

Paweł Rokita

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

POMIAR ZALEŻNOŚCI MIĘDZY EKSTREMALNYMI STRATAMI NA POLSKIM RYNKU AKCJI I NA WYBRANYCH RYNKACH ŚWIATOWYCH

1. Wstęp

Jak pokazują badania opisywane w literaturze (por. np.: [Schmidt, Stadtmüller 2003; Frahm, Junker, Schmidt 2005]), w ostatnich latach obserwuje się wzrost zależności między wartościami ekstremalnymi stóp zwrotu na rynkach finansowych różnych krajów. Dotyczy to zwłaszcza strat – por. [Poon, Rockinger, Tawn 2004, s. 582]. Fakt ten może mieć istotne konsekwencje dla pomiaru ryzyka portfeli zdywersyfikowanych międzynarodowo. Dotyczy to oczywiście również portfeli zawierających instrumenty finansowe rynku polskiego. Dlatego zasadne jest badanie tego zjawiska także w Polsce. W niniejszym tekście zostało zaprezentowane jedno z podejść do takiej analizy.

Artykuł ten stanowi kontynuację wcześniejszych badań, które polegały na testowaniu hipotezy o asymptotycznej niezależności w ogonie dla stóp zwrotu z rynku polskiego i wybranych rynków światowych [Rokita 2006]. Estymacja współczynnika zależności w ogonie wymaga uprzedniego przeprowadzenia takich testów – por. np. [Frahm, Junker, Schmidt 2005]).

Pierwsza część artykułu stanowi krótkie wprowadzenie teoretyczne. Przedstawiono w niej m.in. definicję asymptotycznej zależności w ogonie i omówiono interpretację współczynnika TDC. W części drugiej zaprezentowano wybrane estymatory parametru TDC, które zostały wykorzystane w badaniach, a także przedstawiono dane. W części trzeciej porównano estymatory na podstawie symulacji, a następnie przeprowadzono badania empiryczne. Dla wybranych par indeksów akcji i dla różnych okresów dokonano estymacji współczynnika zależności w ogonie.

Wyniki dotyczące tych par indeksów oraz okresów, w których zaobserwowano zależność asymptotyczną w ognie, znajdują się w załącznikach. Wnioski przedstawiono w części „Podsumowanie”.

2. Pomiar współczynnika zależności w ognie

Na potrzeby przeprowadzonych badań przyjęto definicję asymptotycznej zależności w ognie oraz jej miary – współczynnika zależności w ognie (TDC).

Definicja 1. Zależność (asymptotyczna) w ognie

Niech $X = (X_1, X_2)^T$ będzie 2-wymiarowym wektorem losowym. Zależność w prawym ognie występuje dla X , jeżeli zachodzi:

$$\lambda_u \equiv \lim_{p_u \rightarrow 1^-} P(X_1 > F_1^{-1}(p_u) | X_2 > F_2^{-1}(p_u)) > 0. \quad (1)$$

Podobnie można zdefiniować zależność asymptotyczną w lewym ognie.

Z kolei współczynnik (asymptotycznej) zależności w ognie definiuje się jako:

Definicja 2. Współczynnik zależności ognie (TDC):

$$\lambda_u = \lim_{p_u \rightarrow 1^-} P(X_1 > F_1^{-1}(p_u) | X_2 > F_2^{-1}(p_u)). \quad (2)$$

Analogicznie definiuje się współczynnik zależności w dolnym ognie (λ_l).

Z definicji 1 wynika, że dwie zmienne losowe są asymptotycznie zależne w ognie, jeżeli zachodzi: $\lambda_u > 0$ (lub $\lambda_l > 0$). Z kolei są one asymptotycznie niezależne, jeżeli $\lambda_u = 0$ (lub $\lambda_l = 0$). Gdy zależność w ognie jest opisywana jedynie za pomocą współczynnika TDC (λ_u lub λ_l), to znaczy, że analizowana jest tylko zależność asymptotyczna. Estymacja tego współczynnika jest poprzedzana weryfikacją hipotezy o asymptotycznej niezależności¹.

