

INSTYTUT KONSTRUKCJI I EKSPLOATACJI MASZYN
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport serii PREPRINTY
PRE 2006/2

ROZPRAWA DOKTORSKA

**Kształtowanie procesów przepływowych
w rotacyjnych pompach wyporowych na
przykładzie pompy gerotorowej**

mgr inż. Piotr ANTONIAK

Promotor:

Dr hab. inż. Jarosław STRYCZEK

Słowa kluczowe:

- budowa maszyn
- pompy wyporowe
- pompa gerotorowa
- symulacja

WROCŁAW 2006

Spis treści

SPIS TREŚCI	3
SPIS ILUSTRACJI	7
SPIS TABEL	9
WYKAZ OZNACZEŃ	11
1. WSTĘP	15
2. ANALIZA LITERATURY	17
3. CELE PRACY	23
4. MODEL TEORETYCZNY PROCESÓW PRZEPŁYWOWYCH W ROTACYJNYCH POMPACH WYPOROWYCH	26
4.1. Struktura i zasada działania rotacyjnej pompy wporowej	26
4.2. Założenia upraszczające	28
4.3. Model teoretyczny	29
4.4. Podsumowanie	35
5. UKŁAD PARAMETRÓW DO OCENY PROCESÓW PRZEPŁYWOWYCH W KANAŁACH WEWNĘTRZNYCH ROTACYJNYCH POMP WYPOROWYCH	37
5.1. Spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia	38
5.2. Nadwyżka ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia	40
5.3. Nadwyżka ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia	41
5.4. Spadek ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia	43
5.5. Kąt wejścia komory wporowej w strefę wzrostu ciśnienia	44
5.6. Kąt wyjścia komory wporowej ze strefy spadku ciśnienia	45
5.7. Kąt strefy wzrostu ciśnienia	45
5.8. Kąt strefy spadku ciśnienia	47
5.9. Podsumowanie	48

6. MODEL TEORETYCZNY PROCESU PRZEPŁYWOWEGO W POMPIE GEROTOROWEJ	49
6.1. Struktura i zasada działania pompy gerotorowej	49
6.2. Model teoretyczny	52
6.2.1. Objętość komory wyporowej	55
6.2.2. Natężenie przepływu strumienia głównego	61
6.2.3. Natężenie przepływu przecieków	65
6.3. Podsumowanie	69
7. ANALIZA TEORETYCZNA PROCESÓW PRZEPŁYWOWYCH W POMPIE GEROTOROWEJ Z WYKORZYSTANIEM SYMULACJI KOMPUTEROWEJ	71
7.1. Obliczenia numeryczne	72
7.2. Program badań symulacyjnych	72
7.3. Etap 1. Badanie wpływu położenia komory wyporowej na ciśnienie w jej wnętrzu	75
7.4. Etap 2. Badanie wpływu cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na ciśnienie w komorze wyporowej	77
7.4.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz szerokości kół gerotorowych	77
7.4.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz wysokości szczeliny osiowej	78
7.4.3. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz kąta obrotu rozdzielacza tarczowego	80
7.5. Etap 3. Badanie wpływu parametrów eksploatacyjnych na ciśnienie w komorze wyporowej	81
7.5.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz prędkości obrotowej wału napędowego	82
7.5.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz ciśnienia tłoczenia	83

7.5.3. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz temperatury (lepkości dynamicznej) oleju hydraulicznego	85
7.6. Wnioski z badań symulacyjnych	86
8. EKSPERYMENTALNA POMPA GEROTOROWA	88
8.1. Założenia i projekt eksperymentalnej pompy gerotorowej	88
8.2. Wykonanie i montaż eksperymentalnej pompy gerotorowej	91
8.3. Stanowisko badawcze	93
9. BADANIA EKSPERYMENTALNE PROCESÓW PRZEPŁYWOWYCH W POMPACH GEROTOROWYCH	97
9.1. Program badań eksperymentalnych	97
9.2. Etap 1. Badanie wpływu położenie komory wyporowej na ciśnienie w jej wnętrzu	98
9.3. Etap 2. Badanie wpływu cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na ciśnienie w komorze wyporowej	99
9.3.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz szerokości kół gerotorowych	99
9.3.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz kąta obrotu rozdzielacza tarczowego	101
9.4. Etap 3. Badanie wpływu parametrów eksploatacyjnych na ciśnienie w komorze wyporowej	102
9.4.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz prędkości obrotowej wału napędowego	102
9.4.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz ciśnienia tłoczenia	103
9.4.3. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz temperatury oleju hydraulicznego	104
9.5. Podsumowanie	105
10. PORÓWNANIE WYNIKÓW BADAŃ SYMULACYJNYCH I EKSPERYMENTALNYCH. WNIOSKI	107

11. OPRACOWANIE OPTYMALNEGO UKŁADU KANAŁÓW WEWNĘTRZNYCH W TYPOSZEREGU POMP GEROTOROWYCH PG10, PG 20, PG 40 Z WYKORZYSTANIEM MODELU TEORETYCZNEGO	109
12. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I KIERUNKI PRZYSZŁYCH BADAŃ	113
LITERATURA	115
ZAŁĄCZNIK A – DOKUMENTACJA TECHNICZNA EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWEJ (PGE)	120
ZAŁĄCZNIK B – SPIS APARATURY KONTROLNO-POMIAROWEJ	126
ZAŁĄCZNIK C – PROCEDURY NUMERYCZNE	127

Spis ilustracji

2-1. POMPA ZĘBATA O ZAZĘBIENIU ZEWNĘTRZNYM PZ4 PRODUKCJI WPH WROCŁAW (POLSKA).	17
2-2. POMPA ZĘBATA O ZAZĘBIENIU WEWNĘTRZNYM I SYMETRYCZNYM UKŁADZIE KANAŁÓW WEWNĘTRZNYCH FIRMY ZOLLERN HYDRAULIK (NIEMCY).	18
2-3. POMPA ZĘBATA O ZAZĘBIENIU WEWNĘTRZNYM I NIESYMETRYCZNYM UKŁADZIE KANAŁÓW WEWNĘTRZNYCH FIRMY ECKERLE (NIEMCY).	19
2-4. POMPA ŁOPATKOWA Z KOMPENSACJĄ LUZÓW OSIOWYCH FIRMY DENISON HYDRAULICS (USA)	20
2-5. POMPA GEROTOROWA Z KOMPENSACJĄ LUZÓW OSIOWYCH ZAPROJEKTOWANA NA POLITECHNICE WROCŁAWSKIEJ (POLSKA).	21
4-1. OGÓLNY SCHEMAT ROTACYJNEJ POMPY WYPOROWEJ	26
4-2. CHARAKTERYSTYCZNE POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ W ROTACYJNYCH POMPACH WYPOROWYCH.	27
4-3. OGÓLNY MODEL KOMORY WYPOROWEJ.	30
5-1. TEORETYCZNY PRZEBIEG ZMIAN CIŚNIENIA CIECZY ROBOCZEJ W FUNKCJI POŁOŻENIA KĄTOWEGO KOMORY WYPOROWEJ	37
5-2. SPADEK CIŚNIENIA W OBSZARZE WEJŚCIOWYM STREFY WZROSTU CIŚNIENIA	39
5-3. NADWYŻKA CIŚNIENIA W OBSZARZE WYJŚCIOWYM STREFY WZROSTU CIŚNIENIA	40
5-4. NADWYŻKA CIŚNIENIA W OBSZARZE WEJŚCIOWYM STREFY SPADKU CIŚNIENIA	42
5-5. SPADEK CIŚNIENIA W OBSZARZE WYJŚCIOWYM STREFY SPADKU CIŚNIENIA	43
5-6. KĄT WEJŚCIA KOMORY WYPOROWEJ W STREFĘ WZROSTU CIŚNIENIA	44
5-7. KĄT WYJŚCIA KOMORY WYPOROWEJ ZE STREFY SPADKU CIŚNIENIA	45
5-8. KĄT STREFY WZROSTU CIŚNIENIA	46
5-9. KĄT STREFY SPADKU CIŚNIENIA	47
6-1. SCHEMAT KONSTRUKCYJNY POMPY GEROTOROWEJ	50
6-2. CHARAKTERYSTYCZNE POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ W POMPIE GEROTOROWEJ	51
6-3. MODEL KOMORY WYPOROWEJ POMPY GEROTOROWEJ	54
6-4. POLE KOMORY WYPOROWEJ	56
6-5. POLE WYCINKA KOŁA O UZĘBIENIU ZEWNĘTRZNYM	57
6-6. POLE WYCINKA KOŁA O UZĘBIENIU WEWNĘTRZNYM	60
6-7. GŁÓWNE NATĘŻENIE PRZEPŁYWU CZYNNIKA ROBOCZEGO W POMPIE GEROTOROWEJ	62
6-8. NATĘŻENIE PRZEPŁYWU PRZECIEKÓW	66
6-9. SPOSÓB OBLICZENIA NATĘŻENIA PRZEPŁYWU PRZECIEKÓW	68
7-1. SCHEMAT BLOKOWY PROGRAMU DO SYMULACJI PROCESÓW PRZEPŁYWOWYCH W POMPIE GEROTOROWEJ	71
7-2. KĄT OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO	73
7-3. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ	75
7-4. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I SZEROKOŚCI ZESPOŁU KÓŁ	77

7-5. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I WYSOKOŚCI SZCZELINY OSIOWEJ.....	79
7-6. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO	80
7-7. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ WAŁU	82
7-8. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I CIŚNIENIA TŁOCZENIA	83
7-9. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I TEMPERATURY(LEPKOŚCI DYNAMICZNEJ) OLEJU	85
8-1. SCHEMAT KONSTRUKCYJNY EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWEJ PGE	89
8-2. WIDOK OGÓLNY KORPUSU ŚRODKOWEGO I TYLNEGO EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWEJ.	90
8-3. EKSPERYMENTALNA POMPA GEROTOROWA	90
8-4. ELEMENTY SKŁADOWE EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWE J PGE.....	92
8-5. EKSPERYMENTALNA POMPA GEROTOROWA PGE WYKONANA W KOMBINACIE PZL-HYDRAL.	93
8-6. SCHEMAT STANOWISKA BADAWCZEGO EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWEJ.....	94
8-7. STANOWISKO BADAWCZE DO BADANIA EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWEJ	95
8-8. WIDOK KOMPUTEROWEGO STANOWISKA AKWIZYCJI DANYCH POMIAROWYCH	95
8-9. WIDOK EKSPERYMENTALNEJ POMPY GEROTOROWEJ NA STANOWISKU BADAWCZYM.....	96
9-1. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ.....	99
9-2. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I SZEROKOŚCI ZESPOŁU KÓŁ .	100
9-3. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I KĄTA OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO	101
9-4. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ WAŁU	102
9-5. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I CIŚNIENIA TŁOCZENIA	103
9-6. CIŚNIENIE W FUNKCJI POŁOŻENIA KOMORY WYPOROWEJ I TEMPERATURY OLEJU	104
11-1. PRZEBIEGI TEORETYCZNE ZMIAN CIŚNIENIA W KOMORZE WYPOROWEJ W ZALEŻNOŚCI OD KĄTA OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO DLA POMPY PG-10	110
11-2. PRZEBIEGI TEORETYCZNE ZMIAN CIŚNIENIA W KOMORZE WYPOROWEJ W ZALEŻNOŚCI OD KĄTA OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO DLA POMPY PG-20	111
11-3. PRZEBIEGI TEORETYCZNE ZMIAN CIŚNIENIA W KOMORZE WYPOROWEJ W ZALEŻNOŚCI OD KĄTA OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO DLA POMPY PG-40.....	111
11-4. OPTIMALNY UKŁAD KANAŁÓW ROZDZIELACZA TARCZOWEGO DLA TYPOSZEREGU POMP GEROTOROWYCH PG	112

Spis tabel

5-1. PARAMETRY CHARAKTERYSTYCZNE PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA.....	38
7-1 .STANDARTOWE WARTOŚCI PARAMETRÓW PRZYJĘTE W BADANIACH CIŚNIENIA W KOMORZE WYPOROWEJ	73
7-2. WARTOŚCI CECH GEOMETRYCZNYCH PRZYJĘTE W BADANIACH TEORETYCZNYCH ICH WPLYWU NA CIŚNIENIE W KOMORZE WYPOROWEJ.	74
7-3. WARTOŚCI PARAMETRÓW EKSPLOATACYJNYCH PRZYJĘTE W BADANIACH TEORETYCZNYCH ICH WPLYWU NA CIŚNIENIE W KOMORZE WYPOROWEJ.	74
7-4. TEORETYCZNE WARTOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH SZEROKOŚCI KÓŁ GEROTOROWYCH	78
7-5. TEORETYCZNE WARTOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH WYSOKOŚCI SZCZELINY OSIOWEJ	79
7-6. TEORETYCZNE WARTOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH WARTOŚCI KĄTA OBROTU ROZDZIELACZA.	81
7-7. TEORETYCZNE WARTOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH PRĘDKOŚCI OBROTOWYCH WAŁU	83
7-8. TEORETYCZNE WARTOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH WARTOŚCI CIŚNIENIA TŁOCZENIA.....	84
7-9. TEORETYCZNE WARTOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH TEMPERATUR (LEPKOŚCI) CIECZY ROBOCZEJ	85
7-10. JAKOŚCIOWY WPLYW PARAMETRÓW KONSTRUKCYJNYCH I EKSPLOATACYJNYCH NA UKŁAD PARAMETRÓW OPISUJĄCYCH PROCESY PRZEPŁYWOWE W POMPIE GEROTOROWEJ.	86
9-1. ŚREDNIA WIELKOŚĆ LUZU OSIOWEGO W EKSPERYMENTALNEJ POMPIE GEROTOROWEJ ..	97
9-2. WARTOŚCI CECH GEOMETRYCZNYCH PRZYJĘTE W BADANIACH EKSPERYMENTALNYCH ICH WPLYWU NA CIŚNIENIE W KOMORZE WYPOROWEJ.....	98
9-3. WARTOŚCI PARAMETRÓW EKSPLOATACYJNYCH PRZYJĘTE W BADANIACH EKSPERYMENTALNYCH ICH WPLYWU NA CIŚNIENIA W KOMORZE WYPOROWEJ.....	98
9-4. WARTOŚCI EKSPERYMENTALNE PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH SZEROKOŚCI KÓŁ GEROTOROWYCH	100
9-5. WARTOŚCI EKSPERYMENTALNE PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH KĄTÓW OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO.....	101
9-6. WARTOŚCI EKSPERYMENTALNE PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ WAŁU NAPĘDOWEGO.....	103
9-7. WARTOŚCI EKSPERYMENTALNE PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH WARTOŚCI CIŚNIENIA TŁOCZENIA.....	104
9-8 WARTOŚCI EKSPERYMENTALNE PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU ZMIAN CIŚNIENIA DLA RÓŻNYCH TEMPERATUR (LEPKOŚCI) CZYNNIKA ROBOCZEGO....	105

9-9. WPLYW PARAMETRÓW KONSTRUKCYJNYCH I EKSPLOATACYJNYCH NA CHARAKTER ZMIAN PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH PRZEBIEGU CIŚNIENIA W KOMORZE WYPOROWEJ.....	105
10-1. TABELA ZGODNOŚCI PRZEBIEGÓW CIŚNIEŃ W KOMORZE WYPOROWEJ OTRZYMANYCH NA DRODZE TEORETYCZNEJ I EKSPERYMENTALNEJ.....	108
11-1. OPTYMALNE WARTOŚCI KĄTA OBROTU ROZDZIELACZA TARCZOWEGO DLA POMP TYPOSZEREGU PG	112

Wykaz oznaczeń

Δp	Różnica ciśnień panujących po obu stronach szczeliny osiowej
ΔR	Szerokość obliczeniowa elementarnej szczeliny osiowej
ΔR_{KSW}	Szerokość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
$\Delta R_{K SZ}$	Szerokość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
ΔR_{TKW}	Szerokość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
ΔR_{TKZ}	Szerokość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
η	Kąt bieżący epicykloidy
η_{max}	Kąt bieżący epicykloidy dla drugiego punktu przyporu P_4
η_{min}	Kąt bieżący epicykloidy dla pierwszego punktu przyporu P_1
λ	Współczynnik wysokości zęba
μ	Lepkość dynamiczna cieczy roboczej
ρ	Gęstość cieczy roboczej
ρ_0	Gęstość cieczy roboczej przy ciśnieniu atmosferycznym
ρ_{KW}	Gęstość cieczy w komorze wyporowej
ρ_S	Gęstość cieczy po stronie ssawnej
ρ_T	Gęstość cieczy po stronie tłocznej
φ	Kąt obrotu rozdzielacza tarczowego
φ	Kąt środkowy odcinka kołowego
φ_4	Kąt środkowy odcinka kołowego wrębu koła o uzębieniu wewnętrznym
φ_5	Kąt środkowy odcinka kołowego pierwszego zęba koła o uzębieniu wewnętrznym
φ_6	Kąt środkowy odcinka kołowego drugiego zęba koła o uzębieniu wewnętrznym
φ_i	Kąt środkowy i -tego odcinka kołowego
φ_S	Szerokość nerki ssawnej
φ_{ST}	Szerokość strefy wzrostu ciśnienia
φ_{ST}	Szerokość mostka M_{ST}
φ_T	Szerokość nerki tłocznej
φ_{TS}	Szerokość strefy spadku ciśnienia
φ_{TS}	Szerokość mostka M_{TS}
ψ	Położenie katowe komory wyporowej
ψ_{ST}	Opóźnienie wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia
ψ_{TS}	Opóźnienie wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia

b	Szerokość kół gerotorowych
B	Zastępczy, globalny, moduł sprężystości cieczy roboczej
C	Stała całkowania
E	Parametry eksploatacyjne
E_C	Moduł sprężystości objętościowej oleju zapowietrzonego
E_C'	Moduł sprężystości objętościowej oleju czystego
F	Właściwości fizyczne cieczy roboczej
g	Promień charakterystyczny zębów koła o uzębieniu wewnętrznym
G	Cechy geometryczne
h	Wysokość obliczeniowa szczeliny osiowej
K	Korpus
K_S	Kanał ssawny
K_T	Kanał tłoczny
KW	Komora wyporowa
KW'	Komora wyporowa w strefie ssania
KW''	Komora wyporowa w strefie tłoczenia
L	Długość obliczeniowa szczeliny osiowej
L_{KSWi}	Długość obliczeniowa i -tej szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
L_{KSZi}	Długość obliczeniowa i -tej szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
L_{TKWi}	Długość obliczeniowa i -tej szczeliny elementarnej dla przepływu z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
L_{TKZi}	Długość obliczeniowa i -tej szczeliny elementarnej dla przepływu z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
m	Moduł kół gerotorowych
m_{KW}	Masa cieczy zawartej w komorze wyporowej
m_{KW0}	Masa cieczy zawartej w komorze wyporowej w chwili t_0
M_{ST}	Strefa rozdzielająca; Mostek M_{ST}
M_{TS}	Strefa rozdzielająca; Mostek M_{TS}
n	Prędkość obrotowa wału pompy
N_S	Nerka ssawna
N_T	Nerka tłoczna
O_1	Środek obrotu koła o uzębieniu zewnętrznym
O_2	Środek obrotu koła o uzębieniu wewnętrznym
O_5	Środek pierwszego zęba koła o uzębieniu wewnętrznym
O_6	Środek drugiego zęba koła o uzębieniu wewnętrznym

O_S	Otwór ssawny
O_T	Otwór tłoczny
p	Ciśnienie
p_0	Ciśnienie atmosferyczne
p_{KW}	Ciśnienie cieczy w komorze wyporowej
p_S	Ciśnienie ssania
p_{ST}	Wzrost ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia
p_{SS}	Spadek ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia
p_T	Ciśnienie tłoczenia
p_{WS}	Spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia
p_{WT}	Wzrost ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia
P_1	Punkt charakterystyczny kół gerotorowych; punkt przyporu
P_2	Punkt charakterystyczny koła o uzębieniu wewnętrznym
P_3	Punkt charakterystyczny koła o uzębieniu wewnętrznym
P_4	Punkt charakterystyczny kół gerotorowych; punkt przyporu
P_{eq}	Punkt należący do ekwidystanty do epicykloidy skróconej
P_i	i -ty punkt charakterystyczny profilu koła o uzębieniu wewnętrznym
P_{i+1}	$i+1$ -szy punkt charakterystyczny profilu koła o uzębieniu wewnętrznym
r_{f1}	Promień stóp koła o uzębieniu zewnętrznym
r_{f2}	Promień stóp koła o uzębieniu wewnętrznym
r_i	Promień charakterystyczny i -tego odcinka kołowego
$R_{KSZ\ min}$	Minimalna długość promienia charakterystycznego szczeliny osiowej dla przepływu z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
$R_{KSZ\ max}$	Maksymalna długość promienia charakterystycznego szczeliny osiowej dla przepływu z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
$R_{TKW\ max}$	Minimalna długość promienia charakterystycznego szczeliny osiowej dla przepływu z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
$R_{TKW\ max}$	Maksymalna długość promienia charakterystycznego szczeliny osiowej dla przepływu z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
Q	Natężenie przepływu
Q_G	Natężenie przepływu głównego strumienia cieczy
Q_{KS}	Natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do nerki ssawnej
Q_{KSW}	Natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
Q_{KSZ}	Natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do nerki ssawnej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym

Q_{TK}	Natężenie przepływu przecieków z nerki tłocznej do komory wyporowej
Q_{TKW}	Natężenie przepływu przecieków z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym
Q_{TKZ}	Natężenie przepływu przecieków z nerki tłocznej do komory wyporowej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym
S_{KW}	Pole komory wyporowej
S_S	Strefa ssawna
S_{ST}	Strefa wzrostu ciśnienia
S_T	Strefa tłoczna
S_{TS}	Strefa spadku ciśnienia
S_W	Pole wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_{W1}	Pole cząstkowe wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_{W2}	Pole cząstkowe wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_{W3}	Pole cząstkowe wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_{W4}	Pole cząstkowe wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_{W5}	Pole cząstkowe wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_{W6}	Pole cząstkowe wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym
S_Z	Pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym
t	Czas
T	Temperatura czynnika roboczego
v	Współczynnik odsunięcia ekwidystanty
v_K	Prędkość przepływu czynnika roboczego przez pole przekroju czynnego kanału rozdzielacza tarczowego
V	Objętość
V_C	Objętość cieczy przy ciśnieniu atmosferycznym
V_G	Objętość powietrza przy ciśnieniu atmosferycznym
V_{KW}	Objętość komory wyporowej
w	Szerokość obliczeniowa szczeliny osiowej
x_{eq}	Współrzędna X punktu należącego do ekwidystanty do epicykloidy skróconej
X_e	Oś X naturalnego układu współrzędnych epicykloidy
y_{eq}	Współrzędna Y punktu należącego do ekwidystanty do epicykloidy skróconej
Y_e	Oś Y naturalnego układu współrzędnych epicykloidy
z	Wysokość środka przekroju strugi
z_I	Liczba zębów koła o uzębieniu zewnętrznym

1. Wstęp

Maszyna wyporowa jest to maszyna robocza (pompa, sprężarka, dmuchawa), której działanie polega na wypieraniu dawek płynu z przestrzeni ssawnej do tłocznej przez organ roboczy wykonujący ruch postępowo-zwrotny lub obrotowy. Koniecznym warunkiem pracy maszyny wyporowej jest szczelne oddzielenie przestrzeni ssawnej od tłocznej [4].

Do najważniejszych maszyn wyporowych należą rotacyjne pompy wyporowe, które są najczęściej stosowanymi generatorami energii w układach hydraulicznych. Najistotniejsze w tej grupie to: pompy zębate o zazębieniu zewnętrznym i wewnętrznym, pompy łopatkowe i pompy gerotorowe. Dla tych maszyn charakterystyczna jest zamiana energii mechanicznej na hydrauliczną¹ za pomocą organów roboczych o charakterze wirników wprowadzonych w ruch rotacyjny.

Pompy wyporowe cechuje:

- prosta i zwarta budowa,
- mała masa i gabaryty,
- możliwość uzyskania wydajności w szerokim zakresie (od ułamków do setek cm^3),
- możliwość pracy z wysokimi sprawnościami ($\eta_v > 95\%$, $\eta > 90\%$),
- możliwość pracy z dużymi ciśnieniami ($p_t = 20 - 30 \text{ MPa}$),
- stosunkowo niska cena.

Możliwości rozwoju tych maszyn nie wyczerpały się. Na podstawie [3],53,55,57,58] stwierdza się, że postępować on będzie w zakresie:

- uproszczenia budowy oraz minimalizacji wymiarów i masy,
- zwiększenia wydajności i sprawności,
- zwiększenia ciśnień roboczych,
- stosowania nowych materiałów m.in. tworzyw sztucznych,
- uproszczenia technologii, obniżenia kosztów produkcji.

W tym celu należy rozwijać podstawy teoretyczne projektowania rotacyjnych pomp wyporowych dotyczące głównie dwóch problemów, tzn.:

¹ Jako energię hydrauliczną w niniejszej pracy rozumie się energię ciśnienia cieczy roboczej.

- geometrii i kinematyki wirnikowych organów roboczych tzn. kół zębatach o zazębieniu zewnętrznym, kół zębatach o zazębieniu wewnętrznym, łopatek i kół gerotorowych,
- układu kanałów i szczelin wewnętrznych, ich kształtu, wymiarów oraz sposobów wpływania na nie.

Rozwiązywanie obu tych problemów musi być ze sobą sprzężone. W trakcie pracy pompy rotacyjnej następuje bowiem zmiana objętości komór wyporowych, uformowanych pomiędzy wirnikowymi organami roboczymi, i wynikająca stąd zmiana ciśnienia w tych komorach. Jednocześnie do komór tych musi nastąpić doprowadzenie czynnika roboczego, następnie płynny jego transport wewnątrz maszyny i odprowadzenie czynnika z komór wyporowych. W wyniku tego zachodzi przemiana energii mechanicznej w hydrauliczną, której towarzyszy przepływ czynnika przez układ kanałów i szczelin wewnętrznych w pompie. Zagadnienia opisu geometrii i kinematyki organów roboczych w rotacyjnych pompach wyporowych są często poruszane w literaturze przedmiotu [38,44,53]. Natomiast problem formowania układu kanałów i szczelin wewnętrznych jest ciągle otwarty. Należy dążyć do określenia wpływu ich kształtu, wymiarów i usytuowania na przebieg procesów przepływowych w rotacyjnych maszynach wyporowych i sprzęgnięty z tym proces przemiany energii. W tej sytuacji wykorzystując podstawy hydromechaniki należy zbudować model teoretyczny przepływu przez kanały i szczeliny wewnętrzne w rotacyjnej pompie wyporowej, który odnosiłby się do całej grupy rotacyjnych pomp wyporowych. Następnie model ten należy odnieść do charakterystycznego, konkretnego przypadku i na nim dokonać badań.

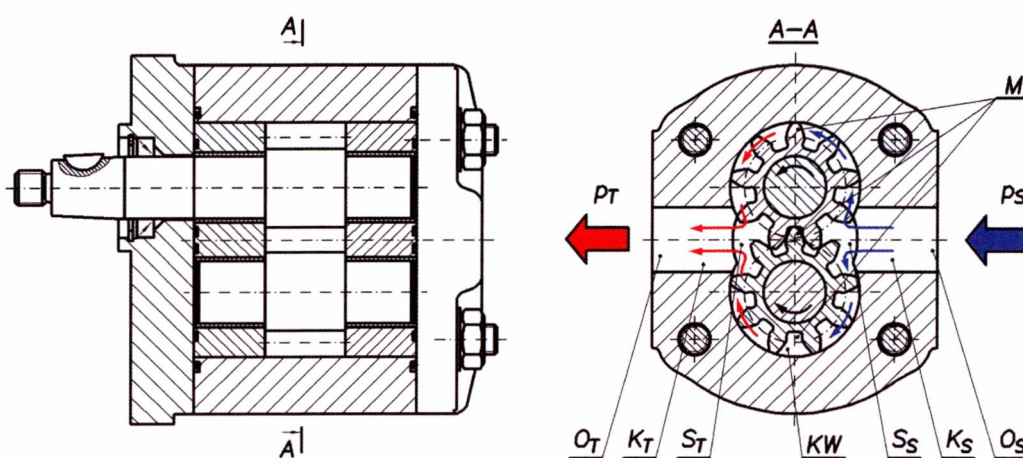
Takim charakterystycznym przypadkiem mogą być pompy gerotorowe. Organy robocze pomp gerotorowych mają bowiem stosunkowo złożoną geometrię i kinematykę działania i można na ich przykładzie analizować złożony przypadek pracy komór wyporowych. Układ komór i szczelin w pompach gerotorowych jest również bardziej złożony niż w innych typach pomp rotacyjnych i można w ten sposób analizować złożony przypadek procesu przepływowego.

Uwzględniając ogólny charakter rozważanych procesów i konieczność ich zweryfikowania na charakterystycznym przykładzie sformułowano temat pracy jako:

Kształtowanie procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wyporowych na przykładzie pompy gerotorowej.

2. Analiza literatury

Najczęściej wykorzystywanymi w praktyce generatorami energii hydraulicznej są pompy zębate [60]. Na rys.2-1 przedstawiono schemat konstrukcyjny pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym. Jak można zauważyć cechą charakterystyczną tych pomp jest to, że komory wyporowe, utworzone we wrębach wirujących kół zębatych, mają stałą objętość.

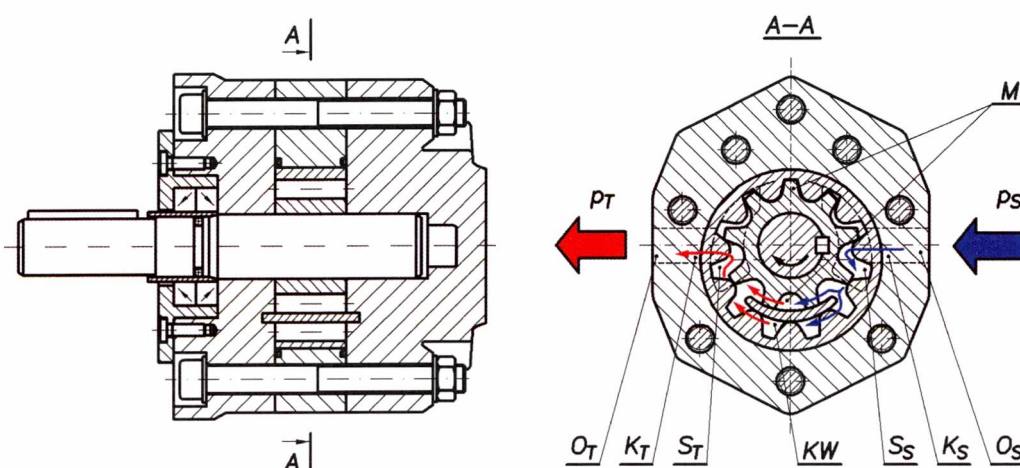


2-1. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym PZ4 produkcji WPH Wrocław (Polska).

Korzystając z rys.2-1 można prześledzić proces transformacji energii mechanicznej w energię hydrauliczną, który przebiega następująco. Ciecz robocza poprzez otwór ssawny O_s i kanał ssawny K_s trafia do strefy ssawnej S_s . W obszarze tym, poruszające się ruchem rotacyjnym, komory wyporowe KW wypełniają się cieczą roboczą. Ciecz ta jest następnie transportowana do strefy tłocznej S_t , gdzie następnie jest ona wytłaczana z komory wyporowej KW i poprzez kanał tłoczny K_t i otwór tłoczny O_t opuszcza pompę. Strefa ssawna S_s od strefy tłocznej S_t oddzielona jest zespołem zębów pozostających w zazębieniu w strefie centralnej. Można ją nazwać mostkiem M . W trakcie transportu cieczy roboczej ze strefy ssawnej S_s do strefy tłocznej S_t ciśnienie cieczy we wnętrzu komór wyporowych stopniowo rośnie od wartości ciśnienia ssania p_s do wartości ciśnienia tłoczenia p_t . Duże przekroje otworu O_s i kanału ssawnego K_s oraz otworu O_t i kanału tłoczego K_t sprzyjają procesom zasysania i wytłaczania cieczy roboczej usprawniając te procesy oraz znacznie ograniczając możliwość wystąpienia niekorzystnych zjawisk takich jak choćby kawitacja.

Należy tutaj zauważyć, że układ kanałów wewnętrznych jest ukształtowany tak aby uwzględniał kinematykę i zasadę działania rotacyjnych organów roboczych czyli kół zębatach.

Innym typem rotacyjnych pomp wyporowych są pompy zębate o zazębieniu wewnętrznym. W stosunku do poprzednio wspomnianych różnią się tym, że mają mniejsze gabaryty oraz są mniej hałaśliwe. Z uwagi na to, że do ich budowy wykorzystano koła zębate o zazębieniu wewnętrznym układ kanałów wewnętrznych uległ znacznej zmianie.



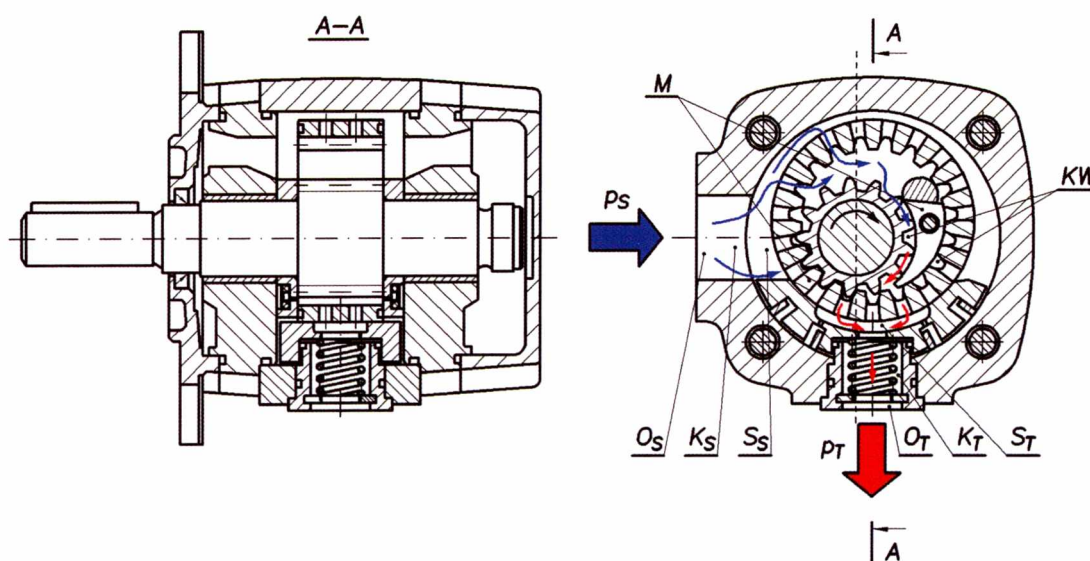
2-2. Pompa zębata o zazębieniu wewnętrznym i symetrycznym układzie kanałów wewnętrznych firmy Zollern Hydraulik (Niemcy).

Na rys.2-2 pokazano jedną z takich jednostek, pompę produkowaną przez niemiecką firmę Zollern Hydraulik [61]. Cechami charakterystycznymi tej pompy są: symetryczny układ kanałów wewnętrznych oraz koła zębate o trochoidalnym zarysie zębów. Takie rozwiązanie powoduje, że procesy ssania oraz tłoczenia przebiegają łagodnie. Jednak transformacja energii mechanicznej w hydrauliczną przebiega podobnie jak w przypadku pomp zębatach o zazębieniu zewnętrznym. Ciecz robocza poprzez otwór ssawny O_s i kanał ssawny K_s trafia do strefy ssawnej S_s . W strefie tej komory wyporowe KW wypełniają się cieczą roboczą, którą transportują następnie do strefy tłocznej S_T . Stąd czynnik roboczy wytłaczany jest na zewnątrz pompy poprzez kanał tłoczny K_T i otwór tłoczny O_T .

Podobnie jak poprzednio, także i w tej pompie układ kanałów wewnętrznych ukształtowany jest z uwzględnieniem kinematyki oraz zasady działania pompy. Zastosowanie zespołu kół zębatach o zazębieniu wewnętrznym wymusiło zmianę sposobu zasilania i odbioru cieczy roboczej z komór wyporowych KW . Zasilanie i odbiór cieczy roboczej nie może się już odbywać w kierunku promieniowym jak w pompach zębatach o użębieniu

zewnątrznym. Z tego też względu zmianie uległ kształt kanałów wewnętrznych w strefie ssawnej S_s i tłocznej S_T , gdzie przyjmują one nerkowaty kształt. Takie ukształtowanie kanałów pozwala na zasilanie i odbiór cieczy roboczej z komory wyporowej KW w kierunku osiowym czyli od strony czołowej zespołu kół zębatach.

Innym rozwiązaniem konstrukcyjnym pompy o zazębieniu wewnętrznym jest pompa produkowana przez firmę Eckerle z Niemiec [61], której schemat konstrukcyjny pokazano na rys.2-3.



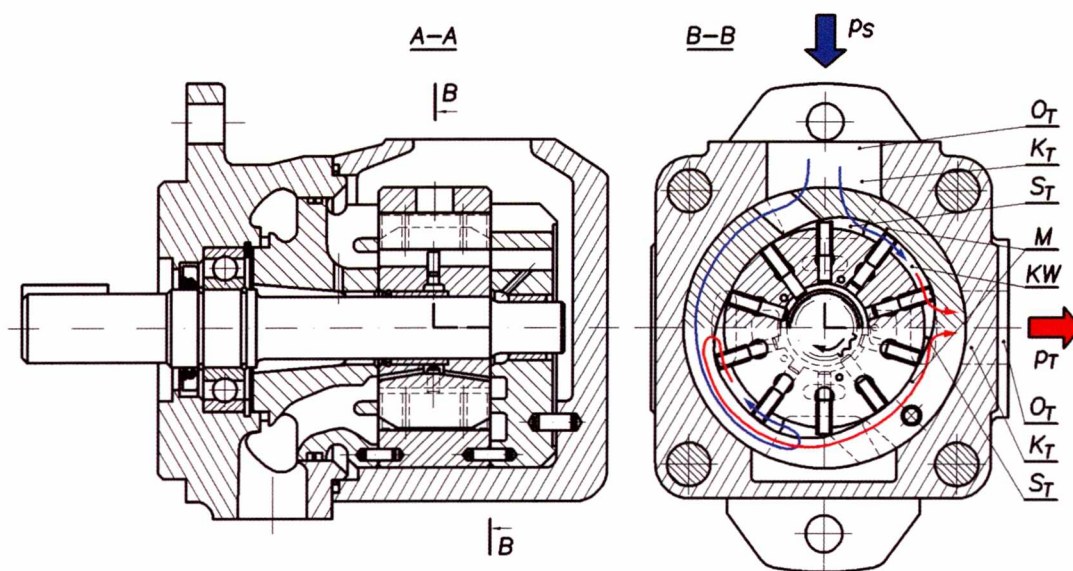
2-3. Pompa zębata o zazębieniu wewnętrznym i niesymetrycznym układzie kanałów wewnętrznych firmy Eckerle (Niemcy)

Analizując powyższy rysunek można zauważyć jedną zasadniczą różnicę, którą jest niesymetryczny układ kanałów wewnętrznych. Brak symetrii powoduje, iż kanały te są znacznie bardziej skomplikowane a strefa ssania S_s jest znacząco większa od strefy tłoczenia S_T . Bardzo duża strefa ssawna S_s ułatwia zasysanie cieczy roboczej w fazie ssania. Transport cieczy roboczej przebiega jednak podobnie jak poprzednio czyli w komorach wyporowych o stałej objętości.

Pomimo widocznych różnic w budowie wewnętrznej obu pomp łatwo można zauważyć, że układ kanałów wewnętrznych jest ukształtowany w ścisłym powiązaniu z budową, zasadą działania oraz kinematyką zespołu tłoczącego.

Kolejnym typem rotacyjnych pomp wyporowych są pompy łopatkowe. Jedną z nich jest pokazana na rys.2-4 pompa łopatkowa produkowana przez amerykańską firmę Denison Hydraulics [3]. Zastosowany w tej pompie układ tłoczący podwójnego działania spowodował

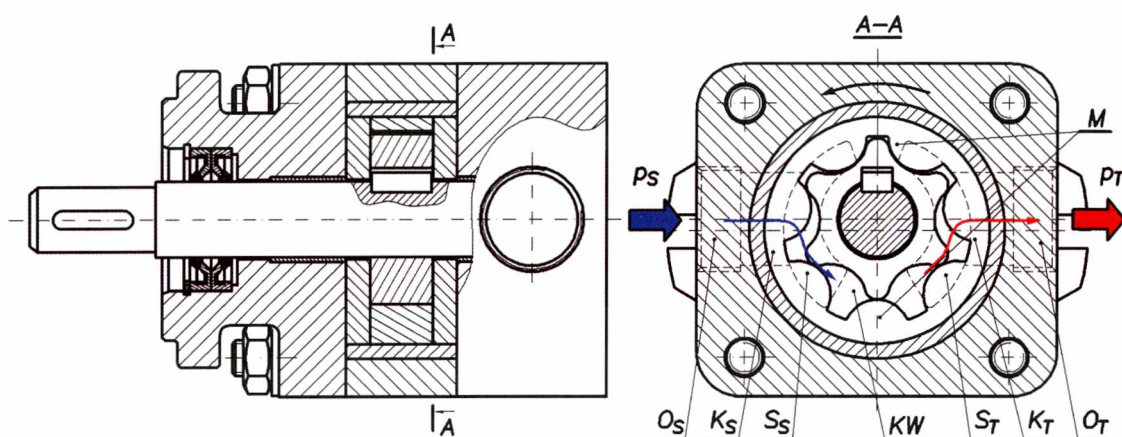
znaczne skomplikowanie układu kanałów wewnętrznych co jest doskonale widoczne na rysunku pompy. Pompy łopatkowe w porównaniu do wymienionych uprzednio, posiadają szereg różnic. Najważniejszą z nich jest zmienna objętość i kształt komory wyporowej KW w czasie pracy pompy. Dzięki temu wewnętrzne procesy przepływowe pompy mają łagodne przebiegi co w znacznym stopniu poprawia parametry wibroakustyczne jednostki obniżając hałasliwość jej pracy.



2-4. Pompa łopatkowa z kompensacją luzów osiowych firmy Denison Hydraulics (USA)

Podobnie jak poprzednio, również i tu zauważyć można ścisły związek rozwiązania konstrukcyjnego układu kanałów wewnętrznych z budową, zasadą działania i kinematyką zespołu rotacyjnych organów roboczych. Widać mianowicie, że w strefie ssania S_s , gdzie objętość komory wyporowej KW rośnie, wykonany jest układ kanałów łączących komorę wyporową KW z kanałem ssawnym K_s . Podobnie, gdy komora wyporowa KW znajduje się w strefie tłocznej S_T i zmniejsza swoją objętość, układ kanałów wewnętrznych powoduje jej połączenie z kanałem tłocznym K_T .

Ostatnim typem rotacyjnych pomp wyporowych są pompy gerotorowe, których cechą charakterystyczną jest zmienna objętość i kształt komory wyporowej. Dzięki temu są one jednymi z najbardziej reprezentatywnych rotacyjnych pomp wyporowych.



2-5. Pompa gerotorowa z kompensacją luzów osiowych zaprojektowana na Politechnice Wrocławskiej (Polska).

Na rys.2-5 przedstawiono uproszczony schemat konstrukcyjny pompy gerotorowej z kompensacją luzów osiowych [20] opracowanej w Instytucie Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej. Pompa ta charakteryzuje się symetrycznym ale stosunkowo złożonym układem kanałów wewnętrznych. Proces transformacji energii mechanicznej w energię hydrauliczną przebiega podobnie jak w innych typach rotacyjnych pomp wyporowych. Ciecz robocza poprzez otwór ssawny O_s i kanał ssawny K_s trafia do strefy ssawnej S_s . W strefie tej ciecz robocza zasysana jest do wnętrza komór wyporowych KW , we wnętrzu których transportowana jest do strefy tłocznej S_T . Stąd poprzez kanał tłoczny K_T i otwór tłoczny O_T czynnik roboczy opuszcza pompę.

Także i w przypadku pomp gerotorowych łatwo można zauważyć ścisły związek pomiędzy rozwiązaniem konstrukcyjnym układu kanałów wewnętrznych a budową, zasadą działania i kinematyką wirnikowych organów roboczych czyli kół zębatach o uzębieniu epi- lub hipocykloidalnym, zwanych potocznie kołami gerotorowymi.

