

INSTYTUT BUDOWNICTWA
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Raport Serii PRE 44 / 2000

UOGÓLNIENIA ZALEŻNOŚCI
MIĘDZY WYTRZYMAŁOŚCIĄ
A TWARDOŚCIĄ LUB SKŁADEM
BUDOWLANYCH STALI KONSTRUKCYJNYCH

Jacek Dudkiewicz

Praca doktorska

Promotor:

Dr hab. inż. Bronisław Gosowski, prof. PWr.

Słowa kluczowe:

stal konstrukcyjna budowlana, relacja właściwości, wytrzymałość, twardość Brinella, skład chemiczny, wyteżenie, badania doświadczalne, statystyka, zagadnienie kontaktowe

Wrocław, 2000

Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej
Zakład Konstrukcji Metalowych
Wybrzeże S. Wyspiańskiego 27, gmach C-7, pok. 806, tel. 320-33-71
50-370 Wrocław

Raport jest rozprawą doktorską : „Uogólnienia zależności między wytrzymałością a twardością lub składem budowlanych stali konstrukcyjnych”.

Autor opracowania:

mgr inż. Jacek Dudkiewicz

Symbol pracy: S

Raport wpłynął do Redakcji Wydawnictw Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej w dniu 29 maja 2000 roku.

1. UWAGI WSTĘPNE

1.1. Geneza tematu

W praktyce inżynierskiej często zachodzi konieczność ustalenia gatunku stali zastosowanej w konstrukcji nośnej obiektu budowlanego. Wymaga to określenia zarówno składu chemicznego, jak i parametrów wytrzymałościowych stali. Bezpośrednia realizacja tej drugiej części zadania, poprzez badania niszczące odpowiednich próbek na rozciąganie, nie zawsze jest możliwa, gdyż wymaga pobrania z konstrukcji stosunkowo dużych próbek materiałowych. W takim przypadku wytrzymałość stali ocenia się zazwyczaj na podstawie pomiarów twardości. Korzysta się przy tym z fenomenologicznej zależności między twardością HB a wytrzymałością stali na rozciąganie R_m , którą jako pierwszy podał Brinell w roku 1900, wprowadzając swój sposób pomiaru twardości metali. Prowadzone w latach późniejszych liczne badania doświadczalne potwierdziły istnienie wyżej wymienionej zależności, a także umożliwiły sformułowanie jej dla innych metali. W odniesieniu do stali znalazło to swój wyraz w przepisach normowych wielu krajów, por. m.in. PN-93/H-04357, ISO/TR 10108:1989 Steel, DIN 50150 (1976). Wspomniane badania pozwoliły ponadto uogólnić historyczną zależność Brinella na drugi parametr wytrzymałościowy stali, a mianowicie granicę plastyczności R_e .

Pomiary twardości stali w badanej konstrukcji przeprowadza się zazwyczaj za pomocą przenośnych twardościomierzy bezpośrednio na elementach konstrukcyjnych (badania nieniszczące). Możliwości wykorzystania stacjonarnych twardościomierzy, gwarantujących większą dokładność pomiarów, są w tym przypadku ograniczone. Przeprowadza się nimi z reguły badania na niedużych próbkach materiałowych, pobieranych z konstrukcji do analiz chemicznych w spektrometrach. Uzyskane tą drogą wyniki badań twardości stanowią weryfikację odpowiednich wyników otrzymanych z pomiarów terenowych, skażonych wpływem różnego rodzaju czynników.

Jedną z przyczyn mających istotny wpływ na wyniki pomiarów twardości stali przeprowadzanych bezpośrednio na elementach konstrukcyjnych, ma stan wyężenia badanych elementów, będący efektem obciążenia konstrukcji, a także naprężeń wstępnych (walcowniczych, spawalniczych).

Skład chemiczny badanej stali może być wykorzystany nie tylko do identyfikacji gatunku, poprzez porównanie go ze składem wymaganym, podanym w odpowiednich normach. Na podstawie składu chemicznego można bezpośrednio wnioskować o

wytrzymałości i twardości stali. Wskazują na to liczne badania. Sformułowanie odpowiednich zależności między wytrzymałością lub twardością stali a jej składem chemicznym, umożliwi ocenę tych pierwszych na podstawie składu chemicznego. Aktualnie analizę składu chemicznego stali można przeprowadzać w sposób nieniszczący, za pomocą przenośnych spektrometrów emisyjnych.

1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem pracy są konstrukcyjne stale stosowane w krajowym budownictwie. Do badań przygotowano próbki o różnych grubościach, wybranych gatunków stali, o różnych kategoriach wytrzymałościowych.

Głównym celem pracy są uogólnienia zależności między wytrzymałością badanych stali a ich twardością, w tym określenie m. in. wpływu wyężenia elementów konstrukcyjnych, na wyniki prowadzonych na tych elementach pomiarów twardości. Obliczeniowe ujęcie tego wpływu w zależności $R_i = f_i(HB)$ umożliwi poprawną ocenę parametrów wytrzymałościowych stali, na podstawie nieniszczących badań twardości, przeprowadzanych na elementach konstrukcyjnych, bez konieczności uciążliwego ograniczania stref pomiarowych wyłącznie do miejsc o znikomym (zerowym) wyężeniu. W pracy postawiono sobie za cel również określenie wspomnianej wyżej zależności na drodze badań teoretycznych, rozwiązując wybrane zagadnienia kontaktowe.

Kolejnym celem jest sformułowanie zależności określających wpływ zawartości pierwiastków stopowych (składu chemicznego) na właściwości wytrzymałościowe oraz twardość stali budowlanych. Pozwoli to na szacowanie na tej podstawie parametrów wytrzymałościowych i twardości badanej stali i zakwalifikowanie jej do odpowiedniego gatunku.

Zakres pracy obejmuje:

a) **badania doświadczalne**, w ramach których:

- przeprowadzono pomiary twardości na próbkach o różnych grubościach wykonanych z wybranych gatunków stali, przy różnych stanach wyężenia;
- zbadano skład chemiczny stali spektrometrem emisyjnym;
- wykonano badania niszczące na rozciąganie wszystkich próbek;
- wyniki badań poddano obróbce statystycznej, co pozwoliło określić poszukiwane zależności;

b) badania teoretyczne, w ramach których:

- rozwiązano wybrane zagadnienia kontaktowe, nawiązujące do pomiaru twardości metodą Brinella z uwzględnieniem wyężenia elementów konstrukcyjnych, dokonano tego analitycznie lub numerycznie metodą elementów skończonych, korzystając z systemu LUSAS.

1.3. Ważniejsze oznaczenia

A, A_e, A_p – pole przekroju, pole części sprężystej, pole części plastycznej,

$A(\omega)$ – losowe pole przekroju poprzecznego

A_k – umowne wydłużenie całkowite próbki,

a – promień odcisku, promień pola zetknięcia,

a, b, c, d, e - współczynniki regresji,

C_{Re}, C_{Rm}, C_{HB0} - równoważniki chemiczne: granicy plastyczności, wytrzymałości do-
rażnej na rozciąganie, twardości,

d - średnica odcisku,

D - średnica wciskanej kulki,

E – moduł sprężystości podłużnej,

E' – moduł sieczny,

f_{ij} – funkcje przemieszczeń,

F - zmienna losowa o rozkładzie Snedecora

F_α - wartość graniczna statystyki Snedecora

F_i - funkcja naprężeń,

G – moduł odkształcalności poprzecznej,

h - wysokość czaszy odcisku

HB, HB_0 - twardość Brinella elementu wyężonego i przy zerowym wyężeniu,

I_0 – biegunowy moment bezwładności,

I – długość

L_i – operatory różniczkowe,

n – liczba naturalna,

$N_{Rt}(\omega)$ - losowa nośność pręta rozciąganego

O – środek ciężkości przekroju poprzecznego pręta,

P, F - siła wciskania wgłębника, obciążenie przyłożone do kulki,

r – współczynnik korelacji,

R - promień kuli, walca,
 R^2 – współczynnik determinacji,
 R_e – wyraźna granica plastyczności stali,
 $R_{0,2}$ – umowna granica plastyczności stali,
 R_m – wytrzymałość doraźna stali na rozciąganie,
 s, s_A, s_{Nrt} – odchylenie standardowe, odchylenie standardowe pola przekroju i nośności pręta rozciąganego,
 t – grubość elementu,
 $q, q_0(p, p_0)$ – nacisk (obciążenie), maksymalny nacisk,
 u, v – przemieszczenia punktu odpowiednio wzdłuż osi x, y ,
 x, y, z – współrzędne,
 α - poziom istotności,
 δ - wgłębienie walca,
 ε – odkształcenie,
 ε_i – intensywność odkształceń,
 ν – współczynnik Poissona,
 ν_A – współczynnik zmienności,
 ω, ω_0 - ugięcie pionowe półprzestrzeni, maksymalne ugięcie,
 σ – naprężenie normalne,
 $\sigma_{zast.}$ – naprężenia zastępcze wg hipotezy H-M-H,
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – naprężenia normalne równoległe do osi x, y, z ,
 $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_{r\varphi}$ – naprężenia normalne w układzie biegunowym,
 $\tau, \tau_{xy}, \tau_{max}$ – naprężenia ścinające, naprężenia w płaszczyźnie xy , maksymalne,
 τ_{rz} - naprężenia ścinające w płaszczyźnie rz w układzie biegunowym,
 θ – kąt obrotu.

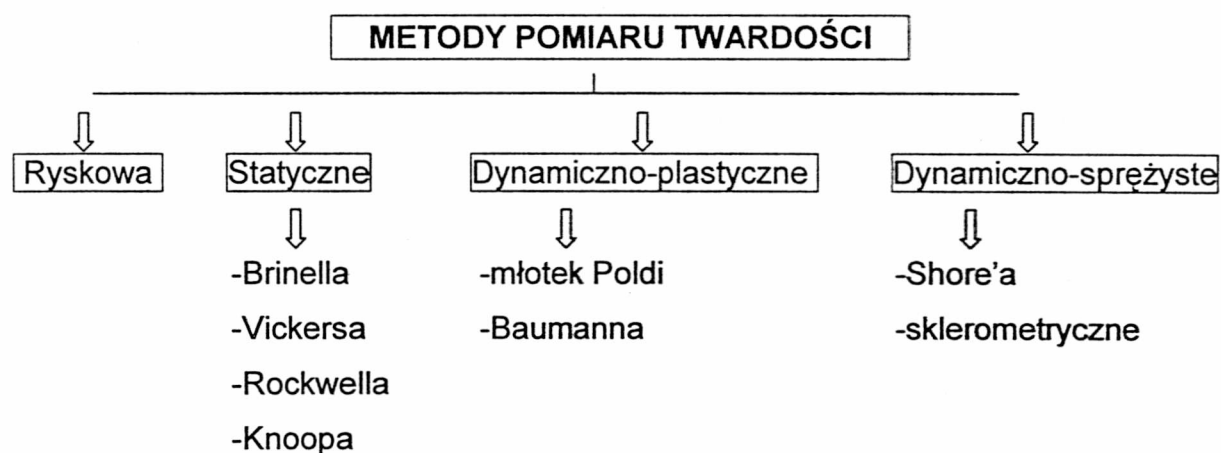
2. AKTUALNY STAN WIEDZY

2.1. POMIARY TWARDOŚCI METALI

2.1.1. Definicja i metody pomiaru twardości

Definicja twardości jest bardzo złożona. Pierwsze próby określenia twardości podjął Reaumur. Podzielił materiały na cztery grupy zależnie od tego, czy dadzą się zarysować szkłem, kryształem górskim, agatem lub topazem. Mohs wykorzystał tę zasadę do oceny twardości minerałów. Jako wzorce twardości wybrał 10 minerałów i uporządkował wg rosnącej twardości oznaczając kolejnymi liczbami od 1 do 10. Z początkiem XX wieku ogłoszono różne definicje twardości, ale większość ich opiera się na stwierdzeniu, że twardość jest to odporność ciał stałych na odkształcenie trwałe pod wpływem sił skupionych działających na małą powierzchnię ciała. Huber w swej pracy doktorskiej 1904r. [27] rozpatruje koncepcję absolutnej miary twardości. Przez twardość pojmował szczególny rodzaj wytrzymałości przejawiający się przy wzajemnym nacisku dwu ciał, które stykają się bardzo małą częścią swych powierzchni. Twardość jest kombinacją własności sprężystych i wytrzymałościowych. Teoria Hertza miała posłużyć do ustalenia bezwzględnej miary twardości, co napotykało na duże trudności doświadczalne. Szereg innych definicji twardości zostało przedstawionych w literaturze, por. m.in. Tabor [55], Błażewski i Mikoszewski [10].

Metody pomiaru twardości materiałów, które znalazły w praktyce powszechne zastosowanie, można podzielić ogólnie jak na rysunku 2.1, [10].



Rys. 2.1. Metody pomiaru twardości

W metodzie ryzykowej twardość jest definiowana w zależności od wymiarów ryski otrzymanej na badanej powierzchni za pomocą przesuwania ostrego twardego ciała (stożka, igły itp.).

Do metod statycznych zalicza się te sposoby, w których twardość jest definiowana w zależności od wymiarów odcisku na badanej powierzchni, otrzymanym przez statyczne wciskanie odpowiedniego, twardego ciała. Należą one do najbardziej pospolitych i najczęściej stosowanych sposobów pomiarów twardości. Sposoby te polegają na odkształcaniu materiału pod wpływem sił skupionych (nacisku), działających na małą jego powierzchnię. Nacisk ten wywołuje się ciałem o określonych wymiarach i kształcie nie ulegającym zmianie wraz ze zmianą obciążenia. Ciało takie jest znacznie twardsze od badanego materiału. Może ono mieć kształt kuli, stożka, ostrosłupa itp. i nazywane jest wgłębnikiem. W zależności od kształtu wgłębnika zastosowanego do pomiarów twardości w tej metodzie wyróżnia się sposoby pokazane na rys. 2.1. Metody statycznego wciskania wgłębnika w małą powierzchnię badanego materiału mają największe zastosowanie praktyczne.

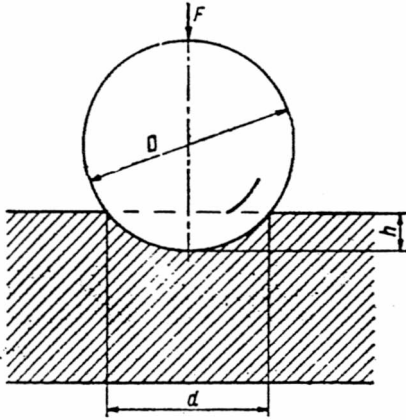
Metody dynamiczno-plastyczne polegają na tym, że wgłębnik (zazwyczaj kulka) jest wciskany w badaną powierzchnię w sposób dynamiczny. Do metod tych możemy zliczyć sposób Baumanna oraz pomiar twardości młotkiem Poldi.

Metody dynamiczno-sprężyste polegają na pomiarach twardości przy obciążeniu w sposób dynamiczny, lecz bez wywoływania odkształceń plastycznych. Jednym z typowych sposobów tej metody jest pomiar twardości za pomocą porównania wysokości odskoku bijaka spadającego swobodnie na badaną powierzchnię ze stałej wysokości – metoda Shore'a.

2.1.2. Sposób Brinella (PN-91/H-04350, [78])

Zasady i warunki wykonania pomiaru

Pomiar twardości sposobem Brinella (1900 r.) polega na wciskaniu stalowej kulki hartowanej o średnicy D [mm] w płaską, dostatecznie gładką powierzchnię przedmiotu obciążeniem F [N], prostopadłym do tej powierzchni oraz zmierzeniu, po odciążeniu, średnicy d [mm] powstałego na powierzchni badanego przedmiotu trwałego odcisku kulki. Twardością Brinella HB nazwano stosunek obciążenia F [N] do pola S [mm²] powierzchni kulistego odcisku (rys. 2.2.).



Rys. 2.2. Schemat pomiaru twardości sposobem Brinella

Powierzchnia S odcisku w zależności od średnicy D kulki i d odcisku wyraża się następująco:

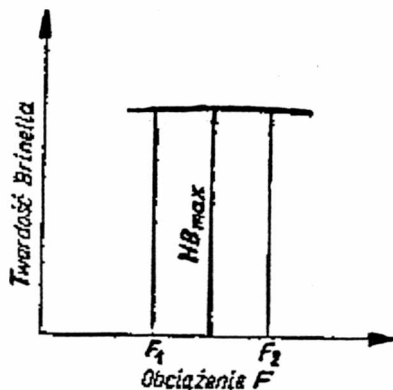
$$S = \frac{\pi D}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2}). \quad (2.1)$$

Wzór na twardość Brinella ma zgodnie z normą [78] postać:

$$HB = \frac{0,204 F}{\pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2})}, \quad [HB] \quad (2.2)$$

gdzie d jest średnią arytmetyczną d_1 i d_2 mierzonych w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach. Średnice D i d we wzorach (2.1) i (2.2) należy podawać w mm.

Ponieważ pola powierzchni odcisków (czasz) nie są do siebie geometrycznie podobne, wartości liczbowe twardości dla tego samego materiału, nie będą sobie równe przy stosowaniu różnych sił obciążenia F . Krzywe wykonane w analogiczny sposób dla różnych materiałów charakteryzują się ogólnie biorąc tym, że dla pewnej wartości obciążenia F leżącego w przedziale F_1 i F_2 , otrzymuje się wartości liczbowe twardości największe HB_{max} , mało różniące się między sobą w tym przedziale, co pokazano na rys. 2.3.



Rys.2.3. Wykres zależności liczbowej twardości HB od obciążenia F charakterystyczny dla różnych metali

W praktyce pomiary twardości HB sprowadzają się do wyznaczenia twardości HB_{max} . Ta wartość nazywana jest wprost twardością Brinella. Bliższe rozważania wykazują, że obciążenie F będzie prawidłowo dobrane dla danego materiału i danej średnicy D wciskanej kulki, jeżeli średnica d otrzymanego odcisku będzie zawarta w granicach [78]:

$$0,24 D \leq d \leq 0,6D \quad (2.3)$$

Czynniki wpływające na pomiar twardości

- *Wpływ współczynnika obciążenia*

Na podstawie warunku porównywalności wyników twardości Brinella wprowadzono współczynnik obciążenia K .

$$\frac{F_1}{D_1^2} = \frac{F_2}{D_2^2} = \frac{F_3}{D_3^2} = \dots = \frac{F}{D^2} = 9,807 \cdot K. \quad (2.4)$$

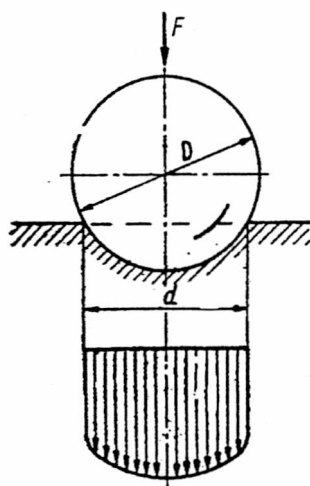
Ze wzoru (2.4) wyznacza się siłę F działającą na kulkę w niutonach

$$F = 9,807 KD^2, \quad (2.5)$$

przy czym współczynnik obciążenia K jest znormalizowany [78] i wynosi 30, 15, 10, 5, 2,5, 1,25 i 1. Współczynnik K należy tak dobrać, aby uzyskać odcisk o średnicy d w granicach określonych zależnością (2.3). Wartości stosowanego obciążenia F w zależności od średnicy D kulki i współczynnika obciążenia K podaje norma [78].

- *wpływ odkształcenia przedmiotu i kulki*

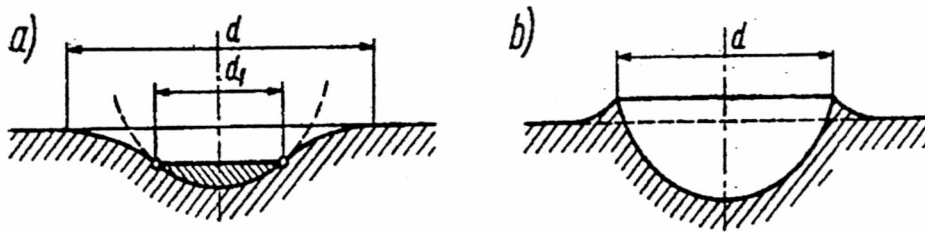
Zgodnie z normą [78] do pomiaru twardości HB można stosować kulki stalowe obrobione cieplnie lub z węglików spiekanych. W zależności od badanego przedmiotu stosuje się kulki o średnicy $D = 10, 5, 2,5, 2$ i 1 mm. Przebieg wciskania kulki



w idealnych warunkach, tzn. nieodkształcalnej kulki w materiał, który byłby zdolny do dokładnego odwzorowania jej kształtu bez żadnych wpływów materiału poza obręb styku, przedstawiono na rys. 2.4, wraz z przybliżonym rozkładem naprężeń.

Rys.2.4. Schemat wciskania nieodkształcalnej kulki w materiał dokładnie odwzorowujący kształt kulki

Wyróżnia się dwa rodzaje odcisków: jeden z zapadnięciem materiału (rys.2.5a), a drugi z wypływem materiału na obrzeżu odcisku (rys. 2.5b).



Rys. 2.5. Odciski Brinella dla różnych materiałach: a) bez zgniotu; b) ze zgniotem

Odciski z zapadnięciem materiału występują w materiałach o dużej zdolności do zgniotu, zgodnie z prawem Meyera. Pod kulką w miarę jej wciskania następuje silne zgniecenie materiału, które przeciwstawia się dalszemu wciskaniu. To powoduje, że materiał wokół obrzeża kulki zaczyna przesuwac się na dół wraz z kulką, tworząc na obrzeżu typowe zapadnięcie (rys. 2.5a). W tym przypadku rozkład naprężeń pod kulką ma charakter eliptyczny. W przypadku odcisków z wypływem materiału można przypuszczać, że następuje pod kulką tak silny zgniot materiału, że dalsze wciskanie kulki nie następuje. Materiał zgnieciony pod kulką działa jako zapora i nadmiar materiału wypływa na obrzeże odcisku (rys. 2.5b). Rozkład naprężeń pod kulką ma tu również charakter eliptyczny. Twardość HB w tym przypadku jest wyznaczana na podstawie średnicy d odcisku odpowiadającej powierzchni styku kulki z materiałem.

Poza odkształceniem badanego materiału zachodzi oczywiście również odkształcenie wciskanej kulki, które powinno być tak małe, aby jak najmniej wpływało na wynik pomiaru. Im większa jest twardość badanego materiału, tym większe jest odkształcenie sprężyste kulki. Norma [78] zaleca stosować hartowaną kulkę stalową do pomiarów metali o twardości poniżej 450HB. Do pomiarów twardości w granicach od 450 do 650HB należy stosować kulki z węglików spiekanych. W zakresie od 350HB a do 450HB można stosować zarówno kulki stalowe, jak i z węglików spiekanych.

Na pomiar twardości metodą Brinella mają wpływ również takie czynniki jak: tarcie i przyczepność kulki, chropowatość i grubość przedmiotu, odległość między odciskami, czas działania obciążenia, wpływ temperatury. Chcąc uniknąć błędów należy zadawać warunki pomiaru, które zostały podane w normie [78].

Zależność wytrzymałości na rozciąganie R_m od twardości Brinella

Brinell zwrócił uwagę, że między wytrzymałością na rozciąganie R_m i twardością HB dla węglowych, niehartowanych stali podeutektoidalnych istnieje zależność fenomenologiczna, którą aktualnie można zapisać w postaci:

$$R_m = 0,347 (9,8HB) \quad (2.6)$$

Ogólnie dla stali można podać zależność: między twardością HB a wytrzymałością na rozciąganie R_m , w postaci ogólnego wzoru:

$$R_m = a (9,8HB) \quad (2.7)$$

przy czym współczynnik a zależy przede wszystkim od stosunku granicy plastyczności R_e (lub umownej granicy plastyczności $R_{0,2}$) do wytrzymałości na rozciąganie R_m . Ze wzrostem tego stosunku od 0,5 do 0,9 współczynnik a zmniejsza się w przybliżeniu od 0,36 do 0,34. Szczegółowo zostało to opisane w normie [81], a także w pracy Gosowskiego, Kubicy i Rykaluka [22].

Wyznaczanie wytrzymałości R_m na podstawie wielkości uzyskanych z pomiarów twardości, zgodnie z tablicami zamieszczonymi w normie [81] i wspomnianej pracy [22] można stosować tylko wówczas, gdy z badanego elementu nie można wykonać próbki na rozciąganie. W żadnym przypadku nie można korzystać z tych tablic dla materiałów hartowanych, nawęglanych, utwardzanych przez zgniot itp.

Zalety i wady pomiaru twardości sposobem Brinella

Główną zaletą pomiaru twardości sposobem Brinella jest to, że twardość Brinella dla materiałów ciągliwych można uzależnić od wytrzymałości na rozciąganie R_m . Inną zaletą jest możliwość stosowania go do pomiaru twardości materiałów o strukturze niejednorodnej. Do wad tego sposobu należy zaliczyć: niemożność stosowania go do pomiarów twardości wyrobów twardych, drobnych oraz cienkich warstw utwardzonych i powierzchni niepłaskich (kłopotliwy pomiar twardości); a ponadto zależność wyniku pomiaru twardości od zastosowanego obciążenia na kulkę.

2.1.3. Inne metody pomiaru twardości metaliSposób Vickersa (PN-91/H-04360, [80])

Pomiar twardości sposobem Vickersa polega na wciskaniu ostrosłupa diamentowego o podstawie kwadratowej i kącie dwuściennym $\alpha = 136^\circ$ (między przeciwległymi ścianami) w płaską, dostatecznie gładką powierzchnię przedmiotu pod obciążeniem.

Miarą twardości Vickersa jest stosunek działającej siły obciążającej do powierzchni odcisku.

Sposób Rockwella (PN-91/H-04355,[79])

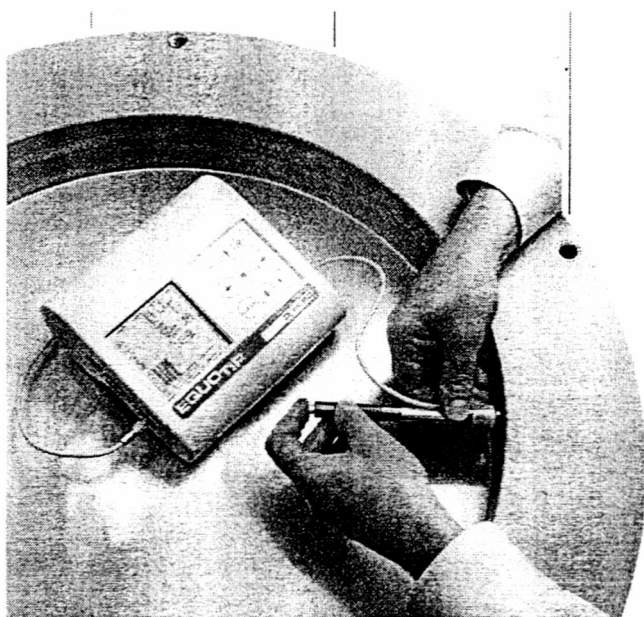
Pomiar twardości sposobem Rockwella polega na dwustopniowym wciskaniu w badany przedmiot wglębnika (stożka diamentowego lub kulki stalowej) przy określonych warunkach i pomiarze trwałego przyrostu głębokości odcisku, która stanowi podstawę do określenia twardości metodą Rockwella.

Porównanie twardości metali wyznaczonej różnymi metodami

Dla celów praktycznych w literaturze (por. np. [10]) oraz w normie PN-93/H-04357 [81] podane są różne wzory przeliczeniowe, wykresy, nomogramy i tablice porównawcze. Przeliczenie twardości prowadzi do wartości orientacyjnych, a bezkrytyczne stosowanie go może doprowadzić do nieporozumień. W praktyce porównanie wyników twardości stosuje się z reguły do sposobów Brinella, Vickersa i Rockwella.

2.1.4. Sposoby sklerometryczne

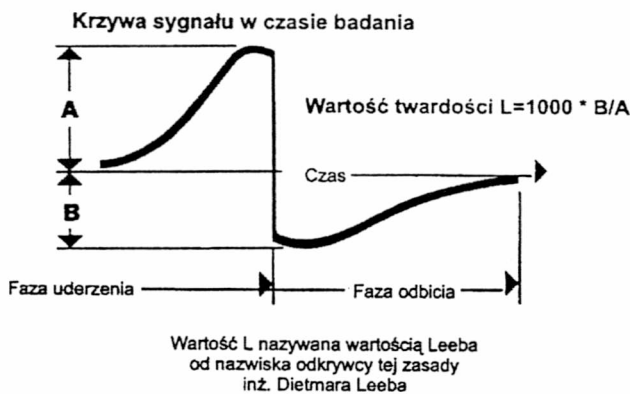
Do najbardziej popularnych urządzeń, których działanie opiera się na dynamiczno-sprężystym sposobie pomiaru twardości są sklerometry typu EQUOTIP i ZWICK. Są to przenośne, niezwykle lekkie twardościomierze do metali, w których wykorzystuje się szybką, dynamiczno-sprężystą metodę pomiaru, nazywaną często metodą EQUO. Na rysunku rys. 2.6 przedstawiono twardościomierz EQUOTIP.



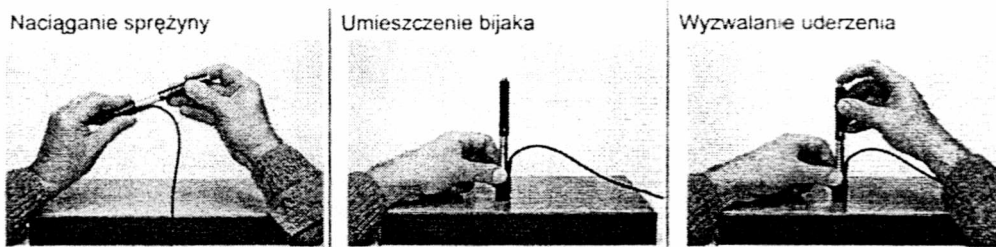
Rys.2.6. Twardościomierz EQUOTIP firmy Proceq

Podczas pomiaru bijak z końcówką z węglików spiekanych jest wyrzucany siłą sprężyny ku badanej powierzchni, od której odbija się. Prędkości uderzenia i odbicia są mierzone w następujący sposób: magnes stały umieszczony w bijaku przechodzi przez cewkę i wzbudza napięcie elektryczne podczas przejścia tam i z powrotem. To napięcie jest proporcjonalne do prędkości. Zmierzone wartości są przetwarzane w urządzeniu na wartość twardości L-skala Leeba (rys.2.7), która jest równa ilorazowi prędkości odbicia i prędkości uderzenia bijaka, pomnożonemu przez 1000. Im twardszy jest materiał, tym większa jest prędkość odbicia.

Dla wyrażenia wyniku w innych skalach twardości (Brinell, Vickers, Rockwell C) wprowadzono krzywe, za pomocą których wartość L może być przeliczona na twardość odpowiadającą jej w wybranej skali. Powierzchnia w miejscu pomiaru musi być gładka i oczyszczona, ale nie jest niezbędne aby była wypolerowana. Ślad na powierzchni badanego elementu po badaniu twardościomierzem EQUOTIP będzie minimalny. W każdym miejscu należy wykonać 2 - 3 uderzenia. Powierzchnia 10 x 10 mm jest w zupełności wystarczająca. Pomiar tą metodą może być stosowany tylko do materiałów o znacznej grubości (krępych).



Rys.2.7. Zasada pomiaru metody EQUO



Rys.2.8. Wykonywanie pomiarów twardości

Opisywane urządzenie może być również używane na powierzchniach krzywoliniowych, pod warunkiem, że promień krzywizny jest większy od 30 mm.

2.1.5. Nieniszcząca metoda wyznaczania wartości wskaźników mechanicznych

W artykule [53] przedstawiona jest nieniszcząca metoda WIT (Współczynnik Intensywności Tłumienia), która służy do wyznaczania wartości wskaźników mechanicznych stali, takich jak: R_m , R_e , HB oraz innych, określanych w zależności od potrzeb. Słowo intensywność odnosi się do fali ultradźwiękowej tłumionej przez badany materiał. Metodę tę stosuje się i udoskonala od 1974 r.

Schemat logiczny metody wskazuje, że wstępnym warunkiem podjęcia badań danej stali są informacje o jej składzie chemicznym oraz o zastosowanej obróbce cieplnej. Z odpowiednich charakterystyk wykonanych dla danej stali (grupy stali) wyznacza się dwa podstawowe przedziały wartości parametrów mierzonych metodą nieniszcząca (twardości i wartości WIT), charakteryzujące jej stan normalny (oczekiwany). Istnieje możliwość wystąpienia dwóch rozwiązań: zgodności lub niezgodności mierzonych parametrów. Do pomiarów wartości WIT stosuje się obecnie defektoskop ultradźwiękowy o możliwie dużym ekranie i głowicą normalną o częstotliwości 12 MHz, stałym docisku i z uchwytem magnetycznym. Dokładność pomiarów wartości WIT utrzymuje się w granicach $\pm 10^\circ\text{C}$.

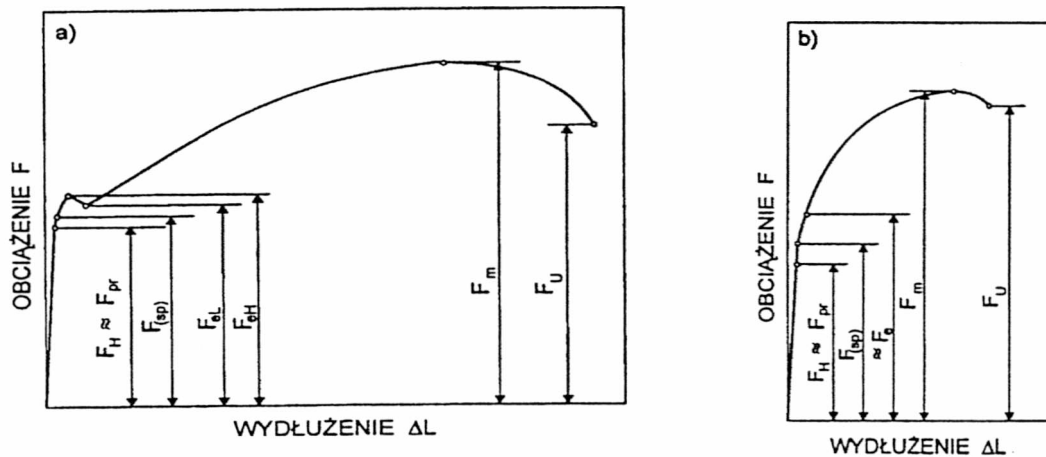
2.2. STATYCZNA PRÓBA ROZCIĄGANIA

2.2.1. Opis próby rozciągania (PN-EN 10002-1+AC1, [82])

Badanie polega na rozciąganiu próbki, aż do rozerwania i wyznaczeniu właściwości mechanicznych. Jeżeli nie ustalono inaczej, próbę należy prowadzić w temperaturze otoczenia od 10°C do 35°C . Kształt i wymiary próbek zależą od kształtu i wymiarów wyrobów metalowych, których właściwości mają być określone. Przekrój poprzeczny próbki powinien być okrągły, kwadratowy, prostokątny lub pierścieniowy, a w szczególnych wypadkach może mieć inny kształt. Szczegóły wykonania próbek oraz wstępnych pomiarów (inwentaryzacji) próbek tj. powierzchni przekroju poprzecznego S_0 , długości pomiarowej L_0 dla różnych przypadków podaje norma [82].

Mocowanie próbki powinno zapewnić osiowe działanie siły. Szczegóły wykonania próbek oraz badań dla różnych grubości i kształtu elementów podają załączniki wspomnianej normy. Na podstawie próby rozciągania otrzymuje się dwie wielkości bazowe - jedną wykorzystywaną w stanach granicznych nośności (SGN) i drugą wykorzystywaną w stanach granicznych użytkowania (SGU). Są to odpowiednio granica plastyczności R_e (lub $R_{0,2}$) oraz moduł Younga E . Ze statycznej próby rozciągania

otrzymuje się ponadto wytrzymałość na rozrywanie R_m , a także dwie właściwości plastyczne -umowne wydłużenie całkowite próbki k -krotnej A_k i przewężenie względne przekroju poprzecznego w chwili rozerwania Z . Na rysunku 2.9 pokazano charakterystyczne wykresy rozciągania dla różnych typów materiałów w układzie współrzędnych: siła obciążająca F w funkcji wydłużenia próbki Δl , rejestrowana w toku statycznej próby rozciągania w temperaturze pokojowej. Jest to podstawowa próba wytrzymałościowa. Wykres rozciągania można również przedstawić w układzie współrzędnych: naprężenie σ w funkcji wydłużenia jednostkowego ε .



Rys.2.9. Charakterystyczne wykresy rozciągania metali

2.2.2. Losowa nośność pręta rozciąganego

Losową nośność pręta rozciąganego osiowo o losowym polu przekroju poprzecznego, zbudowanego z materiału o losowej wytrzymałości można określić zgodnie z Biegusem [4] i [5], ze wzoru:

$$N_{Rt}(\omega) = A(\omega)w(\omega), \quad (2.8)$$

gdzie $A(\omega)$ - losowe pole przekroju poprzecznego netto, $w(\omega)$ –losowa wytrzymałość materiału. Losową nośność $N_{Rt}(\omega)$ takiego pręta charakteryzują następujące parametry: wartość średnia nośności $N_{Rt}(\omega)$ i odchylenie standardowe nośności $s_{N_{Rt}}$. Wartość średnią nośności pręta rozciąganego można szacować na podstawie wzoru:

$$\bar{N}_{Rt} = \bar{A}\bar{w} \quad (2.9)$$

oraz odchylenie standardowe nośności:

$$s_{N_{Rt}} = \sqrt{(\bar{A})^2 s_w^2 + s_A^2 \bar{w}^2 + (\bar{w})^2 s_A^2}, \quad (2.10)$$

gdzie: A , s_A -wartość średnia i odchylenie standardowe losowego pola przekroju poprzecznego pręta, w , s_w -wartość średnia i odchylenie standardowe losowej wytrzymałości materiału.

2.3. STALE BUDOWLANE

2.3.1. Ogólna klasyfikacja stali

Kryteria podziału

Dobrzański w pracy [15] przedstawił klasyfikację stali wg kryteriów podanych w tabl. 2.1, które są zgodne z normą PN-91/H-01010/03 [77].

Tabl.2.1. Kryteria klasyfikacji stali

Kryterium podziału	Przykładowe grupy stali
Skład chemiczny	niestopowe (węglowe), stopowe
Podstawowe zastosowanie	konstrukcyjne, narzędziowe, o szczególnych własnościach
Stopień czystości (stężenie S i P)	zwykłej jakości, wyższej jakości, najwyższej jakości
Sposób wytwarzania	martenowska, elektryczna, konwertorowa i inne
Sposób odtleniania	uspokojona, półuspokojona, nieuspokojona
Rodzaj wyrobów	blachy, pręty, druty, rury, odkuwki, itp.
Postać	łana, kuta, walcowana na gorąco, walcowana na zimno, ciągniona
Stan kwalifikacyjny	surowy, zmięczony, normalizowany i inne

Klasyfikacja stali wg składu chemicznego

W zależności od procentowej zawartości poszczególnych pierwiastków wyróżniamy następujące rodzaje stali: stale niestopowe (węglowe), stale stopowe.

W zależności od stopnia odtlenienia, stale niestopowe można podzielić na: stal nieuspokojoną, stal półuspokojoną, stal spokojoną.

Ze względu na sumaryczne stężenie pierwiastków stale stopowe dzieli się na: niskostopowe, średniostopowe, wysokostopowe. W zależności od głównego pierwiastka lub kilku pierwiastków występujących w stalach stopowych, można wydzielić podgrupy: stale manganowe, krzemowe, manganowo-krzemowe, niklowe, chromowe, chromowo-molibdenowe i inne.

W konstrukcjach budowlanych w Polsce stosuje się stale, wyszczególnione w normie PN-90/B –03200 [76] oraz ich odpowiedniki ujęte w EC3 [67]:

- stale konstrukcyjne niestopowe ogólnego przeznaczenia wg normy PN-88/H-84020 [74],
- stal niskostopową o podwyższonej wytrzymałości wg normy PN-86/H-84018 [73],
- stal na rury wg normy PN-89/H-84023/07 [75],
- konstrukcyjne stale niskostopowe trudno rdzewiejące (PN-83/H-84017, [72]).