Dla danych analizowanych w tym artykule (indeks WIG20 i wybrane indeksy zagranicznych rynków akcji) problem weryfikacji hipotezy o braku asymptotycznej zależności był już wcześniej rozpatrywany – por. [Rokita 2006]. Natomiast przedstawione tu badania koncentrują się na szacowaniu współczynnika TDC, z uwzględnieniem wyników tamtych testów.

Współczynnik TDC może być estymowany na różne sposoby. W literaturze omawia się wiele metod estymacji parametrycznej, semiparametrycznej i nieparametrycznej [Frahm, Junker, Schmidt 2005, s. 10].

¹ Asymptotyczną niezależność, czyli hipotezę, że $\lambda_u = 0$, testuje się jednak pośrednio. Polega to na testowaniu hipotezy, że uzupełniająca miara zależności, $\bar{\lambda}_u$, jest równa 1. Jeżeli $\bar{\lambda}_u$ jest istotnie mniejsza od jedności, to należy wyciągnąć wniosek o asymptotycznej niezależności. Wtedy zachodzi: $\lambda_u = 0$, a zatem nie należy estymować parametru λ_u . Gdy bowiem nie ma asymptotycznej zależności w ognie, estymacja TDC nie ma sensu, a nawet nie jest możliwa – por. [Frahm, Junker, Schmidt 2005, s. 22].

W opisywanych badaniach nie poczyniono założeń co do postaci parametrycznej² rozkładu wielowymiarowego czy też funkcji powiązań. Aby uniknąć błędów specyfikacji modelu, wykorzystano estymatory nieparametryczne.

3. Opis badań

Analizowana jest asymptotyczna zależność między wartościami ekstremalnymi stóp zwrotu dla następujących par indeksów akcji:

- WIG20, DAX30,
- WIG20, FTSE100,
- WIG20, S&P500,
- WIG20, NIKKEI300.

Wybrano indeksy akcji największych spółek z głównych giełd światowych oraz Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Zastosowano też opóźnienia indeksów zagranicznych względem WIG20 o 0, 1, 2, a nawet 3 dni. Ponadto każdą próbę dzielono na 2 podpróby o równej liczebności.

Estymację współczynnika zależności w ogonie przeprowadzono z wykorzystaniem następujących nieparametrycznych estymatorów (wzory (5-10)) – por. [Frahm, Junker, Schmidt 2004]. Przyjmijmy, że analizowana jest para stóp zwrotu (r_1, r_2) , przy czym dysponujemy n -elementową próbą: $(r_{1,1}, r_{2,1}), (r_{1,2}, r_{2,2}), \dots, (r_{1,n}, r_{2,n})$. Niech $R_1^{(j)}$ będzie rangą j -tej obserwacji w próbce: $r_{1,1}, r_{1,2}, \dots, r_{1,n}$, $R_2^{(j)}$ będzie zaś rangą j -tej obserwacji w próbce: $r_{2,1}, r_{2,2}, \dots, r_{2,n}$. Przyjmijmy ponadto, że za obserwacje ekstremalne będziemy przyjmować k najwyższych obserwacji w próbce³.

² Wynikało to z uwag zawartych w opracowaniach innych autorów. Co prawda, analizy pierwiastka średniego kwadratu błędu, obciążenia i wariancji estymatorów współczynnika TDC, przeprowadzone dla danych symulowanych z różnych modeli, pokazują, że estymatory parametryczne są lepsze od estymatorów nieparametrycznych. Jest tak jednak tylko wówczas, gdy estymator parametryczny zakłada ten sam model, z którego rzeczywiście zostały wygenerowane dane. Natomiast w przypadku błędnej specyfikacji modelu estymatory parametryczne TDC stają się praktycznie bezużyteczne. Ponieważ zaś błąd specyfikacji modelu jest nieunikniony dla danych pochodzących z rynku, wybrano to podejście wykorzystujące estymatory nieparametryczne.

³ Liczba najwyższych statystyk pozycyjnych traktowanych jako dane z ogona zależy oczywiście od wyboru progu, czyli prawdopodobieństwa p_u i odpowiadających mu kwantyli u_1 i u_2 – por. wzór (1). Problem ustalania progu (lub prawdopodobieństwa progowego) jest opisywany w literaturze poświęconej jednowymiarowej teorii wartości ekstremalnych (np. [Embrechts, Kluppelberg, Mikosch 1997, s. 355, 341, 358-364]). W przypadku wielowymiarowym to zagadnienie nie różni się od jednowymiarowego. Dlatego, choć nie jest to problem banalny, nie będzie tutaj dalej omawiany.

