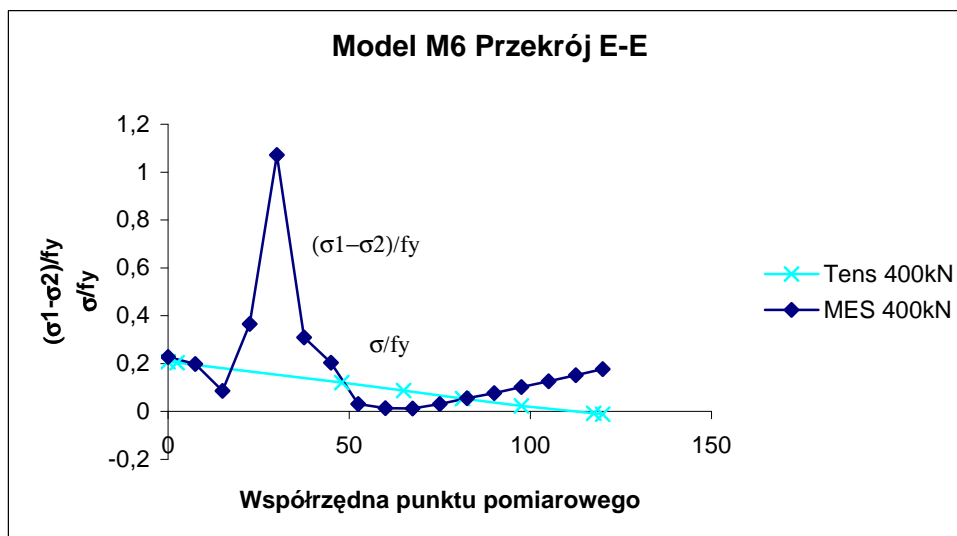


Rys.6.8. Wyniki badań modelu M5. Widoczny wpływ naprężeń pozostających

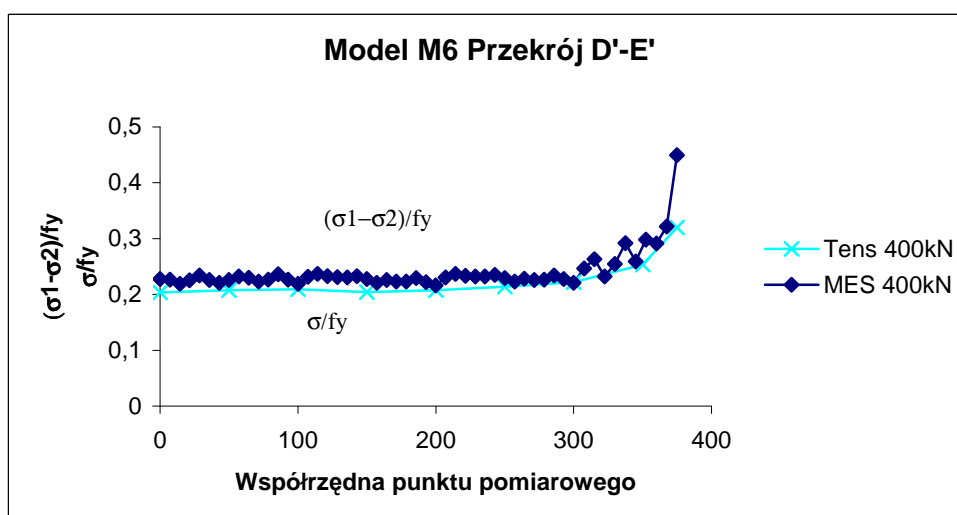
Wartość naprężeń średnich w przekroju D-D modelu M6 wynosi 45,45 MPa. Pomijając wzrost temperatury w miejscu żebra dodatkowego wyniki MES są bardzo zbliżone do wyników uzyskanych metodami analitycznymi.



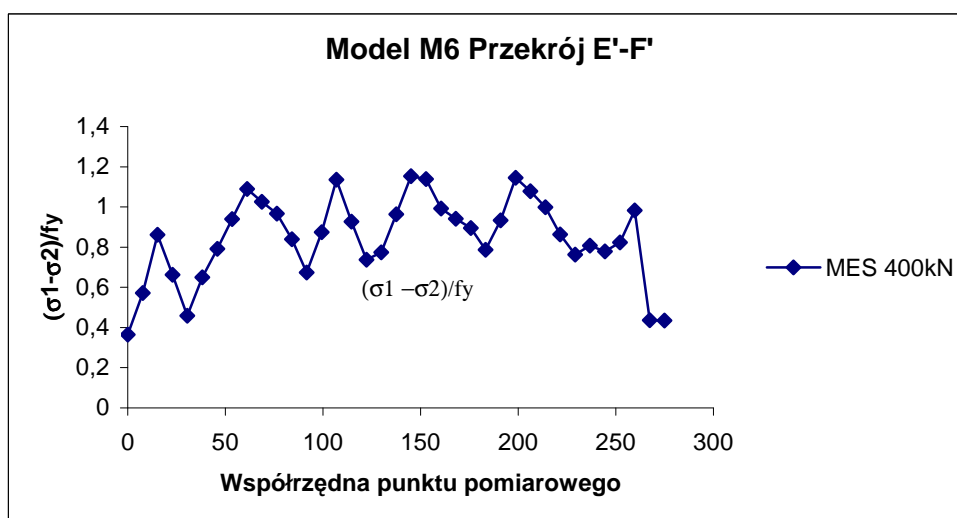
Rys.6.9. Porównanie wyników badań modelu M6



Rys.6.10. Porównanie wyników badań modelu M6



Rys.6.11. Porównanie wyników badań modelu M6



Rys.6.12. Wyniki badań modelu M6. Widoczny wpływ naprężeń spawalniczych

Wzrostu tego nie można uniknąć w badaniach MES, ponieważ konieczne jest modelowanie temperatury cięcia laserowego i spawania na każdej krawędzi, na której spawanie zostało zastosowane. Naprężenia termiczne od temperatury na krawędziach żebra dodatkowego zmniejszają pozostające naprężenia spawalnicze w strefie karbu. W modelu tym wyniki są zbliżone i nie stosowano dodatkowego mimośrodowo siły rozciągającej. Wartość obliczonego mimośrodu wynosiła 0,7 mm i uznano ją za wartość pomijalną w stosunku do sztywności żeber, wzmocnionych żebrami dodatkowymi. Rozkłady naprężeń w przekrojach D-D, E-E, D'-E', E'-F' przedstawiono na rys.6.9÷6.12.

Wyraźnie zwiększone koncentracje naprężeń w strefach wyokrąglenia wszystkich modeli są efektem naprężeń pozostających i mimośrodu siły działającej, powodującej wzrost naprężeń w jednym żebrze i spadek w drugim. Efekt ten jest widoczny w warstwie powierzchniowej każdego modelu, uzyskany na podstawie badań elastooptycznych.

Wszystkie badania potwierdzają występowanie lokalnie zwiększonych naprężeń, które są obrazem występowania naprężeń pozostających, w strefie wyokrąglenia brzegu badanego D-E, co potwierdziły także badania MES. Wyniki te są potwierdzone za pomocą tensometrów i badań elastooptycznych.

6.3. Analiza wyników badań

Na podstawie przebiegu krzywych wyznaczonych z danych pomiarowych, uzyskanych podczas badań i na podstawie analiz teoretycznych, można opisać różnorodność pracy badanych modeli:

- modelu podstawowego M1 o krzywiznie w kształcie promienia,
- modelu gradientowego M5 o optymalnym kształcie krzywizny karbu,
- modelu M6 z żebrami dodatkowymi,
- modelu M7 o prostych krawędziach wewnętrznych (bez karbów),
- modelu M8 o karbach wewnątrz żeber głównych.

Na różnorodność wyteżenia tych konstrukcji istotny wpływ miały parametry fizyczne:

- zmiana właściwości materiału na skutek cięcia laserowego i procesu spawania (naprężenia pozostające),
- pojawienie się koncentratora naprężeń w postaci nieodpowiedniego kształtu konstrukcji lub wady spoiny co wymagałoby dodatkowych badań defektoskopowych, który zmienia drogę obciążenia, potęgując wielkość naprężeń,
- lokalnie występujące koncentracje, od siły mimośrodowej, które znacząco wpływają na rozwój odkształceń plastycznych, które jeśli nie będą mogły się rozwijać, są główną przyczyną powstających pęknięć kruchych,
- wpływ niejednorodnego zgniotu podczas walcowania (czyli wpływ niejednorodności strukturalnej),
- wpływ grubości blach żeber głównych.

