

## Spis treści

Wstęp .....	7
<b>Danuta Strahl:</b> Dwustopniowa klasyfikacja pozycyjna obiektów hierarchicznych ze względu na strukturę obiektów niższego rzędu .....	9
<b>Andrzej Dudek:</b> Klasyfikacja spektralna a tradycyjne metody analizy skupień .....	21
<b>Andrzej Dudek, Izabela Michalska-Dudek:</b> Zastosowanie skalowania wielowymiarowego oraz drzew klasyfikacyjnych do identyfikacji czynników warunkujących wykorzystanie Internetu w działalności promocyjnej dolnośląskich obiektów hotelarskich .....	35
<b>Aneta Rybicka:</b> Oprogramowanie wspomagające segmentację konsumentów z wykorzystaniem metod wyborów dyskretnych .....	50
<b>Justyna Wilk:</b> Przegląd metod wielowymiarowej analizy statystycznej wykorzystywanych w badaniach segmentacyjnych .....	59
<b>Anna Błaczkowska, Alicja Grześkowiak:</b> Analiza porównawcza struktury wieku mieszkańców Polski .....	71
<b>Dariusz Biskup:</b> Analiza zależności w odniesieniu do danych regionalnych ...	84
<b>Dariusz Biskup:</b> Zastosowanie bayesowskich metod wyboru modelu do identyfikacji czynników wpływających na jakość życia .....	93
<b>Albert Gardoń:</b> Metody testowania hipotez o liczbie składników mieszanki rozkładów .....	104
<b>Grzegorz Michalski:</b> Financial effectiveness of investments in operating cash .....	120
<b>Aleksandra Iwanicka:</b> Wpływ zewnętrznych czynników ryzyka na prawdopodobieństwo ruiny w nieskończonym horyzoncie czasowym w wieloklasowym modelu ryzyka .....	138
<b>Jacek Welc:</b> Próba oceny efektywności strategii inwestycyjnej opartej na regresji liniowej mnożnika $P/R$ spółek notowanych na GPW .....	152

## Summaries

<b>Danuta Strahl:</b> Two-level positional classification of hierarchical objects with regard to the structure of lower level objects .....	20
<b>Andrzej Dudek:</b> Spectral clustering vs traditional clustering methods .....	34

---

<b>Andrzej Dudek, Izabela Michalska-Dudek:</b> Application of multidimensional scaling and classification trees for identifying factors determining internet usage in promotional activity of Lower Silesian hotels .....	49
<b>Aneta Rybicka:</b> A review of computer software supporting consumer segmentation with an application of discrete choice methods .....	58
<b>Justyna Wilk:</b> Multivariate data analysis in market segmentation research: a review article .....	70
<b>Anna Błaczkowska, Alicja Grześkowiak:</b> Comparative analysis of the population age structure in Poland .....	83
<b>Dariusz Biskup:</b> Areal data dependence analysis .....	92
<b>Dariusz Biskup:</b> Application of bayesian model choice procedures to identify factors influencing the quality of life .....	103
<b>Albert Gardoń:</b> Statistical tests for the number of components in mixed distributions .....	119
<b>Grzegorz Michalski:</b> Efektywność finansowa inwestycji w gotówkę operacyjną .....	137
<b>Aleksandra Iwanicka:</b> An impact of some outside risk factors on the infinite-time ruin probability for risk model with $n$ classes of business .....	151
<b>Jacek Welc:</b> The trial of evaluation of the effectiveness of the investment strategy based on the linear regression of the $p/r$ multiple of Warsaw Stock Exchange listed companies .....	163

**Danuta Strahl**

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu – Wydział w Jeleniej Górze

---

## DWUSTOPNIOWA KLASYFIKACJA POZYCYJNA OBIEKTÓW HIERARCHICZNYCH ZE WZGLĘDU NA STRUKTURĘ OBIEKTÓW NIŻSZEGO RZĘDU

---

**Streszczenie:** Artykuł przedstawia propozycję klasyfikacji obiektów hierarchicznych ze względu na obiekty niższego rzędu opisywane przez zjawisko o charakterze agregatowym. Propozycja zawiera dwustopniową procedurę klasyfikacji. Ponadto artykuł ukazuje ilustrację proponowanej procedury klasyfikacji, prezentując jako obiekty badania regiony szczebla NUTS-2 (w liczbie 246) europejskiej przestrzeni z 25 państw UE, a jako zjawisko agregatywne gospodarkę opartą na wiedzy, a w niej wybrane dwa filary.