Tabela 1. Estymatory TDC wykorzystane w badaniach

Estymator (nr)	Górny	
1	$\hat{\lambda}_{u1}(n,k) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^n 1_{\{R_1^{(j)}(n) > n-k \wedge R_2^{(j)}(n) > n-k\}}$	(3)
2	$\hat{\lambda}_{u2}(n,k) = 2 - \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^n 1_{\{R_1^{(j)}(n) > n-k \vee R_2^{(j)}(n) > n-k\}}$	(5)
3	$\hat{\lambda}_{u3}(n,k) = 2 - \left[\ln \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n 1_{\{R_1^{(j)}(n) \leq n-k \wedge R_2^{(j)}(n) \leq n-k\}} \right) \right] / \ln \left(\frac{n-k}{n} \right)$	(7)
Estymator (nr)	Dolny	
1	$\hat{\lambda}_{L1}(n,k) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^n 1_{\{R_1^{(j)}(n) \leq k \wedge R_2^{(j)}(n) \leq k\}}$	(4)
2	$\hat{\lambda}_{L2}(n,k) = 2 - \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^n 1_{\{R_1^{(j)}(n) \leq k \vee R_2^{(j)}(n) \leq k\}}$	(6)
3	$\hat{\lambda}_{L3}(n,k) = 2 - \ln \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n 1_{\{R_1^{(j)}(n) > k \wedge R_2^{(j)}(n) > k\}} \right) / \ln \left(\frac{n-k}{n} \right)$	(8)

Źródło: [Schmidt, Stadtmüller 2003].

Przed przystąpieniem do szacowania współczynnika TDC dla danych rynkowych przeprowadzono analizę wariancji i obciążenia estymatorów na podstawie danych symulowanych. Do symulacji wykorzystano modele dwuwymiarowych archimedesowskich funkcji powiązań, dla których współczynnik zależności w ogonie jest znany. Jako rozkłady brzegowe zastosowano rozkłady normalne. Wybrano następujące archimedesowe funkcje powiązań:

- funkcja powiązań Gumbela (nr 4 według Nelsena),
- funkcja powiązań (nr 12 według klasyfikacji Nelsena).

Pierwsza z nich posiada własność zależności asymptotycznej w górnym ogonie, a druga – w zarówno górnym, jak i dolnym. Lepszymi estymatorami okazały się estymatory 1 i 2 (por. wzory (3)-(6)) niż estymator 3 (wzory (7)-(8)). Estymatory 1 i 2 w przeprowadzonym porównaniu wykazywały takie same obciążenia i wariancje. Uzyskana średnia wartość estymatora również była identyczna. Tabele 1 i 2 przedstawiają przykładowe wyniki porównań estymatorów dla modeli z funkcją powiązań Gumela o parametrze θ równym 10 oraz funkcją powiązań nr 12 o parametrze $\theta 5$.

4. Wyniki badań

Jak wspomniano w części poświęconej opisowi badań, w pierwszym kroku estymatory zostały porównane pod względem wariancji i obciążenia. Przykładowe wyniki porównań znajdują się w tab. 1 i 2. Estymacja dla danych symulowanych była prowadzona bez wcześniejszego testowania asymptotycznej niezależności w

ogonie. Nie było to potrzebne, gdyż wartość współczynnika TDC dwuwymiarowej zmiennej losowej, z której pochodzą próby, jest w tym przypadku i tak znana, jednak pominięcie etapu testowania asymptotycznej niezależności ujawniło, jak ryzykowne byłoby zastosowanie tych estymatorów w odniesieniu do danych pochodzących z rynku, bez uprzedniego testowania asymptotycznej niezależności. Z tabeli 1 odczytujemy, że wszystkie 3 estymatory dla dolnego ogona średnio przyjmowały wysoką wartość wskazującą na stosunkowo silną asymptotyczną zależność, podczas gdy takiej zależności nie było.

