

Monika Papież

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

RYZIKO DŁUGOWIECZNOŚCI DLA PORTFELA UBEZPIECZEŃ NA ŻYCIE I ZAKŁADÓW EMERYTALNYCH

1. Wstęp

Przemiany demograficzne w XX w. wskazują na postępujące starzenie się społeczeństw a tym samym na wydłużanie się przeciętnej długości trwania życia [9]. Zjawisko to ma wpływ na zmiany rozkładu zmiennej opisującej przeciętne dalsze trwanie życia w danym roku. Wzrost długości trwania życia wpływa na zmianę kształtu funkcji gęstości, gdyż przesunięciu ulega zarówno wiek, w którym ta funkcja osiąga wartość maksymalną, jak i wzrasta sama wartość. Podobnie zmienia się funkcja przeżycia, gdyż wraz z wydłużaniem się długości życia wzrasta mediana wieku. W konsekwencji proces starzenia się populacji wpływa na wielkość i ryzyko związane z wyceną produktów towarzystw ubezpieczeń na życie oraz zakładów emerytalnych, w wycenie produktów główną rolę odgrywa bowiem oszacowana umieralność.

2. Ryzyko śmiertelności i ryzyko długowieczności

Zakłady emerytalne, towarzystwa ubezpieczeń na życie oraz ubezpieczenia zdrowotne narażone są na ryzyko związane ze zmianą długości trwania życia w stosunku do oszacowanej przez aktuarium. Część tego ryzyka można zdywersyfikować przez zwiększanie liczby polis w portfelu firmy. Jednak ryzyko to nie może być całkowicie wyeliminowane, stąd jego ekonomiczne konsekwencje mogą być tylko ograniczone. Na ryzyko to składa się ryzyko długowieczności lub ryzyko śmiertelności (przedwczesnej umieralności). Brak możliwości całkowitego wyeliminowania ryzyka jest ważnym problemem osób zarządzających portfelem w tych firmach. Chociaż często terminy „ryzyko długowieczności” i „ryzyko śmiertelności” używane są zamiennie, to jednak mają one przeciwne znaczenie. Ryzyko długowieczności związane jest z dłuższym czasem trwania życia niż oczekiwana wartość, dlatego jest ono istotne dla funkcjonowania zakładów emerytalnych. Ryzyko

śmiertelności związane jest z krótszym czasem trwania życia niż oczekiwana wartość. Jest ono istotne np. dla ubezpieczeń na życie, gdyż zbyt krótki okres pobierania składek może nie wystarczyć na pokrycie zobowiązań. W związku z tym ważnym problemem jest analiza przebiegu umieralności w populacji.

3. Metoda oceny ryzyka długowieczności dla portfela zawierającego renty dożywotnie

Obserwacje trendów śmiertelności wskazują na to, że do szacowania długości trwania życia ubezpieczonych należy przyjmować dynamiczne modele umieralności. Probabilistyczny model użyty do opisu umieralności powinien pozwolić oszacować ryzyko długowieczności. Można zastosować model zarówno dyskretny, jak i ciągły. Model dyskretny można w prosty sposób zaadaptować do praktycznych rozwiązań, natomiast model ciągły pozwala uwzględnić łączne modelowanie śmiertelności i ryzyka inwestycyjnego poprzez zastosowanie stochastycznych modeli.

Niech T_x będzie zmienną losową opisującą dalsze trwanie życia osoby w wieku x , a $f_x(t, y)$ – funkcją gęstości tej zmiennej (funkcja ta uwzględnia zmiany śmiertelności, gdyż y oznacza rok kalendarzowy urodzenia osoby w wieku x). W celu uproszczenia rozważań przyjmijmy, że y jest stałe, czyli rozpatrujemy osoby urodzone w tym samym roku. Do opisu procesu wymierania populacji stosowane są parametryczne modele procesu przeżycia takie, jak: model Gompertza, model Makehama, rozkład Weibulla itd. Każdy z wymienionych modeli jest scharakteryzowany parametrami. Oznaczmy przez θ wektor wartości tych parametrów dla danego modelu. Wówczas można zdefiniować rodzinę warunkowych funkcji gęstości zmiennej losowej T_x w zależności od założonego modelu przeżycia i ustalonych wartości parametrów o postaci [11]:

$$\{f_x(t/\theta); \theta \in \Theta\}, \quad (1)$$

gdzie: Θ oznacza zbiór parametrów modeli przeżycia i dla modelu dyskretnego można go zapisać następująco: $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_m\}$. Jeżeli $m=1$, to nie istnieje niepewność związana z przyszłym przebiegiem umieralności. Dla $m > 1$ można rozważać różne rozkłady przebiegu umieralności.

