

Stanisława Bartosiewicz

**JESZCZE RAZ O KONSTRUKCJI I ANALIZIE
PRZESTRZENNYCH MODELI EKONOMETRYCZNYCH
PRODUKTU KRAJOWEGO BRUTTO
WEDŁUG WOJEWÓDZTW POLSKI W LATACH 1999-2003**

1. Wstęp

W „Księdze jubileuszowej dla uczczenia 90. urodzin Profesora Kazimierza Zająca” zamieściłam artykuł [2] dotyczący ekonometrycznych modeli wyjaśniających kształtowanie się wojewódzkich PKB w ujęciu globalnym, tzn. mierzonym w cenach bieżących w milionach zł rocznie. Modele te wyjaśniają przeto, jak poszczególne województwa przyczyniają się do wartości krajowego PKB i jakie zmienne ekonomiczne to warunkują.

W wymienionym wyżej artykule podjęłam też trud wypróbowania metody „stopniowej” konstrukcji modeli, mego autorstwa, opisaney w książeczce *Ekonometria z przymrużeniem oka*.

Teraz postanowiłam spojrzeć na wojewódzkie PKB okiem mieszkańca województwa, a mianowicie, czy on – średnio rzecz biorąc – odczuje większą wartość PKB jako polepszenie (mówiąc górnolotnie) w jakimś sensie „jakości” swego życia i jakie zmienne to spowodują. Stąd modele konstruowane są na danych podzielonych przez ogólną liczbę mieszkańców województw.

Rozpatrywane zmienne w tym artykule to:

Y/L – PKB w cenach bieżących w milionach zł rocznie na tysiąc mieszkańców; tzn. w tysiącach zł na 1 mieszkańca;

X_1/L – wartość inwestycji w cenach bieżących w tysiącach zł rocznie na 1 mieszkańca;

X_2/L – wartość środków trwałych w cenach bieżących w tysiącach zł rocznie na 1 mieszkańca;

X_3/L – procent zatrudnionych osób na koniec każdego roku w stosunku do ogólnej liczby ludności;

X_4 – wskaźnik urbanizacji województwa, tj. procent ludności miejskiej w stosunku do ogólnej liczby ludności.

Wszystkie dane pochodzą z odpowiednich czasowo Roczników Statystycznych GUS-u z działu „Ważniejsze dane o województwach”. Zwalnia mnie to od przekazywania Czytelnikom tablic je zamieszczających.

2. Porównanie średnich rang województw określonych na zmiennych globalnych oraz na zmiennych podzielonych przez ogólną liczbę mieszkańców

We wspomnianym we wstępie artykule pokazano wartości średnich rang oraz metodę ich liczenia, która teraz została zastosowana do tych samych danych, ale podzielonych przez ogólną liczbę mieszkańców. W obliczeniach tych nie brała udziału zmienna X_4 .

Tabela 1. Porównanie rang

Województwa	Średnie rangi danych globalnych	Średnie rangi danych dzielonych przez liczbę ludności (L)
Mazowieckie	1,00	1,00
Śląskie	2,00	4,70
Wielkopolskie	3,00	4,35
Dolnośląskie	4,19	5,85
Małopolskie	4,81	8,45
Łódzkie	5,83	8,40
Kujawsko-pomorskie	7,12	10,80
Pomorskie	7,81	7,15
Lubelskie	8,19	11,70
Zachodniopomorskie	9,31	8,85
Podkarpackie	11,35	10,65
Warmińsko-mazurskie	12,13	14,30
Świętokrzyskie	12,75	9,60
Opolskie	14,00	8,60
Podlaskie	14,37	10,95
Lubuskie	14,94	9,85

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać, województwa zmieniły swoje miejsca w rankingu opartym na zmiennych odniesionych do ogólnej liczby ludności (L). Na przykład na swoich miejscach zostały tylko woj. mazowieckie i dolnośląskie, a woj. śląskie i wielkopolskie zamieniły się miejscami. Zmiany w porządku pozostałych województw są już bardziej skomplikowane. Niemniej jednak współczynnik korelacji między oby-

dwiema rangami jest dość wysoki, wynosi bowiem 0,75. Jest oczywiste, że zmiany te powoduje wprowadzona do obliczeń liczba ludności województw. Oznacza to, że efekty dwu ról odgrywanych przez władze wojewódzkie jednego z województw nie mają jednakowego poziomu w stosunku do innych województw.