Wyniki badań potwierdziły słuszność zastosowania przyjętej metody pomiarów elastooptycznych i czujników tensometrycznych. Na podstawie wyników badań modelowych i MES porównano nośność graniczną badanych modeli.

Na podstawie krzywych wyznaczonych podczas badań modelowych, można wysnuć wniosek, że najlepiej zachowuje się model M6 z żebrami dodatkowymi. Zastosowanie dodatkowego wzmocnienia jest konieczne w tego typu węzłach. Żebra dodatkowe są popularną metodą wzmocnienia węzłów w różnego rodzaju połączeniach, zarówno rozciąganych jak i rozciąganych i zginanych równocześnie. Właściwe umieszczenie żeber dodatkowych pomaga przekazać moment zginający do środka ciężkości węzła, redukując w ten sposób koncentracje naprężeń.

Na jakość uzyskanych wyników tensometrycznych i elastooptycznych mają wpływ czynniki technologiczne, takie jak:

- drobne wżery i nierówność powierzchni materiału,
- zakłócenia lokalne w strefie karbu (w których zostały naklejone rozety),
- błędy wynikające z konieczności interpolowania wyników do krawędzi badanych, na podstawie wartości punktowych, uzyskanych z rozet i tensometrów,
- obecność wtrąceń lub brak przetopu, powodujące powstanie koncentracji (badania nie zostały w tym zakresie wykonane).

Na wyniki badań modelu M6 miały wpływ błędy pomiaru, trudne do uniknięcia ze względu na ograniczone możliwości klejenia tensometrów, rozet i warstw elastooptycznych (w strefie A-A, po obu stronach żebra dodatkowego, w strefie B-B, na żebrze dodatkowym o grubości 25 mm).

Obecność karbu, tym samym koncentracji naprężeń, stwarza zagrożenie wystąpienia pęknięcia kruchego. W obszarze karbu powstaje trójosiowy stan naprężeń rozciągających i zdolność do wydłużeń w danym kierunku jest hamowana przez naprężenia rozciągające w dwóch pozostałych kierunkach. Dlatego maleje ciągliwość stali, stwarzając warunki do powstania pęknięcia kruchego. Korzystając z prawa Hooke'a wydłużenie jednostkowe w trójosiowym stanie naprężeń w kierunku osi x :

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2 - \nu\sigma_3), \quad (6.2)$$

jest znacznie mniejsze od wydłużenia jednostkowego w stanie jednoosiowym:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}. \quad (6.3)$$

Stąd pęknięcie kruche stali ferrytyczno-perlitycznej w strefie rozciąganej rozpoczyna się zawsze w krawędziach (szczególnie w niskich temperaturach) [68]. Pęknięcie kruche charakteryzuje się tym, że rozwija się w materiale bez odkształceń plastycznych (lub przy względnie małych ich wartościach), nagle, bez wcześniejszych oznak, często przy stosunkowo niskim poziomie naprężeń eksploatacyjnych, lecz na ogół wysokim poziomie naprężeń własnych, np. spawalniczych, walcowniczych. Długość pęknięcia kruchego może być różna, od kilkudziesięciu milimetrów do kilkunastu metrów i zależy od zakumulowanej w konstrukcji energii odkształcenia sprężystego, stanu naprężeń i odporności materiału na pęknięcie kruche [18]. Karb powoduje powstanie trójosiowego stanu naprężeń i na zapoczątkowanie pęknięcia wymagana jest niewielka ilość energii, gdyż karb hamuje zdolność materiału do odkształceń plastycznych i przeprowadza materiał w stan kruchości. Możliwość wystąpienia pęknięcia kruchego zależy od odmiany plastyczności stali. Jeden gatunek stali może mieć kilka odmian plastyczności, w zależności od stopnia uspokojenia stali, zanieczyszczeń siarką i fosforem oraz tzw. stanu metalurgicznego (budowy krystalicznej), uzyskanego drogą obróbki cieplnej wyrobów po ich walcowaniu [68].

Pęknięcie w warunkach płaskiego stanu odkształcenia zachodzi przy niższym naprężeniu, a zatem jest niebezpieczniejsze niż w płaskim stanie naprężenia [18]. Dzieje się tak dlatego, że gdy odkształcenia zostają zablokowane, tzn. ($\varepsilon_3=0$), wówczas naprężenie w kierunku normalnym do powierzchni płyty $\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$ osiąga wartość tego samego rzędu co σ_1 i σ_2 i występuje trójosiowy stan naprężenia, co wpływa na powstanie pęknięcia.

Dodatkowe zagrożenie stanowi samo spawanie konstrukcji stalowych, stwarzając możliwość do powstania pęknięć spawalniczych. Zjawisko pęknięcia kruchego najczęściej uwidacznia się

właśnie w konstrukcjach spawanych. Spawanie stwarza sprzyjające warunki naprężeniowe i metalurgiczne dla kruchego pęknięcia w ciałach sprężysto-plastycznych, jakim jest stal węglowa. Jeżeli w odkształceniu plastycznym pojawi się pęknięcie to mamy do czynienia ze sprężysto-plastyczną mechaniką pęknięcia określaną też jako nieliniowo-sprężystą. A zjawiska występujące w obszarze ostrego karbu, na czole szczeliny można sprowadzić do trzech zagadnień:

- spiętrzenia (koncentracji) naprężeń,
- intensywności naprężeń,
- odporności materiału na inicjację i propagację pęknięcia na czole szczeliny (karbu geometrycznego).

Miarą odporności (wytrzymałości) na pęknięcie (krytycznym współczynnikiem intensywności naprężeń) jest najmniejsza krytyczna wartość współczynnika intensywności naprężeń K , zależnego także od grubości elementu, określaną jako K_c . W zakresie stosowania liniowo sprężystej mechaniki pęknięcia, pęknięcie nastąpi, gdy:

$$K > K_c, \quad (6.4)$$

w określonych warunkach geometrycznych elementu konstrukcji i temperaturze.

Za pomocą wartości rzeczywistej K i krytycznej K_c można obliczyć poziom naprężeń krytycznych, których nie należy przekraczać, aby nie nastąpiło pęknięcie przy istnieniu wady o określonym wymiarze. Można także wyznaczyć dla danego poziomu wyężenia konstrukcji dopuszczalny wymiar wady a_c , czyli narzucić poziom jakości wykonania konstrukcji. W praktyce sprowadza się to do spełnienia zależności $K \leq K_c$. Wartość K otrzymuje się z obliczeń, natomiast wartość K_c z eksperymentu, ale badania nie zostały w tym zakresie wykonane, poprzestając na ocenie fizyki pęknięcia kruchego.

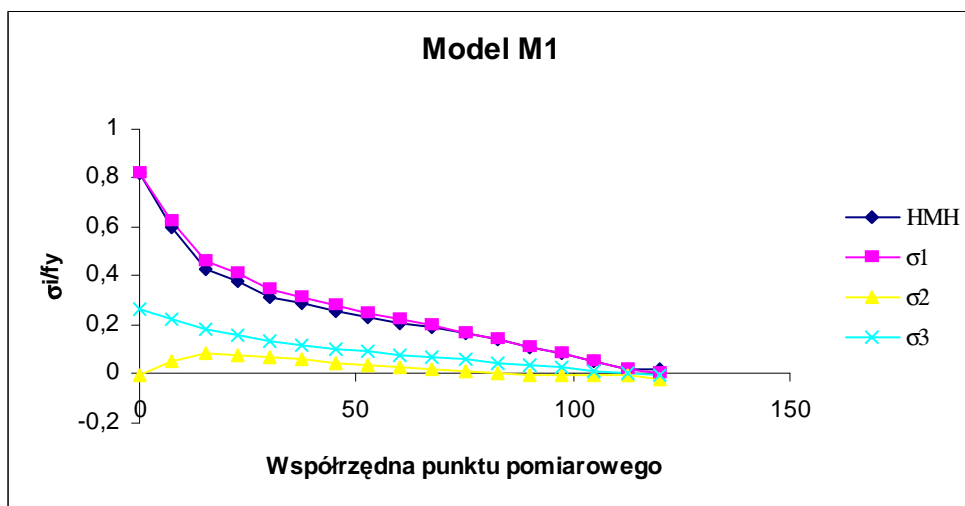
Aby wystąpiło pęknięcie kruche, muszą być spełnione jednocześnie następujące warunki:

- materiał (stal ferrytyczna) musi w pewnym stopniu utracić właściwości plastyczne, czyli przejść w stan kruchy, głównie pod wpływem obniżenia temperatury,
- w strategicznych miejscach konstrukcji muszą istnieć karby geometryczne wywołane, np. wadami spawalniczymi lub konstrukcyjnymi, będące koncentratorami naprężeń i miejscem inicjacji pęknięć,
- w obszarze karbu muszą istnieć naprężenia własne, np. spawalnicze, lub będące efektem działania obciążeń eksploatacyjnych, niebezpieczne są naprężenia rozciągające skierowane prostopadle do powierzchni wady (szczeliny) tworzącej karb.