Stale te należą do grupy tzw. stali ferrytyczno-perlitycznych, gdyż mają budowę polikrystaliczną, składającą się w przeważającej części z ziarn ferrytu oraz z ziarn perlitu. Poza tymi grupami stali coraz częściej stosuje się :

- stale stopowe odporne na korozję tzw. stale nierdzewne, wysokochromowe i chromowo-niklowo-manganowe, stosowane na konstrukcje pod fasady szklane itp.; wg normy PN-71/H-86020 [71],
- stale o podwyższonej wytrzymałości ulepszone cieplnie, stosowane na konstrukcje spawane i zbiorniki, regulowane przez normy branżowe.

Augustyn i Łaguna w pracy [1] określili zakresy zastosowań poszczególnych gatunków stali w budowlanych konstrukcjach stalowych. Opisane zostały tam także wyroby hutnicze oraz zasady racjonalnego projektowania konstrukcji stalowych. Dużą uwagę poświęcono zagadnieniom doboru stali oraz projektowania konstrukcji ze stali o podwyższonej wytrzymałości i stali trudno rdzewiejącej.

2.3.2. Stale niestopowe

Struktura i własności stali węglowych

Stale niestopowe (węglowe) definiuje się jako stopy żelaza z węglem, zawierające również inne pierwiastki chemiczne w stężeniach mniejszych od wartości granicznych podanych w normie PN-91/H-01010/03 [77]. W zależności od stężenia węgla stale węglowe w stanie wyżarzonym charakteryzują się zróżnicowaną strukturą. Stale o bardzo małym stężeniu węgla - ok. 0,1% - wykazują strukturę ferrytu. Przy większym stężeniu węgla w strukturze stali pojawia się perlit, a stal ma strukturę ferrytyczno-perlityczną. Przy stężeniu ok. 0,4% C udziały perlitu i ferrytu w strukturze stali są zbliżone. W stali o stężeniu ok. 0,6÷0,7% C ferryt występuje w postaci jasno trawiącej się siatki wokół ziarn perlitu. Strukturę czysto perlityczną ma stal o stężeniu 0,77% C. Dominujący wpływ na strukturę i właściwości stali węglowych wywiera węgiel, co szczegółowo opisano w punkcie 2.3.6.

Stale niestopowe konstrukcyjne

W zależności od składu chemicznego i wymaganych własności mechanicznych rozróżnia się podstawowe gatunki stali niestopowych konstrukcyjnych ogólnego przeznaczenia [74]: St0S, St2S, St3S, St4S (na konstrukcje spawane), St5, St6, St7. Stale St3S i St4S mogą zawierać 0,20÷0,40% Cu, co polepsza ich odporność na korozję atmosferyczną. Stale niestopowe konstrukcyjne ogólnego przeznaczenia są

dostarczane w postaci kęsów, prętów, kształtowników, odkuwek i blach grubych kutyh lub walcowanych na gorąco. Stale te są stosowane zazwyczaj na mniej odpowiedzialne konstrukcje i nie podlegają obróbce cieplnej.

2.3.3. Stale konstrukcyjne stopowe

Ogólna charakterystyka stali konstrukcyjnych stopowych

Kryterium doboru stali konstrukcyjnych stanowią najczęściej podstawowe właściwości mechaniczne. Coraz częściej do oceny właściwości stali przyjmuje się własności określone metodami mechaniki pękania, tj. współczynnik intensywności naprężeń K_{Ic} itp. Właściwości stali konstrukcyjnych stopowych zależą od stężenia węgla i pierwiastków stopowych, co opisano w punkcie 2.3.6.

Niskostopowe stale konstrukcyjne spawalne z mikrododatkami

Większość elementów konstrukcyjnych stosowanych w budowlanych konstrukcjach przemysłowych, jest łączona przez spawanie lub zgrzewanie. Elementy tych konstrukcji, o ile wymaga się od nich większej wytrzymałości niż uzyskiwana przez stale konstrukcyjne węglowe, wykonuje się z niskostopowych stali konstrukcyjnych spawalnych o podwyższonej wytrzymałości, wg normy [73]. Stale te, dostarczane przez hutnictwo w postaci różnorodnych kształtowników, blach, taśm, prętów, rur i drutów, powinny się cechować dobrą spawalnością, dużymi wartościami wytrzymałości R_m , granicy plastyczności R_e oraz niską temperaturą przejścia w stan kruchy. Wymagane właściwości tych stali zapewnia odpowiedni dobór składu chemicznego, a także technologia wytapiania, obróbki plastycznej i obróbki cieplnej. Do najbardziej popularnych stali z tej grupy należą: 18G2, 18G2A, 18G2ACu, 18G2AV.

Niskostopowe stale konstrukcyjne trudno rdzewiejące

Stale trudno rdzewiejące, o większej odporności na korozję atmosferyczną od stali węglowych, zawierają około 0,1% C oraz dodatki 1÷3 % Cr i ok. 0,5% Cu, tworzących na powierzchni warstwę pasywującą złożoną z siarczanów i węglanów miedzi, która skutecznie hamuje proces rdzewienia stali. Do stali tych wprowadzane są także w niewielkich stężeniach P, Al. i Ni. Do grupy tych stali należą gatunki: 10H, 10HA, 10HAV, 10HAVP, 12HNNbA, 10HNAP, 12H1JA. Stale te mogą być stosowane na konstrukcje spawane i zgrzewane przy zachowaniu odpowiedniej technologii spawania. Stale te zostały szeroko opisane m.in. w pracy Czyrskiego [13]. Podano w niej m.in. podział stali wg stopnia odporności na korozję, dzieląc wszystkie stale na pięć klas, w zależności od zawartości poszczególnych składników stopowych. W pu-

blikacji tej znajdziemy również warunki stosowania tych stali w różnych środowiskach, warunki spawania, oraz zastosowanie w budownictwie przemysłowym. Na uwagę zasługuje przy tym, punkt dotyczący krajowych stali trudno rdzewiejących, który wskazuje na co raz mniejsze zastosowanie bardzo popularnych dotąd stali 10HA, 10HNAP, 10HAV, ujętych w normie [72], w zamian za stale 12PJA, 12HNNbA, 12H1JA. Mają one dobre własności plastyczne, dużą odporność na korozję atmosferyczną (III-grupa wg normy [72]), a druga z nich, jako stal chromowo-niklowo-molibdenowa, może mieć zastosowanie na najbardziej odpowiedzialne konstrukcje, narażone na duże obciążenia zmienne i dynamiczne np. w konstrukcjach mostów, wiaduktów, belek podsuwnicowych. Stal ta odznacza się również dobrą spawalnością. W artykule Włodarczyka z zespołem [60] przedstawiono wyniki badań statystycznych podstawowych cech mechanicznych wyrobów hutniczych z krajowych stali trudno rdzewiejących, szacowano tam również wytrzymałości obliczeniowe tych materiałów na potrzeby normalizacji. Wyniki statystycznych ocen stali trudno rdzewiejących starszego typu, zostały opisane dokładnie we wcześniejszych publikacjach Włodarczyka [57]. W pracy [59] Włodarczyk przedstawił wyniki analiz statystycznych dla stali nie objętych polskimi normami. Przeprowadzone badania i analizy statystyczne podstawowych cech mechanicznych aktualnie produkowanych w kraju gatunków stali trudno rdzewiejących, zaprezentowane we wspomnianym wyżej artykule [60], pomimo ich ograniczonego zakresu, pozwalają ocenić wartości i zmienności losowe R_e , R_m i A_5 , a także oszacować wytrzymałości obliczeniowe. Zestawione wartości liczbowe wskazują na potrzebę weryfikacji danych do projektowania zawartych w normie PN-90/B-03200 [76] i PN-83/H-84017 [72]. Wyniki prowadzonych badań wykazują dobre właściwości wytrzymałościowe rozpatrywanych stali w pełni przydatnych na konstrukcje nośne. Podane w artykule propozycje wartości wytrzymałości obliczeniowych rozpatrywanych gatunków stali trudno rdzewiejących dotyczą stanu z 1994, zarówno w zakresie normalizacji jak i produkcji hutniczej.

W innym artykule Włodarczyk [58] przedstawił wyniki badań przydatności wybranych gatunków stali trudno rdzewiejących na konstrukcje budowlane pracujące w szczególnych warunkach atmosferycznych, na przykładzie stali 12H1JA i 12PJA. Porównywał ubytki korozyjne K_p wyżej wspomnianych stali i stali węglowej St3SX. Stwierdził, że wspomniane stale nadają się na konstrukcję wsporcze i inne konstrukcje budowlane w zakładach przemysłu rafineryjno-petrochemicznego i innych o podobnych, trudnych warunkach atmosferycznych.

2.3.4. Stale stopowe odporne na korozję (stale nierdzewne)

Stale te należą do stali stopowych o szczególnych właściwościach. Stale wysoko-chromowe są odporne na korozję chemiczną, w tym na utlenianie w atmosferze powietrza, wody i pary wodnej w niskiej i podwyższonej temperaturze, na działanie zimnych roztworów alkalicznych, rozcieńczonych kwasów i soli, na działanie ropy naftowej i jej par, paliw, olejów, alkoholi i środków spożywczych.

Stale chromowo-niklowe i chromowo-niklowo-manganowe są odporne głównie na korozję elektrotechniczną w środowisku kwasów nieorganicznych i organicznych, związków azotu, roztworów soli i agresywnych środków spożywczych.

Dodatkiem stopowym w stalach chromowych decydującym o odporności na korozję jest chrom, którego jest więcej niż 13%. Do stali tych dodawany jest Ni w celu uniknięcia pęknięć i zwiększenia plastyczności i spawalności tych stali. Skład chemiczny, warunki obróbki cieplnej i struktury stali odpornych na korozję podaje norma PN-71/H-86020 [71]. Wysoką odporność na korozję dla stali chromowo-niklowych reguluje chrom, który jest w ilości około 18%, oraz nikiel w ilości około 8%. Stale te mają większą odporność na korozję i wyższe własności mechaniczne.

Omawiane stale znajdują coraz większe zastosowanie również w budownictwie, pomimo ich cen. Wykonuje się z nich konstrukcje nośne fasad szklanych elewacji, zadaszeń, kiedy wymagane są rygorystyczne warunki odporności na korozję i względy estetyczne. Do najczęściej stosowanych należą 0H18N9, 00H18N9, 0H18N12Nb, 0H17N12M2T, 0H17N16M3Nb.

2.3.5. Stale konstrukcyjne o podwyższonej wytrzymałości, ulepszone cieplnie

W ostatnich latach obserwuje się wyraźny wzrost produkcji konstrukcji wykonanych ze stali o podwyższonej i wysokiej granicy plastyczności. Wykorzystuje się je do budowy m.in. platform do wydobywania ropy naftowej, rurociągów, wysięgników dźwigów itp.

Szubyrt w artykule [54] opisuje ten rodzaj stali w świetle norm europejskich i polskich. Stale ulepszone cieplnie objęte są normą europejską EN 10137-2 [68]. W Polsce zastosowanie stali o wysokiej granicy plastyczności jest jeszcze niewielkie. Spośród produkowanych w kraju stali o wysokiej wytrzymałości, można wymienić ulepszoną cieplnie stal 14HNMBCu o granicy plastyczności nie niższej niż 690 MPa, która jako jedyna ma skład chemiczny i właściwości wytrzymałościowe odpowiadające

wymaganiom jak dla stali zachodnich. Krajowe stale ulepszone cieplnie obejmuje norma branżowa BN-8410642-5 [65].

Podstawowym czynnikiem wpływającym na przydatność stali do zastosowań na konstrukcje jest między innymi spawalność. Ponadto ważną rolę odgrywa mała zawartość zanieczyszczeń. Dodatkowo w procesie wytwarzania stali o wysokich właściwościach wytrzymałościowych stosuje się obróbkę cieplną i plastyczną. Wyższą wytrzymałość, a częściowo również wzrost udarność uzyskuje się za pomocą ulepszania cieplnego stali. W artykule ten [68] opisane są odpowiednie procesy technologiczne.

Dobierając skład chemiczny, warunki walcowania i obróbki cieplnej uzyskuje się stale o różnym poziomie R_e , w zakresie od 450 do 1000 MPa. Najszerzej stosowane są stale charakteryzujące się granicą plastyczności równą co najmniej 690 MPa. W artykule [36] Łaguna i Sieramska przedstawili korzyści ekonomiczne ze stosowania stali 14HNMBCu w budowlanych konstrukcjach stalowych. Do korzyści można zaliczyć: zmniejszenie powierzchni przekroju elementu, obniżenie kosztu konstrukcji, zmniejszenie ciężaru własnego konstrukcji i poszczególnych elementów wysyłkowych i montażowych, zmniejszenie grubości elementów, ułatwiające wykonanie połączeń spawanych. Do wad należy przede wszystkim: większa pracochłonność wytwarzania konstrukcji; wyższe ceny wyrobów hutniczych, warunki stateczności ogólnej i miejscowej, większą wrażliwością połączeń spawanych na kruche pękanie.

W artykule Drózdza i Śliwki [16] określono granice zmęczenia wybranych złączy ze stali 14HNMBCu a w pracy [17] tych samych autorów, przedstawiono przydatność wspomnianej stali na spawane konstrukcje budowlane. Z badań tych wynikają następujące wnioski: stal 14HNMBCu ma lepsze parametry wytrzymałościowe, predysponujące do pracy przy obniżonych temperaturach, w porównaniu do stali 18G2A i St3S, zwiększone właściwości wytrzymałościowe są połączone ze zwiększoną odpornością na kruche pękanie i zadawalającą plastyczność, spawalność blach z tej stali jest zadawalająca.

W roku 1974 Łaguna i Sieramska opracowali projekt wytycznych projektowania konstrukcji ze stali o podwyższonej wytrzymałości, ulepszonych cieplnie [37]. Obecnie obowiązują normy branżowe dotyczące blach ulepszonych cieplnie kategorii wytrzymałościowej E690. Są to blachy w gatunku HCP E690 wg ZN-HCz-B/02 [83]. Blachy te przeznaczone są na konstrukcje spawane i zbiorniki ciśnieniowe.

2.3.6. Wpływ składu chemicznego na właściwości mechaniczne i strukturę stali

Cechy mechaniczne oraz struktura stali jest ściśle zależna od składu chemicznego. W zależności od tzw. stężenia poszczególnych pierwiastków stopowych zmieniają się te cechy zarówno dla stali niestopowych, jak i stopowych. Wpływ składu chemicznego zostanie przedstawiony tutaj zarówno na przykładzie stali węglowych (niestopowych), jak i stopowych.

Dodatki stopowymi są nazywane pierwiastki wprowadzane do stali celowo w ilości przekraczającej minimalne stężenie, przy którym nie stwierdza się wyraźnego wpływu pierwiastka na strukturę i własności stali.

Dodatki stopowe są wprowadzane do stali w celu:

- spowodowania określonych zmian strukturalnych,
- zwiększenia własności wytrzymałościowych i polepszenia niektórych własności chemicznych lub fizycznych,
- zwiększenia hartowności,
- polepszenia efektywności i ułatwienia obróbki cieplnej.

Wpływ głównych pierwiastków stopowych na własności mechaniczne, fizyczne i technologiczne stali i innych stopów żelaza zestawiono w tabelicy 2.2.

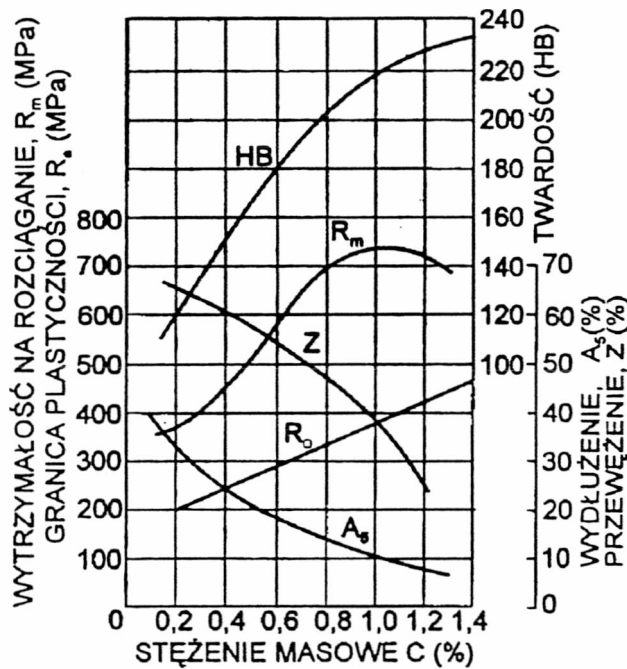
Tabl.2.2. Wpływ zawartości pierwiastków na własności stali i stopów żelaza

Własności Mechaniczne	Pierwiastek stopowy										
	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	V	Co
1. Twardość	++	+	+	+	.	++	+	+	+	+	+
2. Wytrzymałość	++	+	+	+	.	++	+	+	+	+	+
3. Granica plast.	+	+	++	+	.	++	+	+	++	+	+
4. Wydłużenie	-	+	-	-	-	-	+	-	0	0	-
5. Przewężenie	-	0	0	-	-	-	+	-	0	0	-
6. Udarność	+	0	-	---	-	-	0	+	0	+	-
7. Sprężystość	+	+	+++	.	.	+	.	.	.	+	.
8. Żarowytrzymałość	0	0	+	.	.	+	+	++	+	++	++

Stale niestopowe (węglowe)

Wpływ węgla na własności stali węglowych

Dominujący wpływ na strukturę i własności stali węglowych wywiera węgiel. W miarę podwyższania stężenia tego pierwiastka, zmniejszeniu ulega udział miękkiego i plastycznego ferrytu w strukturze stali, a zwiększeniu udział twardego i kruchego cementytu. Z tego względu stale o większym stężeniu węgla wykazują większą twardość, wytrzymałość na rozciąganie R_m i granicę plastyczności R_e (rys. 2.10). Zwiększenie stężenia węgla powoduje przy tym jednocześnie zmniejszenie własności pla-



Rys.2.10. Wpływ węgla na właściwości mechaniczne stali węglowych [15]

stycznych i ciągliwości stali, a w szczególności -wydłużenia A_5 i prze-wężenia Z , określanych w próbie rozciągania.

Wzrost zawartości węgla o 0,1% powoduje wzrost granicy plastyczności o 40÷50 MPa oraz wzrost wy-trzymałości umownej na rozerwanie R_m o 90 MPa.

Stężenie węgla decyduje również o właściwościach technologicznych stali. Przy większych stężeniach węgla stal cechuje się większym współczynnikiem liniowej rozszerzalności cieplnej i mniejszą przewodnością cieplną, co zwiększa naprężenia cieplne i skłonność do pęknięć w trakcie obróbki cieplnej. Zwiększone stężenie węgla pogarsza podatność stali na obróbkę plastyczną na zimno i na gorąco. Węgiel o stężeniu 0,25 % zdecydowanie pogarsza również spawalność stali. Stale niskowę-glowe o stężeniu węgla mniejszym od 0,25% - ze względu na dużą ciągliwość - wykazują gorszą skrawalność niż stale o strukturze perlitycznej.

Rola pozostałych pierwiastków, domieszek w stalach niestopowych i węglowych

Mangan działa korzystnie na wytrzymałość i granicę plastyczności stali a także twardość, powoduje jednak niekorzystny rozrost ziarn w czasie obróbki cieplnej i pla-stycznej na gorąco. Podobny wpływ jak mangan ma krzem. Krzem powoduje ko-rzystne obniżenie stężenia gazów w stali lanej i przeciwdziała segregacji fosforu. Składniki te zmniejszają udarność stali. Fosfor i siarka stanowią zanieczyszczenia niekorzystne, gdyż stale zawierające fosfor charakteryzują się podwyższoną tempe-raturą przejścia w stan kruchości, skłonnością do kruchości, gruboziarnistości i se-gregacji. Jednakże fosfor zwiększa wytrzymałość. Siarka powoduje kruchość stali na gorąco, zwłaszcza podczas obróbki plastycznej. Siarka o dużej skłonności do segre-

gacji pogarsza spawalność i wytrzymałość stali na zmęczenie. Azot powoduje zmniejszenie plastyczności i kruchości, a także zwiększenie skłonności stali do starzenia, szczególnie po zgnioście. Tlen powoduje zmniejszenie własności wytrzymałościowych oraz plastycznych. Wzrost zawartości pierwiastków stopowych daje mniejsze przyrosty R_e i R_m . W tablicy 2.3, przedstawionej w książce Rykaluka [50], podano współczynniki przeliczeniowe procentowej zawartości niektórych pierwiastków stopowych na 0,1% C ze względu na wzrost R_e , R_m i A_k .

Tabl.2.3. Równoważniki węgla względem R_e, R_m, A_k dla stali węglowych

Pierwiastek	P	Mn	Si	Cr	Cu	Ni
Cecha						
R_e	1/2	1/5	1/4	1/5,5	1/4,5	1/8
R_m	1/1,5	1/8	1/7	1/9	1/1	1/13
A_k	1/1	1/8	1/5	1/1	1/7	1/15

Granica plastyczności zależy zarówno od składu chemicznego, jak i technologii wytwarzania (głównie od sposobu walcowania i późniejszej obróbki cieplnej), od której zależy średnica ziarna. W stalach podeutektoidalnych (ferrytyczno-perlitycznych) istotna jest średnica ziarna ferrytu. Granica plastyczności jest zależna od procentowej zawartości składników stopowych a także od struktury stali. Rykaluk w [50] na podstawie pracy Biuczera [9] z zespołem podaje jedną z prostszych zależności:

$$R_e = [13,29 + 5,90\% \text{ Mn} + 10,21\% \text{ Si} + 0,22\% \text{ perlitu} + (0,47/\sqrt{d})], \quad (2.11)$$

gdzie d oznacza średnicę ziarna ferrytu wyrażoną w mm, zaś R_e w MPa.

Procentową zawartość perlitu można oszacować na podstawie procentowej zawartości węgla, stosując zależność liniową wg Rykaluka [50].

Z analizy wzoru (2.11) wynika, że stal nieuspokojona, np. St3SX, mająca znacznie mniejszą zawartość krzemu ($\text{Si} < 0,07\%$) oraz znacznie większe ziarno w stosunku do stali uspokozonej, np. St3S, musi mieć niższą granicę plastyczności.

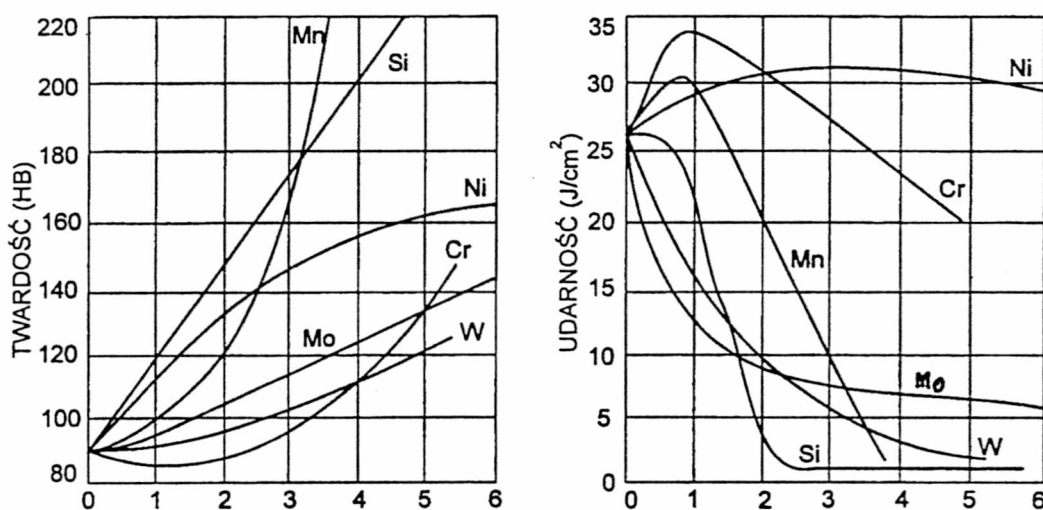
Ustalenie właściwości mechanicznych stali bez konieczności przeprowadzenia próby rozciągania jest zatem możliwe, ale wiąże się z koniecznością przeprowadzenia badań składu chemicznego oraz badań metalograficznych.

Stale stopowe konstrukcyjne

Własności stali konstrukcyjnych stopowych zależą od stężenia węgla i pierwiastków stopowych. Główne znaczenie Cr, Mn, Si, Ni, Mo i inne dodatki stopowe w stalach konstrukcyjnych polega na polepszeniu hartowności, stanowiącej podstawowe

kryterium doboru tych stali. Pierwiastki węglotwórcze, takie jak np. Cr, V, Mo, W, zwiększają twardość i odporność na ścieranie w wyniku tworzenia węglików, wpływają na zmniejszenie wielkości ziarn, przeciwdziałają kruchości odpuszczania (Mo, W) oraz powodują polepszenie wielu innych własności technologicznych i użytkowych stali konstrukcyjnych. Spawalność metalurgiczna zależy głównie od składu chemicznego stali, który powinien być tak dobrany, aby ograniczać zmiany struktury. Skład chemiczny stali spawalnych podlega więc ograniczeniom i jest dobierany z uwzględnieniem wartości równoważnika węgla C_E .

Poza wpływem na spawalność, pierwiastki stopowe oddziałują na własności mechaniczne (twardość, udarność) stali spawalnych o strukturze ferrytycznej, co pokazano na rys. 2.11 na podstawie Gulajewa [23], Haimanna [24] i Rudnika [49].



Rys.2.11. Wpływ pierwiastków stopowych na twardość (a) i udarność (b) stali niskostopowych

Własności wytrzymałościowe R_m , R_e i twardość są podwyższane głównie przez Mn i Si, które jednak obniżają udarność przy stężeniach większych odpowiednio od ok. 1,2 i 0,8%. Nikiel, zwiększając własności wytrzymałościowe, zwiększa także ciągliwość. Dodatki Ni i Mn, nawet przy niewielkich stężeniach, powodują znaczne obniżenie temperatury przejścia w stan kruchy w przeciwieństwie do węgla. Dodatki Cr, W, Mo polepszają hartowność w stalach ulepszonych cieplnie, zmniejszają udarność dla stali niskostopowych. W monografii Chalmersa [12], znajdziemy szereg przykładów dla różnych stali i metali w jaki sposób wpływają poszczególne składniki stopowe na własności mechaniczne (wytrzymałość, twardość, udarność). Zamieszczono tam również opisy wpływu procesów technologicznych na wytrzymałość i twardość.

2.4. RELACJA MIĘDZY TWARDOŚCIĄ A WYTRZYMAŁOŚCIĄ STALI

2.4.1. Dotychczasowe badania zależności wytrzymałości i twardości stali

W przypadku oceny wytrzymałość stali na podstawie pomiarów twardości, korzysta się z fenomenologicznej zależności między twardością HB a wytrzymałością stali na rozciąganie R_m , (por. wzór (2.7)) oraz z zależności twardości Brinella i drugiego parametru wytrzymałościowego stali, a mianowicie granicy plastyczności R_e . Ogólnie zależność między twardością HB a parametrami wytrzymałościowymi stali R_e i R_m , opisuje równanie:

$$R_i = a_i(9,8HB_0) \quad \text{przy} \quad i = e, m, \quad (2.12)$$

gdzie: R_i w MPa, $HB_0=HB$ w jednostkach Brinella HB, zaś a_i to współczynniki empiryczne (według literatury: Błażewski i Mikoszewski [10], Lehman [34] oraz Tabor [55], w przypadku stali współczynniki te wynoszą : $a_e = 0,19 \div 0,24$, $a_m = 0,33 \div 0,38$).

Lehmann [34] na podstawie badań niemieckich, zestawiał wartości współczynników a_m dla metali, do określania wytrzymałości doraźnej na rozciąganie.

Błażewski i Mikoszewski w [10] zamieszczają wyniki badań radzieckich uczonych, wg których określono współczynniki a_m , potrzebne do określenia wytrzymałości doraźnej na rozciąganie R_m .

Markowiec w swojej monografii [42], bazując na wynikach badań przeprowadzonych w latach siedemdziesiątych w Rosji, do przedstawienia zależności między twardością Brinella a parametrami wytrzymałościowymi konstrukcyjnych stali węglowych i stopowych, proponuje również równania typu (2.12), podając przy tym zakres ich stosowania oraz odpowiednie wartości a_i . W przypadku granicy plastyczności R_e jest to $HB_0 < 153HB$ oraz $a_e = 0,2$, a w przypadku wytrzymałości doraźnej na rozciąganie R_m - odpowiednio $HB_0 \leq 510HB$ oraz $a_m = 0,345$. Wg badań Markowca zależność pomiędzy granicą plastyczności a twardością Brinella można zapisać jako funkcję liniową:

$$R_e = 0,367HB - 240 \quad (2.13)$$

gdzie: R_e w MPa, HB w jednostkach Brinella HB.

Rosjanie również w tej monografii [42] określili zależność pomiędzy wytrzymałością doraźną a twardością, obrabiając wyniki badań metodą najmniejszych kwadratów. Otrzymali oni następujące równania regresji:

$$R_m = 0,365HB^{0.989} \quad (2.14)$$

Równanie to przybliżono do równania (2.15):

$$R_m = 0,345HB \quad (2.15)$$

W tym samym czasie w Polsce zespół kierowany przez prof. Murzewskiego badał, w nieco innym aspekcie, wzajemne relacje między twardością a parametrami wytrzymałościowymi stali St3S oraz 18G2. Wyniki wzajemnych zależności badanych cech wytrzymałościowych dla wymienionych gatunków stali, opisane zostały w materiałach pokonferencyjnych w Krynicy (Murzewski, Sowa i Machowski [45]). W referacie wyszczególniono następujące zagadnienia, umożliwiające obiektywną ocenę własności wytrzymałościowych stali:

- oszacowanie błędu metody pomiaru twardości,
- scharakteryzowanie fluktuacji cech wytrzymałościowych wzdłuż długości elementu,
- uwzględnienie błędu oceny twardości w warunkach małej próby,
- uwzględnienie korelacji między twardością, a granicą plastyczności.

Głównym celem systematycznych badań twardości było scharakteryzowanie funkcji autokorelacyjnej i gęstości widmowej własności mechanicznych stali. W pracy tej na podstawie analiz statystycznych ustalono, że powinny być przeprowadzone dodatkowe liczniejsze badania, dla statystycznej kontroli jakości stali na podstawie badań nieniszczących.

W innym opracowaniu zespół pod kierownictwem Murzewskiego [47] zaprezentował pomiary twardości stali i ich korelację z wynikami badań nieniszczących. Omówione zostały zagadnienia: oszacowania granicy plastyczności i wytrzymałości stali na podstawie pomiarów twardości, oceny losowego błędu pomiarów twardości oraz korelacji między rezultatami otrzymanymi z różnych metod pomiaru twardości. Stwierdzono, że ocena granicy plastyczności i wytrzymałości dotyczyć może partii stali przeznaczonej na konstrukcję lub wbudowanej w konstrukcję, bądź też pojedynczych elementów szczególnie ważnych dla bezpieczeństwa konstrukcji. Zaprezentowano metody statystyki matematycznej oparte na metodach analizy regresji i korelacji oraz teorii błędów. Oszacowanie granicy plastyczności lub wytrzymałości stali na podstawie pomiarów twardości i ogólnie oszacowanie pewnej cechy wytrzymałościowej na podstawie pomiarów innej cechy powinno być rozpatrywane jako zagadnienie teorii "liniowej estymacji średniokwadratowej". Podstawowym kryterium tej teorii jest minimum błędu średniokwadratowego" oszacowania.

W artykule [39] Machowski i Syguła zastosowali do badań twardości przenośny twardościomierz Rockwela, w celu oceny średnich cech wytrzymałościowych prętów stalowych. Analizowali wyniki badań wykonanych na stali St3S, pokazując wzajemne zależności lokalnych cech wytrzymałościowych, podali współczynniki korelacji i regresji dla lokalnej granicy plastyczności R_e , lokalnej wytrzymałości R_m i pomierzonej przed wykonaniem próby twardości Brinella HB . Otrzymano silną korelację wzajemną, potwierdzającą że zmiany wartości prawdziwej twardości w obrębie pojedynczego pręta są istotnie związane z losowymi wahaniami granicy plastyczności i lokalnej wytrzymałości.

W innych badaniach Machowski i Murzewski prowadzili swoje prace dotyczące twardości w trochę innym aspekcie. Dotyczyły one głównie problemu określenia jednorodności stali. Machowski w artykule [38] zaprezentował doświadczalną ocenę losowej (stochastycznej) funkcji twardości dla stali konstrukcyjnej. Lokalna wytrzymałość stali konstrukcyjnej była analizowana jako wyrazy funkcji losowej. Autokorelacja, spektralne zagęszczenia i rozkład prawdopodobieństwa twardości, zostały estymowane (szacowane). Twardość Brinella może być opisana przez płynną losową funkcję z pasmem spektrum i dodatnią skośnością rozkładu prawdopodobieństwa, a oszacowania pochodzące z doświadczeń są podstawą dla wyszczególnienia analitycznych wyrażeń dla gęstości spektralnej, funkcji autokorelacyjnej, rozkładu prawdopodobieństwa lokalnej wytrzymałości. Murzewski w monografii [47] przedstawił funkcję autokorelacyjną dla stali St3S.

2.4.2. Wpływ wyężenia elementów stalowych na relację między twardością i wytrzymałością stali

Jedną z przyczyn mających istotny wpływ na wyniki pomiarów twardości stali przeprowadzanych bezpośrednio na elementach konstrukcyjnych, ma stan wyężenia badanych elementów, będący efektem obciążenia konstrukcji, a także naprężeń wstępnych (walcowniczych, spawalniczych). Potwierdzają to badania omówione w monografii Markowca [42]. W wyżej wymienionej monografii zaprezentowane są badania Karaściuka dotyczące wpływu wyężenia elementów konstrukcyjnych na pomiar twardości. Analizując wyniki tych badań, przeprowadzonych na stalach o twardości większej od 280 HB, a więc takich, jakich nie stosuje u nas na konstrukcje budowlane, można zauważyć zaniżenie twardości w elementach rozciąganych oraz jej zawyżenie dla elementów ściskanych, w porównaniu do twardości, jaką otrzymuje się

na próbkach nieobciążonych ($HB=HB_0$). W związku z tym konieczne było zbadanie wpływu obciążenia elementów konstrukcyjnych na wyniki pomiarów twardości, na przykładzie stali jakie są stosowane w polskim budownictwie. Zagadnieniem tym zajmował się zespół kierowany przez Gosowskiego. Wstępne wyniki tych badań zreferowano w roku 1991 na Konferencji w Krynicy [21]. Badania te potwierdziły, że szacowanie parametrów wytrzymałościowych stali na podstawie twardości, bezpośrednio na elementach konstrukcyjnych wyłożonych liniowym stanem naprężeń normalnych, wymaga wcześniejszych przeliczeń twardości uwzględniających stan naprężeń w elementach.

2.5. ZAGADNIENIE KONTAKTOWE CHARAKTERYSTYCZNE DLA POMIARU TWARDOŚCI BRINELLA

2.5.1. Rozwiązania teoretyczne zagadnienia kontaktowego

Zagadnienie kontaktowe jest jednym z podstawowych zadań teorii sprężystości. Rozwiązanie zagadnienia kontaktowego polegającego na wciskaniu walca (kuli) w drugie odkształcalne ciało przedstawił jako pierwszy Hertz. Zagadnieniem Hertza było przedmiotem analiz wielu naukowców, m. in. problemem tym zajmował się Biezuchow [7], Timoshenko [56], Nowacki [48], Gabryszewski [18]. W niniejszej pracy rozważano zagadnienie kontaktowe bazując na rozwiązaniach Biezuchowa [7], Timoshenki [56] i Hubera [27].

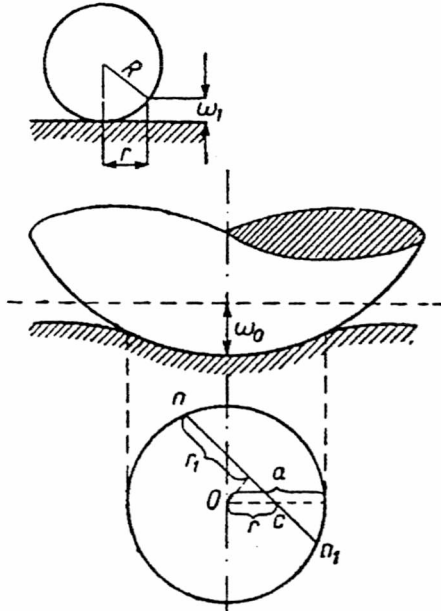
Wciskanie nieodkształcalnej kuli w półprzestrzeń sprężystą

Zakładamy, że na półprzestrzeni sprężystej spoczywa nieodkształcalna kula o promieniu R (rys. 2.25). Jeżeli nie wywiera się nacisku na kulę i pominie wpływ ciężaru własnego, to zetknięcie kuli z płaszczyzną graniczną nastąpi w jednym punkcie. W odległości r od punktu styku, niedużej w porównaniu z R , szczelina istniejąca pomiędzy kulą i płaszczyzną graniczną może być obliczona z dostatecznym przybliżeniem za pomocą wzoru:

$$\omega_1 = \frac{r^2}{2R} \quad (2.16)$$

Jeżeli do kuli przyłożymy obciążenie normalne do nieodkształconej płaszczyzny granicznej i przechodzące przez środek kuli, to ze względu na sprężystość półprzestrzeni, płaszczyzna graniczna ugnie się i kula przesunie się w dół, jak to pokazano

na rys. 2.12. Ze względu na symetrię odkształcenia względem osi pokrywającej się z kierunkiem siły, pole styku kuli z odkształconą powierzchnią graniczną półprzestrzeni sprężystej przedstawiać będzie w rzucie poziomym koło o pewnym promieniu a . Wykres nacisków przedstawia bryłę symetryczną względem osi pokrywającej się z kierunkiem działania siły.

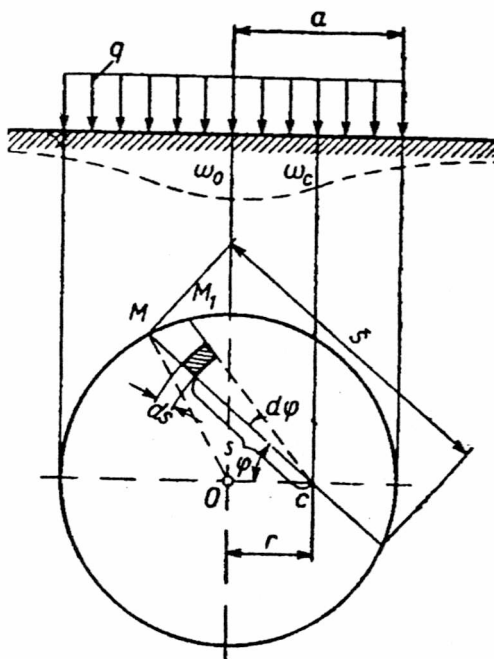


W celu obliczenia ugięcia dowolnego punktu C półprzestrzeni sprężystej leżącego na powierzchni styku należy przeprowadzić przez punkt C w rzucie poziomym nieskończenie blisko siebie leżące sieczne cn i cn_1 , obliczymy obciążenie przypadające na nieskończenie małe pole dF oddalone o s od punktu C.

Rys.2.12. Wciskanie nieodkształcalnej kuli w półprzestrzeń sprężystą

Jeżeli naprężenie ściskające na tym polu oznaczmy przez q , to elementarna siła, działająca na tym polu, zgodnie rys. 2.13, wyniesie:

$$dP = q \cdot dF = qs \cdot d\varphi \cdot ds \quad (2.17)$$



Od takiego obciążenia punkt C przemieści się o wielkość $d\omega$. W celu wyznaczenia wielkości tego przemieszczenia trzeba przeanalizować zagadnienie siły skupionej działającej na półprzestrzeń sprężystą. W literaturze zagadnienie to nosi nazwę zagadnienia Boussinesqa. A rozwiązanie tego zagadnienia podaje Timoshenko [56] oraz Biezuchow [7].