Przypominam, że jedna rola to powiększanie krajowego PKB w ujęciu globalnym, druga zaś to zapewnianie mieszkańcom poczucia lepszej „jakości” życia. Wybrane województwo może np. lepiej od innego przyczyniać się do zwiększenia PKB krajowego, a gorzej – do poprawienia „jakości” życia przeciętnego mieszkańca.

3. Liniowe modele ekonometryczne uzależniające zmienną Y/L od X_1/L , X_2/L i X_3/L

Rok 1999

$$Y/L = 12,8 - 11,1 X_1/L - 0,03 X_2/L + 2,72 X_3/L + e. \quad (1)$$

Jak widać, model ten nadaje się tylko do kosza, mimo że dopasowanie do danych jest znakomite ($R^2 = 0,94$), bowiem ujemne znaki przy ocenach parametrów przy zmiennych X_1/L i X_2/L nie spełniają warunku koincydencji (ich wpływ na PKB/L jest jakoby ujemny, co jest bezsensowne). Poza tym, przyjmując poziom istotności równy 0,05, nie są istotne. Jedynie ocena parametru przy zmiennej X_3/L może mieć sens i ma walor istotności.

Ta negatywna ocena modelu dała mi podstawy do zastosowania opracowanej przeze mnie i opisaney w *Ekonometrii z przymrużeniem oka* metody konstruowania modelu o wielu zmiennych objaśniających.

Przeprowadzone obliczenia doprowadziły do wniosku, że stosując opisaną tam metodę, trzeba porządek zmiennych wprowadzanych kolejno do modelu opierać nie na mocy istotności ocen parametrów (jak to robiłam w artykule umieszczonym w „Księdze jubileuszowej poświęconej Profesorowi Kazimierzowi Zającowi”), ale na wartości współczynnika korelacji między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi. Z tego wynikało, że porządek zmiennych objaśniających jest w omawianym przypadku taki: pierwsza zmienna to X_1/L (inwestycje), druga – to X_2/L (środki trwałe), a trzecia – X_3/L (liczba zatrudnionych).

Zgodnie z zaproponowaną nową procedurą konstrukcji modelu oszacowano najpierw model wiążący Y/L z X_1/L :

$$Y/L = 7,81 + 2,45 X_1/L + e_1. \quad (2)$$

Dopasowanie modelu do danych jest dobre ($R^2 = 0,91$). Podjęłam z kolei próbę wiązania reszt modelu e_1 ze zmiennymi X_2/L oraz X_3/L , jednak pozostałe zmienne objaśniające nie polepszyły uzyskanego szacunku. Oceny parametrów

kierunkowych wiążących e_1 (reszty modelu) z nimi były nieistotne. Przypatrując się jednak uważnie rankingowi województw przedstawionemu w punkcie drugim tego artykułu, zauważyłam, że wyższe pozycje mają te województwa, w których znajdują się duże miasta. To sprawiło, że wprowadziłam nową zmienną objaśniającą, tj. wskaźnik urbanizacji mierzony procentem ludności miejskiej w stosunku do ogółu mieszkańców województwa (X_4) i oszacowałam model wiążący e_1 z X_4 .

$$e_1 = -3,64 + 0,06X_4 + e_2. \quad (3)$$

Dopasowanie modelu do danych jest dobre ($R^2 = 0,68$), oceny parametrów istotne, a więc końcowy model dla wyjaśnienia kształtowania się PKB/L wyraża poniższy wzór (4):

$$Y/L = 4,17 + 2,45X_1/L + 0,06X_4/L + e_3. \quad (4)$$

Ograniczona objętość tego artykułu nie pozwala na podanie opisu jakości tego modelu. W każdym razie dopasowanie modelu jest zadowalające, bo $R^2 = 0,91$. Profesor Jan Falewicz w książce *Rentowność, gospodarność, koszty. Przyczynek do teorii mikroekonomii* [3] zaproponował wskaźnik wyrazistości zależności zmiennej objaśnianej od objaśniających: W , będący ilorazem odchylenia standardowego reszt modelu i średniej arytmetycznej zmiennej objaśnianej. Im wartość W jest bliższa zera, tym związek między zmiennymi jest wyrazistszy. Dla modelu (4) $W = 0,06$, co potwierdza dobrą jakość modelu.

W opisywanych następnych latach sytuacja była prawie identyczna (wyjątkiem jest sytuacja w roku 2003), ograniczę się przeto tylko do podania kolejnych wzorów i skrótego ich omówienia.