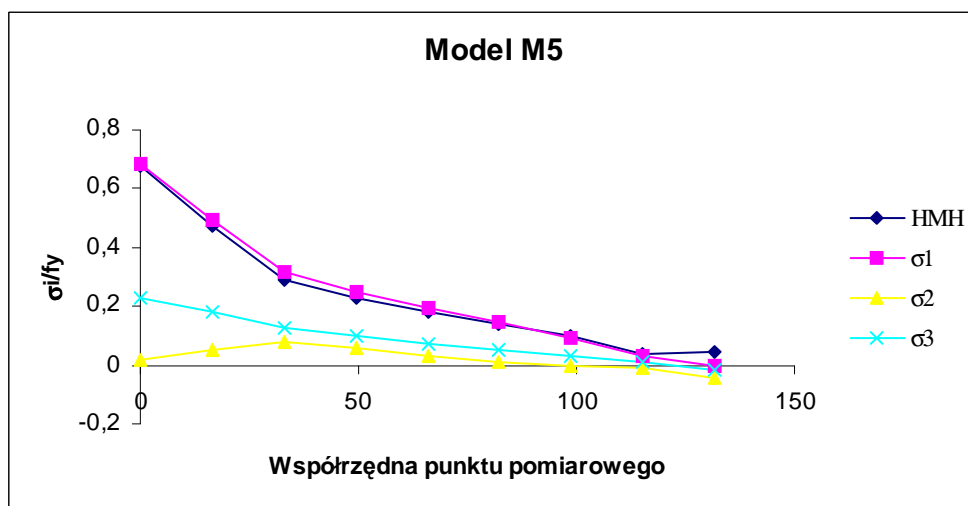
Wszystkie, zatem wyżej wymienione warunki występują jednocześnie w stalowych zakotwieniach ciągów. W tego typu elementach może się pojawić kruche pęknięcie.

6.4. Podsumowanie

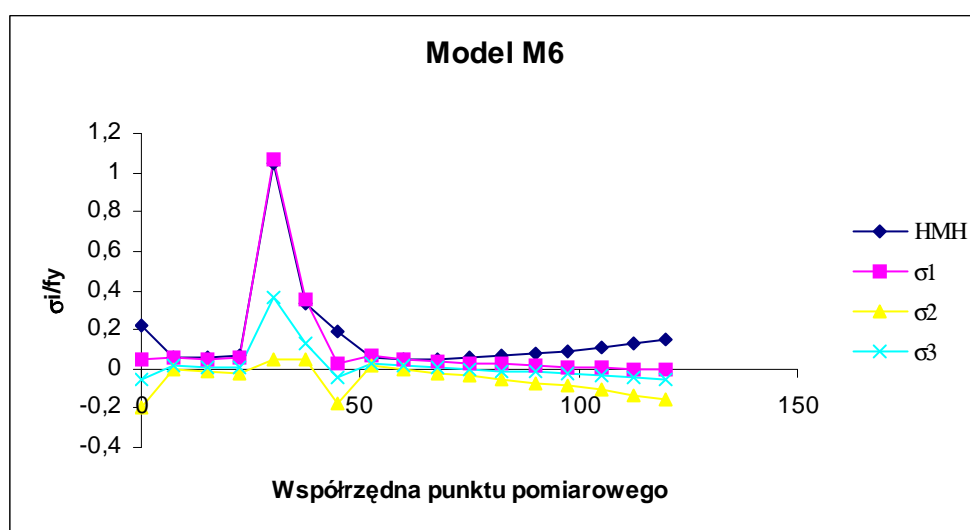
Na rys.6.13÷6.17 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej naprężeń głównych i zredukowanych wg HMH w przekroju D-D modeli: M1, M5, M6, M7 i M8 wyznaczone MES w systemie Lusas. Porównanie zbiorowe w zakresie HMH dla wszystkich modeli przedstawiono na rys.6.18. Są to rozkłady powstałe wskutek pojawienia się naprężeń pozostających i działającej siły rozciągającej o wartości 400kN. Siła rozciągająca została przyłożona osiowo do tulei i na każdym żebrze głównym wywoływała efekt rozciągania i zginania w strefie karbu. Oszacowano także wartość naprężeń w kierunku grubości blach, które przyjęto jako $\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$ [18], [68], [93].



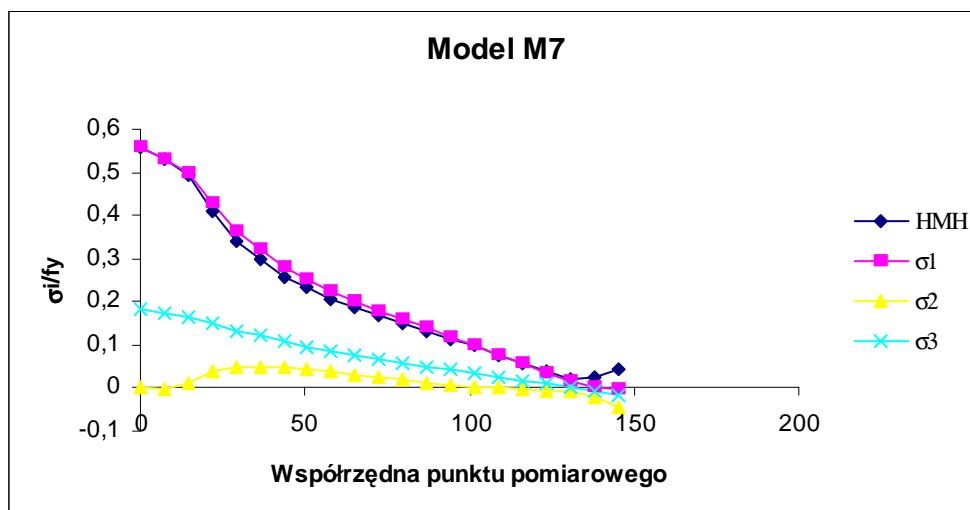
Rys.6.13. Ścieżka równowagi statycznej w przekroju D-D modelu M1 uzyskana MES



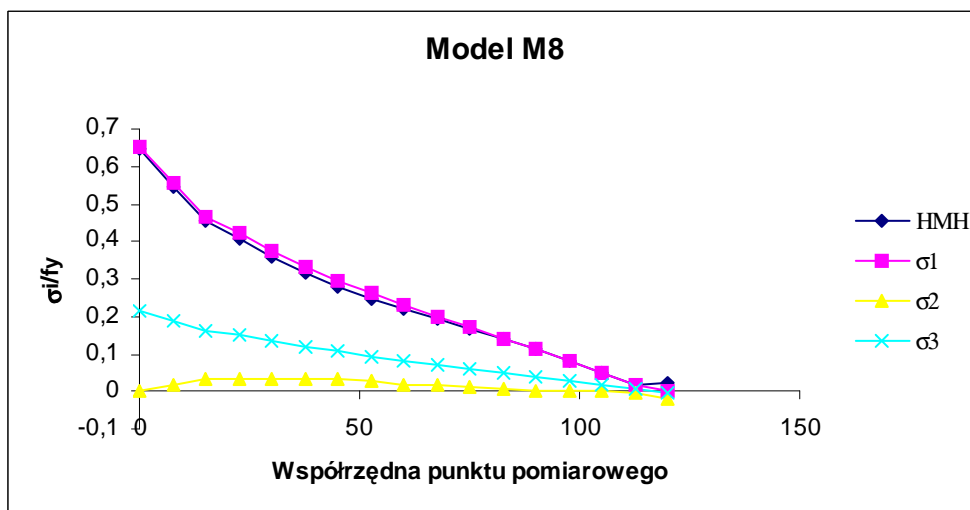
Rys.6.14. Ścieżka równowagi statycznej w przekroju D-D modelu M5 uzyskana MES