Dodatkowo założymy, że $g(\theta_i)$ będzie wagą parametru θ_i taką, że $\sum_{i=1}^m g(\theta_i) = 1$, wtedy zbiór $\{g(\theta_i)\}_{i=1, \dots, m}$ można potraktować jako zbiór wartości prawdopodobieństw przyporządkowanych elementom zbioru Θ . W związku z tym można zdefiniować zmienną losową skokową $\tilde{\theta}$ opisującą zmiany umieralności o następującym rozkładzie prawdopodobieństwa: $g(\theta_i) = P(\tilde{\theta} = \theta_i)$ dla $i = 1, \dots, m$.

Zdefiniujmy zmienną losową $Y_t^{(j)}$ opisującą zaktualizowaną na moment t łączną sumę przyszłych świadczeń – wypłat renty dożywotniej j -tej osoby w wieku $x + t$ następująco:

$$Y_t^{(j)} = \int_0^{T_{x+t}^{(j)}} b_{t+s}^{(j)} v(t, t+s) ds, \quad (2)$$

gdzie: $T_{x+t}^{(j)}$ – zmienna losowa opisująca dalsze trwanie życia j -tej osoby w wieku $x + t$,
 $b_t^{(j)}$ – wysokość świadczenia dla j -tej osoby w wieku $x + t$ (wypłata ciągła przez rok),

$v(t, u)$ – czynnik dyskonta: $v(t, u) = e^{-\int_t^u \delta_s ds}$, a δ_s – intensywność oprocentowania.

Jeżeli wielkość portfela firmy ubezpieczeniowej (zakładu emerytalnego) określimy następująco:

$$\Pi_t = \{j : T_x^{(j)} > t, j = 1, \dots, m\} \quad (3)$$

oraz dodatkowo założymy, że zmienne losowe $T_{x+t}^{(j)}$ mają taki sam rozkład i są niezależne, to wówczas zmienna losowa:

$$Y_t^{(\Pi)} = \sum_{j \in \Pi_t} Y_t^{(j)} = \int_0^{+\infty} \sum_{j \in \Pi_{t+s}} b_{t+s}^{(j)} v(t, t+s) ds \quad (4)$$

opisuje zaktualizowaną na moment t łączną sumę przyszłych świadczeń – wypłaty renty dożywotniej dla całego portfela.

W celu uproszczenia analizy założymy, że wartość wypłaty świadczenia dla każdej osoby jest jednakowa w czasie t , czyli $\forall j \ b_t^{(j)} \equiv b_t$ oraz N_t oznacza liczbę osób (polis) w czasie t , wtedy zmienna losowa (4) ma następującą postać:

$$Y_t^{(\Pi)} = \int_0^{+\infty} \sum_{j \in \Pi_{t+s}} N_{t+s} b_{t+s} v(t, t+s) ds. \quad (5)$$

Wykorzystując metodę łącznego podziału opartą na analizie wariancji, wariancję tej zmiennej można przedstawić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} Var(Y_t^{(\Pi)}) &= E(Var(Y_t^{(\Pi)} / \tilde{\theta})) + Var(E(Y_t^{(\Pi)} / \tilde{\theta})) = \\ &= \sum_{i=1}^m Var(Y_t^{(\Pi)} / \theta_i) g(\theta_i) + \sum_{i=1}^m (E(Y_t^{(\Pi)} / \theta_i) - E(Y_t^{(\Pi)}))^2 g(\theta_i) = \\ &= n_t \sum_{i=1}^m Var(Y_t^{(j)} / \theta_i) g(\theta_i) + n_t^2 \sum_{i=1}^m (E(Y_t^{(j)} / \theta_i) - E(Y_t^{(j)}))^2 g(\theta_i). \end{aligned} \quad (6)$$

Pierwszy składnik sumy (6) – $E\left(\text{Var}\left(Y_t^{(n)} / \tilde{\theta}\right)\right)$ – można traktować jako składnik ryzyka demograficznego, który mierzy ryzyko spowodowane przypadkowymi odchyleniami od wartości oczekiwanej umieralności, czyli mierzy ryzyko ubezpieczeniowe. Natomiast drugi składnik sumy – $\text{Var}\left(E\left(Y_t^{(n)} / \tilde{\theta}\right)\right)$ – mierzy systematyczne odchylenia pomiędzy rzeczywistą liczbą zgonów a oczekiwaną, wynikającą z wydłużania się życia, czyli mierzy ryzyko długowieczności.