W każdej rotacyjnej pompie wyporowej zachodzi proces napełniania, transportu i opróżniania komory wyporowej oraz towarzyszący temu proces dostarczania i odbioru czynnika roboczego oraz konieczność odseparowania strefy wysokiego i niskiego ciśnienia. O ile napełnianie, transport i opróżnianie komory wyporowej wiąże się bezpośrednio z kształtem i wymiarami komory wyporowej o tyle przebieg procesu dostarczania i odbioru cieczy roboczej zależy zasadniczo od ukształtowania układu kanałów wewnętrznych. Wynika stąd, iż oba te problemy muszą być rozpatrywane łącznie. W dostępnej literaturze brak jest jednak podejścia do rozważanego tematu. Z reguły traktuje się wspomniane problemy rozdzielnie, w [40, 53], gdzie autorzy poruszają ważny problem kształtowania organów

roboczych, albo, jak w przypadku prac [12, 21,22,27,33,38], skupiają się na kształtowaniu układu kanałów wewnętrznych.

W dostępnej literaturze istnieje więc problem, który w niniejszej pracy zamierza się rozwiązać.

3. Cele pracy

Podczas projektowania rotacyjnych pomp wyporowych należy rozwiązać dwa zasadnicze problemy: problem kształtowania wirnikowych organów roboczych oraz problem kształtowania układu kanałów wewnętrznych. W tym celu należy:

- uzupełnić i uporządkować wiedzę o zjawiskach i procesach przebiegających we wnętrzu rotacyjnych pomp wyporowych,
- opisać zjawiska i procesy przepływowe, tzn. podać ich model teoretyczny. Model ten należy przy tym sparametryzować i uzależnić od cech geometrycznych układu kanałów wewnętrznych, własności fizycznych cieczy roboczej i parametrów eksploatacyjnych,
- przyjąć układ parametrów pozwalający na ocenę przebiegu procesów przepływowych w rotacyjnej pompie wyporowej, co pośrednio pozwoli także na ocenę rozwiązania konstrukcyjnego układu kanałów wewnętrznych zastosowanego w pompie i umożliwi porównanie maszyn pomiędzy sobą,
- na podstawie przygotowanego modelu teoretycznego opracować model symulacyjny oraz związany z nim program komputerowy do symulacji rozważanych procesów. Następnie za pomocą tego programu przeprowadzić badania symulacyjne,
- zbudować pompę eksperymentalną i przeprowadzić badania eksperymentalne,
- za pomocą otrzymanych wyników badań eksperymentalnych zweryfikować badania symulacyjne i model teoretyczny,
- wykorzystując zweryfikowany model teoretyczny i symulacyjny, zaprojektować układ szczelin i kanałów wewnętrznych

Ze względu na to, że wymagane modele teoretyczne powinny uwzględniać cechy geometryczne, które zależą od zastosowanego rozwiązania konstrukcyjnego, należy wybrać jedną z rotacyjnych pomp wyporowych.

Jako reprezentatywną w niniejszej pracy przyjęto pompę gerotorową.

Uwzględniając powyższe spostrzeżenia przyjęto następujące cele pracy:

- 1. Budowa uniwersalnego modelu teoretycznego procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wyporowych**
- 2. Przyjęcie układu parametrów służących do oceny procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wyporowych**
- 3. Weryfikacja modelu teoretycznego za pomocą badań eksperymentalnych**
- 4. Zaprojektowanie układu kanałów wewnętrznych dla typoszeregu pomp PGK z wykorzystaniem modelu teoretycznego**

W związku z realizacją pierwszego celu należało opracować model teoretyczny procesów przepływowych zachodzących w rotacyjnych pompach wyporowych. Model ten powinien być uniwersalny aby można go było stosować do różnych typów rotacyjnych pomp wyporowych.

Aby zrealizować drugi cel pracy należało przyjąć układ parametrów do oceny przebiegu procesów przepływowych i rozwiązania konstrukcyjnego kanałów wewnętrznych rotacyjnej pompy wyporowej. Aby możliwe było porównywanie różnych wariantów konstrukcyjnych a nawet różnych typów rotacyjnych pomp wyporowych, wybrane parametry musiały być jednakowe dla wszystkich rotacyjnych pomp wyporowych. Z tego względu powinny one być wybrane na podstawie opracowanego uniwersalnego modelu teoretycznego procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wyporowych.

Realizując trzeci cel pracy należało opracować program komputerowy do symulacji procesów przepływowych w rotacyjnych maszynach wyporowych. Program ten musiał być oparty na opracowanym wcześniej modelu teoretycznym. Opracowany model teoretyczny, zaimplementowany w programie, należało przebadać przeprowadzając symulacje komputerowe. Następnie model ten należało zweryfikować poprzez badania eksperymentalne. W tym celu należało zaprojektować i wykonać eksperymentalną pompę gerotorową, którą

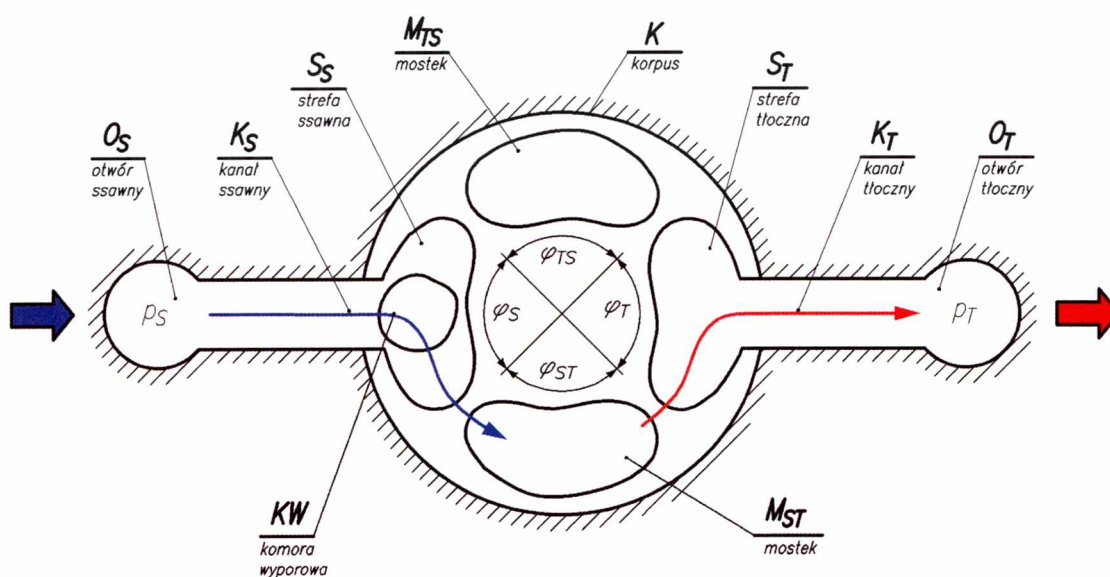
należało przebadać eksperymentalnie na zaprojektowanym stanowisku badawcze zgodnie z opracowanym program badań eksperymentalnych.

W związku z realizacją czwartego celu pracy, korzystając z opracowanego i zweryfikowanego modelu teoretycznego, należało zaprojektować układ kanałów wewnętrznych w typoszeregu pomp gerotorowych PG.

4. Model teoretyczny procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wyporowych

4.1. Struktura i zasada działania rotacyjnej pompy wyporowej

Uogólniony schemat rotacyjnej pompy wyporowej pokazano na rys.4-1. Widać na nim, że w korpusie K każdej jednostki wykonany jest układ kanałów wewnętrznych: O_S , K_S , N_S , N_T , K_T , O_T oraz strefy rozdzielających, tzw. mostków M_{TS} i M_{ST} . Najważniejsze z nich, nerki oraz mostki, opisane są charakterystycznymi wymiarami: kątem rozwarcia strefy ssawnej φ_S , kątem rozwarcia mostka M_{ST} φ_{ST} , kątem rozwarcia strefy tłocznej φ_T , kątem rozwarcia mostka M_{TS} φ_{TS} . Poza układem kanałów wewnętrznych w każdej rotacyjnej pompie wyporowej występuje przynajmniej jedna komora wyporowa KW .



4-1. Ogólny schemat rotacyjnej pompy wyporowej

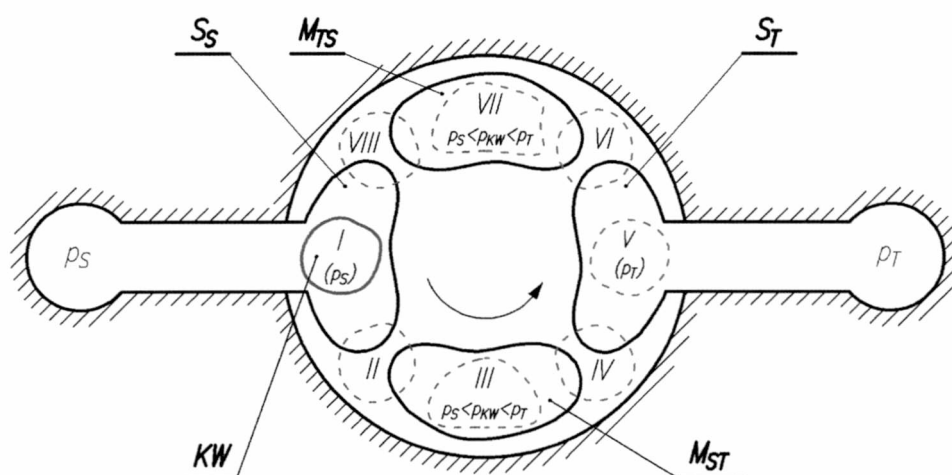
O_S – otwór ssawny, K_S – kanał ssawny, S_S – strefa ssawna, KW – komora wyporowa, M_{ST} – mostek, S_T – strefa tłoczna, K_T – kanał tłoczny, O_T – otwór tłoczny, M_{TS} – mostek, K – korpus, p_S – ciśnienie ssania, p_T – ciśnienie tłoczenia, φ_S – kąt strefy ssawnej, φ_{ST} – kąt mostka M_{ST} , φ_T – kąt strefy tłocznej, φ_{TS} – kąt mostka M_{TS} .

Proces transportu cieczy przeanalizować można korzystając z rys.4-1. Ciecz robocza poprzez otwór ssawny O_S i kanał ssawny K_S trafia do strefy ssawnej S_S . Stąd ciecz robocza wpływa do komory wyporowej KW znajdującej się w strefie ssawnej S_S . Następnie ciecz

robocza, znajdująca się wewnątrz komory wyporowej KW , jest transportowana do strefy tłocznej S_T przez strefę rozdzielającą mostka M_{ST} . Dostarczona do strefy tłocznej S_T ciecz poprzez kanał tłoczny K_T i otwór tłoczny O_T jest wytłaczana na zewnątrz pompy.

Część cieczy pozostaje jednak wewnątrz komory wyporowej KW i poprzez strefę rozdzielającą mostka M_{TS} trafia z powrotem do strefy ssawnej S_S .

Analizując proces transportu cieczy roboczej w rotacyjnej pompie wyporowej zauważa się, że komora wyporowa może zajmować osiem charakterystycznych położeń (rys.4-2).



4-2. Charakterystyczne położenia komory wyporowej w rotacyjnych pompach wyporowych.

S_S – strefa ssawna, KW – komora wyporowa, M_{ST} – mostek, S_T – strefa tłoczna, M_{TS} – mostek, p_S – ciśnienie ssania, p_T – ciśnienie tłoczenia, p_{KW} – ciśnienie we wnętrzu komory wyporowej, I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII – charakterystyczne położenia komory wyporowej.

Jedynie w dwóch z nich ciśnienie cieczy w komorze wyporowej jest ściśle określone. Mianowicie w położeniu I, kiedy komora wyporowa KW jest całkowicie połączona ze strefą ssawną S_S , ciśnienie cieczy jest równe ciśnieniu ssania p_S . Podobnie w położeniu V, kiedy komora wyporowa KW jest całkowicie połączona ze strefą tłoczną S_T ciśnienie cieczy we wnętrzu komory wyporowej jest równe ciśnieniu tłoczenia p_T . W pozostałych sześciu położeniach ciśnienie cieczy może się zmieniać w szerokich granicach, od ciśnienia ssania p_S do ciśnienia tłoczenia p_T . Jeśli w czasie ruchu komory wyporowej następuje również zmiana jej objętości, we wnętrzu komory wyporowej KW mogą wystąpić także ciśnienia z poza tego zakresu. Sytuacja taka może mieć miejsce szczególnie podczas wejścia i wyjścia komory wyporowej KW w obszar mostków M_{ST} i M_{TS} , czyli w położeniach pośrednich II, IV, VI, VIII. Wartości występujących tam ciśnień zależą przy tym od

zastosowanego w pompie rozwiązania konstrukcyjnego kanałów wewnętrznych, w szczególności od kształtu i wymiarów charakterystycznych strefy ssawnej S_s i tłocznej S_T , oraz kształtu i wymiarów komory wyporowej KW i prędkości zmian jej objętości.

Jak widać zachodzące we wnętrzu komory wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej procesy przepływowe są złożone i nie w pełni poznane. Przyjęcie szeregu założeń upraszczających pozwala jednak na budowę ogólnego modelu teoretycznego tych procesów.

4.2. Założenia upraszczające

Analiza literatury dotyczącej modelowania układów fizycznych [24] i hydraulicznych [38, 61, 64], pozwoliła na przyjęcie szeregu założeń upraszczających pozwalających na budowę modelu teoretycznego procesów przepływowych zachodzących we wnętrzu rotacyjnych pomp wyporowych. Ze względu na charakter rozpatrywanych zagadnień, w przeważającej mierze są to założenia dotyczące części hydraulicznej i są one następujące:

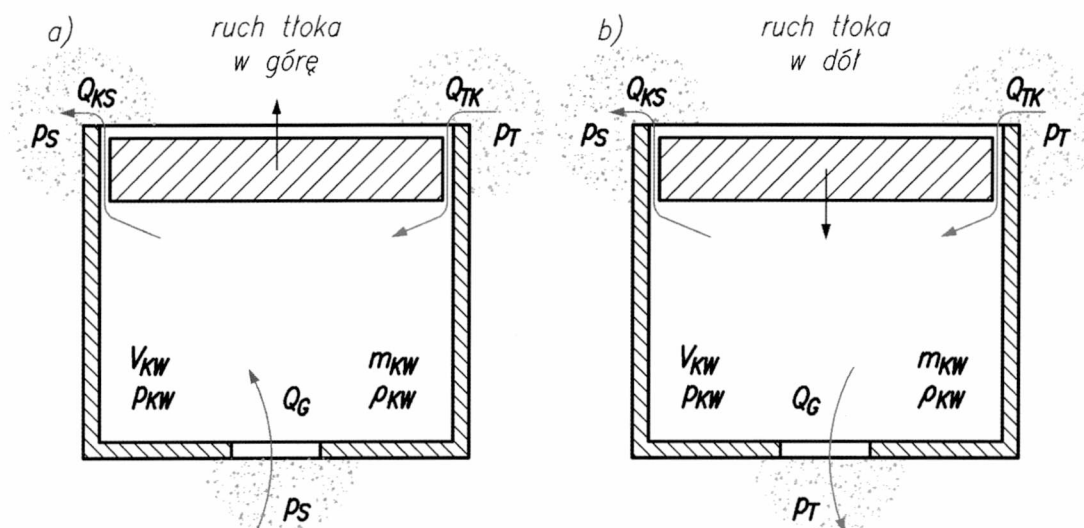
- a) ***Układ pracuje przy stałej temperaturze cieczy roboczej.*** Nie uwzględnia się wpływu temperatury otoczenia na zjawiska i procesy przebiegające w rotacyjnej pompie wyporowej. Wszystkie zjawiska i przemiany są izotermiczne, szczególnie przepływ przez szczeliny wewnętrzne. Straty energii mechanicznej i hydraulicznej w postaci energii cieplnej są rozpraszane poza układ i nie oddziałują na niego [24, 46, 47].
- b) ***Właściwości fizyczne cieczy hydraulicznej nie zmieniają się podczas pracy urządzenia.*** Nie uwzględnia się wpływu temperatury na właściwości fizyczne cieczy hydraulicznej, w szczególności na jej lepkość dynamiczną.
- c) ***Wartości sił hydrodynamicznych występujących we wnętrzu rotacyjnych pomp wyporowych nie są duże.*** Wartości spadków, lub przyrostów, ciśnienia nimi spowodowane mogą być pominięte [18].
- d) ***Pomijalnie małe spadki ciśnienia w kanałach wewnętrznych.*** Przy krótkich kanałach o właściwie dobranych przekrojach opory przepływu są niewielkie i mogą zostać pominięte [47, 50].

- e) **Straty objętościowe występujące w maszynach wyporowych zależą liniowo od ciśnienia.** Wynika to z przyjęcia laminarnego charakteru przepływu w szczelinach oraz przyjęcia stałej wysokości szczelin wewnętrznych [38, 61, 64].
- f) **Wszystkie parametry układu mechanicznego i hydraulicznego są traktowane jako skupione.** Odległości między poszczególnymi elementami, tak mechanicznymi jak i hydraulicznymi, są zbyt małe, aby zjawiska falowe odgrywały znaczącą rolę [24, 64].
- g) **Wszystkie połączenia mechaniczne są doskonale sztywne, a przeniesienie ruchu na kolejne elementy odbywa się bez poślizgu.** Założenie doskonałej sztywności części mechanicznych wynika z tego, iż średnia sztywność części mechanicznych (korpusy, koła, śruby) jest dużo większa niż części hydraulicznej. Z tego powodu można przyjąć, że elementy te są doskonale sztywne [64].

4.3. Model teoretyczny

Ze względu na istnienie kilku typów rotacyjnych pomp wyporowych (pompy zębate, pompy gerotorowe, pompy śrubowe i pompy łopatkowe), jednocześnie istnieje również kilka różnych rozwiązań konstrukcyjnych komór wyporowych. Są to z reguły rozwiązania istotnie różniące się między sobą. Przykładowo w pompie zębatej komora wyporowa ma stałą objętość, a w pompie gerotorowej objętość komory wyporowej zmienia się płynnie w trakcie pracy. Ponieważ w pracy założono, że model teoretyczny ma opisywać wszystkich rotacyjne pompy wyporowe zrezygnowano z rzeczywistej komory wyporowej i zastąpiono ją modelem uogólnionym.

W pracy przyjęto najczęściej stosowany przez badaczy [12, 13, 44, 45], uogólniony model komory wyporowej, w którym złożony układ współpracujących ze sobą organów roboczych i kanałów wewnętrznych tworzący komorę wyporową, uproszczono do modelu cylindra hydraulicznego. Przyjęty model przedstawiony jest na rys.4-3. W modelu tym ruch tłoka w górę (rys.4-3a) powoduje wzrost objętości komory wyporowej, a więc jest czynnikiem odpowiedzialnym za proces napełniania komory wyporowej cieczą roboczą. Podobnie ruch tłoka w dół (rys.4-3b) odpowiedzialny jest za proces opróżniania komory wyporowej z cieczy roboczej. Oba te procesy są procesami użytecznymi i są bezpośrednio odpowiedzialne za generowanie głównego natężenia przepływu Q_G .



4-3. Ogólny model komory wyporowej

a) proces napełniania komory wyporowej cieczą roboczą podczas ruchu tłoka w górę, b) proces opróżniania komory wyporowej z cieczy roboczej podczas ruchu tłoka w dół.

V_{KW} – objętość komory wyporowej, p_{KW} – ciśnienie cieczy w komorze wyporowej, m_{KW} – masa cieczy w komorze wyporowej, ρ_{KW} – gęstość cieczy w komorze wyporowej, Q_G – główne natężenie przepływu czynnika roboczego, Q_{KS} – natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do strefy ssawnej, Q_{TK} – natężenie przepływu przecieków ze strefy tłocznej do komory wyporowej.

W odróżnieniu od obu tych procesów, w każdej rotacyjnej pompie wyporowej występuje także dodatkowy proces przepływowy – proces generowania strat objętościowych. Straty objętościowe powodowane są występującymi w każdej rotacyjnej pompie wyporowej szczelinami wewnętrznymi. Wiążą się z nimi dwa natężenia przepływu: natężenie przepływu przecieków ze strefy tłocznej do komory wyporowej Q_{TK} , oraz natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do strefy ssawnej Q_{KS} . Oczywistym zarazem jest, że w stosunku do głównego natężenia przepływu Q_G , powinny one być jak najmniejsze. Jak ogólnie wiadomo, w celu zmniejszenia wielkości strat hydraulicznych należy zmniejszyć wielkości szczelin występujących w pompie wyporowej. W chwili obecnej, dzięki nowoczesnej technologii, nie stanowi to większego problemu. Jednak czynnikiem ograniczającym jest tutaj potrzeba zachowania minimalnego luzu potrzebnego do poprawnej pracy urządzenia.

W celu budowy modelu teoretycznego dla wewnętrznych procesów przepływowych w komorze wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej należy powiązać ze sobą charakterystyczne parametry. Najistotniejsze z nich przedstawiono na rys.4-3, są to:

- V_{KW} – objętość komory wyporowej,
- p_{KW} – ciśnienie cieczy w komorze wyporowej,
- m_{KW} – masa cieczy w komorze wyporowej,
- ρ_{KW} – gęstość cieczy w komorze wyporowej.

Z punktu widzenia komory wyporowej KW , masę cieczy zawartej w jej wnętrzu, w dowolnej chwili czasu t , określić można korzystając z zasady zachowania masy jako:

$$m_{KW}(t) = m_{KW0} = const \quad (4.1)$$

Równanie to jest prawdziwe dla szczelnie zamkniętej komory wyporowej. Wymienione wcześniej procesy przepływowe pozwalają jednak na wymianę cieczy roboczej zawartej we wnętrzu komory wyporowej z cieczą roboczą spoza niej. Z tego powodu równanie (4.1) należy uzupełnić o składnik opisujący zmianę masy cieczy spowodowaną rozważanymi procesami. W takim przypadku równanie (4.1) przyjmuje postać.

$$m_{KW}(t) = m_{KW0} + \int_0^t [Q_G(t) + Q_{TK}(t) - Q_{KS}(t)] \cdot \rho_{KW}(t) \cdot dt = const \quad (4.2)$$

gdzie:

- m_{KW0} – masa cieczy zawartej w komorze wyporowej w chwili t_0 ,
- m_{KW} – masa cieczy zawartej w komorze wyporowej w dowolnej chwili t ,
- ρ_{KW} – gęstość cieczy zawartej w komorze wyporowej w dowolnej chwili t .

Ze względu na występującą w równaniu (4.2) całkę oraz czynnik m_{KW0} trudno jest z niego skorzystać w przedstawionej formie. Różniczkując powyższe równanie po czasie t otrzymuje się zależność:

$$\frac{dm_{KW}(t)}{dt} = [Q_G(t) + Q_{TK}(t) - Q_{KS}(t)] \cdot \rho_{KW}(t) \quad (4.3)$$

która po przemnożeniu przez dt daje:

$$dm_{KW}(t) = [Q_G(t) + Q_{TK}(t) - Q_{KS}(t)] \cdot \rho_{KW}(t) \cdot dt \quad (4.4)$$

Z powyższej zależności wynika, że chwilowy przyrost masy cieczy dm_{KW} zawartej w komorze wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej, jest równy masie cieczy dostarczonej przez główne natężenie przepływu Q_G powiększonej o masę cieczy dostarczonej przez natężenie przepływu przecieków ze strefy tłocznej do komory wyporowej Q_{TK} i pomniejszonej o masę cieczy uniesioną przez natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do strefy ssawnej Q_{KS} . Należy przy tym pamiętać, że główne natężenie przepływu Q_G powoduje zwiększenie masy cieczy, zawartej w komorze wyporowej, tylko w fazie napełniania komory wyporowej (rys.4-3a). W przeciwnym wypadku, w procesie opróżniania komory wyporowej z cieczy roboczej (rys.4-3b), główne natężenie przepływu Q_G będzie powodowało zmniejszanie masy cieczy zawartej we wnętrzu komory wyporowej KW . Analitycznym wyrazem takiego stanu rzeczy jest zmiana znaku głównego natężenia przepływu.

Rozpatrując procesy przepływowe dla wszystkich położań komory wyporowej, szczególności dla położań, w których komora jest całkowicie odcięta zarówno od strefy ssawnej S_s jak i od strefy tłocznej S_T , czyli wtedy, gdy znajduje się ona nad jednym z mostków, (rys.4-2, położenia *III* i *VII*), należy uwzględnić zjawisko ściśliwości cieczy. Z tego też względu masę cieczy w komorze wyporowej należy rozpatrywać jako iloczyn chwilowej objętości komory wyporowej V_{KW} i chwilowej gęstości cieczy roboczej ρ_{KW} , co można zapisać jako:

$$m_{KW}(t) = \rho_{KW}(t) \cdot V_{KW}(t) \quad (4.5)$$

Po zróżniczkowaniu powyższej zależności po czasie t przyrost masy cieczy dm_{KW} w równaniu (4.4) można zapisać jako:

$$dm_{KW}(t) = \rho_{KW}(t) \cdot dV_{KW}(t) + V_{KW}(t) \cdot d\rho_{KW}(t) \quad (4.6)$$

Występujące z prawej strony równości (4.6) składniki wiążą się z dwoma, występującymi w maszynach wyporowych, różnymi procesami. Pierwszy składnik, czyli $\rho_{KW}(t) \cdot dV_{KW}(t)$, opisuje zmianę masy cieczy zawartej wewnątrz komory wyporowej spowodowaną procesem zmian objętości komory wyporowej $dV_{KW}(t)$. Drugi składnik, czyli $V_{KW}(t) \cdot d\rho_{KW}(t)$, opisuje natomiast przyrost masy spowodowany ciągłym procesem zmiany gęstości cieczy roboczej $d\rho_{KW}(t)$ podczas pracy pompy. Oba składniki są ściśle uzależnione od typu

rotacyjnej pompy wyporowej, gdyż, jak łatwo zauważyć, zależą one od objętości V_{KW} i prędkości zmian jej objętości dV_{KW} , a jak wiadomo obie te wielkości wiążą się nierozdzielnie z zastosowanym w urządzeniu rozwiązaniem konstrukcyjnym. Przykładowo rozpatrując dwa typowe rodzaje rotacyjnych pomp wyporowych, jakimi są pompy zębate i pompy gerotorowe, zauważyć można, że występujący w równaniu (4.6) składnik $\rho_{KW} \cdot dV_{KW}$ będzie przyjmował dwie różne postaci. Człon ten zniknie w przypadku pompy zębatej, gdyż objętość komory wyporowej zależy wprawdzie od wymiarów charakterystycznych zazębienia, jednak ma w tym rozwiązaniu konstrukcyjnym wartość stałą, zatem czynnik dV_{KW} wyzeruje się. W pompie gerotorowej natomiast wartość tego czynnika będzie się zmieniała okresowo gdyż komora wyporowa cyklicznie, w sposób ciągły, zmienia swoją objętość a co za tym idzie podobnie okresowo będzie się zmieniał czynnik dV_{KW} .

Podstawiając zależność (4.6) do równania (4.4) oraz dzieląc obustronnie przez czynnik $\rho_{KW} \cdot dt$ otrzymuje się równanie postaci:

$$\frac{V_{KW}(t)}{dt} \frac{d\rho_{KW}(t)}{\rho_{KW}(t)} + \frac{dV_{KW}(t)}{dt} = Q_G(t) + Q_{TK}(t) - Q_{KS}(t) \quad (4.7)$$

Pierwszy człon równania (4.7) opisuje natężenie przepływu niezbędne do wypełnienia przestrzeni powstałej wskutek ściśliwości cieczy. Zgodnie z [61] (tom II – wzór II-231) niezbędne natężenie przepływu, uzupełniające przestrzeń powstałą ze względu na ściśliwość cieczy i odkształcenia sprężyste przewodu, obliczyć można z zależności:

$$Q = \frac{V}{B} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (4.8)$$

Przyrównując pierwszy człon równania (4.7) do występującego w równaniu (4.8) natężenia przepływu Q oraz po uwzględnieniu tożsamości $V = V_{KW}(t)$ i $dp = dp_{KW}(t)$ równanie (4.8) można zapisać jako:

$$\frac{V_{KW}(t)}{dt} \frac{d\rho_{KW}(t)}{\rho_{KW}(t)} = \frac{V_{KW}(t)}{B} \cdot \frac{dp_{KW}(t)}{dt} \quad (4.9)$$

Występujący w powyższym wzorze współczynnik B jest zastępczym (globalnym) modułem sprężystości. Uwzględnia on zarówno sprężystość cieczy roboczej jak i obliczeniową

sprężystość przewodów. Analizując budowę wewnętrzną rotacyjnej pompy wyporowej można przyjąć, że przewodami hydraulicznymi są w niej kanały i szczeliny wewnętrzne wykonane w korpusie. Ze względu na to, że zazwyczaj sztywność korpusów jest wielokrotnie większa od sztywności cieczy hydraulicznej więc można je traktować jako idealnie sztywne (patrz założenia – rozdział 4.2). W takim przypadku można przyjąć, że współczynnik sprężystości wypadkowej B jest równy współczynnikowi sprężystości samej tylko cieczy roboczej E_C . Uwzględniając powyższe, zależność (4.9) można zatem zapisać jako:

$$\frac{V_{KW}(t)}{dt} \frac{d\rho_{KW}(t)}{\rho_{KW}(t)} = \frac{V_{KW}(t)}{E_C} \cdot \frac{dp_{KW}(t)}{dt} \quad (4.10)$$

Ostatecznie podstawiając uzyskaną w ten sposób zależność (4.10) do równania (4.7) oraz dokonując niezbędnych przekształceń otrzymuje się równanie o postaci:

$$\frac{dp_{KW}(t)}{dt} = \frac{E_C}{V_{KW}(t)} \left(Q_G(t) + Q_{TK}(t) - Q_{KS}(t) - \frac{dV_{KW}(t)}{dt} \right) \quad (4.11)$$

Powyższe równanie (4.11) jest podstawowym równaniem różniczkowym opisującym procesy przepływowe we wnętrzu komory wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej. Pozwala ono na wyznaczenie zmian ciśnienia panującego wewnątrz komory wyporowej w funkcji czasu t . Uwzględnia zarówno parametry geometryczne opisujące komorę wyporową V_{KW} i parametry hydrauliczne Q_G , Q_{KS} , Q_{TK} jak również parametry opisujące własności fizyczne cieczy roboczej E_C . Ponadto w sposób niejawni uwzględnia także wpływ parametrów eksploatacyjnych (np. prędkość obrotowa wału), na co wskazuje występujący w nim czas t . Przy ogólnym traktowaniu funkcji Q_G , Q_{KS} , Q_{TK} , V_{KW} równanie powyższe opisuje zmiany ciśnienia w komorze wyporowej dowolnej rotacyjnej pompy wyporowej.

W badaniach statycznych lub quasi statycznych, gdzie ciśnienie cieczy zmienia się tylko w nieznacznym zakresie, zazwyczaj w okolicach ciśnienia tłoczenia p_T , najczęściej przyjmuje się stałą wartość modułu sprężystości objętościowej cieczy E_C . W pracy tej, ze względu na bardzo szeroki zakres występujących w modelu teoretycznym ciśnień, a zwłaszcza na możliwość występowania ciśnień niższych od ciśnienia ssania p_S , jest to uproszczenie zbyt daleko idące. W tym przypadku należy zatem uwzględnić wpływ zmian ciśnienia na parametry cieczy.

W dostępnych źródłach [48, 61] pojawiają się różne modele teoretyczne opisujące zmiany modułu ściśliwości cieczy E_C w zależności od ciśnienia p . Model prostszy, dający jednak zadowalające wyniki, jest model cytowany w [61], opracowany przez Randela i Allena, gdzie nawet niewielka procentowa zawartość powietrza rozpuszczonego w oleju hydraulicznym (wg [48] zawartość powietrza w układach hydraulicznych niewyposażonych w specjalne urządzenia odpowietrzające wynosi około 2%) ma znaczny wpływ na moduł sprężystości objętościowej oleju E_C . Wpływ ten jest szczególnie widoczny w obszarze niskich ciśnień lub podciśnień¹. Zgodnie z zaproponowanym przez badaczy modelem wpływ ciśnienia p na moduł sprężystości objętościowej cieczy zapowietrzanej E_C można wyznaczyć korzystając ze wzoru:

$$E_C = E_{CC} \cdot \frac{\frac{V_c}{V_g}}{\frac{V_c}{V_g} + E_{CC} \cdot \frac{p_0}{p^2}} \quad (4.12)$$

gdzie:

- E_C – moduł sprężystości objętościowej oleju zapowietrzonego,
- E_{CC} – moduł sprężystości objętościowej czystego oleju,
- V_c – objętość cieczy przy ciśnieniu atmosferycznym,
- V_g – objętość powietrza przy ciśnieniu atmosferycznym,
- p_0 – ciśnienie atmosferyczne (0,1 MPa)
- p – ciśnienie robocze układu (ciśnienie absolutne)

4.4. Podsumowanie

Z przeprowadzonego w tym rozdziale wywodu wynika, iż istnieje ścisła analityczna zależność (równania (4.11) i (4.12)) łącząca ciśnienie cieczy roboczej we wnętrzu komory wyporowej p_{KW} z jej parametrami geometrycznymi, to jest jej objętością V_{KW} i prędkością

¹ Przez pojęcie podciśnienia rozumie się wartości ciśnienia mniejsze od wartości ciśnienia atmosferycznego.

zmian tej objętości dV_{KW} , parametrami hydraulicznymi, czyli głównym natężeniem przepływu Q_G , natężeniem przepływu przecieków z komory wyporowej do nerki ssawnej Q_{KS} i natężeniem przepływu przecieków z nerki tłocznej do komory wyporowej Q_{TK} , oraz właściwościami fizycznymi cieczy roboczej, czyli modulem sprężystości objętościowej cieczy E_C . W związku z tym opracowany w niniejszym rozdziale ogólny model matematyczny procesów przepływowych zachodzących we wnętrzu komory wyporowej rotacyjnych pomp wyporowych pozwala na opis zmian ciśnienia panującego we wnętrzu komory wyporowej jako funkcji postaci:

$$dp_{KW}(t) = f(G, F, E, t) \quad (4.13)$$

gdzie:

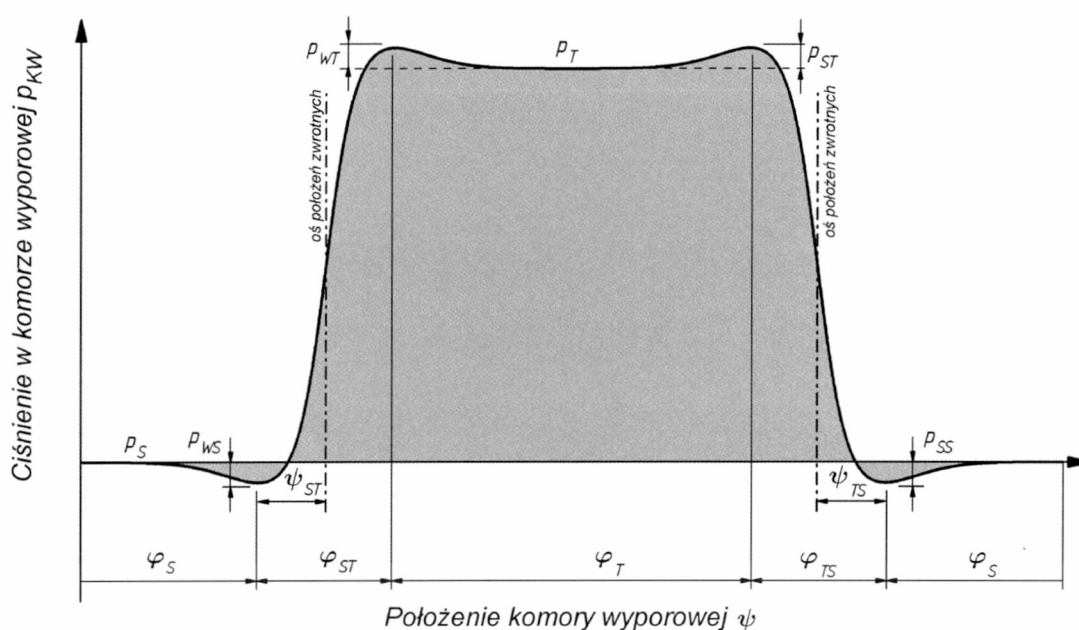
- G – ogólnie pojęte cechy geometryczne kanałów wewnętrznych,
- F – własności fizyczne cieczy roboczej,
- E – parametry eksploatacyjne

Tak ogólna postać równania jest zarazem jego największą zaletą. Pokazuje iż niezależnie od typu rotacyjnej pompy wyporowej i zastosowanego rozwiązania konstrukcyjnego analizę zjawisk przepływowych w jej wnętrzu można przeprowadzać za pomocą jednej metody. Zatem opracowanie jednego narzędzia pozwoli na badanie wpływu wielu parametrów na przebiegi zmian ciśnienia uniezależniając te badania od zastosowanego rozwiązania konstrukcyjnego.

Jednak przeprowadzenie badań symulacyjnych przy wykorzystaniu opracowanego modelu teoretycznego, równanie (4.11) i (4.12), wymaga przedstawienia jawnych postaci występujących w nim funkcji, opisujących natężenia przepływu Q_G , Q_{KS} , Q_{TK} oraz objętość komory wyporowej V_{KW} . Funkcje te można jednak określić dopiero po wybraniu konkretnego rozwiązania konstrukcyjnego, czyli po wyborze konkretnej rotacyjnej pompy wyporowej.

5. Układ parametrów do oceny procesów przepływowych w kanałach wewnętrznych rotacyjnych pomp wyporowych

Analiza literatury [10, 38, 55] poparta rozważaniami teoretycznymi, rozdział 4, pozwala stwierdzić, że w większości rozwiązań konstrukcyjnych stosowanych w rotacyjnych pompach wyporowych, zmiany ciśnienia w komorze wyporowej mają podobne trapezowe przebiegi. Taki teoretyczny wykres zmian ciśnienia w komorze wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej przedstawiony jest na rys.5-1.



5-1. Teoretyczny przebieg zmian ciśnienia cieczy roboczej w funkcji położenia kąтового komory wyporowej

Wyróżnić w nim można 4 charakterystyczne strefy (porównaj rozdział 4.1 oraz rys.4-2):

- strefa ssawna φ_S , w której ciśnienie cieczy roboczej w komorze wyporowej jest równe ciśnieniu ssania, $p_{KW} = p_S$,
- strefa wzrostu ciśnienia φ_{ST} , w której ciśnienie cieczy roboczej w komorze wyporowej wzrasta stopniowo od wartości ciśnienia ssania do wartości ciśnienia tłoczenia, $p_S < p_{KW} < p_T$,
- strefa tłoczna φ_T , w której ciśnienie cieczy roboczej w komorze wyporowej jest równe ciśnieniu tłoczenia, $p_{KW} = p_T$,

- strefa spadku ciśnienia φ_{TS} , w której ciśnienie cieczy roboczej w komorze wyporowej maleje stopniowo od wartości ciśnienia tłoczenia do wartości ciśnienia ssania, $p_T > p_{KW} > p_S$.

Jak widać przejścia pomiędzy poszczególnymi strefami przebiegu teoretycznego są łagodne, co wynika z równania (4.11).

W celu analizy i porównania między sobą różnych przebiegów zmian ciśnienia w komorze wyporowej, z wielu możliwych wielkości charakterystycznych, przedstawionego na rys. 5-1 wzorcowego przebiegu zmian ciśnienia, wybrano 8 wielkości charakterystycznych. Wielkości te wyszczególniono w tabeli 5-1.

5-1. Parametry charakterystyczne przebiegu zmian ciśnienia.

Parametr	Nazwa parametru
p_{WS}	Spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia
p_{WT}	Nadwyżka ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia
p_{ST}	Nadwyżka ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia
p_{SS}	Spadek ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia
ψ_{ST}	Kąt wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia
ψ_{TS}	Kąt wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia
φ_{ST}	Kąt strefy wzrostu ciśnienia
φ_{TS}	Kąt strefy spadku ciśnienia

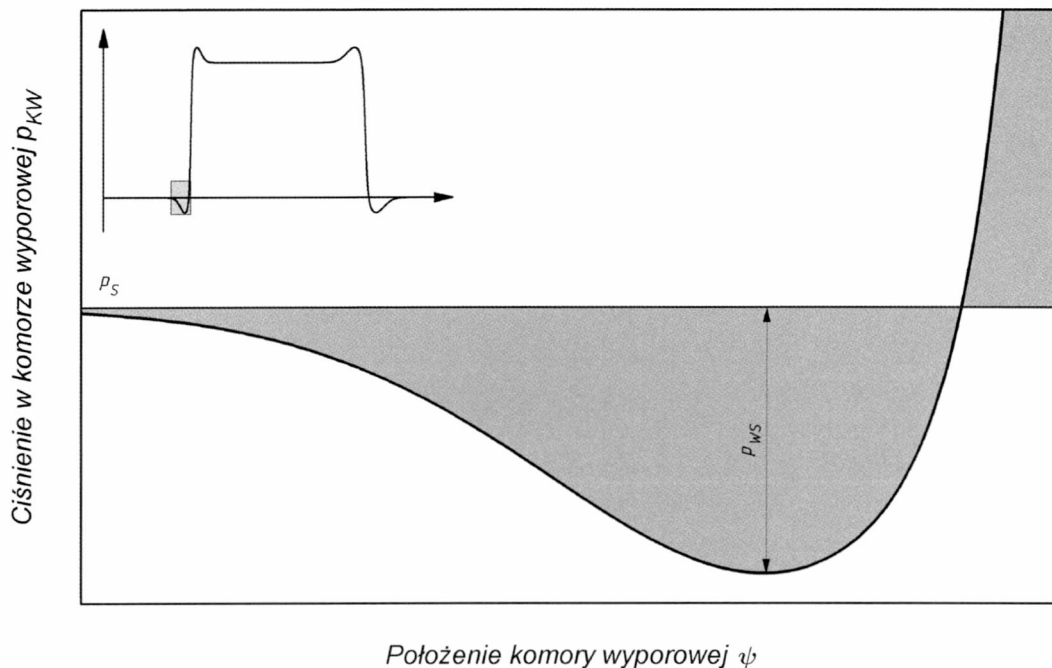
Wielkości te występują w przebiegu zmian ciśnienia cieczy w komorze wyporowej każdej rotacyjnej pompy wyporowej.

5.1. Spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia

Spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{WS} (rys. 5-2) zdefiniowany jest jako różnica wartości ciśnienia ssania p_S i minimalnej wartości ciśnienia występującego w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia.

Występowanie ciśnienia niższego od wartości ciśnienia ssania p_S , jest niekorzystne z wielu powodów. Jednym z nich jest możliwość wystąpienia zjawiska kawitacji

przyczyniającego się między innymi do wzrostu hałaśliwości pracy rotacyjnej pompy wyporowej oraz do przyspieszonego zużycia jej części składowych.



5-2. Spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia

Wiele czynników posiada wpływ na wartość spadku ciśnienia występującego w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia. Są to zarówno czynniki geometryczne związane z zastosowanym w rotacyjnej pompie wyporowej rozwiązaniem konstrukcyjnym, oraz fizyczne - opisujące własności czynnika roboczego. Najbardziej istotne z nich, to:

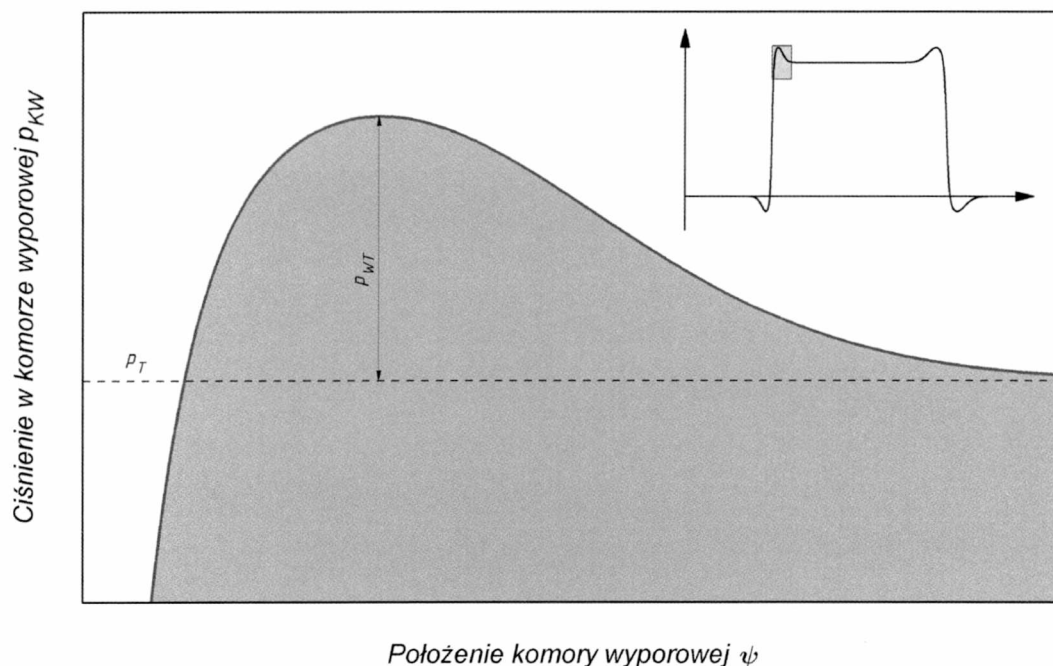
- prędkość zmian objętości komory wyporowej,
- wielkość szczelin wewnętrznych (głównie osiowych),
- temperatura czynnika roboczego (lepkości dynamicznej).