Tabela 2. Porównanie estymatorów współczynnika zależności w ogonie dla prób symulowanych z rozkładu o funkcji powiązań Gumbela i normalnych rozkładach brzegowych

Nr archimedesowskiej funkcji powiązań wykorzystanej w symulacji:	4
θ (symulacja):	10
Rozkłady brzegowe (symulacja):	normalne

Górný TDC teoret.:	0,9282	Dolny TDC teoret.:	0
--------------------	--------	--------------------	---

	Górný TDC				Dolny TDC			
	RMSE	Obciążenie	Wariancja	Średnia	RMSE	Obciążenie	Wariancja	Średnia
Est. 1:	0,00173	-0,00273	0,00174	0,926	0,56	0,74900	0,00384	0,749
Est. 2:	0,00173	-0,00273	0,00174	0,926	0,56	0,74900	0,00384	0,749
Est. 3:	0,00178	-0,00356	0,00178	0,925	0,56	0,74576	0,00396	0,746

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Porównanie estymatorów współczynnika zależności w ogonie dla prób symulowanych z rozkładu o funkcji powiązań nr 12 według klasyfikacji Nelsena i normalnych rozkładach brzegowych

Nr archimedesowskiej funkcji powiązań wykorzystanej w symulacji:	12
θ (symulacja):	5
Rozkłady brzegowe (symulacja):	normalne

Górný TDC teoret.:	0,85130	Dolny TDC teoret.:	0,87055
--------------------	---------	--------------------	---------

	Górný TDC				Dolny TDC			
	RMSE	Obciążenie	Wariancja	Średnia	RMSE	Obciążenie	Wariancja	Średnia
Est. 1:	0,00410	-0,00230	0,00414	0,849	0,00312	0,00145	0,00315	0,872
Est. 2:	0,00410	-0,00230	0,00414	0,849	0,00312	0,00145	0,00315	0,872
Est. 3:	0,00423	-0,00412	0,00425	0,847	0,00320	-0,00005	0,00323	0,870

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki te są zbliżone dla wszystkich trzech estymatorów. Estymator 3 okazał się gorszy od dwóch pierwszych. Jednak w literaturze zwraca się uwagę na niektóre jego wygodne własności⁴ [Frahm, Junker, Schmidt 2004, s. 15; 2005, s. 10], dlatego dalej zostaną zaprezentowane wyniki uzyskane również przy zastosowaniu tego estymatora.

⁴ Np. w przypadku pełnej niezależności estymator ten ma wartość oczekiwaną 0.

Tabele Z1.1-Z1.7 (Załącznik 1) przedstawiają wartości estymatorów dla danych rynkowych. Analizowano logarytmiczne straty – logarytmiczne stopy zwrotu pomnożone przez -1 . Próba liczy 1250 obserwacji. Ponadto analizowano osobno krótsze próby o długości 500 obserwacji⁵. Ze względu na ograniczoną objętość tego artykułu zamieszczono tylko wyniki dotyczące tych par indeksów i takich opóźnień, dla których nie występowała asymptotyczna niezależność w ognie⁶.

Zaobserwowano, że w większej liczbie przypadków uzyskiwano różny od zera współczynnik TDC w dolnym niż górnym ognie. Ponieważ analizowane są straty, oznacza to zależność między ponadprzeciętnie dużymi zyskami, a nie stratami. Wynik ten jest pewnym zaskoczeniem. Uzyskane estymatory przyjmowały wartości znacznie niższe od jedności (a wcześniej przeprowadzone badania odnośnie do danych symulowanych pokazały, że ich wariancja może być duża). Tego, czy wartość współczynnika zależności w ognie jest istotnie wyższa od zera, nie analizuje się jednak na podstawie rozkładu estymatora TDC (z przyczyn omówionych wcześniej), ale pośrednio, przez badanie estymatora parametru $\bar{\lambda}$ (por. przypis 1). W prezentowanym artykule nie uczyniono tego.

