

Tomasz Berent

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

WCZEŚNIEJSZY WPŁYW GOTÓWKI A RENTOWNOŚĆ KAPITAŁU WŁASNEGO

1. Wstęp

Analiza dźwigni finansowej stanowi jeden z podstawowych działów szeroko pojętej analizy finansowej. Istnieje wiele definicji dźwigni. W większości odwołują się one do formuł matematycznych, ilustrujących skutki jej działania. Rzadko natomiast analizuje się źródła powstawania efektu dźwigni. Podstawowy miernik dźwigni finansowej oblicza więc procentową zmianę zysku netto (na jedną akcję), wywołaną zmianą zysku operacyjnego o 1% (por. [Van Horne, Wachowicz 2005, s. 426; Rutkowski 2007, s. 173; Bednarski, Waśniewski 1996, s. 517])¹. Definicja ta wydaje się jednak niepełna, sugeruje bowiem brak występowania efektu dźwigni finansowej np. w przypadku pożyczki nieoprocentowanej. Inne definicje, koncentrujące się na badaniu zmiany rentowności kapitału własnego na skutek zaciągnięcia długu, również nie podejmują *explicite* tematu źródeł występowania efektu dźwigni (por. [Brealey, Myers 2000, s. 481; Zarzecki 2004, s. 225-237])². W niniejszej pracy podjęto próbę przeanalizowania, za pomocą prostego modelu jednookresowego, zjawiska dźwigni i uchwycenia momentu jej powstawania.

2. Stopa zwrotu z inwestycji jednookresowej

Pojęcie dźwigni, tak operacyjnej, jak i finansowej, odnosi się zawsze, bezpośrednio bądź pośrednio, do zjawiska zwiększonej zmienności wskaźników ekonomicznych, takich jak: zysk netto, zysk operacyjny, stopa zwrotu z kapitału, zysk na jedną akcję itp.

¹ Wydaje się, że w literaturze polskiej miernik ten (*degree of financial leverage*, DOL) jest bardziej popularny niż w literaturze anglosaskiej. Dla przykładu, klasyczne podręczniki z dziedziny finansów przedsiębiorstwa [Brealey, Myers 2000, s. 479; Ross, Westerfield, Jordan 1991, s. 476] czy też inne pozycje [Berk, DeMarzo 2007, s. 447] ilustrują zależność między zyskiem operacyjnym i zyskiem netto na jedną akcję jedynie przykładami liczbowymi i wykresami, bez wprowadzania żadnych wzorów czy też definicji.

² Kwestia źródeł działania efektów dźwigni finansowej poruszana jest *implicite* w [Berent 2007, s. 37-40].

Zmienność ta badana jest w niniejszym artykule, jak już wspomniano, za pomocą prostego modelu jednookresowego. Niech $I > 0$ oznacza sumę wydatków inwestycyjnych poniesionych w okresie $t = 0$ w jednookresowym projekcie inwestycyjnym, finansowanym kapitałem własnym. Niech CF oznacza zmienną losową, określającą wpływ gotówkowy z projektu w okresie $t = 1$. Zwrot z inwestycji R , wyrażony w jednostce monetarnej, jest również zmienną losową i wynosi:

$$R = CF - I. \quad (1)$$

Stopę zwrotu z projektu, wyrażoną w procentach, obliczamy w następujący sposób:

$$r = R/I \times 100\%. \quad (2)$$

W zależności od realizacji zmiennej CF , zmienne losowe R oraz r mogą przyjmować, przynajmniej teoretycznie, wartości od $-\infty$ do $+\infty$.

Niech CF_1 oraz CF_2 oznaczają dwie dowolne realizacje zmiennej losowej CF (w okresie $t = 1$), generujące zwroty odpowiednio R_1 i R_2 oraz stopy zwrotu r_1 i r_2 ³. Różnica między R_1 i R_2 jest zależna jedynie od różnicy między CF_1 oraz CF_2 .

$$R_1 - R_2 = CF_1 - CF_2. \quad (3)$$

Procentową nadwyżkę R_1 nad R_2 można obliczyć następująco:

$$R_1/R_2 - 1 = (CF_1 - CF_2)/(CF_2 - I). \quad (4)$$

Analogicznie, różnica i iloraz stóp zwrotu dla różnych realizacji zmiennej losowej CF wynosi odpowiednio:

$$r_1 - r_2 = (CF_1 - CF_2)/I, \quad (5)$$

$$r_1/r_2 - 1 = R_1/R_2 - 1 = (CF_1 - CF_2)/(CF_2 - I). \quad (6)$$

3. Wcześniejszy wpływ (przeniesienie) gotówki a stopa zwrotu

Niech $0 \leq \Delta < I$ oznacza dowolną, ustaloną z góry sumę gotówki przeniesioną z okresu $t = 1$ do okresu $t = 0$. Transakcja ta, zwana od tej pory przeniesieniem, oznacza w praktyce zmniejszenie wydatków inwestycyjnych w $t = 0$ z I do $(I - \Delta) > 0$, przy równoczesnym zmniejszeniu przyszłych wpływów gotówkowych z CF do $(CF - \Delta)$. Bardzo ogólne zdefiniowanie powyższego modelu umożliwia odnoszenie go do różnorodnych sytuacji gospodarczych, a szczególnie do:

- odroczonej zapłaty za rzeczowy majątek trwały czy kapitał obrotowy,
- przedpłat gotówkowych od klienta,
- pożyczki gotówkowej.