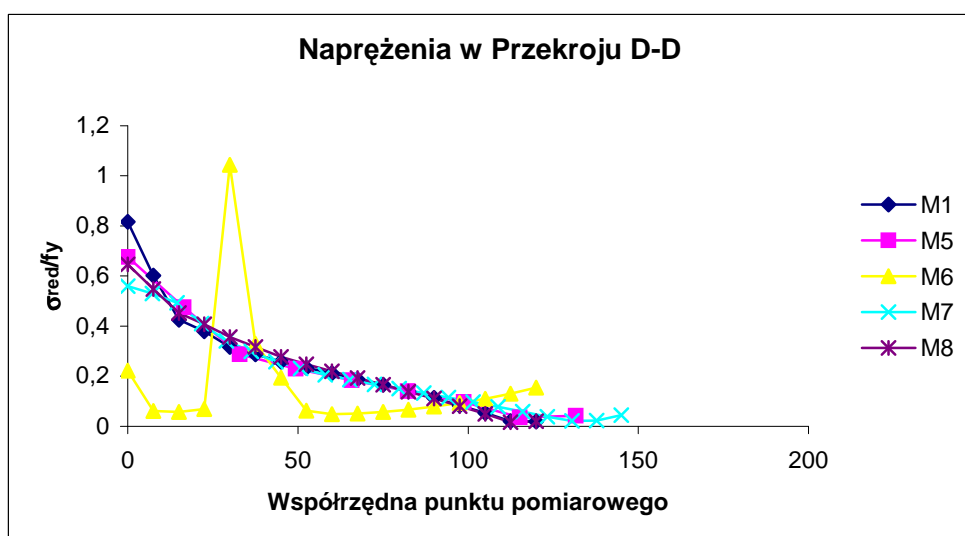
Rys.6.15. Ścieżka równowagi statycznej w przekroju D-D modelu M6 uzyskana MES



Rys.6.16. Ścieżka równowagi statycznej w przekroju D-D modelu M7 uzyskana MES



Rys.6.17. Ścieżka równowagi statycznej w przekroju D-D modelu M8 uzyskana MES



Rys.6.18. Ścieżki równowagi statycznej w zakresie naprężeń HMH na podstawie badań MES w przekroju D-D wszystkich modeli badawczych

Postanowiono dokonać porównania nośności granicznych wszystkich modeli, obciążając je siłą osiową, bez uwzględniania mimośrod. Uzyskano więc symetryczne rozkłady naprężeń na obu żebrach. Porównania tego dokonano w punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D (rys.4.27÷4.31) i przedstawiono na rys.6.18. Nośności graniczne wszystkich modeli wyznaczono posługując się stosunkiem naprężeń sumarycznych, zredukowanych σ_{red} do granicy plastyczności f_y :

- w modelu M1 o krzywiznie karbu w kształcie promienia $r=25\text{mm}$ wynosi on 0,817 (naprężenia zredukowane 273 MPa). W modelu tym pojawiają się zwiększone koncentracje naprężeń własnych w strefie ostrej nieciągłości geometrycznej (rys.4.34, 4.35). Model ten nie wymaga dodatkowych zabiegów wykonawczych w związku z tym prosty (kołowy) kształt karbu jest idealny do zastosowania jako kształt wyjściowy w metodzie gradientu, co zostało przedstawione w p.4.1,
- w modelu M5 o kształcie krzywizny karbu uzyskany stosując metodę gradientu i opisaną funkcją 4.34, otrzymano 0,677 (naprężenia zredukowane 226 MPa). Model ten również nie wymaga dodatkowych nakładów wykonawczych. A obliczenia wykonane w punkcie 4.1 udowodniły, że gradientowy kształt karbu jest najlepszy pod względem przenoszonych obciążeń eksploatacyjnych. Kształt brzegu optymalnego modelu M5 powoduje występowanie zwiększonych koncentracji naprężeń własnych w miejscu ostrej nieciągłości geometrycznej (rys.4.42, 4.43). Dlatego model ten należy poddać wstępnemu wyżarzaniu w celu wyeliminowania tych naprężeń,
- w modelu M8 o korbach wewnątrz blach węzłowych (brzezi korbów opisane są promieniem $r=1\text{mm}$ i połączone krzywą przejściową z brzegiem wewnętrznym żebra głównego) otrzymano 0,647 (naprężenia zredukowane 216 MPa). W modelu tym nie pojawiają się koncentracje naprężeń własnych w strefie ostrej nieciągłości geometrycznej. Rozkład naprężeń na brzegu karbu jest łagodny z wyjątkiem lokalnego maksimum w punkcie połączenia łuku karbu z krzywą przejściową (rys.4.66, 4.67). Wartość naprężeń głównych maksymalnych, sumarycznych w całym obszarze karbu nie przekracza 230 MPa,
- w modelu M7 o prostych krawędziach, stosunek naprężeń zredukowanych do granicy plastyczności wynosi 0,560. Naprężenia zredukowane 187 MPa są jednak wyższe od naprężeń uzyskanych w modelu M6. Zanotowano także koncentrację naprężeń sumarycznych na krawędzi karbu i tulei (rys.4.58, 4.59). Natomiast nie odnotowano pojawienia się zwiększonych koncentracji naprężeń spawalniczych w strefie ostrej nieciągłości geometrycznej. Oznacza to, że można wyeliminować koncentracje naprężeń spawalniczych, stosując proste krawędzie (bez krzywizny w strefie połączenia z tuleją) w węzłach łączących ciągną z konstrukcją. Jednakże stosowanie rozwiązania w postaci prostych krawędzi, wymaga wymiany tulei na grubszą lub stosowania dodatkowych żeber wewnątrz tulei, umożliwiających oparcie bloku oporowego, przekazującego siłę z ciągną. Rozwiązanie takie wymaga zwiększonych nakładów materiałowych i wykonawczych, podobnie jak w modelu M6. Dodatkowym utrudnieniem jest jednak mocowanie żeber wewnątrz tulei, co należy uwzględnić wybierając model M7,
- w modelu M6 uzyskano najlepszy rezultat, stosując dodatkowe żebra, zwiększając sztywność układu. Stosunek naprężeń zredukowanych do granicy plastyczności wynosi 0,222. Wartość naprężeń w punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D wynosząca 74,3 MPa wskazuje, iż jest to najskuteczniejsza metoda redukcji naprężeń, wymagająca jednak większych nakładów materiałowych i wykonawczych, ze względu na wzrost liczby spoin. Uwzględnić jednak należy możliwość pojawienia się koncentracji naprężeń w strefie żeber dodatkowych, co zauważono podczas badań tego modelu stosując MES (rys.4.50, 4.51).

Badania MES wszystkich modeli, w szczególności modelowanie termicznych naprężeń pozostających, jako efekt cięcia laserowego i spawania, wykonano metodą dostrajania w systemie Lusas. System ten domyślnie nie uwzględnia zmian współczynnika sprężystości podłużnej E i współczynnika rozszerzalności cieplnej liniowej α_t , w zależności od zmieniającej się temperatury. Jednak metoda ta pozwoliła na zbliżenie wyników MES do wyników uzyskanych doświadczalnie. W przyszłości jednak należałoby podjąć próbę określenia zmian E i α_t w zależności od rosnącej temperatury i tym samym potwierdzenie wyników uzyskanych doświadczalnie w badanych modelach.

Na wykresach 6.13÷6.17 oszacowano stosunek naprężeń w kierunku grubości blachy σ_3 do granicy plastyczności stali f_y i w punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D wynosi on:

- model M1: 0,266,
- model M5: 0,230,
- model M6: -0,049,
- model M7: 0,183,
- model M8: 0,213.

Wartość naprężeń w trzecim wymiarze przyjęto jako $\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$. Uzyskane wyniki w modelach M1, M5, M7 i M8 nie przekraczają 0,3 i tym samym nie osiągają wartości maksymalnych naprężeń głównych w strefie karbu. W modelach tych naprężenia główne σ_1 i σ_2 w strefie karbu są jednoimienne (są to naprężenia rozciągające) i w sytuacji, gdy naprężenia w trzecim kierunku też są rozciągające, mogą być przyczyną powstania pękania kruchego. Wyniki modelu M6 są różnoimienne, w związku z tym nie są inicjatorem kruchego pękania. Uzyskane wyniki pozwalają wysnuć wniosek, iż materiał modeli badanych na granicy strefy sprężystej i plastycznej w strefie karbu nie znajduje się w stanie kruchym a obecność karbów nie inicjuje kruchego pękania.