Inną zastanawiającą obserwacją jest częste występowanie asymptotycznej zależności w ognie przy opóźnieniu 3 dni roboczych – 3 pary indeksów oraz 4 dni – 1 para. Dla takiej samej liczby par indeksów zaobserwowano zależności przy mniejszym opóźnieniu (1, 2). Nie stwierdzono asymptotycznej zależności w ognie między jednoczesnymi stopami zwrotu z indeksu WIG20 i którymkolwiek z pozostałych badanych. Może to stanowić przesłankę przemawiającą za hipotezą o wpływie informacji o ponadprzeciętnych stopach zwrotu za granicą na stopy zwrotu w Polsce. Inaczej niż przypuszczano, zależność taka często dotyczy zysków, a nie strat.

5. Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych badań wskazują na występowanie asymptotycznej zależności w ognie między stopami zwrotu z indeksu WIG20 a niektórymi indeksami największych spółek głównych rynków światowych. Zależność taką najczęściej obserwowano w przypadku opóźnień 3 dni roboczych (stopy zwrotu z indeksów zagranicznych wcześniejsze o 3 dni względem WIG20). Występowała ona też

⁵ Analizowane były również podpróby o liczebności 250 obserwacji. Wówczas jednak, przy prawdopodobieństwie progowym 0,98, liczba statystyk pozycyjnych przekraczających próg wynosiła 5, dlatego wyników uzyskanych dla tak małych prób w ogóle nie zamieszczono.

⁶ Sformułowanie „nie występowała”, a nie: „nie było podstaw do odrzucenia hipotezy o asymptotycznej niezależności w ognie” jest uzasadnione konstrukcją testu. Testowana jest bowiem nie hipoteza $H_0: \lambda_u = 0$ przeciw hipotezie $H_1: \lambda_u \in (0,1]$, tylko hipoteza $H_0': \bar{\lambda}_u = 1$ przeciw hipotezie alternatywnej $H_1': \bar{\lambda}_u \neq 1$. Hipoteza $H_0: \lambda_u = 0$ jest więc testowana pośrednio. Gdy zostanie odrzucona hipoteza H_0' , należy przyjąć hipotezę H_0 (a nie tylko „nie ma podstaw do jej odrzucenia”).

częściej dla ekstremalnych zysków niż strat. Obie te obserwacje stanowią pewne zaskoczenie i niewątpliwie wymagane byłoby ich potwierdzenie na próbach pochodzących z innych okresów. Warto zwrócić uwagę, że wnioski te stoją też raczej w sprzeczności z intuicyjnym sądem, jaki mógłby zostać dokonany na podstawie samej tylko wzrokowej analizy wykresów rozrzutu – por. rys. Z2.4 i Z2.5 (Załącznik 2).

Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że wyniki otrzymane dla całej próby (1250 dni roboczych) różniły się znacznie od tych uzyskanych dla podprób o liczebności 500 obserwacji. Może to wynikać ze zbyt małej liczby obserwacji ekstremalnych w krótszych próbach. Przyczyną tych różnic może być też jednak niesłuszne przyjęcie modelu statycznego.

Nawet jednak jeśli model statyczny dobrze opisuje zależność ekstremalną między indeksami, to występuje niebezpieczeństwo wynikające z asymptotycznego charakteru badanej zależności w ogonie. Wnioskowanie dotyczy własności występującej w odniesieniu do wartości przekraczających pewien wysoki kwantyl, która to własność ma zachodzić w granicy, gdy ów kwantyl progowy dąży do nieskończoności. Przeprowadzane jest ono jednak na podstawie skończonej próby. Nawet z rozkładu o cienkich łącznych ogonach można wygenerować próbę o podobnych własnościach jak próby wygenerowane z rozkładów charakteryzujących się asymptotyczną zależnością w ogonie. Przykłady takich prób wraz z wykresami rozrzutu można znaleźć np. w artykule Frahma, Junkera i Schmidta [2005, s. 11]. Dlatego wskazana jest ostrożność przy wyciąganiu wniosków z zaprezentowanych tu badań.

Załącznik 1

Tabela Z1.1

Liczebność próby:	1250
Opóźn. (2 wzgl. 1):	1
Liczba podprób:	1

para: [WIG20, S&P500]					
	Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\hat{\lambda}_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\hat{\lambda}_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
Est. 1:		0	0,2	1	0
Est. 2:		0	0,2	1	0
Est. 3:		0	0,185	1	0

Źródło: obliczenia własne.