Rys.2.13. Obciążenie równomierne na polu kołowym półprzestrzeni sprężystej

Ze względu na to, że w początku układu współrzędnych dla zadania Bousinesqa przemieszczenia i naprężenia osiągają wartości nieskończenie duże, przyjęto że w tym miejscu, tzn. w strefie odkształceń plastycznych, dokonano w materiale wycięcia w postaci półkulistej powierzchni o małym promieniu, o sile skupionej P zamiennej na siły równoważne statycznie i rozłożone na tej powierzchni. Pionowe przemieszczenie punktów leżących na płaszczyźnie ograniczającej półprzestrzeń:

$$d\omega = \frac{dP(1-\nu^2)}{\pi E s} \quad (2.18)$$

Po uwzględnieniu zależności (2.17) i scałkowaniu całkowite przemieszczenie rozpatrywanego punktu C od całkowitego obciążenia wynosi:

$$\omega = \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \iint q ds d\varphi \quad (2.19)$$

W wyrażeniu (2.19) do nieznanych wielkości należy ω i funkcja rozkładu nacisków q . Z geometrycznych zależności wynika, o ile kula się nie odkształca, że:

$$\omega = \omega_0 - \omega_1 \quad (2.20)$$

przy czym:

ω_0 – obniżenie kuli (ugięcie półprzestrzeni)

ω_1 – początkowa szczelina pomiędzy kulą i płaszczyzną graniczną

$$\omega = \omega_0 - \beta_1 r^2 \quad (2.21)$$

gdzie: $\beta_1 = \frac{1}{2R}$

Równanie (2.20) wyraża warunek, że "sprężysta powierzchnia" ograniczająca półprzestrzeń przedstawia pod kulą część powierzchni tej kuli. Łącząc wyrażenia (2.19) i (2.21), otrzymamy:

$$\frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \iint q ds d\varphi = \omega_0 - \beta_1 r^2 \quad (2.22)$$

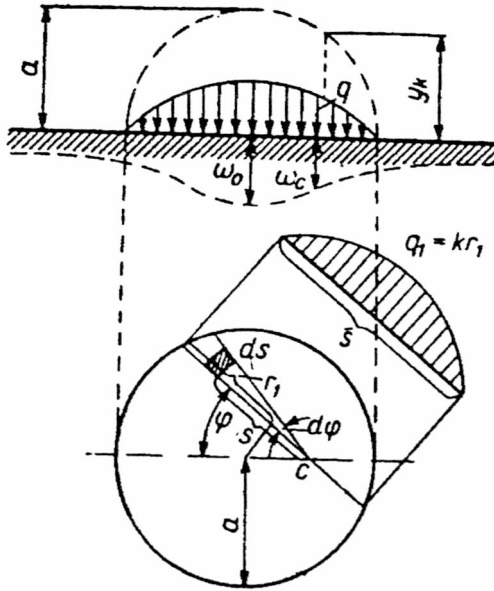
W naszym przypadku obciążenie ma w rzeczywistości rozkład według „półkuli” (rys.2.14). Jeżeli nacisk w środku pola styku oznaczmy przez q_0 , to w odległości r od tego środka nacisk wyniesie q . Pole wykresu obciążenia na długości s oznaczmy przez Ω . Po przecięciu kuli dowolną płaszczyzną otrzymamy zawsze w przekroju koło. Dlatego w naszym przypadku otrzymamy połowę elipsy i możemy zapisać, że:

$$\Omega = \int q ds = \frac{\bar{s}^2}{8} \frac{q_0}{a} \quad (2.23)$$

gdzie:

q_0 – największa intensywność obciążenia (rzędna w środku obciążonego koła)

$$q_0 = \frac{P}{\frac{2}{3}\pi a^2} \quad (2.24)$$



Rys.2.14. Obciążenie półprzestrzeni sprężystej według „półkuli”

Wykorzystując zależność, że całka na długości siecznej wynosi:

$$\begin{aligned} \int ds &= \bar{s} = 2\sqrt{a^2 - r^2 \sin^2 \varphi} \\ \int q ds &= \frac{\pi}{2}(a^2 - r^2 \sin^2 \varphi) \frac{q_0}{a} \end{aligned} \quad (2.25)$$

otrzymamy całkowite przemieszczenie punktu C:

$$\omega = 2 \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{q_0}{a} \frac{\pi}{2} (a^2 - r^2 \sin^2 \varphi) d\varphi \quad (2.26)$$

Na podstawie równości równania (2.21) i równania (2.22) wnioskujemy, że nacisk q w odległości r od środka pola styku, na pewno zachodzi według półkuli i wynosi:

$$q = q_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad (2.27)$$

Dla $r=0$ $q=q_0$, a dla $r=a$ $q=0$. Przyjmując:

$$\beta_1 = \frac{k_1 \pi^2}{4a} q_0, \quad (2.28)$$

$$k_1 = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \quad (2.29)$$

Biorąc pod uwagę równania (2.26), (2.27), (2.28), (2.29) i (2.24), odpowiednio całkując i podstawiając, otrzymamy poszukiwane wielkości geometryczne:

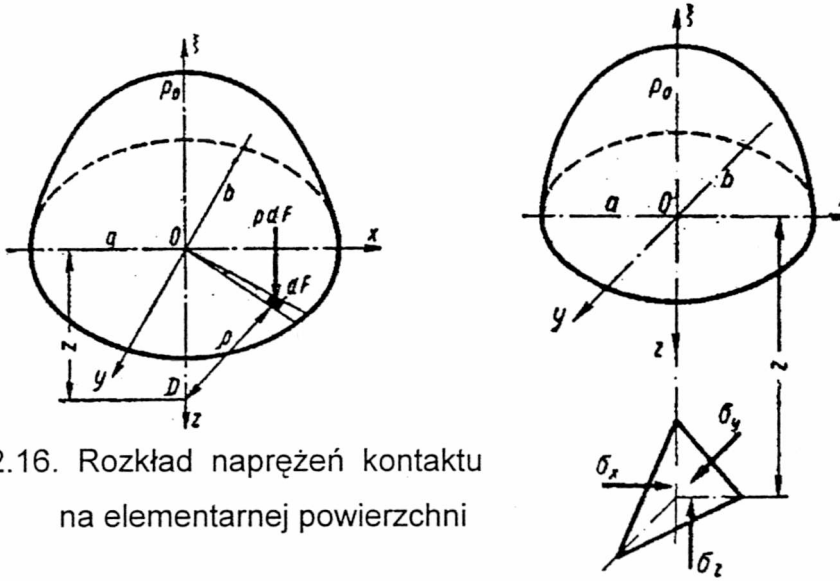
$$a = \sqrt[3]{\frac{3\pi k_1}{8 \beta_1} \cdot P}, \quad (2.30)$$

$$q_0 = \sqrt[3]{\frac{24}{\pi^5} \left(\frac{\beta_1}{k_1}\right)^2 \cdot P}, \quad (2.31)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{9\pi^2}{8} \beta_1 \cdot k_1 \cdot P^2}. \quad (2.32)$$

Takie ostateczne rozwiązanie podaje Biezuchow [7] dla nieodkształcalnej kuli wciskanej w półprzestrzeń sprężystą. Biezuchow analizował także przypadek wciskania nieodkształcalnej kuli w inną odkształcalną, sprężystą kulę oraz przypadek sprężystego ściskania kul (obu odkształcalnych). Analizy ściskania odkształcalnych ciał kulistych przeprowadził również Timoshenko [56]. Podał on rozwiązania dla wciskania odkształcalnego ciała kulistego (kuli) w płaską powierzchnię. Zagadnienie stykania się kul z płaszczyzną sprężystą, jak i samych kul jest przedmiotem analiz Bielajewa [6]. Stwierdza on, że dla stykających się kul, w świetle hipotezy największego naprężenia stycznego, w takich materiałach jak stal, największe naprężenie styczne powodujące uplastycznienie leży na osi z (pionowej) na głębokości równej w przybliżeniu połowie promienia powierzchni styku i wynosi około $0,31q_0$. Potwierdzają to analizy Timoshenki. Znając wielkości pola zetknięcia oraz działające na nie ciśnienia możemy obliczyć naprężenia. Wyniki tych obliczeń dla kulki odkształcalnej, zaprezentował Timoshenko [56]. Celowe wydaje się więc wyprowadzenie takich zależności dla kuli nieodkształcalnej. Takie analizy przeprowadzono w rozprawie w kolejnych rozdziałach bazując na rozwiązaniach Biezuchowa. Bardziej złożone zagadnienia kontaktowe uwzględniające m.in. tarcie są rozwiązane w pracach rosyjskich uczonych m.in. Galina, Bielajewa, Sztajermana, Makuszina i Sawieljewa. Ci dwaj ostatni, w pracach [40] i [41], szeroko opisali teorię kontaktowych deformacji dla różnych stykających się ciał, zestawiając wyniki w tablicach, będących podstawą dla analiz kontaktowych. Autorzy ci przedstawili również w [40], analizy naprężeń w miejscach kontaktu dla różnych stykających się ciał, m. in. dla kuli stykającej się z płaszczyzną.

Zgodnie z założeniami przyjętymi na rys.2.15 Makuszina i Sawieljewa wyznaczyli naprężenia główne w punkcie D w układzie kartezjańskim, w następującej postaci:



Rys. 2.16. Rozkład naprężeń kontaktu na elementarnej powierzchni

$$\sigma_x = \sigma_y = -p_0 \left[(1 + \nu) - \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{z^2}{a^2}} - (1 + \nu) \frac{z}{a} \arctg \frac{a}{z} \right], \quad (2.33)$$

$$\sigma_z = -p_0 \frac{1}{1 + \frac{z^2}{a^2}}, \quad (2.34)$$

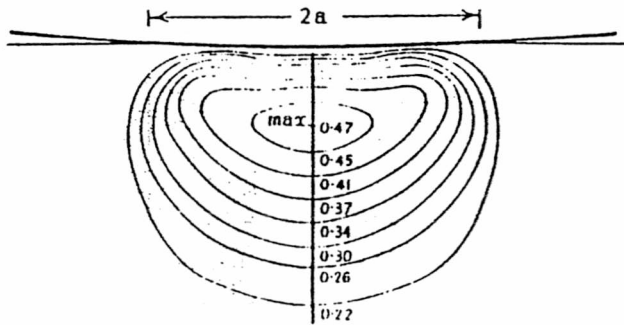
$$\tau_{zy} = \tau_{zx} = \tau_{yx} = 0$$

W artykule [3] Bidierman i Martianowa opisują zagadnienie kontaktowe, polegające na wciskaniu nieodkształcalnego walca w podkładkę gumową jako półprzestrzeń sprężystą. Zadanie to jest opisane szeregami i dotyczy wyłącznie zakresu sprężystego. W pracy podjęto próbę rozwiązania tego zagadnienia w zakresie nieliniowym.

Wszystkie przedstawione wyżej rozwiązania obowiązują tylko w zakresie sprężystym (liniowym). Nie spotkano w literaturze szczegółowych rozwiązań teoretycznych tych zagadnień w zakresie nieliniowym tzn. plastycznym.

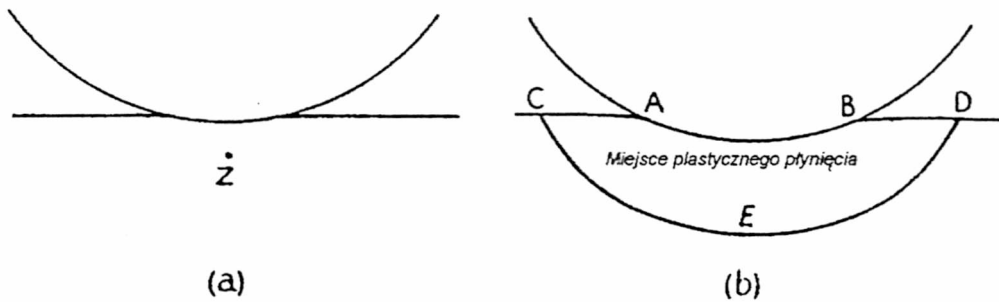
Przy pomiarze twardości metodą Brinella mamy do czynienia z dużym odkształceniami plastycznymi. Bardzo szybko po przyłożeniu obciążenia osiągniemy granicę plastyczności. Zjawisko wciskania kulki w materiał sprężysto-plastyczny zostało również opisane przez Tabora [55]. Rozkład obciążenia jest opisany po paraboli. Zgodnie z hipotezą Hubera-Misesa-Hencky'ego, maksymalne naprężenia styczne wywołują uplastycznienie materiału. Punkt uplastycznienia, o czym wspomniano wcześniej, wystąpi na poziomie około $0,5a$. Wartość maksymalnych naprężeń stycznych, wynosi

około $0,47P_m$. Gdzie P_m oznacza maksymalne ciśnienie ponad punktem kontaktu. Na rys. 2.16 przedstawiono rozkład sprężystych deformacji pod punktem kontaktu.



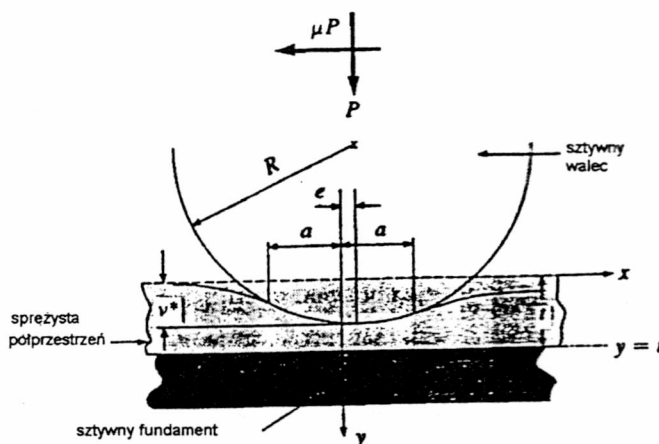
Rys.2.16. Odształcenia sprężyste z punktem uplastycznienia pod kulką

Wraz ze wzrostem obciążenia na wgłębnik, nacisk wokół powierzchni kontaktu (czaszy) rośnie powodując powstawanie kolejnych pól uplastycznienia, co pokazano na rys. 2.17.



Rys.2.17. Odształcenia plastyczne przy wzroście obciążeń na wgłębnik.

Zagadnienie kontaktowe zbliżone do opisywanego w pracy zadania, jest obecnie tematem wielu analiz teoretycznych. Na przykład Jaffar w artykule [28] analizował wciskanie sztywnego walca w sprężystą przestrzeń opartą na sztywnym fundamencie, badając zmiany odcisku sprężystego z uwzględnieniem tarcia (rys. 2.18).



Rys.2.18. Wciskanie walca w sprężystą płaszczyznę

Hills i Sackfield w artykule [26] przedstawili wyniki rozwiązań szeregu zagadnień kontaktowych, w oparciu o rozwiązania Hertza dla różnych materiałów, tzn. o zmiennej wartości ν dla różnych rodzajów obciążeń i stykających ciał się.

2.5.2. Zastosowanie MES do rozwiązania zagadnienia kontaktowego

Do rozwiązań zagadnień kontaktowych w zakresie liniowym i nieliniowym, od pewnego czasu zaczęto wykorzystywać m.in. metodę elementów skończonych, która umożliwia modelowanie bardzo złożonych zadań. Literatura dotycząca tego zakresu jest obszerna. Za jedną z podstawowych uważa się monografię Zienkiewicza [64].

Opis metody

Według Zienkiewicza materiał zostaje podzielony liniami na pewną skończoną liczbę elementów, które są połączone ze sobą w skończonej liczbie punktów, znajdujących się na obwodzie. Zostaje dla nich dobrana funkcja określająca stan przemieszczeń wewnątrz każdego elementu, w zależności od przemieszczeń węzłowych. Aby rozwiązać poprawnie zadanie MES muszą być spełnione dwa warunki: a) zgodność przemieszczeń, b) równowagi. Jest to metoda przemieszczeń, która jest równoważna z zasadą minimalizacji całkowitej energii potencjalnej (zasada Ritza).

Równania metody

Pole przemieszczeń wewnątrz elementów $\{u\}$ jest aproksymowane, na podstawie przemieszczeń w węzłach $\{\delta\}$, przy użyciu funkcji kształtu (aproksymujących) $[N]$.

$$\{u\} = [N] \{\delta\}. \quad (2.35)$$

Związki geometryczne są określane na podstawie przemieszczeń węzłowych:

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}, \text{ gdzie} \quad (2.36)$$

$[B]$ – macierz pochodnych funkcji kształtu.

Warunki równowagi w elemencie, pomiędzy siłami węzłowymi $\{F\}$ (siły wewnętrzne), a naprężeniami wewnątrz elementu $\{\delta\}$, są określone przy wykorzystaniu zasad prac przygotowanych (wirtualnych). $\{\delta^*\}$ oznacza wektor wirtualnych przemieszczeń węzłowych, a $\{\epsilon^*\}$ - odkształcenia, warunki równowagi dla elementu możemy zapisać:

$$\{\delta^*\}^T \{F\} = \int_V \{\epsilon^*\}^T \{\sigma\} dV. \quad (2.37)$$

Podstawiając do równania (2.37) związki geometryczne (2.36) otrzymamy:

$$\{F\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV \quad (2.38)$$

Do określenia macierzy sztywności elementu $[k]$, wykorzystuje się związki konstytutywne: $\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$, (2.39)

gdzie $[D]$ – macierz związków fizycznych.

Podstawiając równania (2.36) do (2.39), a następnie do (2.38), siły wewnętrzne w węzłach elementu są określone następująco:

$$\{F\} = \left(\int_V [B]^T [D] [B] dV \right) \{\delta\} = [k] \{\delta\} \quad (2.40)$$

Uzyskana w ten sposób macierz $[k]$ może być określana w lokalnym układzie współrzędnych elementu, a potem transformowana do układu globalnego. Poprzez przyporządkowanie składowych macierzy $[k]$ wszystkich elementów poszczególnym stopniom swobody konstrukcji, następuje budowa globalnej macierzy sztywności $[K]$. Obliczenia składowych macierzy sztywności dokonuje się na drodze całkowania numerycznego (najczęściej metodą Gaussa). Układ jest w równowadze, jeżeli obciążenia zewnętrzne $\{R\}$ będą zrównoważone przez siły wewnętrzne $\{F\}$:

$$\{R\} = \{F\} = [K] \{\delta\}. \quad (2.41)$$

Nieliniowość materiałowa, geometryczna, plastyczność

Istnieje szereg problemów o znaczeniu praktycznym, których nie można opisać równaniami o charakterze liniowym. Należy do nich zbiór zagadnień mechaniki ciała stałego, obejmujący zjawiska plastyczności, pełzania i inne. W zadaniach nieliniowych, konieczne jest przyjęcie sformułowania przyrostowego. Zależności dla teorii sprężystości będą ważne jeżeli określone będą na przyrostach wektorów sił $\{dF\}$ i $\{dR\}$, przemieszczeń $\{d\delta\}$, odkształceń $\{d\varepsilon\}$ i naprężeń $\{d\sigma\}$. Innego określenia wymaga jednak macierz związków fizycznych $[D]$. Konieczne jest wyznaczenie stycznej macierzy sprężysto-plastycznej, która jest sumą macierzy związków w zakresie sprężystym i plastycznym. Macierz ta opisuje degradację właściwości materiału wywołaną plastycznym płynięciem. Mamy więc możliwość zmieniania sztywności (sposób zmiennej sztywności), mamy też możliwość zmieniania wartości naprężeń (sposób naprężeń początkowych) jak i odkształceń (sposób początkowych odkształceń). Możemy wyróżnić dwa typy nieliniowości, pierwszy zawarty jest w prawie konstytutywnym materiału (nieliniowość materiałowa), a drugi w zależności od odkształcenie-przemieszczenie (nieliniowość geometryczna). Na podstawie Zienkiewicza [64] w układach równań nieliniowych mamy zależność wg sposobu zmiennej sztywności

$$\{\psi(\delta)\} = [K(\delta)] \{\delta\} - \{R\} = 0, \quad (2.42)$$

$\{\psi(\delta)\}$ - funkcja określa obciążenie zewnętrzne, które pozostaje niezrównoważone przez siły wewnętrzne.

Algorytmy rozwiązywania układów nieliniowych

Metoda iteracji bezpośredniej

Do równania (2.42) wprowadza się początkową wartość przemieszczenia $\{\delta\}=\{\delta^0\}$. W kolejnych krokach rozwiązywany jest układ równań, w którym za każdym razem modyfikuje się macierz sztywności $[K]$ (rys.2.20).

$$\{\delta^i\} = [K(\delta^{i-1})]^{-1} \{R\}. \quad (2.43)$$

W każdej iteracji wymaga się obliczania macierzy sztywności i układu równań.

Metoda Newtona-Raphsona

Wyrażenie (2.42) rozwija się w szereg Taylora, z ograniczeniem do dwóch pierwszych wyrazów:

$$\{\psi(\delta^{i+1})\} = \{\psi(\delta^i)\} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial \delta} \right]_i \{\Delta \delta^i\} \quad (2.44)$$

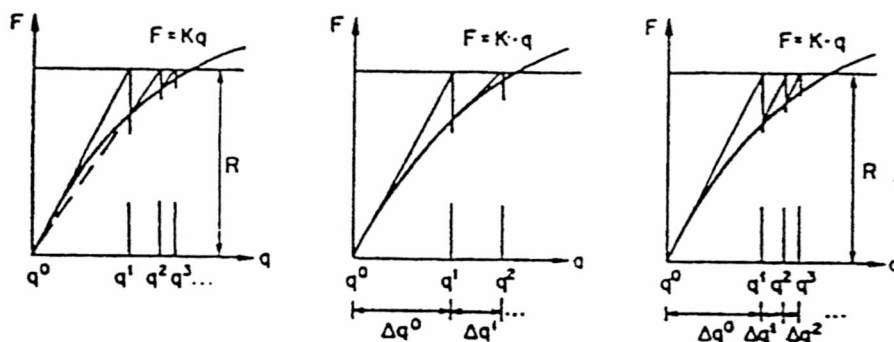
gdzie : $\{\delta^{i+1}\} = \{\delta^i\} + \{\Delta \delta^i\}$.

Macierz $[K_T(\delta)]$ –macierz styczna w punkcie δ . Funkcja $\{\psi(\delta)\}$ stanowi błąd rozwiązania. Poszukuje się takich wartości $\{\Delta \delta^i\}$, aby $\{\psi(\delta^{i+1})\} = 0$. Mamy więc:

$$\{\Delta \delta^i\} = - [K_T(\delta^i)]^{-1} \{\psi(\delta^i)\} = [K_T(\delta^i)]^{-1} \{\{R\} - \{F(\delta^i)\}\}, \quad (2.45)$$

co stanowi rozwiązanie zadania. Iteracje przebiegają aż do osiągnięcia zbieżności.

Tak opisana metoda nazywa się metodą Newtona-Raphsona, rys. 2.19.



Rys. 2.19. Algorytm metod: a) iteracji bezpośredniej, b) Newtona-Raphsona, a) zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona

W tym algorytmie można dokonać pewnej modyfikacji. Jeżeli przyjmiemy, że macierz sztywności $[K_T(\delta^i)]$ jest stała na danym przyroście obciążenia, to znaczy :

$$\begin{aligned} K_T(\delta^i) &= [K_T(\delta^0)] \\ \{\Delta \delta^i\} &= - [K_T(\delta^0)]^{-1} \{\psi(\delta^i)\}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Równanie (2.46) stanowi istotę zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona, zwanej też metodą naprężeń początkowych (rys.2.20).

Metody przyrostowe

Przedstawione wyżej metody nie zawsze zapewniają zbieżność we wszystkich wypadkach. Dlatego wprowadzono metody przyrostowe. Procedura zapewnia zbieżność jeżeli $\lambda\{R_0\}$ jest wyznaczony i dostatecznie mały. Równanie (2.42) ma postać:

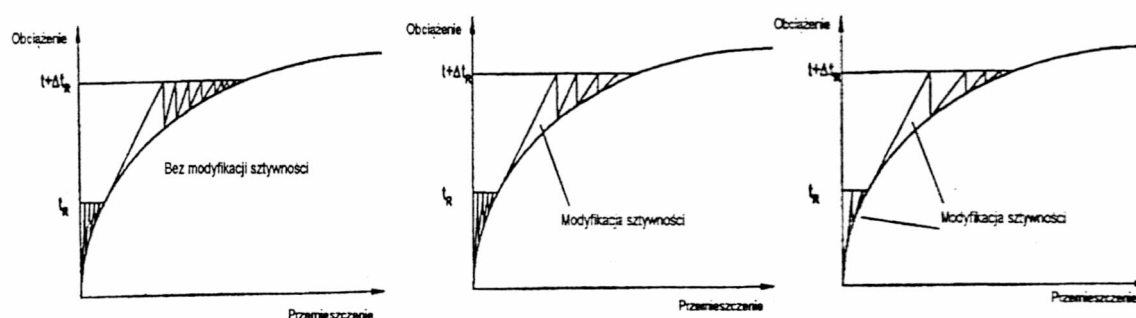
$$[K(\delta)]\{\delta\} + \lambda\{R_0\} = \{F(\delta)\} + \lambda\{R_0\} = 0 \quad (2.47)$$

Różniczkując równanie (2.47) po λ , otrzymuje się związek:

$$\left\{ \frac{d\delta}{d\lambda} \right\} = -[K_T(\delta)]^{-1} \{R_0\} \quad (2.48)$$

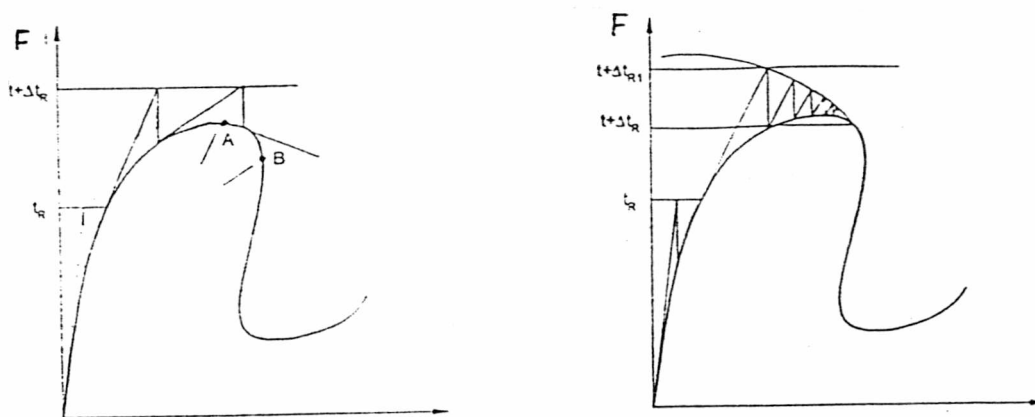
Do rozwiązania równania (2.48) służą następujące algorytmy: algorytm przyrostowy Eulera, poprawiony algorytm przyrostowy Eulera, algorytm przyrostowy sieczny.

Do analiz konstrukcji stalowych najczęściej wykorzystywany jest algorytm zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona. Wśród, której możemy wydzielić trzy wspólne formy iteracji, zgodnie z opisem systemu-Lusas [35]: metoda wstępnej sztywności, metoda KT1, metoda KT2. Zasady powyższych metod pokazuje rys. 2.20. Badanie linii (ścieżki równowagi przemieszczenie-obciążenie) polega na badaniu współczynnika zbieżności i modyfikacji iteracji (wielkości kroku) przemieszczenia, aby dla określonego odcinka (długości) tej linii była minimalna energia potencjalna.



Rys. 2.20. Formy zmodyfikowanej iteracji Newtona

Dla każdej iteracji w ścieżce rozwiązań zadań nieliniowych przyporządkowane są kroki (przyrosty) obciążenia. W systemie Lusas dostępne są dwie procedury zadawania przyrostów obciążeń (rys.2.21): stały poziom przyrostu obciążenia, przyrost zmodyfikowanej długości łuku (metoda Crisfielda albo Rheinbolta).



Rys. 2.21. Procedury przyrostowe dostępne w MES wg Lusasa [35].

Nieliniowość geometryczna

Dla geometrycznej nieliniowości wykorzystywana jest najczęściej formuła Lagrange'a. Naprężenia i odkształcenia są określone w tej formule poprzez tensory, dla naprężeń jest tensor Piola-Kirchhoffa, a dla odkształceń tensor Greena-Lagrange'a.

Plastyczność

Istotą teorii plastyczności jest nieodwracalne odkształcenie niezależne od czasu i zachodzące tylko wtedy, gdy osiągnięta zostanie granica plastyczności. W teorii plastyczności obowiązują dwa warunki plastyczności: Hubera-Misesa-Hencky'ego i Treski. Dla metali najbardziej zbliżona jest ta pierwsza. Płynięcie materiału zachodzi, gdy naprężenia $\{\sigma\}$ spełnia ogólne kryterium płynięcia:

$$F(\{\sigma\}, \{\chi\}) = 0, \quad (2.49)$$

gdzie $\{\chi\}$ oznacza parametr wzmocnienia. Prawo plastycznego płynięcia (zasada normalności): mówi o związku określającym przyrosty odkształceń plastycznych (ich prędkości) względem powierzchni płynięcia. W metodzie tej macierz sprężysto-plastyczna zajmuje miejsce macierzy sprężystej.

$$\delta\{\varepsilon\}_p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \quad (2.50)$$

Sformułowanie zagadnienia plastyczności w postaci metody przyrostowej zostało podane przez Zienkiewicza [64]. Dla materiałów o wzmocnieniu izotropowym przyjmuje się, że χ przedstawia pracę, wykonaną podczas odkształcenia plastycznego.

$$d\chi = \sigma_1 d\varepsilon_1^p + \sigma_2 d\varepsilon_2^p + \dots = \{\sigma\}^T d\{\varepsilon\}^p \quad (2.51)$$

Podstawiając prawo płynięcia (2.50) otrzymamy:

$$d\chi = \lambda \{\sigma\}^T \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \quad (2.52)$$

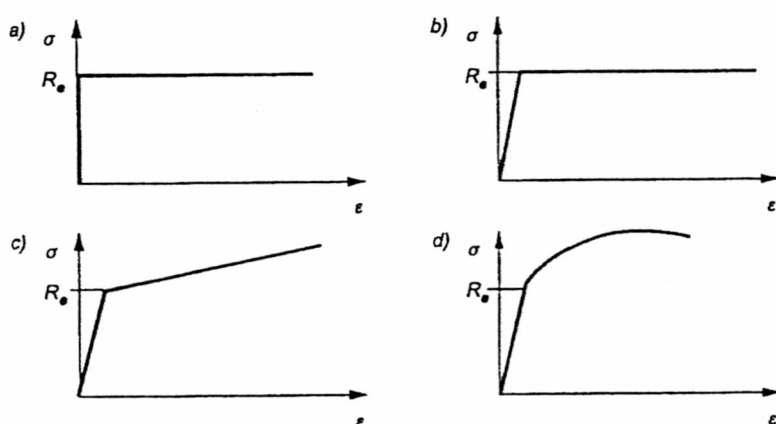
Zależność pomiędzy prędkością odkształceń plastycznych a stanem naprężeń i prędkością wzrostu naprężeń opisują związki wg teorii Prandtla-Reussa dla powierzchni płynięcia Misesa, które możemy zapisać równaniem:

$$H' = \frac{\partial F}{\partial \chi} \{\sigma\}^T \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \quad (2.53)$$

H' – nachylenie krzywej przy płynięciu.

Modele stali

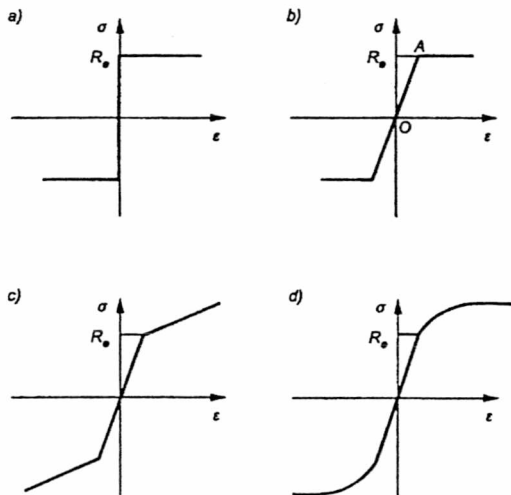
Najbardziej zbliżonym modelem do materiału rzeczywistego jest ciało sprężysto-plastyczne. Na rys. 2.22 przedstawiono różne modele materiału.



Rys.2.22. Modele materiału: a) idealnie sztywno-plastyczny; b) sprężysto-idealnie plastyczny; c) sprężysto-plastyczny z umocnieniem liniowym; d) sprężysto-plastyczny z umocnieniem nieliniowym

Metale najczęściej opisywane są jako ciała izotropowe, tzn. takie, które we wszystkich kierunkach mają jednakowe właściwości mechaniczne.

Do zbudowania teorii plastycznego płynięcia materiałów konieczne jest wprowadzenie pewnych wyidealizowanych modeli zachowania się ciała. Modele ciała sprężysto-plastycznego pokazuje rys. 2.23. Dla modelu a) pominięto odkształcenia sprężyste, a naprężenia, przy których następuje płynięcie materiału są stałe, nie zależne od wielkości i prędkości odkształcenia. Model b) zbliżony jest do modelu a) lecz uwzględnia odkształcenia sprężyste. Modele c) i d) uwzględniają zależność oporu plastycznego od wielkości odkształcenia plastycznego.



Rys.2.23. Modele ciała

Zagadnienia kontaktowe w MES-ie.

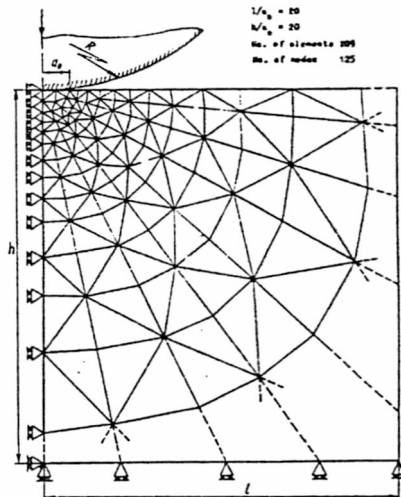
Przy modelowaniu zadań kontaktowych obok podstawowych wiadomości podanych powyżej, korzysta się z dodatkowych atrybutów jakimi są odpowiednio zdefiniowane powierzchnie kontaktu tzw. *slidelines*. Pozwalają one dokładnie scharakteryzować dany model kontaktu. Możemy zadać np. współczynniki tarcia materiałów w kontakcie, ich współczynniki sztywności itp. W MES-ie musimy podzielić elementy będące w kontakcie na *Master* i *Slave*, które przyporządkowujemy zarówno do linii jak i powierzchni, w zależności od rodzaju zadania. Do analiz zadań kontaktowych wykorzystuje się dwa algorytmy sprawdzania cech powierzchni podczas kontaktu:

- *penalty method* - wprowadza się dodatkowy parametr (penalty), który określa nam wielkość siły penetracji, która nie wywołuje tej penetracji w materiale
- *Lagrangian multiplier* - współczynnik używany do kontrolowania wzrostu sił na powierzchni kontaktu nie zmieniający warunków wstępnych zadania.

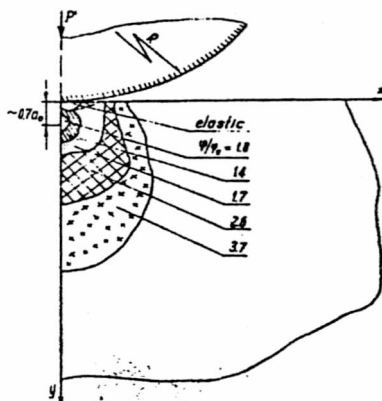
Szczegóły modelowania zadań kontaktowych podają instrukcje dotyczące systemów komputerowych MES, np. Lusas [35], Abaqus.

Zadania kontaktowe w MES były przedmiotem analiz wielu grup naukowców. Przytoczone, tylko nieliczne przykłady, najbardziej zbliżone do zagadnienia charakteryzującego pomiar twardości metodą Brinella (wciskanie kulki w materiał). Przykładem takiego rozwiązania jest zadanie przedstawione w artykule [31], opracowanym przez Kikuchi i Skalskiego. Przedstawiona praca dotyczyła pewnej klasy zagadnień kontaktowych, w których jedno ciało jest sztywne, zaś drugie odkształcalne. Zagadnienie zostało sformułowane za pomocą wariacyjnych nierówności (teoretycznie), a następnie rozwiązane za pomocą MES. Założono, że początkowe pole kontaktu ciał jest punktowe. Przyjęto ciało sprężysto-plastyczne zgodnie z równaniem plastyczne-

go płynięcia Prandtla-Reussa, wykorzystując metodę przyrostową. Rozważano numerycznie wciskanie nieskończenie długiego sztywnego cylindra w półprzestrzeń sprężysto-plastyczną ze wzmocnieniem, o wysokich parametrach wytrzymałościowych. Zadanie to rozwiązano zarówno w zakresie sprężystym jak i plastycznym, lecz przy niezbyt dużych obciążeniach wywołujących uplastycznienia materiału. Na rys. 2.24. przedstawiono model zadania, elementy skończone zostały zbudowane indywidualnie przez autorów. Wzrost obszarów uplastycznienia w półprzestrzeni dla różnych głębokości wciskania walca pokazuje rys. 2.25. Pierwsze elementy ulegające uplastycznieniu ($\varphi/\varphi_c=1$) powstają w osi symetrii zadania, pod początkowym punktem kontaktu, na głębokości około $0,7a_0$, i jest to zgodne z teorią Bielajewa [6], ten punkt określa się jako punkt Bielajewa. Kolejny wzrost obciążenia podano na rysunku jako stosunek $\varphi/\varphi_c > 1$, aż do poziomu 3,7.



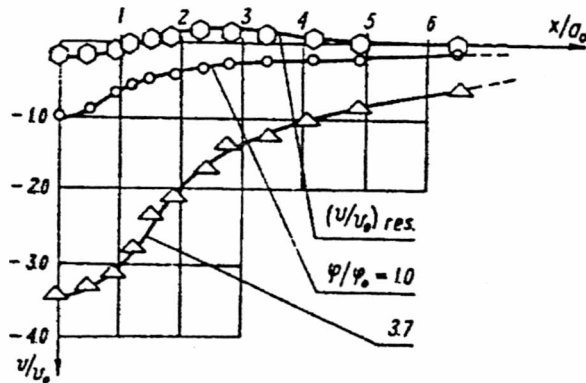
Rys.2.24. Model zadania. Podział na elementy skończone



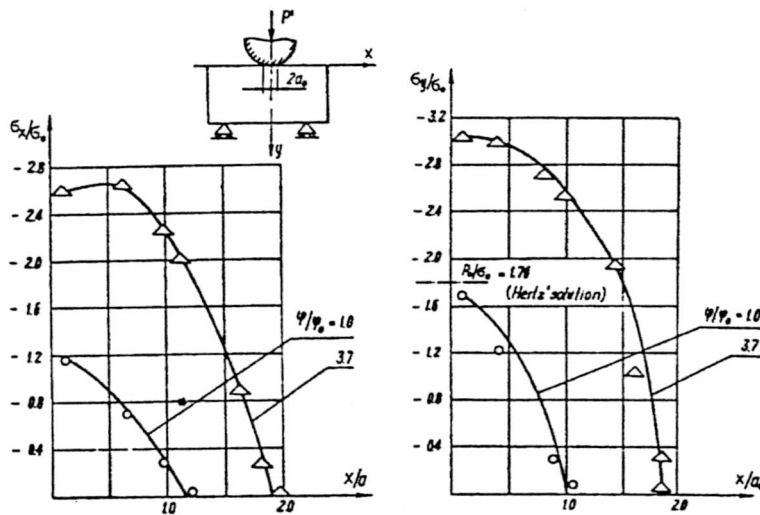
Rys.2.25. Schematyczny wzrost powierzchni uplastycznienia

Na rys. 2.26. przedstawiono przemieszczenia pionowe powierzchni kontaktu dla różnych przyrostów obciążenia ($\varphi/\varphi_c=1\div 3,7$) w porównaniu do obciążeń w stanie sprężystym (liniowym). Wyznaczone krzywe wskazują na powstawanie tzw. krateru na

powierzchni półprzestrzeni, co jest zgodne z tym, co opisuje Tabor [55]. Na rys.2.27. przedstawiono naprężenia σ_x i σ_y , w stosunku do granicy plastyczności (σ_0), wzdłuż powierzchni kontaktu dla różnych warunków obciążenia ($\varphi/\varphi_c=1\div 3,7$), w porównaniu do wyników w zakresie sprężystym (liniowym).