Na podstawie badań MES zauważa się, że możliwa jest redukcja koncentracji naprężeń stosując metodę gradientu. Współczynnik koncentracji naprężeń K_t określony jako stosunek naprężeń sumarycznych (własnych i eksploatacyjnych), maksymalnych do naprężeń nominalnych w punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D wynosi:

- w modelu podstawowym M1: 3,276,
- w modelu M5, którego kształt brzegu D-E otrzymano metodą gradientu: 2,970,
- w modelu M6 z żebrami dodatkowymi odnotowano: 2,857,
- w modelu o prostych krawędziach wewnętrznych M7 wynosi on: 2,719,
- najniższą wartość współczynnika koncentracji naprężeń otrzymano w modelu M8 o korbach wewnątrz blach węzłowych na krawędzi graniczącej z tuleją i wynosi ona: 2,604.

W badaniach własnych uwzględniono na szeroką skalę wpływ rozciągania, zginania powstałego wskutek siły rozciągającej, działającej na mimośrodku w stosunku do żeber głównych oraz wpływ pozostających naprężeń spawalniczych i cięcia laserowego modelowanych metodą dostrajania. Zbadano także wpływ dodatkowych żeber usztywniających, jako najprostszej postaci redukującej wielkość naprężeń. Sprawdzone też rozkłady naprężeń w modelu o prostych krawędziach, bez obecności karbu oraz w modelu o korbach wewnętrznych na krawędzi blachy węzłowej z tuleją.

Na podstawie wykonanych badań modelowych i obliczeń MES można wysnuć wniosek, że optymalnym rozwiązaniem jest model M8, nie wymagający specjalnych zabiegów wykonawczych. Natomiast biorąc pod uwagę wstępne wyżarzanie modelu, najlepszym modelem jest model gradientowy M5 o równomiernym rozkładzie naprężeń wzdłuż optymalnej krzywizny karbu otrzymanej metodą gradientu. Krzywiznę gradientową można wykonać metodą cięcia laserowego stosując funkcję 4.34, otrzymaną na podstawie

algorytmu opisanego w p.4.1. Równomierny rozkład naprężeń eksploatacyjnych wzdłuż krzywej karbu modelu M5 udowadnia, że jest to brzeg optymalny.

7. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Na podstawie badań analitycznych udowodniono, że za pomocą optymalizacji kształtu z warunku maksymalnej nośności możliwe jest wyrównanie naprężeń sumarycznych lub zredukowanie koncentracji tych naprężeń w przekrojach o zmiennym kształcie, w zakresie analizy sprężysto-plastycznej. Natomiast nie jest możliwe całkowite wyeliminowanie koncentracji naprężeń, ze względu na konieczność stosowania skokowo zmiennych przekrojów, w miejscu mocowania bloku oporowego.
2. Stosując optymalizację z warunku uplastycznienia można wskazać jak uzyskać złagodzenie rozkładów naprężeń, poprawiając brzeg blachy węzłowej. Natomiast nie wyeliminuje się tych koncentracji szczególnie w modelach obciążonych dużymi siłami, co może być przyczyną powstania stref uplastycznionych i pęknięć. Potwierdzają to badania MES (p.4.2.2) i badania doświadczalne (p.5.6.1) wykonane na modelach M1 i M5 (rys.4.34, 4.35, 4.42, 4.43, 5.30, 5.32, 5.34÷5.36). Natomiast w modelu M6 strefy uplastycznione zostały zredukowane poprzez zwiększenie sztywności układu żebrami dodatkowymi, co potwierdzają badania MES (p.4.2.2, rys.4.50, 4.51) i badania doświadczalne (p.5.6.1, rys.5.38, 5.39). W modelu M7 krawędź wewnętrzna żebra głównego została zmodyfikowana do linii prostej (rys.4.56, 4.57). Pozwoliło to na wyeliminowanie koncentracji przesuniętych wewnątrz żeber głównych w strefie karbu i spoiny. Potwierdziły to badania MES (p.4.2.2, rys.4.58, 4.59). W modelu M8 zastosowano karby wewnętrzne z łagodną krzywą przejściową, łączącą karb z krawędzią wewnętrzną żebra głównego (rys.4.64, 4.65). Pozwoliło to na wyeliminowanie koncentracji w strefie spoiny i karbu, co potwierdzają badania MES (p.4.2.2, rys.4.66, 4.67). W modelu tym odnotowano łagodny rozkład naprężeń sumarycznych wzdłuż całej krzywej karbu, co udowadnia, że jest to brzeg optymalny.
3. Kształt brzegu optymalnego można otrzymać metodą kolejnego ulepszania kształtu modelu, opartą na dodawaniu materiału w punktach, w których naprężenia są większe od nominalnego i odejmowaniu w punktach o naprężeniach mniejszych, zważając na bliskość zasięgu zmian pola odkształceń. Potwierdzają to badania wykonane przez Heywood'a, Owczarka i Schnack'a [41], [56], [73] oraz badania własne na modelu M3 (rys.4.10, 4.11) przedstawione w p.4.1.
4. Zwiększenie sztywności poprzez zastosowanie żeber dodatkowych modelu M6 powoduje wyeliminowanie koncentracji będących na granicy plastyczności (rys.4.50, 4.51). Model ten jednak wymaga dodatkowych nakładów materiałowych i wykonawczych.
5. Formą kształtu optymalnego jest linia prosta krawędzi wewnętrznej modelu M7 (rys.4.56, 4.57). W modelu tym zredukowano występowanie naprężeń pozostających, odsuniętych od krawędzi karbu i spoiny bez zwiększania sztywności układu (rys.4.58, 4.59). Zanotowano też brak efektu rozginania krzywizny brzegu D-E (rys.4.30). Model ten jednak wymaga stosowania żeber wewnątrz tulei lub zwiększenia grubości tulei w celu umożliwienia oparcia bloku oporowego. Oparcie bloku oporowego limitowane jest grubością tulei.
6. Kształt brzegu optymalnego modelu M8 otrzymano bazując na modelu Preobrażenskij'ego [64] o korbach wewnątrz głównych żeber, przy krawędzi z tuleją. Karby wewnętrzne o promieniach 11 mm połączono z wewnętrzną krawędzią żebra za

pomocą krzywej przejściowej (rys.4.64, 4.65). W modelu tym nie pojawiły się koncentracje naprężeń spawalniczych. Wzdłuż krzywej przejściowej i łuku karbu występuje koncentracja o optymalnym rozkładzie o naprężeniach nie przekraczających granicy plastyczności.