Tabela Z1.2

Liczebność próby:	1250
Opóźn. (2 wzgl. 1):	2
Liczba podprób:	1

para: [WIG20, FTSE100]					
	Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\hat{\lambda}_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\hat{\lambda}_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
Est. 1:		0	0,04	1	0
Est. 2:		0	0,04	1	0
Est. 3:		0	0,02	1	0

Źródło: obliczenia własne.

Tabela Z1.3.

Liczebność próby:	1250
Opóźn. (2 wzgl. 1)	3
Liczba podprób:	1

para: [WIG20, FTSE100]				
Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\lambda_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\lambda_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
Est. 1:	0	0,04	1	0
Est. 2:	0	0,04	1	0
Est. 3:	0	0,02	1	0

para: [WIG20, S&P500]				
Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\lambda_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\lambda_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
Est. 1:	0	0,04	1	0
Est. 2:	0	0,04	1	0
Est. 3:	0	0,02	1	0

para: [WIG20, NIKKEI300]				
Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\lambda_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\lambda_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
Est. 1:	0	0,04	1	0
Est. 2:	0	0,04	1	0
Est. 3:	0	0,02	1	0

Źródło: obliczenia własne.

Tabela Z1.4.

Liczebność podpróby:	500
Opóźn. (2 wzgl. 1):	0
Liczba podprób:	2

para: [WIG20, DAX30]					
Podokres (z 2)	Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\lambda_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\lambda_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
1	Est. 1:	0	0	1	1
	Est. 2:	0	0	1	1
	Est. 3:	0	0	1	1
2	Est. 1:	0	0,1	1	0
	Est. 2:	0	0,1	1	0
	Est. 3:	0	0,08	1	0

Źródło: obliczenia własne.

Tabela Z1.6.

Liczebność podpróby:	500
Opóźn. (2 wzgl. 1):	3
Liczba podprób:	2

para: [WIG20, DAX30]					
Podokres (z 2)	Estyma- tor	λ_u	λ_L	Czy odrz. λ_u = 1 (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. λ_L = 1 (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
1	Est. 1:	0,1	0,1	0	0
	Est. 2:	0,1	0,1	0	0
	Est. 3:	0,08	0,08	0	0
2	Est. 1:	0	?	1	-
	Est. 2:	0	?	1	-
	Est. 3:	0	?	1	-

para: [WIG20, FTSE100]					
Podokres (z 2)	Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. λ_u = 1 (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. λ_L = 1 (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
1	Est. 1:	0,2	0	0	1
	Est. 2:	0,2	0	0	1
	Est. 3:	0,19	0	0	1
2	Est. 1:	0	?	1	-
	Est. 2:	0	?	1	-
	Est. 3:	0	?	1	-

Źródło: obliczenia własne.

Tabela Z1.5.

Liczebność podpróby:	500
Opóźn. (2 wzgl. 1):	1
Liczba podprób:	2

para: [WIG20, DAX30]					
Podokres (z2)	Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\lambda_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\lambda_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
1	Est. 1:	0,1	0	0	0
	Est. 2:	0,1	0	0	0
	Est. 3:	0,08	0	0	0
2	Est. 1:	0	0	1	0
	Est. 2:	0	0	1	0
	Est. 3:	0	0	1	0

Źródło: obliczenia własne.

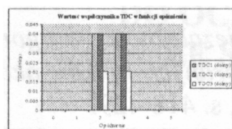
Tabela Z1.7.

Liczebność podpróby:	500
Opóźn. (2 wzgl. 1):	4
Liczba podprób:	2

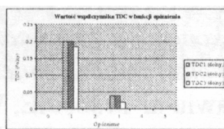
para: [WIG20, S&P500]					
Podokres (z 2)	Estymator	λ_u	λ_L	Czy odrz. $\bar{\lambda}_u = 1$ (czy odrz. $\lambda_u \neq 0$)	Czy odrz. $\bar{\lambda}_L = 1$ (czy odrz. $\lambda_L \neq 0$)
1	Est. 1:	0	0,1	1	0
	Est. 2:	0	0,1	1	0
	Est. 3:	0	0,082	1	0
2	Est. 1:	0,1	?	0	-
	Est. 2:	0,1	?	0	-
	Est. 3:	0,082	?	0	-

Źródło: obliczenia własne.