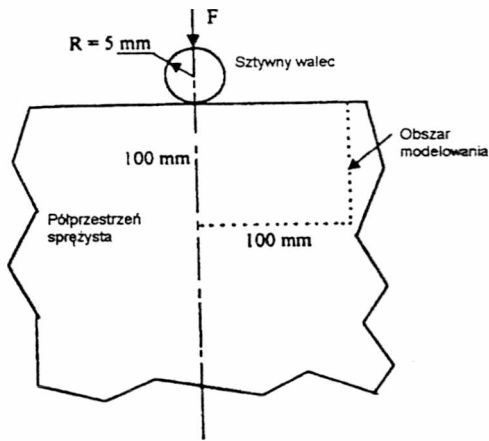


Rys.2.26. Przemieszczenia pionowe dla powierzchni kontaktu

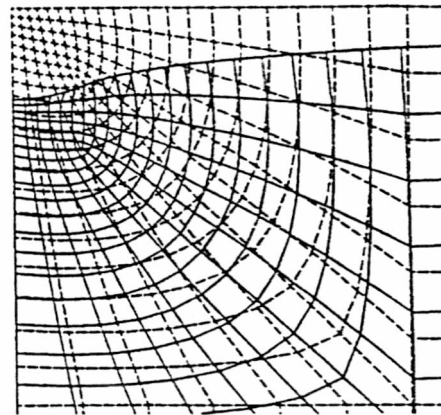


Rys. 2.27. Naprężenia σ_x i σ_y na powierzchni kontaktu dla różnych obciążeń

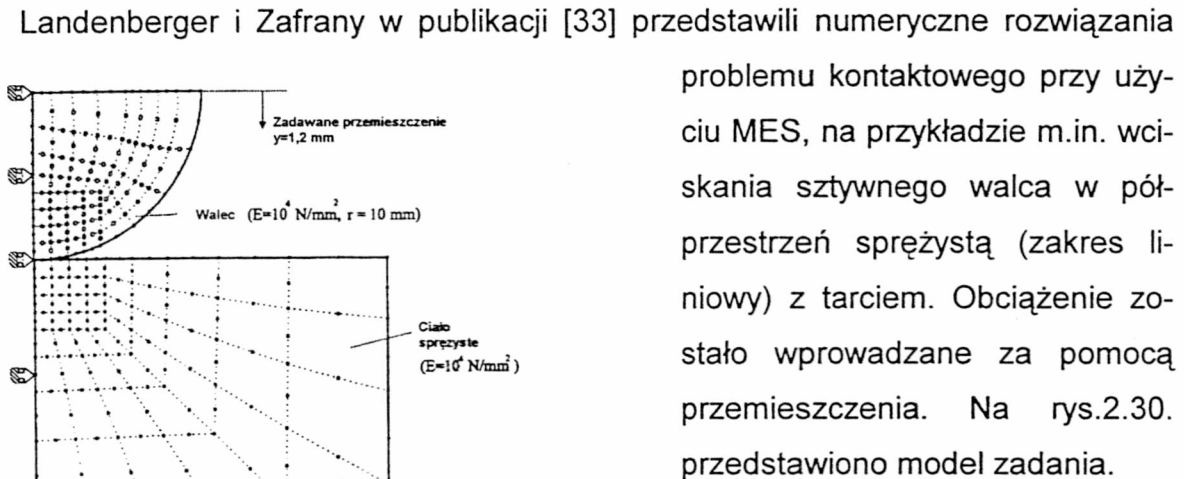
W pracy Ming Xie i Adamsa [44] przedstawiono zadanie kontaktowe rozwiązane przy użyciu systemu ABAQUS. Zadanie polegało podobnie jak w artykule [31] na wciskaniu sztywnego walca, w półprzestrzeń sprężystą, rozwiązanie liniowe. Poprzez walec było przekazywane obciążenie skupione na belkę, wywołując w belce naprężenia ścinające. Na rys. 2.28. przedstawiono model zadania, a na rys. 2.29. zdeformowaną geometrię półprzestrzeni sprężystej. Zadanie kontaktowe przy dużych odkształceniach rozwiązuje się MES-em w zakresie liniowym i nieliniowym z tarciem za pomocą metody *penalty*. Wykorzystano tutaj analizy przeprowadzone przez Bittencourt i Creusa [8]. Rozpatrywano zagadnienie sztywnego ciała wciskanego w odkształcalną półprzestrzeń lub w inne odkształcalne ciało, oraz przypadek stykania się dwóch odkształcalnych walców, wykorzystano metodę Newtona-Raphsona.



Rys.2.28. Sztywny walec wciskany w izotropową półprzestrzeń sprężystą

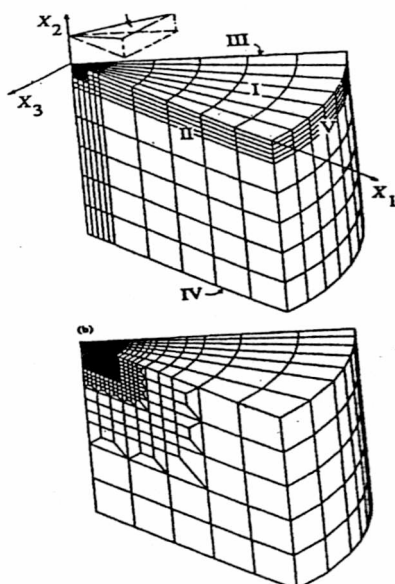


2.29. Zdeformowana geometria półprzestrzeni wskutek obciążeń zadanych poprzez kontakt



Rys. 2.30. Model zadania kontaktowego z tarciem

Zadaniem kontaktowym zbliżonym tematycznie do pomiaru twardości metodą



Brinella, jest rozwiązanie przedstawione przez Giannakopoulou i Larssona, zaprezentowane w artykule [19]. Analizowali oni problem na przykładzie wciskania ostrosłupa w półprzestrzeń sprężysto-plastyczną bez wzmocnienia, dla przypadku małych i dużych odkształceń. Model przedstawiono na rys.2.31. Przyjęto materiał izotropowy.

Rys. 2.31. Model MES pomiaru twardości metodą Vickersa

Na uwagę zasługuje model siatki, która w miejscu kontaktu została zagęszczona. Ma to przede wszystkim znaczenie przy analizach nieliniowych. Obliczenia wykonano przy użyciu systemu ABAQUS. Przedstawione zadanie wyniki stanowi rozwiązanie z zakresu pomiaru twardości Vickersa. Wyniki analiz numerycznych zweryfikowano pomiarami rzeczywistymi za pomocą twardościomierza Vickersa.

3. TEZY PRACY

Na podstawie analizy aktualnego stanu wiedzy analizowanych zagadnień, opisanych, w rozdziale 2, sformułowano następujące tezy pracy doktorskiej:

- A) Wyężenie elementów stalowych ma istotny wpływ na wyniki nieniszczących pomiarów twardości. Odnosi się to do wyężenia stanem naprężeń zarówno prostym (niezależne σ lub τ) jak i złożonym (łączne σ i τ).**
- B) Relacja między twardością a wytrzymałością stali będąca funkcją stanu naprężeń w elemencie, uzależniona jest przypuszczalnie pod względem ilościowym od grubości elementu, na którym przeprowadzane są pomiary twardości.**
- C) Wpływ wyżej wspomnianych czynników można wyznaczyć także w badaniach teoretycznych, rozwiązując odpowiednie zagadnienie kontaktowe.**
- D) Dla stali stosowanych w konstrukcjach budowlanych można określić bezpośrednie zależności między twardością HB lub parametrami wytrzymałościowymi R_e , R_m a składem chemicznym.**

4. BADANIA WSTĘPNE

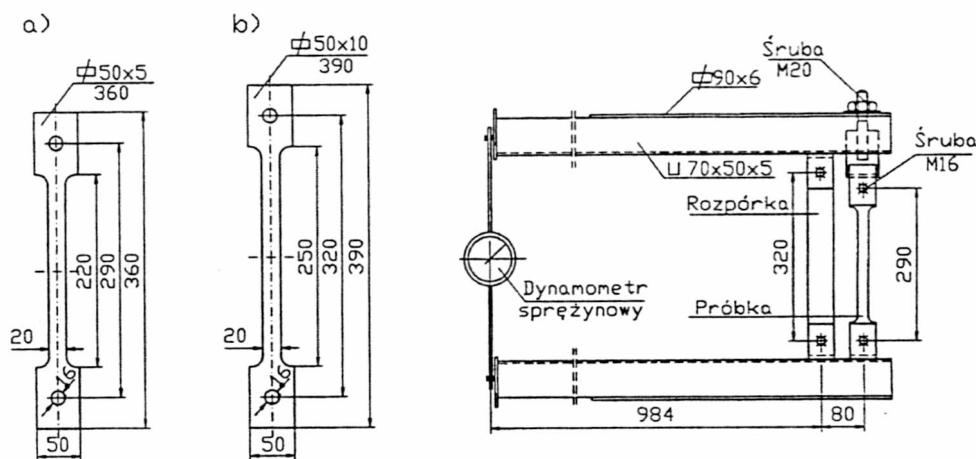
4.1. Cel i zakres badań wstępnych

Celem badań wstępnych było sprawdzenie słuszności postawionych tez pracy doktorskiej. Główny nurt badań obejmował wstępną weryfikację wpływu wyężenia elementów konstrukcyjnych na relację pomiędzy twardością a wytrzymałością. Na podstawie tych badań ustalono, w jaki sposób przygotować badania doświadczalne. Dotyczyło to przede wszystkim doboru odpowiedniej badawczej i stworzenia optyma-

-lnego stanowiska badawczego. Opisane badania wstępne były przeprowadzane w różnych miejscach, przy użyciu różnej aparatury.

4.2. Analizy statystyczne istniejących badań

Niżej przedstawiono tego artykuł [20], w Ramach którego dokonano profesjonalnych analiz statystycznych wyników badań opisanych w [21], zwracający uwagę na celowość kontynuowania badań na większej liczbie zbiorów. Badania twardości przeprowadzono na stacjonarnym twardościomierzu Brinella, na specjalnych próbkach pokazanych na rys.4.1., wykonanych z blach ze stali o gatunkach: St3S, 18G2 i 10HA. Obciążenie podłużne próbek realizowano w specjalnym przyrządzie badawczym, pokazanym na rys.4.2. Twardość Brinella próbek mierzono kulą stalową o średnicy 5mm, przy obciążeniu siłą 7355 N utrzymywanym przez 10÷15s. Pomiary przeprowadzano dla odpowiednich poziomów wyężenia próbek. Po zakończeniu badań twardości, próbki poddano badaniom wytrzymałościowym, na podstawie których wyznaczono parametry wytrzymałościowe R_i wraz z odpowiednimi odchyleniami standardowymi s_{Ri} dla poszczególnych gatunków stali.



Rys.4.1. Próbkki do badań twardości przy: a) rozciąganiu, b) ściskaniu

Rys.4.2. Przyrząd badawczy

Wyniki badań opracowano statystycznie za pomocą pakietu STATGRAPHICS [52]. Oszacowanie granicy plastyczności lub wytrzymałości stali na podstawie pomiarów twardości oraz znalezienie zależności twardości HB od wyężenia σ dla danej stali, rozpatrywane było jako zagadnienie teorii liniowej estymacji średniokwadratowej. Podstawowym kryterium tej teorii stanowi minimum błędu średniokwadratowego oszacowania. Poszukiwano równań regresji, które przedstawiałyby dokładnie te rela-

cje. Założono przy tym poziom ufności 0,95. Wyniki otrzymane z badań próbek wykonanych z rozważanych gatunków stali, aproksymowano odpowiednio prostą, krzywą wykładniczą i wielomianem drugiego stopnia. Wyznaczone zależności twardości HB od wyężenia σ są jakościowo zgodne z wynikami badań omówionych w monografii Markowca [42], różnią się zaś od nich dość istotnie w kwestii ilościowego ujęcia tego wpływu. W artykule przedstawiono również wyniki badań statystycznych zależności HB_0/HB od wyężenia σ , będącego efektem obciążenia podłużnego. Zależność HB_0/HB w funkcji σ , aproksymowano jak zależność $HB(\sigma)$. Na podstawie omówionych badań, zaproponowano w artykule, następujące formuły do obliczania HB_0 wraz ze współczynnikami korelacji r :

- w przypadku próbek ze stali St3S

$$HB_0 = HB(1,0012 + 0,044 \sigma/100), \quad r = 0,9747, \quad (4.1)$$

- w przypadku wszystkich próbek

$$HB_0 = HB(1,0082 + 0,043 \sigma/100), \quad r = 0,8303. \quad (4.2)$$

W celu uogólnienia równania (2.12), przedstawiającego zależności między twardością a wytrzymałością stali, do postaci umożliwiającej określanie parametrów wytrzymałościowych stali R_e i R_m na podstawie twardości HB pomierzonej na obciążonych elementach konstrukcyjnych, przeprowadzono odpowiednią obróbkę statystyczną zależności $R_i/(9,8HB) = f_i(\sigma)$, otrzymanych z badań twardości i badań wytrzymałościowych. Zależności te aproksymowano prostą i wielomianem drugiego stopnia. Na podstawie tych analiz zaproponowano następujące formuły do obliczania parametrów wytrzymałościowych stali R_e i R_m na podstawie badań twardości HB :

- w przypadku próbek ze stali St3S

$$R_e = 9,8HB(0,231 + 0,017 \sigma/100), \quad (4.3)$$

$$R_m = 9,8HB(0,338 + 0,017 \sigma/100), \quad (4.4)$$

- w przypadku wszystkich próbek

$$R_e = 9,8HB(0,237 + 0,008 \sigma/100), \quad (4.5)$$

$$R_m = 9,8HB(0,341 + 0,017 \sigma/100). \quad (4.6)$$

Uogólnienie równania (2.12) uzyskano ponadto na drodze regresji wielokrotnej. Przyjęto przy tym, że $R_i(HB, \sigma)$ jest funkcją liniową o postaci:

$$R_i = a_i + b_i HB + c_i \sigma \quad \text{przy } i = e, m,$$

w której a_i, b_i, c_i są współczynnikami regresji wielokrotnej.

Przeprowadzone badania statystyczne na zbiorach wyników obejmujących wszystkie próbki wykazały, że udział stałej a_i w przyjętym modelu regresji jest w obu przypadkach nieistotny. Powtórna analiza regresji bez uwzględnienia stałej ($a_i=0$), pozwoliła na uzyskanie znacznie większych współczynników korelacji wielokrotnej, niż wyznaczone wcześniej. Otrzymane zależności wraz ze współczynnikami korelacji wielokrotnej, przedstawiają się następująco:

$$R_e = 2,321 \text{ HB} + 0,108 \sigma, \quad r = 0,9986, \quad (4.7)$$

$$R_m = 3,337 \text{ HB} + 0,220 \sigma, \quad r = 0,9991. \quad (4.8)$$

Przedstawione w artykule badania doświadczalne wraz z obróbką statystyczną udowodniły, że wyężenie stalowych elementów konstrukcyjnych ma znaczący wpływ na wyniki dokonywanych na nich pomiarów twardości. W przypadku elementów rozciąganych otrzymuje się przy tym twardość zaniżoną, a w elementach ściskanych - zawyżoną. Pod względem ilościowym wpływ ten wynosi dla stali: St3S - około 4%, 10HA - około 3%, 18G2 - około 2% na każde 100MPa w stosunku do twardości określonej na próbkach nieobciążonych. Wielkość tego wpływu zależy przede wszystkim od wytrzymałości stali, a przypuszczalnie także od grubości badanych elementów, co wymaga przeprowadzenia dodatkowych badań. Celowe wydaje się dokonanie weryfikacji uzyskanych wyników na większej liczbie zbiorów.

4.3. Badania metodą EQUO

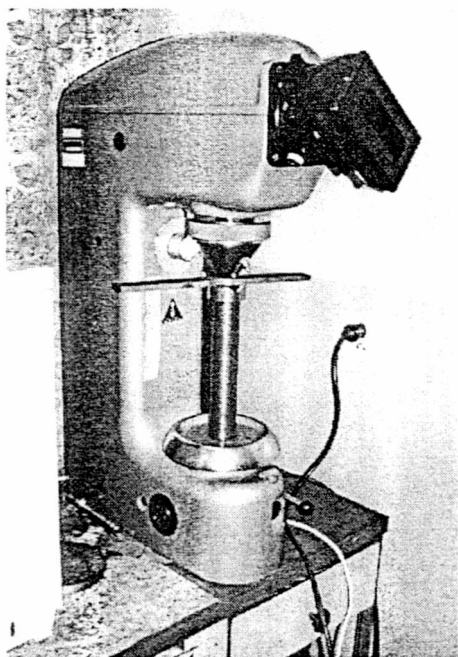
W celu przeprowadzenia badań doświadczalnych, w pierwszym etapie przeprowadzono badania, które miały wskazać najwłaściwszą drogę pod względem doboru odpowiedniej aparatury badawczej. Dlatego też przymierzono się do pomiarów twardości metodą dynamiczno-sprężystą (sklerometryczną), najłatwiejszą i najwygodniejszą do zastosowania. Do tego celu wykorzystano twardościomierz Equotip firmy

PROCEQ. Zasadę działania tego twardościomierza opisano w punkcie 2.1.4.



Rys.4.3. Twardościomierz Equotip- testowanie

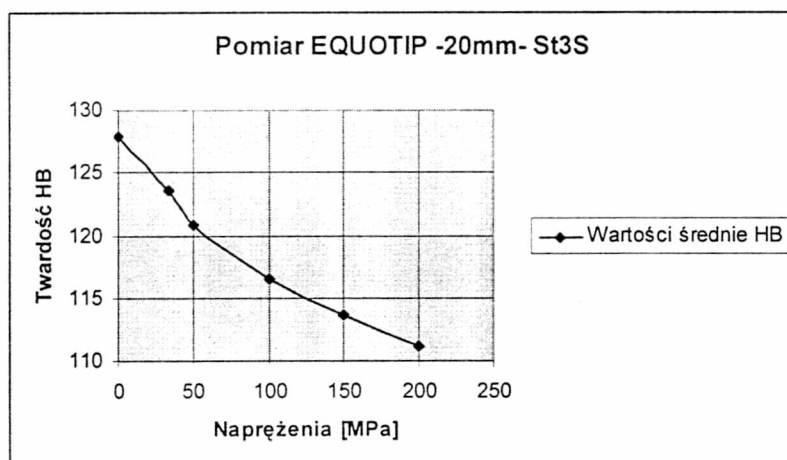
Badania przeprowadzono w laboratorium ZM „LEGMET” w Legnicy, na czterech próbkach wykonanych ze stali St3S o grubości ok. 20 mm i próbkach o grubości 4mm. Próbkę te wcześniej poddano procesowi szlifowania na szlifierce magnetycznej i frezowaniu na frezarce poziomej z równomiernym chłodzeniem emulsją. Przed pomiarami przetestowano twardościomierz Equotip na próbkach wzorcowych (rys.4.3). Wstępnie pomierzono próbki na stacjonarnym twardościomierzu Brinella, dla stanu „zerowego” (rys. 4.4), następnie umieszczono próbki w maszynie wytrzymałościowej i poddano rozciąganiu, dokonując pomiarów twardości twardościomierzem Equotip,



dla poszczególnych stanów naprężeń. Wyniki pomiarów odczytane w skali Leeba przeliczono na twardość w skali Brinella. Na podstawie badań sporządzono dla próbek o grubości 20mm wykres zależności twardości od wyężenia próbki naprężeniami rozciągającymi (rys.4.5). Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że:

- stan wyężenia ma wpływ na wyniki pomiaru twardości (por. rys. 4.5),
- twardościomierz Equotip nadaje się do badań twardości próbek cienkich (4mm), ze względu na ich podatność (przejście fali uderzeniowej zakłócało pomiar, obarczając wyniki dużymi błędami).

Rys.4.4. Stacjonarny twardościomierz Brinella



Rys.4.5. Zależność twardości od naprężeń rozciągających, pomierzona twardościomierzem Equotip na próbkach o grubości 20mm

W związku z powyższym kontynuowano poszukiwania innego typu twardościomierza, umożliwiającego pomiary twardości elementów o takich grubościach, z którymi mamy do czynienia w budownictwie.

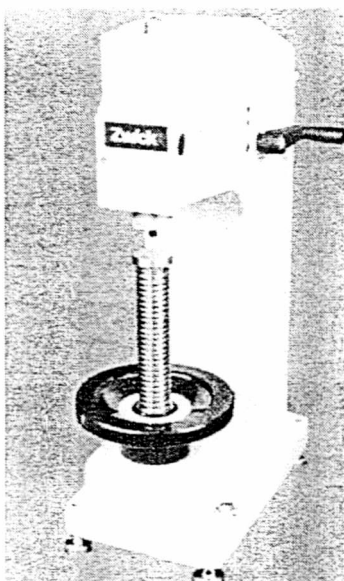
4.4. Wybór twardościomierza do badań

Zdecydowano się na twardościomierz oparty na statycznej metodzie pomiarów twardości. Dokonano przeglądu dostępnych na rynku polskim przenośnych twardościomierzy. Kilka z nich pokazano na rys. 4.6, 4.7, 4.8.

a)

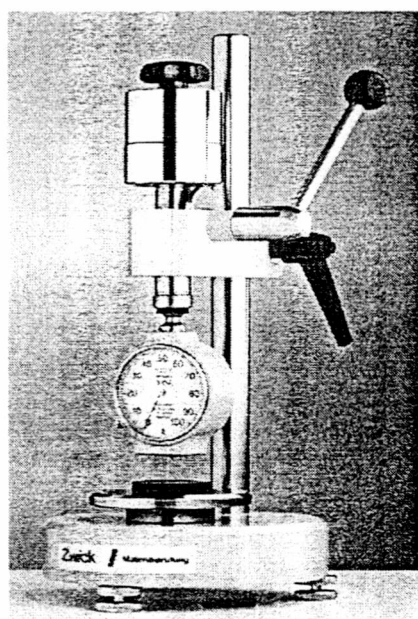


b)

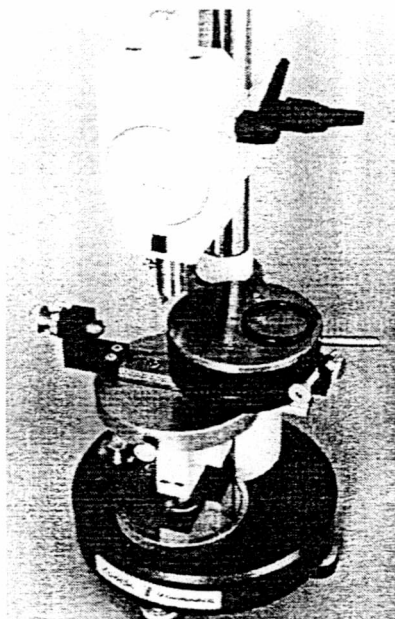


Rys.4.6. Przenośne
twardościomierze:
a) firmy INSTRON
b) firmy ZWICK 3106

a)

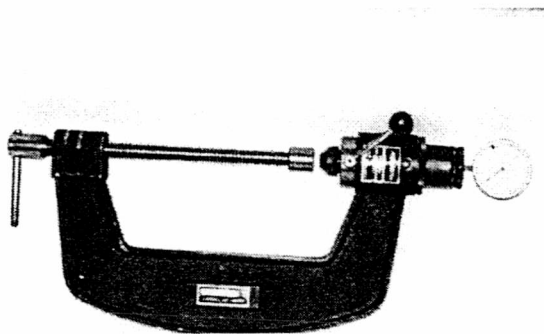


b)

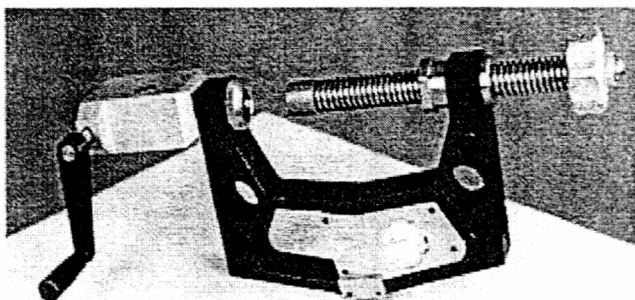


Rys.4.7. Przenośne twardościomierze firmy ZWICK: a) Shore'a b) O-ring

a)



b)



Rys.4.8. Przenośne twardościomierze: a) Rockwella, b) Brinella (PZ-3 firmy Zwick)

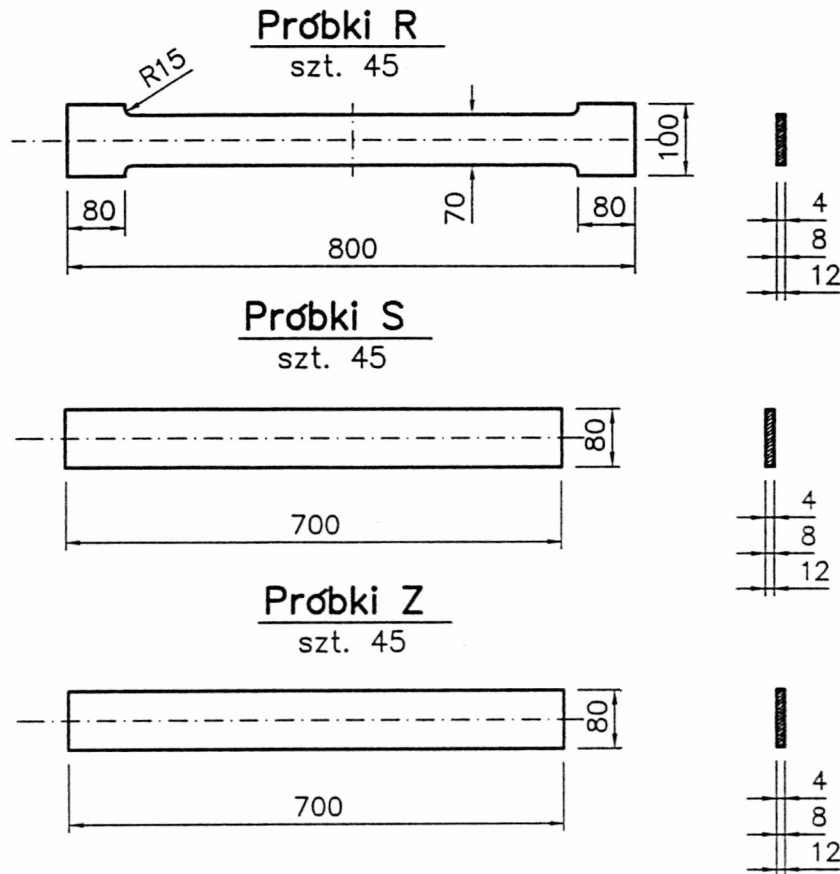
Przed zakupem twardościomierza przeprowadzono wstępne pomiary twardości za ich pomocą. Biorąc pod uwagę przydatność do planowanych badań, ciężar, łatwość pomiaru i inne wybrano przenośny twardościomierz PZ-3, który zakupiono w firmie Zwick w Niemczech.

5. BADANIA DOŚWIADCZALNE

5.1. Program, stanowiska i przebieg badań

5.1.1. Program i próbki do badań

Badania prowadzono na specjalnie przygotowanych próbkach, wykonanych z blach ze stali: St3S, St3SY, St3SX, 18G2A, 14HNMBCu. Dla każdego gatunku stali wykonano trzy typy próbek w zależności od badań, do których były one przeznaczone. Różniły się one kształtem i wymiarami, w celu dostosowania do odpowiednich stanowisk badawczych, do badań twardości przy wyłożeniu naprężeniami rozciągającymi, ściskającymi i ścinającymi. Dla każdego typu przygotowano trzy różne grubości próbek : 4, 8, 12 mm. Dla każdej grubości wykonano trzy próbki. Ogółem więc wykonano po dwadzieścia siedem próbek dla każdego gatunku stali, w tym dziewięć do badań twardości podczas rozciągania (próbki typu R), dziewięć podczas ściskania (próbki typu S) i dziewięć – podczas zginania (próbki typu Z). Liczba próbek do badań doświadczalnych, wynosiła ogółem sto trzydzieści pięć. Próbki zostały zamówione i wykonane w ZM LEGMET w Legnicy, zgodnie z rysunkiem 5.1. Wszystkie próbki poddano jednostronnie procesowi szlifowania na szlifierce magnesowej. Taki sposób czyszczenia próbek nie wywołuje zmian strukturalnych warstw próbek. Krawędzie próbek były sfrezowane i chłodzone emulsją.



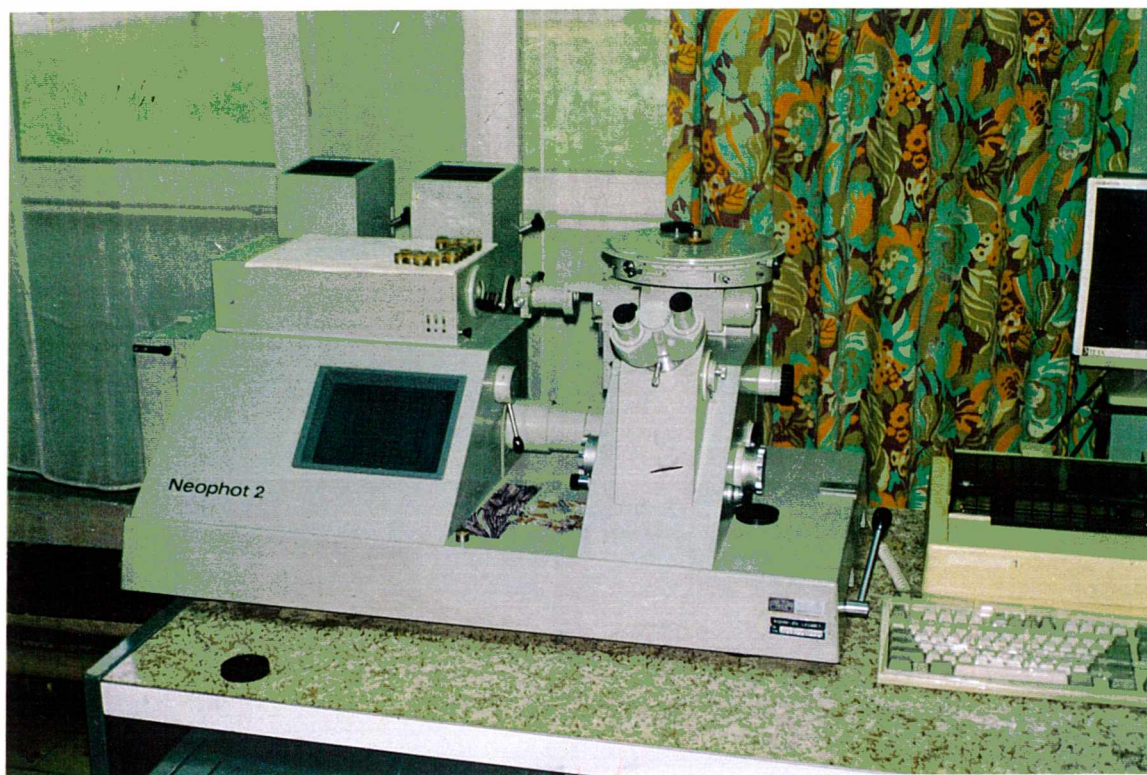
Rys.5.1. Próbki do badań twardości podczas:

- a) rozciągania
- b) ściskania
- c) zginania

5.1.2. Aparatura badawcza

Badania twardości *HB* prowadzono przenośnym twardościomierzem Brinella PZ-3 firmy Zwick (rys.4.8.b). Twardość Brinella próbek mierzono kulką stalową o średnicy 5 i 10 mm, przy obciążeniu siłą 7355N - dla kulki 5mm i siłą 29420N – dla kulki 10mm, utrzymywanym przez 10÷15s. Dla określenia sił przy pomiarze twardości przyjęto współczynnik $K=30$. Pomiar przeprowadzano trzykrotnie dla poszczególnych poziomów wyężenia próbek. Średnice odcisków mierzono za pomocą mikroskopu pomiarowego powiększającym 20x, w dwóch prostopadłych kierunkach. Po zakończeniu badań twardości próbki poddano badaniom wytrzymałościowym. Statyczne próby rozciągania przeprowadzono zgodnie z normą [82], na dwóch typach maszyn wytrzymałościowych. Na maszynie typu UFP 400 były rozciągane próbki o grubościach 4 i 8 mm, natomiast próbki grubości 12 mm były rozciągane na maszynie typu ZD-100. Na podstawie tych badań wyznaczono parametrów wytrzymało-

ściowych R_i . Z każdego typu próbek, dla każdej grubości z poszczególnych gatunków były pobrane próbki do badań składu chemicznego. Próbki o wymiarach minimalnych 25x25mm, odpowiednio oczyszczone, bez odcisków po badaniu twardości oraz odpowiednio oznaczone, były dostarczone do laboratorium ZM LEGMET. Tam wykonano analizy składu chemicznego za pomocą stacjonarnego spektrometru emisyjnego DAS ABL 2460. W ZM LEGMET wykonano dla części próbek także badania określające strukturę stali. Urządzenie NEOPHOT do analizy struktury stali pokazano na rys. 5.2. Minimalne wymiary próbek do tego typu badań wynosiły 15x15mm.

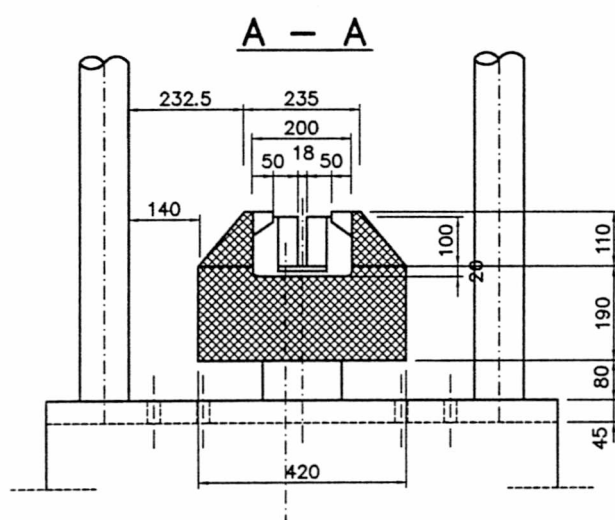
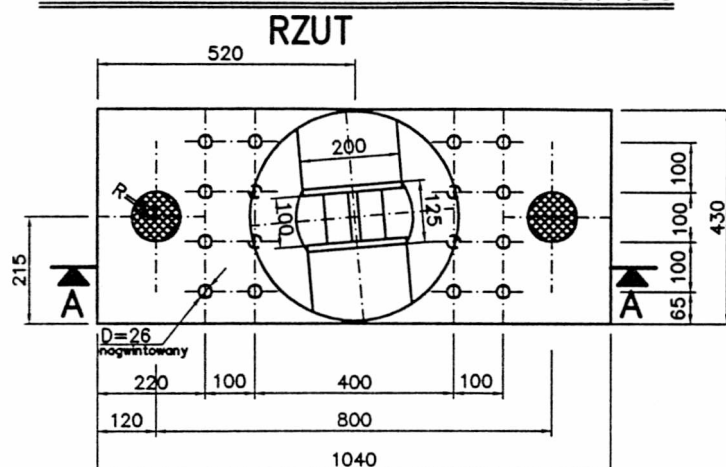


Rys. 5.2. Aparatura do analizy struktury stali, typ NEPHOT 2

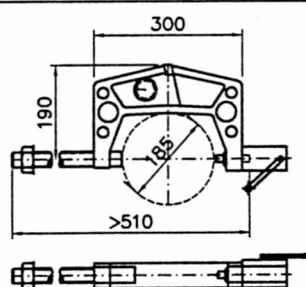
5.1.3. Stanowiska badawcze i przebieg badań

Stanowiska badawcze dla poszczególnych badań realizowanych w ramach pracy doktorskiej zostały zaprojektowane na podstawie analiz i badań wstępnych opisanych w rozdziale 4 rozprawy. Niżej opisano i pokazano na fotografiach wszystkie stanowiska badawcze. Pierwszym etapem projektowania stanowisk, było dokładne zinwentaryzowanie maszyny wytrzymałościowej (rys.5.3). Na tej podstawie zaprojektowano stół, na którym umieszczano twardościomierz, aby można było za pomocą śrub ślimakowych przemieszczać go wraz z twardościomierzem w pionie i w poziomie, co umożliwiło sprawne wykonanie pomiaru.

MASZYNA WYTRZYMAŁOŚCIOWA UFP400

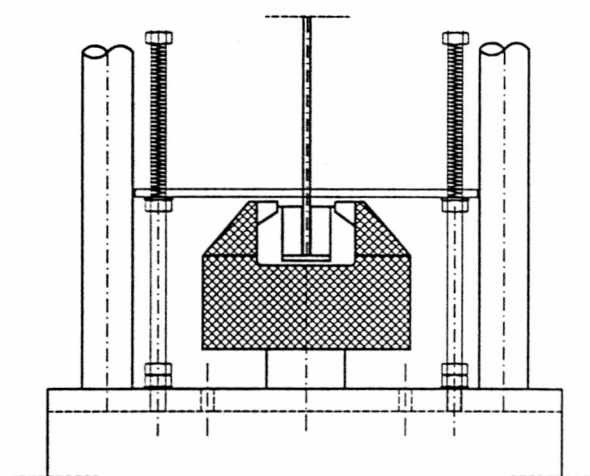
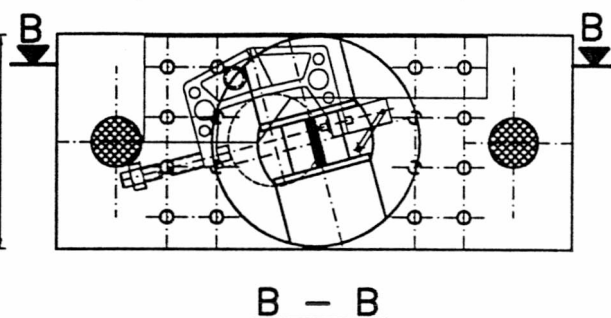


TWARDOŚCIOMIERZ PZ-3

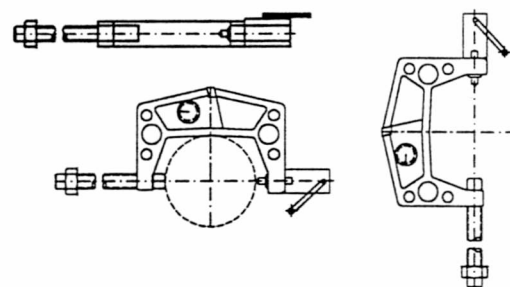


PROJEKT STANOWISKA BADAWCZEGO

RZUT (POŁOŻENIE STOLIKA)



Położenia twardościomierza



Rys.5.3. Inwentaryzacja maszyny
wytrzymałościowej i twardościomierza

Rys.5.4. Stanowisko badawcze
- główny moduł

Na rysunku.5.4 pokazano stanowisko do badań twardości wraz ze stolikiem. Tak zaprojektowane stanowisko stanowiło główny moduł badawczy zarówno dla stanowiska, na którym badano wpływ naprężeń rozciągających, jak i ściskających.

Wyężenie podłużne w próbkach realizowano poprzez kontrolowaną siłę wprowadzaną przez maszynę wytrzymałościową (siłę rozciągającą lub siłę ściskającą).

Maszyna umożliwiała dokładne sterowanie stanem naprężeń w próbce, poprzez kontrolę nie tylko siły, ale również prędkości przemieszczania się głowicy górnej.

Przed wykonaniem badań wszystkie próbki zostały dokładnie zinwentaryzowane, określono ich wymiary geometryczne, pole przekroju poprzecznego, bazy pomiarowe. Poszczególne poziomy wyężenia próbek naprężeniami normalnymi dla badanych gatunków stali, wykonanych z różnych grubości, podaje tablica 5.1.

Tabl. 5.1. Poziomy naprężeń normalnych w próbkach rozciąganych i ściskanych

Próbki ze stali	Grub. [mm]	Naprężenia normalne σ [MPa]											
		rozciągające						ściskające					
St3S	4,8,12	0	40	80	120	160	200	0	-40	-80	-120	-160	-200
St3SY	4,8,12	0	40	80	120	160	200	0	-40	-80	-120	-160	-200
St3SX	4,8,12	0	40	80	120	160	200	0	-40	-80	-120	-160	-200
18G2A	4,8,12	0	50	100	150	200	250	0	-50	-100	-150	-200	-250
18G2A	4,8,12						300						
14HNMBCu	4	0	75	150	225	300	375	0	-75	-150	-225	-300	-375
	4						450						
14HNMBCu	8	0	75	150	225	300	375	0	-75	-150	-225	-300	-375
14HNMBCu	12	0	75	150	225	300		0	-75	-150	-225	-300	

Na wszystkich próbkach były określone obszary, w obrębie których wykonywano trzykrotne pomiary twardości dla poszczególnych poziomów wyężenia. Twardość próbek i grubości 12 mm i 8 mm była mierzona kulkami 5 i 10mm, a próbek 4 mm tylko kulką 5mm. Średnice odcisków mierzone w dwóch prostopadłych kierunkach, dawały możliwość określania twardości na podstawie wartości średniej z sześciu pomiarów dla każdego poziomu wyężenia próbek.