**Słowa kluczowe:** klasyfikacja, obiekty hierarchiczne, miary pozycyjne, regiony.

### 1. Wstęp

Metody klasyfikacji są cennym narzędziem wielowymiarowej analizy zjawisk ekonomicznych mających postać danych przekrojowych. Mają one szczególnie zastosowanie w badaniach przestrzennych, regionalnych. Mimo znakomitej liczby propozycji metod klasyfikacyjnych (por. [Jajuga 1993; Strahl 1998; Zeliaś 2000; Waleśiak 2002]) występują sytuacje szczególne, które wymagają określonych modyfikacji metodologicznych prowadzących do osiągnięcia zakładanych celów badawczych. Jedną z takich sytuacji jest problem klasyfikacji obiektów hierarchicznych (por. [Strahl 2007a; 2007b; 2002; 2005]) ze względu na strukturalne aspekty obiektów niższego rzędu, które są elementami obiektów hierarchicznych. Zasadniczym celem artykułu jest przedstawienie klasyfikacji obiektów hierarchicznych, która uwzględnia agregatowy charakter badanego zjawiska opisany za pomocą zdefiniowanych składowych oraz strukturę klasyfikacyjną obiektów hierarchicznych ze względu na obiekty niższego rzędu. Propozycja ta jest wzbogaceniem możliwości pomiaru zjawisk złożonych podanych w pracy [Strahl 2007a] i znacznie różni się od zawartych tam procedur, gdyż uwzględnia wewnętrzną strukturę klasyfikacyjną obiektów niższego rzędu tworzących obiekty hierarchiczne ze względu na każdą składową opisującą zjawisko agregatywne. Podejście to obejmie dwa zasadnicze stopnie postępowania:

**I stopień procedury:**

- klasyfikacja pozycyjna obiektów niższego rzędu (tworzących obiekty hierarchiczne) ze względu na każdą składową zjawiska agregatowego opisywaną określonym zbiorem zmiennych,
- budowa miary agregatowej dla każdego obiektu hierarchicznego w odniesieniu do każdej składowej badanego zjawiska;

**II stopień procedury:**

- klasyfikacja pozycyjna obiektów hierarchicznych ze względu na zmienne, którymi są wartości strukturalnych miar agregatowych obliczonych dla każdego obiektu hierarchicznego oraz dla poszczególnych składowych zjawiska agregatowego z uwzględnieniem wyników klasyfikacji pozycyjnej obiektów niższego rzędu.

**2. Podstawy formalne**

Dany jest zbiór obiektów wyższego rzędu  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$  zwanych dalej obiektami hierarchicznymi. Każdy obiekt hierarchiczny  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) zawiera w sobie obiekty niższego rzędu  $p_k$ , ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), co można ująć zapisem:

$$P_n = \{p_1^n \cup p_2^n \cup \dots \cup p_k^n \cup \dots \cup p_{K_n}^n\} \quad (1)$$

gdzie:  $P_n$  –  $n$ -ty ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) obiekt hierarchiczny,

$p_k$  –  $k$ -ty ( $k = 1, 2, \dots, K_n$ ) obiekt niższego rzędu należący do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego.

Każdy obiekt niższego rzędu  $p_k$  opisany jest zbiorem  $R$  składowych, oznaczonych symbolami:  $[Z_1, Z_2, \dots, Z_r, \dots, Z_R]$ .

Czyli każdemu obiektowi niższego rzędu  $p_k$  można przyporządkować zbiór składowych  $Z_r$  ( $r = 1, 2, \dots, R$ ), zapisując jako:

$$p_k^n \rightarrow Z_r = [Z_1^k, Z_2^k, \dots, Z_R^k], \quad (2)$$

gdzie:  $p_k$  –  $k$ -ty ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) obiekt niższego rzędu,

$Z_r^k$  –  $r$ -ta składowa opisująca zjawisko agregatowe w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu.