Po dokonaniu korekty przepływów gotówkowych o Δ zwrot z inwestycji w ujęciu nominalnym R_Δ nie ulega zmianie (suma przepływów nie zmienia się, a co za tym idzie – nie zmienia się poziom „zysku” bądź „straty” z projektu):

³ Możliwość otrzymania więcej niż jednej wartości CF w $t = 1$ jest równoznaczna z dopuszczeniem do analizy czynnika ryzyka.

$$R_{\Delta} = (CF - \Delta) - (IC - \Delta) = R. \quad (7)$$

Zmienia się natomiast stopa zwrotu r_{Δ}

$$r_{\Delta} = r \times (1 + d), \quad (8)$$

gdzie⁴:

$$d = \Delta / (I - \Delta). \quad (9)$$

Parametr d jest dla danej wartości $\Delta \geq 0$ wielkością stałą, nieujemną i niezależną od CF . Jednocześnie $(1 + d) = I / (I - \Delta)$ jest większe od jedności dla $\Delta > 0$, może być więc interpretowane jako współczynnik dźwigni, odpowiednio zwiększający (dla $r > 0$) bądź zmniejszający (dla $r < 0$) wartość (zrealizowanej/spodziewanej) stopy zwrotu (zob. (8))⁵.

W tab. 1 pokazano na przykładach liczbowych działanie owej dźwigni dla dwóch różnych wartości Δ . Jak wynika z tabeli, zwroty nominalne z inwestycji nie zmieniają się po przeniesieniu gotówki na okres wcześniejszy, natomiast stopy zwrotu, liczone w stosunku do pomniejszonych (z I do $I - \Delta$) nakładów inwestycyjnych, zmieniają się proporcjonalnie do współczynnika dźwigni $(1 + d)$.

Tabela 1. Zwroty R i stopy zwrotu r dla I w $t = 0$ i CF w $t = 1$; przed przeniesieniem i po przeniesieniu gotówki Δ z $t = 1$ do $t = 0$

I	CF	R	r	$I - \Delta$	$CF - \Delta$	$R_{\Delta} = R$	r_{Δ}	r_{Δ}/r
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
		(2)-(1)	(3)÷(1)			(6)-(5)	(7)÷(5)	(8)÷(4)
				$(\Delta = 20)(d = 1,25)$				
100	90	-10	-10,0%	80	70	-10	-12,5%	1,25
100	100	0	0,0%	80	80	0	0,0%	nd
100	110	10	10,0%	80	90	10	12,5%	1,25
100	115	15	15,0%	80	95	15	18,8%	1,25
100	120	20	20,0%	80	100	20	25,0%	1,25
100	130	30	30,0%	80	110	30	37,5%	1,25
				$(\Delta = 50)(d = 2,00)$				
100	90	-10	-10,0%	50	40	-10	-20,0%	2,00
100	100	0	0,0%	50	50	0	0,0%	nd
100	110	10	10,0%	50	60	10	20,0%	2,00
100	115	15	15,0%	50	65	15	30,0%	2,00
100	120	20	20,0%	50	70	20	40,0%	2,00
100	130	30	30,0%	50	80	30	60,0%	2,00

Źródło: opracowania własne.

⁴ $r_{\Delta} = R_{\Delta} / (I - \Delta) = R / I \times [I / (I - \Delta)] = r \times [1 + \Delta / (I - \Delta)] = -x(1 + d)$, zob. (9).

⁵ Współczynnik dźwigni $(1 + d) = I / (I - \Delta)$ oznacza *de facto* stosunek nakładów inwestycyjnych przed przeniesieniem i po przeniesieniu Δ ; natomiast $d / (1 + d) = \Delta / I$ określa udział przeniesionej gotówki Δ w początkowych nakładach inwestycyjnych (zob. tab. 5).

Kolejne cztery równania odpowiadają na pytania: jak zmienia się różnica i iloraz zwrotów i stóp zwrotu dla dwóch realizacji zmiennej losowej CF po dokonaniu przeniesienia.

$$R_{1\Delta} - R_{2\Delta} = R_1 - R_2, \quad (10)$$

$$R_{1\Delta}/R_{2\Delta} = R_1/R_2, \quad (11)$$

$$r_{1\Delta} - r_{2\Delta} = (r_1 - r_2) \times (1 + d), \quad (12)$$

$$r_{1\Delta}/r_{2\Delta} = r_1/r_2. \quad (13)$$

Zarówno różnica zwrotów nominalnych między dwiema realizacjami zmiennej losowej CF , jak i ich iloraz nie zmieniają się w wyniku przeniesienia (zob. (7)), podobnie iloraz stóp zwrotu – zob. (6) i (7). Natomiast różnica stóp zwrotu podlega dźwigni i zmienia się proporcjonalnie do współczynnika dźwigni $(1 + d)$ – zob. (8).