Należy zauważyć, że zwiększenie prędkości zmian objętości komory wyporowej powoduje wzrost wartości spadku ciśnienia. Wyjaśnienie takiego wpływu tego czynnika znaleźć można zauważając, że zwiększenie prędkości zmian objętości komory wyporowej powoduje zwiększenie natężenia przepływu wymaganego do uzupełnienia zmian objętości. To powoduje, że przy małym przekroju kanału pomiędzy komorą wyporową a strefą ssawną, czyli w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia (rys.4-2), występuje, czasami nawet bardzo znaczny, spadek ciśnienia.

Przeciwny wpływ na wartość spadku ciśnienia mają pozostałe dwa czynniki. Zwiększenie wielkości szczelin wewnętrznych lub wzrost temperatury, z którym wiąże się zmniejszenie lepkości cieczy roboczej, powoduje zmniejszenie oporów przepływu. Mniejsze opory przepływu natomiast powodują łatwiejsze uzupełnienie zmian objętości cieczy w komorze wyporowej i szybsze ustabilizowanie się wartości ciśnienia.

5.2. Nadwyżka ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia

Nadwyżka ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{WT} (rys.5-3) jest różnicą maksymalnej wartości ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia a wartością ciśnienia tłoczenia p_T .



5-3. Nadwyżka ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia

Występowanie ciśnień wyższych od wartości ciśnienia tłoczenia jest zjawiskiem niekorzystnym. Powoduje ono cykliczne obciążanie elementów konstrukcyjnych rotacyjnej pompy wyporowej, co w efekcie może doprowadzić do przedwczesnego zużycia zmęczeniowego jej elementów składowych.

Zarówno czynniki geometryczne, związane z kształtem i wymiarami kanałów wewnętrznych oraz komory wyporowej, jak i czynniki fizyczne cieczy roboczej odpowiadają bezpośrednio za występowanie nadwyżki ciśnienia p_{WT} w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia. Najważniejsze z nich to:

- nieprzystosowania kąta mostka oraz kąta określającego komorę wyporową,
- prędkość zmian objętości komory wyporowej,
- wielkości szczelin wewnętrznych (głównie osiowych),
- temperatura czynnika roboczego.

Podobnie jak w 5.1, daje się zauważyć, że wraz ze wzrostem prędkości zmian objętości komory wyporowej zwiększa się maksymalna wartość występującej w tej strefie nadwyżki ciśnienia.

Przeciwnie na wartość omawianej nadwyżki wpływają pozostałe dwa parametry. Zwiększenie wielkości szczelin wewnętrznych lub wzrost temperatury, z którym wiąże się zmniejszenie lepkości cieczy roboczej, powoduje zmniejszenie oporów przepływu a tym samym pozwala na łatwiejsze rozładowanie wzrastającego ciśnienia. Mechanizm ten pozwala to na szybsze ustabilizowanie się i ograniczenie maksymalnej wartości ciśnienia występującego w tym obszarze.

5.3. Nadwyżka ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia

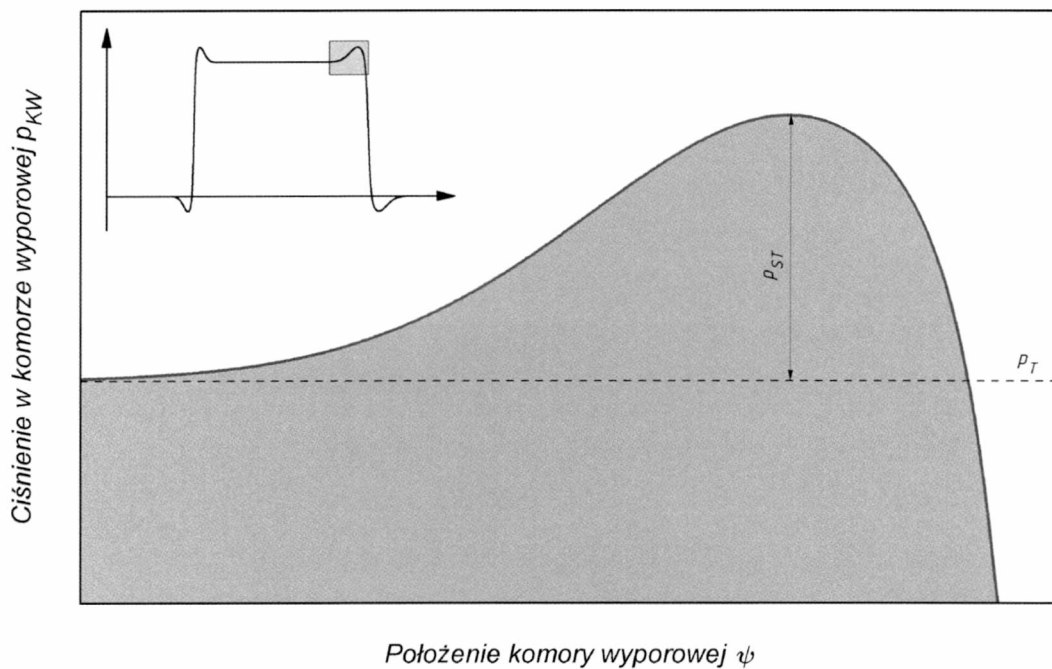
Nadwyżkę ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{ST} (rys.5-4) definiuje się jako różnicę maksymalnej wartości ciśnienia występującego w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia oraz wartości ciśnienia tłoczenia p_T .

Występowanie zjawiska wzrostu ciśnienia powyżej wartości ciśnienia tłoczenia jest niekorzystne. Podobnie jak wspomniano w rozdziale 5.2, powoduje ono cykliczne obciążanie elementów składowych rotacyjnej pompy wyporowej. Z tego też względu dąży się do zmniejszenia lub całkowitego wyeliminowania tego zjawiska.

Decydującymi czynnikami wpływającymi na wartość nadwyżki ciśnienia p_{ST} w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia są:

- niedopasowania kąta mostka oraz kąta opisującego komorę wyporową,
- prędkość zmian objętości komory wyporowej,
- wielkości szczelin wewnętrznych (głównie osiowych),
- temperatura czynnika roboczego.

Ze wzrostem prędkości zmian objętości komory wyporowej wiąże się wzrost wartości ciśnienia, gdyż zwiększenie prędkości zmian objętości komory wyporowej generuje większe natężenie przepływu potrzebne do uzupełnienia zmian objętości.



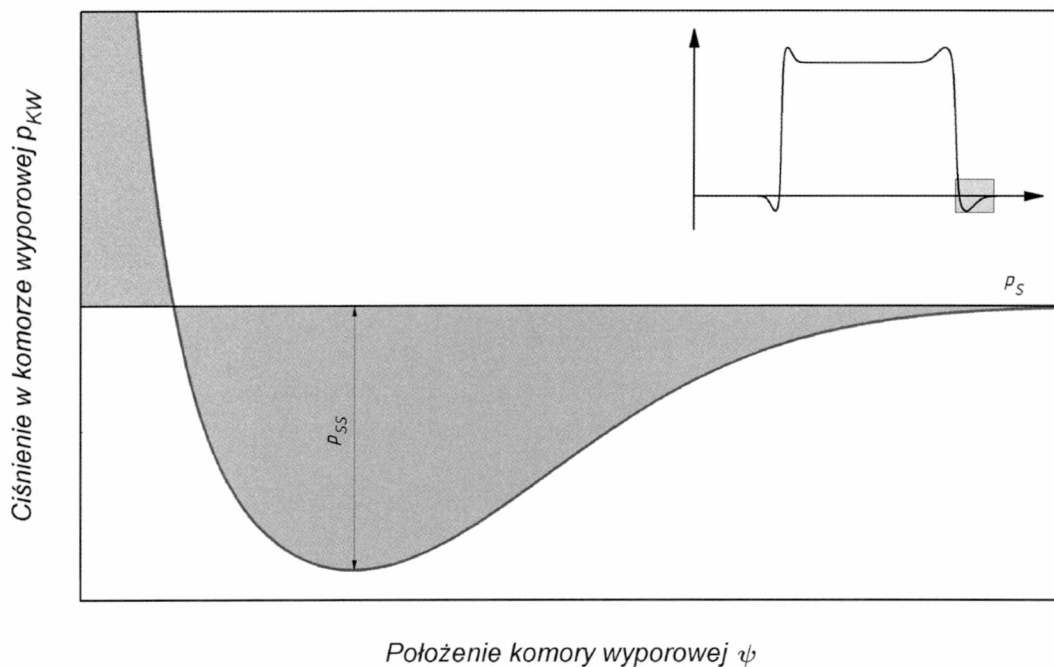
5-4. Nadwyżka ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia

Przeciwny wpływ na wartość nadwyżki ciśnienia mają pozostałe dwa parametry. Zwiększenie wielkości szczelin wewnętrznych lub wzrost temperatury, z którym wiąże się zmniejszenie lepkości cieczy roboczej, powoduje zmniejszenie oporów przepływu a tym samym nie pozwala na nadmierny wzrost wartości ciśnienia..

5.4. Spadek ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia

Spadek ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia p_{ss} (rys.5-5) jest to różnica pomiędzy wartością ciśnienia ssania p_s a minimalną wartością ciśnienia panującego w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia.

Występowanie ciśnień niższych od wartości ciśnienia ssania w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia jest zjawiskiem niekorzystnym, które w niesprzyjających warunkach może doprowadzić nawet do wystąpienia zjawiska kawitacji. Z tego też powodu dąży się do tego, aby wartość ciśnienia w tym obszarze była możliwie bliska wartości ciśnienia ssania.



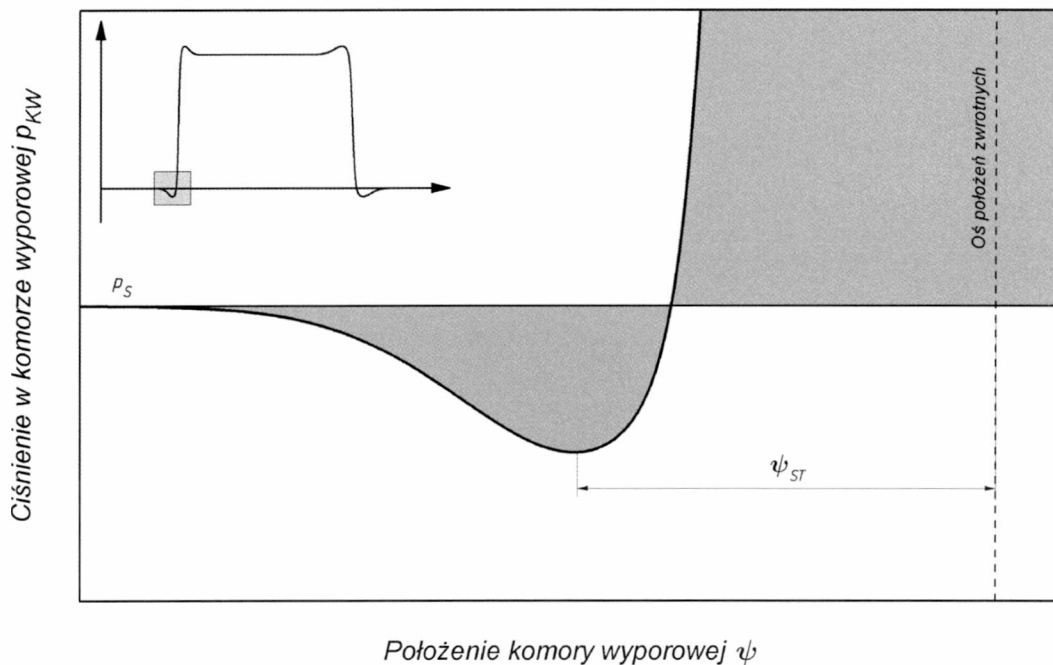
5-5. Spadek ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia

Mechanizm prowadzący do wystąpienia spadku ciśnienia p_{ss} w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia jest analogiczny jak w przypadku spadku ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia (rozdział 5.1). Stąd też czynniki wpływające na wielkość podciśnienia są takie same.

5.5. Kąt wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia

Z rys.5-6 wynika definicja kąta wejścia komory wyporowej ψ_{ST} w strefę wzrostu ciśnienia. Definiuje się ją jako kąt pomiędzy położeniem komory wyporowej, dla którego przyjmuje ona minimalną wartość ciśnienia tłoczenia w strefie wzrostu ciśnienia (porównaj rozdział 5.1) a osią położenia zwrotnych.

Kąt wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} zależy przede wszystkim od ukształtowania kanałów wewnętrznych w strefie ssawnej rotacyjnej pompy wyporowej (rys.4-2). Wielkość tego kąta zależy również od objętości i prędkości zmian objętości komory wyporowej, co bezpośrednio wiąże się z jej kształtem i wymiarami oraz z parametrami eksploatacyjnymi takimi jak prędkość obrotowa wału.



5-6. Kąt wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia

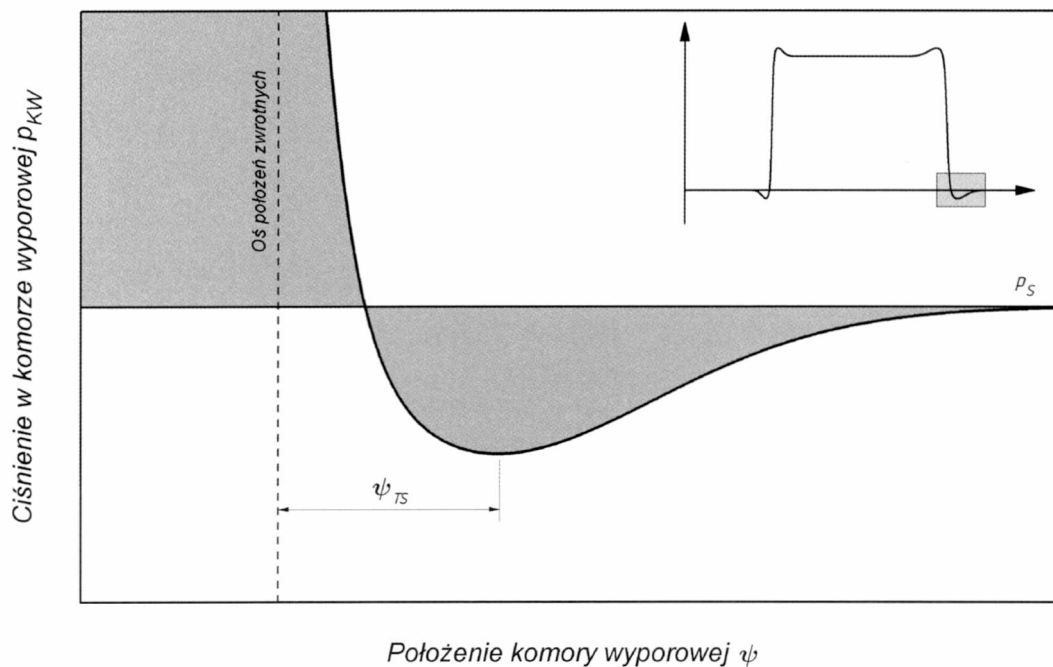
Wpływ wymienionych wcześniej czynników jest następujący. Wzrost objętości oraz wzrost prędkości zmian objętości komory wyporowej powoduje zwiększenie kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia. Podobnie wpływa również wzrost prędkości obrotowej wału rotacyjnej pompy wyporowej, ponieważ prędkość ta wpływa bezpośrednio na prędkość zmian objętości komory wyporowej.

5.6. Kąt wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia

Korzystając z rys.5-7 można zdefiniować kolejny parametr, którym jest kąt wyjścia komory wyporowej ψ_{TS} ze strefy spadku ciśnienia.

Jak widać jest on określony jako różnica położenia komory wyporowej, dla minimalnej wartości ciśnienia w strefie spadku ciśnienia (porównaj rozdział 5.4), i osi położen zwrotnych.

Czynniki wpływające na kąt wyjścia komory wyporowej ψ_{TS} ze strefy spadku ciśnienia są takie same jak w przypadku kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} (patrz rozdział 5.5).



5-7. Kąt wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia

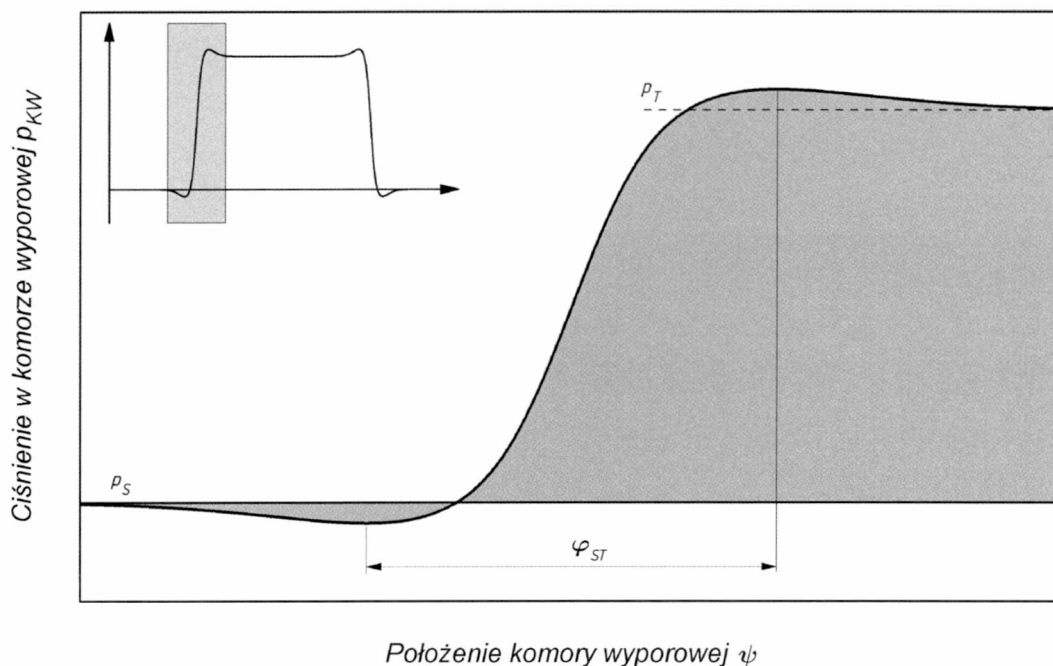
Wpływ poszczególnych parametrów jak i charakter zmian przez nie wprowadzanych jest analogiczny jak w przypadku kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia (rozdział 5.5).

5.7. Kąt strefy wzrostu ciśnienia

Na rys.5-8 zdefiniowano kąt strefy wzrostu ciśnienia jako różnicę pomiędzy położeniem komory wyporowej, w którym ciśnienie w jej wnętrzu przyjmuje wartość

maksymalną, a położeniem komory wyporowej, w którym ciśnienie w komorze wyporowej jest minimalne (porównaj rozdziały 5.1 i 5.2).

Kąt strefy wzrostu ciśnienia w zasadniczy sposób zależy od rozwiązania konstrukcyjnego maszyny wyporowej, w szczególności od kąta mostka M_{ST} (patrz rys.4-1). Zależy on także od parametrów fizycznych cieczy roboczej oraz pozostałych parametrów, w tym eksploatacyjnych. Kąt strefy wzrostu ciśnienia S_{ST} daje pojęcie o tym jak szybko wzrasta ciśnienie w komorze wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej, gdzie następuje systematyczny wzrost ciśnienia od wartości ciśnienia ssania p_s do wartości ciśnienia tłoczenia p_T . Teoretycznie prędkość ta nie powinna być zbyt duża, gdyż mogłoby to spowodować występowanie niekorzystnych zjawisk jak na przykład pulsacji ciśnienia czynnika roboczego w komorze wyporowej spowodowanym nagłą zmianą ciśnienia.



5-8. Kąt strefy wzrostu ciśnienia

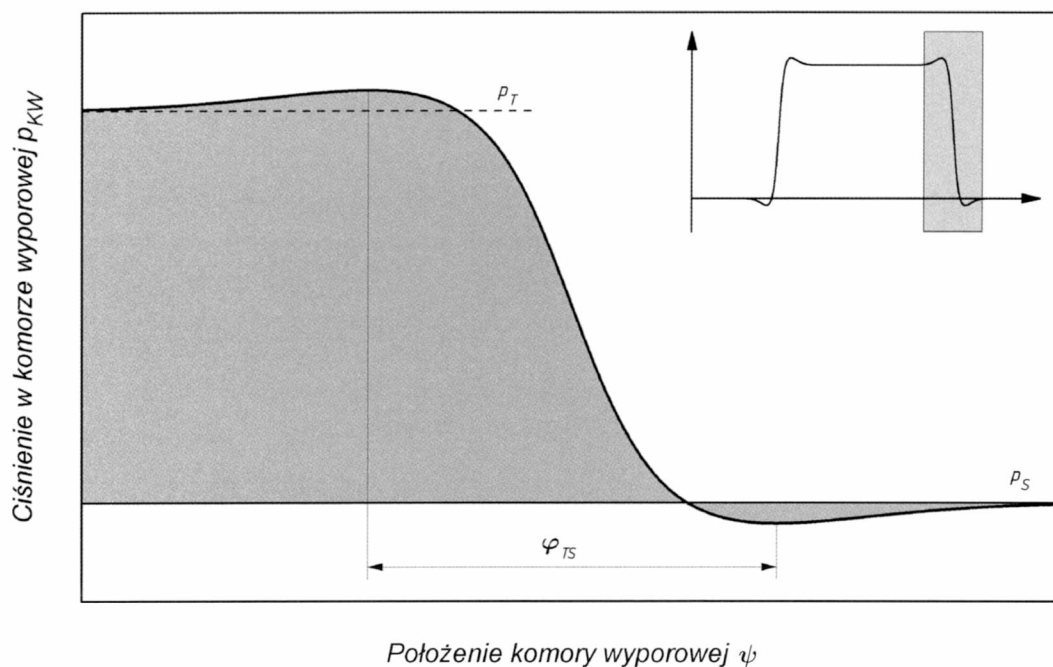
Analiza modelu teoretycznego procesów przepływowych w maszynach wyporowych prowadzi do wniosków stwierdzających, że najważniejszymi parametrami wpływającymi na kąt strefy wzrostu ciśnienia są:

- rozwiązanie konstrukcyjne pompy,
- temperatura czynnika roboczego,
- ciśnienie ssania i tłoczenia

Zauważa się przy tym, że zarówno zwiększenie temperatury jak i zwiększenie ciśnienia wyjściowego powoduje zmniejszenie kąta strefy wzrostu ciśnienia. Zmiana rozwiązania konstrukcyjnego może powodować zarówno zwiększenie jak i zmniejszenie kąta strefy wzrostu ciśnienia w zależności od charakteru zmian.

5.8. Kąt strefy spadku ciśnienia

Na rys.5-9 zdefiniowano kąt strefy wzrostu ciśnienia φ_{TS} . Jak wynika z rysunku jest on różnicą pomiędzy położeniem komory wyporowej, w którym ciśnienie w jej wnętrzu przyjmuje wartość minimalną, a położeniem komory wyporowej, dla którego wartość ciśnienia jest maksymalna (porównaj rozdziały 5.3 i 5.4).



5-9. Kąt strefy spadku ciśnienia

Kąt strefy spadku ciśnienia φ_{TS} zależy od cech geometrycznych, czyli rozwiązania konstrukcyjnego rotacyjnej pompy wyporowej, oraz od parametrów fizycznych cieczy roboczej. Parametr ten mówi o prędkości, z jaką maleje ciśnienie w komorze wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej od wartości ciśnienia tłoczenia p_T do wartości ciśnienia ssania p_S . Podobnie jak w przypadku kąta strefy wzrostu ciśnienia, rozdział 5.7, prędkość ta nie powinna być zbyt duża, gdyż mogłoby to spowodować występowanie niekorzystnych zjawisk takich jak na przykład oscylacji ciśnienia czynnika roboczego.

Wpływ poszczególnych parametrów jak i charakter wprowadzanych przez nie zmian jest analogiczny jak dla kąta strefy wzrostu ciśnienia i został on bardziej szczegółowo opisany w rozdziale 5.7.

5.9. Podsumowanie

Jak wynika z poprzedniego rozdziału, wartość ciśnienia w komorze waporowej zależy od przebiegu procesów przepływowych zachodzących w jej wnętrzu. Procesy te są jednak zależne od parametrów eksploatacyjnych, własności fizycznych cieczy oraz cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego, czyli kształtu i wymiarów organów roboczych a także układu kanałów i szczelin wewnętrznych. Stąd też każda zmiana tych parametrów wprowadza zauważalne zmiany na wykresie ciśnienia.

Dzięki opracowanemu w niniejszym rozdziale układowi 8 parametrów możliwe jest scharakteryzowanie każdego przebiegu zmian ciśnienia w rotacyjnych pompach waporowych. Pozwala to na ocenę zastosowanego rozwiązania konstrukcyjnego układu kanałów i szczelin wewnętrznych, a przez to także na porównanie między sobą różnych rozwiązań lub wersji konstrukcyjnych pomp. Niezależnie od tego czy przebiegi te otrzymano na drodze teoretycznej czy na drodze eksperymentalnej przez pomiar ciśnienia we wnętrzu komory waporowej rzeczywistej pompy, korzystając z modelu teoretycznego i symulacyjnego opracowany układ parametrów pozwala na stwierdzenie, który z przebiegów jest poprawny. Należy również zauważyć, że opracowany układ parametrów jest bardzo ogólny i po wprowadzeniu niewielkich zmian, może znaleźć zastosowanie w charakteryzowaniu przebiegu ciśnienia w innych typach maszyn waporowych.

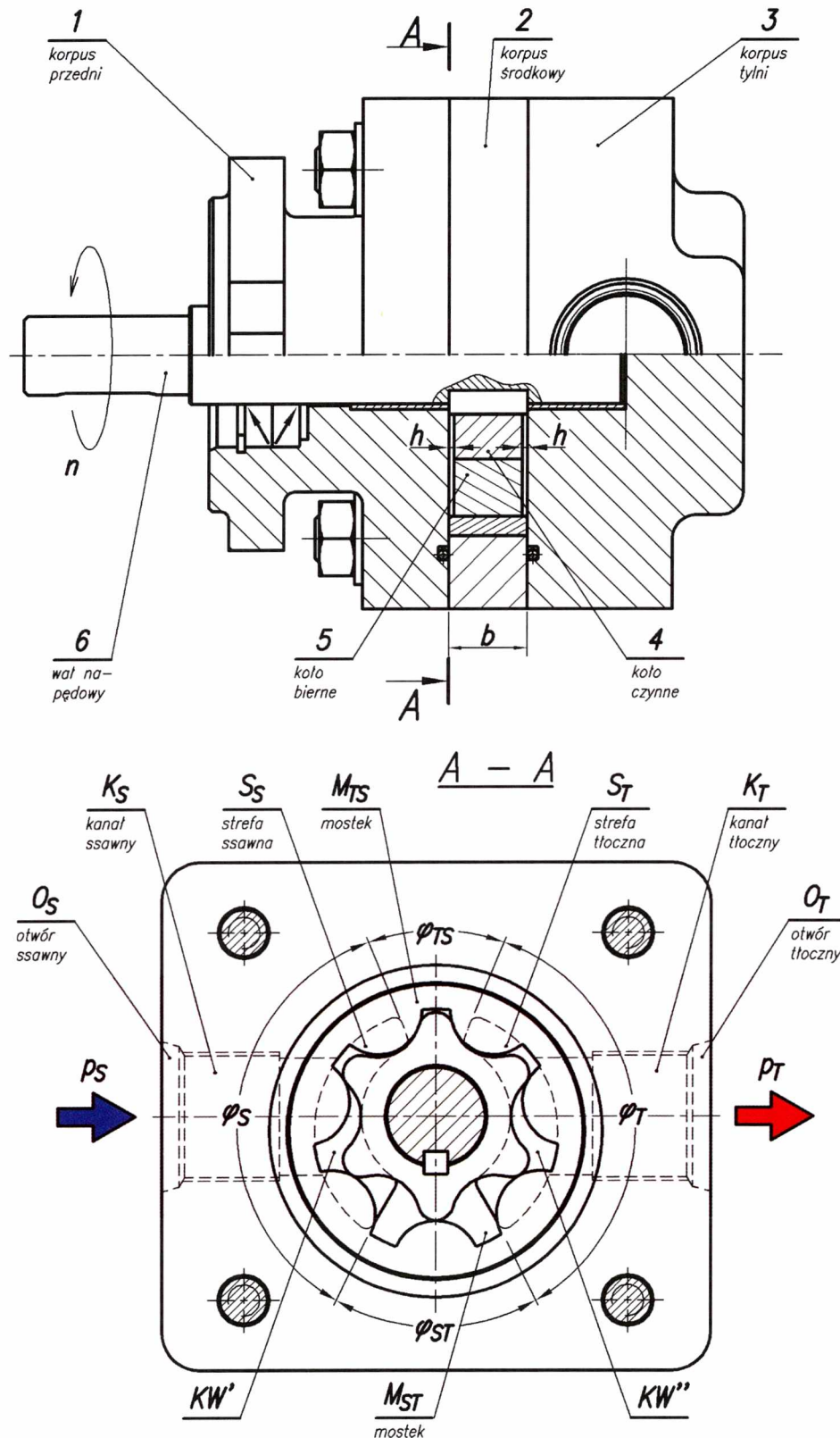
6. Model teoretyczny procesu przepływowego w pompie gerotorowej

6.1. Struktura i zasada działania pompy gerotorowej

Jak pokazano na rys.6-1, typowa pompa gerotorowa składa się z trzech korpusów: korpusu przedniego 1, korpusu środkowego 2 oraz korpusu tylnego 3. Wewnątrz korpusu środkowego umieszczony jest zespół współpracujących ze sobą kół gerotorowych (w tym wypadku epicykloidalnych). Koło czynne 4, napędzane wałem 6, powoduje obrót koła biernego 5. Podczas pracy pompy pomiędzy zębami obracających się kół powstają komory wyporowe KW , które współpracują ze strefą ssawną S_s i tłoczną S_T , wykonanymi w korpusie tylnym 3.

Komory wyporowe KW wraz z obrotem wału ψ zmieniają swoją objętość najpierw stopniowo ją zwiększając (komory KW') a potem stopniowo ją zmniejszając (komory KW''). W naturalny sposób tworzy się zatem możliwość zasysania i wytłaczania czynnika roboczego. W strefie ssawnej S_s czynnik roboczy doprowadzany jest do komór KW' przez otwór ssawny O_s i kanał ssawny K_s . Następnie w strefie tłoczenia S_T , z komór KW'' czynnik roboczy jest wytłaczany do układu hydraulicznego kanałem tłocznym K_T i otworem tłocznym O_T . Obszary ssania i tłoczenia oddzielone są strefami rozdzielającymi, czyli tzw. mostkami M . Podczas przejścia ze strefy ssawnej do tłocznej komora wyporowa przemieszcza się nad strefą rozdzielającą mostka M_{ST} a w drodze powrotnej, podczas przejścia ze strefy tłocznej do ssawnej, komora przechodzi przez obszar rozdzielający mostka M_{TS} . Najważniejsze elementy rozdzielacza tarczowego, czyli strefy i mostki opisane są charakterystycznymi wymiarami, czyli:

- φ_s – kąt strefy ssawnej S_s ,
- φ_{ST} – kąt mostka M_{ST} ,
- φ_T – kąt strefy tłocznej S_T ,
- φ_{TS} – kąt mostka M_{TS} .

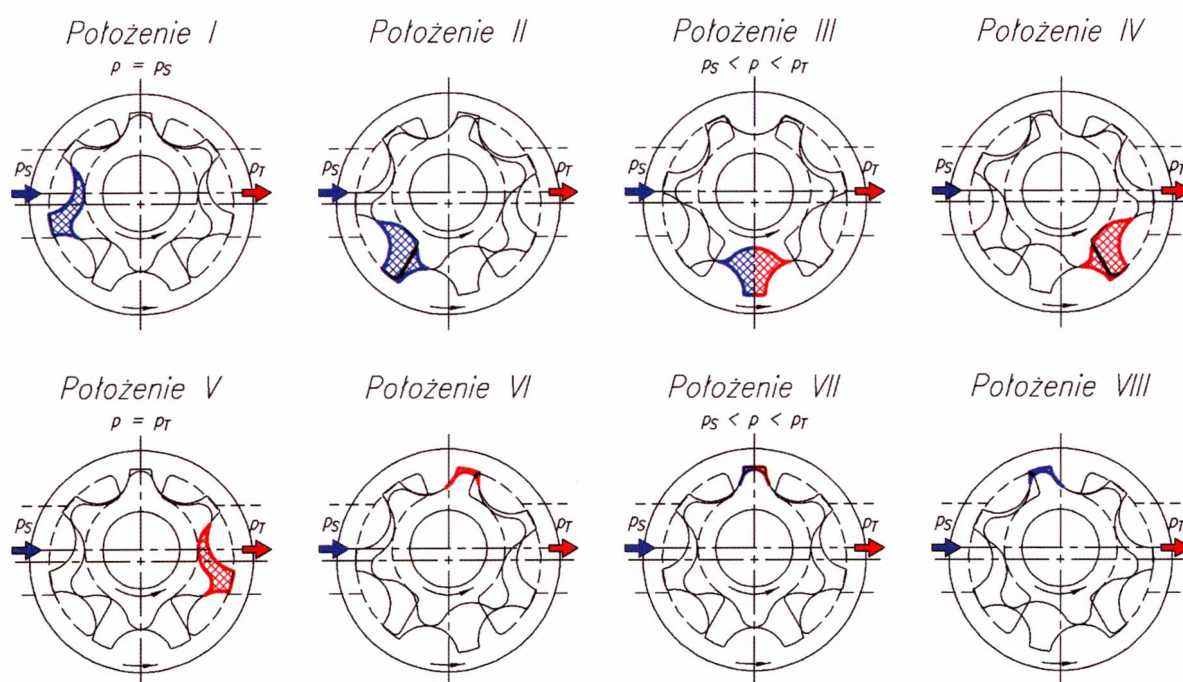


6-1. Schemat konstrukcyjny pompy gerotorowej.

1 – korpus przedni, 2 – korpus środkowy, 3 – korpus tylny, 4 – koło czynne, 5 – koło bierne, 6 – wał napędowy, O_S – otwór ssawny, K_S – kanał ssawny, S_S – strefa ssawna, KW' – komora wyporowa w strefie ssawnej, KW'' – komora wyporowa w strefie tłocznej, S_T – strefa tłoczna, K_T – kanał tłoczny, O_T – otwór tłoczny, M_{ST} – mostek dolny, M_{TS} – mostek górny, p_S – ciśnienie ssania, p_T – ciśnienie tłoczenia, n – prędkość obrotowa wału pompy, ϕ_S – kąt strefy ssawnej N_S , ϕ_{ST} – kąt mostka M_{ST} , ϕ_T – kąt strefy tłocznej N_T , ϕ_{TS} – kąt mostka M_{TS} , b – szerokość zespołu kół gerotorowych, h – wysokość szczeliny osiowej.

Ogólnie rzecz biorąc zauważa się, że w pompie gerotorowej przepływ czynnika roboczego odbywa się pomiędzy wykonanymi w korpusie tylnym 3 nieruchomymi kanałami o ustalonej geometrii O_S , K_S , S_S , S_T , K_T , O_T i wirującymi komorami wyporowymi KW , o zmiennej geometrii, uformowanymi pomiędzy zębami współpracujących kół cykloidalnych. Zachodzące we wnętrzu pompy gerotorowej procesy przepływowe są zakłócone jedynie podczas przejścia komory wyporowej przez strefę rozdzielającą mostka dolnego M_{ST} i strefę rozdzielającą mostka górnego M_{TS} .

Jak podano w rozdziale 4 – komora wyporowa każdej rotacyjnej pompy wyporowej może zajmować 8 charakterystycznych położeń. Tak też jest i w przypadku pompy gerotorowej. Na rys.6-2 pokazano charakterystyczne położenia komory wyporowej KW w czasie pracy pompy gerotorowej.



6-2. Charakterystyczne położenia komory wyporowej w pompie gerotorowej

Z procesem przepływu cieczy roboczej przez kanały wewnętrzne pompy ściśle związany jest proces generowania energii ciśnienia wewnątrz komory wyporowej KW , równanie (4.11). Ciśnienie panujące w jej wnętrzu zależy od położenia komory wyporowej. I tak w fazie ssania – położenie I (rys. 6-2) – komora wyporowa jest bezpośrednio połączona ze strefą ssawną S_S , a ciśnienie w komorze wyporowej p_{KW} jest równe ciśnieniu ssania p_s . W strefie rozdzielającej mostka M_{ST} – położenie III – komora wyporowa jest odcięta zarówno od strefy ssawnej S_S jak i od strefy tłocznej S_T . W położeniu tym dochodzi do gwałtownej

kompresji czynnika roboczego a ciśnienie cieczy roboczej p_{KW} przyjmuje wartość pośrednią pomiędzy wartością ciśnienia ssania p_s a wartością ciśnienia tłoczenia p_T . Następnie, w fazie tłoczenia – położenie V – komora wyporowa połączona jest bezpośrednio ze strefą tłoczną S_T a ciśnienie we wnętrzu komory wyporowej p_{KW} przyjmuje wartość stałą i jest równe wartości ciśnienia tłoczenia p_T . W strefie rozdzielającej mostka M_{TS} – położenie VII – podobnie jak w strefie rozdzielającej mostka M_{ST} , komora wyporowa nie ma połączenia ani ze strefą ssawną S_s ani ze strefą tłoczną S_T . Ciśnienie cieczy roboczej we wnętrzu komory wyporowej maleje od wartości ciśnienia tłoczenia p_T do wartości ciśnienia ssania p_s . W położeniach pośrednich – położenia II , IV , VI , $VIII$ – komora wyporowa KW jest częściowo połączona ze strefą ssawną S_s lub ze strefą tłoczną S_T a ciśnienie cieczy roboczej we wnętrzu komory wyporowej jest tam bliskie wartości ciśnienia ssania p_s (dla położenia II i $VIII$) lub wartości ciśnienia tłoczenia p_T (w położeniach IV i VI).

6.2. Model teoretyczny

Zgodnie z rozdziałem 4.3, opracowując model teoretyczny procesów przepływowych we wnętrzu rotacyjnej pompy wyporowej należy podać jawną postać najważniejszych natężeń przepływu czynnika roboczego czyli głównego natężenie przepływu czynnika roboczego Q_G oraz natężeń przepływu przecieków Q_{KS} i Q_{TK} .

Według [18] w pompach gerotorowych wyróżnić można cztery podstawowe natężenia przepływu przecieków. Są to:

- natężenie przepływu przecieków przez szczeliny osiowe,
- natężenie przepływu przecieków przez szczeliny promieniowe
- natężenie przepływu przecieków przez szczelinę łożyskową zespołu kół gerotorowych,
- natężenie przepływu przecieków przez szczelinę łożyskową wału napędowego.

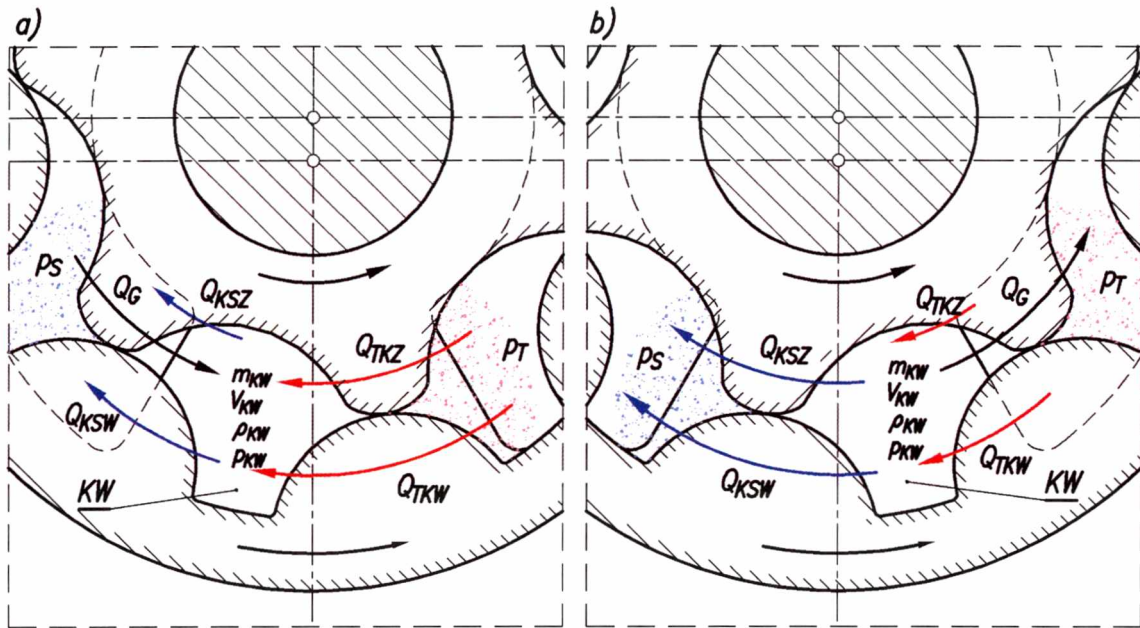
Z wymienionych natężeń przepływu jedynie dwa pierwsze, czyli natężenie przepływu przecieków przez szczeliny osiowe i promieniowe bezpośrednio oddziałują na procesy przepływowe zachodzące we wnętrzu komory wyporowej. Z tego też względu

jedynie te dwa natężenia przepływu należałoby uwzględnić w modelu teoretycznym. Jednak przeprowadzając teoretyczno-doświadczalną analizę sił i naprężeń występujących w zazębieniu pompy gerotorowej [39], przy wykorzystaniu nawet niezbyt dokładnie wykonanego zespołu kół gerotorowych, autorzy wykazali, że w czasie pracy występujące w pompie gerotorowej szczeliny międzyzębne mają znikomą wysokość, rzędu 0,01 mm lub nawet mniejszą. Wyniki te potwierdzili autorzy prac [19, 20] badając na drodze eksperymentalnej przepływ przez kanały wewnętrzne pompy gerotorowej. Ze względu na to, iż w chwili obecnej technologia produkcji kół gerotorowych jest bardzo zaawansowana a luz międzyzębny występujący w sparowanych kołach gerotorowych jest rzędu pojedynczych mikrometrów, natężenie przepływu przecieków przez szczeliny promieniowe może być praktycznie pominięte.

Nie można pominąć natężenia przepływu przecieków przez szczeliny osiowe, w przeciwieństwie do natężenia przepływu przecieków przez szczeliny promieniowe. Wiąże się to z występującym w każdej rotacyjnej pompie wyporowej luzem osiowym. W rozważanym przypadku luz ten określa się jako różnicę szerokości korpusu środkowego i zespołu kół gerotorowych (patrz rys.6-1). Jak wykazały badania, w pompie gerotorowej, jak i w każdej innej rotacyjnej pompie wyporowej, w celu poprawy parametrów eksploatacyjnych należy dążyć do zmniejszenia wartości luzu osiowego. Takie postępowanie minimalizuje wartość przecieków wewnętrznych podnosząc przez to sprawność objętościową jednostki. W chwili obecnej nie stanowi to większego problemu. Czynnikiem ograniczającym jest raczej konieczność zapewnienia takiej wartości luzu, która pozwala na poprawną pracę pompy. Nie może być on zbyt mały (zerowy) ponieważ zwiększają się wtedy opory ruchu oraz straty mechaniczne powodujące obniżenie sprawności całkowitej pompy. Luz osiowy dobiera się uwzględniając zarówno sprawność objętościową jak i całkowitą. Należy pamiętać, że w trakcie pracy pompy rzeczywistą wysokość szczeliny osiowej, poza luzem konstrukcyjnym, powiększają dodatkowo luzy wynikające z błędów wykonania i montażu oraz występujące odkształcenia sprężystych elementów pompy. Wszystkie te luzy mają wpływ na całkowitą wysokość szczeliny osiowej a przez to na wartość natężenia przepływu przecieków.