Każda składowa  $Z_r$  ( $r = 1, 2, \dots, R$ ) opisywana jest zbiorem  $m$  cech oznaczonych następującymi symbolami:  $[Y_1^r, Y_2^r, \dots, Y_m^r]$ , czyli:

$$Z_r = [Y_1^r, Y_2^r, \dots, Y_m^r], \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Zatem każdy obiekt niższego rzędu  $p_k^n$ , można opisać za pomocą macierzy o postaci:

$$p_k^n \rightarrow \begin{bmatrix} y_{11}^{kn} & y_{12}^{kn} & \cdots & y_{1m}^{kn} \\ \cdots & y_{rj}^{kn} & \cdots & \cdots \\ y_{R1}^{kn} & y_{R2}^{kn} & \cdots & y_{Rm}^{kn} \end{bmatrix}_{R \times m} \quad \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, K \\ n = 1, 2, \dots, N \\ j = 1, 2, \dots, m \\ r = 1, 2, \dots, R \end{array} \quad (4)$$

gdzie:  $y_{rj}^{kn}$  – wartość  $j$ -tej cechy  $r$ -tej składowej zjawiska agregatowego w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego.

Przyjmujemy:

### Definicja 1

Obiektami hierarchicznymi nazywać będziemy obiekty  $P_n$ , które spełniają zależności ujęte relacjami (5) i (6).

$$P_n = p_1^n \cup p_2^n \cup \dots \cup p_K^n, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

gdzie:  $p_k^n$  – obiekt niższego rzędu należący do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego,  
 $P_n$  – obiekt hierarchiczny.

W zależności od miernika cechy

$$x_{nj}^r = \sum_{k=1}^K y_{rj}^{kn} \quad \text{lub} \quad x_{nj}^r = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{rj}^{kn}, \quad (6)$$

gdzie:  $x_{nj}^r$  – wartość  $j$ -tej zmiennej (cechy)  $r$ -tej składowej w  $n$ -tym obiekcie hierarchicznym ( $j = 1, 2, \dots, m$ ;  $r = 1, 2, \dots, R$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ),

$y_{kj}^n$  – wartość  $j$ -tej zmiennej  $r$ -tej składowej w  $k$ -tym obiekcie niższego rzędu należącym do  $n$ -tego obiektu hierarchicznego ( $j = 1, 2, \dots, m$ ;  $r = 1, 2, \dots, R$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ).

Stąd opis liczbowy obiektu hierarchicznego ma postać macierzy:

$$P_n \rightarrow \begin{bmatrix} x_{11}^n & \cdots & x_{1m}^n \\ \cdots & x_{rj}^n & \cdots \\ x_{R1}^n & \cdots & x_{Rm}^n \end{bmatrix}_{N \times R}, \quad (7)$$

gdzie:  $x_{rj}^n$  – wartość  $j$ -tej zmiennej  $r$ -tej składowej w  $n$ -tym obiekcie hierarchicznym o ( $j = 1, 2, \dots, m$ ;  $r = 1, 2, \dots, R$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ) określona przez (6).

### 3. Klasyfikacja pozycyjna obiektów niższego rzędu ze względu na składowe zjawiska agregatowego

Klasyfikację obiektów niższego rzędu przeprowadzamy według następujących etapów.

- 1° Elementy macierzy  $\mathbf{Y}$  określonej zapisem (4) poddajemy procedurze normalizacji bądź standaryzacji, bądź unitaryzacji (por. [Zeliaś 2004; Strahl 2007b; 1998; Zeliaś 2000; Walesiak 2002]), co wymaga klasyfikacji cech:  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$  na: stymulanty, destymulanty i nominanty.
- 2° Otrzymujemy znormalizowaną macierz  $\mathbf{Y}$ .
- 3° Klasyfikacja obiektów niższego rzędu dla każdej składowej  $r = 1, 2, \dots, R$  opisywanego zjawiska agregatowego.