Tabela 2. Różnice stóp zwrotu (w punktach procentowych) dla dwóch realizacji zmiennej losowej r : r_w (stopa zwrotu w wierszu) i r_k (stopa zwrotu w kolumnie), przed: $r_{w,k} = (r_w - r_k)$ oraz po przeniesieniu $\Delta = 20$: $r_{w\Delta}, r_{k\Delta} = (r_{w\Delta} - r_{k\Delta})$

	r_k	-10,00%	0,00%	10,00%	15,00%	20,00%	30,00%
r_w	$r_{w,k} = (r_w - r_k)$						
-10,00%		0,00	-10,00	-20,00	-25,00	-30,00	-40,00
0,00%		10,00	0,00	-10,00	-15,00	-20,00	-30,00
10,00%		20,00	10,00	0,00	-5,00	-10,00	-20,00
15,00%		25,00	15,00	5,00	0,00	-5,00	-15,00
20,00%		30,00	20,00	10,00	5,00	0,00	-10,00
30,00%		40,00	30,00	20,00	15,00	10,00	0,00
	$r_{k\Delta}$	-12,50%	0,00%	12,50%	18,75%	25,00%	37,50%
$r_{w\Delta}$	$r_{w\Delta,k\Delta} = (r_{w\Delta} - r_{k\Delta})$						
-12,50%		0,00	-12,50	-25,00	-31,25	-37,50	-50,00
0,00%		12,50	0,00	-12,50	-18,75	-25,00	-37,50
12,50%		25,00	12,50	0,00	-6,25	-12,50	-25,00
18,75%		31,25	18,75	6,25	0,00	-6,25	-18,75
25,00%		37,50	25,00	12,50	6,25	0,00	-12,50
37,50%		50,00	37,50	25,00	18,75	12,50	0,00
	$(r_{w\Delta,k\Delta}) / (r_{w,k})$						
			1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
		1,25		1,25	1,25	1,25	1,25
		1,25	1,25		1,25	1,25	1,25
		1,25	1,25	1,25		1,25	1,25
		1,25	1,25	1,25	1,25		1,25
		1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	

Źródło: opracowanie własne.

Zależności (12) i (13) można łatwo zweryfikować na podstawie przykładów numerycznych z tab. 1. I tak, różnica stóp zwrotu, wynosząca np. 10 punktów proc.,

zwiększa się odpowiednio do 12,5 punktów proc. przy współczynniku dźwigni wynoszącym 1,25 (dla $\Delta = 20$) oraz do 20,0 punktów proc. przy współczynniku dźwigni wynoszącym 2,00 (dla $\Delta = 50$). Jednocześnie nie uległa zmianie względna relacja między stopami zwrotu przed przeniesieniem i po przeniesieniu Δ . Jeśli przed przeniesieniem, stopa zwrotu (np. 30%) była o połowę wyższa od innej stopy (tj. 20%), to po przeniesieniu gotówki Δ z $t = 1$ do $t = 0$ stopy te pozostają w stosunku do siebie jak 3:2 (odpowiednio 37,5 i 25,0% dla $\Delta = 20$ oraz 60 i 40% dla $\Delta = 50$). Tabela 2 przedstawia zmianę różnicy stóp zwrotu po przeniesieniu gotówki $\Delta = 20$ na przykładzie sześciu realizacji zmiennej losowej r .

4. Stopa zwrotu po przeniesieniu, niezerowe koszty przeniesienia

Dotychczasowe obliczenia wykonano przy założeniu braku kosztów związanych z przeniesieniem Δ . Niech i oznacza procentowy koszt przeniesienia, tak że nominalne, wyrażone w jednostce monetarnej obciążenie wynosi $i \times \Delta$. Dla różnych ekonomicznych interpretacji Δ koszt ten oznacza⁶:

- naliczony przez sprzedającego narzut procentowy do ceny sprzedawanego na kredyt składnika majątku (np. materiałów),
- procentowy rabat naliczony kupującemu z racji przedpłaty⁷,
- odsetki naliczane przez pożyczkodawcę.

Niech $R_{\Delta i}$ oraz $r_{\Delta i}$ oznaczają odpowiednio zwrot nominalny oraz stopę zwrotu z inwestycji po przeniesieniu Δ po koszcie i . Można łatwo wykazać, że⁸:

$$R_{\Delta i} = R_{\Delta} - (i \times \Delta) = R - (i \times \Delta), \quad (14)$$

$$r_{\Delta i} = r + d \times (r - i) = r_{\Delta} - i \times d, \quad (15)$$

a następnie zweryfikować, iż dla $i = 0\%$ $r_{\Delta i} = r \times (1 + d) = r_{\Delta}$.

W tab. 3 (podobnie jak wcześniej w tab. 1) pokazano, na przykładach liczbowych, wartości stóp zwrotu przed przeniesieniem i po przeniesieniu dla dwóch różnych Δ przy jednoczesnym naliczaniu kosztów przeniesienia. Jak wynika z tab. 3, zwroty nominalne R zmniejszają się po przeniesieniu o trzy jednostki monetarne dla $\Delta = 20$ i o 7,5 dla $\Delta = 50$ ($i = 15\%$), natomiast stosunek stóp zwrotu przed przeniesieniem i do stóp po przeniesieniu nie jest już stały (jak to było w tab. 1) i różni się dla różnych realizacji zmiennej CF .

⁶ Zakłada się, że ponoszone koszty nie wywołują zmian podatkowych.

⁷ Mówiąc dokładniej, jeśli procentowy rabat/upust cenowy wynosi s , to $i = s/(1 - s)$.

⁸ $R_{\Delta i} = (CF - \Delta - i \times \Delta) - (I - \Delta) = (CF - I) - i \times \Delta = R_{\Delta} - i \times \Delta = R - i \times \Delta$; $r_{\Delta i} = [R - (i \times \Delta)] / (I - \Delta) = R / I \times (1 + d) - i \times d = r_{\Delta} - i \times d = r + d \times (r - i)$; podobieństwo (15) do znanej zależności między stopą zwrotu z kapitału własnego przed zaciągnięciem i po zaciągnięciu długu (odpowiednio ROE_U i ROE_G): $ROE_G = ROE_U + D/E \times (ROE_U - i)$, gdzie D i E oznaczają odpowiednio poziom długu i kapitału własnego, jest, rzecz jasna, nieprzypadkowe.