7. Po wstępnym wyżarzaniu i tym samym eliminacji pozostających naprężeń spawalniczych najlepszym modelem o brzegu optymalnym jest model M5. Kształt brzegu optymalnego modelu M5 otrzymano metodą gradientu według algorytmu przedstawionego w punkcie 4.1, co potwierdzają badania MES (rys.4.14÷4.16). Kształt ten można opisać funkcją 4.34 i wyciąć metodą cięcia laserowego wczytując tę funkcję lub stosując szablony wykonane w skali naturalnej 1:1. Kształt optymalny modelu M5 odbiega od kołowego (na którym bazuje model M1, rys.4.5, 4.6, 4.16) i eliptycznego (na którym bazuje model M2, rys.4.8, 4.16). Kształt ten bazuje na teorii strumienia linii i teorii dynamicznego przepływu, co zostało zbadane przez Ma i Xinmin'a [46] oraz Owczarka [56] i sformułowane w p.2.3.5 i 4.1, odpowiednio.
8. Kształt brzegu optymalnego modelu M5 powoduje występowanie zwiększonych koncentracji naprężeń własnych (spawalniczych i cięcia laserowego) w miejscu ostrej nieciągłości geometrycznej (brzeg zębra głównego na styku z tuleją). Koncentracje te należy eliminować stosując wstępne wyżarzanie, z uwagi na stosunkowo niewielkie wymiary modelu.
9. Ocenę nośności węzłów mocujących ciągną można przeprowadzić numerycznie metodą dostrajania, w zakresie analizy liniowej i nieliniowej, uwzględniając wpływy termiczne, stosując metodę elementów skończonych. Otrzymane wyniki można potwierdzić czujnikami tensometrycznymi. Występowanie stref uplastycznionych prowadzących do kruchego pęknięcia i rozkłady naprężeń sumarycznych można wyznaczyć doświadczalnie stosując metodę elastooptycznej warstwy powierzchniowej.
10. Naprężenia własne, znacząco wpływają na rozkłady naprężeń sumarycznych, zarówno sprężystych jak i sprężysto-plastycznych. Naprężenia te nie mają większego wpływu na rozkłady w zakresie sił małych, nie powodujących uplastycznienia, co potwierdzają dwukrotne modelowe badania próbne przeprowadzone na modelu M1 (p.5.6.1). Natomiast w zakresie sił dużych, powodujących uplastycznienie, naprężenia te diametralnie zmieniają rozkłady i kierunki naprężeń głównych, powodując koncentracje, które mogą doprowadzić do kruchego pęknięcia. Potwierdzają to badania MES wykonane w systemie Lusas w zakresie naprężeń sumarycznych (p.4.2.2, rys.4.35, 4.43, 4.51, 4.59, 4.67) oraz w systemie I-DEAS w zakresie naprężeń normalnych, od siły rozciągającej 400 kN (p.4.1, rys.4.6, 4.8, 4.10, 4.12, 4.14).
11. Algorytm optymalizacyjny metody gradientu bazuje na naprężeniach eksploatacyjnych. Uwzględnienie naprężeń własnych w procesie optymalizacyjnym, stosując metodę gradientu, wymaga korekty istniejącego algorytmu optymalizacyjnego i spowoduje zmianę kształtu brzegu badanego w strefie karbu. Aby uwzględnić naprężenia pozostające w procesie optymalizacyjnym, należy rozbudować model algorytmu (p.4.1) o zależności określone w punkcie 4.2, uwzględniając wpływy termiczne.
12. Występowanie i rozkłady naprężeń sumarycznych i pozostających naprężeń termicznych (spawalniczych i cięcia laserowego) można określić doświadczalnie naklejając warstwę elastooptyczną na badane modele lub MES a ich wartość stosując czujniki

tensometryczne. Wartość naprężeń pozostających można ocenić odejmując naprężenia od siły strukturalnej, rozciągającej od naprężeń sumarycznych. Znając wielkość i rozkłady naprężeń własnych można oszacować rodzaj i temperaturę wyżarzania.

13. W węzłach łączących ciągną w konstrukcjach wskazana jest eliminacja naprężeń pozostających, stosując wstępne wyżarzanie oraz techniki redukujące naprężenia własne, takie jak: kolejność i kierunek układania poszczególnych odcinków spoin, prędkość spawania, liczba i wytrzymałość spoin szepnych, przygotowanie brzegów łączonych elementów i energia liniowa spawania (p.2.4). Ocena wpływu wymienionych technik na redukcję naprężeń spawalniczych może być przedmiotem dalszych badań.
14. System Lusas w badaniach MES nie uwzględnia domyślnie zmiany parametrów stali: modułu Younga E i współczynnika rozszerzalności cieplnej liniowej α w zależności od rosnącej temperatury. Jednak metoda dostrajania pozwoliła na zbliżenie wyników MES do wyników uzyskanych doświadczalnie. Potwierdzają to badania wykonane na modelach M1, M5 i M6 (rys.6.1÷6.12). Określenie zmian E i α w zależności od rosnącej temperatury i tym samym potwierdzenie wyników doświadczalnych może być przedmiotem dalszych badań.
15. Współczynnik intensywności koncentracji naprężeń ułatwia zadanie optymalizacji. Wyrównywanie naprężeń szukanych σ_s do współczynnika intensywności koncentracji naprężeń powoduje otrzymanie brzegu optymalnego wzdłuż całej linii karbu. Potwierdzają to badania wykonane przez Zheng'a i Niemi'ego [97] oraz Zheng'a i Guoxun'a [96] opisane w p.2.2 i własne na modelach M4 (rys.4.12, 4.13) i M5 (rys.4.14, 4.15) przedstawione w p.4.1.
16. Imperfekcje geometryczne mają znaczący wpływ na prawidłową pracę modeli. Z badań doświadczalnych i MES wynika, że rozkłady naprężeń zostały diametralnie zmienione w modelach M1 i M5 przez geometryczne imperfekcje wzbudzone, natomiast w modelu M6 nie miały istotnego wpływu, ze względu na dużą sztywność żeber. Imperfekcje geometryczne zmieniają kierunek i wielkość naprężeń oraz rozkłady stref uplastycznionych w strefie karbu. Wartość wzbudzonych imperfekcji geometrycznych limitowana jest oparciem bloku oporowego o tuleję. Maksymalna wartość mimośrodowo siły rozciągającej nie powinna przekraczać grubości tulei, z uwagi na możliwość oparcia bloku oporowego, przekazującego siłę na węzeł. W badaniach własnych MES została ona przyjęta jako połowa grubości tulei, gwarantując prawidłową współpracę bloku oporowego i węzła i potwierdziła ona rozkłady uzyskane doświadczalnie. W celu prawidłowej oceny nośności granicznej węzłów mocujących ciągną należy założyć występowanie mimośrodowo maksymalnego, limitowanego na przykład grubością tulei.
17. Wielkość mimośrodowo ma wpływ na wielkość naprężeń a nie na występowanie obszarów plastycznych. Potwierdziły to badania MES wykonane na modelach M1, M5 i M6 w przekroju D-D (rys.4.27÷4.31), z uwzględnieniem mimośrodowo w p.6.2 (rys.6.1, 6.5, 6.9) oraz bez mimośrodowo w p.6.4 (rys.6.13÷6.15).
18. Koncentracje uplastycznione prowadzące do kruchego pęknięcia mogą wystąpić w strefie ostrej nieciągłości geometrycznej (strefa karbu i krawędzi łączącej zebro główne z tuleją w miejscu występowania spoiny). Wartości naprężeń σ_1 i σ_2 w tej strefie można wyznaczyć numerycznie MES a naprężenia σ_3 za wzoru: $\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$. W przypadku, gdy naprężenia te są równoimienne, rozciągające mogą doprowadzić do występowania

kruche pęknięcia.

19. Obecność karbu powoduje powstanie trójosiowego stanu naprężeń, gdyż hamuje zdolność materiału do odkształceń plastycznych. Wartość naprężeń w kierunku grubości blachy przyjęto jako $\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$. W modelach M1, M5, M7 i M8 wartości naprężeń głównych σ_1 i σ_2 w strefie karbu (w punkcie na krawędzi wewnętrznej przekroju D-D, rys.4.27÷4.31) są jednoimienne, rozciągające. Jednakże stosunek naprężeń w trzecim kierunku σ_3 do granicy plastyczności f_y wszystkich modeli nie przekracza 0,3 a badany materiał w strefie karbu nie znajduje się w stanie kruchym. Naprężenia we wszystkich kierunkach modelu M6 są różnoimienne, w związku z tym nie są inicjatorem kruchego pęknięcia. Na podstawie badań modeli M1, M5, M6, M7 i M8 udowodniono, że obecność karbów nie inicjuje kruchego pęknięcia.
20. Pęknięcie kruche występuje także przy wysokim poziomie naprężeń własnych (spawania, cięcia laserowego, walcowania), nawet przy stosunkowo niskim poziomie naprężeń eksploatacyjnych. Należy unikać koncentracji naprężeń własnych, poprzez wstępne wyżarzanie, redukując tym występowanie stref plastycznych, prowadzących do kruchego pęknięcia. Niebezpieczne są naprężenia rozciągające skierowane prostopadle do powierzchni wady tworzącej karb. Ocenę wpływu naprężeń własnych na występowanie kruchego pęknięcia badali Rykaluk [68], [69] i Ferenc [18] i może być przedmiotem dalszych badań własnych.
21. Kruche pęknięcie może wystąpić na styku strefy plastycznej i sprężystej w strefie karbu poza brzegiem badanym D-E. Redukcja koncentracji będących na granicy plastyczności, stosując optymalizację z warunku uplastycznienia może wyeliminować także kruche pęknięcie. Poza tym redukcja koncentracji plastycznych może zredukować linię poślizgu na granicy strefy plastycznej i sprężystej. Udowadnia to model M8 (p.4.2.2, rys.4.66, 4.67), jednakże badania własne mogą być przedmiotem kontynuacji dalszych badań w tym zakresie.
22. Miarą odporności materiału na pęknięcie może być krytyczna wartość współczynnika intensywności naprężeń K , zależna od grubości elementu, określana jako K_c . Wartość współczynnika K_c można otrzymać doświadczalnie, lecz badania własne nie zostały wykonane w tym zakresie, poprzestając na ocenie fizyki pęknięcia kruchego (wnioski: 18÷21) i może być przedmiotem dalszych badań.