W rozdziale 4.3 wyprowadzono ogólny model teoretyczny komory wyporowej dla rotacyjnych pomp wyporowych natomiast szczegółowy model komory wyporowej pompy gerotorowej przedstawiono na rys. 6-3. Wynika z niego, że występujące w modelu teoretycznym, równanie (4.11), natężenie przepływu przecieków ze strefy tłocznej do komory

wyporowej Q_{TK} w pompie gerotorowej jest sumą dwóch natężeń przepływu. Składa się ono z natężenia przepływu przecieków w szczelinie osiowej pod kołem o uzębieniu zewnętrznym Q_{TKZ} oraz z natężenia przepływu przecieków w szczelinie osiowej pod kołem o uzębieniu wewnętrznym Q_{TKW} . Analogicznie natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do strefy ssawnej Q_{KS} jest sumą dwóch natężeń przepływu: natężenia przepływu przecieków przez szczelinę osiową pod kołem o uzębieniu zewnętrznym Q_{KSZ} i natężenia przepływu przecieków przez szczelinę osiową pod kołem o uzębieniu wewnętrznym Q_{KSW} . Dla uproszczenia zapisu w dalszej części pracy zamiast odpowiednich sum natężeń przepływów (Q_{TKZ} i Q_{TKW} oraz Q_{KSZ} i Q_{KSW}) przyjęto zapis uproszczony, w którym przez Q_{TK} i Q_{KS} rozumie się te właśnie sumy.



6-3. Model komory wyporowej pompy gerotorowej

a) proces napełniania komory wyporowej, b) proces opróżniania komory wyporowej

m_{KW} – masa cieczy w komorze wyporowej, V_{KW} – objętość komory wyporowej, ρ_{KW} – gęstość cieczy w komorze wyporowej, p_{KW} – ciśnienie cieczy w komorze wyporowej, KW – komora wyporowa, Q_G – główne natężenie przepływu czynnika roboczego, Q_{TK} – natężenie przepływu przecieków z nerki tłocznej do komory wyporowej (Q_{TKW} – pod kołem o uzębieniu wewnętrznym, Q_{TKZ} – pod kołem o uzębieniu zewnętrznym), Q_{KS} – natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do nerki ssawnej (Q_{KSW} – pod kołem o uzębieniu wewnętrznym, Q_{KSZ} – pod kołem o uzębieniu zewnętrznym), p_S – ciśnienie ssania, p_T – ciśnienie tłoczenia

W przypadku pomp gerotorowych (jak i dla wszystkich pozostałych rotacyjnych pomp wyporowych) można przyjąć, że procesy przepływowe w jej wnętrzu nie zależą bezpośrednio od czasu (wymiary geometryczne kół i korpusów w trakcie pracy pozostają bez zmian). Zależą one natomiast od położenia zespołu kół gerotorowych. Zatem przyjmując jako

zmienną niezależną kąt obrotu koła czynnego ψ , który zależy od czasu t i jest tożsamy z położeniem kątowym wału pompy, równanie (4.11) przyjmuje zatem postać:

$$\frac{dp_{KW}(\psi(t))}{dt} = \frac{E_C}{V_{KW}(\psi(t))} \left(Q_G(\psi(t)) + Q_{TK}(\psi(t)) - Q_{KS}(\psi(t)) - \frac{dV_{KW}(\psi(t))}{dt} \right) \quad (6.1)$$

Po zrózniczkowaniu i uporządkowaniu równanie (6.1) zapisać można ostatecznie jako:

$$\frac{dp_{KW}(\psi)}{d\psi} = \frac{E_C}{\frac{d\psi}{dt} \cdot V_{KW}(\psi)} \left(Q_G(\psi) + Q_{TK}(\psi) - Q_{KS}(\psi) - \frac{d\psi}{dt} \cdot \frac{dV_{KW}(\psi)}{d\psi} \right) \quad (6.2)$$

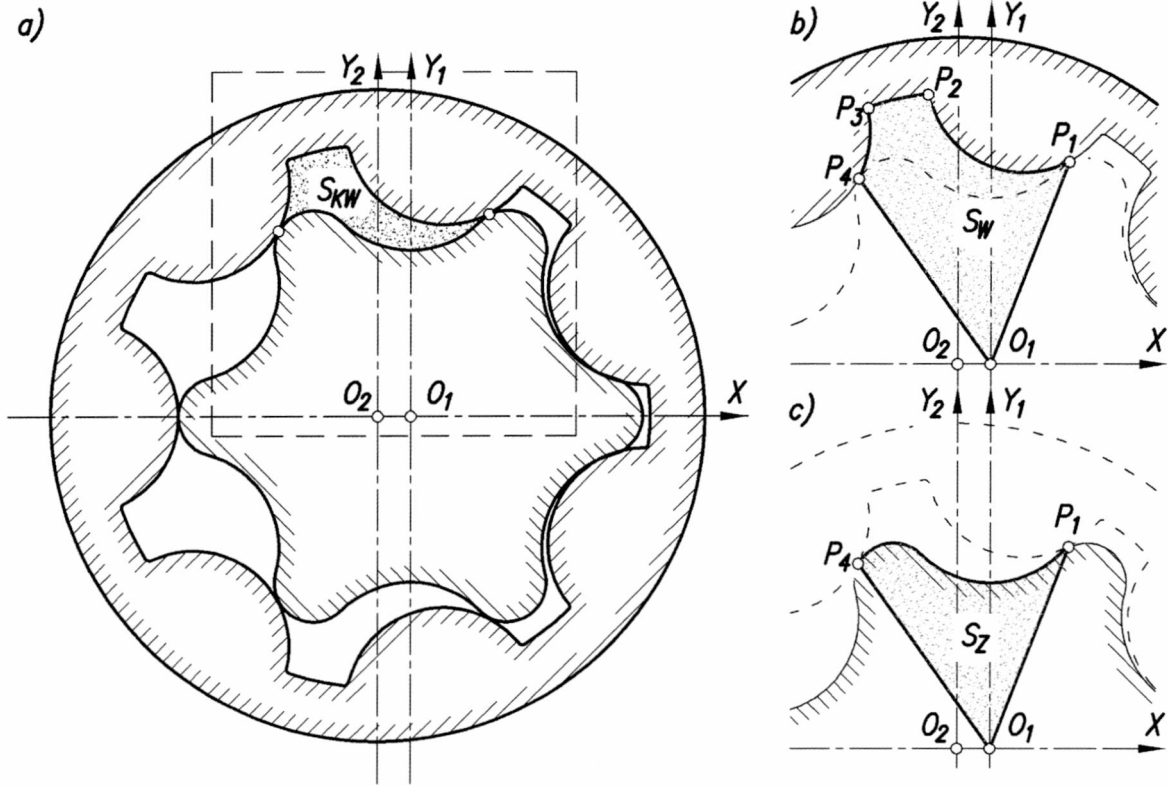
W tym miejscu wypada dodatkowo wspomnieć, że występujący w powyższym równaniu czynnik $d\psi/dt$ jest niczym innym jak tylko prędkością wału napędowego pompy gerotorowej.

Z analizy równania (6.2) wynika, że w dalszej części pracy należy wyznaczyć objętości komory wyporowej V_{KW} w funkcji położenia koła czynnego ψ oraz wyznaczyć odpowiednie natężenia przepływu Q_G , Q_{TK} , Q_{KS} .

6.2.1. Objętość komory wyporowej

Utworzona pomiędzy zębami współpracujących kół gerotorowych komora wyporowa ma kształt walca krzywoliniowego. Pole podstawy tego walca równe jest polu ograniczonemu zarysami współpracujących ze sobą zębów kół gerotorowych oraz punktami przyporu sąsiednich zębów (rys.6-4a). Ze względu na to, że podczas poprawnej pracy pompy gerotorowej odległość korpusów ograniczających wysokość komory wyporowej jest stała i równa szerokości zespołu kół gerotorowych, zmianę objętości komory wyporowej powodować może jedynie zmieniające się pole komory wyporowej¹ S_{KW} .

¹ W pracy tej pod pojęciem pola komory wyporowej będzie rozumiane pole rzutu komory wyporowej na płaszczyznę czołową korpusu przedniego lub tylnego. Jest to zarazem pole powierzchni ograniczonej zarysami zębów współpracujących kół gerotorowych rozciągającymi się pomiędzy dwoma kolejnymi punktami przyporu (rys.6-4).



6-4. Pole komory wyporowej

a) widok ogólny, b) pole wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym, c) pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym
 S_{KW} – pole komory wyporowej, S_Z – pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym, S_W – pole koła o uzębieniu wewnętrznym, O_1, O_2 – środki obrotu kół gerotorowych, P_1, P_2, P_3, P_4 , O_1 – punkty charakterystyczne uzębienia.

Korzystając z powyższego zmienną w czasie objętość komory wyporowej można wyrazić jako iloczyn stałej szerokości komory wyporowej b i zmiennego w czasie pola komory wyporowej S_{KW} , co można zapisać jako:

$$V_{KW}(t) = b \cdot S_{KW}(t) \quad (6.3)$$

Pamiętając, że jako zmienną niezależną przyjęto kąt obrotu koła czynnego ψ objętość komory wyporowej, opisaną zależnością (6.3), można zapisać jako:

$$V_{KW}(\psi(t)) = b \cdot S_{KW}(\psi(t)) \quad (6.4)$$

co po obustronnym różniczkowaniu po czasie t daje:

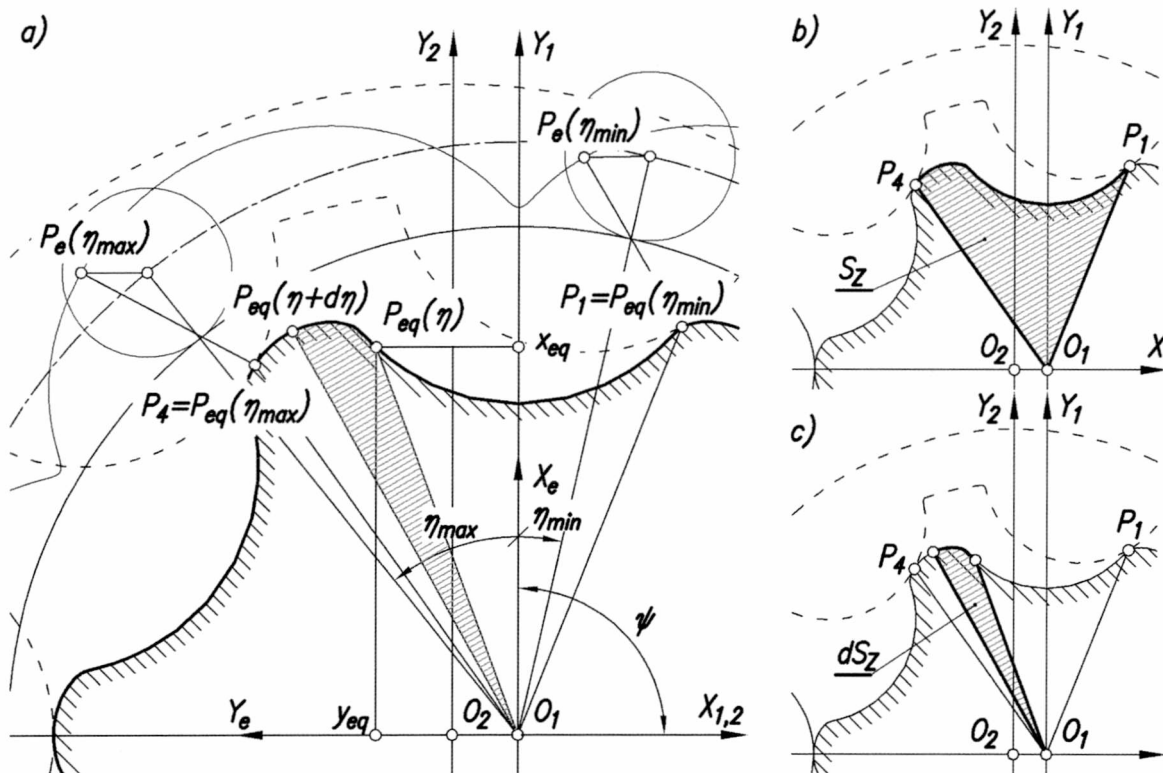
$$\frac{dV_{KW}(\psi(t))}{dt} = \frac{d\psi(t)}{dt} \cdot \frac{dV_{KW}(\psi(t))}{d\psi(t)} = b \cdot \frac{d\psi(t)}{dt} \cdot \frac{S_{KW}(\psi(t))}{d\psi(t)} \quad (6.5)$$

Skracając zapis powyższą zależność można również zapisać jako:

$$\frac{dV_{KW}}{dt} = \frac{d\psi}{dt} \cdot \frac{dV_{KW}}{d\psi} = b \cdot \frac{d\psi}{dt} \cdot \frac{S_{KW}}{d\psi} \quad (6.6)$$

Z rys.6-4a wynika iż pole komory wyporowej z jednej strony jest ograniczona zarysem koła o uzębieniu wewnętrznym, do którego należą punkty P_1 , P_2 , P_3 i P_4 . Z drugiej natomiast ogranicza ją zarys koła o uzębieniu zewnętrznym, do którego należą punkty P_1 i P_4 . Rozpiętość komory wyporowej wyznaczają wspólne punkty obu zarysów czyli punkty przyporu P_1 i P_4 . Punkty te, uzupełnione punktem O_1 , są zarazem punktami ograniczającymi odpowiednie pola wycinków kół – rys.6-4 b i c. Obliczenia pola komory wyporowej S_{KW} można zatem dokonać odejmując od pola wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym S_W pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym S_Z , co określa wzór:

$$S_{KW} = S_W - S_Z \quad (6.7)$$



6-5. Pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym

a) zależności geometryczne, b) pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym, c) elementarne pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym (P_1, P_4 – punkty przyporu współpracujących kół gerotorowych, $P_{eq}(\eta)$ – punkt epicykloidy odpowiadający kątowi bieżącemu η , O_1, O_2 – środki obrotu poszczególnych kół gerotorowych, ψ – kąt obrotu koła o uzębieniu zewnętrznym)

Do wyznaczenia pola wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym przydatny jest rys.6-5, na którym zaznaczono najważniejsze zależności geometryczne występujące w tym kole. Jak podaje [53] zarys uzębienia jest ekwidystantą do epicykloidy skróconej rozwijanej w naturalnym układzie współrzędnych epicykloidy czyli w układzie $X_e O_I Y_e$ (na rys.6-5 jest to układ zaznaczony linią ciągłą średniej grubości, obrócony o kąt 90° w stosunku do układu $XO_I Y_I$). W tym układzie współrzędnych zarys koła opisany jest ścisłymi zależnościami parametrycznymi postaci:

$$\begin{aligned} x_{eq}(\eta) &= \frac{m}{2} \cdot \left((z_1 + 1) \cdot \cos \eta - \lambda \cos(\eta(z_1 + 1)) - v \cdot \frac{\cos \eta - \lambda \cos(\eta(z_1 + 1))}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(z_1 \eta)}} \right) \\ y_{eq}(\eta) &= \frac{m}{2} \cdot \left((z_1 + 1) \cdot \sin \eta - \lambda \sin(\eta(z_1 + 1)) - v \cdot \frac{\sin \eta - \lambda \sin(\eta(z_1 + 1))}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(z_1 \eta)}} \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

gdzie:

- z_1 – liczba zębów koła czynnego,
- m – moduł kół gerotorowych,
- λ – współczynnik wysokości zęba,
- v – współczynnik odsunięcia ekwidystanty,
- η – kąt bieżący epicykloidy.

Z rys.6-5 wynika, że pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym ograniczone jest punktami przyporu P_I i P_4 , które są zarazem punktami ekwidystanty do epicykloidy skróconej. Punktom tym odpowiadają określone – szczególne – wartości parametru, którym jest kąt bieżący epicykloidy η . Dla punktu P_I jest to kąt η_{min} a dla punktu P_4 odpowiednio η_{max} . Pole rozpatrywanego wycinka obliczyć zatem można dokonując myślowego podziału rozważanego obszaru na wiele (domyślnie nieskończenie wiele) trójkątnych obszarów elementarnych dS_Z rozpiętych na punktach $P_{eq}(\eta + d\eta)$, O_I , $P_{eq}(\eta)$ i następnym zsumowaniu tak utworzonych pól, co można zapisać formalnym wzorem:

$$S_Z = \int_{\eta_{min}}^{\eta_{max}} dS_Z \, d\eta \quad (6.9)$$

Z interpretacji geometrycznej iloczynu wektorowego [23] wiadomo, że pole trójkąta, którego jeden z wierzchołków leży w początku układu współrzędnych a współrzędne pozostałych wierzchołków są znane, wyrazić można wzorem:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot |x_2 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_2| \quad (6.10)$$

Stąd pole obszaru elementarnego dS_z ze wzoru (6.9) wyrazić można jako:

$$dS_z = \frac{1}{2} \left| x_{eq}(\eta) \cdot \frac{dy_{eq}(\eta)}{d\eta} - y_{eq}(\eta) \cdot \frac{dx_{eq}(\eta)}{d\eta} \right| \quad (6.11)$$

Wprowadzając do powyższego równania opisujące zarys uzębienia rzeczywiste zależności (6.8) oraz po dokonaniu niezbędnych przekształceń otrzymuje się ostateczną postać wzoru pozwalającą obliczyć pole wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym. Wzór ten jest postaci:

$$S_z = \frac{m^2}{8} \int_{\eta_{\min}}^{\eta_{\max}} \left(z_1^2 + 2Bz_1 + B^2(1 + \lambda_2(z_1 + 1)) - \lambda B(z_1 + B)(z_1 + 2) \cos(z_1 \eta) - \frac{v \lambda^2 z_1^2 \sin(z_1 \eta)}{A^3} \right) d\eta$$

$$A = \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(z_1 \eta)} \quad (6.12)$$

$$B = 1 - \frac{v}{A}$$

Przy czym, jak wykazano w [8], wartości kątów granicznych $\eta_{\min}$ i $\eta_{\max}$ obliczyć można korzystając z zależności:

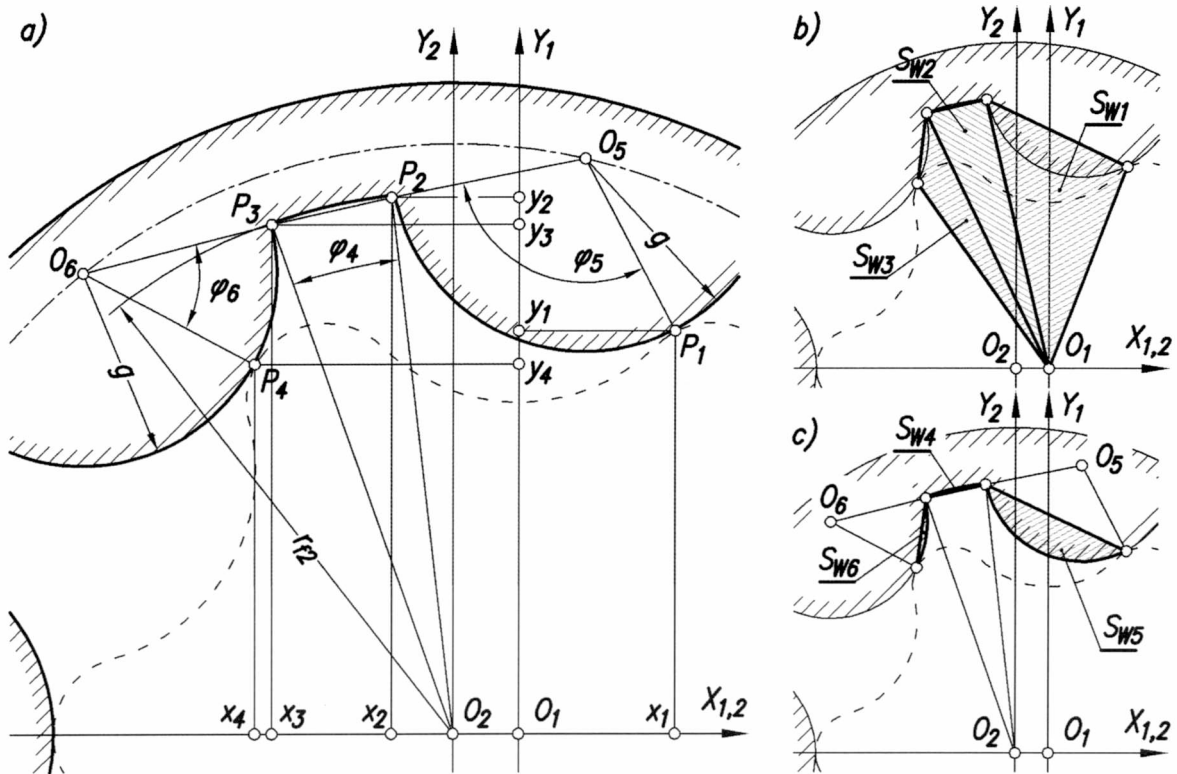
$$\eta_{\min} = \frac{-\psi}{z_1 + 1}$$

$$\eta_{\max} = \frac{2\pi - \psi}{z_1 + 1} \quad (6.13)$$

gdzie:

- η - kąt bieżący epicykloidy,
- ψ - kąt obrotu koła o uzębieniu zewnętrznym,
- z_1 - liczba zębów koła o uzębieniu zewnętrznym,

Niestety równania (6.12) nie da się rozwiązać w sposób jawny. Stąd też w celu obliczenia pola wycinka koła o uzębieniu zewnętrznym należy skorzystać z metod numerycznych.



6-6. Pole wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym

a) zależności geometryczne, b) pola elementarnych trójkątów, c) pola odcinków kół (P_1, P_4 – punkty przyporu współpracujących kół gerotorowych, O_1, O_2 – środki obrotu poszczególnych kół gerotorowych; O_5, O_6 – środki wycinków kołowych)

Dla zazębienia technicznego, korygowanego i modyfikowanego, jak wynika z rys.6-6, pole wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym podzielić można na sześć rozłącznych obszarów $S_{W1}, S_{W2}, S_{W3}, S_{W4}, S_{W5}, S_{W6}$, a pole całego wycinka określa wzór:

$$S_W = S_{W1} + S_{W2} + S_{W3} + S_{W4} - S_{W5} - S_{W6} \quad (6.14)$$

Pierwsze trzy, z występujących w równaniu (6.14), obszarów są trójkątami opisanymi przez punkty P_{i+1} i P_i oraz środek O_i . Jak już wcześniej wspomniano, pola takich trójkątów obliczyć można korzystając ze wzoru (6.10) przyjmując odpowiednie wartości współrzędnych x_1, y_1 i x_2, y_2 występujących w równaniu. Pozostałe 3 obszary, czyli S_{W4}, S_{W5}, S_{W6} , są polami odcinków kołowych i, zgodnie z [5] lub [23], można je obliczyć ze wzoru:

$$S = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin(\varphi)) \quad (6.15)$$

gdzie

- r – promień odpowiedniego koła,
- φ – kąt środkowy rozpatrywanego odcinka kołowego.

Po podstawieniu zależności (6.10) i (6.15) do równania (6.14) oraz po przeprowadzeniu stosownych przekształceń i uporządkowaniu wyrazów podobnych, pole wycinka koła o uzębieniu wewnętrznym S_W wyrazić można jako:

$$S_W = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2 + x_3 y_4 - x_4 y_3 + r_{f2}^2 (\varphi_4 - \sin(\varphi_4)) - g^2 (\varphi_5 + \varphi_6 - \sin(\varphi_5) - \sin(\varphi_6))) \quad (6.16)$$

Podstawiając wartości współrzędnych punktów ograniczających odcinek koła kąty środkowe φ wyznacza się z zależności:

$$\varphi_i = \arccos \left(\frac{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}{2r_i^2} \right) \quad (6.17)$$

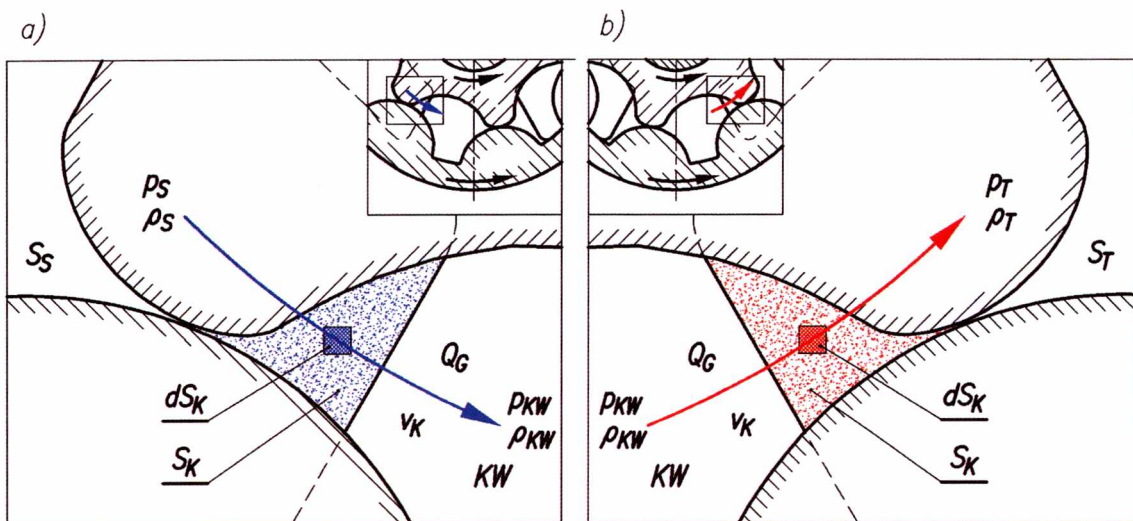
6.2.2. Natężenie przepływu strumienia głównego

Jak widać na rys.6-7 główny strumień cieczy dostaje się do komory wyporowej przez pole przekroju czynnego kanału rozdzielacza S_K , czyli część wspólną kanałów znajdujących się w strefie ssawnej S_S lub tłocznej S_T i pola komory wyporowej S_{KW} .

Rozpatrując elementarne pole przekroju czynnego kanału rozdzielacza dS_K i oznaczając prędkość przepływu cieczy, przez to pole jako v_K , natężenie przepływu strumienia głównego Q_G zapisać można jako:

$$Q_G = \iint_{S_K} v_S dS \quad (6.18)$$

Przy założeniu stałej wartości prędkości cieczy v_K w przekroju czynnym kanału rozdzielacza S_K natężenie przepływu strumienia głównego Q_G zapisać można jako:



6-7. Główne natężenie przepływu czynnika roboczego w pompie gerotorowej

a) proces napełniania komory wporowej, b) proces opróżniania komory wporowej

(Q_G – główne natężenie przepływu czynnika roboczego, S_K – pole przekroju czynnego kanału rozdzielacza tarczowego, dS_K – elementarne pole przekroju czynnego kanału rozdzielacza, v_K – prędkość przepływu czynnika roboczego przez pole elementarne dS_K)

$$Q_G = v_s \iint_{S_K} dS \quad (6.19)$$

co po wykonaniu całkowania daje:

$$Q_G = v_K \cdot S_K \quad (6.20)$$

Występującą w powyższym wzorze prędkość przepływu cieczy roboczej v_K przez pole przekroju czynnego S_K wyznaczyć można korzystając z równania Bernoulliego, które w ogólnej postaci przedstawia się wzorem:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{g \cdot \rho} + z = const \quad (6.21)$$

gdzie:

- v – prędkość przepływu czynnika przez rozpatrywany przekrój strugi,
- p – ciśnienie panujące w czynniku roboczym w rozpatrywanym przekroju,
- ρ – gęstość cieczy (w kg/m^3),
- z – wysokość środka rozpatrywanego przekroju

Stosując równanie (6.21) do dwóch przekrojów strumienia głównego: pola przekroju czynnego kanału rozdzielacza S_K , i pola przekroju komory wyporowej S_{KW} oraz pomijając różnicę wysokości środków obu przekrojów z otrzymuje się dwie zależności:

$$\begin{aligned}\frac{v_{KW}^2}{2g} + \frac{p_{KW}}{g \cdot \rho_{KW}} &= \frac{v_K^2}{2g} + \frac{p_S}{g \cdot \rho_S} \\ \frac{v_{KW}^2}{2g} + \frac{p_{KW}}{g \cdot \rho_{KW}} &= \frac{v_K^2}{2g} + \frac{p_T}{g \cdot \rho_T}\end{aligned}\quad (6.22)$$

Pierwsza z nich opisuje proces wypełniania komory wyporowej cieczą roboczą w strefie ssawnej a druga proces opróżniania komory wyporowej z cieczy roboczej w strefie tłocznej. Po przekształceniach zależności na prędkość przepływu cieczy przez pole czynne kanału rozdzielacza S_K przyjmują następującą postać:

$$\begin{aligned}v_K &= \sqrt{v_{KW}^2 + \frac{2p_{KW}}{\rho_{KW}} - \frac{2p_S}{\rho_S}} \\ v_K &= \sqrt{v_{KW}^2 + \frac{2p_{KW}}{\rho_{KW}} - \frac{2p_T}{\rho_T}}\end{aligned}\quad (6.23)$$

Wiedząc, że przez pole przekroju czynnego kanału rozdzielacza S_K musi przepłynąć cały naddatek cieczy, z warunku ciągłości strugi, $v_K \cdot S_K = v_{KW} \cdot S_{KW}$, wyrugować można hipotetyczną prędkość zmian wysokości komory wyporowej v_{KW} występującą we wzorach (6.23). Aby tego dokonać wystarczy zauważyć, że:

$$v_{KW} \cdot S_{KW} = \frac{dV_{KW}}{dt} + Q_{TK} - Q_{KS} \quad (6.24)$$

Podstawiając zależność (6.6) do równania (6.24) oraz dokonując niezbędnych przekształceń otrzymuje się gotowy wzór na prędkość v_{KW} w postaci:

$$v_{KW} = \frac{1}{S_{KW}} \left(b \cdot \frac{d\psi}{dt} \cdot \frac{dS_{KW}}{d\psi} + Q_{TK} - Q_{KS} \right) \quad (6.25)$$

Aby wyeliminować występujące w równaniach (6.23) gęstości cieczy roboczej ρ_{KW} , ρ_S i ρ_T należy skorzystać z równania definiującego moduł sprężystości objętościowej E_C . Jak podaje [37] (część 1) związek ten można zapisać jako:

$$E_C = \frac{dp}{d\rho/\rho} \quad (6.26)$$

Po przekształceniach otrzymuje się równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych, którego rozwiązaniem ogólnym jest:

$$p = E_C \ln \rho + C \quad (6.27)$$

Występującą w (6.27) stałą całkowania C wyznacza się z warunku początkowego. Przyjmując, że w pewnej chwili czasu t ciśnienie cieczy roboczej jest równe ciśnieniu atmosferycznemu p_0 a gęstość cieczy jest równa ρ_0 stała C przyjmuje wartość:

$$C = p_0 - E_C \ln \rho_0 \quad (6.28)$$

Po uwzględnieniu (6.28) i dokonaniu niezbędnych przekształceń, z równania (6.27) otrzymuje się ostateczny związek łączący ciśnienie roboczej p z jej gęstością ρ .

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{\frac{p-p_0}{E_C}} \quad (6.29)$$

Stosując powyższe równanie do rozpatrywanych wspomnianych wcześniej gęstości cieczy roboczej, czyli do ρ_{KW} , ρ_S i ρ_T , otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \rho_{KW} &= \rho_0 \cdot e^{\frac{p_{KW}-p_0}{E_C}} \\ \rho_S &= \rho_0 \cdot e^{\frac{p_S-p_0}{E_C}} \\ \rho_T &= \rho_0 \cdot e^{\frac{p_T-p_0}{E_C}} \end{aligned} \quad (6.30)$$

Uwzględniając w równaniu (6.20) zależności (6.23), (6.25) oraz związki (6.30), wzór na natężenie przepływu strumienia głównego przyjmuje ostateczną postać:

$$\begin{aligned} Q_G(\psi) &= S_K \sqrt{\frac{1}{S_{KW}^2} \left(b \frac{d\psi}{dt} \frac{dS_{KW}}{d\psi} + Q_{TK} - Q_{KS} \right)^2 + \frac{2}{\rho_0} \left(\frac{p_{KW}}{e^{\frac{p_{KW}-p_0}{E_C}}} - \frac{p_S}{e^{\frac{p_S-p_0}{E_C}}} \right)} \\ Q_G(\psi) &= S_K \sqrt{\frac{1}{S_{KW}^2} \left(b \frac{d\psi}{dt} \frac{dS_{KW}}{d\psi} + Q_{TK} - Q_{KS} \right)^2 + \frac{2}{\rho_0} \left(\frac{p_{KW}}{e^{\frac{p_{KW}-p_0}{E_C}}} - \frac{p_T}{e^{\frac{p_T-p_0}{E_C}}} \right)} \end{aligned} \quad (6.31)$$

Podobnie jak poprzednio pierwsza z zależności (6.31) opisuje główne natężenie przepływu czynnika roboczego dla procesu wypełniania komory wyporowej cieczą roboczą. Druga natomiast podaje natężenie przepływu dla procesu opróżniania komory wyporowej z cieczy roboczej.

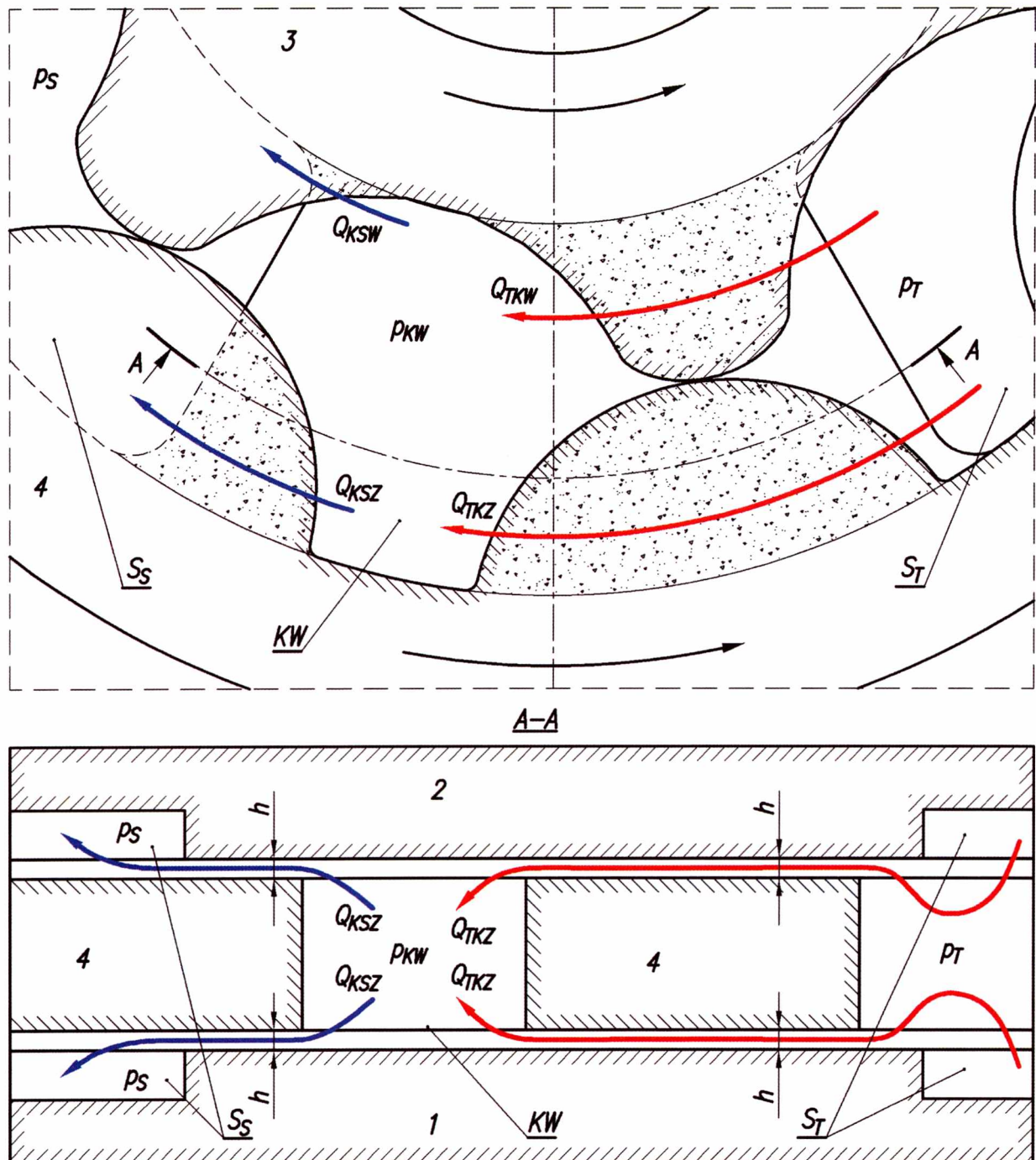
Ze względu na skomplikowane zarys kół gerotorowych (rysunki 6-3, 6-4, 6-5, 6-6) oraz złożony proces zamykania i otwierania kanału, obliczenie pola przekroju czynnego kanału rozdzielacza S_K jest zadaniem trudnym i należy go dokonać przy pomocy metod numerycznych. Zważywszy na to, że pole to jest częścią pola komory wyporowej S_{KW} oba pola wyznaczać się będzie jednocześnie.

6.2.3. Natężenie przepływu przecieków

W rozdziale 6.2 stwierdzono, że głównym źródłem przecieków występujących w pompie gerotorowej są szczeliny osiowe (rys.6-8). Występują one pomiędzy powierzchniami czołowymi zespołu wirujących kół gerotorowych (elementy 3 i 4) i przylegającymi do nich powierzchniami czołowymi korpusu przedniego 1 i korpusu tylnego 2. Z jednej strony są one konieczne dla zapewnienia poprawnej pracy pompy, z drugiej natomiast powodują utratę szczelności oraz spadek parametrów eksploatacyjnych.

W literaturze przyjmuje się, że występujące w pompach gerotorowych szczeliny osiowe są szczelinami płaskimi o ruchomych ściankach. Jednak, jak wykazano w [18] ruch ścianek ma znikomy wpływ na procesy przepływowe we wnętrzu pompy gerotorowej. Z tego też względu w pracy niniejszej przyjęto uproszczony model szczeliny osiowej. Przyjęto mianowicie iż szczelina jest szczeliną osiową o nieruchomych ściankach a do obliczenia natężenia przepływu przecieków przez te szczeliny, za [48], wykorzystano podstawową zależność stosowaną w teorii przepływów w szczelinach, czyli:

$$Q = \frac{h^3}{12\mu} \frac{w}{L} \Delta p \quad (6.32)$$



6-8. Natężenie przepływu przecieków

KW – komora wyporowa, S_s – strefa ssawna, S_T – strefa tłoczna, p_T – ciśnienie cieczy roboczej w strefie tłocznej, p_s – ciśnienie cieczy roboczej w strefie ssawnej, p_{KW} – ciśnienie cieczy roboczej w komorze wyporowej, Q_{KSW} – natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do strefy ssawnej przez szczelinę osiową pod kołem o uzębieniu wewnętrznym, Q_{KSZ} – natężenie przepływu przecieków z komory wyporowej do strefy ssawnej przez szczelinę osiową pod kołem o uzębieniu zewnętrznym, Q_{TKW} – natężenie przepływu przecieków ze strefy tłocznej do komory wyporowej przez szczelinę osiową pod kołem o uzębieniu wewnętrznym, Q_{TKZ} – natężenie przepływu przecieków ze strefy tłocznej do komory wyporowej przez szczelinę osiową pod kołem o uzębieniu zewnętrznym; 1 – korpus przedni, 2 – korpus tylny, 3 – koło o uzębieniu zewnętrznym, 4 – koło o uzębieniu wewnętrznym

gdzie:

- h – wysokość szczeliny osiowej,
- w – obliczeniowa szerokość szczeliny,
- L – obliczeniowa długość szczeliny,
- μ – lepkość dynamiczna cieczy roboczej,
- Δp – różnica ciśnień po obu stronach szczeliny.

Jak pokazano na rys. 6-8 kształt rzeczywistej szczeliny jest złożony, nieregularny i zależny od rozwiązania konstrukcyjnego rozdzielacza oraz położenia komory wyporowej ψ . Identyfikacja poprawnych wartości szerokości w i długości obliczeniowej L szczeliny z równania (6.32) jest więc złożonym zadaniem. W związku z tym do obliczenia natężenia przepływu przecieków przez szczeliny osiowe w pompie gerotorowej nie można bezpośrednio wykorzystać wzoru (6.32). Obszary występowania szczelin dzieli się zatem na n szczelin elementarnych o stałej szerokości ΔR , co pokazano na rys.6-9.

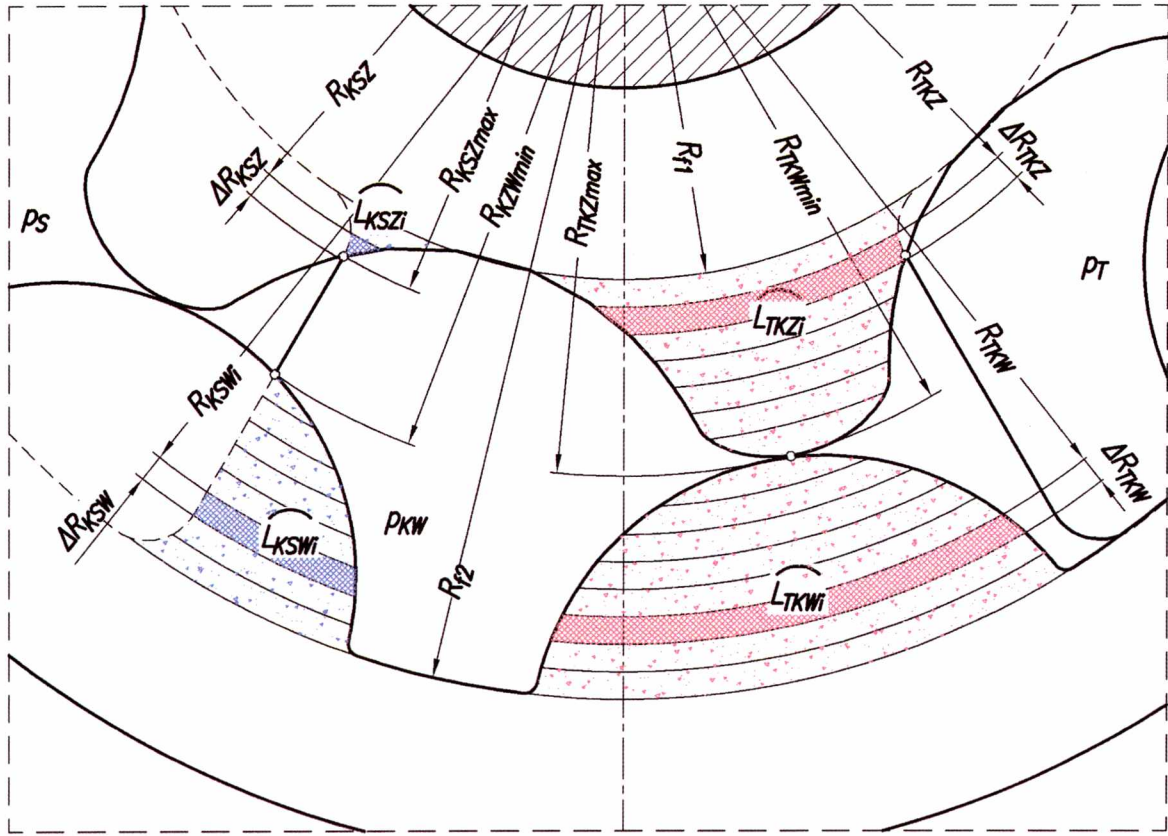
Po takim zabiegu dla każdej ze szczelin elementarnych można już wyznaczyć średnią długość obliczeniową szczeliny L_i . Pamiętając dodatkowo o tym, że szerokość obliczeniowa w pojedynczej szczeliny elementarnej jest równa ΔR , dla każdej ze szczelin można obliczyć elementarne natężenie przepływu cieczy korzystając z przekształconego wzoru (6.32), co można zapisać jako:

$$Q_i = \frac{h^3 \cdot \Delta p}{12\mu} \frac{\Delta R}{L_i} \quad (6.33)$$

Sumując tak otrzymane elementarne natężenia przepływu przecieków otrzymuje się zależność, na podstawie której oblicza się całkowite wartości natężenia przepływu przecieków. Formalnie stwierdzenie to można zapisać jako:

$$Q = \frac{h^3 \cdot \Delta p \cdot \Delta R}{12\mu} \sum_{i=0}^n \frac{1}{L_i} \quad (6.34)$$

Jak wynika z rys.6-9 w pompie gerotorowej wyodrębnić można kilka obszarów występowania szczelin osiowych. Wzór (6.34) prawdziwy jest dla każdego z tych obszarów dlatego też ostatecznie wzory do obliczania natężeń przepływu przecieków w pompach gerotorowych przyjmują postać:



6-9. Sposób obliczenia natężenia przepływu przecieków
(opis w tekście)

$$\begin{aligned}
 Q_{KS} &= \frac{h^3 \cdot (p_{KW} - p_S)}{12\mu} \left(\Delta R_{KSZ} \cdot \sum_{i=0}^n \frac{1}{L_{KSZi}} + \Delta R_{KSW} \cdot \sum_{i=0}^n \frac{1}{L_{KSWi}} \right) \\
 Q_{TK} &= \frac{h^3 \cdot (p_T - p_{KW})}{12\mu} \left(\Delta R_{TKZ} \cdot \sum_{i=0}^n \frac{1}{L_{TKZi}} + \Delta R_{TKW} \cdot \sum_{i=0}^n \frac{1}{L_{TKWi}} \right)
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

gdzie:

- ΔR_{KSZ} – szerokość szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do strefy ssawnej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu zewnętrznym,
- ΔR_{KSW} – szerokość szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do strefy ssawnej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu wewnętrznym,
- ΔR_{TKZ} – szerokość szczeliny elementarnej dla przepływu ze strefy tłocznej do komory wyporowej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu zewnętrznym,
- ΔR_{TKW} – szerokość szczeliny elementarnej dla przepływu ze strefy tłocznej do komory wyporowej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu wewnętrznym

- L_{KSZi} – długość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do strefy ssawnej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu zewnętrznym,
- L_{KSWi} – długość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu z komory wyporowej do strefy ssawnej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu wewnętrznym,
- L_{TKZi} – długość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu ze strefy tłocznej do komory wyporowej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu zewnętrznym,
- L_{TKWi} – długość obliczeniowa szczeliny elementarnej dla przepływu ze strefy tłocznej do komory wyporowej przez szczelinę pod kołem o uzębieniu wewnętrznym

Wielkościami ograniczającymi obszary występowania szczelin są promienie wodzące odpowiednich punktów. Dla koła o uzębieniu zewnętrznym są to promienie R_{f1} , $R_{KSZ\max}$ i $R_{TKZ\max}$. Analogicznie dla koła o uzębieniu wewnętrznym promieniami tymi są: R_{f2} , $R_{KSW\min}$ i $R_{TKW\min}$. Wartości tych promieni zależą od położenia komory wyporowej wyznacza się analizując zależności geometryczne dla każdego położenia komory wyporowej z osobna. Ze względu na skomplikowany kształt zazębienia oraz kanałów wewnętrznych, obliczenia te przeprowadzić należy za pomocą metod numerycznych.