Tabela 3. Zwroty R i stopy zwrotu r dla I w $t = 0$ i CF w $t = 1$; przed przeniesieniem i po przeniesieniu $\Delta z t = 1$ do $t = 0$ po koszcie $i = 15,0\%$

I	CF	R	r	$I - \Delta$	$CF - \Delta \times (1+i)$	$R_{\Delta i}$	$r_{\Delta i} = R_{\Delta i} / (I - \Delta)$	$r_{\Delta i} / r$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
		(2)-(1)	(3)-(1)			(6)-(5)	(7)+(5)	(8)+(4)
				$(\Delta = 20)(d = 1,25)$				
100,0	90,0	-10,0	-10,0%	80,0	67,0	-13,0	-16,3%	1,63
100,0	100,0	0,0	0,0%	80,0	77,0	-3,0	-3,8%	nd
100,0	110,0	10,0	10,0%	80,0	87,0	7,0	8,8%	0,88
100,0	115,0	15,0	15,0%	80,0	92,0	12,0	15,0%	1,00
100,0	120,0	20,0	20,0%	80,0	97,0	17,0	21,3%	1,06
100,0	130,0	30,0	30,0%	80,0	110,0	27,0	33,8%	1,13
				$(\Delta = 50)(d = 2,00)$				
100,0	90,0	-10,0	-10,0%	50,0	32,5	-17,5	-35,0%	3,50
100,0	100,0	0,0	0,0%	50,0	42,5	-7,5	-15,0%	nd
100,0	110,0	10,0	10,0%	50,0	52,5	2,5	5,0%	0,50
100,0	115,0	15,0	15,0%	50,0	57,7	7,5	15,0%	1,00
100,0	120,0	20,0	20,0%	50,0	62,5	12,5	25,0%	1,25
100,0	130,0	30,0	30,0%	50,0	72,5	22,5	45,0%	1,50

Źródło: opracowanie własne.

Wprowadzenie kosztów przeniesienia nie zaburza różnicy dwóch dowolnych zwrotów R_1 oraz R_2 , co wynika z faktu, iż koszty te są kosztami stałymi⁹:

$$R_{1\Delta i} - R_{2\Delta i} = R_{1\Delta} - R_{2\Delta} = R_1 - R_2. \quad (16)$$

Samo wprowadzenie kosztów przeniesienia nie zmienia również różnicy stóp zwrotu dla dwóch różnych realizacji zmiennej losowej CF , która w dalszym ciągu jest iloczynem różnicy przed przeniesieniem i współczynnika dźwigni $(1 + d)$ ¹⁰.

$$r_{1\Delta i} - r_{2\Delta i} = r_{1\Delta} - r_{2\Delta} = (r_1 - r_2) \times (1 + d). \quad (17)$$

Wprowadzenie kosztów przeniesienia zmienia natomiast stosunek względny dwóch dowolnych zwrotów $R_{1\Delta i}$ oraz $R_{2\Delta i}$ w ujęciu procentowym $(R_1/R_2 - 1) \times 100\%$. Stosunek ten zmienia się proporcjonalnie do stałego (dla danej wartości R_2 , w stosunku do której liczy się zmianę) czynnika $k_2 = R_2/R_{2\Delta i}$ ¹¹:

$$(R_{1\Delta i}/R_{2\Delta i} - 1) = (R_1/R_2 - 1) \times k_2. \quad (18)$$

Podobnie jest ze stosunkiem stóp zwrotu¹²:

$$(r_{1\Delta i}/r_{2\Delta i} - 1) = (r_1/r_2 - 1) \times k_2. \quad (19)$$

⁹ $R_{1\Delta i} - R_{2\Delta i} = (CF_1 - I - i \times \Delta) - (CF_2 - I - i \times \Delta) = CF_1 - CF_2 = R_1 - R_2$.

¹⁰ $r_{1\Delta i} - r_{2\Delta i} = (r_{1\Delta} - i \times d) - (r_{2\Delta} - i \times d) = r_{1\Delta} - r_{2\Delta} = (r_1 - r_2) \times (1 + d)$.

¹¹ $R_{1\Delta i}/R_{2\Delta i} - 1 = (R_{1\Delta i} - R_{2\Delta i})/R_{2\Delta i} = (R_1 - R_2)/R_2 \times (R_2/R_{2\Delta i}) = (R_1/R_2 - 1) \times k_2$.

¹² $r_{1\Delta i}/r_{2\Delta i} - 1 = (r_1 - r_2) \times (1 + d)/r_2 \times (r_2/r_{2\Delta i}) = (r_1/r_2 - 1) \times (1 + d) \times (R_2/I)/(R_{2\Delta i}/(I - \Delta)) = (r_1/r_2 - 1) \times k_2$.

Tabela 4 ilustruje zmianę zmienności zwrotów, liczonych w odniesieniu do danej, lecz dowolnej wartości R (w kolumnie) po wprowadzeniu kosztu przeniesienia. Zmiana ta widoczna jest w panelu B3 tab. 4 w postaci współczynników k różnych od 1. Natomiast bezkosztowe przeniesienie nie powoduje zmiany zmienności (jedynki w panelu A3)¹³.