Proponowana procedura klasyfikacji uwzględni dwa przypadki. W przypadku pierwszym algorytm klasyfikacji, dla każdej składowej zjawiska agregatowego, prowadzi do budowy  $(m+1)$  klas oznaczonych symbolem  $S_g$ , gdzie  $g = 1, 2, \dots, G$  ( $G = m+1$ ), gdy zbiory opisane są za pomocą  $m$  zmiennych (każda składowa  $r$  opisana jest zbiorem  $m$  zmiennych). W przypadku drugim algorytm klasyfikacji prowadzi dla każdej składowej  $r = 1, 2, \dots, R$  do budowy  $2^m$  (czyli  $G = 2^m$ ) klas możliwych kombinacji z  $m$  zmiennych.

Rozważmy zatem **przypadek pierwszy**.

- 1° Do klasy  $S_1$  wchodziłyby obiekty niższego rzędu  $p_k$ , których wartości wszystkich zmiennych  $Y_j$ , czyli  $m$  zmiennych, są wyższe od zadanej statystyki pozycyjnej lub jej równe. Dla ustalenia uwagi przyjmujemy, że statystyką tą będzie mediana ( $Me$ ). Stąd:

$$\bigwedge_j y_{kj} \geq Me Y_j, \quad (8)$$

gdzie:  $k = 1, 2, \dots, K$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ ,

- 2° Do klasy  $S_2$  wchodziłyby obiekty niższego rzędu  $p_k$ , których wartości tylko  $(m-1)$  zmiennych spełniają warunek:

$$y_{kj} \geq Me Y_j \text{ dla } P_k \notin S_1, \quad (9)$$

- $m$ ° Do klasy  $S_g$  ( $g = m$ ) wchodziłyby obiekty niższego rzędu  $p_k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), których wartość tylko jednej zmiennej  $Y_j$  spełnia warunek (9).
- $(m+1)$ ° Do klasy  $S_{g+1}$  ( $g = m+1$ ) wchodziłyby obiekty niższego rzędu  $p_k$ , których wartość żadnej zmiennej  $Y_{kj}$  nie spełnia warunku (9).

**Przypadek drugi.**

- 1° Klasę  $S_1$  tworzą te obiekty niższego rzędu  $p_k$ , których wartości wszystkich  $m$  zmiennych  $Y_j$  spełniają warunek:

$$y_{kj} \geq Me Y_j, \quad (10)$$

gdzie:  $j = 1, 2, \dots, m$ .

- 2° Klasę  $S_2$  tworzą te obiekty niższego rzędu  $p_k$ , których wartości jedynie  $(m - 1)$  zmiennych tworzących jedną z kombinacji  $\binom{m}{m-1}$  zmiennych spełniają warunek (9).
- 3° Klasę trzecią  $S_3$  tworzą te obiekty niższego rzędu  $p_k$ , których wartości zmiennych kolejnej kombinacji  $(m - 1)$ -elementowej spełniają warunek (9). Po wyczerpaniu kombinacji  $(m - 1)$ -elementowych tworzymy klasy dla kombinacji  $(m - 2)$ -elementowych i stawiamy warunek (9).
- 2<sup>m</sup> Klasę  $S_g$  ( $g = 2^m$ ) tworzymy z obiektów niższego rzędu  $p_k$ , dla których wartości wszystkich zmiennych  $Y_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) nie spełniają warunku (9).

Jak widać, oba przypadki mają wyraźnie odmienne założenia klasyfikacyjne. W przypadku pierwszym przypisujemy identyczne znaczenie wszystkim zmiennym, rozróżniając jedynie klasy obiektów przez liczbę zmiennych spełniających zadane warunki. Natomiast w drugim przypadku rozróżniamy grupy obiektów przez identyfikację specyfikacji zmiennych spełniających zadane warunki klasyfikacji.

Procedurę klasyfikacji powtarzamy dla każdej składowej  $r = 1, 2, \dots, R$  zjawiska agregatowego.