Do wyznaczenia udziału ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym w stosunku do składki można obliczyć indeks ryzyka w zależności od liczby polis w portfelu:

$$r(n_t) = \frac{\sqrt{\text{Var}\left(Y_t^{(n)}\right)}}{E\left(Y_t^{(n)}\right)} = \sqrt{\frac{E\left(\text{Var}\left(Y_t^{(j)} / \tilde{\theta}\right)\right)}{n_t E^2\left(Y_t^{(j)}\right)} + \frac{\text{Var}\left(E\left(Y_t^{(j)} / \tilde{\theta}\right)\right)}{E^2\left(Y_t^{(j)}\right)}} \quad (7)$$

oraz wielkość indeksu, gdy liczba polis w portfelu rośnie do nieskończoności:

$$\lim_{n_t \rightarrow \infty} r(n_t) = \sqrt{\frac{\text{Var}\left(E\left(Y_t^{(j)} / \tilde{\theta}\right)\right)}{E^2\left(Y_t^{(j)}\right)}}. \quad (8)$$

Ze wzorów (7) i (8) wynika, że udział pierwszego składnika sumy (6) w składce może być zmniejszony, gdy zostanie zwiększona wielkość portfela. Natomiast udział drugiego składnika w składce nie ulega zmianie wraz ze wzrostem liczby polis w portfelu. Ze wzoru (8) wynika, że wraz ze wzrostem liczby polis w portfelu udział całkowitego ryzyka demograficznego w składce redukuje się tylko do udziału ryzyka długowieczności w składce. Udział ryzyka ubezpieczeniowego redukuje się wówczas do zera.

Przykład empiryczny

Do analizy wybrano rozkład Weibulla¹ i na podstawie tablic trwania życia w Polsce w 2005 r. i Holandii w 2004 r. dokonano estymacji parametrów.

Tabela 1. Wartości oszacowanych parametrów $\theta_i = (\alpha_i, \beta_i)$ oraz prawdopodobieństwa ich realizacji

Tablice trwania życia dla	α_i	β_i	$g(\theta_i) = P(\tilde{\theta} = \theta_i)$
– mężczyzn – Polska 2005 r.	7,52	79,52	0,7
– mężczyzn – Holandia 2004 r.	8,91	82,76	0,15
– kobiet – Polska 2005 r.	10,03	85,79	0,1
– kobiet – Holandia 2004 r.	10,35	87,25	0,05

Źródło: obliczenia własne.

¹ Funkcja gęstości dla rozkładu Weibulla ma postać: $f_0(t/\alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)$.

W tabeli 1 znajdują się przyjęte do analizy wartości oszacowanych parametrów $\theta_i = (\alpha_i, \beta_i)$ oraz prawdopodobieństwa ich realizacji. Dodatkowo do analizy założono, że wysokość świadczenia jest stała i wynosi $b_i^{(j)} \equiv b_i = 1$, a intensywność oprocentowania wynosi $\delta_i = \delta = \ln(1,025)$, a wiek początkowy to $x = 65$ lat.

Tabela 2 przedstawia porównanie udziału ryzyka ubezpieczeniowego i długowieczności w ogólnym ryzyku demograficznym oraz wartości indeksu ryzyka dla poszczególnych rodzajów ryzyka w zależności od wieku oraz liczby polis w portfelu. Analiza wartości w tab. 2 wskazuje, że wraz ze wzrostem liczby polis w portfelu, niezależnie od wieku, ulega zmianie rodzaj ryzyka oddziałujący na całkowite ryzyko demograficzne. W wypadku jednej polisy całkowite ryzyko demograficzne w ok. 94% zależy od przypadkowych odchyłeń pomiędzy oszacowaną a rzeczywistą długością trwania życia i tylko w ok. 6% zależy od wydłużania się trwania życia. Jeżeli liczba polis w portfelu wzrośnie, to wówczas udział ryzyka ubezpieczeniowego w ryzyku demograficznym redukuje się prawie do zera (por. tab. 3), natomiast wzrasta udział ryzyka długowieczności. Należy dodać, że jeżeli w skład portfela wchodzi polisy osób w wieku powyżej 95 lat, to całkowite ryzyko zależy w głównej mierze od ryzyka ubezpieczeniowego.