Rok 2000

$$Y/L = 15,31 - 14,86X_1/L - 0,01X_2/L + 15,31X_3/L + e, \quad (5)$$

$R^2 = 0,93$; model mimo to nie do przyjęcia (zob. wyjaśnienia odnoszące się do roku 1999).

$$Y/L = 9,99 + 2,20X_1/L + e_1, \quad (6)$$

$R^2 = 0,89$, oceny parametrów istotne.

$$e_1 = -5,23 + 0,09X_4 + e_2, \quad (7)$$

$R^2 = 0,60$, oceny parametrów istotne.

$$Y/L = 4,76 + 2,20X_1/L + 0,09X_4 + e_3, \quad (8)$$

$R^2 = 0,96$ (dobry), $W = 0,05$ (dobry).

Rok 2001

$$Y/L = 12,39 - 10,12 X_1/L + 0,07 X_2/L + 2,49 X_3/L + e, \quad (9)$$

$R^2 = 0,91$, model nie do przyjęcia (tak jak wyżej z tą różnicą, że ocena parametru przy X_2/L spełnia warunki koincydencji, ale jest nieistotna).

$$Y/L = 10,52 + 2,77 X_1/L + e_1, \quad (10)$$

$R^2 = 0,89$, oceny parametrów istotne.

$$e_1 = -5,27 + 0,09 X_4 + e_2, \quad (11)$$

$R^2 = 0,47$, oceny parametrów istotne.

$$Y/L = 5,25 + 2,77 X_1/L + 0,09 X_4 + e_3, \quad (12)$$

$R^2 = 0,94$ (dobry), $W = 0,05$ (dobry).

Rok 2002

$$Y/L = 5,20 - 0,53 X_1/L + 0,13 X_2/L + 3,36 X_3/L + e, \quad (13)$$

$R^2 = 0,92$, model nie do przyjęcia (zob. uwaga dotycząca roku 2001).

$$Y/L = 7,69 + 4,41 X_1/L + e_1, \quad (14)$$

$R^2 = 0,91$, oceny parametrów istotne.

$$e_1 = -4,69 + 0,08 X_4 + e_2, \quad (15)$$

$R^2 = 0,62$, oceny parametrów istotne.

$$Y/L = 3,00 + 4,41 X_1/L + 0,08 X_4 + e_3, \quad (16)$$

$R^2 = 0,94$ (dobry), $W = 0,05$ (dobry).

Rok 2003

$$Y/L = 4,00 + 0,03 X_1/L + 0,09 X_2/L + 4,67 X_3/L + e, \quad (17)$$

$R^2 = 0,78$, oceny wszystkich parametrów nieistotne, model nie do przyjęcia.

$$Y/L = 5,53 + 5,44 X_1/L + e_1, \quad (18)$$

$R^2 = 0,72$, oceny parametrów istotne.

$$e_1 = -1,30 + 0,02 X_4 + e_2, \quad (19)$$

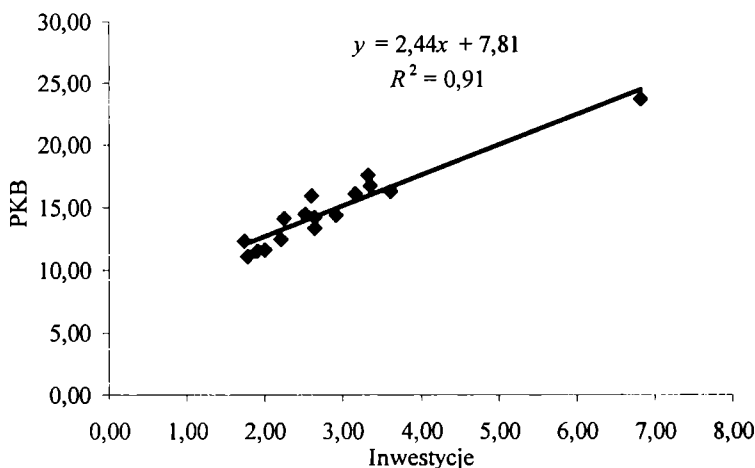
R^2 bliski zeru, oceny parametrów nieistotne, a więc w tym roku wskaźnik urbanizacji nie zadziałał na wartość PKB/L . Wobec tego w tym przypadku można jedynie ko-

rzystać z modelu według wzoru (18). W miarę napływu danych postaram się sprawdzić, czy zauważony w roku 2003 fakt zwiastuje trwałą tendencję czy też był to wynik przypadkowy lub zadziałała tu jakaś inna zmienna. W dla modelu (18) równa się 0,12. Ta relacja jest przeto mniej wyrazista od poprzednio przedstawionych.