Wniosek końcowy

Stwierdzenia zawarte w punkcie 1, 4, 5 i 6 są dowodem prawdziwości tezy pierwszej, wnioski w punkcie 2 i 7 tezy drugiej, wnioski w punkcie 3, 9, 12 i 14 udowadniają tezę trzecią, punkt 15 tezę czwartą, punkty 16 i 17 tezę piątą a punkt 18 stanowi dowód tezy szóstej, postawionej w pracy.

LITERATURA

- [1] Ajdukiewicz A., Mames J., Konstrukcje sprężone, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1984.
- [2] Almeida V.S., Paiva J.B., A mixed BEM-FEM formulation for layered soil-superstructure interaction, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 28, pp.1111-1121, 2004.
- [3] Andriejew A.W., Koncentracja naprężeń w detaliach gornotransportnych maszyn, Izdatielstwo Niedra, Moskwa 1968.
- [4] Birgiera I.A., Panowko J.G., Proczność, Ustoicziwość, Koliebanija, Izdatielstwo Maszinoostrojenie, Moskwa 1968.
- [5] Boyadjiev I.I., Thomson P.F., Lam Y.C., Prediction of the deflection and residual stress in controlled cooling of hot-rolled steel beams including load and arbitrary support, Part I Computational model, *Journal of Materials Processing Technology* 147, pp.370-376, 2004.
- [6] Bródka J., Zachowanie się konstrukcji stalowych, Politechnika Łódzka, Zeszyt Naukowy nr 633, Rozprawy Naukowe z 159, Łódź 1993.
- [7] Bródka J., Broniewicz M., Konstrukcje stalowe z rur, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 2001.
- [8] Brunarski L., Kwieciński M., Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1984.
- [9] Cable Stays, Recommendations of French Interministerial Commission on Prestressing, pp.121-133, 2003.
- [10] Chen T., Chia Y., Determination of optimum design spaces for topology optimization, *Finite Elements in Analysis and Design* 36, pp.1-16, 2000.
- [11] Chung K.F., Ip K.H., Finite element modeling of bolted connections between cold-formed steel strips and hot rolled steel plates under static shear loading, *Engineering Structures* 22, pp.1271-1284, 2000.
- [12] Darwish S.M., Tamimi A.A., Habdan S., A knowledge base for metal welding process selection, *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 37, pp.1007-1023, 1997.
- [13] Drwal G., Grzymkowski R., Kapusta A., Słota D., *Mathematica* 5, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2004.
- [14] Dusch K., 25 Jahre Kurt Schumacher Brücke, Mannheim-Ludwigshafen (Nordbrücke), *Bauingenieur* 2, pp.53-61, 1998.
- [15] Dywidag Systems International, Info 11, DYNA Grip Stay Cable System for the Zevenaar bridge, The Zevenaar stay cable bridge, Netherlands, Edition 2002-2003.

- [16] Eichlseder W., Fatigue analysis by local stress concept based on finite element results, *Computers and Structures* 80, pp.2109-2113, 2002.
- [17] Eurocode 3, Design of steel structures, Part 1-1, General rules and rules for buildings.
- [18] Ferenc K., Ferenc J., Konstrukcje spawane, Połączenia, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2000.
- [19] Filippi S., Lazzarin P., Tovo R., Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead of notches in plates, *International Journal of Solids and Structures* 39, pp.4543-4565, 2002.
- [20] Fortbildung, Schriftenreihe der Österreichischen Vereinigung für Beton und Bautechnik, Heft 50, November 2002.
- [21] Gimsing N.J., Cable Supported Bridges, Concept and Design, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark 1996.
- [22] Glabisz W., Mathematica w zagadnieniach mechaniki konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [23] Gochberg M.M., Metalliczieskije konstrukcii podemno-transportnych maszin, Izdatielstwo Maszinstrojenie, Leningrad 1969.
- [24] Haider J., Rahman M., Corcoran B., Hashmi M.S.J., Simulation of thermal stress in magnetron sputtered thin coating by finite element analysis, *Journal of Materials Processing Technology* 168, pp.36-41, 2005.
- [25] Hamouda A.M.S., Sulaiman S., Lau C.K., Finite element analysis on the effect of workpiece geometry on the quenching of ST50 steel, *Journal of Materials Processing Technology* 119, pp.354-360, 2001.
- [26] Herion S., Müller Ch., Untersuchung kranpezifischer Kerbdetails, *Stahlbau*, Heft 4, pp.251-267, 2000.
- [27] Hsu Y.L., Sheppard S.D., Wilde D.J., The curvature function method for two dimensional shape optimization under stress constraints, *Computers & Structures*, Vol.55, No.4, pp.647-657, 1995.
- [28] Hwu Ch., Liang Y.C., Evaluation of stress concentration factors and stress intensity factors from remote boundary data, *International Journal of Solids and Structures* 37, pp.5957-5972, 2000.
- [29] I-DEAS 9, Help Library.
- [30] Jankowski L.J., Elastooptyka, Materiał na prawach rękopisu, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.

- [31] Jankowski L.J., Technika elastoptycznej warstwy powierzchniowej, Materiał na prawach rękopisu, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.
- [32] Jefferson A.D., Craft-a plastic-damage-contact model for concrete, II. Model implementation with implicit return-mapping algorithm and consistent tangent matrix, International Journal of Solids and Structures 40, pp.6001-6022, 2003.
- [33] Jolgař M., Hamouda A.M.S., Sulaiman S., Hamdan M.M., Development of a CAD/CAM system for the closed-die forging process, Journal of Materials Processing Technology 138, pp.436-442, 2003.
- [34] Joseph A., Rai S.K., Jayakumar T., Murugan N., Evaluation of residual stresses in dissimilar weld joints, International Journal of Pressure Vessels and Piping 82, pp.700-705, 2005.
- [35] Kączkowski Z., Płyty, Obliczenia statyczne, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1968.
- [36] Kim H.K., Lee M.J., Chang S.P., Non-linear shape-finding analysis of a self-anchored suspension bridge, Engineering Structures 24, pp.1547-1559, 2002.
- [37] Kisieliew W.A., Płaskaja zadacza teorii uprugosti, Wysszaja Szkoła, Moskwa 1976.
- [38] Kmita J., Bień J., Machelski Cz., Komputerowe wspomaganie projektowania mostów, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1989.
- [39] Konderla P., Optymalizacja konstrukcji kompozytowych w ujęciu metody elementów brzegowych, II Sympozjon, Kompozyty, Konstrukcje Warstwowe, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Oddział we Wrocławiu, pp.117-124, Karpacz 2002.
- [40] Kowal A., Nośność graniczna pękniętego elementu tarczowego wzmocnionego elementami dołączonymi, Rozprawa doktorska, Raport RE/2003 Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [41] Krupa S., Kubica E., Minimization of stress concentrations in forming of plates using gradient method, Local Seminar of IASS Polish Chapter, Lightweight Structures in Civil Engineering, pp.109-113, Warsaw-Częstochowa 2004.
- [42] Kubica E., Nośność graniczna i sztywność podłużna cienkościennych elementów stalowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2005.
- [43] Kubica E., Krupa S., Zagadnienia stanów granicznych w kształtowaniu węzłów mocujących ciągną w konstrukcjach, Konferencja naukowa, Zagadnienia Stanów Granicznych Konstrukcji Stalowych, pp.163-170, Kraków 2004.
- [44] Lee B.Y., Cho J.R., Optimal positioning of heating lines in a compression molding die using the boundary element method, Engineering Analysis with Boundary Elements 15, pp.261-266, 1995.
- [45] Lusas Analyst and Composite 13.5-3, Finite Element Analysis Manual.