Tabela 2. Porównanie udziału ryzyka ubezpieczeniowego i długowieczności w ogólnym ryzyku demograficznym oraz wartości indeksu ryzyka dla poszczególnych rodzajów ryzyka w zależności od wieku oraz liczby polis w portfelu

Wiek	$\frac{E(Var(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}))}{Var(Y_i^{(n)})}$		$\frac{Var(E(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}))}{Var(Y_i^{(n)})}$		$\frac{\sqrt{E(Var(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}))}}{E(Y_i^{(n)})}$		$\frac{\sqrt{Var(E(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}))}}{E(Y_i^{(n)})}$		$\frac{\sqrt{Var(Y_i^{(n)})}}{E(Y_i^{(n)})}$	
	N=1	N=1000	N=1	N=1000	N=1	N=1000	N=1	N=1000	N=1	N=1000
65	0,942	0,016	0,058	0,984	0,658	0,021	0,164	0,164	0,678	0,165
70	0,941	0,018	0,059	0,982	0,845	0,029	0,211	0,211	0,871	0,213
75	0,944	0,024	0,056	0,976	1,114	0,042	0,272	0,272	1,147	0,275
80	0,951	0,038	0,049	0,962	1,532	0,069	0,347	0,347	1,571	0,354
85	0,964	0,087	0,036	0,913	2,254	0,134	0,436	0,436	2,296	0,456
90	0,980	0,284	0,020	0,716	3,699	0,333	0,529	0,529	3,736	0,625
95	0,993	0,800	0,007	0,200	7,222	1,201	0,600	0,600	7,247	1,343
100	0,999	0,994	0,001	0,006	18,549	7,663	0,599	0,599	18,558	7,687

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3 przedstawia porównanie wielkości ryzyka ubezpieczeniowego i długowieczności w stosunku do całkowitego ryzyka w zależności od liczby polis w portfelu dla osób w wieku 65 lat oraz porównanie indeksu ryzyka. Analiza wartości indeksu ryzyka, czyli wielkości ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym w stosunku do składki w tab. 3, wskazuje, że wraz ze wzrostem wieku osób wzrasta wartość tego indeksu niezależnie od liczby polis oraz rodzaju ryzyka. Z kolei należy zwrócić uwagę, iż niezależnie od liczby polis indeks ryzyka długowieczności nie ulega zmianie, tak więc zmiana liczby polis nie powoduje, że wielkość ryzyka

długowieczności w stosunku do składki ulegnie zmianie (por. tab. 3). Oczywiście ten udział rośnie wraz ze wzrostem wieku osób, natomiast wraz ze wzrostem liczby polis maleje wielkość ryzyka ubezpieczeniowego w stosunku do składki. Redukuje się ono prawie do zera. Podobnie maleje wielkość ryzyka demograficznego w stosunku do składki, ale tylko do poziomu udziału ryzyka długowieczności w składce.

Tabela 3. Porównanie wielkości ryzyka ubezpieczeniowego i długowieczności w stosunku do całkowitego ryzyka oraz indeksu ryzyka w zależności od liczby polis w portfelu dla osób w wieku 65 lat

N	$\frac{E\left(\text{Var}\left(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}\right)\right)}{\text{Var}\left(Y_i^{(n)}\right)}$	$\frac{\text{Var}\left(E\left(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}\right)\right)}{\text{Var}\left(Y_i^{(n)}\right)}$	$\frac{\sqrt{E\left(\text{Var}\left(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}\right)\right)}}{E\left(Y_i^{(n)}\right)}$	$\frac{\sqrt{\text{Var}\left(E\left(Y_i^{(n)} / \tilde{\theta}\right)\right)}}{E\left(Y_i^{(n)}\right)}$	$\frac{\sqrt{\text{Var}\left(Y_i^{(n)}\right)}}{E\left(Y_i^{(n)}\right)}$
1	0,941715	0,058285	0,658318	0,163777	0,678385
10	0,617695	0,382305	0,208178	0,163777	0,26488
100	0,139097	0,860903	0,065832	0,163777	0,176513
1000	0,0159	0,9841	0,020818	0,163777	0,165095
100000	0,000162	0,999838	0,002082	0,163777	0,163791

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki empiryczne potwierdzają fakt, iż częściowej redukcji ryzyka demograficznego można dokonać, zwiększając liczbę polis w portfelu. Jednak całkowita redukcja jest niemożliwa, gdyż niezależnie od liczby polis udział ryzyka związanego z wydłużaniem się trwania życia jest stały.