4. Słowo końcowe – dodatkowe wyjaśnienia

Przejście do zmiennych dzielonych przez liczbę ludności poszczególnych województw wskazało jako najważniejszą zmienną objaśniającą wartość inwestycji, podczas gdy zmienne były ujęte w postaci globalnej – najważniejszą zmienną była wartość środków trwałych, a wartość inwestycji nawet w następnych etapach procedury „stopniowego” konstruowania modelu nie odgrywała żadnej pozytywnej roli, chociaż próbowałam tę zmienną opóźnić o rok, dwa lub trzy lata. Ta różnica wymaga dalszych badań. Przyjmuję przeto, że jest to problem otwarty.

Zwracam też uwagę Czytelnikom, że woj. mazowieckie jest charakteryzowane danymi „nietypowymi” w tym sensie, że wartości wszystkich zmiennych użytych w przedstawianym badaniu (także w tym opisanym w artykule zamieszczonym w księdze jubileuszowej) są znacznie większe od wartości zmiennych opisujących całą grupę pozostałych województw. Działa tu oczywiście mechanizm – „wiadomo stolica”. Ta uwaga nie dotyczy jedynie wskaźnika urbanizacji (X_4), w wypadku którego województwa: śląskie, dolnośląskie, zachodniopomorskie i pomorskie wyprzedziły woj. mazowieckie. Przy tej okazji wspomnę, że wskaźnik urbanizacji (X_4) w miarę upływu lat prawie we wszystkich województwach maleje lub się



Rys. 1. Wpływ inwestycji na PKB

waha, ale tak, iż ostatni badany rok charakteryzuje się mniejszą liczbą od poprzedniego. Są tu tylko dwa wyjątki i jednym z nich jest właśnie woj. mazowieckie, w którym wskaźnik urbanizacji rośnie. Przypuszczam, że w jakimś stopniu wzrost ten powoduje przyłączanie do Warszawy okolicznych, do niedawna samodzielnych jednostek administracyjnych, a tym samym mieszkańcy wsi stają się mieszkańcami miasta. Dla porządku podaję to drugie województwo wykazujące wzrost wskaźnika urbanizacji. Jest to województwo pomorskie. Żeby unaocznić tę szczególną pozycję woj. mazowieckiego, przedstawiam poniżej wykres regresji Y/L względem X_1/L z roku 1999.

Punkt wyraźnie oddalony od „elipsoidalnego” rozrzutu pozostałych punktów dotyczy właśnie województwa mazowieckiego. Na wykresach dotyczących pozostałych badanych lat opisujących zależność wojewódzkiego PKB liczonego na 1 mieszkańca sytuacja graficzna jest identyczna. Co więcej, także w artykule opublikowanym w księdze jubileuszowej na wykresach zależności PKB globalnego od wartości środków trwałych również w podobny sposób jest wyróżnione woj. mazowieckie.

Literatura

- [1] Bartosiewicz S., *Ekonometria z przymrużeniem oka*, AE, Wrocław 2005.
- [2] Bartosiewicz S., *Konstrukcja i analiza przestrzennych modeli ekonometrycznych produktu krajowego brutto według województw Polski w latach 1999-2002*, [w:] *Perspektywy dyscyplin statystycznych i ekonometrycznych na początku XXI wieku*, „Księga jubileuszowa dla uczczenia 90. urodzin Profesora Kazimierza Zająca”, AE, Kraków 2006.
- [3] Falewicz J., *Rentowność, gospodarność, koszty. Przyczynek do mikroekonomii*, PWN, Warszawa 1963.

ONE MORE ISSUE ON CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF SPATIAL ECONOMETRIC MODELS OF GROSS DOMESTIC PRODUCT IN POLISH VOIVODSHIPS BETWEEN 1999 AND 2003

Summary

The article discusses, what does Gross Domestic Product per capita in voivodship depend on. The main explanatory variable was the value of investment in current prices per capita and the additional variable was the urbanization index in % of total population in the voivodship. The author of the article suggested the procedure „gradual” construction of linear econometric model.

Stanisława Bartosiewicz – prof. dr hab., profesor zwyczajny w Katedrze Ekonometrii Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.