**4. Budowa strukturalnej miary agregatowej**

Dla każdego obiektu hierarchicznego  $P_n$  budujemy strukturalną miarę agregatową o postaci:

$$H_n^r = \sum_{g=1}^G w_g \cdot \frac{b_g^{nr}}{K_n}, \quad (11)$$

gdzie:  $H_n^r$  – strukturalna miara agregatowa obiektu hierarchicznego  $P_n$  dla  $r$ -tej składowej zjawiska agregatowego,

$b_g^{nr}$  – liczba obiektów niższego rzędu w  $S_g^r$ -tej klasie z  $n$ -tego obiektu hierarchicznego; ( $g = 1, 2, \dots, G$ ;  $G = m + 1$ ),

$K_n$  – liczba obiektów niższego rzędu ogółem  $n$ -tego obiektu hierarchicznego,

$w_g$  – waga dla klasy  $S_g^r$  ( $g = 1, 2, \dots, G$ ;  $G = m + 1$ ) określona według wzoru:

$$w_g = \frac{l_g^{*r}}{\sum_{g=1}^G l_g}, \quad (12)$$

gdzie:  $l_g$  – liczba zmiennych w klasach  $S_g^r$  ( $g = 1, 2, \dots, G$ ), spełniających warunek:

$$y_{kj} > Me Y_j, \quad (13)$$

gdzie:  $Me Y_j$  oznacza medianę cechy  $Y_j$ .

$l_g^{*r}$  – liczba zmiennych  $Y_j$  (cech) w  $S_g$ -tej klasie (gdzie  $g = 1, 2, \dots, G$ ), spełniających warunek (13).

Wartości strukturalnej miary agregatowej obiektów hierarchicznych ( $H_n^{lr}$ ) należą do przedziału:

$$\left[ 0, \frac{l_g^{*r}}{\sum_{g=1}^G l_g} \cdot \frac{b_g^{nr}}{K_n} \right]. \quad (14)$$

Wyższe wartości strukturalnej miary agregatowej oznaczają wyższy poziom rozwoju obiektu hierarchicznego ze względu na strukturę klasyfikacyjną obiektów niższego rzędu dla  $r$ -tej ( $r = 1, 2, \dots, R$ ) składowej zjawiska agregatowego.

## 5. Klasyfikacja pozycyjna obiektów hierarchicznych

Dla przypomnienia zauważmy, iż zaprezentowana klasyfikacja obiektów niższego rzędu pozwala na konstrukcję strukturalnej miary agregatowej obiektów hierarchicznych o postaci:

$$H_n^r = \sum_{g=1}^G w_g \cdot \frac{b_g^{nr}}{K_n^r}. \quad (15)$$

Zatem każdemu obiektowi hierarchicznemu  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) można przyporządkować wartości strukturalnej miary agregatowej  $H_n^r$ , co można ująć zapisem:

$$P \rightarrow \begin{bmatrix} P_1 \\ P_n \\ P_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1^1 & & H_1^R \\ & H_n^r & \\ H_N^1 & & H_N^R \end{bmatrix}_{N \times R}. \quad (16)$$



Cechami opisującymi zjawisko agregatowe w obiektach hierarchicznych w tym ujęciu stają się wartości strukturalnej miary agregatowej  $H_n^r$  dla  $r$  składowych ( $r = 1, 2, \dots, R; n = 1, 2, \dots, N$ ). Liczba cech wynosi zatem  $R$ . Klasyfikację obiektów hierarchicznych przeprowadzamy, uwzględniając jeden z dwóch możliwych przypadków. Przypadek pierwszy obejmuje budowę  $(R + 1)$  klas, drugi zaś prowadzi do budowy  $2^R$  klas utworzonych ze wszystkich możliwych kombinacji  $R$  zmiennych. Procedura klasyfikacji przewiduje poniższe kroki.

Rozważmy **przypadek pierwszy**:

- 3° Do klasy  $S_1$  wchodzi te obiekty hierarchiczne  $P_n$ , których wartości strukturalnej miary agregatowej  $H_n^r$  dla każdej składowej  $r = 1, 2, \dots, R$  są wyższe od zadanej statystyki pozycyjnej lub jej równe. Dla ustalenia uwagi przyjmiemy, że statystyką tą będzie mediana ( $Me$ ). Stąd:

$$\bigwedge_r H_n^r \geq Me H_n^r, \quad (17)$$

gdzie:  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  
 $r = 1, 2, \dots, R$ .