- [46] Ma S.Y., Xinmin L., On the determination of optimal transition profile of a stepped bar in tension or in torsion by BEM, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 17, pp.307-312, 1996.
- [47] Mahdi E., Hamouda A.M.S., Sahari B.B., Khalid Y.A., Effect of residual stresses in a filament wound laminated conical shell, *Journal of Materials Processing Technology* 138, pp.291-296, 2003.
- [48] Mahutow N.A., Deformacjonnye kryterii razruszenija i rasczet elementow konstrukcij na procnost, *Izdatielstwo Maszynostrojenie*, Moskwa 1981.
- [49] Mendera Z., Zagadnienia stanów granicznych konstrukcji stalowych, *Politechnika Krakowska, Zeszyt Naukowy nr 7*, Kraków 1969.
- [50] Mera N.S., Elliott L., Ingham D.B., Lesnic D., An iterative algorithm for singular Cauchy problems for the steady state anisotropic heat conduction equation, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 26, pp.157-168, 2002.
- [51] Noda N.A., Sera M., Takase Y., Stress concentration factors for round and flat test specimens with notches, *International Journal of Fatigue*, Vol.17, No.3, pp.163-178, 1995.
- [52] Nowacki W., *Teoria sprężystości*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1970.
- [53] Nowacki W., *Theory of asymmetric elasticity*, Polish Scientific Publishers, Warszawa 1981.
- [54] Orłoś Z., *Doświadczalna analiza odkształceń i naprężeń*, PWN, Warszawa 1977.
- [55] Orłoś Z., Sobiczewski Z., Szulborski K., Własności mechaniczne i optyczne niektórych żywic epoksydowych przeznaczonych na modele do badań elastooptycznych, *Materiały i Studia, Seria XI Wybranych Eksperymentalnych Zagadnień Budowlano-Architektonicznych*, Zeszyt 3, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1966.
- [56] Owczarek S., Zagadnienie wyznaczania optymalnej linii brzegu ośrodka płaskiego odkształconego w zakresie sprężystym, *Metody pomiarów odkształceń i naprężeń w materiałach i konstrukcjach budowlanych*, Praca zbiorowa, PAN i Biuro Kadr i Spraw Osobowych, pp.171-405, 1971.
- [57] Peterson R., *Koeficyjenty koncentracji naprężeń*, Izdatielstwo Mir, Moskwa 1977.
- [58] Phan A., Mukherjee S., Mayer J.R.R., A boundary contour formulation for design sensitivity analysis in two-dimensional linear elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.35, No.16, pp.1981-1999, 1998.
- [59] Phan A., Mukherjee S., On design sensitivity analysis in linear elasticity by the boundary contour method, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 23, pp.195-199, 1999.
- [60] Ping D., Yuze Ch., Juesheng Z., Effect of stress gradients in the surface layer of beryllium on X-ray stress measurement, *Materials Characterization* 49, pp.381-386, 2003.

- [61] PN-90/B-03200, Konstrukcje stalowe, Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [62] PN-91/H-04310, Próba statyczna rozciągania metali.
- [63] Poniż W., Orłoś Z., Hrabovski O., Szulborski K., Badania elastooptyczne modeli blach węzłowych połączeń spawanych i klejonych, Materiały i Studia, Seria XI Wybranych Eksperymentalnych Zagadnień Budowlano-Architektonicznych, Zeszyt 3, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1966.
- [64] Preobrażenskij N.N., Issledowanije naprażennowo sostojanija w staninie gidrostaticzeskoj ustanowki czislennym metodom, Rasczety na procznost, Sbornik statej, Wypusk 15, Izdatielstwo Maszinostrojenie, Moskwa 1971.
- [65] Presentation Dywidag Bonded Post-Tensioning Systems, Dywidag-Systems International, Salzburg 2002.
- [66] Raju I.S., Krishnamurthy T., An efficient boundaty element method for computing accurate stresses in two-dimentional anisotropic problem, Computers & Structures, Vol.59, No.3, pp.453-462, 1996.
- [67] Rusiński E., Czmochowski J., Smolnicki T., Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [68] Rykaluk K., Konstrukcje stalowe, Podstawy i elementy, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2001.
- [69] Rykaluk K., Pęknięcia w konstrukcjach stalowych, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1999.
- [70] Rykaluk K., Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej 29, Seria Monografie 11, Wrocław 1981.
- [71] Rykaluk K., Kowal A., Wzmacnianie elementów pękniętych za pomocą żeber, Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Wrocław-Krynica 1999.
- [72] Schlaich J., Schmid V., Schlaich M., Stahlverbundbrücken-neue Erfahrungen, Die Entwicklung von Verbindungen mit Zahnleisten, Bauingenieur 77, pp.95-107, 2002.
- [73] Schnack E., Weikl W., Shape optimization under fatigue using continuum damage mechanics, Computer Aided Design 34, pp.929-938, 2001.
- [74] Sędek P., Brózka J., Wang L., Withers P.J., Residual stress relief in MAG welded joints of dissimilar steels, International Journal of Pressure Vessels and Piping 80, pp.705-713, 2003.

- [75] Tafreshi A., Fenner R.T., General-purpose computer program for shape optimization of engineering structures using the boundary element method, *Computers & Structures*, Vol.56, No.5, pp.713-720, 1995.
- [76] Tang S.H., Kong Y.M., Sapuan S.M., Samin R., Sulaiman S., Design and thermal analysis of plastic injection mould, *Journal of Materials Processing Technology* 171, pp.259-267, 2006.
- [77] Teng T.L., Chang P.H., Ko H.C., Finite element analysis of circular patch welds, *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 77, pp.643-650, 2000.
- [78] Teng T.L., Chang P.H., Tseng W.C., Effect of welding sequences on residual stresses, *Computer and Structures* 81, pp.273-286, 2003.
- [79] Teng T.L., Lin C.C., Effect of welding conditions on residual stresses due to butt welds, *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 75, pp.857-864, 1998.
- [80] Timoshenko S., Goodier J.N., *Theory of Elasticity*, McGraw Hill Book Company, New York, Toronto, London 1951.
- [81] Tran D., Nguyen V., Optimal hole profile in a finite plate under uniaxial stress by finite element simulation of Durelli's photoelastic stress minimization method, *Finite Elements in Analysis and Design* 32, pp.1-20, 1999.
- [82] Ulrich T.W., Moslehy F.A., A boundary element method for stress reduction by optimal auxiliary holes, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 15, pp.219-223, 1995.
- [83] Valiente A., Elices M., Stress intensity factor evaluation of constructional details for tubular structures, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 23, pp.155-163, 1995.
- [84] Virlogeux M., Recent evolution of cable-stayed bridges, *Engineering Structures* 21, pp.737-755, 1995.
- [85] Volke E., Zur Aussteifung stählerner Kastenträger im Brückenbau, *Bauingenieur* 77, pp.117-125, 2002.
- [86] Vrahatis M.N., Androulakis G.S., Manoussakis G.E., A new unconstrained optimization method for imprecise function and gradient values, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 197, pp.586-607, 1996.
- [87] Waldman W., Heller M., Chen G.X., Optimal free-form shapes for shoulder fillets in flat plates under tension and bending, *International Journal of Fatigue* 23, pp.509-523, 2001.
- [88] Walther R., Houriet B., Isler W., Moia P., Klein J.F., *Cable stayed bridges*, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Presses Polytechniques et Universitaires Romnades, Thomas Telford, London 1999.
- [89] Wilczyński B., Shape optimization for stress reduction around single and interacting notches based on the fictitious stress method, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 19, pp.117-128, 1997.

- [90] Woźniak Cz., *Mechanika techniczna, Mechanika sprężystych płyt i powłok*, Polska Akademia Nauk, Komitet Mechaniki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- [91] Wyleżoł M., *Modelowanie bryłowe w systemie Catia*, Wydawnictwo Helion, Gliwice 2002.
- [92] Xiong L., O'Connor K.M., Analysis of the response surface of the objective function by the optimum parameter curve: how good can the optimum parameter values be?, *Journal of Hydrology* 234, pp.187-207, 2000.
- [93] Yeh H.Y., Fracture mechanics of the angled elliptic crack under uniaxial tension, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.50, No.1, pp.103-110, 1995.
- [94] Zeb A., Elliot L., Ingham D.B., Lesnic D., Boundary element two-dimensional solution of an inverse Stokes problem, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 24, pp.75-88, 2000.
- [95] Zhao H., Stress concentration factors within bolt-nut connectors under elasto-plastic deformation, *International Journal of Fatigue*, Vol.20, No.9, pp.651-659, 1998.
- [96] Zheng Z., Guoxun W., Xing Z., Closed form solution of stress and strain concentrations factors of axially symmetric bodies with small scale plasticity by means of the conservative integral method, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.33, No.8, pp.1105-1117, 1996.
- [97] Zheng M., Niemi E., Analysis of the stress concentration factor for a shallow notch by the slip-line field method, *International Journal of Fatigue*, Vol.19, No.3, pp.191-194, 1997.