6.3. Podsumowanie

Wyprowadzony w rozdziale 4 model teoretyczny, równanie (4.11) i (4.12), uzupełniony wyprowadzonymi w niniejszym rozdziale zależnościami stanowi kompletny szczegółowy model teoretyczny opisujący przebieg procesów przepływowych zachodzących we wnętrzu komory wyporowej pompy gerotorowej. Pozwala on na obliczenie wartości ciśnienia w funkcji położenia komory wyporowej ψ oraz geometrycznych parametrów charakterystycznych zazębienia z , m , v , λ , właściwości fizycznych cieczy roboczej E_G oraz parametrów eksploatacyjnych n , T , p_T . Ogólnie zależność tą można zatem zapisać jako:

$$\frac{dp}{d\psi} = f(V_{KW}, Q_G, Q_{KS}, Q_{TK}, \psi)$$

Występujące w powyższym równaniu funkcje wewnętrzne należy oczywiście rozpatrywać jako funkcje położenia komory wyporowej ψ oraz wspomnianych wcześniej parametrów, czyli:

$$V_{KW} = f(z, m, v, \lambda, E_C, n, T, p_T, \psi)$$

$$Q_G = f(z, m, v, \lambda, E_C, n, T, p_T, \psi)$$

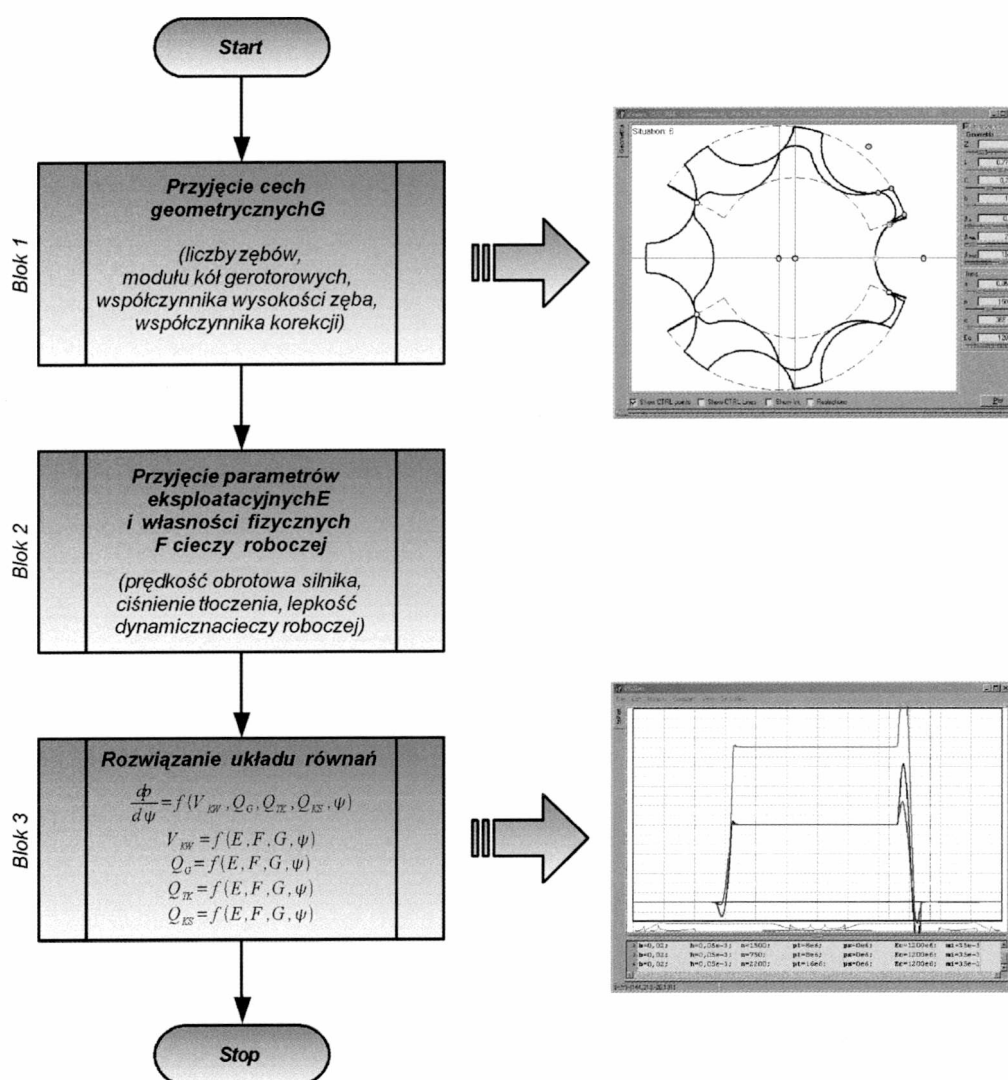
$$Q_{KS} = f(z, m, v, \lambda, E_C, n, T, p_T, \psi)$$

$$Q_{TK} = f(z, m, v, \lambda, E_C, n, T, p_T, \psi)$$

Tak przygotowany szczegółowy model pozwala na prowadzenie badań wpływu parametrów geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego pompy gerotorowej na przebiegi ciśnień wewnętrznych. Pozwala on także na badanie wpływu parametrów eksploatacyjnych, między innymi prędkości obrotowej pompy czy temperatury czynnika roboczego na przebiegi zmian ciśnienia rejestrowanego we wnętrzu komory wyporowej pompy gerotorowej.

7. Analiza teoretyczna procesów przepływowych w pompie gerotorowej z wykorzystaniem symulacji komputerowej

Opracowany w rozdziałach 4.3 i 6.2 model teoretyczny, posłużył do budowy modelu symulacyjnego. Symulacji dokonano za pomocą autorskiego programu komputerowego, napisanego w języku Delphi6. Schemat blokowy opracowanego programu przedstawiono na rys.7-1.



7-1. Schemat blokowy programu do symulacji procesów przepływowych w pompie gerotorowej

Na zamieszczonym schemacie blokowym wyodrębnić można trzy zasadnicze bloki funkcjonalne programu. Blok 1 to w istocie edytor cech geometrycznych G zastosowanego rozwiązania konstrukcyjnego kół gerotorowych oraz układu kanałów wewnętrznych pompy

gerotorowej. Po wybraniu i zatwierdzeniu wartości poszczególnych parametrów geometrycznych wybranego rozwiązania konstrukcyjnego program przechodzi do bloku 2. Blok 2 jest edytorem parametrów eksploatacyjnych E i własności fizycznych cieczy roboczej F . Ustaleniu podlegają własności cieczy hydraulicznej oraz parametry eksploatacyjne jak na przykład prędkość obrotowa wału pompy. Ostatnim, a zarazem najważniejszym, blokiem jest blok 3, w którym rozwiązywane są wszystkie równania stanowiące model teoretyczny procesów przepływowych w pompie gerotorowej, i prezentowane są wyniki symulacji.

Jak wspomniano wcześniej niezbędne obliczenia, w przeważającej mierze, wykonywane są przy wykorzystaniu metod numerycznych.

7.1. Obliczenia numeryczne

Do obliczenia występujących w modelu teoretycznym równań skorzystano z metod numerycznych. W szczególności, do obliczenia pola komory wyporowej S_{KW} i pola przekroju kanału czynnego rozdzielacza S_K skorzystano z numerycznej metody całkowania, tzw. metody Simpsona. Natomiast podstawowe równanie modelu czyli równanie różniczkowe rozwiązywano metodą Runge-Kutta czwartego rzędu.

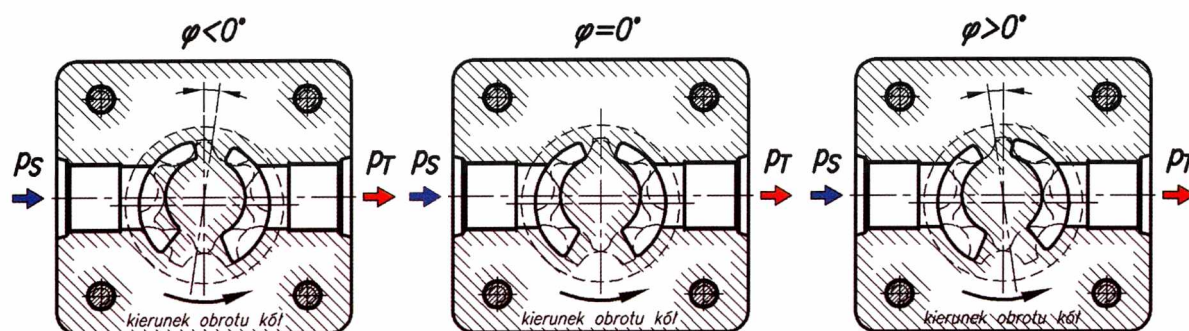
Odpowiednie procedury obliczeniowe, opracowano na podstawie [34], oraz obliczenia weryfikujące poprawność opracowanych procedur zostały zamieszczone w załączniku C.

7.2. Program badań symulacyjnych

W ramach badań symulacyjnych przyjęto 2 grupy parametrów podlegające zmianom.. Pierwszą grupę stanowiły parametry geometryczne. Należą do nich:

- szerokość zespołu kół gerotorowych b
- wysokość szczeliny osiowej h
- kąt obrotu rozdzielacza tarczowego φ

Na szczególne omówienie zasługuje ostatni z parametrów czyli kąt obrotu rozdzielacza tarczowego φ , który zdefiniowano na podstawie rys.7-2. Jak widać kąt ten jest definiowany jako kąt obrotu płaszczyzny symetrii układu kanałów wewnętrznych wykonanych w strefie



7-2. Kąt obrotu rozdzielacza tarczowego

ssawnej i tłocznej wokół punktu centralnego układu kół gerotorowych. Należy zauważyć, że obrót układu tych kanałów zgodny jest z kierunkiem obrotu kół gerotorowych i przyjmuje się go jako dodatni. Odpowiednio obrót w przeciwną stronę traktowany jest jako ujemny.

Kolejną grupę parametrów stanowią parametry eksploatacyjne. Są to:

- prędkość obrotowa wału napędowego n
- ciśnienie tłoczenia p_T
- temperatura (lepkość dynamiczna) oleju hydraulicznego $T(\mu)$

Dla większości badań symulacyjnych przyjęto standardowe wartości wymienionych parametrów, które zebrano w tabeli 7-1.

7-1. Standardowe wartości parametrów przyjęte w badaniach ciśnienia w komorze wyporowej

Parametr	Wartości	Jednostka
b	0,02	mm
h	0,05	mm
φ	0	°
n	1500	obr/min
p_T	8	MPa
$T(\mu)$	50 (0,035)	°C (Pa·s)
E_C	1200	MPa

Badania symulacyjne podzielono na 3 odrębne etapy.

W etapie 1 zweryfikowano poprawność opracowanego modelu teoretycznego ustalając związek pomiędzy położeniem komory wyporowej ψ a ciśnieniem p_{KW} panującym w jej wnętrzu. W tym celu przeprowadzono symulację pracy pompy dla warunków standardowych (tabela 7-1), a otrzymany przebieg zmian ciśnienia porównano jakościowo z przebiegiem modelowym (rys.5-1).

Etap 2 polegał na ustaleniu wpływu cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na przebiegi ciśnień we wnętrzu komory wyporowej. Wartości parametrów dla drugiego etapu badań symulacyjnych zawarte są w tabeli 7-2.

7-2. Wartości cech geometrycznych przyjęte w badaniach teoretycznych ich wpływu na ciśnienie w komorze wyporowej.

Parametr	Wartości	Jednostka
b	10; 20; 40	mm
h	0,03; 0,05; 0,08; 0,11	mm
φ	-8; 0; +8	°

Wpływ poszczególnych parametrów ustalono przeprowadzając symulację przy zmiennym tylko jednym parametrze. Pozostałe parametry przyjmowały wartości standardowe (tabela 7-1).

W etapie 3 przebadano wpływ parametrów eksploatacyjnych na przebiegi ciśnień panujących we wnętrzu komory wyporowej. Wartości parametrów przyjęte w trakcie 3 etapu badań symulacyjnych przedstawiono w tabeli 7-3

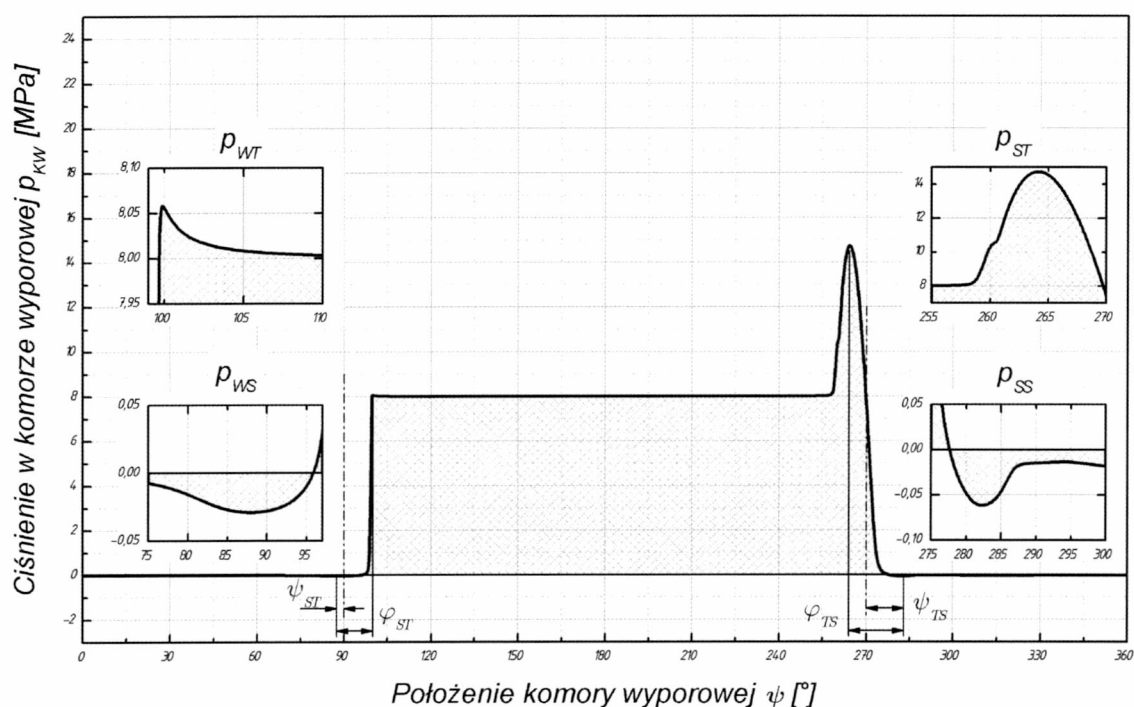
7-3. Wartości parametrów eksploatacyjnych przyjęte w badaniach teoretycznych ich wpływu na ciśnienie w komorze wyporowej.

Parametr	Wartości	Jednostka
n	750; 1500; 2200	obr/min
p_T	2; 4; 8	MPa
$T(\mu)$	30; 40; 50 (0,115; 0,067; 0,035)	°C (Pa·s)

Podobnie jak w etapie drugim symulację przeprowadzano zmieniając tylko jeden z parametrów. Wartości pozostałych parametrów ustalono jak dla warunków standardowych (tabela 7-1).

7.3. Etap 1. Badanie wpływu położenia komory wyporowej na ciśnienie w jej wnętrzu

Badania symulacyjne wpływu położenia komory wyporowej ψ na ciśnienie cieczy w komorze wyporowej p_{KW} przeprowadzono dla warunków standardowych (tabela 7-1) otrzymując, przedstawiony na rys. 7-3, przebieg zmian ciśnienia. Otrzymany wykres porównano z teoretycznym przebiegiem zmian ciśnienia w komorze wyporowej (rys.5-1)



7-3. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej

stwierdzając, że charakter zmian ciśnienia p_{KW} w obu przypadkach jest taki sam. W szczególności w otrzymanym przebiegu występują wszystkie charakterystyczne strefy, to jest: strefa niskiego ciśnienia, strefa wzrostu ciśnienia, strefa wysokiego ciśnienia i strefa spadku ciśnienia. Prognozowane przez wykres wzorcowy spadki i wzrosty ciśnienia występowały w odpowiednich obszarach przebiegu symulacyjnego. W szczególności na wykresie symulacyjnym zaobserwowano występowanie:

- spadku ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{WS} ,
- nadwyżki ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{WT} ,
- nadwyżki ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{ST} ,
- spadku ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{SS} .

Występowanie przytoczonych wielkości charakterystycznych można wyjaśnić korzystając z rys. 6-1 i 6-2. Na rys. 6-2 widać, że kiedy komora wyporowa KW przemieszcza się z położenia II do III następuje jej odcięcie od strefy ssawnej. To w połączeniu z wciąż zwiększającą się objętością komory wyporowej (objętość komory wyporowej zaczyna maleć po przekroczeniu osi położeń zwrotnych) powoduje, że w obszarze tym występuje spadek ciśnienia p_{WS} . Nadwyżka ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{WT} występuje natomiast na skutek zmniejszania się objętości komory wyporowej przy jednoczesnym odcięciu tej komory od strefy tłocznej (przejście z pozycji III do pozycji IV). Zmniejszanie objętości komory wyporowej podczas gdy jest ona odcięta od strefy tłocznej jest przyczyną powstawania nadwyżki ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{ST} czyli w położeniach VI i VII . Natomiast podczas przejścia komory wyporowej z położenia VII do $VIII$ komora wyporowa zaczyna zwiększać swoją objętość i ciśnienie cieczy roboczej maleje poniżej wartości ciśnienia ssania).

Na podstawie wykresu możliwe było również określenie pozostałych 4 parametrów charakterystycznych, mianowicie:

- kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} ,
- kąta wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia ψ_{TS} ,
- kąt strefy wzrostu ciśnienia φ_{ST} ,
- kąt strefy spadku ciśnienia φ_{TS} .

Zauważyć można, że w pompie gerotorowej kąt strefy wzrostu ciśnienia φ_{ST} jest mniejszy od kąta strefy spadku ciśnienia φ_{TS} , co ma związek z budową wewnętrzną i kinematyką układu kół gerotorowych.

Odwzorowanie przez model teoretyczny wszystkich wielkości charakterystycznych świadczy o tym, że zaproponowany model teoretyczny procesów przepływowych w pompach gerotorowych, jest modelem poprawnym i może służyć do analizy procesów przepływowych na drodze symulacji komputerowej.

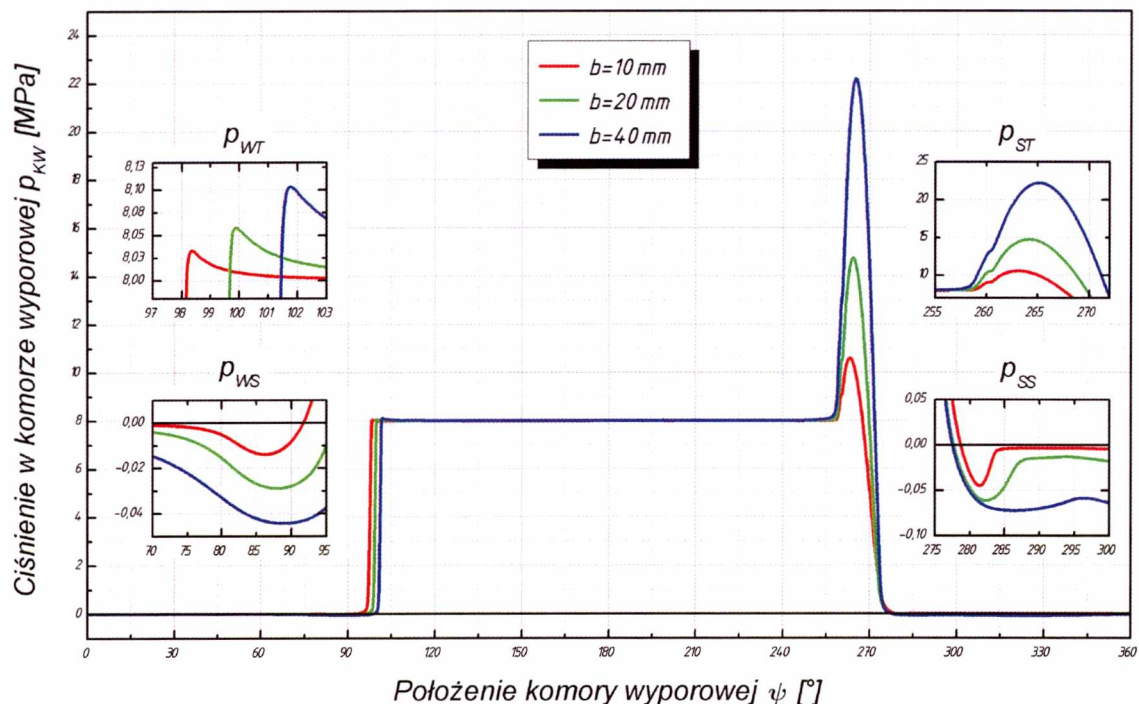
7.4. Etap 2. Badanie wpływu cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na ciśnienie w komorze wyporowej

Badania symulacyjne wpływu wybranych cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na ciśnienie cieczy w komorze wyporowej miały na celu ustalenie jakościowego wpływu tych wielkości. Pozwoliło ustalić charakter w jaki poszczególne cechy geometryczne wpływają na przebieg procesów przepływowych we wnętrzu komory wyporowej.

7.4.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz szerokości kół gerotorowych

Podstawowym zespołem pompy gerotorowej jest zespół kół gerotorowych. Parametrem charakterystycznym takiego zespołu jest jego szerokość b , która ma bezpośredni wpływ na objętość komory wyporowej (porównaj wzór (6.3)) a zatem i na jej wydajność.

Przyjęte w symulacji szerokości kół gerotorowych b odpowiadają szerokościom kół gerotorowych w typoszeregu pomp PG-10, PG-20; PG-40 i zostały zamieszczone w tabeli 7-2.



7-4. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i szerokości zespołu kół

Otrzymane w wyniku symulacji przebiegi ciśnień wewnątrz komory wyporowej zamieszczono na rys.7-4.

Odczytane z wykresu wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, zebrano w tabeli 7-4.

7-4. Teoretyczne wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych szerokości kół gerotorowych

b [mm]	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
10	0,015	0,03	3	0,045	5	12	13	19
20	0,030	0,06	8	0,060	3	13	13	20
40	0,042	0,11	14	0,065	1	16	13	21

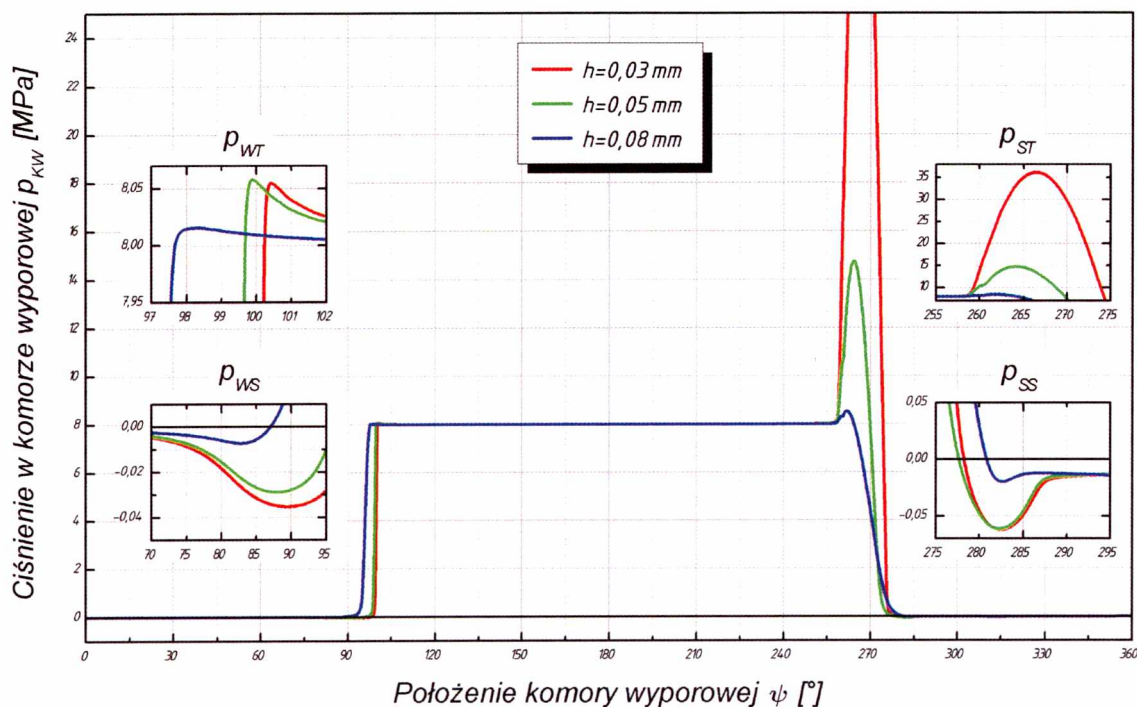
Analizując wykres 7-4 oraz tabelę 7-4 można zauważyć, że zwiększenie szerokości kół gerotorowych powoduje wzrost wartości spadków ciśnienia p_{WS} i p_{SS} . Ponadto wzrastają również nadwyżki ciśnienia p_{WT} i p_{ST} . Wszystkie te zmiany powodowane są przez ten sam mechanizm. Mianowicie wzrost szerokości zespołu kół gerotorowych powoduje zwiększenie objętości komory wyporowej a przez to również zwiększone natężenie przepływu cieczy. Niestety przekroje czynne kanałów pozostają takie same co zakłóca procesy napełniania i opróżniania komory wyporowej. Zakłócenia te są tym większe czym większa jest szerokość kół gerotorowych i czym większe jest wymagane natężenie przepływu cieczy roboczej.

Z tego samego powodu występuje zmniejszenie kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} oraz zmniejszenie kąta wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia ψ_{TS} .

7.4.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz wysokości szczeliny osiowej

Bardzo ważną cechą geometryczną jest wysokość szczeliny osiowej h utworzonej pomiędzy powierzchniami czołowymi zespołu kół gerotorowych i korpusów bocznych pompy (rys.6-1 i 6-8). Zmiana wysokości szczeliny osiowej wpływa w zasadniczy sposób na wielkość przecieków (patrz równanie (6.32)).

Przyjęte wysokości szczeliny osiowej h zamieszczono w tabeli 7-2 natomiast otrzymane w wyniku symulacji przebiegi ciśnienia przedstawiono na rys.7-5.



7-5. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i wysokości szczeliny osiowej

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, odczytane z powyższego rysunku, przedstawiono w tabeli 7-5.

7-5. Teoretyczne wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych wysokości szczeliny osiowej

h [mm]	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
0,03	0,035	0,055	27	0,07	1	12	12	15
0,05	0,030	0,060	7	0,07	3	12	13	18
0,08	0,008	0,020	0	0,02	7	13	15	21

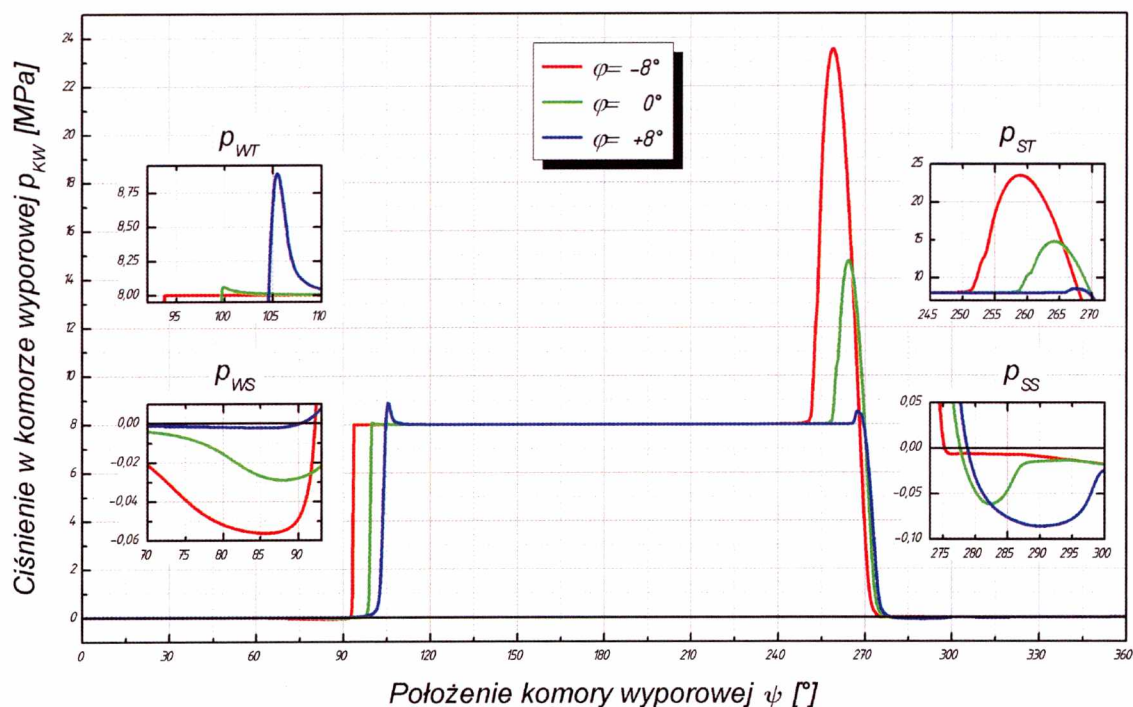
Przedstawione na rys.7-5 wykresy zmian ciśnienia wskazują jednoznacznie, że zwiększenie wysokości szczeliny osiowej h powoduje zmniejszenie wartości spadków ciśnienia p_{WS} i p_{SS} oraz nadwyżek ciśnienia p_{WR} i p_{ST} . Dodatkowo powoduje ono zwiększenie kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} oraz zwiększenie kąta strefy wzrostu ciśnienia φ_{ST} i kąta strefy spadku ciśnienia φ_{TS} .

Aby wyjaśnić mechanizm wprowadzanych zmian należy zauważyć, że zwiększenie wysokości szczeliny powoduje zwiększenie przecieków co ułatwia ustabilizowanie się występujących w układzie spadków i nadwyżek ciśnienia.

7.4.3. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz kąta obrotu rozdzielacza tarczowego

Jednym z najważniejszych zespołów pompy gerotorowej jest rozdzielacz tarczowy. To od poprawności jego zaprojektowania w głównej mierze zależy czy pompa będzie pracowała poprawnie czy nie. Najprostszą do zmiany cechą geometryczną rozdzielacza tarczowego pompy gerotorowej jest kąt obrotu rozdzielacza tarczowego φ (rys. 7-2). Obrót rozdzielacza tarczowego powoduje wzajemne przemieszczenie stref ssania i tłoczenia.

Przyjęte wartości kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ zamieszczono w tabeli 7-2, a otrzymane w wyniku symulacji przebiegi zmian ciśnienia przedstawiono na rys.7-6.



7-6. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i obrotu rozdzielacza tarczowego

Odczytane z otrzymanego wykresu wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, zamieszczono w tabeli 7-6

7-6. Teoretyczne wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych wartości kąta obrotu rozdzielacza.

φ [°]	p_{ws} [MPa]	p_{wt} [MPa]	p_{st} [MPa]	p_{ss} [MPa]	ψ_{st} [°]	ψ_{ts} [°]	φ_{st} [°]	φ_{ts} [°]
-8	0,055	0,00	15,5	0,01	4	5	7	17
0	0,030	0,10	7,0	0,06	3	12	13	19
+8	0,005	0,85	0,3	0,08	2	20	18	22

Analizując wykres, zamieszczony na rys.7-6, oraz tabelę wartości parametrów charakterystycznych tabela 7-6, można stwierdzić, że wraz ze wzrostem kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ zmniejszeniu ulega spadek ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{ws} i nadwyżka ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{st} . Jednocześnie wzrastają wartości: nadwyżki ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia p_{wt} i spadku ciśnienia w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia p_{ss} . Wzrost kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ powoduje także zwiększenie kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{st} .

Wyjaśnienia należy doszukiwać się w zmianach położenia stref ssania i tłoczenia, przez co zmieniają się czasy stłaczania i rozprężania cieczy w odciętej komorze wyporowej. Ze względu na to, że opóźnienie wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia skraca czas rozprężania cieczy roboczej, zmniejszeniu ulega wartość spadku ciśnienia w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia. Podobnie jest również w obszarze wejściowym strefy wzrostu ciśnienia, gdzie skróceniu ulega czas stłaczania cieczy, z czego wynika obniżenie wartości nadwyżki ciśnienia w tym obszarze. Analogicznie jest i w pozostałych dwóch obszarach, czyli w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia, gdzie na skutek wydłużenie czasu stłaczania cieczy w odciętej komorze wyporowej występuje wzrost nadwyżki ciśnienia, oraz w obszarze wyjściowym strefy spadku ciśnienia, gdzie analogiczne zjawiska powodują zmniejszenie wartości spadku ciśnienia.

7.5. Etap 3. Badanie wpływu parametrów eksploatacyjnych na ciśnienie w komorze wyporowej

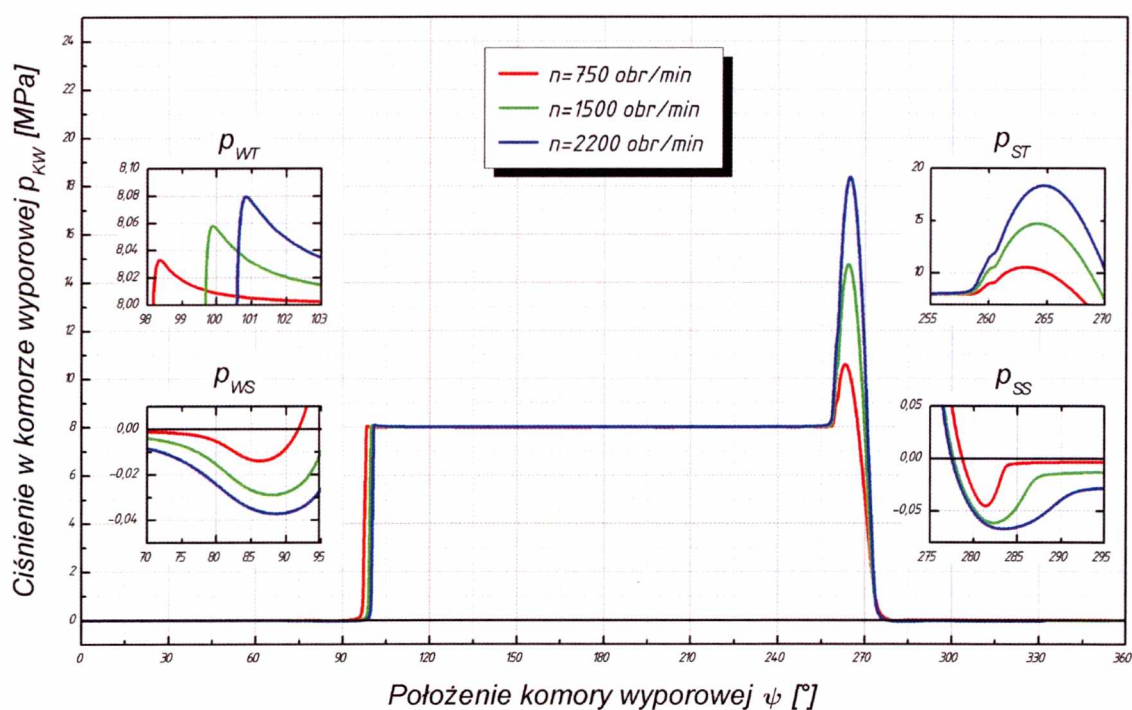
Badanie symulacyjne wpływu wybranych parametrów eksploatacyjnych na ciśnienie cieczy w komorze wyporowej miało na celu ustalenie jakościowego wpływu tych

parametrów. Pozwoliło ustalić w jaki sposób poszczególne parametry wpływają na charakter procesów przepływowych we wnętrzu komory wyporowej.

7.5.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz prędkości obrotowej wału napędowego

Jednym z ważniejszych parametrów eksploatacyjnych jest prędkość obrotowa wału napędowego pompy n . Zmiana tego parametru wiąże się bezpośrednio ze zmianą natężenia przepływu czynnika roboczego przez kanały i szczeliny wewnętrzne pompy.

Przyjęte podczas symulacji wartości prędkości obrotowej wału napędowego n podano w tabeli 7-3, natomiast otrzymane podczas symulacji przebiegi zmian ciśnienia przedstawiono na rys.7-7.



7-7. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i prędkości obrotowej wału

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, odczytane z powyższego rysunku, przedstawiono w tabeli 7-7.

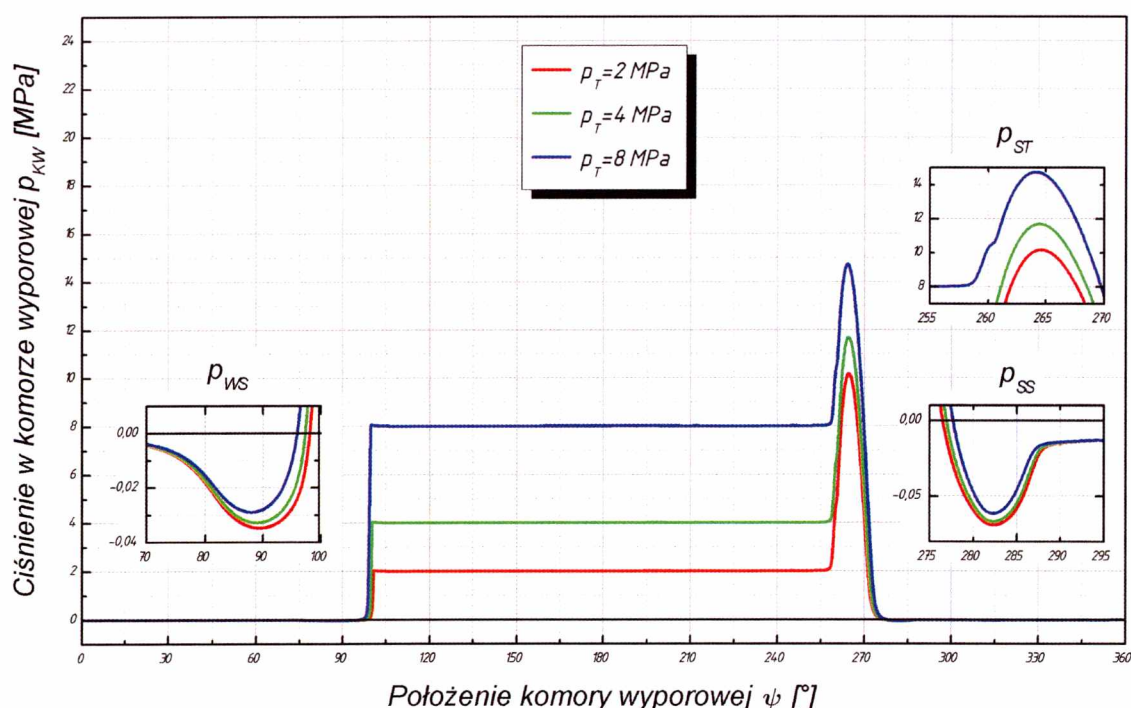
7-7. Teoretyczne wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych prędkości obrotowych wału

n [obr/min]	p_{ws} [MPa]	p_{wt} [MPa]	p_{st} [MPa]	p_{ss} [MPa]	ψ_{st} [°]	ψ_{ts} [°]	φ_{st} [°]	φ_{ts} [°]
750	0,01	0,03	3	0,05	4	12	12	19
1500	0,03	0,06	7	0,07	2	13	12	19
2200	0,04	0,08	10	0,08	1	14	12	19

Analizując wykres przedstawiony na rys.7-7 można zauważyć, że zwiększenie prędkości obrotowej wału pompy n powoduje zwiększenie prędkości przepływu cieczy przez kanały i szczeliny wewnętrzne. Podobny wpływ na procesy przepływowe we wnętrzu pompy gerotorowej miało również zwiększenie szerokości zespołu kół gerotorowych. W obu przypadkach mechanizm prowadzący do obserwowanych wyników jest taki sam, dlatego też nie będzie tutaj przytaczany.

7.5.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz ciśnienia tłoczenia

Kolejnym parametrem eksploatacyjnym, który daje się w prosty sposób nastawiać jest ciśnienie tłoczenia pompy p_T .



7-8. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i ciśnienia tłoczenia

Zmiana wartości tego parametru powoduje zmiany w rozkładzie ciśnienia, od którego zależą występujące w pompie przepływy wewnętrzne.

Przyjęte w symulacji wartości ciśnienia tłoczenia p_T zamieszczono w tabeli 7-3 a otrzymane podczas symulacji przebiegi zmian ciśnienia przedstawiono na rys. 7-8.

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, odczytane z powyższego wykresu, przedstawiono w tabeli 7-8.

7-8. Teoretyczne wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych wartości ciśnienia tłoczenia

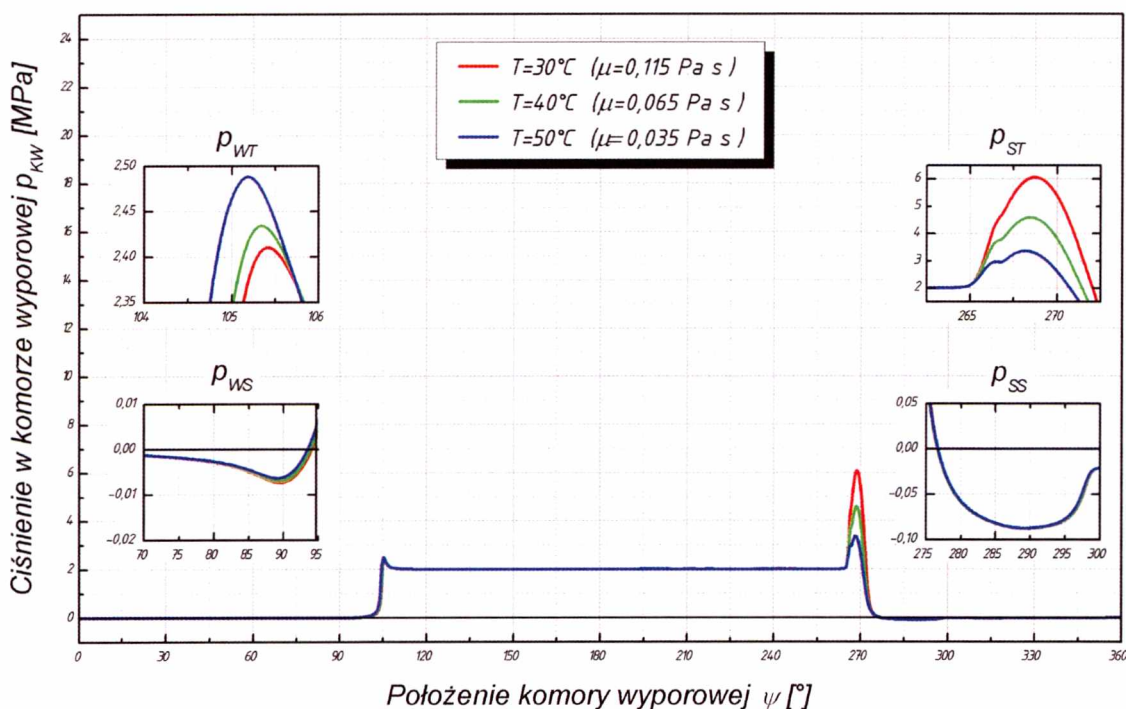
p_T [MPa]	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
2	0,035	0,055	8,0	0,075	1	12	10	16
4	0,034	0,050	7,5	0,070	2	12	12	16
8	0,030	0,045	7,0	0,065	3	12	13	16

Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej pompy gerotorowej zamieszczone na rys. 7-8 pokazują, że wzrost ciśnienia tłoczenia p_T tylko nieznacznie wpływa na te przebiegi. Powoduje on tylko niewielkie zmniejszenie kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} i kąta wyjścia komory wyporowej ze strefy spadku ciśnienia ψ_{TS} a także nieznaczny spadek nadwyżki ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{ST} . Taki stan rzeczy wiąże się z tym, że wartość ciśnienia tłoczenia wpływa jedynie na intensywność przecieków wewnętrznych spowodowaną zmianą rozkładu ciśnienia wewnątrz pompy i ma ono znikomy wpływ na całościowy tych procesów. Natomiast zauważalny spadek wartości nadwyżki ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia można wytłumaczyć tym, że ciecz roboczą o większym ciśnieniu jest trudniej stłoczyć. Z tego względu zmiana objętości odciętej komory wyporowej powoduje mniejsze przyrosty ciśnienia dla cieczy pod większym ciśnieniem niż dla cieczy pod małym ciśnieniem.