Tabela 4. Stosunek względny zwrotów nominalnych R_w (zwroty w wierszu) i R_k (zwroty w kolumnach) przed przeniesieniem $R_{w,k} = (R_w/R_k - 1)$ oraz po przeniesieniu bez kosztów: $R_{w\Delta,k\Delta} = (R_{w\Delta}/R_{k\Delta} - 1)$ i z kosztami: $R_{w\Delta i,k\Delta i} = (R_{w\Delta i}/R_{k\Delta i} - 1)$

A1	R_k	-10	10	15	20	30
R_w	$R_{w,k}$					
-10		0%	-200%	-167%	-150%	-133%
10		-200%	0%	-33%	-50%	-67%
15		-250%	50%	0%	-25%	-50%
20		-300%	100%	33%	0%	-33%
30		-400%	200%	100%	50%	0%
A2	$R_{k\Delta}$	-10	10	15	20	30
$R_{w\Delta}$	$R_{w\Delta,k\Delta}$					
-10		0%	-200%	-167%	-150%	-133%
10		-200%	0%	-33%	-50%	-67%
15		-250%	50%	0%	-25%	-50%
20		-300%	100%	33%	0%	-33%
30		-400%	200%	100%	50%	0%
A3	$(R_{w\Delta,k\Delta})$ $(R_{w,k})$					
		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
B1	R_k	-10	10	15	20	30
R_w	$R_{w,k}$					
-10		0%	-200%	-167%	-150%	-133%
10		-200%	0%	-33%	-50%	-67%
15		-250%	50%	0%	-25%	-50%
20		-300%	100%	33%	0%	-33%
30		-400%	200%	100%	50%	0%
B2	$R_{k\Delta i}$	-13	7	12	17	27
$R_{w\Delta i}$	$R_{w\Delta i,k\Delta i}$					
-13		0%	-286%	-208%	-176%	-148%
7		-154%	0%	-42%	-59%	-74%
12		-192%	71%	0%	-29%	-56%
17		-231%	143%	42%	0%	-37%
27		-308%	286%	125%	59%	0%
B3	$(R_{w\Delta i,k\Delta i})$ $(R_{w,k})$					
		1,43	1,25	1,18	1,11	
		0,77	1,25	1,18	1,11	
		0,77	1,43	1,18	1,11	
		0,77	1,43	1,25	1,11	
		0,77	1,43	1,25	1,18	

Źródło: opracowanie własne.

5. Przeniesienie a dźwignia i koszty – wnioski

Tabela 5 podsumowuje pojęcia związane z przeniesieniem i jego kosztem oraz wynikającą z nich dźwignią.

- $(1 + d) = I/(I - \Delta)$ – współczynnik dźwigni oznacza stosunek zapotrzebowania na gotówkę przed przeniesieniem i po przeniesieniu; $(1 + d) > 1$ dla niezerowego przeniesienia (1,25 dla $\Delta = 20$ i 2,00 dla $\Delta = 50$, zob. tab. 5),
- $d/(1 + d) = \Delta/I$ – oznacza udział przeniesienia w całkowitej inwestycji I (0,20 dla $\Delta = 20$ i 0,50 dla $\Delta = 50$, zob. tab. 5).

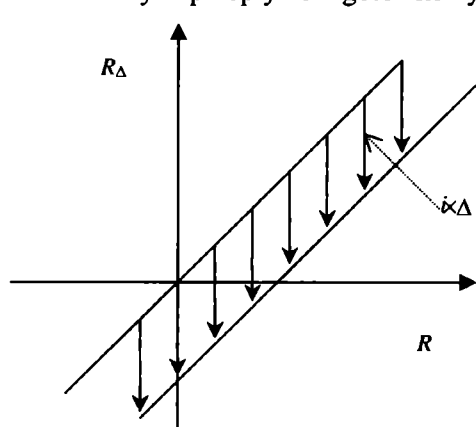
¹³ Jako że $r_1/r_2 = R_1/R_2$, $r_{1\Delta}/r_{2\Delta} = R_{1\Delta}/R_{2\Delta}$, $r_{1\Delta i}/r_{2\Delta i} = R_{1\Delta i}/R_{2\Delta i}$, wnioski tab. 4 odnoszą się w równym stopniu do zmienności zwrotów nominalnych co do zmienności stóp zwrotu.

Tabela 5. Współczynniki dźwigni i kosztów przeniesienia

Współczynniki dźwigni			Współczynniki kosztu			Stopy zwrotu			
$\Delta/(I-\Delta)$	$I/(I-\Delta)$	Δ/I	i	$i \times (\Delta/I)$	$i \times d$	r	$d \times r$	$r - i$	$d \times (r - i)$
d	$1 + d$	$d/(1 + d)$							
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$(\Delta = 20)$									
0,25	1,25	0,20	15,00%	3,00%	3,75%	-10,00%	-2,50%	-25,00%	-6,25%
0,25	1,25	0,20	15,00%	3,00%	3,75%	0,00%	0,00%	-15,00%	-3,75%
0,25	1,25	0,20	15,00%	3,00%	3,75%	10,00%	2,50%	-5,00%	-1,25%
0,25	1,25	0,20	15,00%	3,00%	3,75%	15,00%	3,75%	0,00%	0,00%
0,25	1,25	0,20	15,00%	3,00%	3,75%	20,00%	5,00%	5,00%	1,25%
0,25	1,25	0,20	15,00%	3,00%	3,75%	30,00%	7,50%	15,00%	3,75%
$(\Delta = 50)$									
1,00	2,00	0,50	15,00%	7,50%	15,00%	-10,00%	-10,00%	-25,00%	-25,00%
1,00	2,00	0,50	15,00%	7,50%	15,00%	0,00%	0,00%	-15,00%	-15,00%
1,00	2,00	0,50	15,00%	7,50%	15,00%	10,00%	10,00%	-5,00%	-5,00%
1,00	2,00	0,50	15,00%	7,50%	15,00%	15,00%	15,00%	0,00%	0,00%
1,00	2,00	0,50	15,00%	7,50%	15,00%	20,00%	20,00%	5,00%	5,00%
1,00	2,00	0,50	15,00%	7,50%	15,00%	30,00%	30,00%	15,00%	15,00%