- 4° Do klasy  $S_2$  wchodzi te obiekty hierarchiczne  $P_n$ , których wartości strukturalnej miary agregatowej  $H_n^r$  dla  $(R - 1)$  składowych są wyższe od mediany, czyli spełniają warunek:

$$H_n^r \geq Me H_n^r. \quad (18)$$

- $n^\circ$  Do klasy  $S_g^{r-R}$  ( $g = R$ ) wchodzi te obiekty hierarchiczne, których wartość strukturalnej miary agregatowej  $H_n^r$  tylko dla jednej składowej jest wyższa od mediany.
- $(m + 1)^\circ$  Do klasy  $S_{g+1}$  ( $g = R + 1$ ) wchodzi obiekty hierarchiczne, których wartość strukturalnej miary agregatowej dla wszystkich składowych zjawiska agregatowego jest niższa od mediany, czyli:

$$\bigwedge_r H_n^r < Me H_n^r. \quad (19)$$

Klasyfikacja ta pozwala na uporządkowanie obiektów hierarchicznych przez konstrukcję miary uwzględniającą wewnętrzne strukturalne zróżnicowanie obiektów hierarchicznych ze względu na obiekty niższego rzędu.

## 6. Ilustracja proponowanej procedury klasyfikacji

Dla zilustrowania zaproponowanego podejścia badawczego posłużymy się przykładem zjawiska złożonego, jakim jest gospodarka oparta na wiedzy. Zgodnie z ujęciami prezentowanymi w literaturze przedmiotu tworzą ją cztery filary:

$Y_1$  – reżim bodźców gospodarczych i instytucjonalnych,

$Y_2$  – edukacja i zasoby ludzkie,

$Y_3$  – system innowacji,

$Y_4$  – technologie teleinformatyczne.

Do dalszych obliczeń, w celu ilustracji proponowanej metody, spośród czterech zostały wybrane dwa filary GOW, tj. II filar: edukacja i zasoby ludzkie oraz III filar: system innowacji. Zatem cztery filary tworzą zjawisko agregatywne, jakim jest gospodarka oparta na wiedzy, czyli:  $Y = [Y_1, Y_2, Y_3, Y_4]$ . Dwa filary, czyli dwie składowe  $Y_2$  oraz  $Y_3$  zostały opisane następującymi cechami:

II. Edukacja i zasoby ludzkie:

$Y_1^2$  – udział pracujących z wyższym wykształceniem w ogólnej liczbie ludności w wieku 25-64 lata,

$Y_2^2$  – udział ludności uczestniczącej w ustawicznym kształceniu w ogólnej liczbie ludności w wieku 25-64 lata,

$Y_3^2$  – kapitał ludzki w nauce i technologii (*HRST*) jako odsetek aktywnych zawodowo.

III. System innowacji:

$Y_1^3$  – udział pracujących w usługach „opartych na wiedzy” w ogólnej liczbie pracujących w usługach,

$Y_2^3$  – udział pracujących w przemyśle wysoko i średnio zaawansowanym technologicznie w ogólnej liczbie pracujących w przemyśle,

$Y_3^3$  – liczba patentów przypadających na 1 mln siły roboczej.

Cechy te były obserwowane na szczeblu regionów NUTS-2 w 25 państwach Unii Europejskiej. Ze względu na brak danych – dotyczących wybranych charakterystyk dla wszystkich regionów bułgarskich (6) oraz rumuńskich (8), a także zamorskich regionów francuskich (Guadeloupe, Martinique, Guyane, Reunion) i zamorskich regionów portugalskich (Região Autónoma dos Açores, Região Autónoma da Madeira) i dwóch hiszpańskich (Ciudad Autónoma de Ceuta, Ciudad Autónoma de Melilla) – w analizie brano pod uwagę 246 z 268 unijnych regionów NUTS-2. Zatem obiekty hierarchiczne to 25 państw Unii Europejskiej, a obiekty niższego rzędu to 246 regionów szczebla NUTS-2. Stąd:  $n = 1, 2, \dots, 25$ ;  $k = 1, 2, \dots, 246$ ;  $r = 2, 3$ ;  $m = 3$  dla  $r = 2$  i  $r = 3$ .