7.5.3. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz temperatury (lepkości dynamicznej) oleju hydraulicznego

Kolejnym parametrem eksploatacyjnym jest temperatura (lepkość dynamiczna) cieczy hydraulicznej $T(\mu)$. Choć nastawienie i kontrola tego parametru następuje wiele trudności to efekty, które powoduje są jednymi z najbardziej znaczących. Zmiana temperatury oleju hydraulicznego wpływa bezpośrednio na jego lepkość dynamiczną co ma zasadniczy wpływ na wielkość przecieków wewnętrznych..

Przyjęte w symulacji wartości lepkości dynamicznej μ zamieszczono w tabeli 7-3. Otrzymane w trakcie symulacji przebiegi zmian ciśnienia przedstawiono na rys. 7-9.



7-9. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i temperatury (lepkości dynamicznej) oleju

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, przedstawiono w tabeli 7-9.

7-9. Teoretyczne wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych temperatur (lepkości) cieczy roboczej

$T(\mu)$ [°C (Pa·s)]	p_{ws} [MPa]	p_{wt} [MPa]	p_{st} [MPa]	p_{ss} [MPa]	ψ_{st} [°]	ψ_{ts} [°]	φ_{st} [°]	φ_{ts} [°]
30 (0,115)	0,007	0,41	4,0	0,08	1	20	17	19
40 (0,067)	0,007	0,43	2,5	0,08	1	20	17	19
50 (0,035)	0,007	0,48	1,5	0,08	1	20	17	20

Porównując wykresy zamieszczone na rys. 7-5 i rys. 7-9 widać, że są one podobne. Oznacza to, że wzrost temperatury T (spadek lepkości dynamicznej μ) powoduje takie same zmiany jak wzrost wysokości szczeliny osiowej h . W szczególności wzrost temperatury (spadek lepkości dynamicznej) powoduje obniżenie nadwyżki ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{ST} oraz zmniejszenie kąta wejścia komory wyporowej w strefę wzrostu ciśnienia ψ_{ST} .

7.6. Wnioski z badań symulacyjnych

Model teoretyczny i symulacyjny umożliwił badanie $p_{KW} = f(\psi)$ dla zmiennych warunków konstrukcyjnych i eksploatacyjnych.

W trakcie badań symulacyjnych wykazano wpływ parametrów eksploatacyjnych, własności fizycznych cieczy roboczej oraz cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na przebieg tego ciśnienia czyli na procesy przepływowe we wnętrzu pompy. Wpływ ten jest widoczny na otrzymanych wykresach i można go ocenić za pomocą opracowanego układu 8 parametrów charakterystycznych. Szczegółowe porównanie jakościowego wpływu poszczególnych parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych przedstawiono w tabeli 7-10.

7-10. Jakościowy wpływ parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych na układ parametrów opisujących procesy przepływowe w pompie gerotorowej.

Przebieg ciśnienia w komorze wyporowej (teoretyczny)			Charakter wpływu parametru na zmiany przebiegu ciśnienia:							
I.p.	Nazwa parametru	Rys.	p_{WS}	p_{WT}	p_{ST}	p_{SS}	ψ_{ST}	ψ_{TS}	φ_{ST}	φ_{TS}
1.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych szerokości zespołu kół gerotorowych b	7-4	↗	↗	↗	↗	↘	↗	→	↗
2.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych wysokości szczeliny osiowej h	7-5	↘	↘	↘	↘	↗	↗	↗	↗
3.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych wartości kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ	7-6	↘	↗	↘	↗	↘	↗	↗	↗

Przebieg ciśnienia w komorze wyporowej (teoretyczny)			Charakter wpływu parametru na zmiany przebiegu ciśnienia:							
4.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych prędkości obrotowych wału pompy n	7-7	↗	↗	↗	↗	↘	↗	→	→
5.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych ciśnień tłoczenia p_T	7-8	↘	↘	↘	↘	↗	→	↗	→
	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych temperatur (lepkości dynam.) cieczy $T(\mu)$	7-9	→	↗	↘	→	→	→	→	→

Aby ostatecznie potwierdzić poprawność modelu teoretycznego i symulacyjnego przeprowadzone badania symulacyjne należy zweryfikować badaniami eksperymentalnymi za pomocą eksperymentalnej pompy gerotorowej, pozwalającej na zmianę rozważanych parametrów.

8. Eksperymentalna pompa gerotorowa

8.1. Założenia i projekt eksperymentalnej pompy gerotorowej

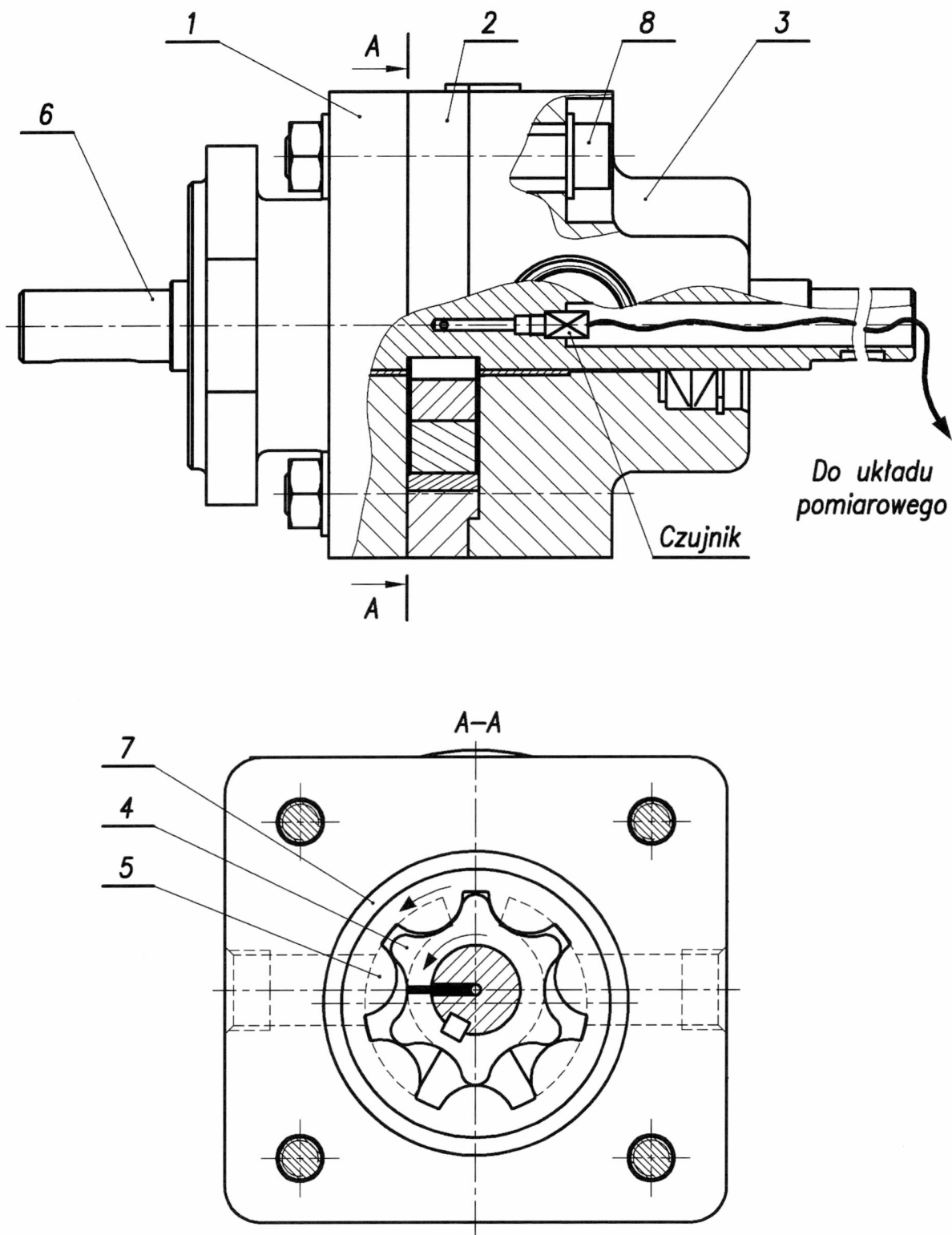
Podstawowym zadaniem eksperymentalnej pompy gerotorowej było zapewnienie możliwości dynamicznego pomiaru ciśnienia w międzyzębnej komorze wyporowej w trakcie pracy pompy pod obciążeniem, jako wskaźnika przebiegu procesów przepływowych w jej wnętrzu. Drugim, równie ważnym, zadaniem było umożliwienie badania wpływu cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego (szerokości zespołu kół gerotorowych, wysokości szczeliny osiowej oraz kąta obrotu rozdzielacza tarczowego) jak i parametrów eksploatacyjnych (prędkości obrotowej wału pompy, temperatury cieczy roboczej czy ciśnienia tłoczenia) na przebieg procesu transformacji energii mechanicznej w energię hydrauliczną.

Opracowując projekt eksperymentalnej pompy gerotorowej PGE wykorzystano sprawdzone rozwiązanie konstrukcyjne zastosowane w typoszeregu pomp gerotorowych PG z kompensacją luzów osiowych, produkcji PZL-Hydral. Podobnie jak w tam projektowana pompa miała typową trójpłytową budowę (rys.8-1).

Z uwagi na konieczność zapewnienia możliwości obrotu rozdzielacza tarczowego, w pompie eksperymentalnej zrezygnowano z kompensacji luzów osiowych wprowadzając przy tym szereg niezbędnych zmian konstrukcyjnych w korpusie środkowym i tylnym.

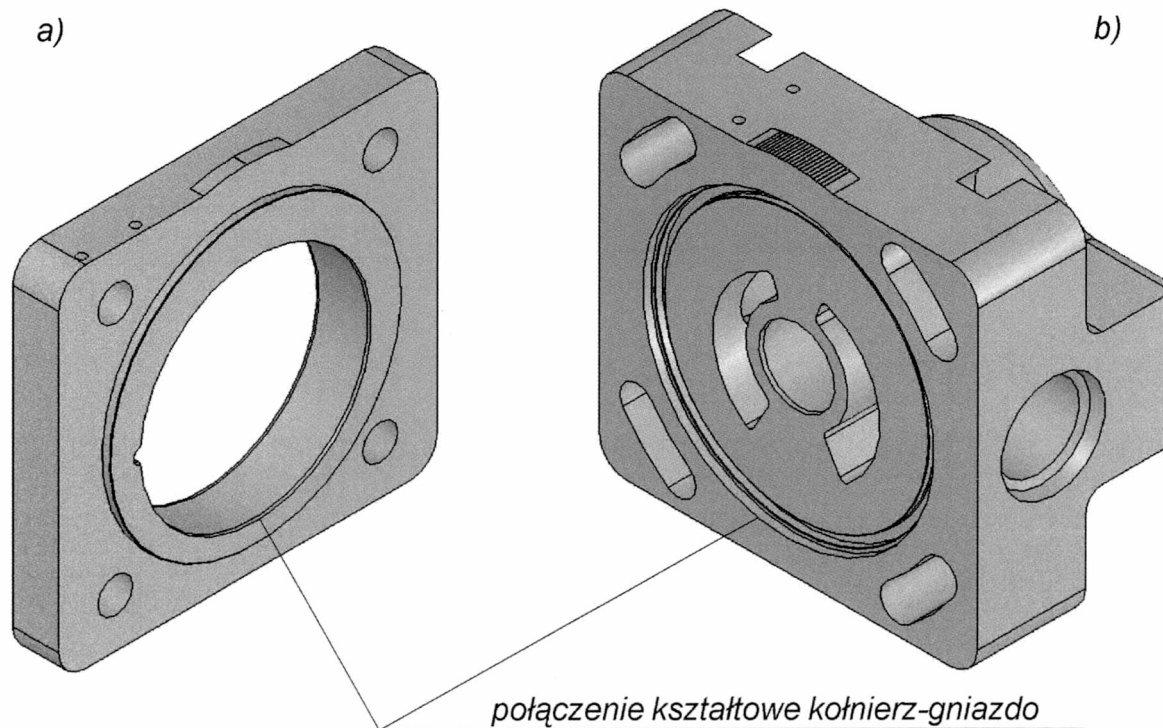
W celu zapewnienia możliwości obrotu korpusu tylnego względem osi położenia zwrotnych rozważono 3 możliwe warianty rozwiązania (bazowanie za pomocą 2 kołków pozycjonująco-ustalających, bazowanie za pomocą 3 kołków pozycjonująco-ustalających oraz bazowanie na kołnierzu walcowym).

Jako najbardziej optymalne i zarazem najbardziej technologiczne wybrano rozwiązanie bazujące na kołnierzu walcowym. Dawało ono możliwość obrotu korpusu tylnego w zakresie $\pm 10^\circ$ względem osi położenia zwrotnych. Konieczna okazała się również zmiana kształtu otworów pod śruby.



8-1. Schemat konstrukcyjny eksperymentalnej pompy gerotorowej PGE
 (1-korpus przedni, 2-korpus środkowy, 3-korpus tylny, 4,5-zespół kół gerotorowych, 6 – wał napędowy,
 7 – pierścień, 8 – śruby)

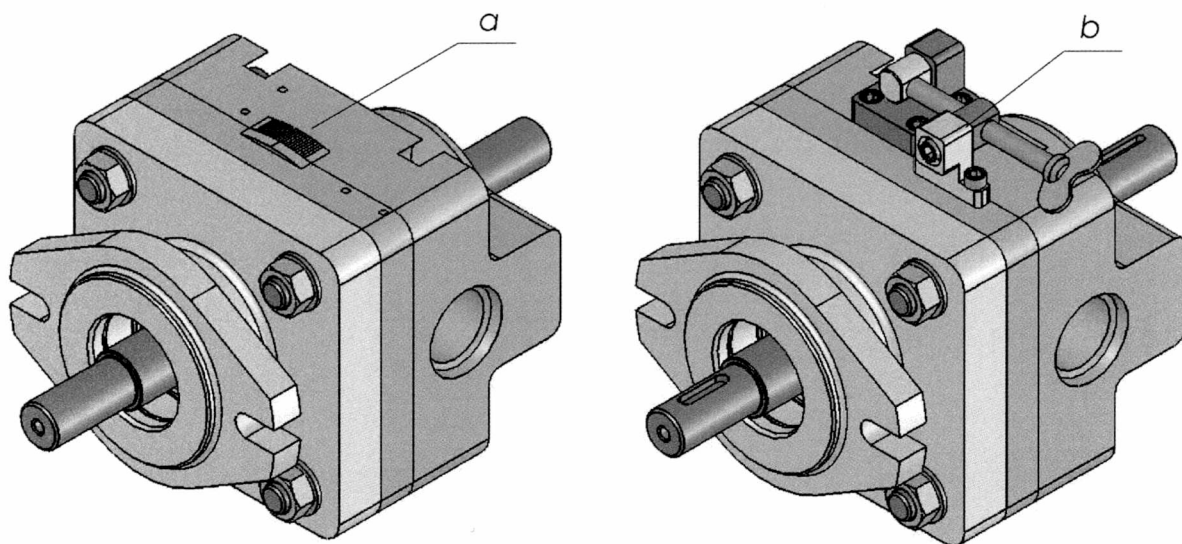
Wprowadzone zmiany konstrukcyjne przedstawiono na rys.8-2.



8-2. Widok ogólny korpusu środkowego i tylnego eksperymentalnej pompy gerotorowej.

a) korpus środkowy, b) korpus tylny.

Precyzyjne ustawienie kąta obrotu korpusu tylnego zapewniał dodatkowy mechanizm śrubowy, a odczytu kąta dokonywano za pomocą naciętej na korpusie tylnym podziałki kątowej (rys.8-3).



8-3. Eksperymentalna pompa gerotorowa

a) widok podziałki kątowej, b) widok mechanizmu obrotu korpusu tylnego

Konieczność rejestracji przebiegu ciśnienia we wnętrzu komory wyporowej oraz przekazania otrzymanego sygnału do układu akwizycji danych pomiarowych wymagała wprowadzenia zmian konstrukcyjnych także w wale napędowym. Wał ten został wydrążony, jak pokazano na rys.8-3 i rys.8-5, przez co uzyskano możliwość osadzenia czujnika ciśnienia możliwie blisko wirującej komory wyporowej, z którą łączył się poprzez układu kanałów wykonanych w kole o uzębieniu zewnętrznym.

Wał zaopatrzono także w czop wyjściowy na którym mocowana była głowica obrotowa.

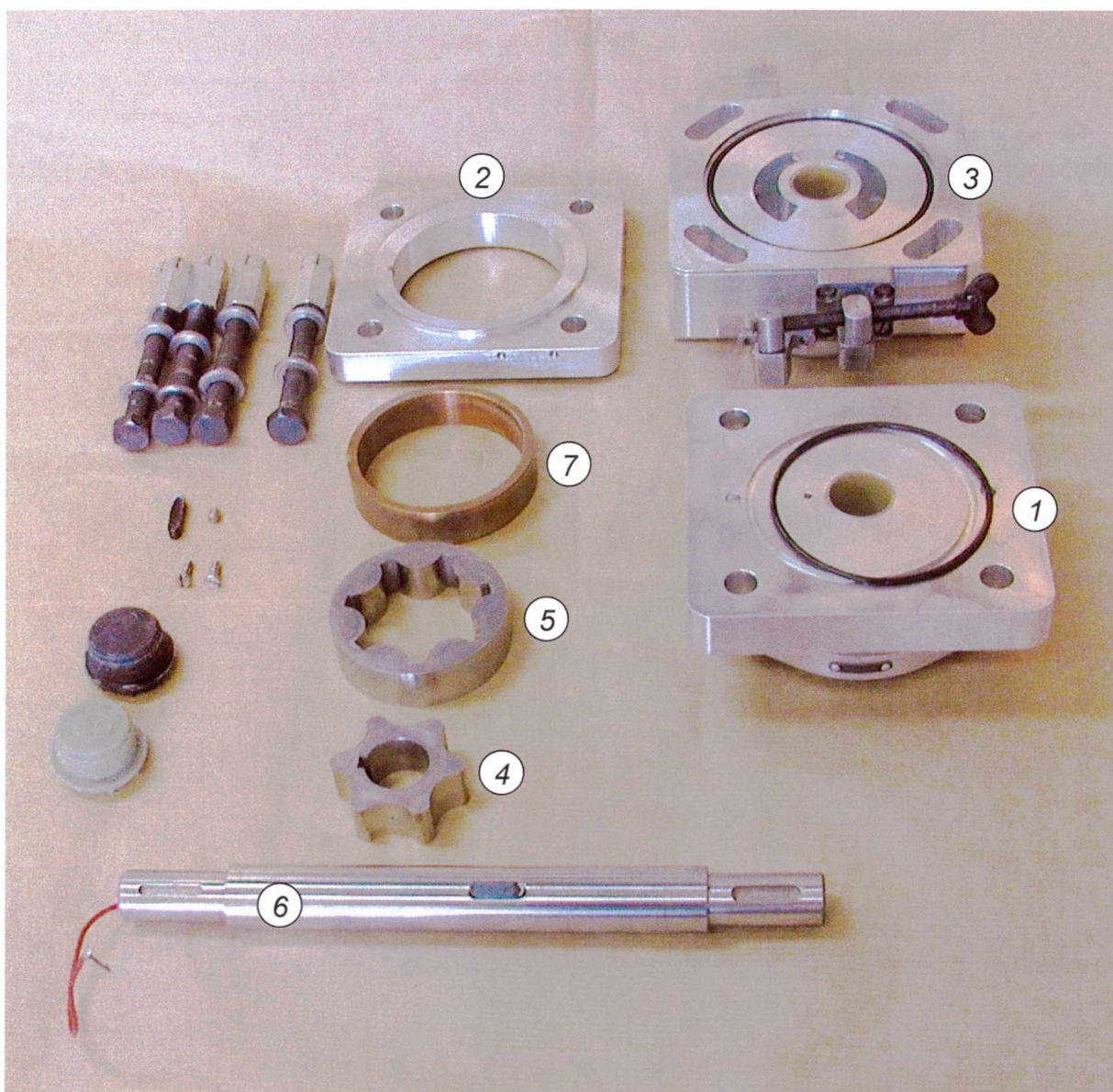
Widok eksperymentalnej pompy gerotorowej przedstawiono na rys.8-3, a jej projekt konstrukcyjny w załączniku A.

8.2. Wykonanie i montaż eksperymentalnej pompy gerotorowej

Na podstawie przygotowanej dokumentacji technicznej (załącznik A), w Kombinacie PZL-Hydral S.A., wykonano eksperymentalną pompę gerotorowa. Elementy składowe pompy, tuż przed montażem, przedstawiono na rys. 8-4. Na szczególną uwagę zasługuje korpus środkowy (część 2 na rys.8-4) i korpus tylny (część 3 na rys.8-4). Widoczne jest połączenie kształtowe kołnierz (korpus środkowy)-gniazdo (korpus tylny). W dolnej części korpusu tylnego (część 3 na rys.8-4) widoczny jest również mechanizm jego obrotu a w wale napędowym (część 6 na rys.8-4) widoczny jest przewód sygnałowy czujnika ciśnienia, zamontowanego w jego wnętrzu.

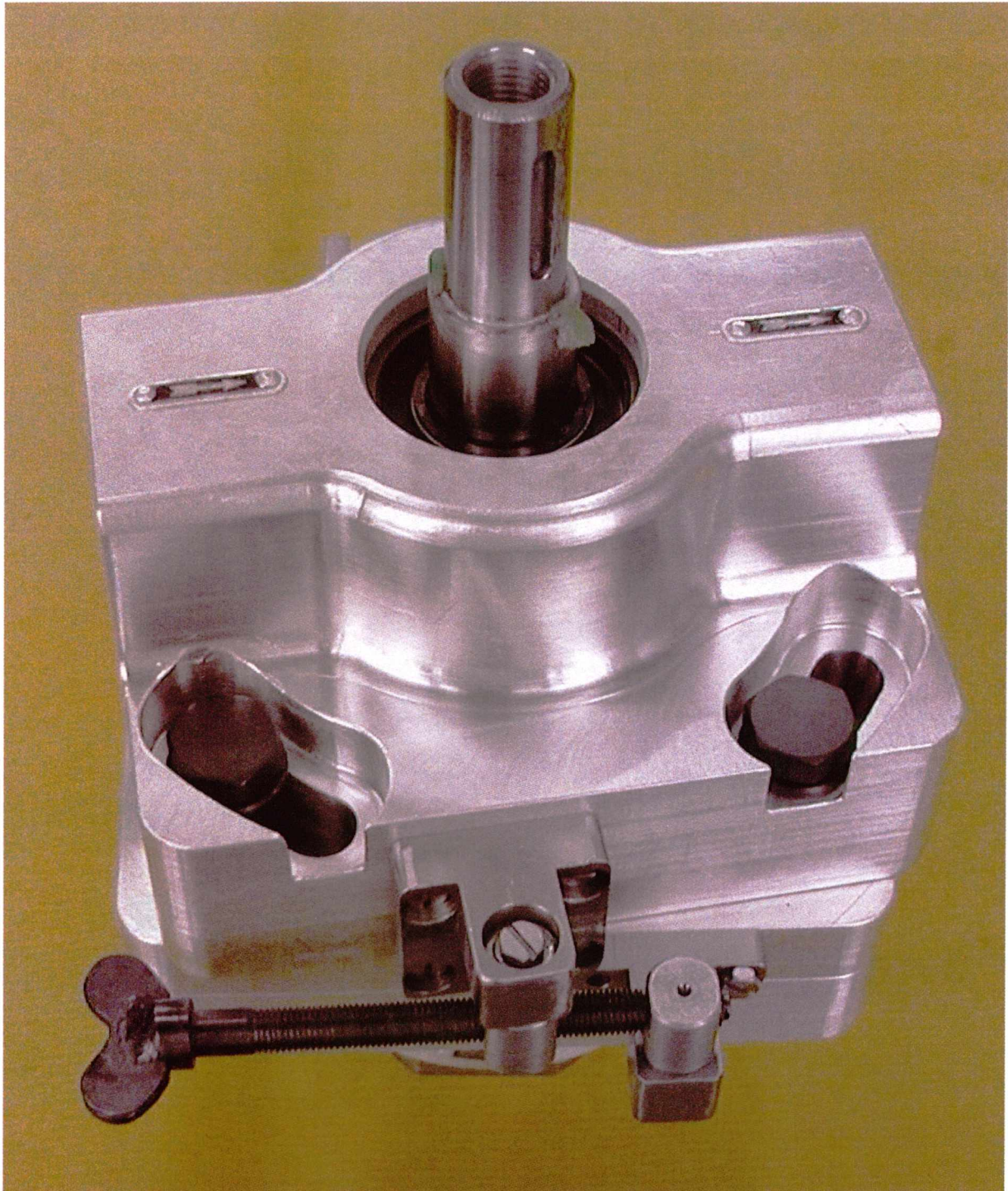
W celu zapewnienia stałej wartości luzu osiowego za każdym razem montaż pompy wykonywano przy użyciu klucza dynamometrycznego. Śruby łączne dokręcane były ze stałym momentem wynoszącym 50 Nm. Podobnie po zmianie kąta obrotu rozdzielacza tarczowego lub po wymianie zespołu kół gerotorowych i korpusu środkowego, czyli zawsze po tym jak istniała konieczność poluzowania śrub łączących części składowe pompy, korpusy były ponownie skręcane z uwzględnieniem powyższego reżimu.

Widok zmontowanej eksperymentalnej pompy gerotorowej przedstawiono na rys. 8-5. W dolnej części pompy widoczny jest, wspomniany wcześniej, mechanizm obrotu korpusu tylnego.



8-4. Elementy składowe eksperymentalnej pompy gerotorowej PGE.

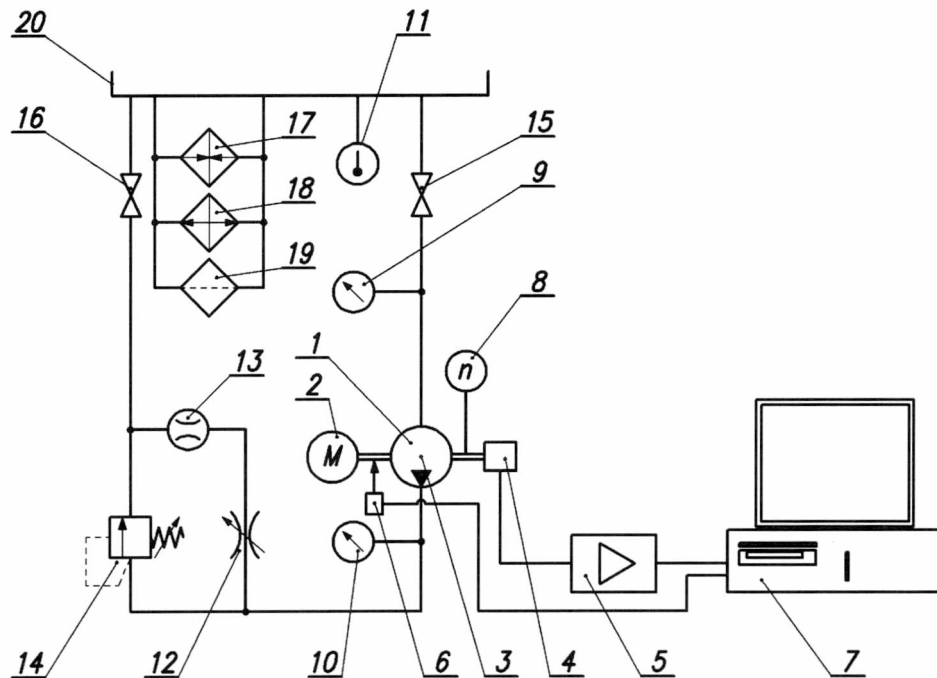
(1-korpus przedni, 2-korpus środkowy, 3-korpus tylny, 4-koło czynne, 5-koło bierne, 6-wał napędowy z przewodem prowadzącym do piezoelektrycznego czujnika ciśnienia, 7-pierścień).



8-5. Eksperymentalna pompa gerotorowa PGE wykonana w Kombinacie PZL-Hydral.

8.3. Stanowisko badawcze

W celu przeprowadzenia badań eksperymentalnych zaprojektowano stanowisko badawcze, którego schemat przedstawiono na rys.8-6.



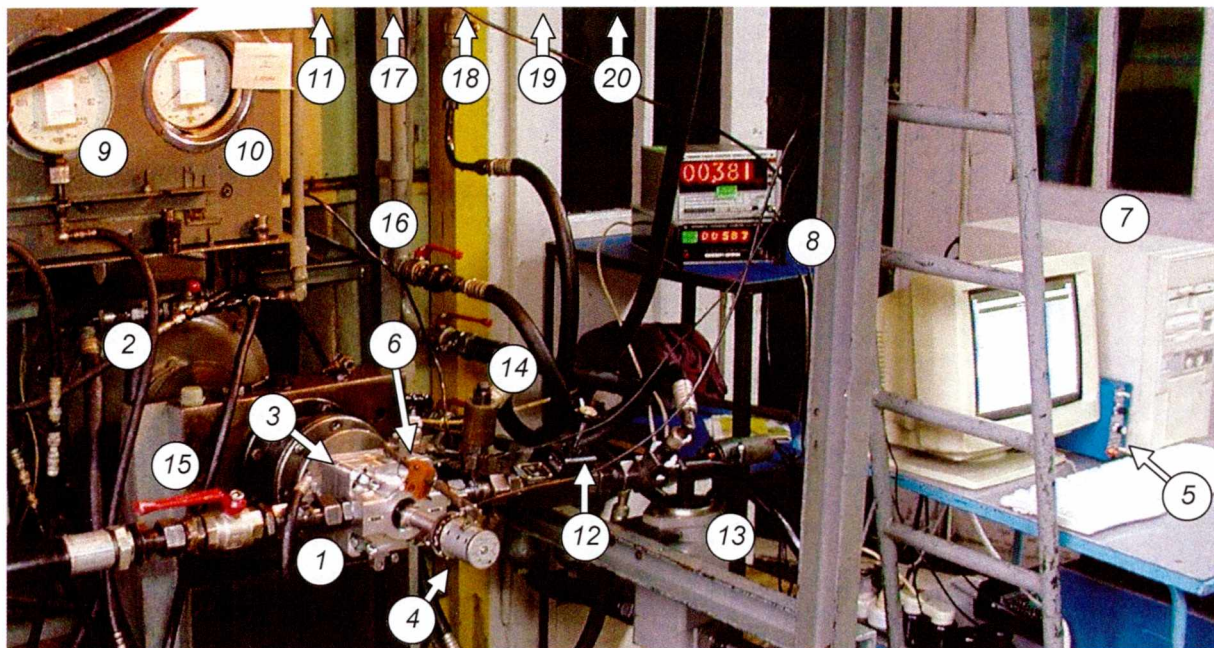
8-6. Schemat stanowiska badawczego eksperymentalnej pompy gerotorowej

(1 - eksperymentalna pompa gerotorowa, 2 - silnik elektryczny, 3 - piezoelektryczny czujnik ciśnienia, 4 - głowica obrotowa, 5 - wzmacniacz ładunku, 6 - fotoelektryczny czujnik przejścia przez „zero”, 7 - komputerowy system akwizycji danych pomiarowych, 8 - obrotomierz, 9 - manowakuometr, 10 - manometr, 11 - termometr, 12 - zawór dławiący, 13 - przepływomierz, 14 - zawór przelewowy, 15 - zawór odcinający, 16 - zawór odcinający, 17 - chłodnica, 18 - nagrzewnica, 19 - filtr, 20 - zbiornik).

Badaną eksperymentalną pompę gerotorową (1) napędzano za pomocą silnika elektrycznego (2). Podczas pracy pompy piezoelektryczny czujnik ciśnienia (3), zamontowany wewnątrz wału napędowego, mierzył ciśnienie czynnika roboczego panujące w komorze wyporowej. Sygnał z czujnika przekazywany był następnie do wzmacniacza ładunku (4), w którym dokonywano konwersji na sygnał napięciowy. W tym samym czasie fotoelektryczny czujnik położenia (5) rejestrował przejście wału przez położenie „zerowe”. Oba sygnały rejestrowane były za pomocą komputerowego systemu akwizycji danych pomiarowych (7). Prędkość obrotową wału napędowego kontrolowano za pomocą obrotomierza (8). Wartość ciśnienia po stronie ssawnej pompy odczytywana była z manowakuometru (9) a wartość ciśnienia po stronie tłocznej pompy wskazywał manometr (10). Temperaturę oleju hydraulicznego kontrolowano za pomocą termometru (11). Żądaną wartość ciśnienia tłoczenia ustalano za pomocą zaworu dławiącego (12) mierząc jednocześnie rzeczywistą wartość natężenia przepływu za pomocą przepływomierza (13). Zawór przelewowy (14) zabezpieczał układ eksperymentalnej pompy gerotorowej przed przeciążeniem. Zawory odcinające (15) i (16) służyły do odcięcia dopływu cieczy hydraulicznej podczas montażu i demontażu eksperymentalnej pompy gerotorowej na

stanowisku badawczym. Temperatura cieczy roboczej utrzymywano w określonych granicach za pomocą chłodnicy (17) i nagrzewnicy (18).

Stanowisko badawcze zostało zmontowane w Dziale Prób i Badań Kombinatoru PZL-Hydral. a jego widok przedstawiony został na rys.8-7.

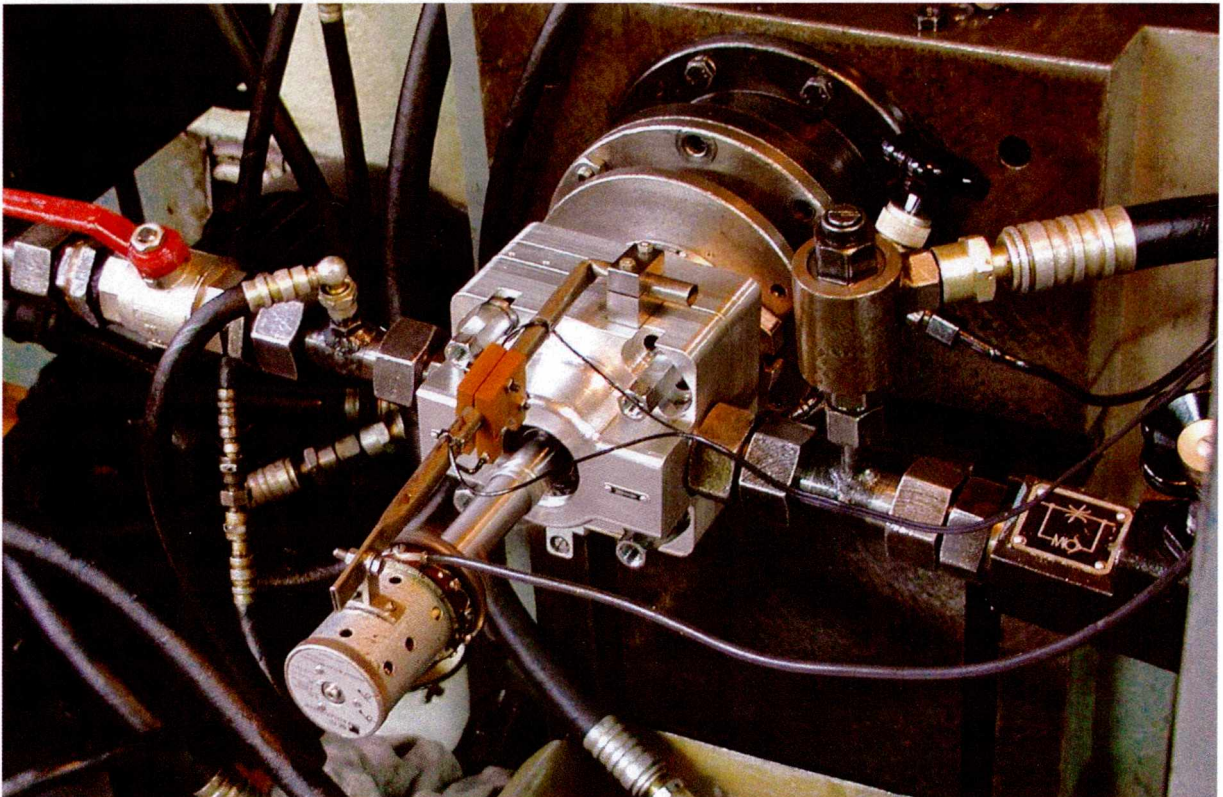
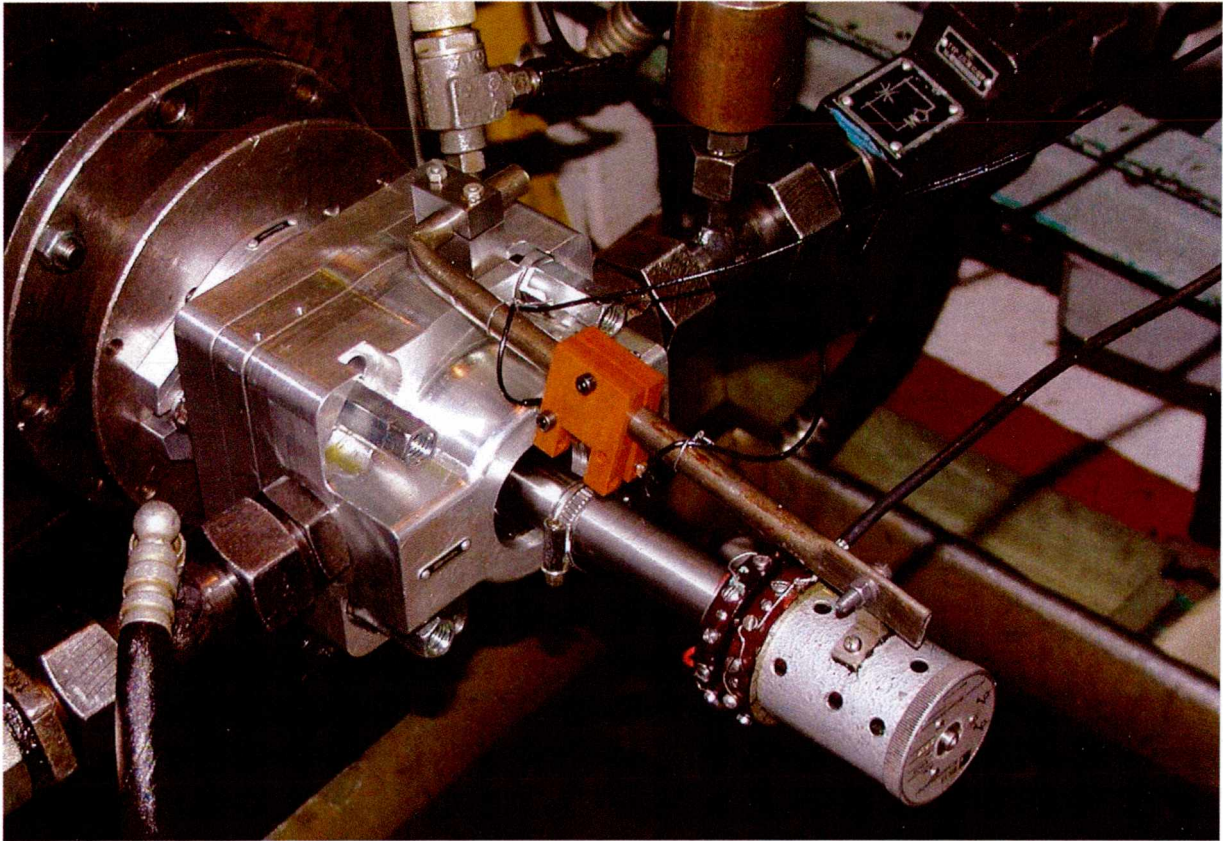


8-7. Stanowisko badawcze do badania eksperymentalnej pompy gerotorowej

(1 - eksperymentalna pompa gerotorowa, 2 - silnik elektryczny, 3 - piezoelektryczny czujnik ciśnienia, 4 - głowica obrotowa, 5 - wzmacniacz ładunku, 6 - fotoelektryczny czujnik przejścia przez „zero”, 7 - komputerowy system akwizycji danych pomiarowych, 8 - obrotomierz, 9 - manowakuometr, 10 - manometr, 11 - termometr, 12 - zawór dławiący, 13 - przepływomierz, 14 - zawór przelewowy, 15 - zawór odcinający, 16 - zawór odcinający, 17 - chłodnica, 18 - nagrzewnica, 19 - filtr, 20 - zbiornik).



8-8. Widok komputerowego stanowiska akwizycji danych pomiarowych



8-9. Widok eksperymentalnej pompy gerotorowej na stanowisku badawczym (widoczny fotoelektryczny czujnik położenia wału pompy, głowica obrotowa oraz częściowo widoczny zawór dławiący i zawór odcinający po stronie ssawnej pompy)

9. Badania eksperymentalne procesów przepływowych w pompach gerotorowych

9.1. Program badań eksperymentalnych

W celu weryfikacji opracowanego modelu teoretycznego przeprowadzono zespół kompleksowych badań eksperymentalnej pompy gerotorowej. W trakcie tych badań określano rzeczywisty wpływ rozważanych parametrów na przebiegi ciśnienia w międzyzębnej komorze wyporowej.

W pracy ograniczono się do jednej wielkości luzu osiowego dla każdej wielkości pompy (PGE-10, PGE-20, PGE-40)¹. Zmierzone, rzeczywiste wielkości luzu osiowego zamieszczono w tabeli 9-1.

9-1. Średnia wielkość luzu osiowego w eksperymentalnej pompie gerotorowej.

Symbol pompy eksperymentalnej	Wielkość luzu osiowego h [mm]
PGE-10	0,05
PGE-20	0,05
PGE-40	0,03

Wartości pozostałych parametrów, jeśli nie podano inaczej, były równe wartościom standardowym zamieszczonym w tabeli 7-1.

Podobnie jak w przypadku badań symulacyjnych, badania eksperymentalne podzielono na 3 etapy.

W etapie 1 zweryfikowano poprawność opracowanego modelu teoretycznego ustalając rzeczywisty związek pomiędzy położeniem komory wyporowej ψ a ciśnieniem p_{KW} panującym w jej wnętrzu. W tym celu dokonywano pomiaru ciśnienia we wnętrzu komory wyporowej podczas jednego pełnego cyklu pracy pompy przy założeniu warunków standardowych. Otrzymane wyniki eksperymentalne porównano następnie z przebiegiem symulacyjnym (rys.7-3) i sformułowano wnioski.

¹ Ze względu na uwarunkowania techniczne

W etapie 2 badano rzeczywisty wpływ cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na przebiegi ciśnień we wnętrzu komory waporowej. Przyjmowane w trakcie badań eksperymentalnych wartości cech geometrycznych zamieszczono w tabeli 9-2.

9-2. Wartości cech geometrycznych przyjęte w badaniach eksperymentalnych ich wpływu na ciśnienie w komorze waporowej.

Parametr	Wartości	Jednostka
φ	-8; 0; +8	°
b	10; 20; 40	mm

W etapie 3 badano rzeczywisty wpływ parametrów eksploatacyjnych na przebiegi ciśnień we wnętrzu komory waporowej. Parametry eksploatacyjne oraz ich wartości, zastosowane podczas 3 etapu badań eksperymentalnych, przedstawiono w tabeli 9-3

9-3. Wartości parametrów eksploatacyjnych przyjęte w badaniach eksperymentalnych ich wpływu na ciśnienia w komorze waporowej.