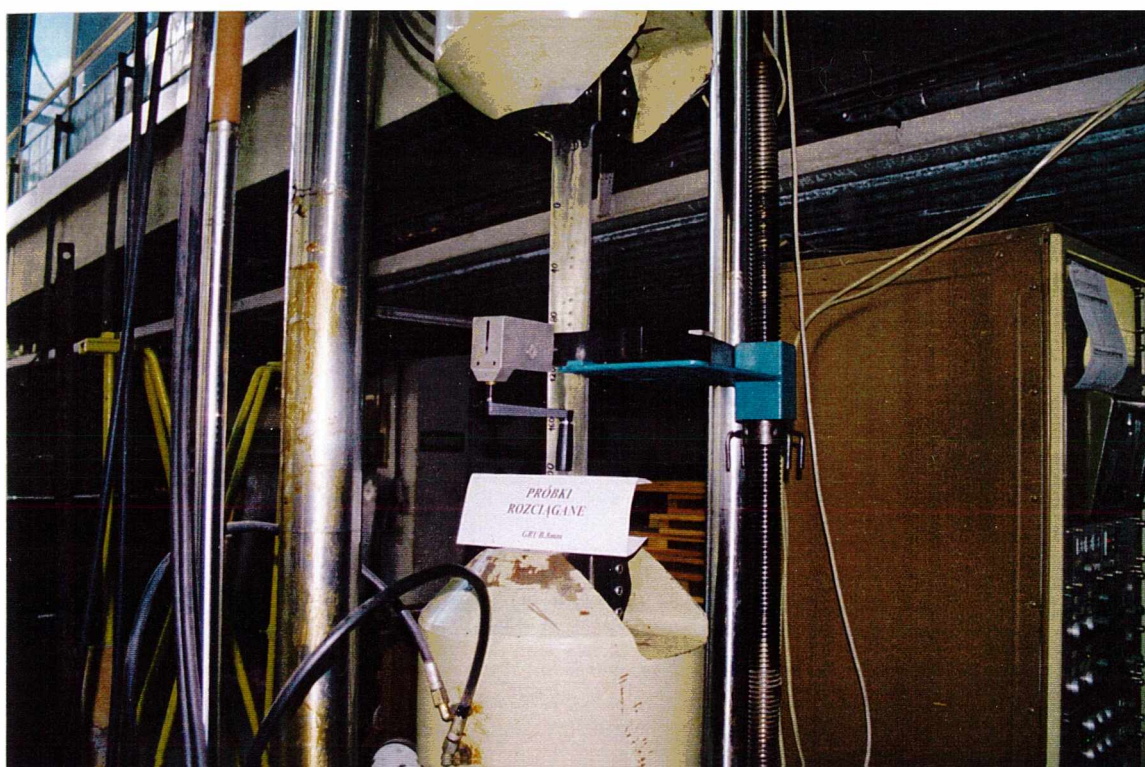
Badania twardości przy wyężeniu próbek naprężeniami rozciągającymi

Przedstawiony na rys. 5.4 główny moduł stanowił element pozwalający na badanie twardości próbek przy rozciąganiu. Na rysunkach 5.5 i 5.6 przedstawiono przebieg badań twardości dla próbek różnych grubości. Na rys.5.6 widoczny jest sposób zamocowania próbek w szczękach pomiarowych, położenie stolika wraz z twardościomierzem podczas badań, z lewej strony widoczny jest komputer sterujący prasą.

Na rysunku 5.7 pokazano położenie twardościomierza podczas pomiaru, a na rysunku 5.8 szczegół przyłożenia obciążenia (nacisku) od twardościomierza w przypadku kulki 5mm.



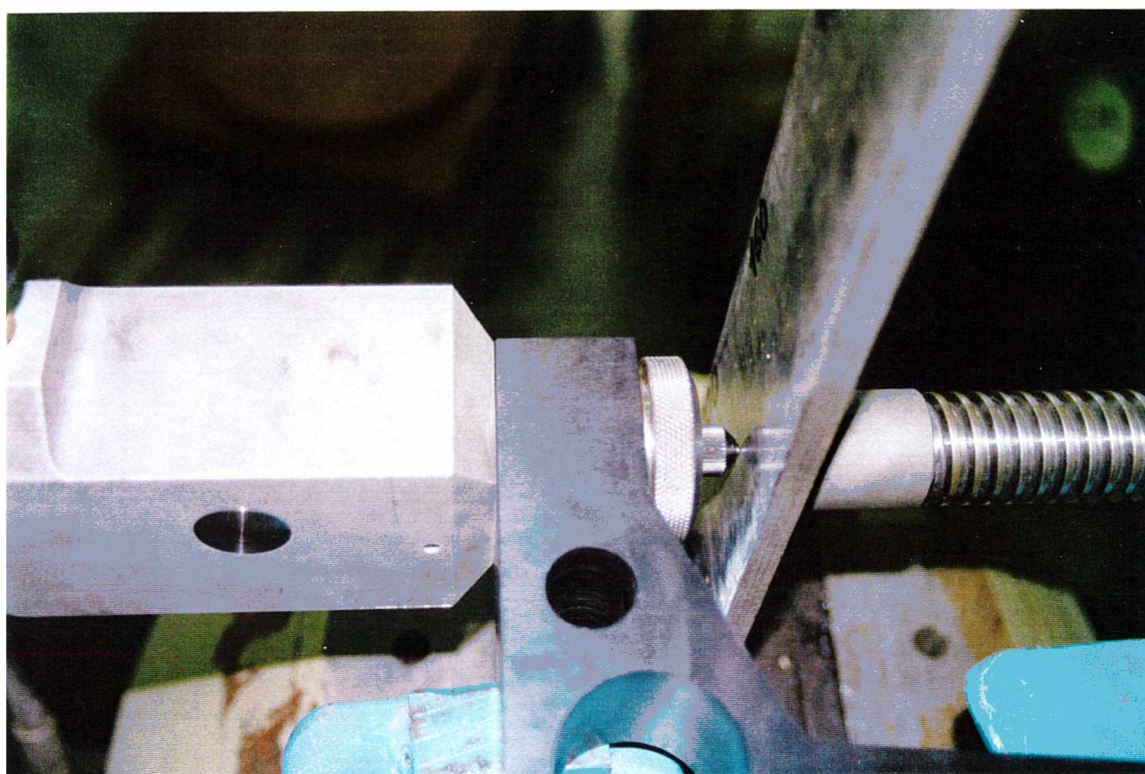
5.5. Pomiar twardości przy rozciąganiu próbek grubości 12 mm



Rys. 5.6. Pomiar twardości przy rozciąganiu próbki o grubości 8mm, wraz z widocznym całym stanowiskiem



Rys. 5.7. Położenie twardościomierza na stoliku podczas pomiaru twardości

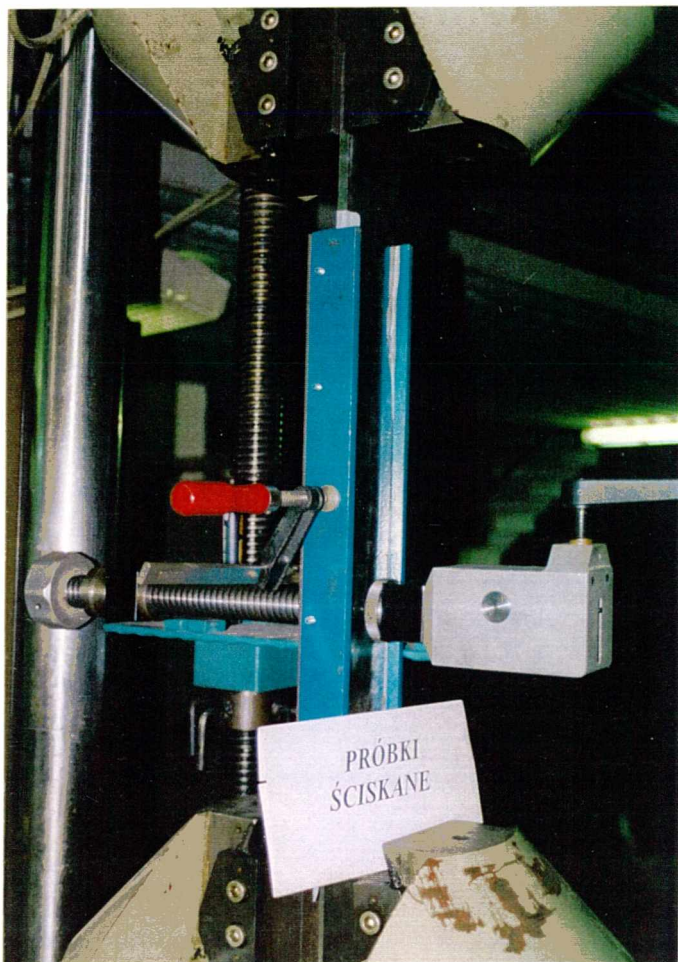


Rys. 5.8. Szczegół przyłożenia obciążenia od twardościomierza do próbki

Badania twardości przy wyężeniu próbek naprężeniami ściskającymi

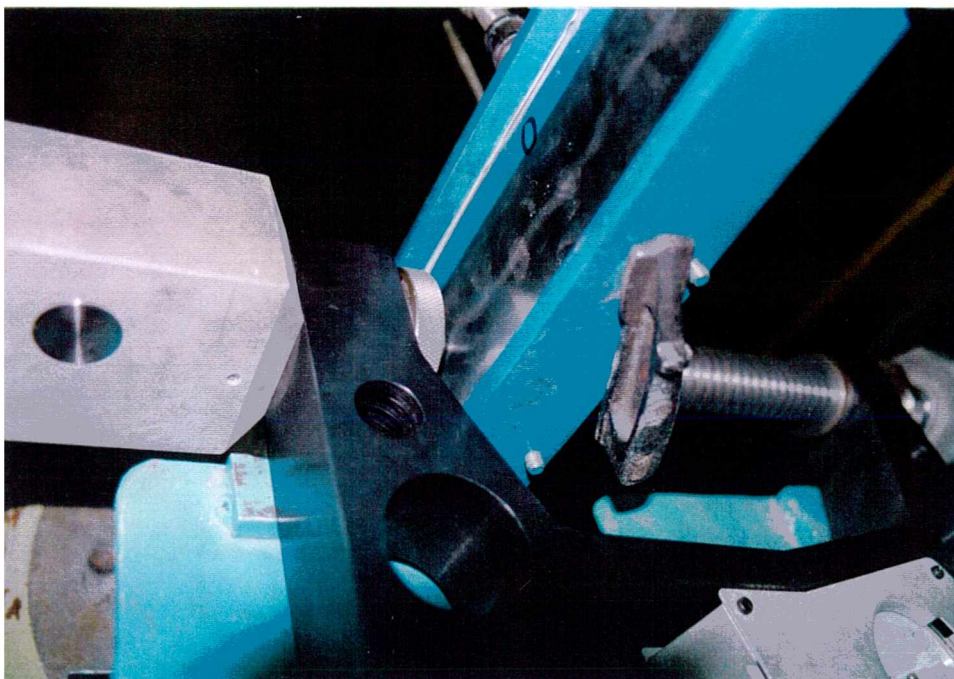
Podstawowym elementem stanowiska dla tego typu pomiarów był moduł przedstawiony na rys. 5.4. Dla stanowiska, przy którym badano wpływ naprężeń ściskają-

cych, była konieczność stężenia próbek, ze względu na możliwość wyboczenia. Sposób zabezpieczenia próbek poprzedzony został analizami wyboczenia próbek różnych grubości. Na fotografiach poniżej przedstawiono przebieg badań twardości podczas obciążenia próbek różnych grubości siłą ściskającą (por. rys. 5.9 i 5.10).



Rys. 5.9. Pomiar twardości przy wyłączeniu naprężeniami ściskającymi (widok ogólny stanowiska badawczego)

Na rysunku 5.10 pokazano m. in. zabezpieczenie próbek przed wyboczeniem, za pomocą poprzecznych elementów stężających (pasów) mocowanych na śruby, dostosowanych do poszczególnych grubości próbek. Warto zwrócić uwagę na to, że powyższe elementy stężące były stosowane tylko w przypadku próbek o grubościach 4 i 8 mm. Próbkę o grubości 12mm były poddawane ściskaniu bez zabezpieczeń, gdyż nie ulegały wyboczeniu przy zadawanych obciążeniach.



Rys. 5.10. Szczegół pomiaru twardości próbki zabezpieczonej przed wyboczeniem

Badania twardości przy wyężeniu próbek napężeniami ścinającymi

Kolejnym etapem pracy było określenie wpływu naprężeń ścinających oraz naprężeń ścinających i normalnych na pomiar twardości. Podczas przygotowywania stanowiska do tego typu badań, zwrócono uwagę na zabezpieczenie próbek, szczególnie tych najcieńszych przed zwichrzeniem. Zrealizowano to przez usztywnienie pasa górnego ściskanego w taki sposób, aby nie włączyć do współpracy elementu usztywniającego, charakteryzującego dużą sztywność J_y w porównaniu do próbek. Przeanalizowano także sposób przekazania obciążenia ze stempla na próbkę, tak aby nie spowodować powstawania zbyt dużych naprężeń wynikających z docisku, wskutek działania dwóch sił skupionych.

Na podstawie obliczeń wytrzymałościowych określono promienie wałków, przez które przekazywane były obciążenia skupione. Podobnie przeanalizowano sytuację na podporach. Dla badanych próbek określono tzw. bazy pomiarowe, dla przypadku czystego ścinania oraz przypadku istnienia określonych naprężeń ścinających oraz naprężeń normalnych. W tym celu przeprowadzono odpowiednią analizę komputerową systemem LUSAS, dla wszystkich typów próbek, określając stan naprężeń w badanych przekrojach. Poszczególne poziomy wyężenia próbek wyłącznie naprężeniami ścinającymi, a także naprężeniami ścinającymi i normalnymi, podano w tablicy 5.2.

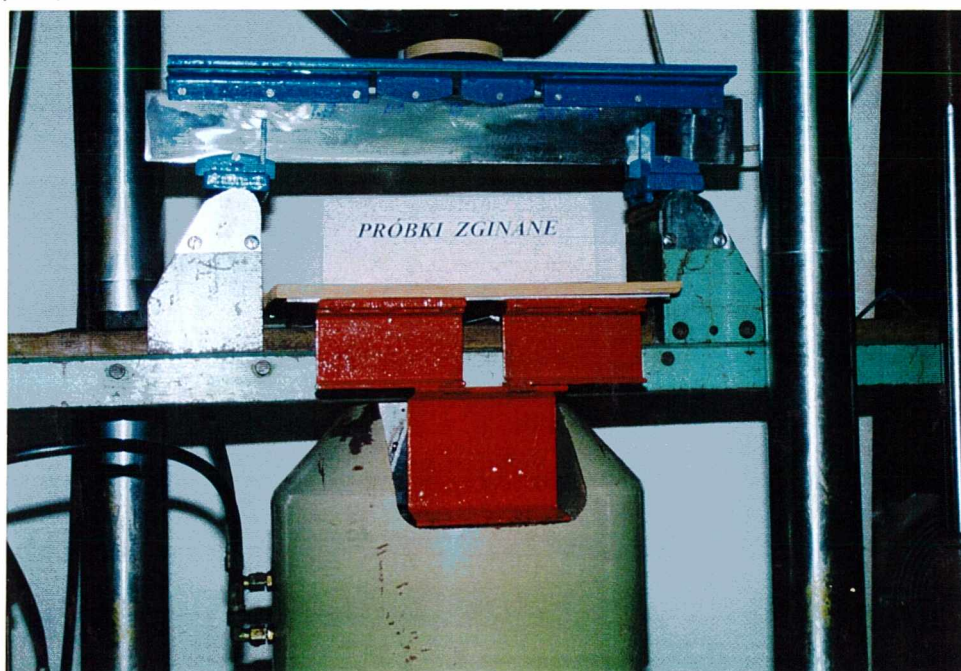
Tabl.5.2. Poziomy naprężen ścinających, a także ścinających i normalnych w próbkach

Próbki ze stali	Grubość [mm]	Naprężenia				
		Ścinające (τ) [MPa]				
St3S	4,8,12	0	5	10	15	20
St3SY	4,8,12	0	5	10	15	20
St3SX	4,8,12	0	5	10	15	20
18G2A	4,8,12	0	7,5	15	22,5	30
14HNMBCu	4,8,12	0	7,5	15	22,5	30

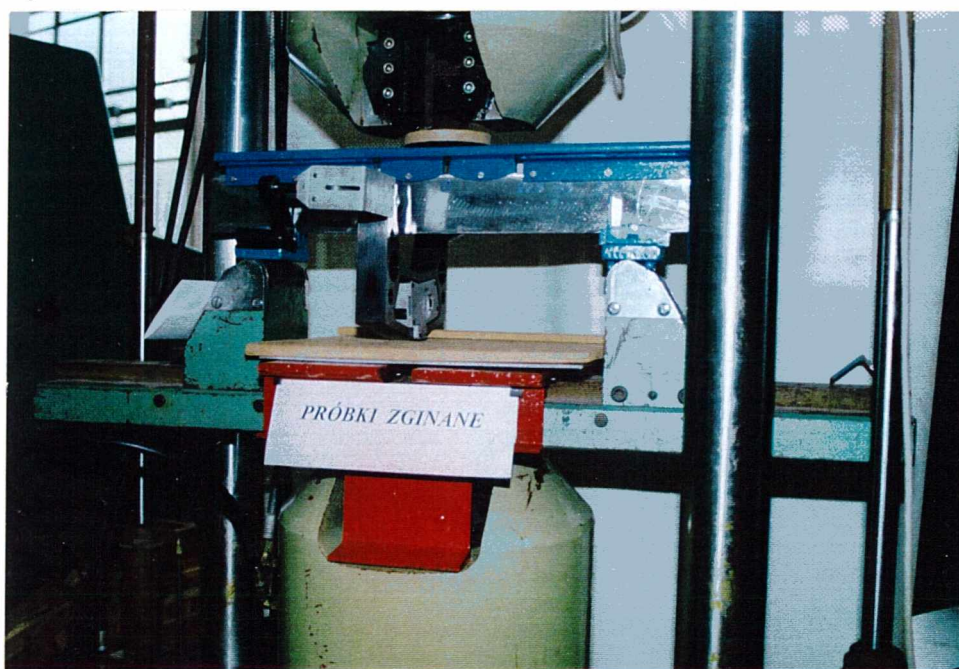
Próbki ze stali	Grub. [mm]	Naprężenia [MPa]									
		ścinające τ					normalne σ				
St3S	4	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	22,50	22,50	67,50	75,0
	8	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	11,25	22,50	67,50	90,0
	12	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	22,50	22,50	33,75	90,0
St3SY	4	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	22,50	22,50	67,50	75,0
	8	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	11,25	22,50	67,50	90,0
	12	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	22,50	45,00	56,25	90,0
St3SX	4	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	22,50	45,00	56,25	75,0
	8	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	11,25	22,50	67,50	90,0
	12	0	3,75	7,50	11,25	15,0	0	22,50	45,00	56,25	75,0
18G2A	4	0	5,625	11,25	16,87	22,5	0	33,75	67,50	84,38	112,5
	8	0	5,625	11,25	16,87	22,5	0	33,75	33,75	50,63	135,0
	12	0	5,625	11,25	16,87	22,5	0	28,13	67,50	101,2	112,5
14HNMBCu	4	0	5,625	11,25	16,87	22,5	0	20,63	41,25	95,63	127,5
	8	0	5,625	11,25	16,87	22,5	0	26,25	63,75	95,63	105,0
	12	0	5,625	11,25	16,87	22,5	0	24,38	71,25	106,9	112,0

Zestawione w tablicy 5.2 wartości naprężeń wynikają z przyjętych podczas badań punktów pomiarowych, znajdujących się w różnych odległościach od podpór. Na rys. 5.11 przedstawiono ogólnie stanowisko do badań wpływu naprężeń ścinających na pomiar twardości. Widoczne jest zamocowanie próbek w specjalnie przygotowanych prowadnicach, zabezpieczających przekrój próbki przed zwróceniem, a także sposób przekazywania obciążeń skupionych na próbkę przez elementy o odpowiednim wyokrągleniu odpowiednie. Obciążenie jest sterowane siłą skupioną pochodzącą z

maszyny wytrzymałościowej UFP400. Na rysunku 5.11 pokazano również sposób podparcia próbek na podporach.



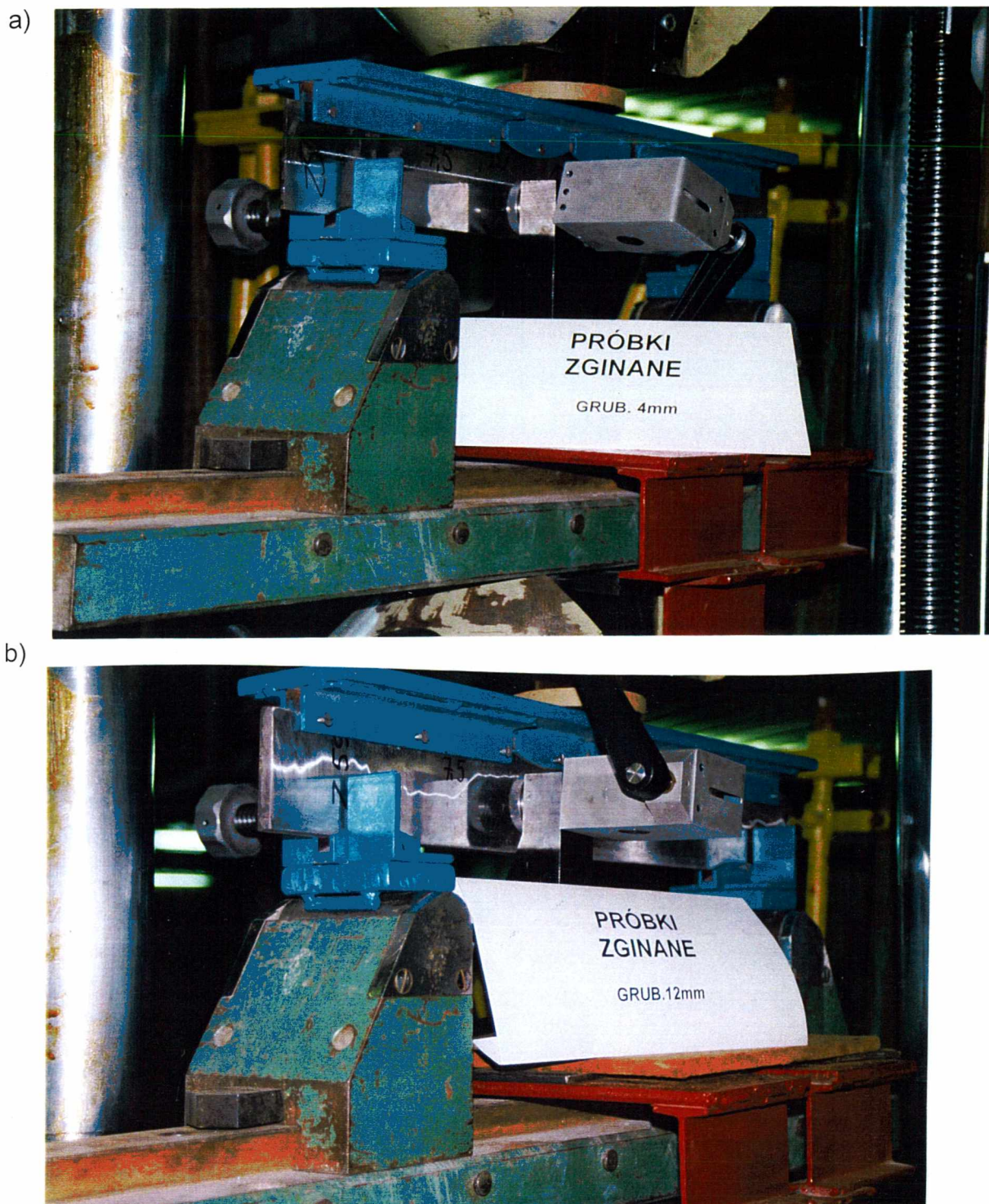
Rys.5.11. Stanowisko do badań twardości przy zginaniu próbek



Rys.5.12. Pomiary twardości w osi obojętnej przy wyężeniu próbek

Pomiary twardości wykonywane były w osi obojętnej przy ścinaniu i na $\frac{1}{4}$ wysokości próbki od dołu (ścinanie i rozciąganie).

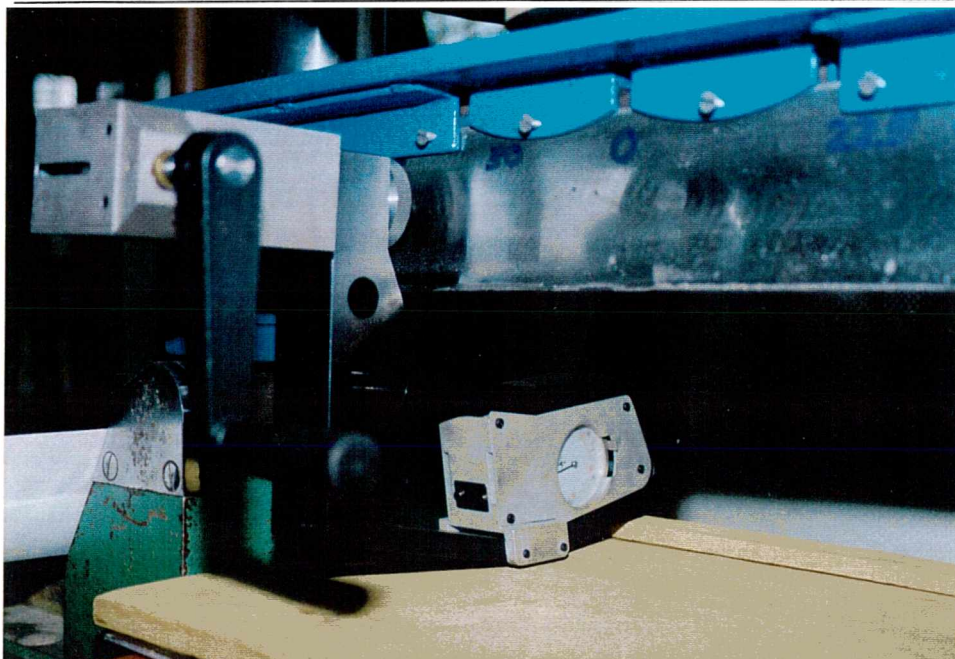
Na rysunku 5.13 pokazano sposób oparcia próbek na podporach, tak aby zrealizowany był schemat statyczny belki swobodnie podpartej. Widoczne jest ponadto przytrzymanie próbek w płaszczyźnie górnej, mające na celu zabezpieczenie przed zwirzaniem próbek.



Rys. 5.13. Pomiar twardości przy wyężeniu naprężeniami ścinającymi próbek:

a) grubości 4mm; b) grubości 12mm

Na rys.5.14 pokazano położenie stolika wraz z twardościomierzem podczas badań. Widoczny jest zegar na twardościomierzu, informujący o wielkości obciążenia. Twardościomierz przemieszczano na stoliku, do stałych punktów pomiarowych ustalonych w odpowiedniej odległości od podpór.



Rys. 5.14. Położenie twardościomierza na stoliku, podczas badania twardości przy wyężeniu naprężeniami ścinającymi

5.2. Wyniki badań doświadczalnych

Wyniki badań twardości

Na opisanych wyżej stanowiskach wykonano szereg badań twardości dla różnych poziomów wyężenia. Badania te trwały prawie dwa lata. Na ich podstawie wyznaczono zbiory wyników twardości HB_0 i HB . Zbiory te, obok zbiorów opisanych wcześniej, stanowiły podstawę do wykonanych później analiz statystycznych, opisanych w punkcie 5.3.

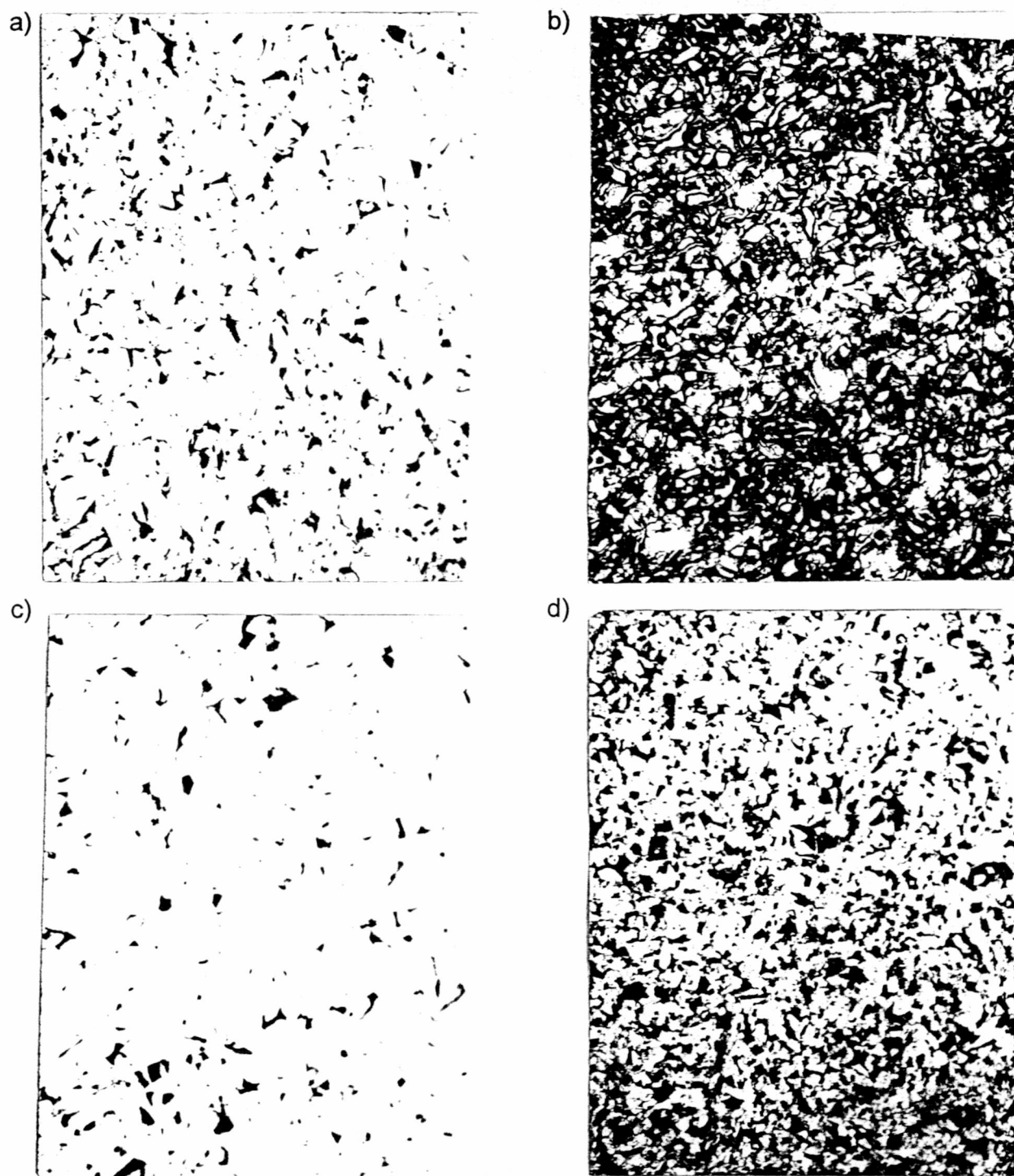
Badania wytrzymałości R_e i R_m próbek stalowych

Wszystkie próbki po zakończeniu badań twardości poddano badaniom wytrzymałościowym. Maszyny wytrzymałościowe zostały opisane w punkcie 5.1.2. Wyznaczono siły, przy których próbki osiągały granicę plastyczności oraz siły, przy których następowało ich rozerwanie. Wyznaczono zbiory wyników średnich parametrów wytrzymałościowych R_i , które analizowano wraz z wynikami badań twardości. Podczas badań wykonywano wykresy zależności *obciążenie - wydłużenie*. Charaktery wykresów potwierdzały przynależność poszczególnych próbek do odpowiednich gatunków.

Analizy składu chemicznego próbek stalowych

Analizy składu chemicznego próbek stali, z której wykonano próbki przeprowadzono spektrometrem emisyjnym. Wyniki tych analiz, dostarczone przez laboratorium w postaci odpowiednich protokołów z badań, stanowiły zbiory wyników składu chemicznego. W powiązaniu z wynikami twardości i wytrzymałości, określono na pod-

stawie analiz statystycznych zależności poszczególnych parametrów wytrzymałościowych na podstawie składu chemicznego (punkt 5.4). Wyniki otrzymane z laboratorium ZM LEGMET były ponadto porównywane z atestami otrzymanymi przy zamawianiu stali z hut i normami (por. rozdział 2) dla poszczególnych gatunków.



Rys.5.15. Badania struktury poszczególnych gatunków stali

a) stal St3SX, b) stal St3SY, c) stal St3S, d) stal 18G2A

Analizy struktury stali

Badania struktury wybranych próbek stalowych wykonano jako poglądowe, wskazując przy tym na możliwości stosowania takiego typu badań w analizach i ekspertyzach dotyczących stali. Na rysunku 5.15 pokazano przykładowo wyniki analizy struktury poszczególnych gatunków stali, wybranych w pracy. Widoczne są różnice w strukturze poszczególnych gatunków. Jest to związane m. in. z zawartością węgla. Im jaśniejsza jest struktura tym bardziej stal wykazuje strukturę ferrytu (jasne ziarna z ciemnymi granicami). Przy większej ilości węgla w strukturze pojawia się perlit i stal staje się ferrytyczno-petlityczna (widoczne są płytki cementytu). Taką strukturę w naszym przypadku ma stal niestopowa półspokojona – St3SY. Na strukturę stali niskostopowych 18G2A, wpływa obok węgla przede wszystkim mangan.

5.3. Obróbki statystyczne wyników badań**5.3.1. Opis analiz statystycznych**

Wszystkie wyniki badań i analizy opracowano statystycznie za pomocą pakietu STATGRAPHICS [52]. Oszacowanie granicy plastyczności lub wytrzymałości stali na podstawie pomiarów twardości oraz znalezienie zależności twardości HB od wyężenia σ , τ (obciążenia podłużnego, ścinającego) dla danego gatunku stali rozpatrywane było jako zagadnienie teorii *liniowej estymacji średniokwadratowej*. Podstawowym kryterium tej teorii stanowi minimum *błędu średniokwadratowego* oszacowania. Poszukiwano równań regresji, które przedstawiłyby dokładnie te relacje. Przeprowadzono szereg analiz wariancji, kowariancji i regresji dla zbiorów wyników badań. Założono przy tym poziom ufności 0,95, odpowiadający poziomowi istotności $\alpha = 0,05$.

Zbiory wyników badań doświadczalnych poddawanych obróbce statystycznej dla poszczególnych analiz, zawierały dużą ilość obserwacji. Ich wielkość została opisana w kolejnych punktach rozdziału, odpowiednio dla każdego typu badań. Dla wszystkich zbiorów wyników badań doświadczalnych przeprowadzono statystyki opisowe, określające podstawowe wartości statystyczne takie jak: średnia arytmetyczna, mediana, wariancja, odchylenie standardowe, błąd standardowy, skośność itp. Pozwoliły one stwierdzić, że zbiory danych, tzn. zbiory zmiennych losowych mają rozkład zgodny z rozkładem normalnym $N(\mu, \sigma)$ zwany również rozkładem Gaussa-Laplace'a, o charakterystykach zmiennej losowej opisanych np. przez Murzewskiego [46]. Dla sprawdzenia przeprowadzono test chi-kwadrat zgodności z rozkładem normalnym,

dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$, zgodnie z metodami opisanymi w instrukcjach do pakietu Statgraphics [52], [51] oraz pracą pod redakcją Dąbrowskiego [14].

W celu sprawdzenia, czy wyężenie ma wpływ na wyniki pomiaru twardości, przeprowadzono wstępne analizy polegające na porównaniu średnich kilku populacji normalnych, wykonując jednokierunkową analizę wariancji. Polega ona na metodzie analizy wariancji, która testuje hipotezę H , mówiącą o braku zależności rozpatrywanych zbiorów. Przy prawdziwości hipotezy H , zgodnie z oznaczeniami przyjętymi w pakiecie Statgraphics [51], [52], zmienna losowa F ma rozkład F -Snedecora z liczbami stopni swobody $I-1$ i $I(J-1)$:

$$F = \frac{I(J-1)SSA}{(I-1)SSE} \quad (5.1)$$

gdzie SSA - oznacza zmienność stopnia wyężenia, a SSE - zmienność wewnątrz grupy. Hipotezę H odrzucamy, jeżeli wartość obliczona F wg (5.1) przekracza wartość krytyczną F_α , przy zadanym poziomie istotności α . Wartości F_α są przedstawione w [14], [63]. W przypadku jej odrzucenia, sprawdzamy przy jakich poziomach wyężeń, twardości różnią się. W tym celu stosujemy metodę Tukeya porównań wielokrotnych, a następnie test jednorodności wariancji Barletta. Wartości otrzymane z testu Tukeya porównując z wartościami progowymi sT_α , określamy czy wyężenie wpływa na wyniki pomiaru twardości. W zależności od wartości *sig. level (poziomu istotności)* przyjmujemy lub odrzucamy hipotezę o jednorodności wariancji. Jeżeli jest ona mniejsza od 0,05 to przyjmujemy hipotezę jako słuszną.

W pracy określono również wpływ zawartości poszczególnych składników stopowych na parametry wytrzymałościowe. W celu znalezienia tej zależności przeprowadzono wcześniej wielokierunkową analizę wariancji. Określając statystyki F_i oraz przeprowadzając testy Tukeya dla poszczególnych zbiorów składu chemicznego stali sprawdzono, czy zawartość składników ma wpływ na parametry wytrzymałościowe.

Jeżeli testy analizy wariancyjnej dają wyniki pozytywne, to można przystąpić do precyzyjnych analiz regresji, określających ściśle poszczególne związki. Podstawowym współczynnikiem mówiącym o wzajemnej zależności cech jest współczynnik korelacji. Korelacja jest miarą liniowej zależności między dwiema zmiennymi losowymi. Współczynnik korelacji wg definicji podanej w pracy Kloneckiego [32] i w pracy Harra [25], dla dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) określony jest wzorem:

$$r = r_{(X,Y)} = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Var}X} \cdot \sqrt{\text{Var}Y}} \quad (5.2)$$

Jeżeli zmienne losowe są niezależne to kowariancja $\text{Cov}(X, Y)$ jest równa 0, to wtedy współczynnik korelacji jest równy 0, i wtedy zmienne losowe nie są skorelowane. Współczynnik korelacji ma wartości: $-1 < r < 1$.

Teoria *liniowej estymacji średniokwadratowej* oparta na metodzie najmniejszych kwadratów, opisanej przez Kloneckiego [32]. Metoda najmniejszych kwadratów oraz metoda największej wiarygodności są podstawowymi metodami pozwalającymi wyznaczyć estymatory np.: estymatory wariancji, estymatory korelacji oraz estymatory współczynników regresji liniowej. Regresja liniowa jest najbardziej uproszczoną formą analizy zależności cech. Równanie regresji liniowej można zapisać w postaci:

$$Y = a + bX \quad (5.3)$$

Dla oszacowania parametrów regresji a i b wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów. Zgodnie z tą metodą oszacowania parametrów a i b minimalizują sumę kwadratów odchyleń obserwacji od prostej regresji zdefiniowaną jako:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2 \quad (5.4)$$

Oszacowania współczynników regresji w tej metodzie są postaci:

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \\ \hat{b} &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \end{aligned} \quad (5.5)$$

gdzie odpowiednio: $\bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$, $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$

są średnimi arytmetycznymi wyników obserwacji y_i , x_i .

Weryfikację hipotezy $H: b=0$ o braku zależności pomiędzy badanymi zmiennymi przeprowadza się na wzór jednokierunkowej wariancji. Przyjmując oznaczenia:

$$\begin{aligned} SST &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \text{zmiennosc całkowita,} \\ SSM &= \sum_{i=1}^n (\hat{a} + \hat{b}x_i - \bar{y})^2 - \text{zmiennosc wynikajaca z przyjetego modelu,} \\ SSE &= \sum_{i=1}^n (y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i))^2 - \text{zmiennosc resztowa,} \end{aligned}$$

$$SST = SSM + SSE, \quad r^2 = SSM / SST, \quad (5.6)$$

gdzie r jest współczynnikiem korelacji z próby pomiędzy zmiennymi X i Y . Współczynnik r^2 należący do przedziału $[0, 1]$ może być traktowany jako miara stopnia dopasowania prostej regresji do danych empirycznych. Jeżeli wspomniana hipoteza H

jest prawdziwa, zmienna losowa F ma rozkład F-Snedecora z jednym stopniem swobody dla licznika i $n-2$ stopniami swobody dla mianownika: $F = (n-2)r^2 / (1-r^2)$.