Macierz danych (dane za rok 2006 lub 2005) ilustrujących każdy filar GOW ma wymiary:  $K = 265$ ,  $m = 3$ .

**Etap 1.** Klasyfikacja europejskiej przestrzeni regionalnej ze względu na dwa filary GOW z zastosowaniem opisanej w punkcie 3. procedury. Wyniki klasyfikacji 246 regionów europejskich szczebla NUTS-2 podano w tab. 1.

Tabela 1. Klasyfikacja europejskiej przestrzeni regionalnej ze względu na dwa filary GOW

Kraj	Liczba regionów ogółem	Filar II GOW – klasy regionów				Filar III GOW – klasy regionów			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV
Belgia	11	6	5			5	5	1	
Czechy	8	1			7			8	
Dania	1	1					1		
Niemcy	41	14	10	11	6	18	18	3	2
Estonia	1		1						1
Irlandia	2		1	1				1	1
Grecja	13		1		12				13
Hiszpania*	17	9	6	2				5	12
Francja*	22	3	4	4	11	6	9	6	1
Włochy	21		1	4	16	1	7	7	6
Cypr	1		1						1
Łotwa	1			1					1
Litwa	1		1						1
Luksemburg	1	1					1		
Węgry	7		1		6		1	5	1
Malta	1				1			1	
Holandia	12	11	1			1	8	3	
Austria	9	1	2	6			6	3	
Polska	16		1		15			6	10
Portugalia*	5				5			1	4
Słowenia	1		1					1	
Słowacja	4	1			3		1	3	
Finlandia	5	4	1			3	2		
Szwecja	8	6		2		4	4		
Wielka Brytania	37	20	13	4		10	17	10	
Razem	246	78	51	35	82	48	80	64	54

\* Bez regionów francuskich (Guadeloupe, Martinique, Guyane, Reunion), zamorskich regionów portugalskich (Região Autónoma dos Açores, Região Autónoma da Madeira) i hiszpańskich (Ciudad Autónoma de Ceuta, Ciudad Autónoma de Melilla).

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

**Etap 2.** Obliczenie wartości strukturalnych miar agregatowych dla każdego z filarów GOW dla 25 państw UE według wzoru (11) i (12). Wyniki obliczeń podano w tab. 2.

Tabela 2. Wartości strukturalnych miar agregatowych składowych GOW

Kraj	Wartość strukturalnej miary agregatowej dla filaru II GOW $H_n^2$	Wartość strukturalnej miary agregatowej dla filaru III GOW $H_n^3$
Belgia	0,423	0,392
Czechy	0,063	0,167
Dania	0,500	0,330
Niemcy	0,296	0,377
Estonia	0,330	0,000
Irlandia	0,248	0,083
Grecja	0,025	0,000
Hiszpania	0,401	0,049
Francja	0,158	0,317
Włochy	0,047	0,189
Cypr	0,330	0,000
Łotwa	0,167	0,000
Litwa	0,330	0,000
Luksemburg	0,500	0,330
Węgry	0,047	0,166
Malta	0,000	0,167
Holandia	0,486	0,303
Austria	0,240	0,276
Portugalia	0,021	0,063
Polska	0,000	0,033
Słowenia	0,330	0,167
Słowacja	0,125	0,208
Finlandia	0,466	0,432
Szwecja	0,417	0,415
Wielka Brytania	0,404	0,332
<b>Mediana</b>	0,296	0,167

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych Eurostatu.

**Etap 3.** Klasyfikacja obiektów hierarchicznych. Zgodnie z zaproponowaną procedurą klasyfikacji wyodrębniono cztery klasy (przypadek drugi klasyfikacji).