Parametr	Wartości	Jednostka
n	750; 1500; 2200	obr/min
p_T	2; 4; 8	MPa
$T(\mu)$	30; 40; 50 (0,115; 0,067; 0,035)	°C (Pa·s)

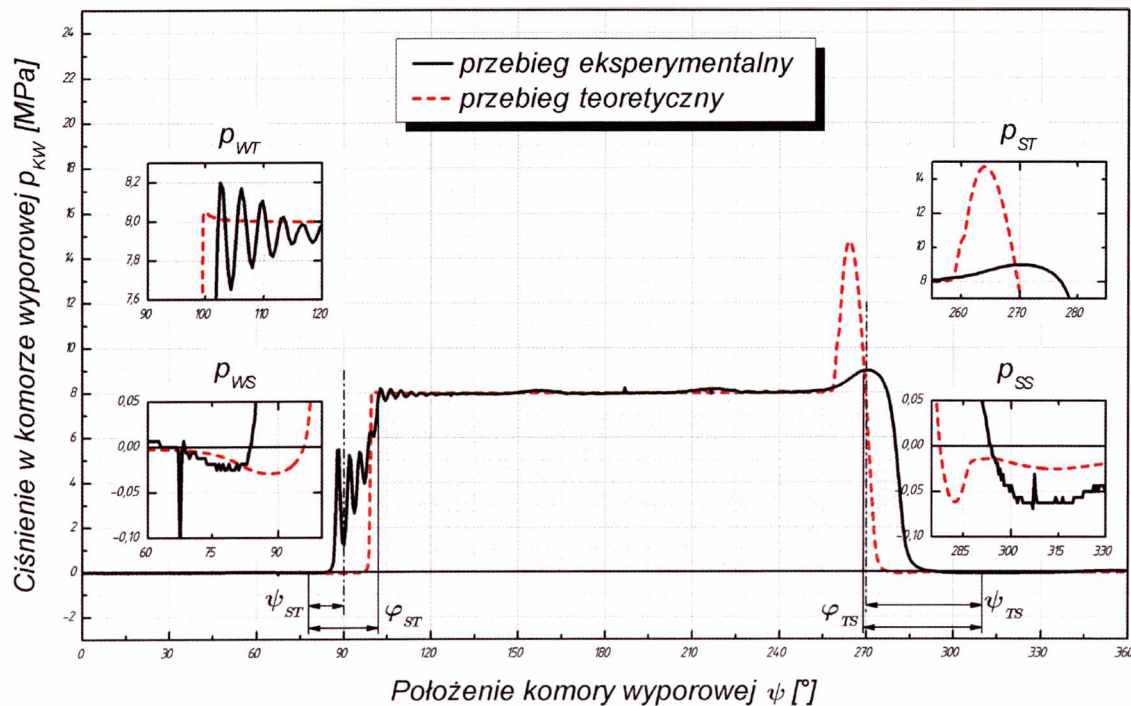
Wpływu poszczególnych parametrów badano dokonując zmiany zawsze tylko jednego z parametrów zmiennych. Wartości pozostałych parametrów przyjmowano jak dla warunków standardowych czyli zgodnie z tabelą 7-1.

9.2. Etap 1. Badanie wpływu położenie komory waporowej na ciśnienie w jej wnętrzu

Badania eksperymentalne wpływu położenia komory waporowej ψ na ciśnienie cieczy w komorze waporowej p_{KW} przeprowadzono dla warunków standardowych (tabela 7-1) otrzymując przebieg zmian ciśnienia przedstawiony na rys. 9-1.

Porównując otrzymany wykres z odpowiednim wykresem teoretycznym, rys. 7-3, zauważyć można, że charakter zmian ciśnienia p_{KW} w obu przypadkach jest taki sam. W szczególności w przebiegu eksperymentalnym występują wszystkie charakterystyczne strefy, to jest: strefa niskiego ciśnienia, strefa wzrostu ciśnienia, strefa wysokiego ciśnienia oraz

strefa spadku ciśnienia. Ponadto prędkość zmian ciśnienia w każdej z charakterystycznych stref w obu przypadkach jest zbliżona.



9-1. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej

Widoczne na wykresie różnice spowodowane są tym, że w rzeczywistej pompie występują większe luzy, spowodowane odkształceniami korpusów i śrub.

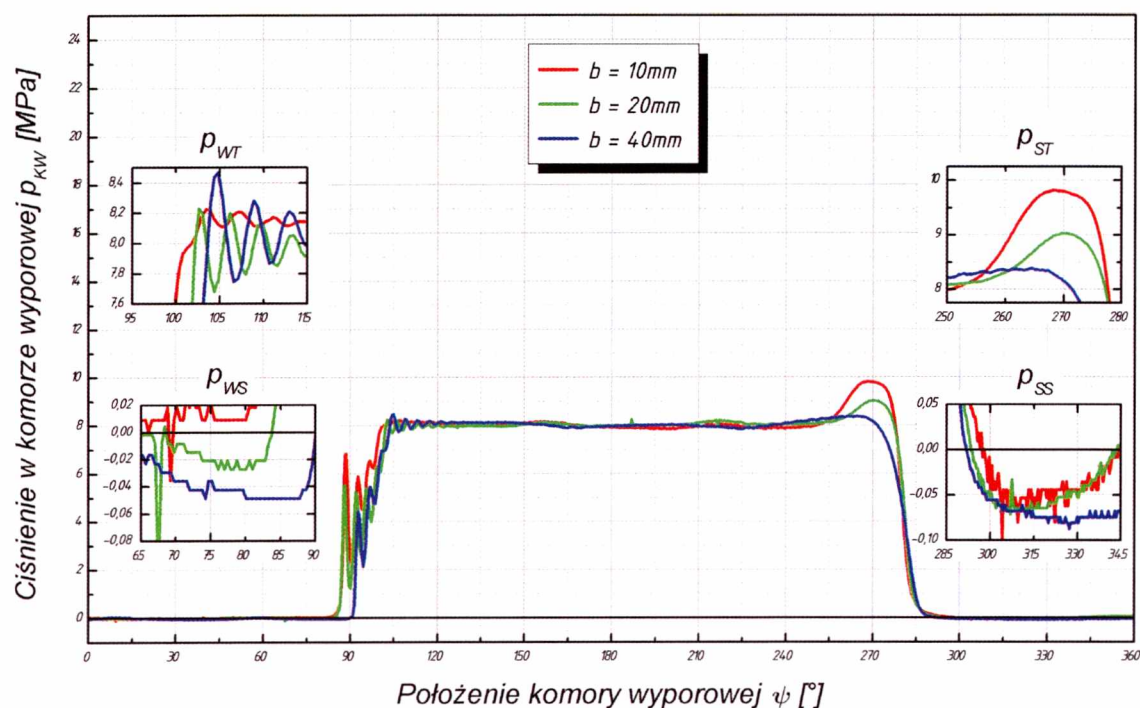
9.3. Etap 2. Badanie wpływu cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na ciśnienie w komorze wyporowej

Eksperymentalne badanie wpływu wybranych cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na rzeczywisty przebieg ciśnienia cieczy w komorze wyporowej miało na celu zweryfikowanie badań symulacyjnych pod względem jakościowym.

9.3.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz szerokości kół gerotorowych

W eksperymentalnej pompie gerotorowej PGE zastosowano koła gerotorowe jednakowe z kołami stosowanymi w pompach PG. Z tego też względu szerokości kół w jednym jak i drugim przypadku są takie same i podano je w tabeli 9-2.

Otrzymane podczas badań eksperymentalnych przebiegi ciśnienia wewnątrz komory wyporowej zamieszczono na rys.9-2.



9-2. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i szerokości zespołu kół

Odczytane z wykresu wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, przedstawiono w tabeli 9-4.

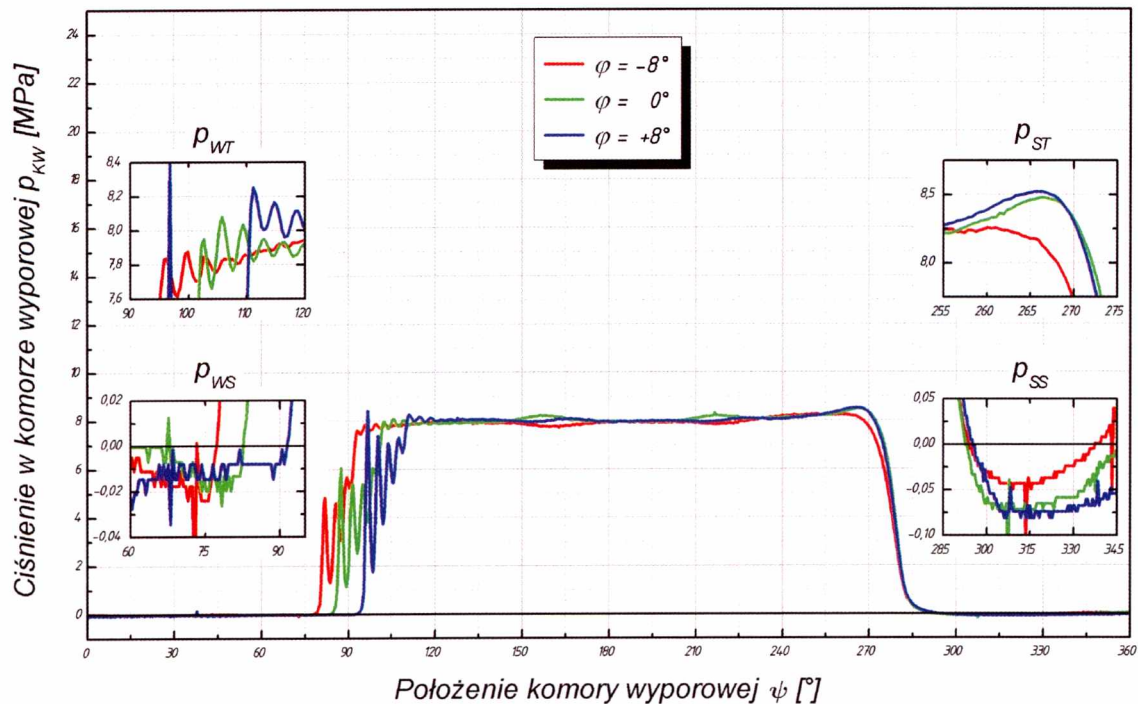
9-4. Wartości eksperymentalne parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych szerokości kół gerotorowych

b [mm]	p_{ws} [MPa]	p_{wt} [MPa]	p_{st} [MPa]	p_{ss} [MPa]	ψ_{st} [°]	ψ_{ts} [°]	φ_{st} [°]	φ_{ts} [°]
10	-	0,1	1,8	0,05	12	38	25	41
20	0,03	0,2	1,0	0,06	11	43	25	43
40	0,05	0,4	0,4	0,08	10	50	25	53

Porównując badania eksperymentalne z odpowiednimi badaniami teoretycznymi (tabela 7-4) można stwierdzić, że pod względem jakościowym są one zgodne. Jedynie dla nadwyżki ciśnienia w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia p_{st} występują niewielkie rozbieżności gdyż parametr ten charakteryzuje przebieg ciśnienia w rejonie mostka górnego M_{TS} . W obszarze tym występuje jednak skomplikowany układ szczelin, który nie został uwzględniony podczas budowy modelu teoretycznego (chodzi tu głównie o szczeliny promieniowe – porównaj rys. 6-1).

9.3.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz kąta obrotu rozdzielacza tarczowego

Przyjęte w eksperymencie wartości kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ zamieszczono w tabeli 9-2 a otrzymane w wyniku badań eksperymentalnych przebiegi zmian ciśnienia wewnątrz komory wyporowej przedstawiono na rys. 9-3.



9-3. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i kąta obrotu rozdzielacza tarczowego

Odczytane w wykresu wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej przedstawiono w tabeli 9-5.

9-5. Wartości eksperymentalne parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych kątów obrotu rozdzielacza tarczowego

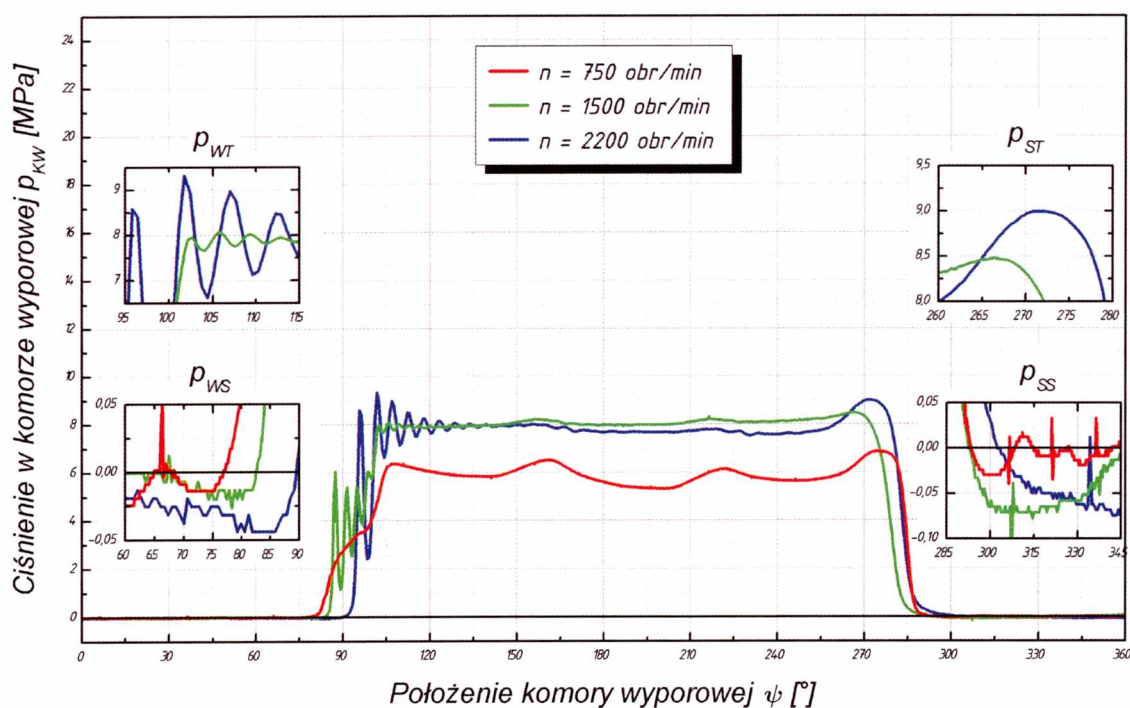
φ [°]	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
-8	0,03	-	0,2	0,04	16	37	24	-
0	0,02	0,1	0,4	0,06	10	42	25	52
+8	0,01	0,2	0,5	0,07	6	48	27	60

Porównanie badań eksperymentalnych i teoretycznych (tabela 7-6) wykazało, że pod względem jakościowym wyniki wykazują pewne różnice jedynie dla parametru p_{ST} . Podobnie jak poprzednio wynika to ze skomplikowanego układu szczelin występującego w obszarze mostka górnego (patrz rys. 6-1).

9.4. Etap 3. Badanie wpływu parametrów eksploatacyjnych na ciśnienie w komorze wyporowej

9.4.1. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz prędkości obrotowej wału napędowego¹

Przyjęte w eksperymencie wartości prędkości obrotowej wału napędowego n podano w tabeli 9-3. Zarejestrowane w trakcie badań przebiegi zmian ciśnienia przedstawiono na rys.9-4.



9-4. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i prędkości obrotowej wału

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, odczytane z przebiegu eksperymentalnego, przedstawiono w tabeli 9-6.

¹ Podczas badań eksperymentalnych przy prędkości obrotowej $n = 750$ obr/min niemożliwe było osiągnięcie ciśnienia tłoczenia $p_T = 8$ MPa. Z tego względu w badaniu tym przyjęto ciśnienie tłoczenia $p_T = 6$ MPa.

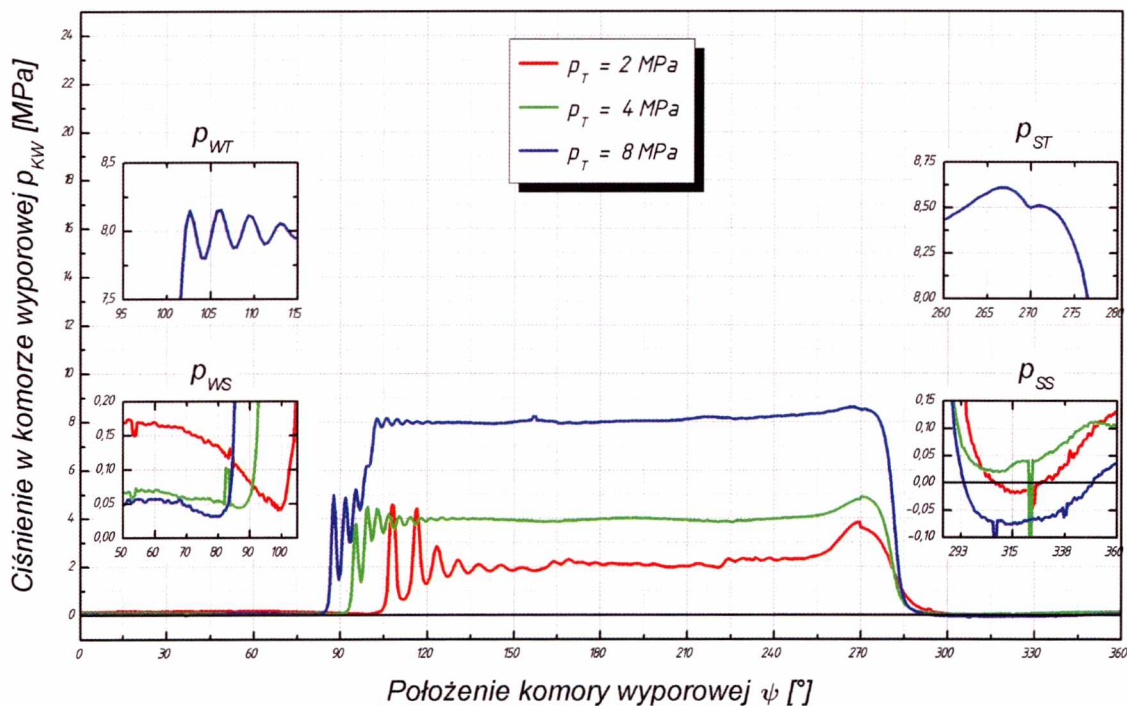
9-6. Wartości eksperymentalne parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych prędkości obrotowej wału napędowego

n [obr/min]	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
750	0,02	-	-	0,03	15	30	-	-
1500	0,03	0,1	0,8	0,07	10	50	22	60
2200	0,04	0,2	1,0	0,08	5	-	22	60

Porównanie badań eksperymentalnych z odpowiednimi badaniami teoretycznymi (tabela 7-7) wykazało pełną jakościową zgodność obu typów badań.

9.4.2. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz ciśnienia tłoczenia

Przyjęte w badaniach eksperymentalnych wartości ciśnienia tłoczenia p_T są równe wartościom przyjętym do badań teoretycznych, które zamieszczono w tabeli 9-3. Otrzymane w trakcie badań przebiegi zmian ciśnienia przedstawiono na rys. 9-5.



9-5. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i ciśnienia tłoczenia

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej, odczytane z powyższego wykresu, zamieszczono w tabeli 9-7.

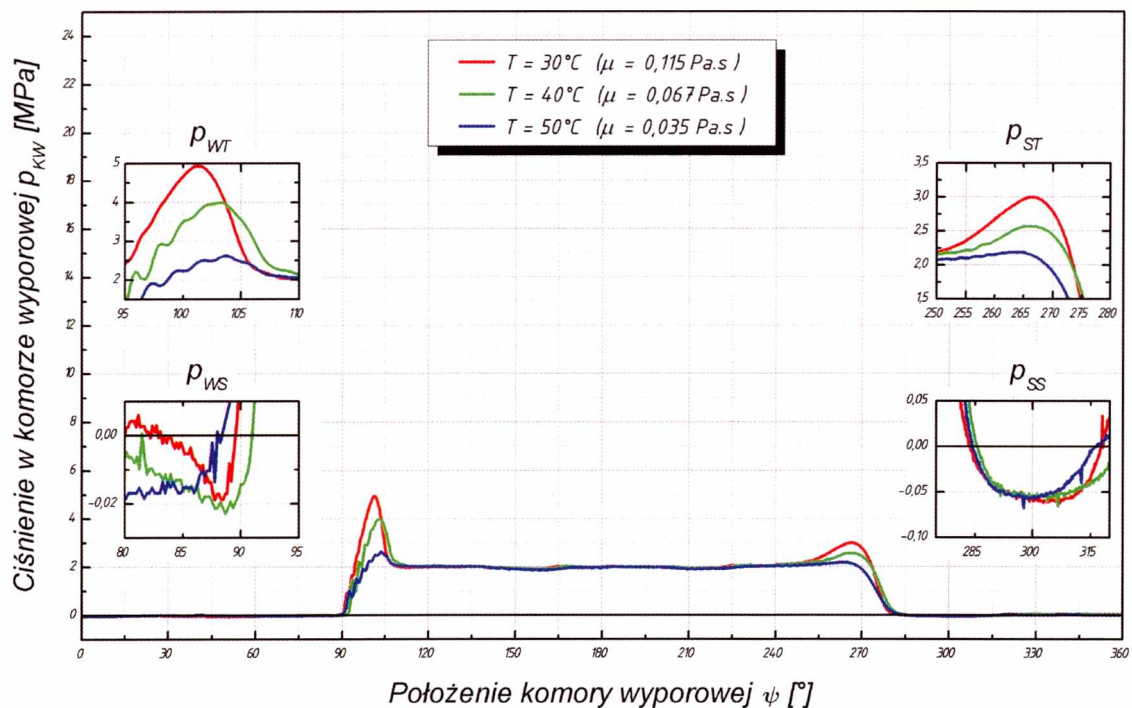
9-7. Wartości eksperymentalne parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych wartości ciśnienia tłoczenia

p_T [MPa]	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
2	0,12	2,3	1,7	0,13	-10	45	-	44
4	0,04	0,4	1,0	0,09	+3	44	13	44
8	0,03	0,1	0,6	0,09	+10	45	24	45

Porównanie badań eksperymentalnych z odpowiednimi badaniami teoretycznymi (tabela 7-8) wykazało pełną jakościową zgodność obu typów badań.

9.4.3. Ciśnienie cieczy w funkcji położenia komory wyporowej oraz temperatury oleju hydraulicznego¹

Przyjęte w badaniach eksperymentalnych wartości temperatury T (lepkości dynamicznej μ) zamieszczono w tabeli 9-3, a zarejestrowane przebiegi pokazano na rys.9-6.



9-6. Ciśnienie w funkcji położenia komory wyporowej i temperatury oleju

¹ Podczas badania wpływu temperatury oleju na przebiegi ciśnienia przyjęto kąt obrotu rozdzielacza tarczowego $\varphi = +7^\circ$.

Wartości parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia w komorze wyporowej dla zmiennych temperatur cieczy roboczej, przedstawiono w tabeli 9-8.

9-8 Wartości eksperymentalne parametrów charakterystycznych przebiegu zmian ciśnienia dla różnych temperatur (lepkości) czynnika roboczego

$T(\mu)$ [°C]([Ps·s])	p_{WS} [MPa]	p_{WT} [MPa]	p_{ST} [MPa]	p_{SS} [MPa]	ψ_{ST} [°]	ψ_{TS} [°]	φ_{ST} [°]	φ_{TS} [°]
30 (0,115)	0,02	3,0	1,0	0,06	2	30	14	39
40 (0,067)	0,02	2,0	0,5	0,06	2	31	15	39
50 (0,035)	0,02	0,5	0,2	0,06	3	31	15	39

Porównanie badań eksperymentalnych i badań teoretycznych (tabela 7-9) wykazało, że pod względem jakościowym wyniki różnią się jedynie dla parametru p_{WT} .

9.5. Podsumowanie

Eksperymentalna pompa gerotorowa spełniła swoje zadanie. Umożliwiła wykonanie pomiarów $p_{KW} = f(\psi)$ dla zmiennych warunków konstrukcyjnych i eksploatacyjnych. W trakcie pomiarów wykazano wpływ parametrów eksploatacyjnych, własności fizycznych i cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego na przebiegi ciśnienia we wnętrzu komory wyporowej czyli na rzeczywisty przebieg procesów przepływowych. Widoczne to jest na zamieszczonych wykresach a wpływ poszczególnych parametrów ocenić można za pomocą opracowanego układu 8 parametrów charakterystycznych.

Jakościowy wpływ parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych na charakter zmian układu parametrów do oceny przebiegu procesów przepływowych dla badań eksperymentalnych zamieszczono w poniższej tabeli.

9-9. Wpływ parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych na charakter zmian parametrów charakterystycznych przebiegu ciśnienia w komorze wyporowej

Przebieg ciśnienia w komorze wyporowej (eksperymentalny)			Ocena zgodności przebiegów ciśnienia za względu na parametry:							
Lp.	Nazwa parametru	Rys.	p_{WS}	p_{WT}	p_{ST}	p_{SS}	ψ_{ST}	ψ_{TS}	φ_{ST}	φ_{TS}
1.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych szerokości zespołu kół gerotorowych b	9-2	↗	↗	↘	↗	↘	↗	→	↗

Przebieg ciśnienia w komorze wyporowej (eksperymentalny)			Ocena zgodności przebiegów ciśnienia za względu na parametry:							
2.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych wartości kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ	9-3	↘	↗	↗	↗	↘	↗	↗	↗
3.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych prędkości obrotowych wału pompy n	9-4	↗	↗	↗	↗	↘	↗	→	→
4.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych ciśnień tłoczenia p_T	9-5	↘	↘	↘	↘	↗	→	↗	→
5.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych temperatur (lepkości dynam.) cieczy $T(\mu)$	9-6	→	↘	↘	→	→	→	→	→

Badania eksperymentalne wykazały ponadto, iż w rzeczywistych przebiegach rejestruje się oscylacje ciśnienia. Oscylacje te występują w strefie wzrostu ciśnienia i są widoczne na wszystkich wykresach eksperymentalnych. Mogą one mieć zarówno charakter mechaniczny jak i hydrauliczny i wymagają dodatkowych badań teoretycznych i eksperymentalnych.

10. Porównanie wyników badań symulacyjnych i eksperymentalnych. Wnioski

Analizując i porównując pod względem jakościowym wyniki obu typów badań, opracowano tabelę zgodności wyników badań teoretycznych i eksperymentalnych, tabela 10-1. Na jej podstawie można stwierdzić, że prognozowany przez model teoretyczny, i wykazany podczas analizy teoretycznej (rozdział 7), charakter zmian przebiegu ciśnienia, pokrywa się z przebiegiem rzeczywistym, zarejestrowanym podczas badań eksperymentalnych (rozdział 9). **Ta wysoka zgodność stanowi zatem dowód poprawności opracowanego modelu teoretycznego oraz opartego na nim modelu symulacyjnego.**

O ile można mówić o praktycznie pełnej zgodności wyników badań teoretycznych i eksperymentalnych na płaszczyźnie jakościowej, o tyle pod względem ilościowym istnieją pewne różnice. Spowodowane są one nieuwzględnieniem w modelu teoretycznym szeregu zjawisk i procesów, które należałoby rozważać w tych specyficznych położeniach. Wynika stąd, iż **aby można było wykorzystać opracowany model również w celu ilościowego określenia wpływu poszczególnych parametrów model ten należy rozbudować uwzględniając nierozważne lub pominięte zjawiska i procesy zachodzą we wnętrzu komory wyporowej.**

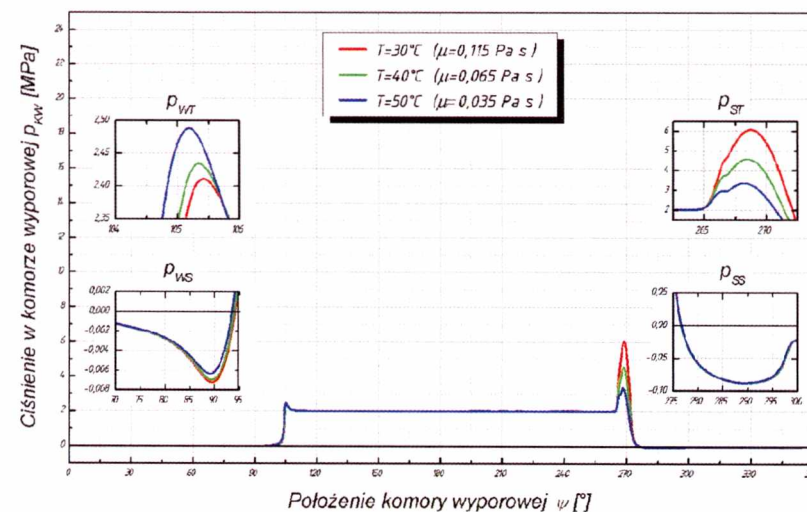
10-1. Tabela zgodności przebiegów ciśnienia w komorze wyporowej otrzymanych na drodze teoretycznej i eksperymentalnej.

Przebieg ciśnienia w komorze wyporowej (teoretyczny i eksperymentalny)			Ocena zgodności przebiegów ciśnienia za względu na parametry:							
			p_{ws}	p_{wt}	p_{st}	p_{ss}	ψ_{st}	ψ_{ts}	φ_{st}	φ_{ts}
1.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla warunków standardowych	Teoret: Rys. 7.7	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗
		Eksp: Rys. 9.1	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗
2.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych szerokości zespołu kół gerotorowych b	Teoret: Rys. 7.8	↗	↗	↗	↗	↘	↗	→	↗
		Eksp: Rys. 9.2	↗	↗	↘	↗	↘	↗	→	↗
3.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych wartości kąta obrotu rozdzielacza tarczowego φ	Teoret: Rys. 7.10	↘	↗	↘	↗	↘	↗	↗	↗
		Eksp: Rys. 9.3	↘	↗	↗	↗	↘	↗	↗	↗
4.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych prędkości obrotowych wału pompy n	Teoret: Rys. 7.11	↗	↗	↗	↗	↘	↗	→	→
		Eksp: Rys. 9.4	↗	↗	↗	↗	↘	↗	→	→
5.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych ciśnień tłoczenia p_T	Teoret: Rys. 7.12	↘	↘	↘	↘	↗	→	↗	→
		Eksp: Rys. 9.5	↘	↘	↘	↘	↗	→	↗	→
6.	Przebiegi ciśnienia w komorze wyporowej dla różnych temperatur (lepkości dynamicznych) cieczy roboczej $T'(\mu)$	Teoret: Rys. 7.13	→	↗	↘	→	→	→	→	→
		Eksp: Rys. 9.6.	→	↘	↘	→	→	→	→	→

Legenda :

- ↗ parametr rośnie wraz ze wzrostem rozpatrywanej wielkości (jak parametr p_{wt} na załączonym rysunku),
- ↘ parametr maleje wraz ze wzrostem rozpatrywanej wielkości (jak parametr p_{st} na przykładowym wykresie),
- parametr pozostaje stały przy zmianie rozpatrywanej wielkości (jak parametr p_{ss} na przykładowym wykresie).

Kolorem **zielonym** oznaczono zgodność charakteru (wzrost, spadek, wartość stała) wyników badań teoretycznych i eksperymentalnych. Kolor **czerwony** oznacza brak tak rozumianej zgodności.



11. Opracowanie optymalnego układu kanałów wewnętrznych w typoszeregu pomp gerotorowych PG10, PG 20, PG 40 z wykorzystaniem modelu teoretycznego

Dysponując zweryfikowanym eksperymentalnie modelem teoretycznym, i symulacyjnym, procesów przepływowych w pompie gerotorowej możliwe jest opracowanie optymalnego układu kanałów wewnętrznych dla takiej jednostki. Aby jednak można było przeprowadzić optymalizację należy przyjąć kryterium optymalizacyjne. Jak wiadomo powszechnym problemem w pompach gerotorowych, ale również i w innych typach rotacyjnych pomp wporowych, jest występowanie lokalnych nadwyżek ciśnienia. Taki przebieg procesów przepływowych nie jest korzystny. Może on powodować przedwczesne zużycie elementów składowych pompy (ze względu na występowanie obciążeń dynamicznych osiągających niejednokrotnie znaczne wartości), wzrost współczynnika pulsacji ciśnienia i wydajności a także wzrost hałaśliwości pracy pompy. Powszechnie dąży się zatem do ograniczenia lub całkowitego wyeliminowania tego niekorzystnego zjawiska. Stąd też zadanie optymalizacyjne postawione w niniejszej pracy można sformułować jako:

Opracowanie układu kanałów rozdzielacza tarczowego, wykonanych w korpusie tylnym, pompy gerotorowej w ten sposób aby nadwyżki ciśnienia występujące w obszarze wyjściowym strefy wzrostu ciśnienia oraz w obszarze wejściowym strefy spadku ciśnienia były możliwie małe.

Z zadania tego wynika bezpośrednio kryterium optymalizacyjne czyli minimalizacja nadwyżek ciśnienia we wspomnianych obszarach pompy gerotorowej. Korzystając z opracowanym w rozdziale 5 układu parametrów do oceny procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wporowych powyższe kryterium można zapisać jako:

$$p_{WT} = p_{WS} \rightarrow \min$$

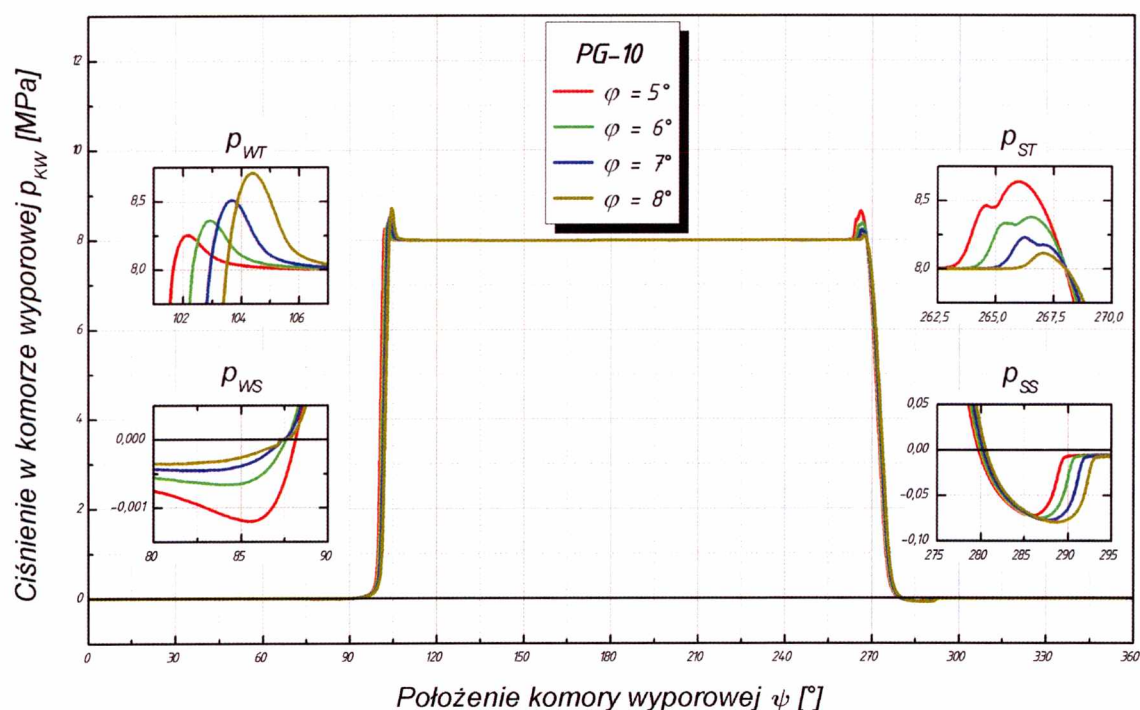
Mając kryterium optymalizacyjne należało przyjąć pewien zakres możliwych wartości parametrów występujących w modelu teoretycznym i symulacyjnym. W szczególności należało określić możliwe wartości parametrów eksploatacyjnych, własności fizycznych i cech geometrycznych rozwiązania konstrukcyjnego. Choć przy zastosowaniu opracowanego modelu możliwa jest optymalizacja wieloparametrowa, w niniejszym

opracowaniu przyjęto jeden parametr podlegający optymalizacji, którym był kąt obrotu rozdzielacza tarczowego φ . O wyborze tego właśnie parametru przesądziła możliwość dość łatwego sprawdzenia otrzymanych wyników w praktyce. Analizując pod tym względem wyniki badań przeprowadzonych w rozdziałach 7 i 9 wytypowano przedział optymalnych wartości tego kąta, który wynosił od $+5^\circ$ do $+8^\circ$.

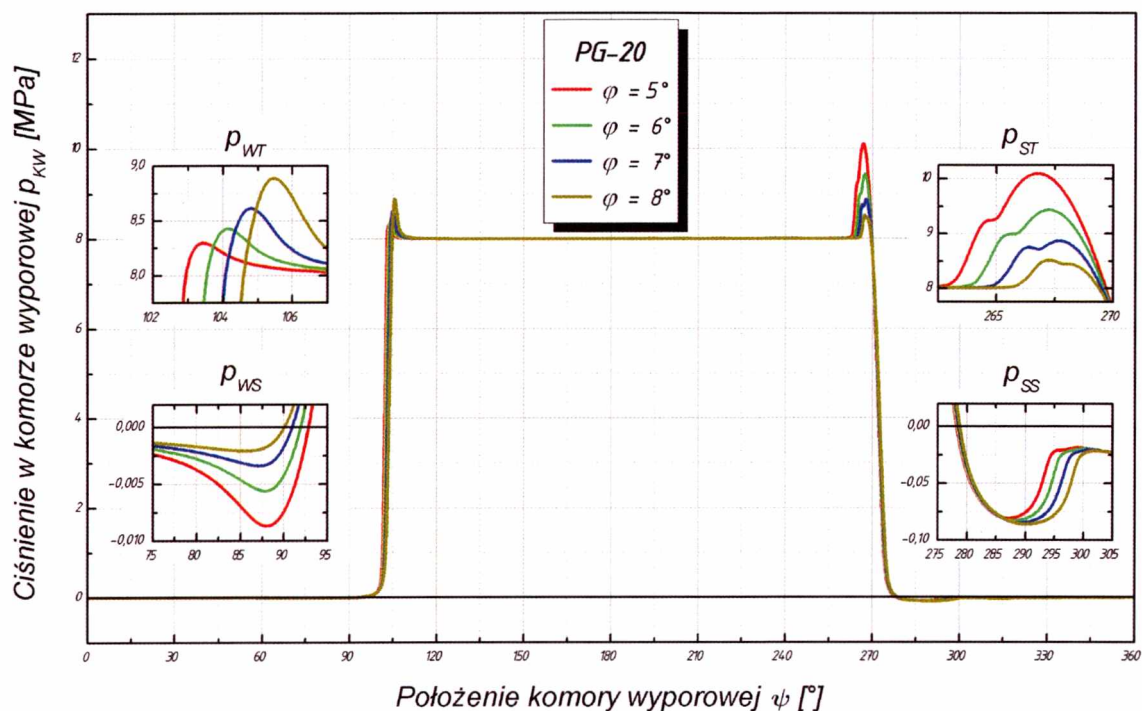
Wartości pozostałych parametrów modelu przyjęto tak jak poprzednio czyli przyjęto warunki standardowe, a ich wartości odczytano z tabeli 7-1.

Aby z wytypowanego przedziału wybrać optymalny kąt obrotu rozdzielacza tarczowego φ dla każdej wielkości pompy przeprowadzono szereg badań symulacyjnych przy zmiennych wartościach kąta obrotu rozdzielacza tarczowego (ze stopniowaniem co 1°).

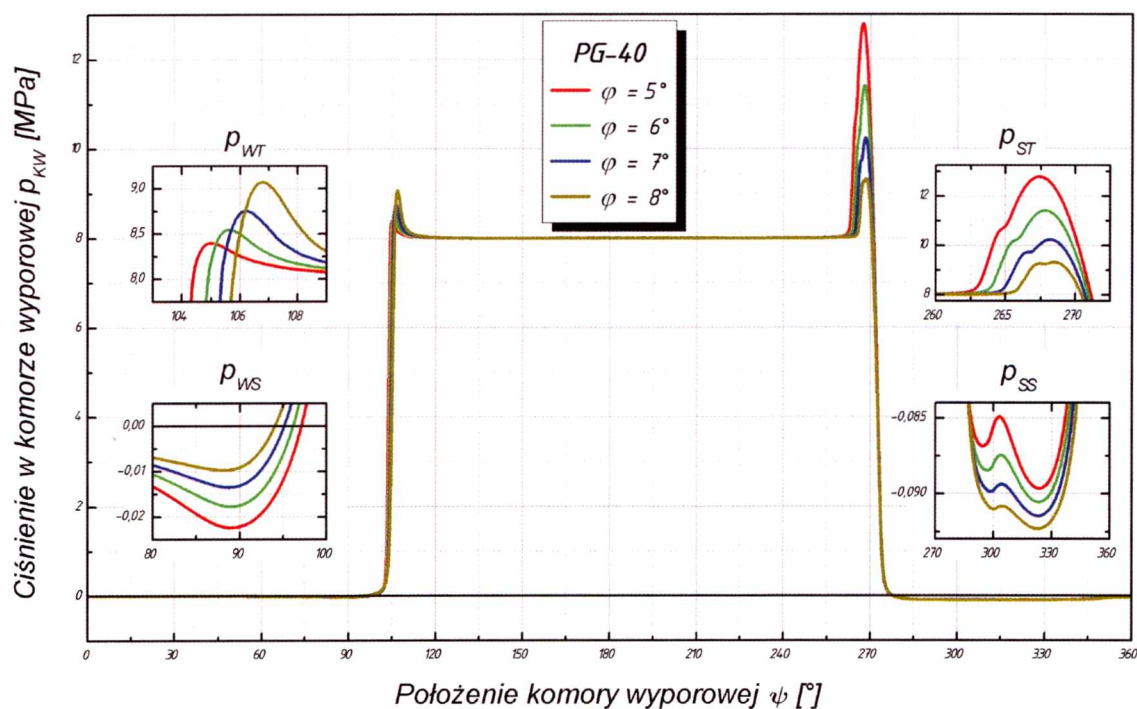
Wyniki tych badań przedstawiono na rys.11-1, 11-2 i 11-4.



11-1. Przebiegi teoretyczne zmian ciśnienia w komorze wyporowej w zależności od kąta obrotu rozdzielacza tarczowego dla pompy PG-10



11-2. Przebiegi teoretyczne zmian ciśnienia w komorze wyporowej w zależności od kąta obrotu rozdzielacza tarczowego dla pompy PG-20



11-3. Przebiegi teoretyczne zmian ciśnienia w komorze wyporowej w zależności od kąta obrotu rozdzielacza tarczowego dla pompy PG-40.

Mając na uwadze kryterium optymalizacyjne, na podstawie otrzymanych wykresów ustalono optymalne wartości kąta obrotu rozdzielacza φ (tabela 11-1). Na tej podstawie przygotowano następnie rysunek wykonawczy korpusu tylnego (rys. 11-4).

12. Podsumowanie, wnioski i kierunki przyszłych badań

Przedstawione w rozdziale 3 cele pracy zrealizowano. W szczególności:

1. **Opracowano uniwersalny model teoretyczny procesów przepływowych w rotacyjnych pompach wyporowych (rozdział 4).** Uwzględnia on procesy przepływowe takie jak proces napełniania i opróżniania komory wyporowej oraz proces zmian objętości komory wyporowej. Dla pompy gerotorowej model uszczegółowiono (rozdział 6) podając wzory opisujące objętość komory wyporowej i charakterystyczne natężenia przepływu jako funkcje charakterystycznych parametrów zespołu kół gerotorowych i układu kanałów wewnętrznych, własności fizycznych cieczy roboczej i parametrów eksploatacyjnych, co można zapisać jako:

$$\frac{dp}{d\psi} = f(V_{KW}(G, \psi), Q_G(E, F, G, \psi), Q_{TK}(E, F, G, \psi), Q_{KS}(E, F, G, \psi), \psi)$$

2. **Opracowano układ parametrów do oceny procesów przepływowych w kanałach wewnętrznych rotacyjnych pompy wyporowych (rozdział 5).** Na podstawie analizy opracowanego wcześniej modelu teoretycznego wytypowano osiem najważniejszych wielkości charakteryzujących przebieg ciśnienia w komorze wyporowej rotacyjnej pompy wyporowej.
3. **Dokonano weryfikacji opracowanego modelu teoretycznego za pomocą badań eksperymentalnych (rozdział 9).** Badania eksperymentalne przeprowadzono za pomocą specjalnie w tym celu zaprojektowanej eksperymentalnej pompy gerotorowej PGE, na stanowisku badawczym w Kombinacie PZL-Hydral. Potwierdzono w ten sposób poprawność modelu teoretycznego, a co za tym idzie udowodniono, że przedstawiony model jest **użytecznym narzędziem badawczym do projektowania nowych lub optymalizacji już istniejących rozwiązań konstrukcyjnych kanałów wewnętrznych w rotacyjnych pompach wyporowych.**
4. **Zaprojektowano optymalny układ kanałów wewnętrznych dla typoszeregu pomp gerotorowych PG-10, PG-20, PG-40 (rozdział 11) przy wykorzystaniu opracowanego modelu teoretycznego, i opracowanego na jego podstawie modelu symulacyjnego.**

Kierunki dalszych prac wynikają bezpośrednio z analizy otrzymanych wyników badań. Zauważa się mianowicie, że pomimo, iż model teoretyczny został pozytywnie zweryfikowany na drodze eksperymentalnej, otrzymywane przebiegi teoretyczne odbiegają od wyników badań eksperymentalnych. Aby uzyskać większą zgodności obu typów badań, a co za tym idzie, aby przygotować model doskonalszy, pozwalający na otrzymanie za pomocą symulacji komputerowej wyników zgodnych nie tylko pod względem jakościowym, ale również ilościowym, należy rozważyć szereg nie rozpatrywanych lub pominiętych w niniejszej pracy zjawisk i procesów. Należą do nich:

- zjawiska termiczne, a w szczególności lokalne zmiany temperatury oleju spowodowane przepływem czynnika roboczego przez opory miejscowe o charakterze kryz, zwężek lub szczelin,
- procesy przepływowe pominięte w niniejszej pracy, a w szczególności przepływy przez pozostałe kanały i szczeliny wewnętrzne występujące w rotacyjnych pompach wyporowych,
- wzajemne oddziaływanie kilku komór wyporowych na siebie.