4. *LifeMetrics* jako narzędzie do oceny i zarządzania ryzykiem długowieczności

Przedstawione wyniki wskazują, że redukcja ryzyka demograficznego jest możliwa, jeżeli nastąpi zmniejszenie ryzyka długowieczności, zatem wzrastająca systematycznie długość trwania życia jest bardzo ważnym czynnikiem wpływającym na ryzyko portfela. W związku z tym należy podjąć prace dotyczące zarządzania ryzykiem związanym z tym czynnikiem i jego oceny. W tym celu JPMorgan w pracy pt. *LifeMetrics – A Toolkit for Measuring and Managing Longevity and Mortality Risks* [6] opublikowanej 13 marca 2007 r. zaproponował zestaw narzędzi do zarówno zarządzania ryzykiem długowieczności i śmiertelności, jak i mierzenia go. Mierniki te oraz sposoby zarządzania ryzykiem mogą zostać wykorzystane przez towarzystwa ubezpieczeń na życie, reasekuratorów i przez zakłady emerytalne. Zaproponowany zestaw narzędzi może być użyty do zarządzania różnymi portfelami, w których śmiertelność i jej zmiany są ważnym czynnikiem wpływającym na ryzyko. *LifeMetrics* może być również wykorzystany jako jedno z podstawowych rozwiązań problemu do zabezpieczenia oraz transferu ryzyka śmiertelności i długowieczności na rynki finansowe.

JPMorgan zaproponował, żeby *LifeMetrics* był zbiorem takich narzędzi, jak:

1. **Indeks *LifeMetrics*** – zbiór porównywalnych danych stanowiących podstawę do oszacowania i prognozowania współczynników zgonów i długowieczności

oraz do budowy instrumentów finansowych pozwalających zabezpieczyć ryzyko długowieczności na rynkach finansowych. Obecnie stworzony indeks *LifeMetrics* oparty jest na podstawowych danych dotyczących umieralności w zależności od wieku, płci i przyczyny zgonu, takich jak:

- a) centralny współczynnik zgonów m_x (*crude central rate of mortality*);
- b) prawdopodobieństwo zgonu osoby w wieku x q_x (*graduated initial rate of mortality*);
- c) oczekiwana długość trwania życia e_x (*life expectancy*).

2. Struktura *LifeMetrics* – zbiór narzędzi, metod i algorytmów wykorzystywanych do zarówno pomiaru ryzyka śmiertelności i długowieczności, jak i do zarządzania nim, pozwalających ocenić obecne i przeszłe zmiany umieralności. Wprowadzenie tego elementu ma również na celu sformułowanie i przedstawienie kolejnych etapów zarządzania ryzykiem oraz powiązanie ryzyka demograficznego i inwestycyjnego przez transfer ryzyka demograficznego na rynki kapitałowe.

3. Modelowanie *LifeMetrics* – zbiór modeli wykorzystanych do prognozowania intensywności umieralności. Obecnie przez JPMorgan zaproponowane są następujące stochastyczne modele umieralności: model Lee-Cartera (1992 r.)² [5], model Renshawa-Habermanna (2006 r.) [12], model Currie Age-Period-Cohort (2006 r.) [3], model Cairnsa, Blake'a, Dowda (2006 r.) [2], rozszerzenie modelu Cairnsa, Blake'a, Dowda (2007 r.) [1]. Modele te można opisać dwoma ogólnymi wzorami [1, s. 12]:

$$\log m_x(t) = \sum_i \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \gamma_{t-x}^{(i)}, \quad (9)$$

$$\text{logit } q_x(t) = \sum_i \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \gamma_{t-x}^{(i)}. \quad (10)$$

gdzie: $\beta_x^{(i)}$ – parametr odzwierciedlający skutki zmiany intensywności umieralności spowodowane wiekiem, przedstawia on względną szybkość zmian umieralności w wieku x w czasie t , $\kappa_t^{(i)}$ – parametr opisujący ogólną tendencję do zmian umieralności w czasie t , $\gamma_{t-x}^{(i)}$ – parametr prezentujący skutki zmiany intensywności umieralności spowodowane kohortą.