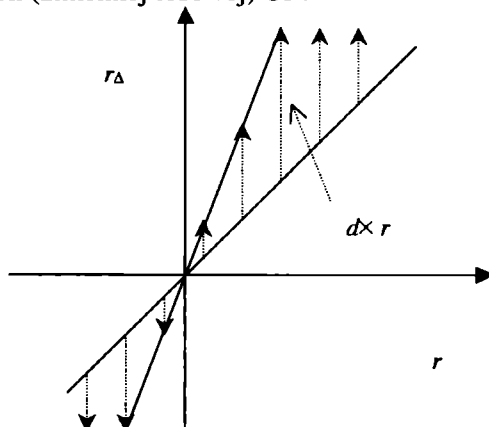
Źródło: opracowanie własne.

Zarówno d , $(1 + d)$, jak i $d/(1 + d)$ zależą jedynie od względnej relacji między wielkością przeniesionej na wcześniejszy okres gotówki Δ oraz wielkością inwestycji I i jako takie są wielkościami stałymi (dla danej wartości Δ) dla wszystkich realizowanych przepływów gotówkowych (zmiennej losowej) CF .

Rys. 1. Zwrót R_{Δ} po kosztach przeniesienia

$$R_{\Delta} = R - i \times \Delta$$

Źródło: opracowanie własne.

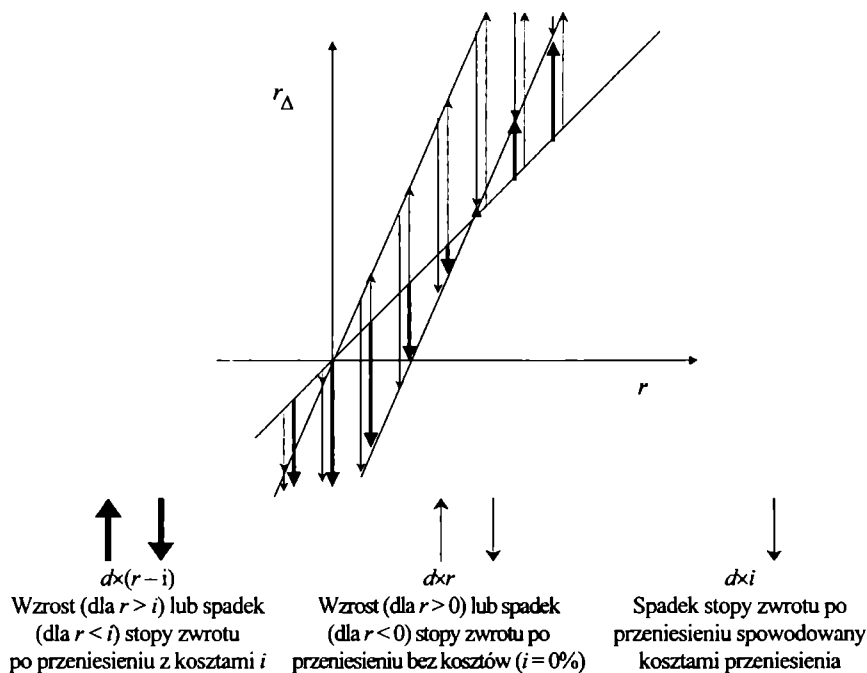
Rys. 2. Stopa zwrotu r_{Δ} po przeniesieniu

$$\text{bez kosztów } r_{\Delta} = (1 + d) \times r = r + d \times r$$

Źródło: opracowanie własne.

- $i \times (\Delta/I) = i \times [d/(1 + d)]$ – określa procentowe obciążenie projektu kosztami przeniesienia (wynoszącymi w jednostce monetarnej $i \times \Delta$, zob. rys. 1) w stosunku do całości nakładów inwestycyjnych I (3% dla $\Delta = 20$ i 7,50% dla $\Delta = 50$ – zob. tab. 5).

- $i \times (\Delta/I) \times (1 + d) = (i \times \Delta)/(I - \Delta) = i \times d$ – określa procentowe obciążenie kosztami przeniesienia $i \times \Delta$ po uwzględnieniu efektu dźwigni, tzn. w stosunku do pomniejszonych nakładów inwestycyjnych $(I - \Delta)$ (3,75% dla $\Delta = 20$ i 15,0% dla $\Delta = 50$ – tab. 5 i rys. 3).
- $d \times r$ – oznacza przyrost (dla $r > 0$) lub spadek (dla $r < 0$) stopy zwrotu wynikający z efektu dźwigni; zmiana ta jest zależna od r : im większa dodatnia stopa zwrotu r , tym większe korzyści z efektu dźwigni im mniejsza ujemna stopa zwrotu r , tym większe „straty” spowodowane dźwignią (zob. tab. 5 oraz rys. 2 i 3).
- $(r - i)$ – parametr określający, czy przy danej stopie zwrotu r przeniesienie, po uwzględnieniu jego kosztu spowoduje wzrost stopy zwrotu; oznacza to, iż wartością stopy zwrotu, powyżej której wzrost ten nastąpi, jest $r = i$ (zob. tab. 5 i rys. 3).
- $d \times (r - i) = d \times r - d \times i$ – określa końcowy efekt dźwigni, po uwzględnieniu korzyści z niej płynących $d \times r$ oraz jej „kosztów” $d \times i$ (zob. tab. 5 i rys. 3).