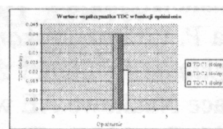
Załącznik 2



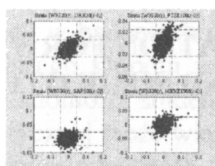
Rys. Z2.1. Współczynnik λ_L w funkcji opóźnienia dla pary indeksów WIG20 i FTSE100. Cała próba (1250 obserwacji)
Źródło: obliczenia własne.



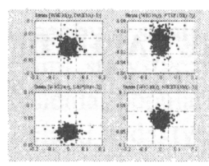
Rys. Z2.2. Współczynnik λ_L w funkcji opóźnienia dla pary indeksów WIG20 i S&P500. Cała próba (1250 obserwacji)
Źródło: obliczenia własne.



Rys. Z2.3. Współczynnik λ_L w funkcji opóźnienia dla pary indeksów WIG20 i NIKKEI300. Cała próba (1250 obserwacji)
Źródło: obliczenia własne.



Rys. Z2.4. Wykresy rozrzutu logarytmicznych strat bez opóźnienia. Cała próba (1250 obserwacji)
Źródło: opracowanie własne.



Rys. Z2.5. Wykresy rozrzutu logarytmicznych strat z opóźnieniem 3 dni robocze. Cała próba (1250 obserwacji)
Źródło: opracowanie własne.

Literatura

- Armstrong M. (2003), *Copula Catalogue. Part 1, Bivariate Archimedean Copula*, maszynopis CERNA, Paryż, Curuscant, www.cerna.ensmp.fr.
Coles S., Heffernan J., Tawn J. (1999), *Dependence Measures for Extreme Value Analyses*, „Extremes” nr 2,4, s. 339-365.

- Dungey M., Fry R., González-Hermosillo B., Martin V.L. (2005), *A Monte Carlo Alternative Test of Contagion*, raport badawczy Australian National University, MFW i University of Melbourne.
- Embrechts P., Kluppelberg C., Mikosch T. (1997), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer.
- Fernandez V. (2003), *Extreme Value Theory, Value at Risk and Returns Dependence Around the World*, raport badawczy University of Chile, Department of Industrial Engineering.
- Frahm G., Junker M., Schmidt R. (2005), *Estimating the Tail-Dependence Coefficient. Properties and Pitfalls*, raport badawczy CAESAR i London School of Economics.
- Frahm G., Junker M., Schmidt R. (2004), *Estimating the Tail-Dependence Coefficient. Properties and Pitfalls*, raport badawczy CAESAR i London School of Economics.
- Poon S.-H., Rockinger M., Tawn J. (2004), *Extreme Value Dependence In Financial Markets, Diagnostics, Models, and Financial Implications*, „The Review of Financial Studies” vol. 17, nr 2, s. 581-610.
- Rokita P. (2006), *Wykorzystanie koncepcji asymptotycznej niezależności w ogonie rozkładu do analizy zależności ekstremalnej indeksów wybranych rynków akcji*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 1133, AE, Wrocław, s. 418-429.
- Schmidt R. (2004), *Tail Dependence*, [w:] W. Härdle, P. Cizek, R. Weron (red.), *Statistical Tools in Finance and Insurance*, Springer Verlag, s. 65-91.
- Schmidt R., Stadtmüller U. (2003), *Nonparametric Estimation of Tail Dependence*, raport badawczy London School of Economics.

EXTREME VALUE DEPENDENCE ESTIMATION FOR STOCK- -INVESTMENT LOSSES IN POLAND AND SOME OTHER MARKETS

Summary

This paper reports on some research in extreme-value dependence for returns of WIG20 index (the index comprising stocks of the 20 biggest companies in Warsaw Stock Exchange) and relative indices of some other markets. Asymptotic dependence concept is utilized and tail dependence coefficient (TDC) – a measure of asymptotic dependence – is estimated. The article is a continuation of a former research, whose aim was testing for existence of asymptotic dependence between stock market indexes.