- Klasa I zawierać będzie obiekty – kraje UE, których wartości strukturalnych miar agregatowych kwantyfikujących poziom rozwoju I i II filaru GOW są wyższe od mediany.
- Klasa II zawierać będzie kraje, które mają wartość strukturalnej miary agregatowej dla II filaru GOW wyższą od mediany lub jej równą, a wartość strukturalnej miary agregatowej dla III filaru GOW niższą od mediany lub jej równą.
- Klasa III zawierać będzie kraje, które mają wartość strukturalnej miary agregatowej III filaru GOW wyższą od mediany lub jej równą, a wartość II filaru GOW niższą od mediany.
- Klasa IV zawierać będzie kraje, których wartość strukturalnej miary agregatowej dla obu filarów GOW są niższe od mediany.

Wyniki klasyfikacji obiektów hierarchicznych podano w tab. 3.

Tabela 3. Klasyfikacja państw Unii Europejskiej ze względu na GOW

Klasa I	Klasa II	Klasa III	Klasa IV
obie miary > mediany	miara I $\geq$ medianie	miara II $\geq$ medianie	obie miary < od mediany
Wielka Brytania, Szwecja, Niemcy, Luksemburg, Holandia, Finlandia, Dania, Belgia	Litwa, Hiszpania, Estonia, Cypr, Słowenia	Włochy, Słowacja, Malta, Francja, Czechy, Austria	Węgry, Łotwa, Portugalia, Polska, Irlandia, Grecja

Źródło: obliczenia własne.

## 7. Zakończenie

Przedstawiona propozycja klasyfikacji pozycyjnej obiektów hierarchicznych ma charakter ogólny i pozwala na uwzględnienie struktury klasyfikacyjnej obiektów hierarchicznych w aspekcie obiektów niższego rzędu. W zastosowaniach oznacza to np.:

- możliwość klasyfikacji krajów ze względu na przestrzenne zróżnicowania na szczeblu regionalnym, lokalnym, gminnym, powiatowym, uwzględniające różne zjawiska agregatowe, jak np. rozwój regionalny itp.
- możliwość klasyfikacji sektorów gospodarki ze względu na strukturę tworzących je przedsiębiorstw z uwzględnieniem zjawisk agregatowych, jak np. konkurencyjność itp.

## Literatura

- Jajuga K., *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa 1993.
- Luszniewicz A., Słaby T., *Statystyka stosowana*, PWE, Warszawa 1998.
- Strahl D., *Klasyfikacja regionów z medianą*, *Ekonometria 10, Zastosowania metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 950, AE, Wrocław 2002.
- Strahl D., *Miejsce Polski w regionalnej przestrzeni UE*, [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A. Zeliaś, AE, Kraków 2005.
- Strahl D., *Propozycja miary efektywności innowacyjności w hierarchicznym przekroju regionalnym z wykorzystaniem European Innovation Scoreboard*, *Ekonometria 19, Zastosowania metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 1180, AE, Wrocław 2007a.
- Strahl D., *Strukturalna miara rozwoju obiektów hierarchicznych*, *Ekonometria 16, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1100, AE, Wrocław 2006.*
- Strahl D., (red), *Taksonomia struktur w badaniach regionalnych*, AE, Wrocław 1998.
- Strahl D., *Wykorzystanie strukturalnej miary rozwoju oraz mierników European Innovation Scoreboard do pomiaru innowacyjności regionalnej*, *Ekonometria 18, Zastosowania metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1151, AE, Wrocław 2007b.

Walesiak M., *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, AE, Wrocław 2002.

Zeliasia A. (red.), *Poziom życia w Polsce i krajach UE*, PWE, Warszawa 2004.

Zeliaś A. (red.), *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, AE, Kraków 2000.

## **TWO-LEVEL POSITIONAL CLASSIFICATION OF HIERARCHICAL OBJECTS WITH REGARD TO THE STRUCTURE OF LOWER LEVEL OBJECTS**

**Summary:** The article presents the position of hierarchical objects classification with regard to lower level objects described by the phenomenon of an aggregate nature. The proposal consists of a two-level classification procedure. Additionally, the article becomes the illustration of the suggested classification procedure presenting, as the studied objects, the NUTS-2 level regions (total of 246) of the European space from 25 EU countries and Knowledge Based Economy as an aggregate phenomenon with two pillars.