Rys. 3. Stopa zwrotu r_{Δ} po uwzględnieniu przeniesienia i jego kosztu,

$$r_{\Delta} = (1 + d) \times r - i \times d = r + (d \times r) - (d \times i) = r + d \times (r - i)$$

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 6 prezentuje, na przykładach liczbowych z tab. 1 i 3, różnice między stopami zwrotu przed przeniesieniem (r), po przeniesieniu bezkosztowym (r_{Δ}), oraz po przeniesieniu po niezerowych kosztach ($r_{\Delta i}$) z wykorzystaniem współczynników dźwigni i kosztów przeniesienia z tab. 5.

Tabela 6. Stopy zwrotu przed przeniesieniem r , po przeniesieniu r_{Δ} i $r_{\Delta i}^*$

r	r_{Δ}	$r_{\Delta i}$	$r_{\Delta} - r$	$r_{\Delta i} - r$	$r_{\Delta i} - r_{\Delta}$
(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
(7)	(I)×(2)	(II)–(6)	(II)–(I)=(8)	(III)–(I)=(10)	(III)–(II)=(6)
($\Delta = 20$)					
-10,00%	-12,50%	-16,25%	-2,50%	-6,25%	3,75%
0,00%	0,00%	-3,75%	0,00%	-3,75%	3,75%
10,00%	12,50%	8,75%	2,50%	-1,25%	3,75%
15,00%	18,75%	15,00%	3,75%	0,00%	3,75%
20,00%	25,00%	21,25%	5,00%	1,25%	3,75%
30,00%	37,50%	33,75%	7,50%	3,75%	3,75%
($\Delta = 50$)					
-10,00%	-20,0%	-35,00%	-10,00%	-25,00%	15,00%
0,00%	0,00%	-15,00%	0,00%	-15,00%	15,00%
10,00%	20,00%	5,00%	10,00%	-5,00%	15,00%
15,00%	30,00%	15,00%	15,00%	0,00%	15,00%
20,00%	40,00%	25,00%	20,00%	5,00%	15,00%
30,00%	60,00%	45,00%	30,00%	15,00%	15,00%

Cyfry arabskie w trzecim wierszu tab. 6 odnoszą się do numeracji kolumn tab. 5.

Źródło: opracowanie własne.

Poniżej zaprezentowano wnioski dotyczące wpływu przeniesienia gotówki z okresu $t = 1$ na okres wcześniejszy na nominalny zwrot z inwestycji jednookresowej R (wnioski 1-3) oraz na osiąganą z tej inwestycji stopę zwrotu r (wnioski 4-6). Do każdego wniosku dodano jego interpretację dla wartości oczekiwanych zmiennych losowych $E(R)$ i $E(r)$. Wnioski będą uwzględniać wpływ ponoszenia kosztów przeniesienia. Zależności te mają charakter liniowy i przedstawione są w postaci graficznej jako rys. 1 i rys. 3 (zob. też (14) i (15)):

$$R_{\Delta} = R - i \times \Delta, \quad (20)$$

$$r_{\Delta} = (1 + d) \times r - i \times d, \quad (21)$$

gdzie R_{Δ} i r_{Δ} oznaczać będzie odpowiednio zwrot i stopę zwrotu po przeniesieniu po kosztach $i \geq 0$ ¹⁴. Wnioski 1-3 odnoszą się do zwrotów nominalnych, wnioski 4-6 zaś do stóp zwrotów.

Wniosek 1

Przeniesienie nie zmienia całkowitego zwrotu w ujęciu monetarnym R (samo przeniesienie gotówki na okres wcześniejszy nie dodaje ani nie pomniejsza zwrotu – suma przepływów gotówkowych dla całego okresu inwestycji pozostaje stała), chyba, że przeniesienie to pociąga za sobą koszt, tzn. gdy $i \neq 0\%$.

Na skutek przeniesienia nie zmienia się wartość oczekiwana zwrotu z projektu $E(R)$, chyba że koszty przeniesienia nie są zerowe.

$$(W1) \quad E(R_{\Delta}) = E(R) - i \times \Delta.$$

¹⁴ W tej części analizy rezygnuje się z odrębnego oznaczania zwrotów oraz stóp zwrotu po przeniesieniu w zależności od tego, czy koszty przeniesienia były zerowe, czy nie.

Wniosek 2

Różnica między dwoma dowolnymi zwrotami (prognozowanymi *ex ante* czy zrealizowanymi *ex post*) pozostaje niezmienną na skutek przeniesienia niezależnie od tego, czy koszty przeniesienia są zerowe, czy nie¹⁵.

Jeżeli różnica między zwrotem R a wartością oczekiwaną $E(R)$ wynosiła X zł przed przeniesieniem, to na skutek przeniesienia różnica ta nie zmieni się i będzie wynosiła w dalszym ciągu X zł, niezależnie od tego, czy koszty przeniesienia są zerowe, czy nie.

$$(W2) \quad R_{\Delta} - E(R_{\Delta}) = R - E(R).$$

Wniosek 3

Stosunek dwóch zwrotów zmienia się po przeniesieniu proporcjonalnie do stałego parametru k . W przypadku zerowych kosztów przeniesienia $k = 1$ (zob. (18)).