W tym przypadku, nie należy oczekiwać zbyt dużych wartości SSM w porównaniu z SSE i zbyt dużych wartości r^2 . Hipotezę H odrzucamy, jeżeli wartość obliczona F przekracza wartość krytyczną F_α przy zadanym poziomie istotności α , co ma miejsce w przypadku naszych analiz statystycznych. Wyniki otrzymane z badań próbek wykonanych z rozważanych gatunków stali w regresji prostej, aproksymowano odpowiednio linią (regresja liniowa), krzywą wykładniczą (regresja wykładnicza), linią odwrotną (regresją odwrotności). Wyniki również analizowano wielomianem drugiego stopnia (regresja nieliniowa paraboliczna). Poniżej przedstawiono równania dla poszczególnych analiz regresji:

$Y = a + bX$ – regresja liniowa, zgodnie z równaniem (5.3),

$Y = \exp(a + bX)$ – regresja wykładnicza, (5.7);

$Y = 1/(a + bX)$ – regresja odwrotności, (5.8);

$Y = a + bX + cX^2$ – regresja nieliniowa, paraboliczna. (5.9)

Zależności wyznaczone wg tych analiz regresji można uogólnić na drodze regresji wielokrotnej, w której w pierwszym etapie należy wybrać podzbiory X_i zmiennych niezależnych do modelu regresji, oszacować współczynniki regresji wielokrotnej i zweryfikować hipotezę H_i , że udział zmiennej X_i w modelu regresji jest nieistotny, a następnie ocenić stopień dopasowania modelu w oparciu o wybrane zmienne.

Regresję wielokrotną możemy zapisać równaniem:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_mX_m, \quad (5.10)$$

w której $a_0, a_1, \dots, a_m$ są współczynnikami regresji wielokrotnej.

Jedną z metod wyboru podzbioru zmiennych niezależnych, dostępną w pakiecie Statgraphics [51], [52], jest metoda regresji krokowej, realizowana wg procedury *Forward*, polegająca na wyborze zmiennych poprzez dołączanie kolejnych zmiennych do optymalnego, wybranego zbioru. Zgodnie z metodą najmniejszych kwadratów oszacowania parametrów $a_0, a_1, \dots, a_m$ minimalizują sumę kwadratów odchyleń obserwacji od powierzchni regresji. Wyznaczony w analizie współczynnik R jest współczynnikiem korelacji wielokrotnej z próby. Współczynnik R^2 nazywany jest również współczynnikiem determinacji. Regresja wielokrotna pozwala więc analizować relację pomiędzy jedną zmienną zależną, a jedną lub kilkoma zmiennymi niezależnymi. W pracy przeprowadzono dodatkowo jeszcze inną analizę statystyczną, była to analiza skupień. Analiza ta polegała na wydzieleniu spośród wielu pierwiastków sto-

stopowych grup jednorodnych ze względu na badane parametry wytrzymałościowe. Najbardziej popularną metodą jest metoda „average”, która opiera się na obliczaniu macierzy odległości Euklidesowej. Kolejno łączy się najbliższe grupy, grupowania można dokonywać np. w oparciu o macierz korelacji R .

5.3.2. Zależność twardości HB od wyężenia naprężeniami normalnymi

W pierwszym etapie przeanalizowano wpływ wyężenia próbek naprężeniami normalnymi σ (ściskającymi lub rozciągającymi) na wyniki pomiaru twardości. Wartości wspomnianych naprężeń zostały podane w tabl. 5.1. Zbiory wyników badań poddanych obróbce statystycznej zawierały:

- dla stali St3S – $12 \times 3 \times 9 = 324$ obserwacje,
- dla stali St3SY – $12 \times 3 \times 9 = 324$ obserwacje,
- dla stali St3SX – $12 \times 3 \times 9 = 324$ obserwacje,
- dla stali 18G2A – $13 \times 3 \times 9 = 351$ obserwacji,
- dla stali 14HNMBCu – $(13+12+10) \times 9 = 315$ obserwacje,
- łącznie dla wszystkich gatunków stali – 1638 obserwacji.

Zbiory wyników badań doświadczalnych jako zbiory zmiennych losowych mają rozkład zgodny z rozkładem normalnym. Udowodniły to przeprowadzone testy zgodności chi-kwadrat, dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$. W tabeli 5.3 przedstawiono wyniki jednokierunkowej analizy wariancji zależności $HB=f_h(\sigma)$ dla rozpatrywanych stali.

Tabl.5.3. Wyniki jednokierunkowej analizy wariancji zależności $HB=f_h(\sigma)$

Stal	Grubość próbki [mm]	Wartość Statystyki F	Wartość poziomu Istotności (<i>sig.level</i>)
St3S	4	281,38	0
	8	290,91	0
	12	250,97	0
St3SY	4	963,42	0
	8	660,45	0
	12	430,62	0
St3SX	4	999,99	0
	8	704,48	0
	12	288,59	0
18G2A	4	501,57	0
	8	513,79	0
	12	495,49	0
14HNMBCu	4	758,71	0
	8	834,54	0
	12	385,61	0

Otrzymane wartości zmiennej losowej F znacznie przekraczają wartości krytyczne F_α podane w tablicach statystycznych Zielińskiego [63], przy zadanym poziomie

istotności $\alpha=0,05$. Wartości poziomu istotności są mniejsze od przyjętego. To dowodzi, że stan wyężenia naprężeniami normalnymi ma wpływ na pomiar twardości. Przeprowadzone dodatkowo testy Tukeya, oraz testy jednorodności wariancji Barletta, potwierdziły zależność twardości od wyężenia.

Wyniki badań poddano analizom regresji w kolejnym etapie. Najbardziej uproszczoną formą analizy zależności cech jest regresja prosta (*Simple regression*). Do analiz wybrano trzy rodzaje: regresję liniową, regresję eksponentialną i regresję odwrotności. Regresje te opisują równania (5.3), (5.7) i (5.8). W efekcie tych analiz otrzymano zależności $HB(\sigma)$ zestawione dla poszczególnych stali w tablicy 5.4, dodatkowo zamieszczono wyniki analiz regresji nieliniowej, parabolicznej (*Nonlinear regression*), zgodnej z równaniem (5.9). Wyniki tej regresji oparto na wcześniej wykonanych analizach zależności metodą regresji wielokrotnej, badając wpływ poszczególnych składników $(a_0, \sigma_i, \sigma_i^2)$ analizą regresji krokowej. W tabeli zamieszczono wartości oszacowanych parametrów regresji a, b, c , współczynniki korelacji r , współczynniki determinacji R^2 .

Tabl.5.4a. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\sigma)$ dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c , korelacji r , det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\sigma$	$HB=\exp(a+b\sigma)$	$1/HB=(a+b\sigma)$	$HB=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	121,37	4,7985	$8,24 \cdot 10^{-3}$	121,64
	b	-0,0277	$-2,28 \cdot 10^{-4}$	$1,89 \cdot 10^{-6}$	-0,0277
	c	-	-	-	$6,60 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9716	-0,9702	0,9686	0,9746
	R^2	94,39%	94,13%	93,81%	94,98%
8mm	a	143,13	4,9635	$6,99 \cdot 10^{-3}$	143,39
	b	-0,0272	$-1,91 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-6}$	-0,0272
	c	-	-	-	$6,58 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9697	-0,9682	0,9665	0,9727
	R^2	94,02%	93,74%	93,42%	94,61%
12mm	a	120,92	4,79	$8,28 \cdot 10^{-3}$	121,01
	b	-0,0424	$-3,52 \cdot 10^{-4}$	$2,92 \cdot 10^{-6}$	-0,0425
	c	-	-	-	$1,48 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9780	-0,9768	0,9752	0,9781
	R^2	95,64%	95,41%	95,11%	95,67%

Najwyższe współczynniki korelacji mają przy tym zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe w postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji są zbliżone i mieszczą się w granicach 0,96–0,98. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe, które otrzymano w postaci:

dla próbek 4mm - $HB = 121,37 - 0,0277\sigma$,

dla próbek 8mm - $HB = 143,13 - 0,0272\sigma$,

dla próbek 12mm - $HB = 120,92 - 0,0424\sigma$.

Wartości ujemne dla współczynników korelacji świadczą o pochyleniu prostej regresji, związanej z wartością ujemną parametru b w regresji liniowej.

Tabl.5.4b. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\sigma)$ dla stali St3SY

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\sigma$	$HB=\exp(a+b\sigma)$	$1/HB=(a+b\sigma)$	$HB=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	119,67	4,7838	$8,37 \cdot 10^{-3}$	120,05
	b	-0,0434	$-3,64 \cdot 10^{-4}$	$3,062 \cdot 10^{-6}$	-0,0434
	c	-	-	-	$5,91 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9862	-0,9851	0,9837	0,9887
	R^2	97,26%	97,05%	96,77%	97,75%
8mm	a	139,58	4,9375	$7,18 \cdot 10^{-3}$	140,36
	b	-0,0547	$-3,95 \cdot 10^{-4}$	$2,85 \cdot 10^{-6}$	-0,0547
	c	-	-	-	$0,98 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9828	-0,9809	0,9787	0,9893
	R^2	96,59%	96,22%	95,78%	97,86%
12mm	a	131,05	4,87	$7,65 \cdot 10^{-3}$	131,18
	b	-0,0482	$-3,68 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-6}$	-0,0482
	c	-	-	-	$1,82 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9859	-0,9849	0,9835	0,9861
	R^2	97,20%	97,01%	96,74%	97,25%

Podobnie jak dla stali St3S najwyższe współczynniki korelacji mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji są zbliżone i mieszczą się w granicach 0,97– 0,99. Otrzymano następujące zależności liniowe dla stali St3SY:

dla próbek 4mm - $HB = 119,67 - 0,0434\sigma$,

dla próbek 8mm - $HB = 139,58 - 0,0547\sigma$,

dla próbek 12mm - $HB = 131,05 - 0,0482\sigma$.

Najwyższe współczynniki korelacji dla zależności $HB(\sigma)$ (por. tabl.5.4c) mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia (jak poprzednio), a najniższe o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji są wysokie i mieszczą się w granicach 0,95 – 0,99. Otrzymano następujące zależności liniowe:

dla próbek 4mm - $HB = 132,18 - 0,0679\sigma$,

dla próbek 8mm - $HB = 109,41 - 0,0389\sigma$,

dla próbek 12mm - $HB = 111,78 - 0,0373\sigma$,

Tabl.5.4.c. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\sigma)$ dla stali St3SX

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r , det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\sigma$	$HB=\exp(a+b\sigma)$	$1/HB=(a+b\sigma)$	$HB=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	132,18	4,8822	$7,59 \cdot 10^{-3}$	132,69
	b	-0,0679	$-5,16 \cdot 10^{-4}$	$3,94 \cdot 10^{-6}$	-0,0679
	c	-	-	-	$5,06 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9880	-0,9866	0,9847	0,9898
	R^2	97,62%	97,35%	96,96%	97,98%
8mm	a	109,41	4,6942	$9,15 \cdot 10^{-3}$	109,77
	b	-0,0389	$-3,57 \cdot 10^{-4}$	$3,28 \cdot 10^{-6}$	-0,0389
	c	-	-	-	$6,27 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9889	-0,9876	0,9859	0,9915
	R^2	97,79%	97,53%	97,21%	98,32%
12mm	a	111,78	4,7157	$8,96 \cdot 10^{-3}$	112,21
	b	-0,0373	$-3,35 \cdot 10^{-4}$	$3,03 \cdot 10^{-6}$	-0,0373
	c	-	-	-	$7,92 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9688	-0,9645	0,9595	0,9731
	R^2	93,85%	93,03%	92,07%	94,69%

W dalszej części przedstawiono wyniki analiz statystycznych dla stali niskostopowej 18G2A i stali ulepszanej cieplnie 14HNMBCu.

Tabl.5.4d. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\sigma)$ dla stali 18G2A

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r , det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\sigma$	$HB=\exp(a+b\sigma)$	$1/HB=(a+b\sigma)$	$HB=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	141,53	4,9519	$6,79 \cdot 10^{-3}$	142,18
	b	-0,0278	$-1,98 \cdot 10^{-4}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	-0,0265
	c	-	-	-	$9,25 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9742	-0,9717	0,9698	0,9837
	R^2	94,90%	94,43%	94,05%	96,78%
8mm	a	149,83	5,0080	$6,69 \cdot 10^{-3}$	149,34
	b	-0,0477	$-3,21 \cdot 10^{-4}$	$2,16 \cdot 10^{-6}$	-0,0487
	c	-	-	-	$3,68 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9718	-0,9728	0,9734	0,9737
	R^2	94,45%	94,64%	94,76%	94,80%
12mm	a	174,54	5,1613	$5,74 \cdot 10^{-3}$	174,88
	b	-0,0420	$-2,42 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^{-6}$	-0,0413
	c	-	-	-	$3,10 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9879	-0,9865	0,9847	0,9891
	R^2	97,60%	97,33%	96,96%	97,84%

Najwyższe współczynniki korelacji mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe o postaci funkcji odwrotnej. Wartości współczynników korela-

cji są wysokie i zbliżone do siebie, mieszczą się w granicach 0,97 – 0,99. Otrzymano następujące zależności liniowe dla stali 18G2A :

dla próbek 4mm - $HB = 141,53 - 0,0278\sigma$,

dla próbek 8mm - $HB = 149,83 - 0,0477\sigma$,

dla próbek 12mm - $HB = 174,54 - 0,0420\sigma$.

Tabl.5.4.e. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\sigma)$ dla stali 14HNMBCu

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b ,c, korelacji r , det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\sigma$	$HB=\exp(a+b\sigma)$	$1/HB=(a+b\sigma)$	$HB=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	238,74	5,4745	$4,20 \cdot 10^{-3}$	238,60
	b	-0,0409	$-1,72 \cdot 10^{-4}$	$7,28 \cdot 10^{-7}$	-0,0410
	c	-	-	-	$-0,58 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9912	-0,9912	0,9907	0,9913
	R^2	98,25%	98,25%	98,15%	98,27%
8mm	a	264,46	5,5761	$3,79 \cdot 10^{-3}$	263,17
	b	-0,0653	$-2,46 \cdot 10^{-4}$	$9,13 \cdot 10^{-7}$	-0,0653
	c	-	-	-	$-3,81 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9845	-0,9871	0,9886	0,9880
	R^2	96,93%	97,44%	97,74%	97,61%
12mm	a	241,85	5,4879	$4,14 \cdot 10^{-3}$	240,64
	b	-0,0341	$-1,40 \cdot 10^{-4}$	$5,78 \cdot 10^{-7}$	-0,0341
	c	-	-	-	$-10,44 \cdot 10^{-4}$
	r	-0,9625	-0,9652	0,9677	0,9794
	R^2	92,64%	93,17%	93,66%	95,93%

Najwyższe współczynniki korelacji mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a pozostałe są niewiele niższe. Wartości są wysokie i mieszczą się w granicach 0,96 – 0,99. Im współczynnik korelacji jest niższy, tym bardziej uwidacznia się przewaga zależności otrzymanych z regresji nieliniowej. Dla celów praktycznych proponuje się następujące zależności liniowe dla stali 14HNMBCu :

dla próbek 4mm - $HB = 238,53 - 0,0409\sigma$,

dla próbek 8mm - $HB = 264,46 - 0,0653\sigma$,

dla próbek 12mm - $HB = 241,85 - 0,0341\sigma$.

Wyznaczone zależności twardości HB od wyężenia σ dla przedstawionych stali są jakościowo zgodne z wynikami badań wstępnych. Otrzymane zależności, opisane powyżej należy traktować jako miarodajne i nadające się do zastosowań.

W tablicach 5.5 przedstawiono wyniki badań statystycznych zależności HB_0/HB od wyężenia σ , będącego efektem obciążenia podłużnego. Zależność HB_0/HB w funkcji σ , podobnie jak poprzednio $HB(\sigma)$, aproksymowano prostą, krzywą wykładni-

czą, funkcją odwrotną i wielomianem drugiego stopnia. Celem tych analiz było wy-
prowadzenie wzorów umożliwiających obliczanie twardości stali HB_0 na podstawie
twardości HB , pomierzonej na elementach konstrukcyjnych znajdujących się pod ob-
ciążeniem. Przy wyznaczaniu zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ nie przedstawiano już wyni-
ków jednokierunkowej analizy wariancji.

Tabl.5.5a. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	1,0019	$1,39 \cdot 10^{-3}$	0,9991	0,9986
	b	$2,64 \cdot 10^{-4}$	$2,63 \cdot 10^{-4}$	$-2,62 \cdot 10^{-4}$	$2,64 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$8,51 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9783	0,9803	-0,9819	0,9832
	R^2	95,71%	96,10%	96,42%	96,66%
8mm	a	1,0006	$2,55 \cdot 10^{-4}$	1,0001	0,9980
	b	$2,19 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-4}$	$-2,18 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$8,05 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9796	0,9811	-0,9822	0,9840
	R^2	95,97%	96,25%	96,49%	96,83%
12mm	a	1,0052	$3,98 \cdot 10^{-3}$	0,9972	1,0026
	b	$3,99 \cdot 10^{-4}$	$3,96 \cdot 10^{-4}$	$-3,94 \cdot 10^{-4}$	$3,99 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$4,44 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9755	0,9775	-0,9790	0,9769
	R^2	95,16%	95,55%	95,85%	95,43%
Wszystkie grubości	a	1,0026	$1,88 \cdot 10^{-3}$	0,9988	0,9998
	b	$2,94 \cdot 10^{-4}$	$2,92 \cdot 10^{-4}$	$-2,91 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$6,45 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9444	0,9470	-0,9491	0,9472
	R^2	89,20%	89,69%	90,08%	89,73%

Otrzymane współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji są zbliżo-
ne, a ich wartości mieszczą się w granicach 0,97–0,98. Najwygodniejsze do zasto-
sowań są funkcje liniowe, otrzymano następujące zależności, (por. rys.5.16):

dla próbek 4mm - $HB_0 = HB(1,0019 + 0,0264\sigma/100)$, $r = 0,9783$,

dla próbek 8mm - $HB_0 = HB(1,0006 + 0,0219\sigma/100)$, $r = 0,9796$,

dla próbek 12mm - $HB_0 = HB(1,0052 + 0,0399\sigma/100)$, $r = 0,9755$.

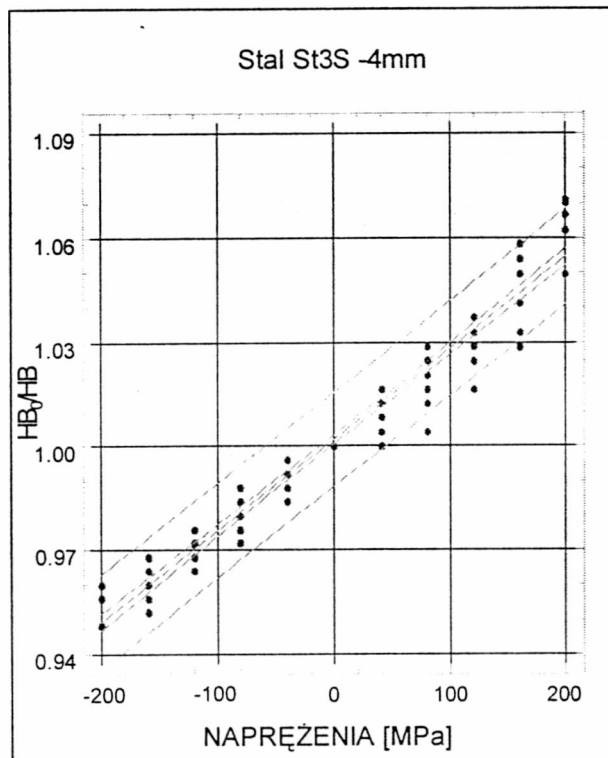
Dla ujednolicenia otrzymanych zależności dla stali St3S przeprowadzono analizy
regresji dla wszystkich grubości próbek. Otrzymano niższe wartości współczynników
korelacji (około 0.94 – 0,95), które mogą świadczyć o wpływie grubości próbek na
twardość. Ze względu na podobieństwo współczynników dla poszczególnych regresji
najłatwiejsze jest zastosowanie zależności liniowej:

$$HB_0 = HB(1,0026 + 0,0294\sigma/100),$$

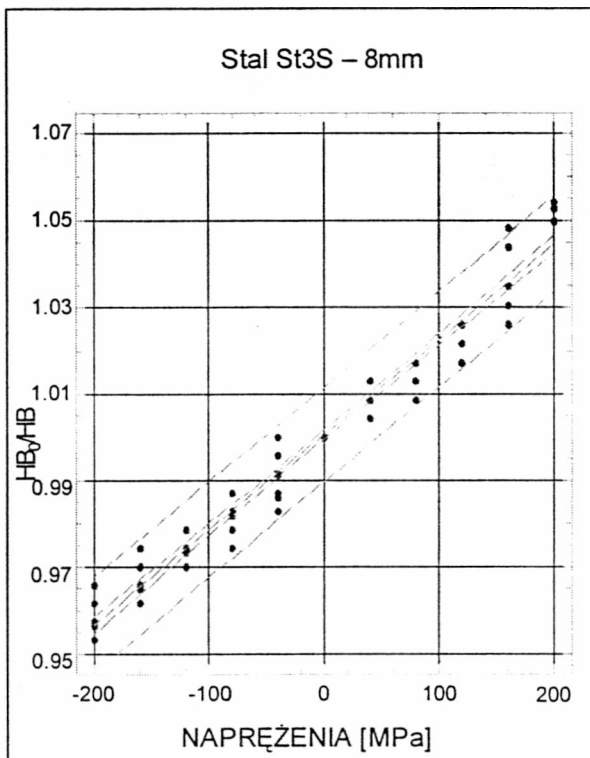
$$r = 0,9444$$

$$(5.11).$$

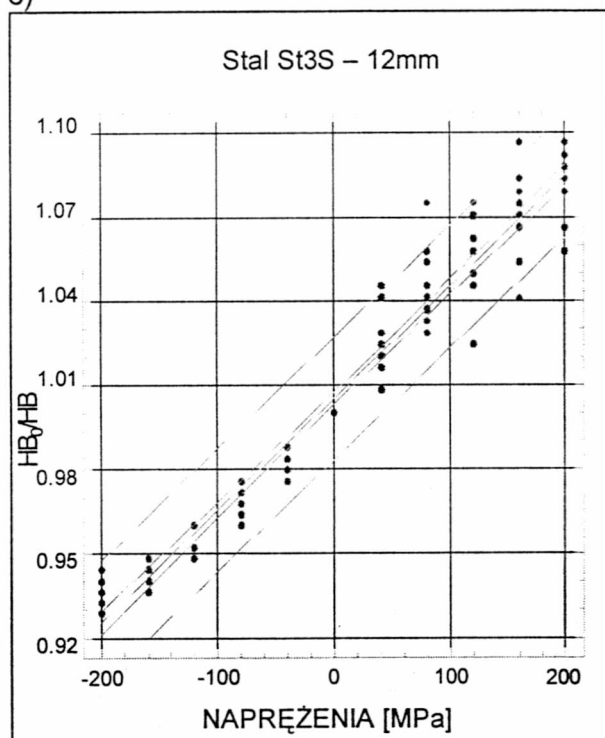
a)



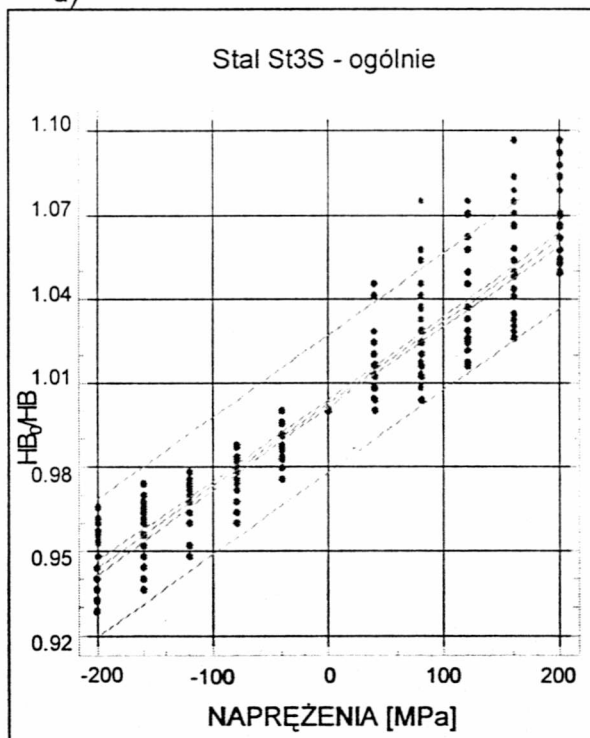
b)



c)



d)



Rys.5.16. Wykresy regresji liniowych, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności $HB_0/HB = f_h(\sigma)$ dla stali St3S dla próbek: a) 4mm, b) 8mm, c) 12mm, d) wszystkich grubości

Powyższe formuły gwarantują dokładności wystarczające dla celów praktycznych. W dalszej części pracy wprowadzono korekty powyższych równań, mające na celu spełnienie warunków brzegowych $HB_0=HB$ dla $\sigma=0$.

Tabl.5.5b. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ dla stali St3SY

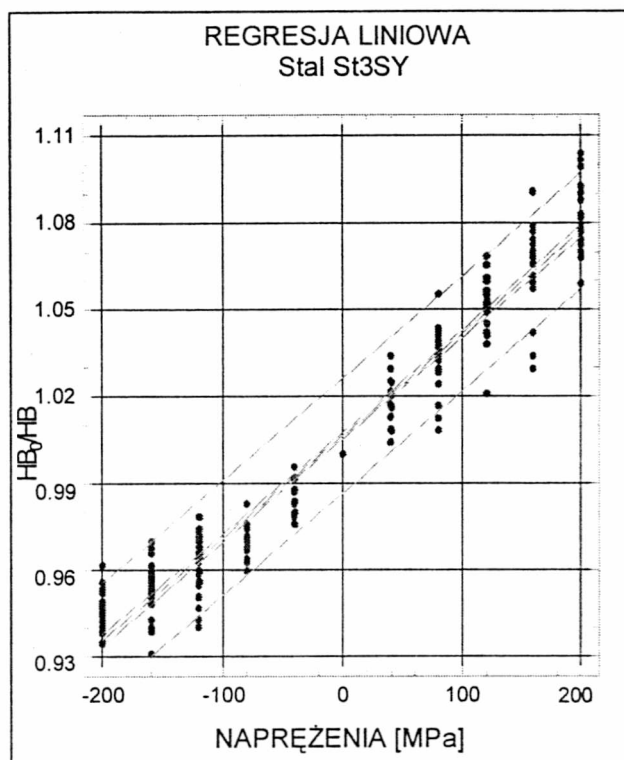
Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	1,0052	$4,32 \cdot 10^{-3}$	0,9965	1,0005
	b	$3,41 \cdot 10^{-4}$	$3,38 \cdot 10^{-4}$	$-3,36 \cdot 10^{-4}$	$3,41 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$9,27 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9849	0,9864	-0,9875	0,9907
	R^2	97,01%	97,29%	97,52%	98,15%
8mm	a	1,0107	$9,71 \cdot 10^{-3}$	0,9912	1,0030
	b	$3,57 \cdot 10^{-4}$	$3,52 \cdot 10^{-4}$	$-3,46 \cdot 10^{-4}$	$3,57 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$1,47 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9786	0,9814	-0,9839	0,9931
	R^2	95,77%	96,32%	96,81%	96,62%
12mm	a	1,0029	$1,87 \cdot 10^{-3}$	0,9991	0,9999
	b	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$3,60 \cdot 10^{-4}$	$-3,59 \cdot 10^{-4}$	$3,62 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$5,69 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9675	0,9697	-0,9714	0,9718
	R^2	93,61%	94,04%	94,36%	94,44%
Wszystkie grubości	a	1,0063	$5,29 \cdot 10^{-3}$	0,9956	1,0011
	b	$3,54 \cdot 10^{-4}$	$3,50 \cdot 10^{-4}$	$-3,47 \cdot 10^{-4}$	$3,53 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$9,99 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9736	0,9757	-0,9772	0,9801
	R^2	94,79%	95,19%	95,51%	96,07%

Otrzymane współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji są podobne ich wartości mieszczą się w granicach 0,97–0,99. Jednakże, największe otrzymuje się dla regresji nieliniowej, a najniższe dla regresji liniowej. Najwygodniejsze do zastosowań są jednak funkcje liniowe, proponuje się następujące zależności:

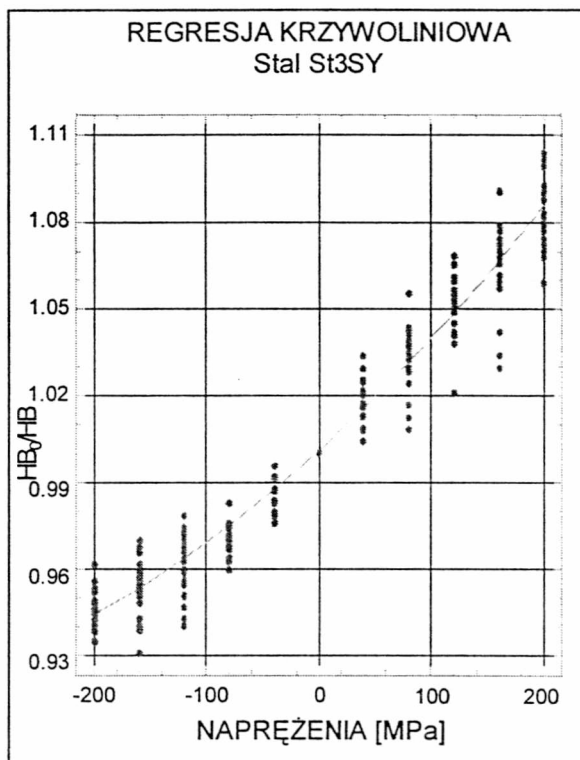
$$\begin{aligned}
 \text{dla próbek 4mm} & \quad HB_0 = HB(1,0052 + 0,0341\sigma/100), r = 0,9849, \\
 \text{dla próbek 8mm} & \quad HB_0 = HB(1,0107 + 0,0357\sigma/100), r = 0,9786, \\
 \text{dla próbek 12mm} & \quad HB_0 = HB(1,0029 + 0,0362\sigma/100), r = 0,9675, \\
 \text{dla wszystkich grubości} & \quad HB_0 = HB(1,0063 + 0,0354\sigma/100), r = 0,9736. \quad (5.12).
 \end{aligned}$$

Dla porównania, na wykresach przedstawiono zależność liniową i krzywoliniową dla wszystkich grubości dla stali St3SY (rys.5.17).

a)



b)



Rys.5.17. Wykresy zależności $HB_0/HB = f_h(\sigma)$ dla stali St3SY dla wszystkich grubości, w postaci: a) liniowej (5.12), b) krzywoliniowej, parabolicznej

Tabl.5.5c. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB = f_h(\sigma)$ dla stali St3SX

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB =$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB =$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB =$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB =$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a b c r R^2	1,0053 $4,76 \cdot 10^{-4}$ - 0,9863 97,29%	$3,64 \cdot 10^{-3}$ $4,71 \cdot 10^{-4}$ - 0,9886 97,73%	0,9981 $-4,67 \cdot 10^{-4}$ - -0,9902 98,05%	0,9983 $4,75 \cdot 10^{-4}$ $1,00 \cdot 10^{-3}$ 0,9931 98,63%
8mm	a b c r R^2	1,0072 $3,40 \cdot 10^{-4}$ - 0,9848 96,98%	$6,35 \cdot 10^{-3}$ $3,37 \cdot 10^{-4}$ - 0,9864 97,31%	0,9945 $-3,34 \cdot 10^{-4}$ - -0,9877 97,57%	1,0022 $3,40 \cdot 10^{-4}$ $9,99 \cdot 10^{-4}$ 0,9915 98,31%
12mm	a b c r R^2	1,0029 $3,57 \cdot 10^{-4}$ - 0,9635 92,84%	$1,91 \cdot 10^{-3}$ $3,54 \cdot 10^{-4}$ - 0,9682 93,74%	0,9991 $-3,51 \cdot 10^{-4}$ - -0,9721 94,50%	0,9969 $3,57 \cdot 10^{-4}$ $1,15 \cdot 10^{-3}$ 0,9723 94,54%
Wszystkie grubości	a b c r R^2	1,0051 $3,91 \cdot 10^{-4}$ - 0,9676 93,62%	$3,96 \cdot 10^{-3}$ $3,87 \cdot 10^{-4}$ - 0,9703 94,13%	0,9972 $-3,84 \cdot 10^{-4}$ - -0,9722 94,52%	0,9991 $3,91 \cdot 10^{-4}$ $1,04 \cdot 10^{-3}$ 0,9748 95,03%

Otrzymane współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji mieszczą się w granicach 0,96–0,99. Podobnie jak dla St3SY, największe otrzymuje się dla regresji nieliniowej, a najniższe dla regresji liniowej. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe, przy czym proponuje się następujące zależności dla stali St3SX:

$$\begin{aligned} \text{dla próbek 4mm} & - \quad HB_0 = HB(1,0053 + 0,0476\sigma/100), r = 0,9863, \\ \text{dla próbek 8mm} & - \quad HB_0 = HB(1,0072 + 0,0340\sigma/100), r = 0,9848, \\ \text{dla próbek 12mm} & - \quad HB_0 = HB(1,0029 + 0,0357\sigma/100), r = 0,9635, \\ \text{dla wszystkich grubości} & - \quad HB_0 = HB(1,0051 + 0,0391\sigma/100), r = 0,9676. \end{aligned} \quad (5.13).$$

Następną grupę stali stanowią stale niskostopowe. Niżej przedstawiono wyniki analiz dla stali 18G2A.

Tabl.5.5d. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ dla stali 18G2A

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R ² ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	1,0042	$3,49 \cdot 10^{-3}$	0,9972	0,9986
	b	$2,27 \cdot 10^{-4}$	$2,23 \cdot 10^{-4}$	$-2,20 \cdot 10^{-4}$	$2,16 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$9,64 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9815	0,9839	-0,9860	0,9920
	R ²	96,33%	96,81%	97,23%	98,40%
8mm	a	0,9964	$-4,83 \cdot 10^{-3}$	1,0060	0,9967
	b	$2,88 \cdot 10^{-4}$	$2,87 \cdot 10^{-4}$	$-2,87 \cdot 10^{-4}$	$2,89 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$0,50 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9728	0,9727	-0,9720	0,9729
	R ²	94,64%	94,61%	94,49%	94,65%
12mm	a	1,0007	$-1,52 \cdot 10^{-4}$	1,0010	0,9972
	b	$2,60 \cdot 10^{-4}$	$2,58 \cdot 10^{-4}$	$-2,56 \cdot 10^{-4}$	$2,54 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$5,17 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9876	0,9894	-0,9907	0,9907
	R ²	97,53%	97,89%	98,15%	98,16%
Wszystkie Grubości	a	1,0004	$-4,97 \cdot 10^{-4}$	1,0014	0,9976
	b	$2,58 \cdot 10^{-4}$	$3,87 \cdot 10^{-4}$	$-2,55 \cdot 10^{-4}$	$2,53 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$4,18 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9736	0,9739	-0,9737	0,9758
	R ²	94,79%	94,85%	94,80%	95,21%

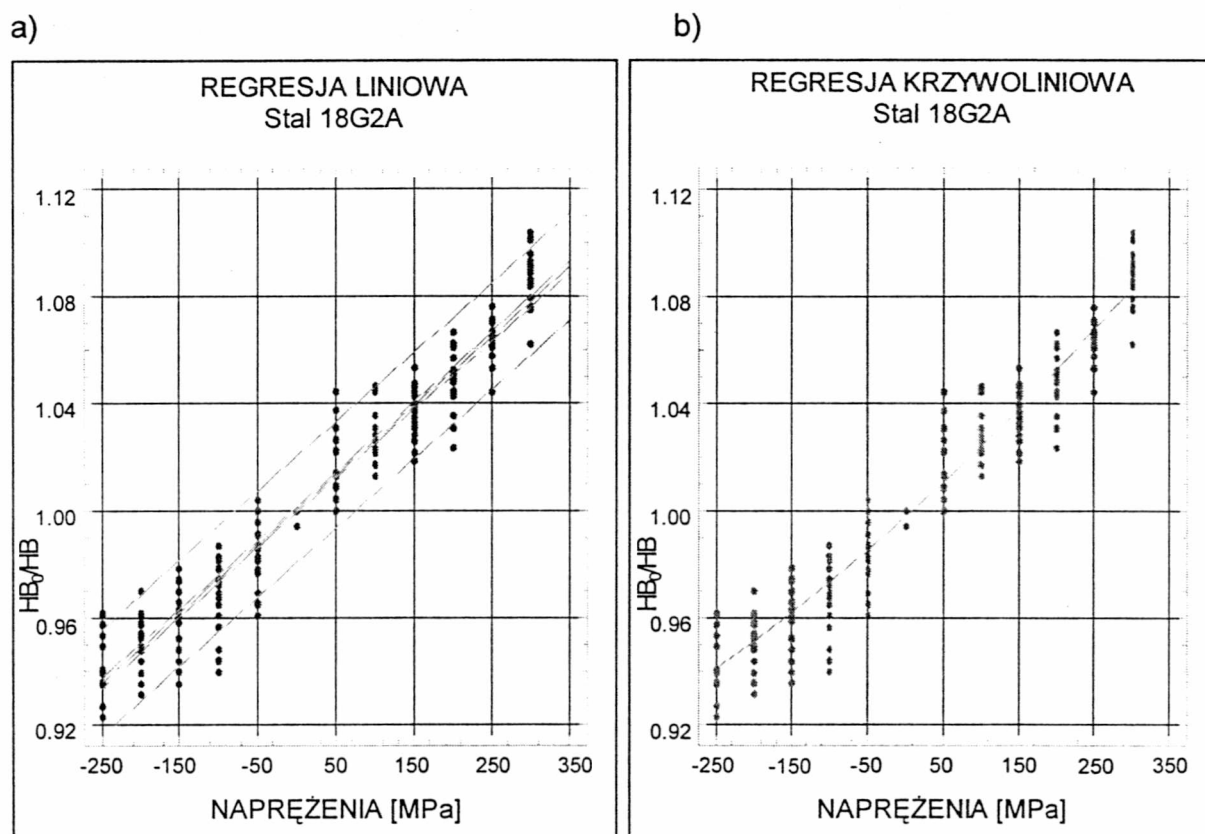
Otrzymano wysokie współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji, mieszczące się w granicach 0,97–0,99. Są one w zasadzie zbliżone, przy czym największe otrzymuje się dla regresji nieliniowej, parabolicznej. Dla celów praktycznych najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe.

Otrzymano następujące zależności liniowe dla stali 18G2A:

$$\text{dla próbek 4mm} - \quad HB_0 = HB(1,0042 + 0,0227\sigma/100), \quad r = 0,9815,$$

dla próbek 8mm - $HB_0 = HB(0,9964 + 0,0288\sigma/100)$, $r = 0,9728$,
 dla próbek 12mm - $HB_0 = HB(1,0007 + 0,0260\sigma/100)$, $r = 0,9876$,
 dla wszystkich grubości- $HB_0 = HB(1,0004 + 0,0258\sigma/100)$, $r = 0,9736$. (5.14).

Na rysunku 5.18 przedstawiono zależność liniową (5.14) dla wszystkich grubości oraz dla porównania zależność krzywoliniową, paraboliczną (por. tabl. 5.5d).



Rys.5.18. Wykresy zależności $HB_0/HB = f_h(\sigma)$ dla stali 18G2A dla wszystkich grubości, w postaci: a) liniowej (5.14), b) krzywoliniowej, parabolicznej

Ostatnią rozpatrywaną grupę stali stanowi stal 14HNMBCu, dla której zależności otrzymane w analizach regresji podano niżej.

Otrzymano współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji w granicach 0,96 – 0,99. W zasadzie są one do siebie zbliżone. Dla celów praktycznych najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe, podane poniżej:

dla próbek 4mm - $HB_0 = HB(1,0014 + 0,0178\sigma/100)$, $r = 0,9845$,
 dla próbek 8mm - $HB_0 = HB(1,0024 + 0,0254\sigma/100)$, $r = 0,9903$,
 dla próbek 12mm - $HB_0 = HB(0,9957 + 0,0152\sigma/100)$, $r = 0,9720$,
 dla wszystkich grubości- $HB_0 = HB(0,9998 + 0,0199\sigma/100)$, $r = 0,9646$. (5.15).