Literatura

- [1] Delphi Component Writer's Guide. Delphi for Windows, Copyright © Borland International Inc., www.borland.com.
- [2] Delphi User's Guide. Delphi for Windows, Copyright © Borland International Inc., www.borland.com.
- [3] Denison Hydraulics, Vane Pumps & motors, Katalog wyrobów.
- [4] Leksykon Naukowo Techniczny, WNT, Warszawa 2001
- [5] Mały poradnik mechanika, Tom I i II, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1988.
- [6] Object Pascal Language Guide. Delphi for Windows, Copyright © Borland International Inc., www.borland.com.
- [7] Visual Component Library Reference. Delphi for Windows, Copyright © Borland International Inc., www.borland.com.
- [8] Antoniak P., i inni: Kształtowanie rozdzielacza tarczowego w pompie gerotorowej na podstawie analizy zmian objętości jej komór wyporowych, Konferencja Naukowo-Techniczna „Napędy i Sterowania Hydrauliczne ‘2002’”, Wrocław 2002.
- [9] Antoniak P., i inni: Modeling The Flow Phenomena In Gerotor Pumps, 3rd International FPNI PhD Symposium on Fluid Power, Terrassa 2004.
- [10] Antoniak P., i inni: Metoda oceny rozwiązania konstrukcyjnego rotacyjnych pomp wyporowych na podstawie analizy przebiegu ciśnienia w komorze wyporowej, Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Napędy i Sterowania Hydrauliczne ‘2005’”, Wrocław 2005.
- [11] Antoniewicz J.: Tablice funkcji dla inżynierów, PWN, Warszawa 1980.
- [12] Armenio G., Mancò S., Nervegna N., Pachetti C., Rundo M., Trichilo R.: Gerotor Lubricating Oil Pump for IC Engines, SAE Technical Paper Series 982689, International Fall Fuels and Lubricants Meeting and Exposition, San Francisco, California 1998.
- [13] Armenio G., Fabiani M., Mancò S., Nervegna N., Pachetti C., Rundo M., Trichilo R.: Modelling and Simulation of Gerotor Gearing in Lubricating Oil Pumps, SAE Technical Paper Series 1999-01-0626, International Congress and Exposition , Detroit, Michigan 1999.

- [14] Banaś M., Multifunction Hydrostatic Machine as a Rotational Speed Changer, Proceedings of 3rd FPNI-PhD Symposium on Fluid Power, Terrassa 2004
- [15] Banaś M.: Modelowanie układu z hydrostatycznym sprzęgłem zębatym i symulacja rozruchu, Konferencja Naukowo-Techniczna „Napędy i Sterowania Hydrauliczne ‘99”. Wrocław-Polanica Zdrój, 1999. (in Polish)
- [16] Banaś M., Stryczek J.: Eine neue hydrostatische Anlaufkupplung. Bauweise und Simulation des Anlaufes, Viertes Deutsch-Polnisches Seminar „Innovation und Fortschritt in der Fluidtechnik”. Warszawa-Sopot, 2001.
- [17] Banaś M., Stryczek J.: Theoretical and experimental studies of a new hydrostatic coupling, The 2nd FPNI-PhD Symposium on Fluid Power, Modena (Italy) 2002
- [18] Bednarczyk S.: Straty objętościowe w pompach gerotorowych i sposób ich ograniczeni, Praca doktorska, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
- [19] Bednarczyk S., Stryczek J.: Teoretyczno-doświadczalne badania przepływów przez kanały wewnętrzne w pompie gerotorowej, III KONFERENCJA NAUKOWA. Metody doświadczalne w budowie i eksploatacji maszyn, Wrocław - Szklarska Poręba 1997.
- [20] Bednarczyk S., Pietrus H., Stryczek J.: Pompa gerotorowa i sposób kompensacji luzów w pompie gerotorowej, Urząd Patentowy Rzeczypospolitej Polskiej, Patent PL 186682/B1 z dnia 27.02.2004.
- [21] Borghi M., Milani M., Paltrinieri F.: Studying the Flow Field Inside Lateran Clearances of External Gear Pumps.
- [22] Borghi M., Milani M., Paltrinieri F., Zardin B.: About the Prediction of Pressure Variation in the Inter-Teeth Volumes of External Gear Pumps.
- [23] Bronsztejn I.N, Siemiendiajew K.A.: Matematyka. Poradnik encyklopedyczny., PWN, Warszawa 1988
- [24] Cannon jr., R.H., Dynamika układów fizycznych., WNT, Warszawa 1974.
- [25] Chrostowski H., Młyńczak A., Innowacje i transfer technologii jako czynniki stymulujące rozwój napędów hydraulicznych i pneumatycznych, Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa Nr 8 (2000)
- [26] Chrostowski H., Sradomski W.: Modelowanie impulsowego przetwornika
- [27] Codina E., Gamez-Montero P.J.: Flow Ripple In a Gerotor Pump, SAE Technical Paper Series N 2002-01-1375/NCFP 102-7.3, 2002.

-
- [28] Codina E., Gamez-Montero P.J.: Fluid Borne Noise Characteristics of a Gerotor Pump Measurement and Prediction, 2nd International FPNI Ph.D. Symposium on Fluid Power, Modena 2002.
- [29] Codina E., Gamez-Montero P.J.: Preliminary Approach to the Contact Stress in a Gerotor Pump, materiały nie publikowane.
- [30] Codina E., Gamez-Montero P.J.: Contact Stress in a Gerotor Pump, 2003 ASME International Mechanical Engineering Congress and R&D EXPO, Washington D.C., November 15-21, 2003.
- [31] Codina E., Gamez-Montero P.J.: Fluid Dynamic Behaviour of an Internal Rotary Pump Generated by Trochoidal Profiles, 1st International FPNI Ph.D. Symposium on Fluid Power, Hamburg 2001.
- [32] Dziubiński I., Świątkowski T.: Poradnik matematyczny, PWN, Warszawa, 1978.
- [33] Fiebig W., Heisel U., Matten N.: Betrachtungen zum dynamischen Verhalten druckgeregelter Flügelzellenpumpen, Ölhydraulik und Pneumatik, 34 (1990) Nr. 6.
- [34] Flannery B.P., Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T.: Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge 1997.
- [35] Gamez-Montero P.J.: Caracterización Fluidodinámica de una Bomba Oleohidráulica de Engranajes Internos Generados por Perfiles Trocoidales, Departament de Mecànica de Fluids E.T.S.E.I.T Universitat Politècnica de Catalunya, Terrassa 2004.
- [36] Gromala P., Lisowski E.: Modelowanie przepływu przez rozdzielacz hydrauliczny przy zastosowaniu programu FLUENT, Hydraulika i Pneumatyka 6/2002.
- [37] Gryboś R.: Podstawy mechaniki płynów. Część 1 i 2, PWN, Warszawa 1998.
- [38] Ivantysynova M., Wieczorek U.: Computer Aided Optimization of Bearing and Sealing Gaps in Hydrostatic Machines – The Simulation Tool CASPAR, International Journal of Fluid Power 3 (2002) No. 1, pp.7-20.
- [39] Jankowski L., Rechul Z., Stryczek J.: Teoretyczno-doświadczalna analiza sił i naprężeń w zazębieniu cykloidalnym. Raport serii S-048/95 Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej.
- [40] Kollek W.: Pompy zębate. Konstrukcja i eksploatacja, Ossolineum, Wrocław 1996.
- [41] Kollek W., Stryczek J.: Wpływ zasklepienia cieczy we wrębach międzyzębnych na hałaśliwość pracy pomp zębatych, Sterowanie i Napęd Hydrauliczny, Nr 5/1980.
- [42] Leksiński W., Żakowski W.: Matematyka. Część IV, Wydanie 10, WNT, Warszawa 1995.

-
- [43] Lempert A., Stryczek J.: Technologia kół zębatach cykloidalnych stosowanych w maszynach hydraulicznych, *Mechanik* Nr 7/1992.
- [44] Mancò S., Nervegna N., Rundo M.: Effects of timing and odd/even number of teeth on noise generation of gerotor lubricating pumps for ID Engines, SAE Technical Paper Series 2000-01-2630, SAE International Off-Highway & Powerplant Congress and Exposition, Milwaukee, Wisconsin 2000.
- [45] Mancò S., Nervegna N., Rundo M.: A Contrigution to the Design of Hydraulic Lube Pumps, *International Journal of Fluid Power* 3 (2002) No.1, pp.21-31.
- [46] Milecki A., Liniowe serwonapędy elektrohydrauliczne. Modelowanie i sterowanie, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2003
- [47] Milecki A., Wybrane metody poprawy właściwości liniowych serwonapędów elektrohydraulicznych. Podstawy teoretyczne, konstrukcja, badania symulacyjne i doświadczalne, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1999
- [48] Osiecki A., Hydrostatyczny napęd maszyn, Warszawa, WNT, 1998
- [49] Otto E.: Matematyka dla wydziałów budowlanych i mechanicznych. Tom I, II, III, PWN, Warszawa 1974.
- [50] Palczak, E., Dynamika elementów i układów hydraulicznych, Ossolineum, Wrocław, 1999
- [51] Poprawski R., Salejda W., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki. Część I. Zasady opracowywania wyników pomiarów, Oficyna Wydawnicza PWr, Wrocław 1999
- [52] Stecki J. S., Garbacik A.: Design and Steady-state Analysis of Hydraulic Control Systems. Fluid Power Net Publications, Cracow, 2002.
- [53] Stryczek J.: Zazębienia cykloidalne w budowie pomp i silników zębatach, *Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej. Seria Monografie*, Wrocław 1991.
- [54] Stryczek J.: Podstawy projektowani hydraulicznych maszyn wyporowych z zazębieniami cykloidalnymi. Badania eksperymentalne pompy gerotorowej, Raport serii Sprawozdania SPR nr S-019/91, Wrocław 1991
- [55] Stryczek J.: Podstawowe problemy projektowania pomp gerotorowych, *Sterowanie i Napęd Hydrauliczny*, zeszyt 2/93.
- [56] Stryczek J.: Hydraulics Machines with Cycloidal Gearing, *Archiwum Budowy Maszyn*, Vol XLIII, Nr 1.
- [57] Stryczek J.: Gerotor- und Orbitmaschinen. Projektierungsgrundlagen, O+P, Nr 10/2003.

-
- [58] Stryczek J.: Geroror- und Orbitmaschinen – Konstruktionen für neue technische Anwendungen, O+P, Nr 6/2005.
 - [59] Stryczek J.: Znaczenie konstrukcji gerotorowych i orbitalnych dla rozwoju hydraulicznych maszyn waporowych, Hydraulika i Pneumatyka, Nr 1/2000.
 - [60] Stryczek J.: Prace rozwojowe nad nowymi typami hydraulicznych maszyn zębatych, Hydraulika i Pneumatyka, Nr 3/2002.
 - [61] Stryczek S.: Napęd hydrostatyczny. Warszawa, WNT, 1990
 - [62] Szydłowski H. praca zbiorowa pod redakcją, Teoria pomiarów, PWN, Warszawa 1974.
 - [63] Telejko T., Wstęp do metod opracowania wyników pomiarów z przykładami, Skrypty uczelniane, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo- Techniczne, Kraków 1999
 - [64] Tomczyk J.: Modele dynamiczne elementów i układów napędów hydrostatycznych. Warszawa ,WNT, 1999.
 - [65] Troskaliński A.T.: Hydromechanika, WNT, Warszawa 1967.

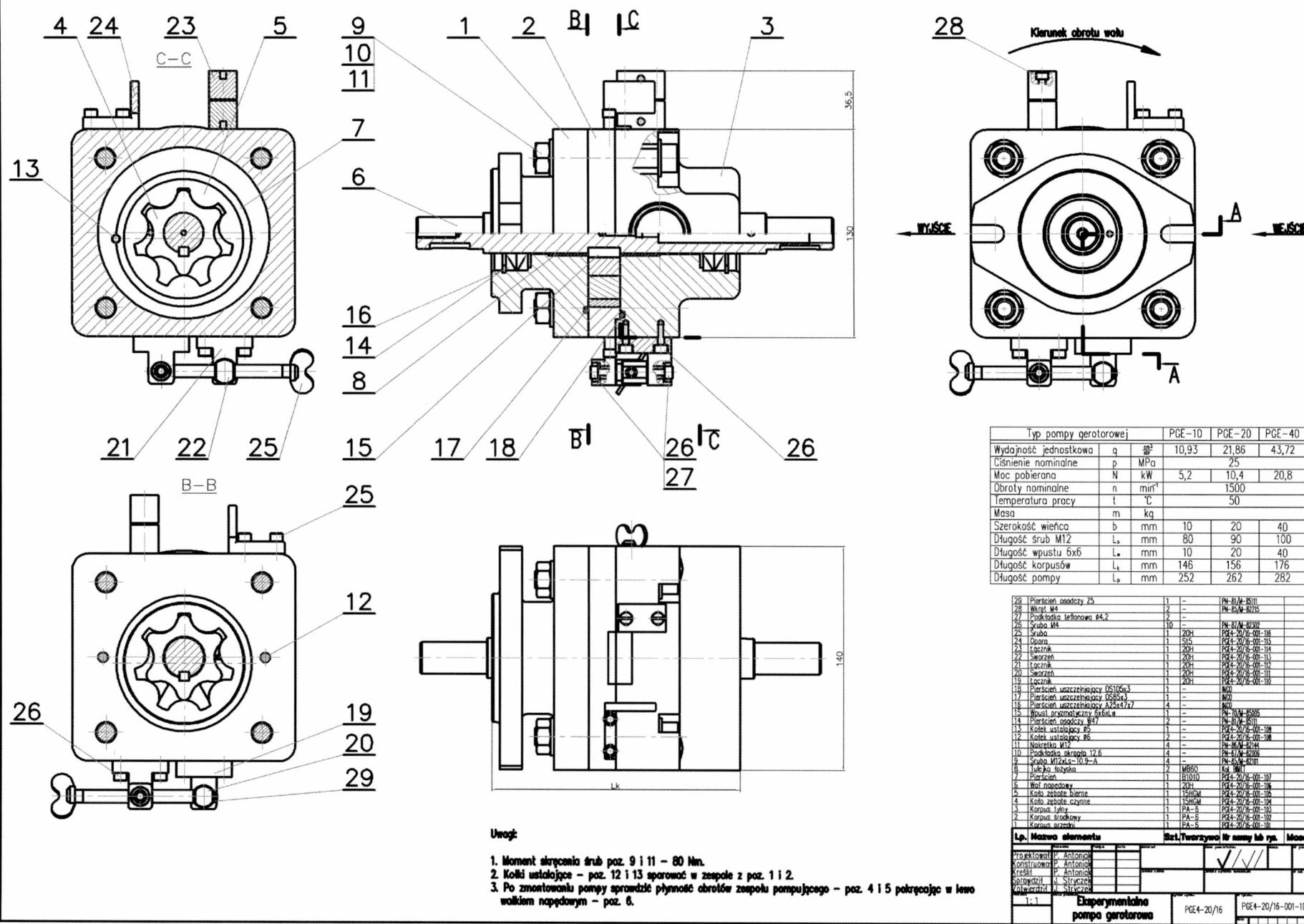
Załącznik A – Dokumentacja techniczna eksperymentalnej pompy gerotorowej (PGE)

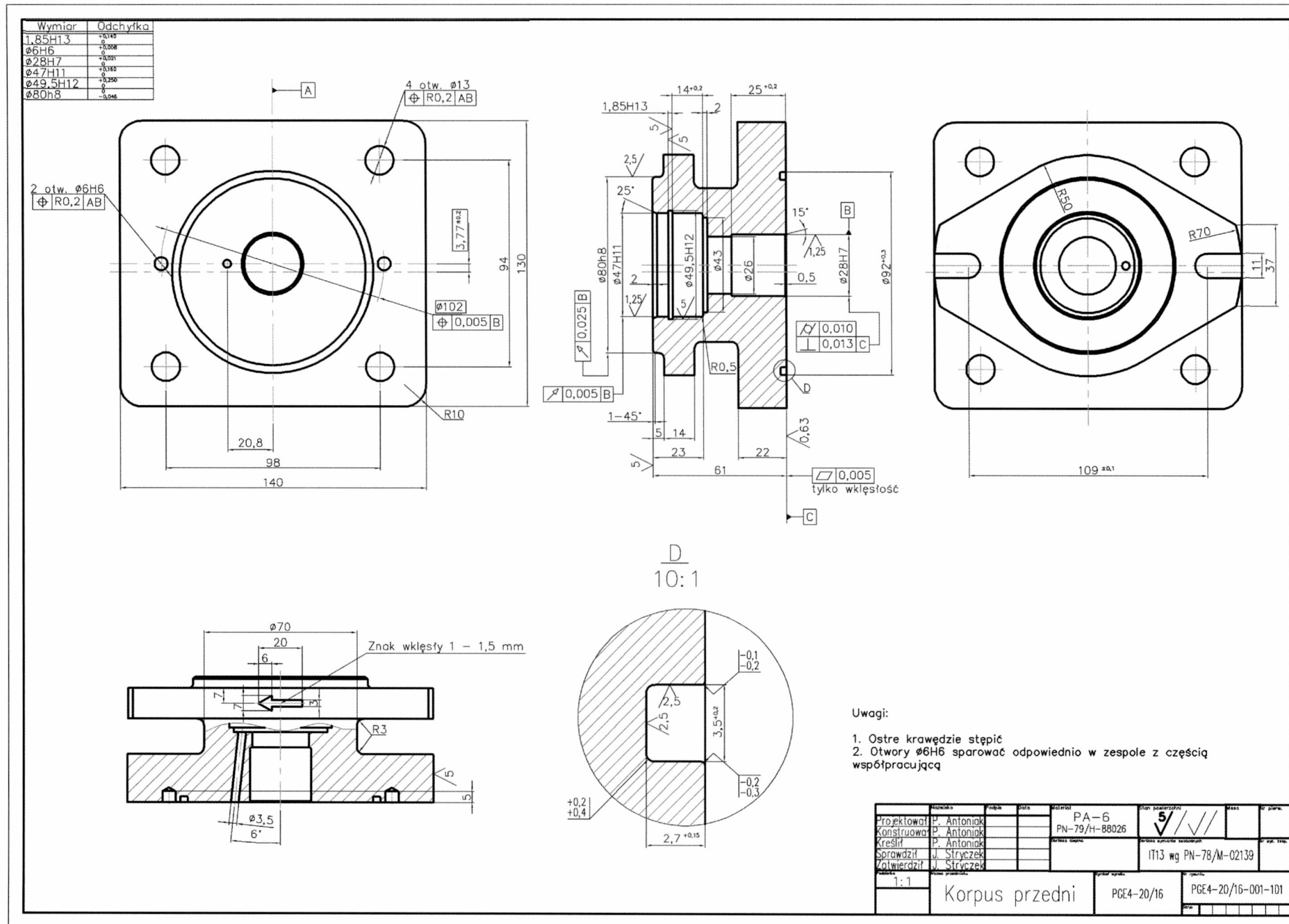
Zamieszczona w niniejszej pracy dokumentacja techniczna eksperymentalnej pompy gerotorowej zawiera:

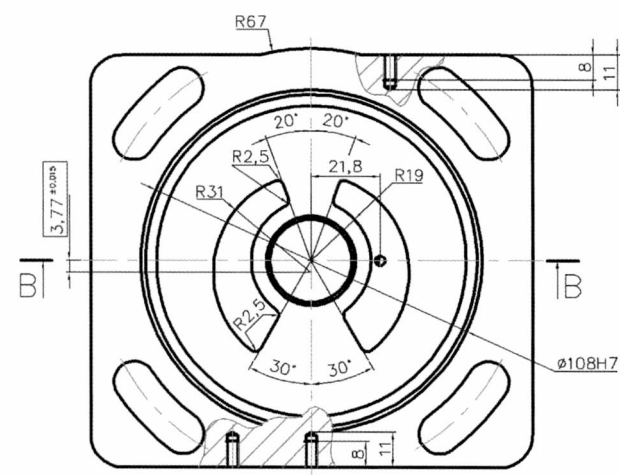
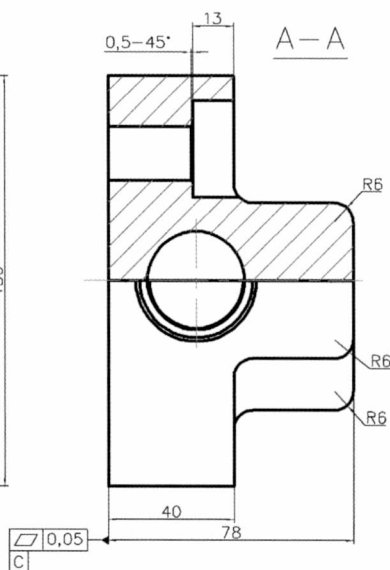
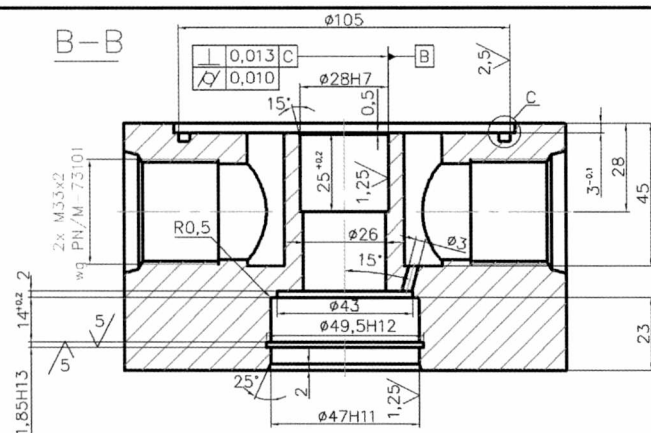
- rysunek złożeniowy eksperymentalnej pompy gerotorowej,
- rysunek wykonawczy korpusu przedniego,
- rysunek wykonawczy korpusu środkowego,
- rysunek wykonawczy korpusu tylnego,
- rysunek wykonawczy wału napędowego

Pełna dokumentacja techniczna eksperymentalnej pompy gerotorowej zawiera ponadto rysunki konstrukcyjne niezamieszczone w pracy. Najważniejsze z rysunków konstrukcyjnych elementów wirnikowego zespołu roboczego, czyli rysunki wykonawcze kół gerotorowych:

- rysunek wykonawczy koła czynnego,
- rysunek wykonawczy koła biernego.

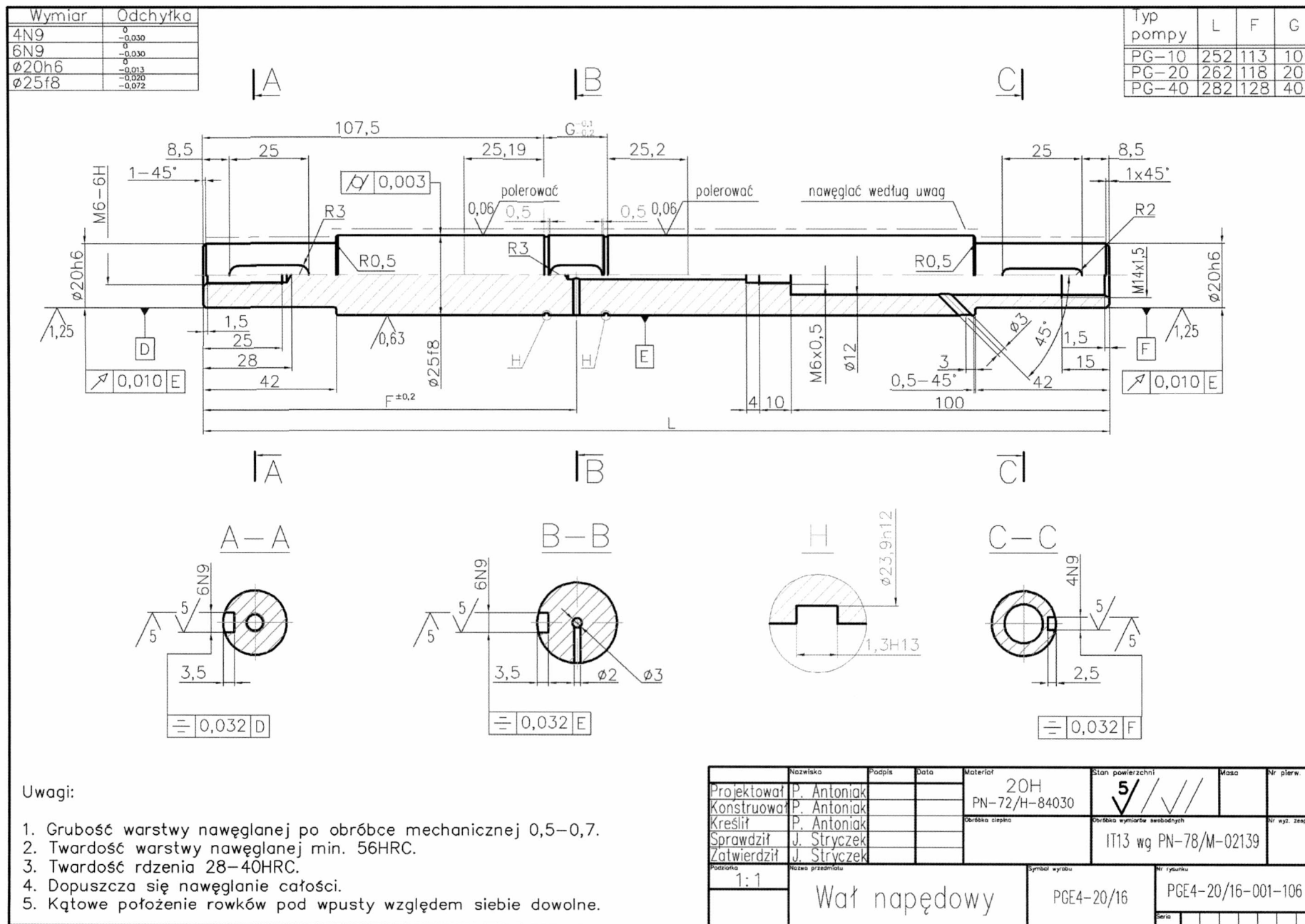






1. Ostre krawędzie stępić
2. Podziałkę kątową cechować co 1°

Załącznik A – Dokumentacja techniczna pompy gerotorowej (PGE)



Załącznik B – Spis aparatury kontrolno-pomiarowej

L.p.	Nazwa przyrządu	Pozycja na schemacie	Mierzona wielkość	Jednostka	Zakres pomiarowy	Działka elementarna	Klasa	Symbol	Producent	Uwagi
1.	Piezoelektryczny czujnik ciśnienia	3	p_{KT}	kp/cm ² (MPa)	300 (13,3)		1	6 QP 500	vibro-meter ag	
2.	Głowica obrotowa								Hottinger	
3.	Wzmacniacz sygnału	5						F463A	PCB Piezotronics	Wzmacniacz ładunku
4.	Fotoelektryczny czujnik położenia	4	ψ	°						
5.	System akwizycji danych pomiarowych	6	p_{KW}, ψ							Karta pomiarowa do komputera klasy PC
6.	Czujnik fotoelektryczny	7	n	imp					Disa Elektronik	Obrotomierz
7.	Częstościomierz cyfrowy	7	n	MHz	20	5 cyfr		C549A NH075	Metatronik	
8.	Manowakuometr	8	p_S	MPa	-0,10 ÷ +0,25	0,01	1,6	5750 PRLT S5		
9.	Manometr	9	p_T	MPa	0 ÷ 40	0,1	0,6	3993 PRLT S28		
10.	Termometr	10	T	°C	0 ÷ 120			LMT-172x144 ND050		
11.	Pompa	12								Przepływomierz
11.	Czujnik fotoelektryczny	12		imp					Disa Elektronik	
12.	Częstościomierz cyfrowy	12		MHz	20	5 cyfr		PFL-30	Kabid Zopan	

Załącznik C – Procedury numeryczne

Procedura całkowania numerycznego - metoda Simpsona.

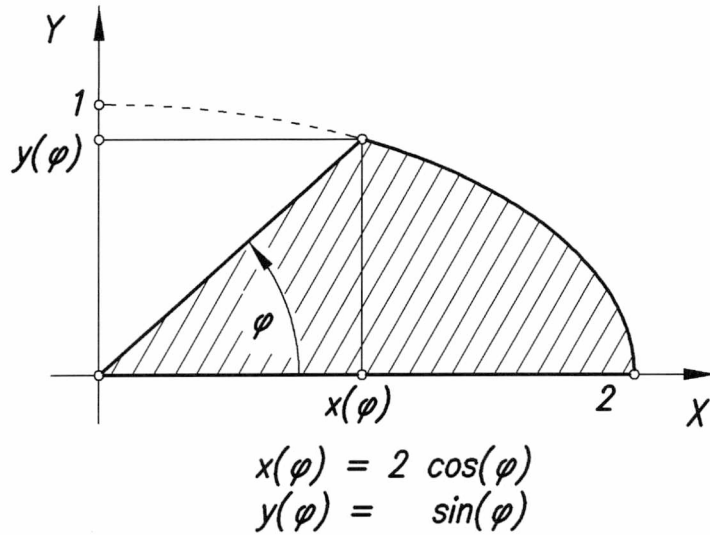
C1.1. Procedura.

```
function _IntTrapez(Func:TFunction; XMin, XMax:double; N:integer): Double;
var x, sum, del: Double;
    it, j: Integer;
begin
    it := 1;
    sum := 0.0;
    if n<>1 then begin
        for j := 1 to n - 1 do
            it := it shl 1;
            del := (XMax - XMin) / it;
            x := XMin + 0.5 * del;
            for j := 1 to it do begin
                sum := sum + Func(x);
                x := x + del;
            end;
        end else
            sum := 0.5 * (Func(XMin) + Func(XMax));
        result := (XMax-XMin) * sum / it;
    end;

function IntSimpson(Func: TFunction; XMin, XMax: Double): Double;
var st, ost, os: Double;
    j: Integer;
begin
    Result := 0;
    ost := -1.0e30;
    os := ost;
    for j := 1 to fDegree do begin
        ST := _IntTrapez(Func, XMin, XMax, j);
        Result := (4.0 * st - ost) / 3.0;
        if (Abs(Result - os) < fPrecision * Abs(os)) or
            ((Result = 0.0) and (os = 0.0))
        then
            Break;
        os := Result;
        ost := st;
    end;
end;
```

C1.2. Weryfikacja.

Procedurę całkowania numerycznego zweryfikowano obliczając pole wycinka elipsy (rys.C-1).



C-1. Weryfikacja procedury całkowania numerycznego (opis w tekście)

Zgodnie z [27] pole to można obliczyć ze wzoru:

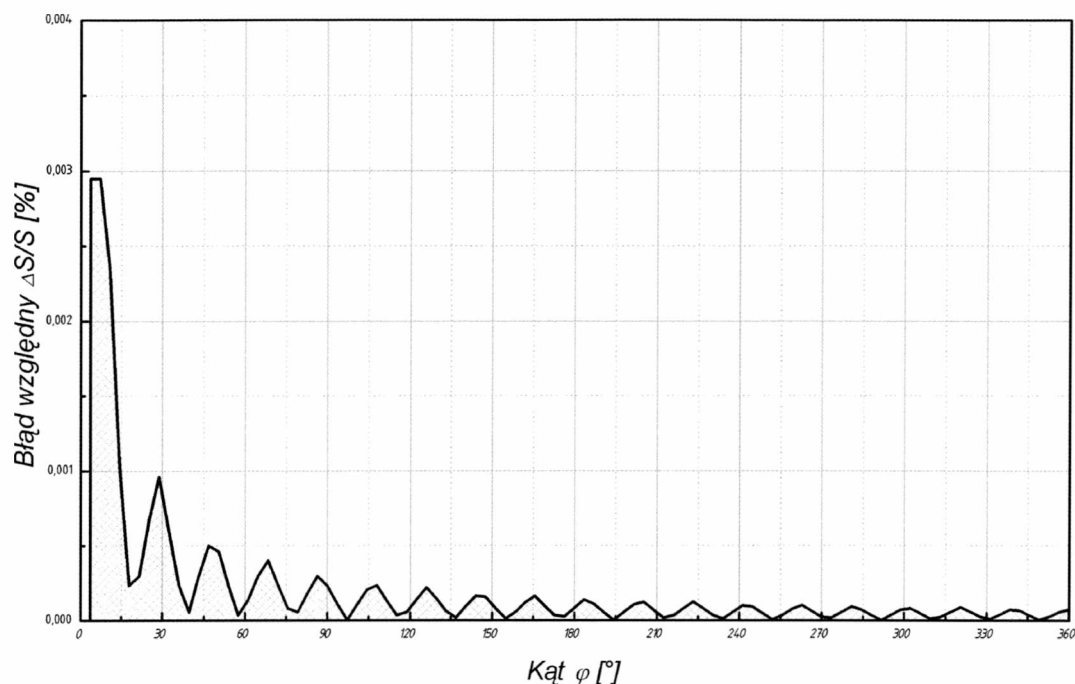
$$S = \frac{1}{2} \int_0^{\varphi} [a \cos(\varphi) \cdot b \cos(\varphi) + a \sin(\varphi) \cdot b \sin(\varphi)] d\varphi \quad (C1.1)$$

co po wykonaniu całkowania, jak łatwo sprawdzić, daje:

$$S = \frac{1}{2} ab\varphi \quad (C1.2)$$

Obliczenia przeprowadzono dla $a=2$ i $b=1$.

Odnosząc wartości obliczone numerycznie do wartości dokładnej, obliczonej ze wzoru (C1.2) wyznaczono wartość błędu względnego, którą przedstawiono na wykresie C-2. Jak można zauważyć błąd ten nie przekracza 0,003% wartości obliczonego pola i maleje wraz ze wzrostem pola powierzchni rozpatrywanego wycinka. Wynik ten potwierdza prawidłowość opracowanej procedury całkowania numerycznego.



C-2. Błąd względny zastosowanej metody całkowania numerycznego

Procedura numerycznego rozwiązywania układu równań różniczkowych zwyczajnych – metoda Runge-Kutta 4-go rzędu

C2.1. Procedura

```

type
  TVector = array of Double;
  TODERivs = procedure (const t: Double; const Y,dY: TVector);
  TMatrix = array of TVector;
var
  GetDerivs: TODERivs;
  Y, YTmp, t: Double;
  Out: TMatrix;

procedure ODEExecute(const tMin, tMax, dt: Double);
  procedure OneStep(const dt: Double);
    procedure rk4(y, yout: TVector; t, h: Double; Derivs: TODERivs);
      var
        i, n: Integer;
        xh, hh, h6: Double;
        dy, dym, dyt, yt: TVector;
      begin
        n := High(y) + 1;
        SetLength(dY, n);
        SetLength(dym, n);
        SetLength(dyt, n);
        SetLength(yt, n);
        hh := h * 0.5;
        h6 := h / 6.0;
        xh := t + hh;
        Derivs(t, y, dY);
        for I := 0 to n-1 do

```

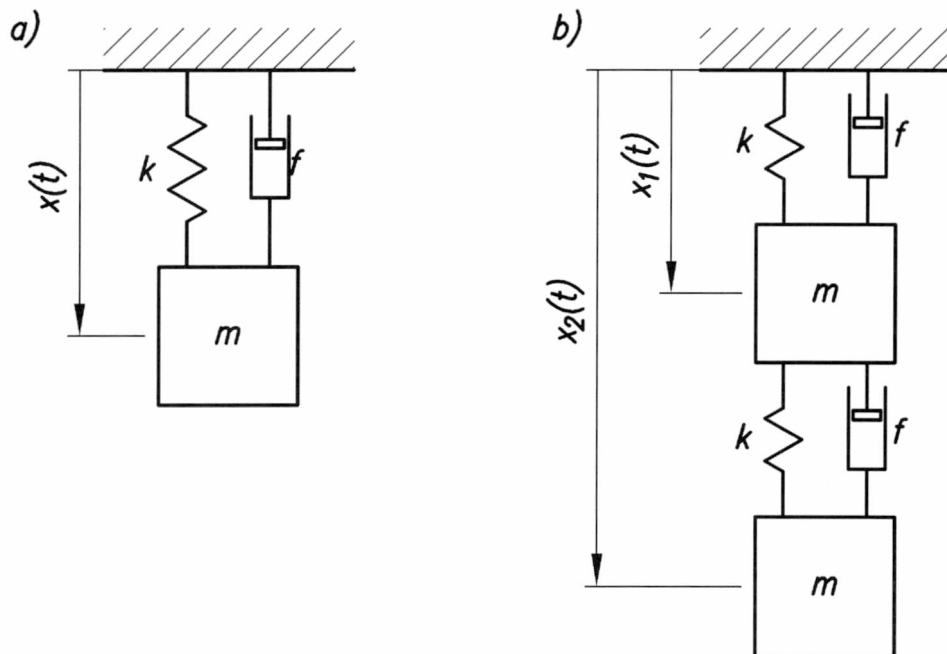
```

    yt[i] := y[i] + hh * dy[i];
    Derivs(xh, yt, dyt);
    for i := 0 to n-1 do
        yt[i] := y[i] + hh * dyt[i];
        Derivs(xh, yt, dym);
        for i := 0 to n - 1 do begin
            yt[i] := y[i] + h * dym[i];
            dym[i] := dym[i] + dyt[i];
        end;
        Derivs(t + h, yt, dyt);
        for i := 0 to n - 1 do
            yout[i] := y[i] + h6 * (dy[i] + dyt[i] + 2.0 * dym[i]);
        end;
    var
        idx: Integer;
    begin
        rk4(Y, YTmp, t, dt, GetDerivs);
        for idx:=0 to XCount-1 do
            Y[idx] := YTmp[idx];
            t := t + dt;
        end;
    begin
        t := tMin;
        while t <= tMax do OneStep(dt);
    end;
end;

```

C2.2. Weryfikacja

W celu weryfikacji opracowanej procedury numerycznego całkowania układu równań różniczkowych za jej pomocą rozwiązano dwa elementarne zadania dynamiki.



C-3. Przykłady weryfikacji zastosowanej procedury całkowania układu równań różniczkowych (opis w tekście)

Pierwszym zadaniem była symulacja ruchu masy skupionej umieszczonej w polu grawitacyjnym (rys.C-3b). Jak wiadomo ruch masy m w takim przypadku opisany jest równaniem różniczkowym postaci:

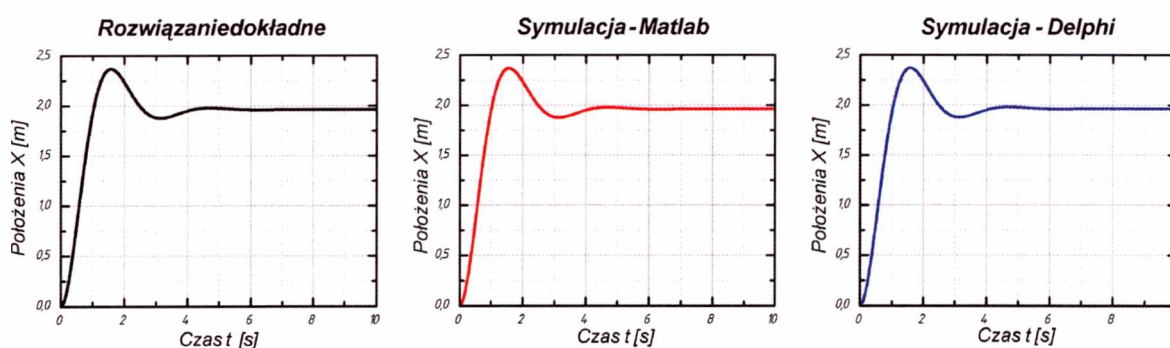
$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + f \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x = mg \quad (C2.1)$$

Rozwiązując powyższe równanie dla $m=1$ kg, $f=2$ kg/s i $k=5$ N/m, przy założeniu warunków początkowych $x(0) = 0$ i $\frac{dx}{dt}(0) = 0$, otrzymano wzór na trajektorię ruchu masy postaci:

$$x(t) = 0,981 \cdot [2 - (2 \cos(2t) + \sin(2t))e^{-t}] \quad (C2.2)$$

Korzystając ze wzoru (C2.2) wykreślono wykres, który wraz z rozwiązaniem numerycznym otrzymanym za pomocą specjalistycznego oprogramowania – pakietu Simulink – był wykresem wzorcowym. Do obu tych wykresów porównano następnie rozwiązanie otrzymane za pomocą opracowanej procedury.

Wszystkie trzy wykresy zamieszczono na rys.C-4

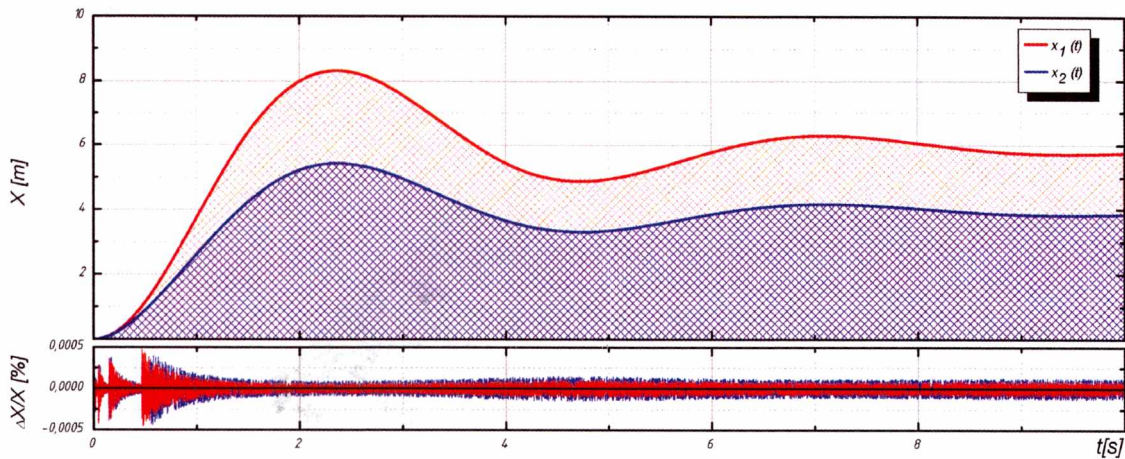


C-4. Symulacja ruchu pojedynczej masy w polu grawitacyjnym

Drugim zadaniem weryfikującym poprawność opracowanej procedury był podobny, choć bardziej skomplikowany, układ dwóch drgających w polu grawitacyjnym mas punktowych, przedstawionych na rys.C-3b. Układ testowy opisany był dwoma liniowymi równaniami różniczkowymi postaci:

$$\begin{aligned}
 m \cdot \frac{d^2 x_1}{dt^2} + f \cdot \frac{dx_1}{dt} + k \cdot x_1 &= f \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) + k(x_2 - x_1) + mg \\
 m \cdot \frac{d^2 x_2}{dt^2} + f \cdot \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) + k(x_2 - x_1) &= mg
 \end{aligned}
 \tag{C2.3}$$

Równania (C2.3) rozwiązano za pomocą opracowanej procedury a następnie otrzymane wyniki odniesiono do rozwiązania wzorcowego uzyskanego za pomocą pakietu Simulink. Na tej podstawie przygotowano wykres błędów względnych, który łącznie z wykresem położenia zamieszczono na rys.C-5. Jak widać błąd względny nie przekracza wartości 0,005% co potwierdza prawidłowość wykonanych obliczeń oraz wskazuje na poprawność opracowanej procedury.



C-5. Symulacja ruchu dwóch mas w polu grawitacyjnym