Jeśli zwrot R różni się o $X\%$ od wartości oczekiwanej $E(R)$, to, po przeniesieniu bez kosztów różnica ta wynosić będzie ciągle $X\%$; w przypadku niezerowych kosztów przeniesienia różnica ta zwiększy się do $k \times X\%$, gdzie $k = E(R)/E(R_{\Delta}) > 1$.

$$(W3) \quad R_{\Delta}/E(R_{\Delta}) - 1 = [R/E(R) - 1] \times k, \text{ gdzie } k \geq 1^{16}.$$

Wniosek 4

Stopa zwrotu r zmienia się, w wyniku przeniesienia bez kosztów, proporcjonalnie do współczynnika dźwigni $(1 + d) \geq 1$, dla $\Delta \geq 0$ ¹⁷.

Dzięki dźwigni wynikłej z przeniesienia zwiększa się wartość oczekiwana stopy zwrotu $E(r)$.

$$(W4) \quad E(r_{\Delta}) = (1 + d) \times E(r).$$

Wniosek 5

Różnica między dwiema różnymi stopami zwrotu zmienia się po przeniesieniu proporcjonalnie do $(1 + d)$, niezależnie od tego, czy koszty przeniesienia są zerowe, czy nie¹⁸.

Jeżeli różnica pomiędzy daną stopą zwrotu r a stopą oczekiwaną $E(r)$ wynosiła X punktów procentowych przed przeniesieniem, to na skutek przeniesienia różnica ta wzrośnie do $(1 + d) \times X$ punktów procentowych.

¹⁵ Wniosek ten wynika z tego, że współczynnik kierunkowy w równaniu (20) przyjmuje wartość 1 (zob. też rys. 1).

¹⁶ Dla $I > \Delta > 0$, $k = E(R)/E(R_{\Delta}) = E(R)/[E(R) - i \times \Delta] > 1$, ponieważ, jeśli $E(r) > i$, to $E(r) \times I > i \times I > i \times \Delta$, skąd $E(R) > i \times \Delta > 0$.

¹⁷ Proporcjonalność zmiany wynika z faktu, że dla $i = 0\%$ równanie (21) jest proporcjonalnością prostą (wyraz wolny funkcji liniowej jest zerowy).

¹⁸ Wniosek jest konsekwencją liniowości funkcji (21) i tego, że współczynnik kierunkowy funkcji wynosi $(1 + d)$.

$$(W5) \quad r_{\Delta} - E(r_{\Delta}) = (1 + d) \times [r - E(r)].$$

Wniosek 6

Stosunek między dwiema różnymi stopami zwrotu zmienia się po przeniesieniu proporcjonalnie do stałego parametru k . W przypadku zerowych kosztów przeniesienia $k = 1$ (zob. (19)).

Jeśli stopa zwrotu r różni się o $X\%$ od wartości oczekiwanej $E(r)$, to po przeniesieniu bez kosztów różnica ta będzie wynosić ciągle $X\%$; w przypadku kosztów przeniesienia różnica ta zwiększy się do $k \times X\%$, gdzie $k = E(R)/E(R_{\Delta}) > 1$ (zob. przypis 16).

$$(W6) \quad r_{\Delta}/E(r_{\Delta}) - 1 = [r/E(r) - 1] \times k, \text{ gdzie } k > 1.$$

Literatura

- Bednarski L., Waśniewski T. (red.), *Analiza finansowa w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, t. 1, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa 1996.
- Berent T., *Wpływ dźwigni finansowej i jej kosztu na stopę zwrotu z kapitału własnego*, „Przegląd Organizacji” 2007 nr 11.
- Berk J., DeMarzo P., *Corporate Finance*, Pearson, Boston 2007.
- Brealey R.A., Myers S.C., *Principles of Corporate Finance*, Irwin McGraw-Hill, Boston 2000.
- Ross S.A., Westerfield R.W., Jordan B.D., *Fundamentals of Corporate Finance*, Irwin, Boston 1991.
- Rutkowski A., *Zarządzanie finansami*, PWE, Warszawa 2007.
- Van Horne J.C., Wachowicz J.M., *Fundamentals of Financial Management*, FT Prentice Hall, Harlow 2005.
- Zarzecki D., *Wpływ dźwigni finansowej na rentowność kapitału własnego*, [w:] W. Janasz (red.), *Innowacje, konkurencja, kreowanie wartości, struktura kapitału, modele oceny przedsiębiorstw*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 375, Prace Instytutu Ekonomiki i Organizacji Przedsiębiorstw nr 42, Szczecin 2004.

THE IMPACT OF EARLIER CASH INFLOW ON RETURN ON EQUITY

Summary

Based on a simple single-period model, the paper analyzes the impact of the earlier cash inflow on the return on equity. The increased volatility of rates of return is shown to result from: firstly, lowering the amount of equity employed and, secondly, from non-zero cost associated with earlier cash inflow. As such, the model can be used in further analysis of leverage (incl. financial leverage) and the methods of its measurement. Thanks to its generality, the model can be applied to various financial settings and used as a tool to analyze the impact of financial leverage, payment policy to/from suppliers/clients, etc. on the return on equity. The focus of the article is on the analysis of the volatility of rates of return itself rather than on the impact of this volatility on the asset pricing, the cost of capital, etc.