5. Podsumowanie

Prace podjęte przez JPMorgan wskazują na rosnące znaczenie ryzyka długowieczności i śmiertelności w zarządzaniu funduszami zakładów emerytalnych i towarzystw ubezpieczeń na życie. Pod koniec roku 2008 w wyniku wprowadzonej reformy systemu emerytalno-rentowego powinny powstać pierwsze w Polsce zakłady emerytalne. Aby właściwie nimi zarządzać i umiejętnie wycenić produkty oferowane klientom, należy realizować następujące zadania: powinien postępować rozwój modeli do prognozowania

² Opis modelu oraz jego wykorzystanie do prognozowania umieralności autorka przedstawiła w pracy [9].

umieralności, w tym stochastycznych modeli opisujących umieralność. Należy również ocenić wrażliwość portfela firm ubezpieczeniowych i zakładów emerytalnych na ryzyko długowieczności i śmiertelności oraz dokonać oceny ilościowej rozmiaru ryzyka długowieczności i śmiertelności w ich portfelach. Ważne także jest wprowadzenie strategii zabezpieczających przed ryzykiem długowieczności, a tym samym powiązanie tego ryzyka z instrumentami na rynku kapitałowym.

Literatura

- [1] Cairns A., Blake D., Dowd K., Coughlan G.D., Epstein D., Ong A., Balevich I. *A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England and Wales and the United States*, 2007, <http://cms.jpmorgan.com/lifemetrics>.
- [2] Cairns A., Blake D., Dowd K., *A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration*, „The Journal of Risk and Insurance” 2006 nr 73(4).
- [3] Currie I.D., *Smoothing and Forecasting Mortality Rates with p-Splines*, Institute of Actuaries, 2006, <http://www.ma.hw.ac.uk/~iain/research/talks.html>.
- [4] Dowd K., Cairns A., Blake D., *Mortality-Dependent Financial Risk Measures*, „Insurance: Mathematics and Economics” 2006 nr 38.
- [5] Lee R., Carter L.R., *Modeling and Forecasting US Mortality*, „Journal of the American Statistical Association” 1992 nr 87(419).
- [6] *LifeMetrics: A Toolkit for Measuring and Managing Longevity and Mortality Risks Technical Document*, Pension Advisory Group, JPMorgan Chase Bank, N.A., 2007, <http://www.jpmorgan.com/pages/jpmorgan/investbk/solutions/lifemetrics/library>.
- [7] Olivieri A., *Uncertainty in Mortality Projections: an Actuarial Perspective*, „Insurance: Mathematics and Economics” 2001, vol. 29.
- [8] Papież M., *Metody oceny ryzyka demograficznego i inwestycyjnego dla portfela ubezpieczeń na życie*, referat na konferencji nt. „Modelowanie preferencji a ryzyko '07”, Ustroń, 15-17 kwietnia 2007, w druku.
- [9] Papież M., *Wpływ procesu starzenia się ludności na ryzyko w ubezpieczeniach na życie*, referat na konferencji nt. „Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek Polski”, Szklarska Poręba, 25-27 września 2006, w druku.
- [10] Papież M., Wanat S., *Ryzyko ubezpieczeniowe i inwestycyjne dla portfela ubezpieczeń na życie*, [w:] *Modelowanie preferencji a ryzyko '99*, cz. 2, red. T. Trzaskalik, AE, Katowice 1999.
- [11] Pitacco E., *Survival Models in a Dynamic Context: a Survey*, „Insurance: Mathematics and Economics” 2004, vol. 35.
- [12] Renshaw A.E., Haberman, S., *A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors*, „Insurance: Mathematics and Economics” 2006, vol. 38.

THE LONGEVITY RISK FOR THE PORTFOLIO OF THE LIFE INSURANCE AND PENSION PLANS

Summary

The paper presents the analysis of the influence of ageing process of the population on the assessment of the products of insurance companies regarding living benefits. In the assessment and management of living benefits two fundamental risk sources play a fundamental role: the investment

risk and the demographic risk. The demographic risk is divided into components: the insurance risk and the longevity risk. The longevity risk is particularly important; it derives from improvements in mortality trend which determine systematic deviations of the number of deaths from its expected values. The article presents the influence of growth of number of policies of life annuities in portfolio on size of insurance and longevity risk. This analysis shows that the growth of number of policies causes reduction in insurance risk and the increase of longevity risk. Hence appropriate policy is important for longevity risk management. So, the paper also presents *LifeMetrics* – a toolkit for measuring and managing longevity risk.