Tabl.5.5e. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ dla stali 14HNMBCu

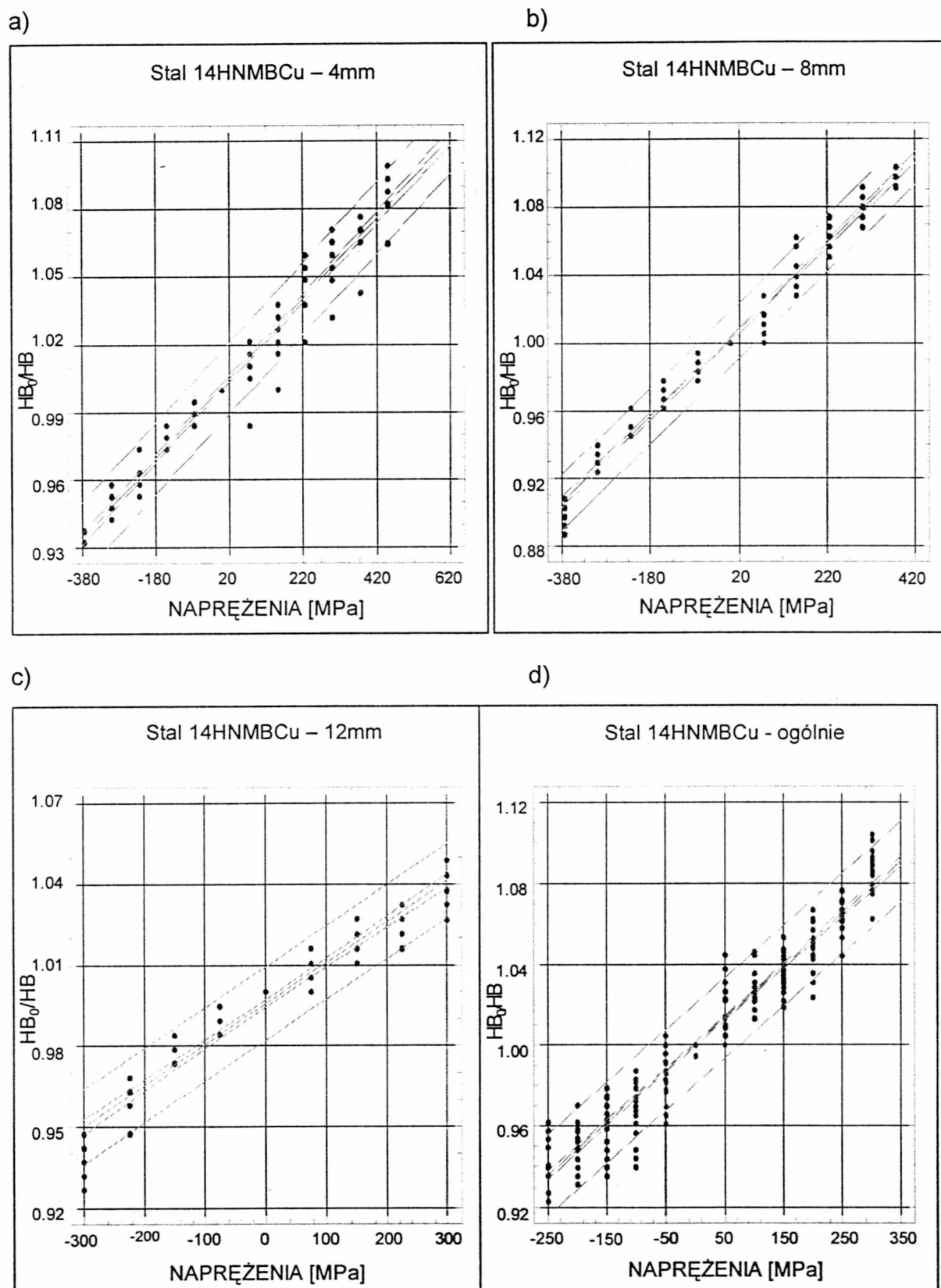
Grubość Próbki	Współczynniki Regresji: a, b c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	1,0014	$3,96 \cdot 10^{-4}$	1,0006	1,0002
	b	$1,78 \cdot 10^{-4}$	$1,76 \cdot 10^{-4}$	$-1,75 \cdot 10^{-4}$	$1,76 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$1,10 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9845	0,9853	-0,9855	0,9848
	R^2	96,92%	97,08%	97,14%	96,98%
8mm	a	1,0024	$7,46 \cdot 10^{-4}$	1,0010	1,0036
	b	$2,54 \cdot 10^{-4}$	$2,54 \cdot 10^{-4}$	$-2,55 \cdot 10^{-4}$	$2,54 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$-0,90 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9903	0,9889	-0,9864	0,9905
	R^2	98,07%	97,79%	97,29%	98,12%
12mm	a	0,9957	$-4,74 \cdot 10^{-3}$	1,0052	0,9998
	b	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-4}$	$-1,55 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$-7,93 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9720	0,9697	-0,9669	0,9820
	R^2	94,48%	94,02%	93,50%	96,42%
Wszystkie Grubości	a	0,9998	$-1,25 \cdot 10^{-3}$	1,0023	1,0007
	b	$1,99 \cdot 10^{-4}$	$1,99 \cdot 10^{-4}$	$-2,00 \cdot 10^{-4}$	$2,00 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$-0,85 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9646	0,9642	-0,9626	0,9648
	R^2	93,05%	92,96%	92,65%	93,09%

Na rysunku 5.19 przedstawiono zależności liniowe opisane powyższymi równaniami dla poszczególnych grubości próbek stali 14HNMBCu.

W kolejnym etapie rozważań zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ przedstawiono wyniki analiz regresji dla zbioru stali konstrukcyjnych niestopowych. Wzięto pod uwagę zbiór wyników badań stali: St3S, St3SY i St3SX, oraz łącznie wszystkie grubości. Całkowity zbiór wynosił 972 obserwacje. Przeprowadzono podobne analizy jak wcześniej. Wyniki zestawiono w tabeli 5.5f.

Tabl.5.5f. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ dla wszystkich stali niestopowych (St3S, St3SY, St3SX)

Grubość Próbki	Współczynniki Regresji: a, b c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
wszystkie grubości	a	1,0047	$3,71 \cdot 10^{-3}$	0,9972	1,0001
	b	$3,46 \cdot 10^{-4}$	$3,43 \cdot 10^{-4}$	$-3,41 \cdot 10^{-4}$	$3,46 \cdot 10^{-4}$
	c	-	-	-	$9,00 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9571	0,9596	-0,9618	0,9625
	R^2	91,59%	92,10%	92,50%	92,65%



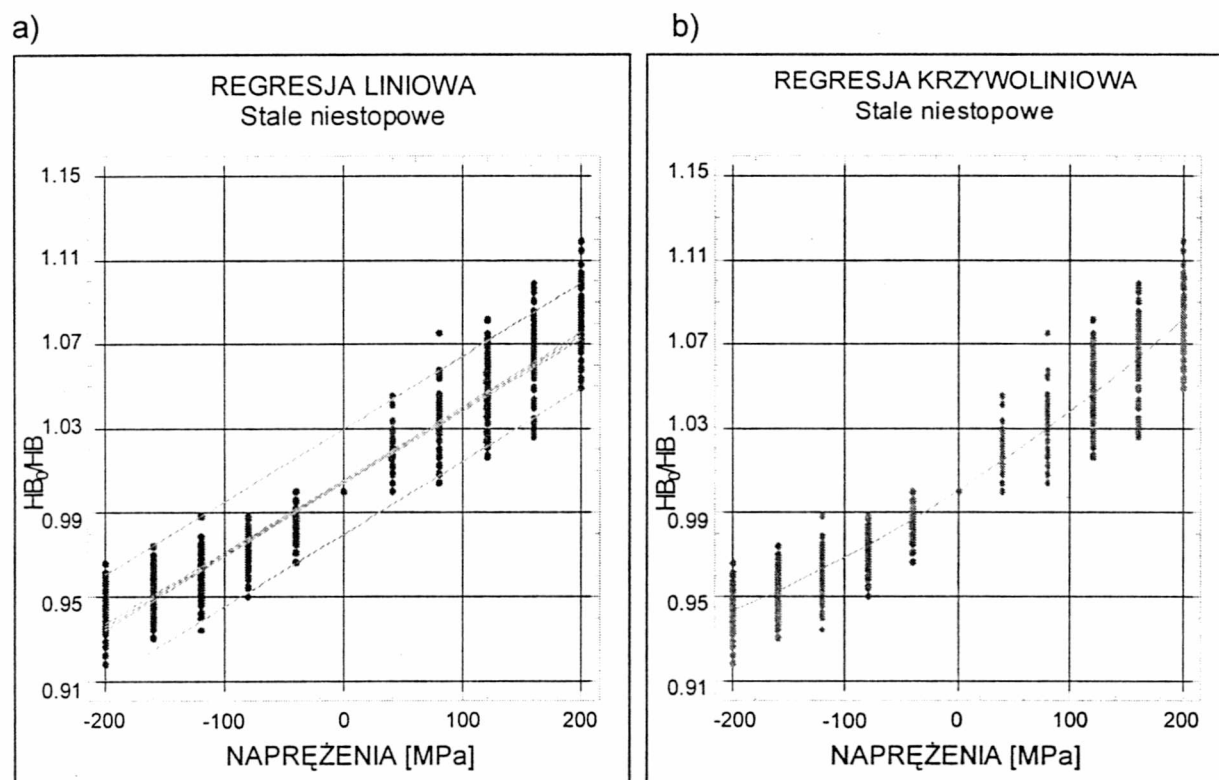
Rys.5.19. Wykresy regresji liniowych, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ dla stali 14HNMBCu dla próbek: a) 4mm, b) 8mm, c) 12mm, d) wszystkich grubości

Na podstawie analiz tabl.5.5f otrzymano wysokie współczynniki korelacji, mieszczą się one w granicach 0,95–0,96. Najlepsze dopasowanie jest dla regresji nieliniowej, parabolicznej. Dla celów praktycznych najwygodniejsza do zastosowania jest zależność liniowa, (rys.5.20a):

$$HB_0 = HB(1,0047 + 0,0346\sigma/100), \quad r = 0,9571 \quad (5.16).$$

Dla porównania podano zależność krzywoliniową, drugiego stopnia (rys.5.20b):

$$HB_0 = HB(1,0001 + 0,0346\sigma/100 + 0,09\sigma^2/100), \quad r = 0,9625 \quad (5.17).$$



Rys.5.20. Wykresy zależności $HB_0/HB = f_h(\sigma)$ dla stali niestopowych dla wszystkich grubości, w postaci: a) liniowej (5.16), b) krzywoliniowej (5.17).

Wzory podane dla poszczególnych stali, gwarantują dokładność wystarczającą dla celów praktycznych. Korekta wymienionych równań mająca na celu spełnienie warunku brzegowego $HB_0 = HB$ dla $\sigma = 0$, prowadzi do uproszczonych równań przedstawionych poniżej, w odniesieniu do zbiorów wyników obejmujących wszystkie grubości, dla których współczynniki korelacji są nieco niższe:

- dla stali St3S

$$HB_0 = HB(1 + 0,0295\sigma/100), \quad r = 0,9436 \quad (5.18),$$

- dla stali St3SY

$$HB_0 = HB(1 + 0,0356\sigma/100), \quad r = 0,9717 \quad (5.19),$$

- dla stali St3SX

$$HB_0 = HB(1 + 0,0393\sigma/100), \quad r = 0,9661 \quad (5.20),$$

- dla stali 18G2A

$$HB_0 = HB(1 + 0,0258\sigma/100), \quad r = 0,9734 \quad (5.21),$$

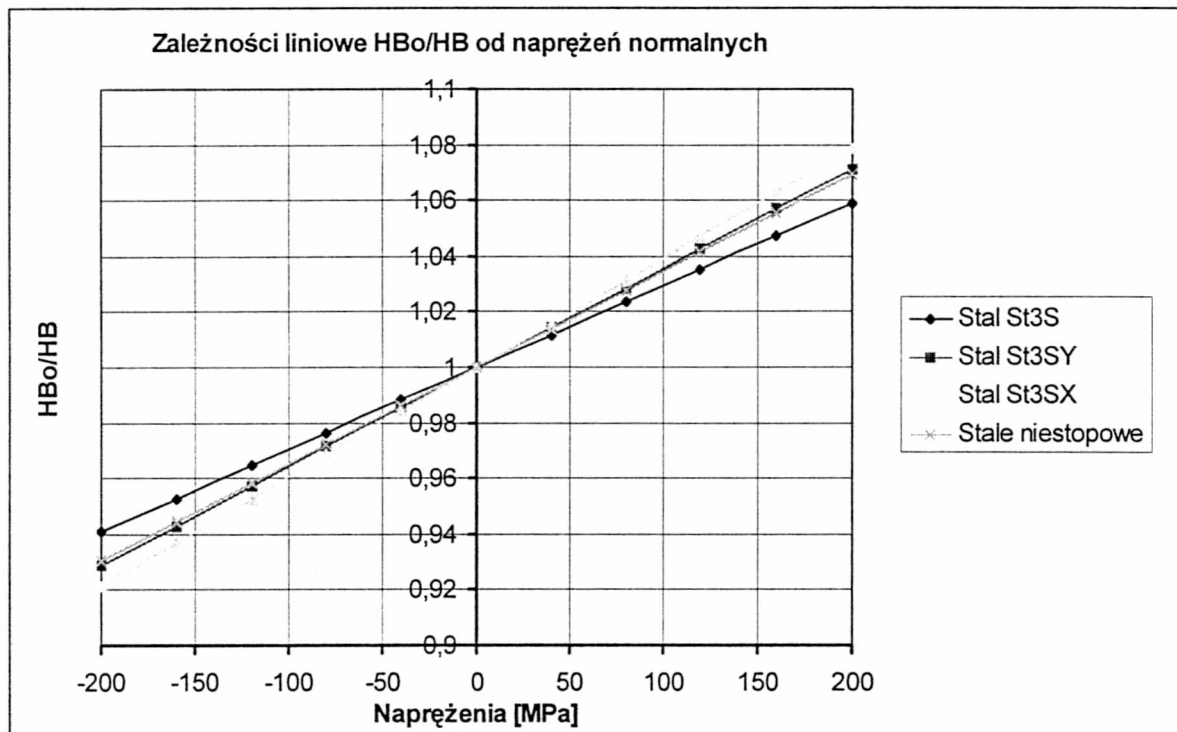
- dla stali 14HNMBCu

$$HB_0 = HB(1 + 0,0199\sigma/100), \quad r = 0,9645 \quad (5.22),$$

- dla wszystkich stali niestopowych

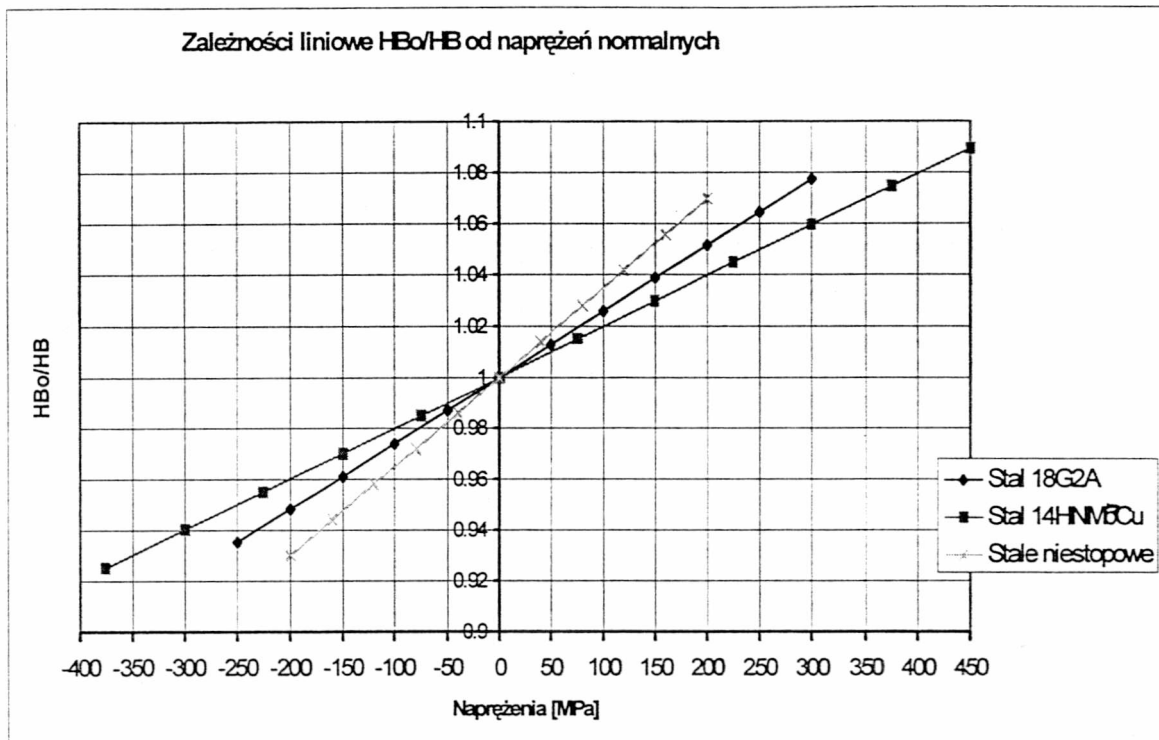
$$HB_0 = HB(1 + 0,0348\sigma/100), \quad r = 0,9557 \quad (5.23),$$

Niżej przedstawiono wykresy zależności liniowych $HB_0/HB=f_h(\sigma)$ równań (5.18)-(5.23) dla poszczególnych gatunków stali (rys.5.21 i rys.5.22).



Rys.5.21. Wpływ wyężenia naprężeniami normalnymi dla stali: St3S, St3SY, St3SX, i stali niestopowych (łącznie)

Na podstawie tych wykresów oszacowano procentowy wpływ wyężenia elementów naprężeniami normalnymi (ściskaniem lub rozciąganiem), na pomiar twardości dla badanych gatunków stali. I tak wynoszą one w przybliżeniu dla stali niestopowych: St3S - 3%, St3SY - 3,6%, St3SX - 4%, dla wszystkich razem – 3,5 % na każde 100MPa. Dla stali niskostopowych 18G2A – 2,6% na każde 100MPa. Dla stali ulepszonych cieplnie 14HNMBCu - 2% na każde 100MPa. Widoczne jest zmniejszanie się tego wpływu w miarę wzrostu wytrzymałości stali.



Rys.5.22. Wpływ wyężenia naprężeniami normalnymi dla stali: 18G2A, 14HNMBCu, na tle wyników dla stali niestopowych.

5.3.3. Uogólnienia zależności między wytrzymałością R_i a twardością HB

W celu uogólnienia równania (2.12), przedstawiającego zależność między twardością a wytrzymałością stali, do postaci $R_i/(9,8HB) = f_n(\sigma)$, umożliwiające określanie parametrów wytrzymałościowych stali R_e i R_m na podstawie twardości HB pomierzonej na obciążonych elementach konstrukcyjnych, przeprowadzono odpowiednią obróbkę statystyczną wyników otrzymanych z badań twardości i badań wytrzymałościowych. Zbiory wyników badań doświadczalnych poddanych obróbce statystycznej zawierały taką samą ilość obserwacji jak w 5.3.2: Wszystkie zbiory danych jako zmienne losowe miały rozkład normalny, co zostało potwierdzone przez testy chi-kwadrat. Otrzymane wartości zmiennej losowej F , na podstawie jednokierunkowej analizy wariancji wspomnianej zależności, znacznie przekraczały wartości krytyczne F_α podane w tablicach statystycznych Zielińskiego [63], przy zadanym poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Podobnie wartości poziomu istotności są mniejsze od przyjętego α . To wszystko dowodzi, że stan wyężenia naprężeniami normalnymi ma wpływ na zależność $R_i/(9,8HB) = f_n(\sigma)$.

Wyniki badań poddano analizom regresji. Wybrano analizę prostej regresji, do której należą trzy rodzaje: regresja liniowa, regresja eksponentialna i regresja odwrotności. Dodatkowo zamieszczono wyniki analiz regresji nieliniowej, parabolicznej. W efekcie tych analiz otrzymano zależności $R_t/(9,8HB)=f_{rl}(\sigma)$ zestawione dla poszczególnych gatunków stali w tablicach 5.6. W tablicach tych zamieszczono wartości oszacowanych parametrów regresji a , b , c , współczynniki korelacji r , a także współczynniki determinacji R^2 . Wartości statystyki F dla wszystkich oszacowanych parametrów regresji są znacznie wyższe od wartości krytycznych F_α . Wyniki zależności granicy plastyczności od twardości $R_e/(9,8HB)=f_{re}(\sigma)$ i zależności wytrzymałości na rozciąganie od twardości $R_m/(9,8HB)=f_{rm}(\sigma)$ przedstawiono tylko dla regresji liniowej i regresji parabolicznej, ze względu na to, że z reguły najlepsze współczynniki korelacji otrzymywano dla regresji parabolicznej, a zależności otrzymane z regresji liniowej są najwygodniejsze w zastosowaniach. Dla wybranych stali otrzymane zależności liniowe przedstawiono na wykresach. Ze względu na ograniczenia objętości pracy, nie przedstawiano w formie wykresów zależności krzywoliniowych.

Tabl.5.6a. Wyniki badań statystycznych zależności $R_t/(9,8HB)=f_{rl}(\sigma)$ dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a , b , c korelacji r determinacji R^2	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna
		$R_e/(9,8)HB =$ $= a+b\sigma$	$R_e/(9,8)HB =$ $= a+b\sigma+c\sigma^2$	$R_m/(9,8)HB =$ $= a+b\sigma$	$R_m/(9,8)HB =$ $= a+b\sigma+c\sigma^2$
4 mm	a	0,2522	0,2514	0,3355	0,3344
	b	$6,61 \cdot 10^{-5}$	$6,61 \cdot 10^{-5}$	$9,17 \cdot 10^{-5}$	$9,17 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$8,38 \cdot 10^{-4}$	-	$8,16 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9721	0,9769	0,9633	0,9678
	R^2	94,49%	95,44%	92,79%	93,67%
8 mm	a	0,2468	0,2462	0,3344	0,3336
	b	$5,25 \cdot 10^{-5}$	$5,25 \cdot 10^{-5}$	$5,87 \cdot 10^{-5}$	$5,87 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$8,02 \cdot 10^{-4}$	-	$9,43 \cdot 10^{-4}$
	r	0,8818	0,8859	0,8943	0,9000
	R^2	77,76%	78,49%	79,97%	81,00%
12mm	a	0,2123	0,2118	0,3329	0,3321
	b	$8,14 \cdot 10^{-5}$	$8,12 \cdot 10^{-5}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$4,24 \cdot 10^{-4}$	-	$4,42 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9780	0,9793	0,9770	0,9784
	R^2	95,65%	95,89%	95,46%	95,73%
Wszystkie grubości	a	0,2372	0,2365	0,3343	0,3333
	b	$6,67 \cdot 10^{-5}$	$6,67 \cdot 10^{-5}$	$9,41 \cdot 10^{-5}$	$9,42 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$6,79 \cdot 10^{-4}$	-	$6,68 \cdot 10^{-4}$
	r	0,6109	0,6122	0,9136	0,9165
	R^2	37,32%	37,47%	83,47%	84,00%

Analizując wyniki przedstawione w tablicy 5.6a można stwierdzić, że najlepsze dopasowanie ma wielomian drugiego stopnia. W większości przypadków różnica pomiędzy otrzymanymi współczynnikami korelacji dla obu regresji nie jest zbyt duża. Mieści się on, dla poszczególnych grubości w granicach 0,88–0,98. Lepsze dopasowanie otrzymuje się jednak przy analizie związanej z R_m . Wynika to między innymi z tego powodu, że granica plastyczności dla stali nie jest stała (uzależniona jest np. od różnych grubości elementów). Analizując wszystkie zbiory grubości razem otrzymuje się jeszcze niższe współczynniki korelacji dla zależności związanej z R_e , gdyż wynoszą one około 0,61, a dla R_m są nadal wysokie. Taki współczynnik korelacji dla R_e potwierdza duży rozrzut w wartościach R_e dla stali St3S. Na podstawie omówionych analiz, zaproponowano dla stali St3S następujące formuły liniowe do obliczania parametrów wytrzymałościowych stali R_e i R_m , na podstawie nieniszczących badań twardości HB :

- dla próbek 4mm

$$R_e = 9,8HB (0,2522 + 0,0066\sigma/100), \quad r=0,9721,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3355 + 0,0092\sigma/100), \quad r=0,9633,$$

- dla próbek 8mm

$$R_e = 9,8HB (0,2468 + 0,0052\sigma/100), \quad r=0,8818,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3344 + 0,0059\sigma/100), \quad r=0,8943,$$

- dla próbek 12mm

$$R_e = 9,8HB (0,2123 + 0,0081\sigma/100), \quad r=0,9780,$$

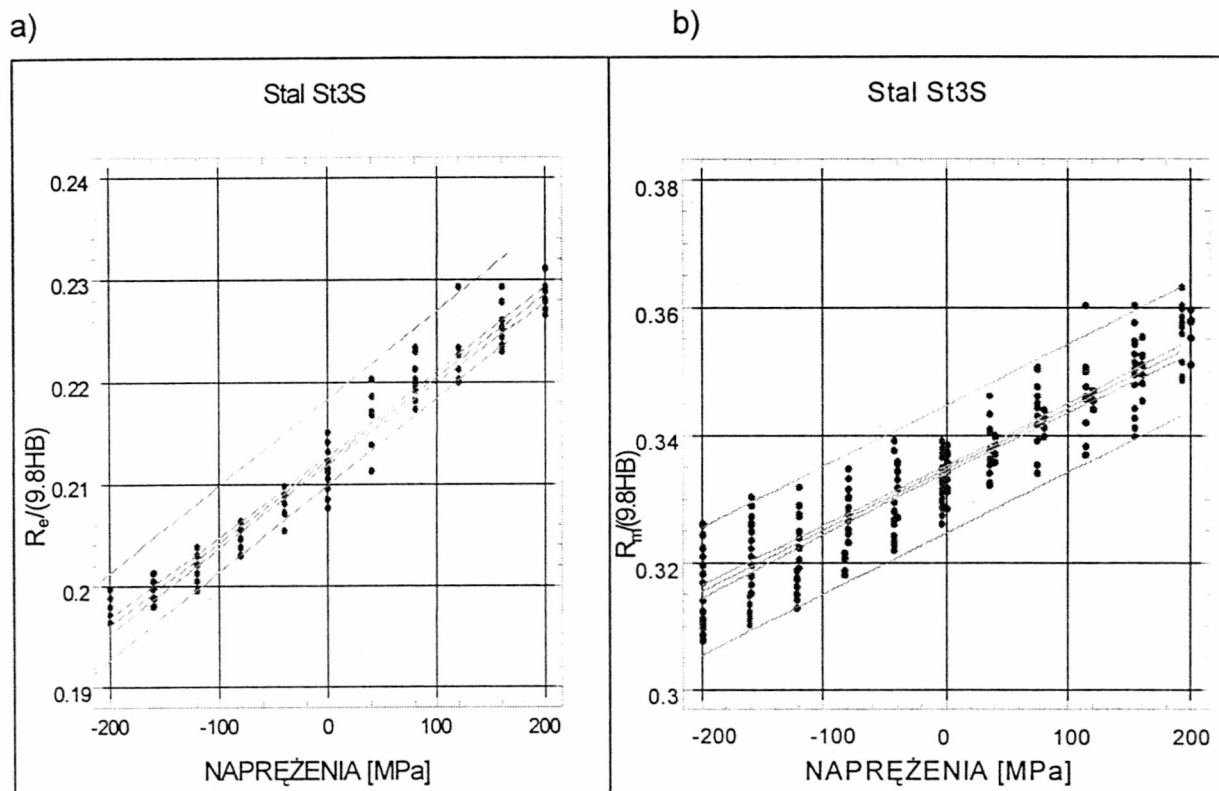
$$R_m = 9,8HB (0,3329 + 0,0132\sigma/100), \quad r=0,9770,$$

- dla wszystkich grubości

$$R_e = 9,8HB (0,2372 + 0,0068\sigma/100), \quad r=0,6109, \quad (5.24)$$

$$R_m = 9,8HB (0,3343 + 0,0094\sigma/100), \quad r=0,9136. \quad (5.25).$$

Na rysunku 5.23 przedstawiono przykładowo zależność $R_e/(9,8HB) = f_{re}(\sigma)$ dla próbek o grubości 12mm ze stali St3S oraz zależność liniową $R_m/(9,8HB) = f_{rm}(\sigma)$ dla wszystkich grubości, na tle punktów otrzymanych z pomiarów.



Rys.5.23. Wykresy prostych regresji, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności liniowe dla próbek ze stali St3S: a) $R_e/(9,8HB) = f_{re}(\sigma)$ dla grubości 12mm, b) $R_m/(9,8HB) = f_{rm}(\sigma)$ – dla wszystkich grubości

Tabl.5.6b. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9,8HB) = f_{ri}(\sigma)$ dla stali St3SY

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c korelacji r, determinacji R^2	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna
		$R_e/(9,8)HB = a + b\sigma$	$R_e/(9,8)HB = a + b\sigma + c\sigma^2$	$R_m/(9,8)HB = a + b\sigma$	$R_m/(9,8)HB = a + b\sigma + c\sigma^2$
4 mm	a	0,2478	0,2466	0,3399	0,3383
	b	$9,45 \cdot 10^{-5}$	$9,45 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$8,50 \cdot 10^{-4}$	-	$9,59 \cdot 10^{-4}$
	r	0,8877	0,8924	0,9219	0,9280
	R^2	78,81%	79,63%	85,00%	86,11%
8 mm	a	0,2363	0,2344	0,3354	0,3328
	b	$9,79 \cdot 10^{-5}$	$9,79 \cdot 10^{-5}$	$1,33 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$1,27 \cdot 10^{-3}$	-	$1,32 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9757	0,9866	0,9768	0,9885
	R^2	95,21%	97,34%	95,42%	97,72%
12mm	a	0,2338	0,2328	0,3311	0,3302
	b	$9,64 \cdot 10^{-5}$	$9,64 \cdot 10^{-5}$	$1,21 \cdot 10^{-4}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$8,74 \cdot 10^{-4}$	-	$5,16 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9680	0,9700	0,9738	0,9795
	R^2	93,70%	94,09%	94,83%	95,19%

Wszystkie grubości	a	0,2346	0,23342	0,3355	0,3338
	b	$9,06 \cdot 10^{-5}$	$9,06 \cdot 10^{-5}$	$1,22 \cdot 10^{-5}$	$1,22 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$8,92 \cdot 10^{-4}$	-	$9,35 \cdot 10^{-4}$
	r	0,6666	0,6704	0,9326	0,9385
	R ²	44,43%	44,95%	86,98%	88,07%

Najlepsze dopasowanie otrzymuje się dla wielomianu drugiego stopnia. W większości przypadków różnica pomiędzy otrzymanymi współczynnikami korelacji dla obu regresji nie jest zbyt duża. Współczynniki te mieszczą się, dla poszczególnych grubości w granicach 0,87–0,99. Podobnie jak dla stali St3S lepsze dopasowanie otrzymuje się przy analizie związanej z R_m . Analizując wszystkie zbiory grubości razem otrzymuje się znacznie niższe współczynniki korelacji dla zależności związanej z R_e , gdyż wynoszą one około 0,67, a dla R_m są one nadal wysokie –0,94. Zaproponowano dla stali St3SY następujące formuły liniowe:

- dla próbek 4mm

$$R_e = 9,8HB (0,2363 + 0,0095\sigma/100), \quad r=0,8877,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3399 + 0,0112\sigma/100), \quad r=0,9219,$$

- dla próbek 8mm

$$R_e = 9,8HB (0,2468 + 0,0098\sigma/100), \quad r=0,9757,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3354 + 0,0133\sigma/100), \quad r=0,9768,$$

- dla próbek 12mm

$$R_e = 9,8HB (0,2338 + 0,0096\sigma/100), \quad r=0,9680,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3311 + 0,0121\sigma/100), \quad r=0,9738,$$

- dla wszystkich grubości

$$R_e = 9,8HB (0,2346 + 0,0091\sigma/100), \quad r=0,6666, \quad (5.26)$$

$$R_m = 9,8HB (0,3355 + 0,0122\sigma/100), \quad r=0,9326. \quad (5.27)$$

Ze względu na podobny charakter wykresów jak dla stali St3S podanych wyżej zależności nie przedstawiano graficznie.

Analizując wyniki dla stali St3SX przedstawione w tabeli 5.6c można stwierdzić lepsze dopasowanie wielomianu drugiego stopnia. W większości przypadków różnica pomiędzy otrzymanymi współczynnikami korelacji dla obu regresji nie jest jednak zbyt duża. Współczynniki mieszczą się w granicach 0,91–0,98. Lepsze dopasowanie otrzymuje się przy analizie związanej z R_m , co wynika między innymi z tego powodu, że granica plastyczności dla stali nie jest stała.

Tabl.5.6c. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9,8HB)=f_n(\sigma)$ dla stali St3SX

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c korelacji r determinacji R^2	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna
		$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$
4 mm	a	0,2282	0,2266	0,3049	0,3029
	b	$1,11 \cdot 10^{-4}$	$1,11 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$9,79 \cdot 10^{-4}$	-	$1,00 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9782	0,9847	0,9675	0,9744
	R^2	95,69%	96,96%	93,60%	94,95%
8 mm	a	0,2250	0,2239	0,3355	0,3338
	b	$7,56 \cdot 10^{-5}$	$0,76 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$9,75 \cdot 10^{-4}$	-	$9,10 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9478	0,9543	0,9809	0,9865
	R^2	89,84%	91,08%	96,22%	97,32%
12mm	a	0,2174	0,2161	0,3213	0,3194
	b	$7,06 \cdot 10^{-5}$	$7,06 \cdot 10^{-5}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$1,20 \cdot 10^{-3}$	-	$1,15 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9163	0,9258	0,9653	0,9740
	R^2	83,96%	85,72%	93,18%	94,87%
Wszystkie grubości	a	0,2235	0,2222	0,3205	0,3187
	b	$8,58 \cdot 10^{-5}$	$8,58 \cdot 10^{-5}$	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$1,03 \cdot 10^{-3}$	-	$1,00 \cdot 10^{-3}$
	r	0,8665	0,8732	0,8610	0,8665
	R^2	75,09%	76,24%	74,13%	75,08%

Analizując wszystkie zbiory grubości razem otrzymuje się niższe współczynniki korelacji, są one jednak nadal wysokie, gdyż wynoszą one około 0,86-0,87, co potwierdza dużą tolerancję w wartościach R_e , R_m dla stali St3SX. Na podstawie omówionych analiz, zaproponowano dla stali St3SX, następujące formuły liniowe:

- dla próbek 4mm

$$R_e = 9,8HB (0,2282 + 0,0111\sigma/100), \quad r=0,9782,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3049 + 0,0140\sigma/100), \quad r=0,9675,$$

- dla próbek 8mm

$$R_e = 9,8HB (0,2250 + 0,0076\sigma/100), \quad r=0,9478,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3355 + 0,0127\sigma/100), \quad r=0,9809,$$

- dla próbek 12mm

$$R_e = 9,8HB (0,2174 + 0,0071\sigma/100), \quad r=0,9163,$$

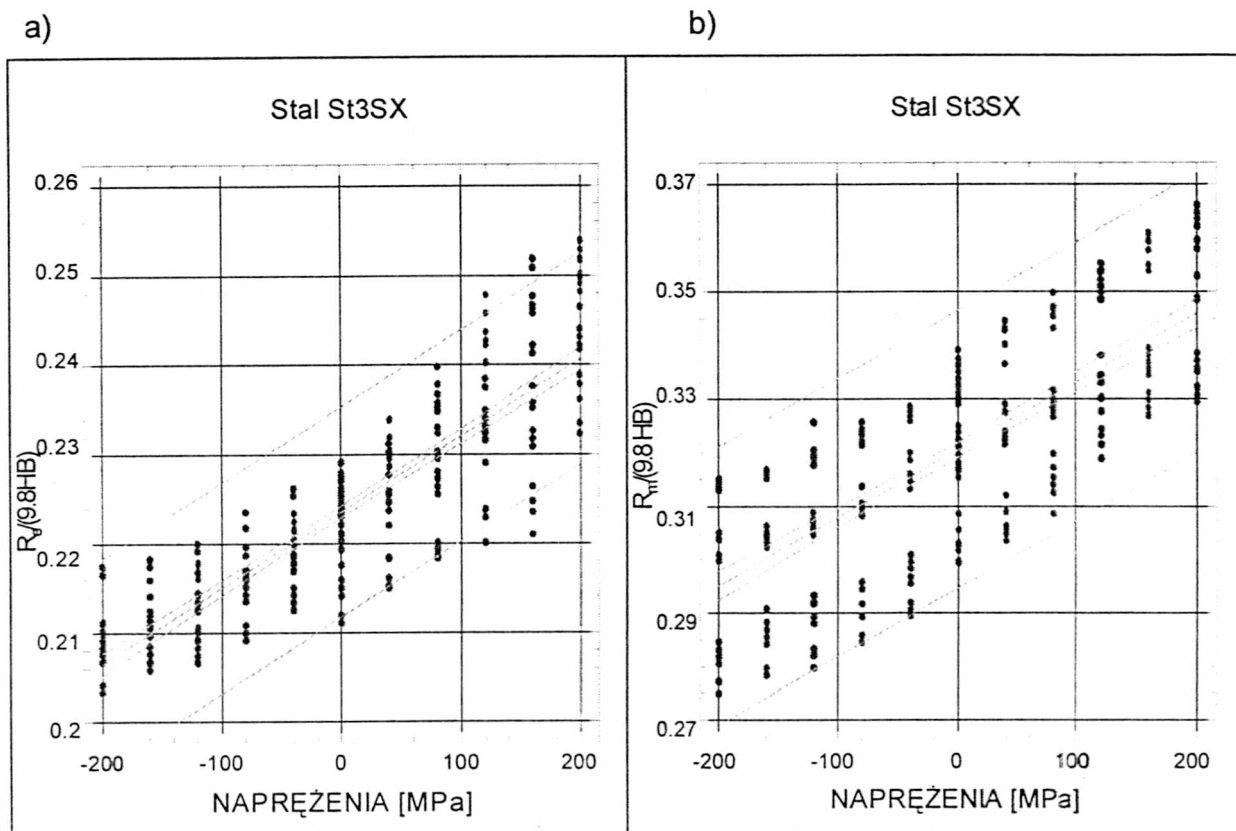
$$R_m = 9,8HB (0,3213 + 0,0114\sigma/100), \quad r=0,9653,$$

- dla wszystkich grubości

$$R_e = 9,8HB (0,2235 + 0,0086\sigma/100), \quad r=0,8665, \quad (5.28)$$

$$R_m = 9,8HB (0,3205 + 0,0127\sigma/100), \quad r=0,8610. \quad (5.29)$$

Zależności liniowe (5.28) i (5.29) dla stali St3SX, zostały pokazane na rys. 5.24 na tle punktów otrzymanych z pomiarów.



Rys.5.24. Wykresy prostych regresji, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności $R_i/(9,8HB) = f_i(\sigma)$ ze stali St3SX dla próbek wszystkich grubości, dla a) granicy plastyczności ($i=e$), b) wytrzymałości na rozciąganie ($i=m$)

Tabl.5.6d. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9,8HB)=f_i(\sigma)$ dla stali 18G2A

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c korelacji r, determinacji R^2	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna
		$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$
4 mm	a	0,2449	0,2434	0,3081	0,3062
	b	$4,53 \cdot 10^{-5}$	$4,24 \cdot 10^{-5}$	$6,20 \cdot 10^{-5}$	$5,84 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$1,32 \cdot 10^{-3}$	-	$1,16 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9553	0,9736	0,9307	0,9447
	R^2	91,27%	94,78%	86,62%	89,25%
8 mm	a	0,2485	0,2488	0,3337	0,3337
	b	$8,37 \cdot 10^{-5}$	$0,84 \cdot 10^{-4}$	$1,03 \cdot 10^{-4}$	$1,03 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$-1,41 \cdot 10^{-4}$	-	$-1,10 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9694	0,9696	0,9754	0,9755
	R^2	93,97%	94,02%	95,13%	95,16%

12mm	a	0,2375	0,2367	0,3112	0,3108
	b	$6,14 \cdot 10^{-5}$	$5,98 \cdot 10^{-5}$	$8,06 \cdot 10^{-5}$	$7,85 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$5,23 \cdot 10^{-4}$	-	$5,16 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9842	0,9874	0,9791	0,9823
	R ²	96,85%	97,49%	95,86%	96,49%
Wszystkie grubości	a	0,2436	0,2430	0,3178	0,3169
	b	$6,35 \cdot 10^{-5}$	$6,22 \cdot 10^{-5}$	$8,18 \cdot 10^{-5}$	$8,07 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$3,94 \cdot 10^{-4}$	-	$3,97 \cdot 10^{-4}$
	r	0,8688	0,8705	0,8044	0,8057
	R ²	75,49%	75,79%	64,70%	64,91%

Podobnie jak dla stali niestopowych, na podstawie wyników przedstawionych w tablicy 5.6d, można stwierdzić lepsze dopasowanie wielomianu drugiego stopnia. W większości przypadków różnica między otrzymanymi współczynnikami korelacji nie jest zbyt duża, gdyż mieszczą się one dla poszczególnych grubości w granicach 0,93–0,99. Analizując wszystkie zbiory grubości razem otrzymuje się niższe współczynniki korelacji, są one jednak nadal wysokie i wynoszą około 0,80–0,87. Na podstawie omówionych analiz zaproponowano następujące wzory:

- dla próbek 4mm

$$R_e = 9,8HB (0,2449 + 0,0045\sigma/100), \quad r=0,9553,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3081 + 0,0062\sigma/100), \quad r=0,9307,$$

- dla próbek 8mm

$$R_e = 9,8HB (0,2485 + 0,0084\sigma/100), \quad r=0,9694,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3337 + 0,0103\sigma/100), \quad r=0,9754,$$

- dla próbek 12mm

$$R_e = 9,8HB (0,2375 + 0,0061\sigma/100), \quad r=0,9842,$$

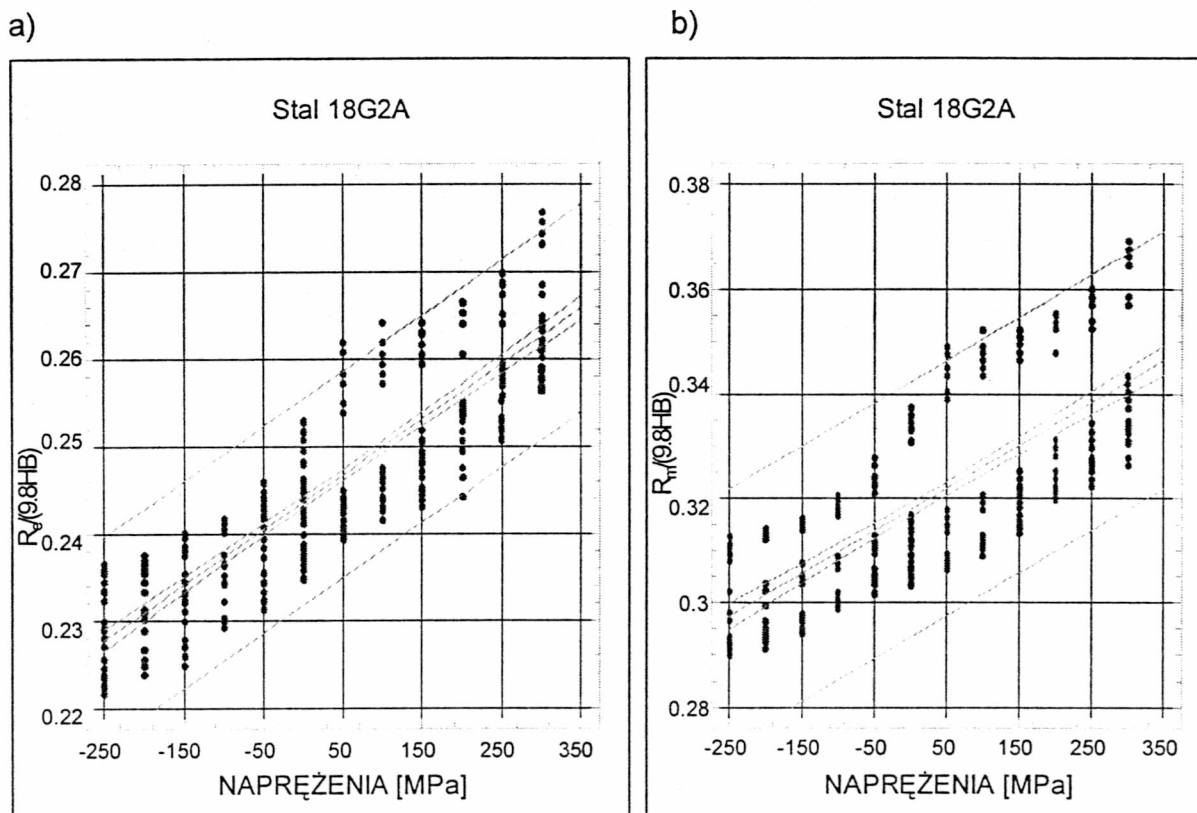
$$R_m = 9,8HB (0,3112 + 0,0081\sigma/100), \quad r=0,9791,$$

- dla wszystkich grubości

$$R_e = 9,8HB (0,2436 + 0,00635\sigma/100), \quad r=0,8688 \quad (5.30)$$

$$R_m = 9,8HB (0,3178 + 0,00818\sigma/100), \quad r=0,8044 \quad (5.31)$$

Zależności liniowe $R/(9,8HB) = f_{rl}(\sigma)$ dla próbek wszystkich grubości ze stali 18G2A, pokazano na rys. 5.25 na tle punktów otrzymanych z pomiarów.



Rys.5.25. Wykresy prostych regresji, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności $R_i/(9,8HB) = f_{ri}(\sigma)$ dla stali 18G2A dla próbek wszystkich grubości, dla a) granicy plastyczności ($i=e$), b) wytrzymałości na rozciąganie ($i=m$)

Niżej przedstawiono (por. tabl. 5.6e) wyniki analiz regresji dla stali 14HNMBCu. Najlepsze dopasowanie otrzymuje się dla wielomianu drugiego stopnia. Rozpatrując regresję osobno dla poszczególnych grubości otrzymuje się wysokie współczynniki korelacji. Różnica między otrzymanymi współczynnikami korelacji dla obu rodzajów regresji nie jest zbyt duża, gdyż mieszczą się one w granicach 0,95–0,98. Dla stali 14HNMBCu współczynniki korelacji zarówno dla analiz związanych z R_m , jak i R_e są zbliżone. Analizując jednak wszystkie zbiory grubości razem, otrzymuje się dużo niższe współczynniki korelacji, wynoszą one około 0,71–0,78. Wysoki współczynnik regresji a wynoszący około 0,28–0,31 dla relacji z R_e potwierdza fakt, że dla stali ulepszonych cieplnie umowna granica plastyczności jest bardzo wysoka w stosunku do wytrzymałości na rozciąganie ($R_{0,2}/R_m \approx 0,9$) i są one znacznie wyższe od otrzymywanych dla innych stali.

Tabl.5.6e. Wyniki badań statystycznych zależności $R_t/(9,8HB)=f_{\pi}(\sigma)$
dla stali 14HNMBCu

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c korelacji r, determinacji R^2	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna
		$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$
4 mm	a	0,2801	0,2797	0,3047	0,3044
	b	$4,51 \cdot 10^{-5}$	$4,44 \cdot 10^{-5}$	$5,55 \cdot 10^{-5}$	$5,51 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$1,51 \cdot 10^{-4}$	-	$9,81 \cdot 10^{-5}$
	r	0,9468	0,9474	0,9770	0,9772
	R^2	89,65%	89,77%	95,45%	95,50%
8 mm	a	0,3128	0,3132	0,3376	0,3381
	b	$7,87 \cdot 10^{-5}$	$7,88 \cdot 10^{-5}$	$8,26 \cdot 10^{-5}$	$8,26 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$-9,13 \cdot 10^{-5}$	-	$-9,93 \cdot 10^{-5}$
	r	0,9725	0,9727	0,9713	0,9716
	R^2	94,58%	94,62%	94,35%	94,39%
12mm	a	0,2996	0,3008	0,3267	0,3281
	b	$4,34 \cdot 10^{-5}$	$4,34 \cdot 10^{-5}$	$4,93 \cdot 10^{-5}$	$4,93 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$-8,45 \cdot 10^{-4}$	-	$-7,94 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9546	0,9657	0,9640	0,9742
	R^2	91,14%	93,26%	92,93%	94,90%
Wszystkie grubości	a	0,2968	0,2988	0,3222	0,3244
	b	$5,23 \cdot 10^{-5}$	$5,38 \cdot 10^{-5}$	$5,93 \cdot 10^{-5}$	$6,10 \cdot 10^{-5}$
	c	-	$-7,28 \cdot 10^{-4}$	-	$-7,04 \cdot 10^{-4}$
	r	0,7175	0,7305	0,7645	0,7802
	R^2	51,48%	85,47%	58,45%	60,92%

Na podstawie omówionych analiz, zaproponowano dla stali 14HNMBCu następujące zależności:

- dla próbek 4mm

$$R_e = 9,8HB (0,2801 + 0,0045\sigma/100), \quad r=0,9468,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3047 + 0,0055\sigma/100), \quad r=0,9770,$$

- dla próbek 8mm

$$R_e = 9,8HB (0,3128 + 0,0079\sigma/100), \quad r=0,9725,$$

$$R_m = 9,8HB (0,3376 + 0,0083\sigma/100), \quad r=0,9713,$$

- dla próbek 12mm

$$R_e = 9,8HB (0,2996 + 0,0043\sigma/100), \quad r=0,9546,$$

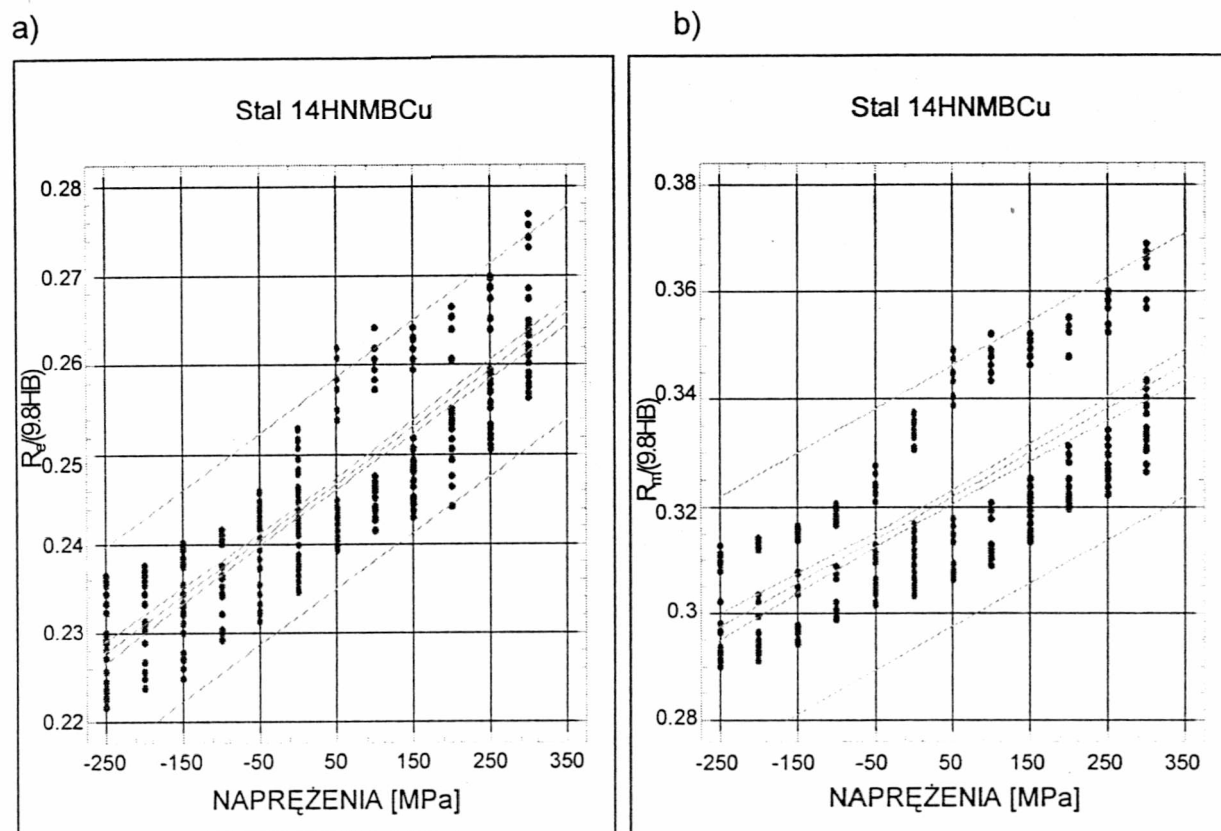
$$R_m = 9,8HB (0,3267 + 0,0049\sigma/100), \quad r=0,9640,$$

- dla wszystkich grubości

$$R_e = 9,8HB (0,2968 + 0,00523\sigma/100), \quad r=0,7175, \quad (5.32)$$

$$R_m = 9,8HB (0,3222 + 0,00593\sigma/100), \quad r=0,7645. \quad (5.33)$$

Zależności liniowe $R_i/(9,8HB) = f_i(\sigma)$ dla próbek wszystkich grubości ze stali 14HNMBCu, przedstawiono na rys. 5.26 na tle punktów otrzymanych z pomiarów.



Rys.5.26. Wykresy prostych regresji, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności $R_i/(9,8HB) = f_i(\sigma)$ dla stali 14HNMBCu dla próbek wszystkich grubości, dla a) granicy plastyczności ($i=e$), b) wytrzymałości na rozciąganie ($i=m$)

Tabl.5.6f. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9,8HB)=f_i(\sigma)$ dla wszystkich stali niestopowych

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c Korelacji r Determinacji R ²	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna	Regresja Liniowa	Regresja Paraboliczna
		$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_e/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma$	$R_m/(9,8)HB = a+b\sigma+c\sigma^2$
Wszystkie grubości	a	0,2317	0,2307	0,3301	0,3286
	b	$8,10 \cdot 10^{-5}$	$8,10 \cdot 10^{-5}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$
	c	-	$8,82 \cdot 10^{-4}$	-	$8,82 \cdot 10^{-4}$
	r	0,6828	0,6955	0,8773	0,8802
	R ²	46,62%	48,37%	76,96%	77,47%

Rozpatrując wszystkie stale niestopowe razem, otrzymano zależności podane w tablicy 5.6f, dla których współczynniki korelacji są niższe. Podobnie jak dla każdej

stali osobno najlepsze dopasowanie otrzymuje się dla wielomianu drugiego stopnia. Otrzymano współczynniki korelacji : dla analiz związanych z R_e 0,68-0,70, dla analiz związanych z R_m -0,88. Potwierdza to wnioski dotyczące granicy plastyczności opisane dla poszczególnych stali niestopowych. W związku z tym, że granica plastyczności dla stali St3SX jest niższa niż dla stali St3S i St3SY, wpływa na obniżenie współczynnika korelacji rozpatrywanych stali. Dla celów praktycznych zaproponowano dla stali niestopowych, poniższe zależności liniowe:

$$R_e = 9,8HB (0,2317 + 0,0081\sigma/100), \quad r=0,6828, \quad (5.34)$$

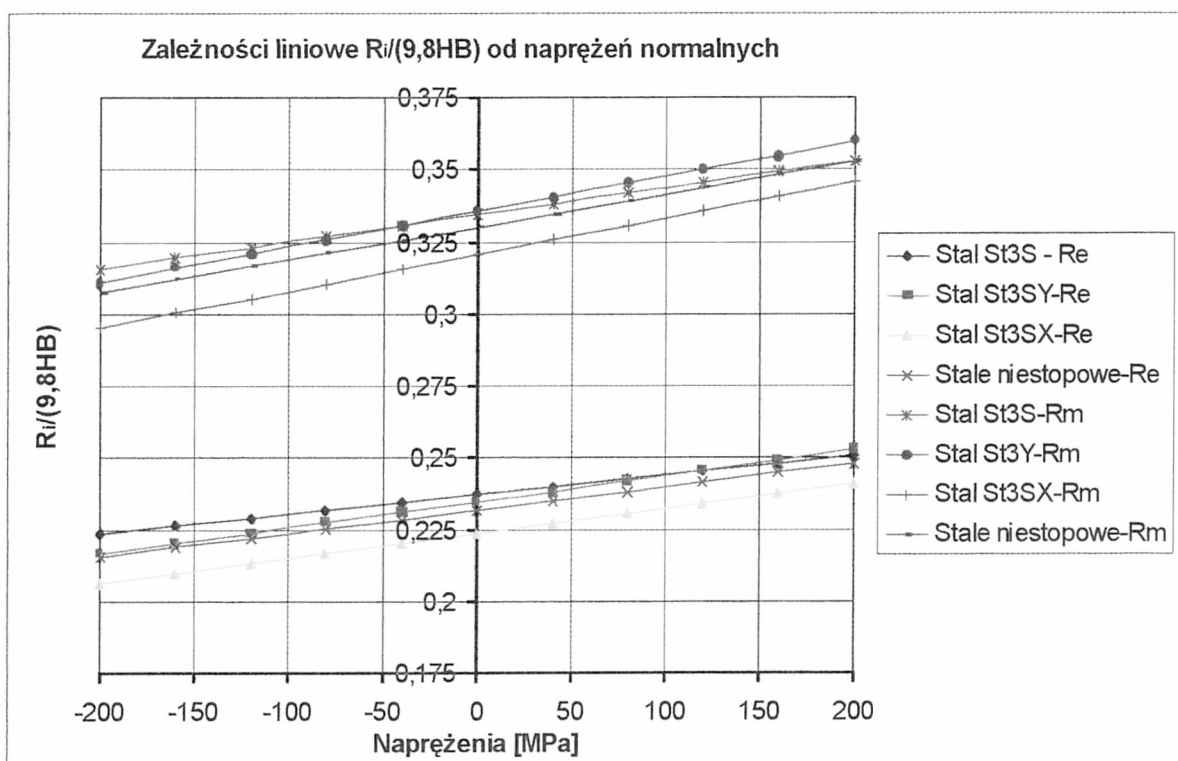
$$R_m = 9,8HB (0,3301 + 0,0114\sigma/100), \quad r=0,8773. \quad (5.35)$$

Chcąc określić dokładniej parametry wytrzymałościowe stali, zaleca się przeprowadzenie analiz wg zależności podanych wcześniej wzorami od (5.24) do (5.29) dla konkretnego gatunku stali.

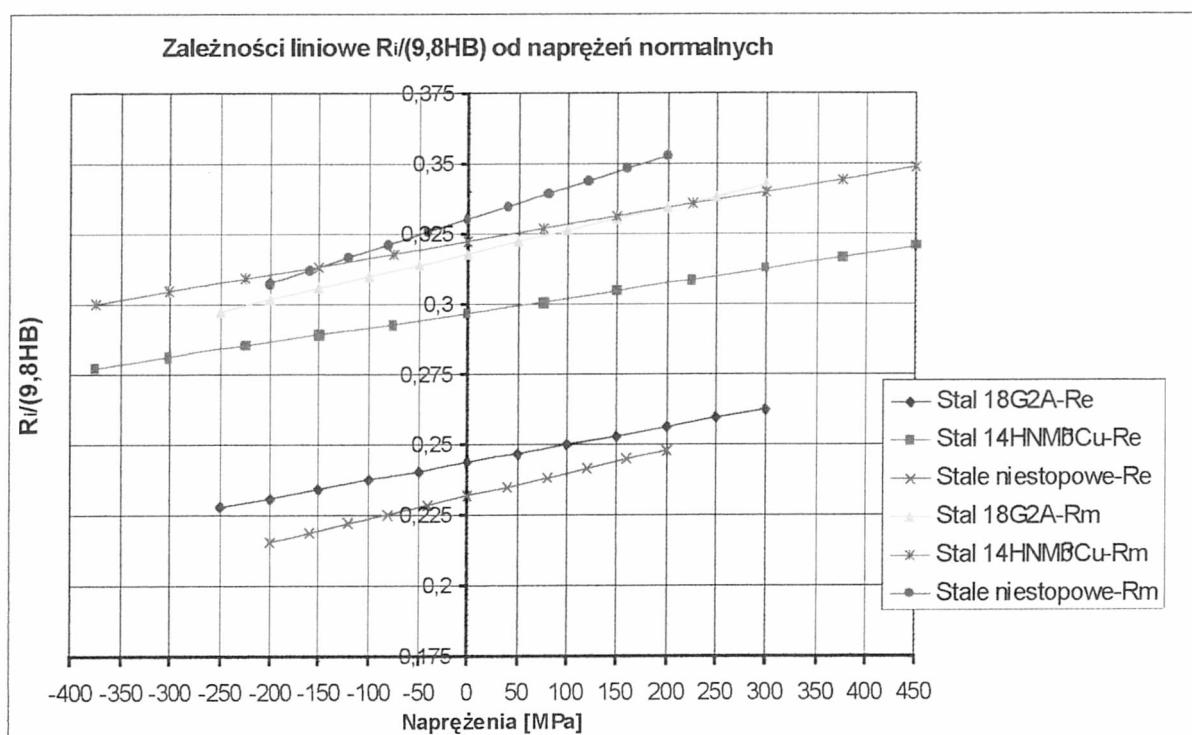
Niżej przedstawiono wykresy (rys.5.27 i rys.5.28) otrzymanych zależności liniowych $R_i/(9,8HB)=f_{ri}(\sigma)$ równań (5.24)-(5.33) dla poszczególnych gatunków stali oraz równań (5.34) i (5.35) dla wszystkich stali niestopowych (rys.5.27 i rys.5.28). Procentowy wpływ wyężenia naprężeniami normalnymi (ściskanie i rozciąganie) na relację między wytrzymałością a twardością badanych gatunków stali jest taki jak opisany w punkcie 5.3.2.

Uogólnienie równania (2.12) do poszukiwanej postaci, można ponadto uzyskać na drodze regresji wielokrotnej. Przyjęto przy tym, że $R_i(HB, \sigma)$ jest funkcją liniową o postaci: $R_i = a_i + b_i HB + c_i \sigma$ przy $i = e, m$, w której a_i, b_i, c_i są współczynnikami regresji wielokrotnej.

Przeprowadzone badania statystyczne analizy regresji wielokrotnej, na zbiorach wyników obejmujących poszczególne grubości, gatunki i wszystkie próbki razem wykazały, że udział stałej a_i w przyjętym modelu regresji jest w obu przypadkach nieistotny. Sposób przeprowadzania analiz regresji wielokrotnej został opisany w punkcie 5.3.1. W analizie regresji krokowej otrzymano dla wartości stałej a_i poziom istotności (*sig. level*) większy od przyjętego poziomu $\alpha = 0,05$. W związku z tym przeprowadzano powtórna analizę regresji bez uwzględnienia stałej ($a_i=0$), co pozwoliło na uzyskanie znacznie większych współczynników korelacji wielokrotnej, świadczących o lepszym dopasowaniu płaszczyzn regresji do wyników badań doświadczalnych. Otrzymane zależności wraz ze współczynnikami korelacji wielokrotnej przedstawiono dla poszczególnych gatunków stali w tabeli 5.7.



Rys.5.27. Wpływ wyężenia naprężeniami normalnymi dla stali: St3S, St3SY i St3SX, stali niestopowych na relację $R_i/(9,8HB)=f_{ri}(\sigma)$



Rys.5.28. Wpływ wyężenia naprężeniami normalnymi dla stali: 18G2A i 14HNMBCu, na tle stali niestopowych, na relację $R_i/(9,8HB)=f_{ri}(\sigma)$

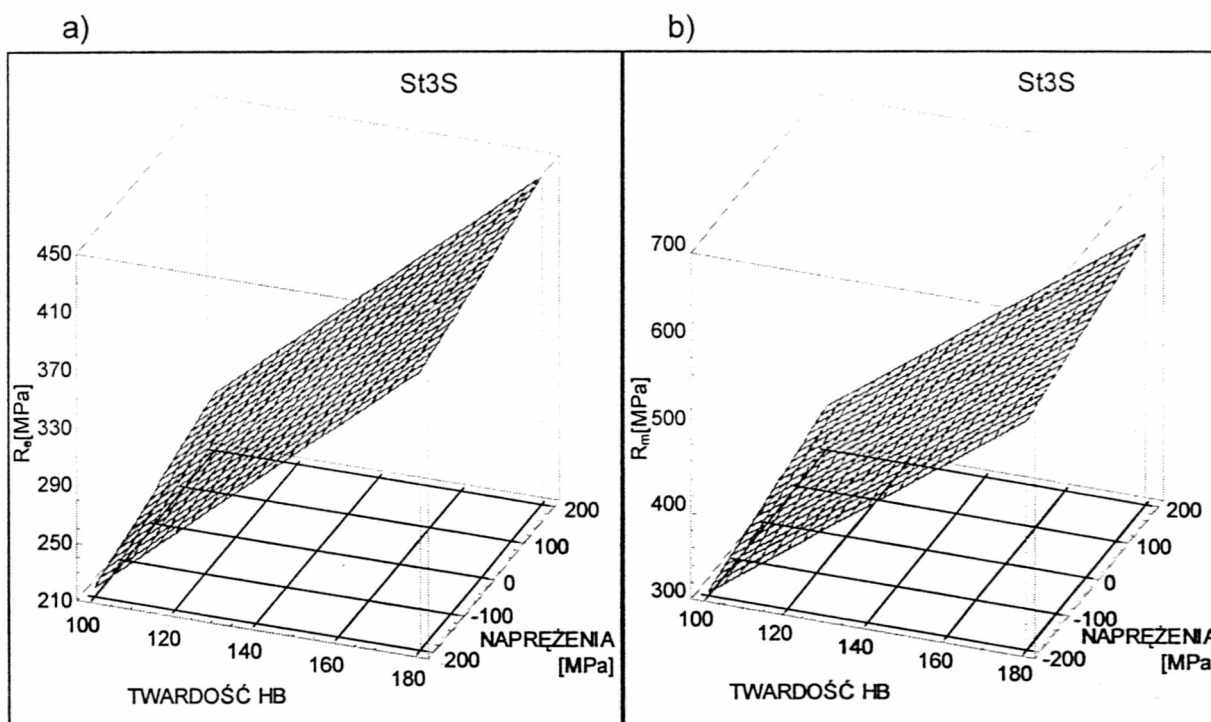
Tabl.5.7a. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i = b_i HB + c_i \sigma$ dla stali St3S

Grubość próbki	Współczynniki regresji: b_i, c_i korelacji $ r $	Regresja wielokrotna	Regresja wielokrotna
		$R_e = b_e HB + c_e \sigma$	$R_m = a_m HB + c_m \sigma$
4 mm	b	2,4695	3,2850
	c	0,0781	0,1085
	r	0,9999	0,9999
8 mm	b	2,4172	3,2751
	c	0,0733	0,0819
	r	0,9999	0,9999
12mm	b	2,0763	3,2559
	c	0,0959	0,1556
	r	0,9999	0,9999
Ogólnie	b	2,3326	3,2722
	c	0,0840	0,1154
	r	0,9974	0,9999

Dla przeprowadzonych regresji wielokrotnych otrzymano wysokie współczynniki korelacji wielokrotnej, bliskie 1. Dowodzi to, że na wartości parametrów wytrzymałościowych wpływa wyężenie elementów i ich twardość. Ogólnie dla stali St3S proponowano następujące zależności, pokazane na rys.5.29:

$$R_e = 2,3326 HB + 0,0840 \sigma, \quad r = 0,9974, \quad (5.36)$$

$$R_m = 3,2722 HB + 0,1154 \sigma, \quad r = 0,9999. \quad (5.37)$$



Rys.5.29. Wykresy płaszczyzn regresji dla stali St3S (wszystkie grubości) przedstawiających zależności od twardości Brinella i wyężenia:

a) granicy plastyczności (5.36), b) wytrzymałości na rozciąganie (5.37)

Tabl.5.7b. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i=b_iHB+c_i\sigma$ dla stali St3SY

Grubość próbki	Współczynniki regresji: b_i, c_i korelacji $ r $	Regresja wielokrotna	Regresja wielokrotna
		$R_e = b_eHB+c_e\sigma$	$R_m = b_mHB+c_m\sigma$
4 mm	b	2,4234	3,3244
	c	0,1099	0,1306
	r	0,9997	0,9998
8 mm	b	2,4173	3,2789
	c	0,0733	0,1797
	r	0,9999	0,9999
12mm	b	2,1489	3,2383
	c	0,101	0,1543
	r	0,9999	0,9999
Ogólnie	b	2,2873	3,2779
	c	0,1143	0,1548
	r	0,9987	0,9998

Dla przeprowadzonych regresji wielokrotnych otrzymano wysokie współczynniki korelacji wielokrotnej, bliskie 1. Dla stali St3SY zaproponowano następujące wzory:

$$R_e = 2,2873 HB + 0,1143 \sigma, \quad r = 0,9987, \quad (5.38)$$

$$R_m = 3,2779 HB + 0,1548 \sigma, \quad r = 0,9999. \quad (5.39)$$

Ze względu na takim sam charakter wykresu jak dla stali St3S nie przedstawiono otrzymanych zależności graficznie.

Tabl.5.7c. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i=b_iHB+c_i\sigma$ dla stali St3SX

Grubość próbki	Współczynniki regresji: b_i, c_i korelacji $ r $	Regresja wielokrotna	Regresja wielokrotna
		$R_e = b_eHB+c_e\sigma$	$R_m = b_mHB+c_m\sigma$
4 mm	b	2,2274	2,9769
	c	0,1421	0,1791
	r	0,9999	0,9999
8 mm	b	2,2014	3,2811
	c	0,0802	0,1353
	r	0,9999	0,9999
12mm	b	2,1265	3,1423
	c	0,0762	0,1236
	r	0,9998	0,9999
Ogólnie	b	2,1895	3,1126
	c	0,0993	0,1465
	r	0,9996	0,9991

Podobnie jak dla innych stali niestopowych, dla przeprowadzonych regresji wielokrotnych otrzymano wysokie współczynniki korelacji wielokrotnej, bliskie 1. Dla stali St3SX zaproponowano następujące ogólne wzory:

$$R_e = 2,1895 HB + 0,0993 \sigma, \quad r = 0,9986, \quad (5.40)$$

$$R_m = 3,1126 HB + 0,1465 \sigma, \quad r = 0,9991. \quad (5.41)$$

Otrzymane niższe współczynniki regresji b , c dla stali St3SX w stosunku do innych stali niestopowych, szczególnie w odniesieniu do granicy plastyczności. Potwierdzają one, znany fakt, że dla stali St3SX otrzymuje się niższe wartości R_e . Ze względu na takim sam charakter wykresu jak dla stali St3S nie przedstawiono otrzymanych zależności graficznie.

Tabl.5.7d. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i = b_i HB + c_i \sigma$ dla stali 18G2A

Grubość próbki	Współczynniki regresji: b_i , c_i korelacji $ r $	Regresja wielokrotna	Regresja wielokrotna
		$R_e = b_e HB + c_e \sigma$	$R_m = b_m HB + c_m \sigma$
4 mm	b	2,3973	3,0158
	c	0,0614	0,0842
	r	0,9999	0,9999
8 mm	b	2,4269	3,2573
	c	0,1210	0,1486
	r	0,9999	0,9999
12mm	b	2,3237	3,0515
	c	0,1031	0,1352
	r	1	0,9999
Ogólnie	b	2,3755	3,1049
	c	0,0953	0,1221
	r	0,9997	0,9993

Dla analiz regresji otrzymano wysokie współczynniki korelacji, bliskie 1. Dla stali niskostopowej 18G2A zaproponowano następujące formuły (rys.5.30):

$$R_e = 2,3755 HB + 0,0953 \sigma, \quad r = 0,9997, \quad (5.42)$$

$$R_m = 3,1049 HB + 0,1221 \sigma, \quad r = 0,9993. \quad (5.43)$$

Tabl.5.7e. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i = b_i HB + c_i \sigma$ dla stali 14HNMBCu

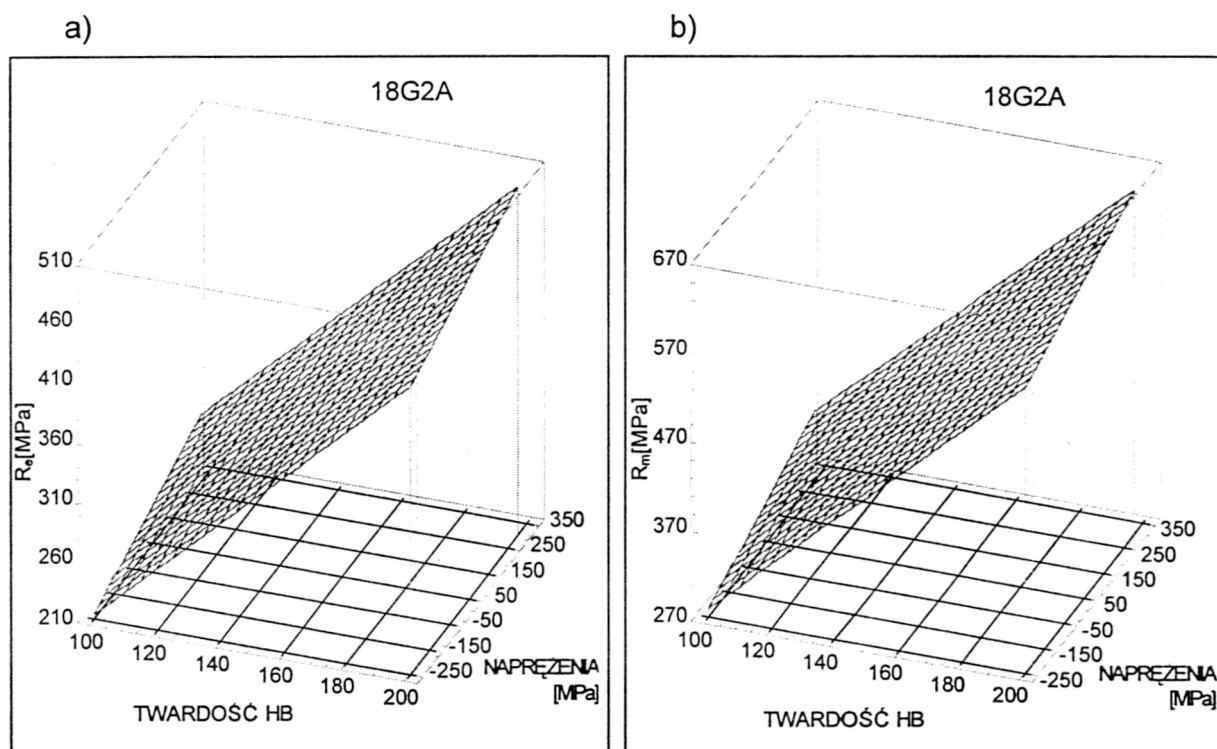
Grubość próbki	Współczynniki regresji: b_i , c_i korelacji $ r $	Regresja wielokrotna	Regresja wielokrotna
		$R_e = b_e HB + c_e \sigma$	$R_m = b_m HB + c_m \sigma$
4 mm	b	2,7406	2,9808
	c	0,1040	0,1279
	r	0,9999	0,9999
8 mm	b	3,0555	3,2977
	c	0,2046	0,2148
	r	0,9999	0,9999
12mm	b	2,9335	3,1995
	c	0,1037	0,1189
	r	0,9999	0,9999
Ogólnie	b	2,9134	3,1618
	c	0,1284	0,1454
	r	0,9998	0,9989

Dla analiz regresji otrzymano wysokie współczynniki korelacji, bliskie 1. Dla stali 14HNMBCu zaproponowano następujące formuły:

$$R_e = 2,9134 HB + 0,1284 \sigma, \quad r = 0,9998, \quad (5.44)$$

$$R_m = 3,1618 HB + 0,1454 \sigma, \quad r = 0,9989. \quad (5.45)$$

Dla stali 14HNMBCu otrzymano większe niż dla stali analizowanych wcześniej wartości współczynników regresji dla zależności R_e , ponieważ dla stali ulepszonych cieplnie otrzymuje się wyższe wartości granicy plastyczności w stosunku do wytrzymałości doraźnej na rozciąganie.



Rys.5.30. Wykresy płaszczyzn regresji dla stali 18G2A (wszystkie grubości), przedstawiających zależności od twardości Brinella i wyężenia:

a) granicy plastyczności (5.42), b) wytrzymałości na rozciąganie (5.43)

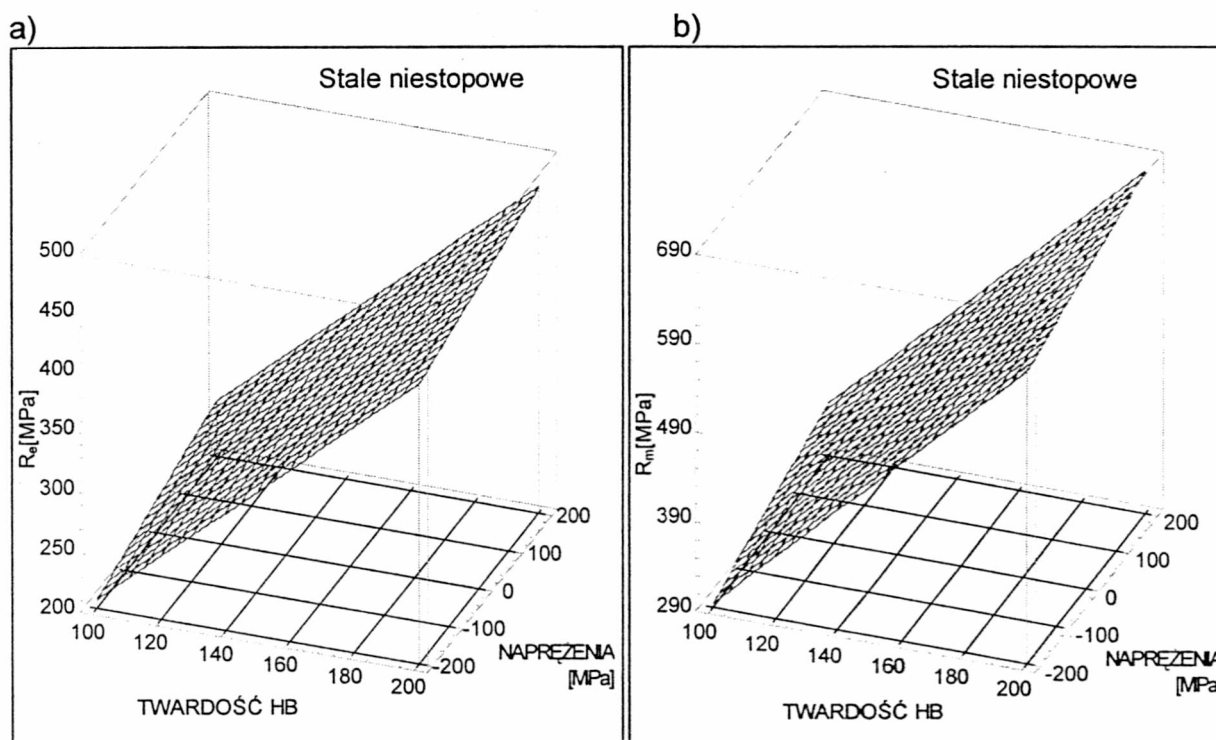
Tabl.5.7f. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i = b_i HB + c_i \sigma$ dla stali niestopowych razem

Grubość próbki	Współczynniki regresji: b_i, c_i korelacji $ r $	Regresja wielokrotna	Regresja wielokrotna
		$R_e = b_e HB + c_e \sigma$	$R_m = b_m HB + c_m \sigma$
Ogólnie	b	2,2743	3,2272
	c	0,0997	0,1394
	r	0,9981	0,9994

Dla analiz regresji otrzymano wysokie współczynniki korelacji, bliskie 1. Ogólnie dla stali niestopowych zaproponowano następujące zależności (por. rys.5.31):

$$R_e = 2,2743 HB + 0,0997 \sigma, \quad r = 0,9981, \quad (5.46)$$

$$R_m = 3,2272 HB + 0,1394 \sigma, \quad r = 0,9994. \quad (5.47)$$



Rys.5.31. Wykresy płaszczyzn regresji dla stali niestopowych (wszystkie grubości), przedstawiających zależności od twardości Brinella i wyężenia:

a) granicy plastyczności (5.46), b) wytrzymałości na rozciąganie (5.47)

5.3.4. Wpływ grubości wyężonego elementu na HB_0/HB oraz relację między R_i a HB

W trakcie badań wstępnych opisanych w punkcie 4.2, zwrócono uwagę na to, że przypuszczalnie grubość badanego elementu, może mieć wpływ na relację między twardością HB , pomierzoną przy określonym wyężeniu, a wytrzymałością stali R_i . W celu zweryfikowania postawionej tezy przeprowadzono badania i analizy statystyczne. Przeprowadzono analizę regresji wielokrotnej, na podobnych zasadach jak to opisano w punkcie 5.3.3. W pierwszym etapie przyjęto, że zależność $R_i/(9.8 HB)(\sigma, t)$ jest funkcją liniową o postaci:

$$R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it \quad \text{przy } i = e, m,$$

w której a_i, b_i, c_i są współczynnikami regresji wielokrotnej, σ - wyężeniem a t - grubością badanego elementu w mm. W drugim etapie rozważano zależność nieliniową o postaci: $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$.

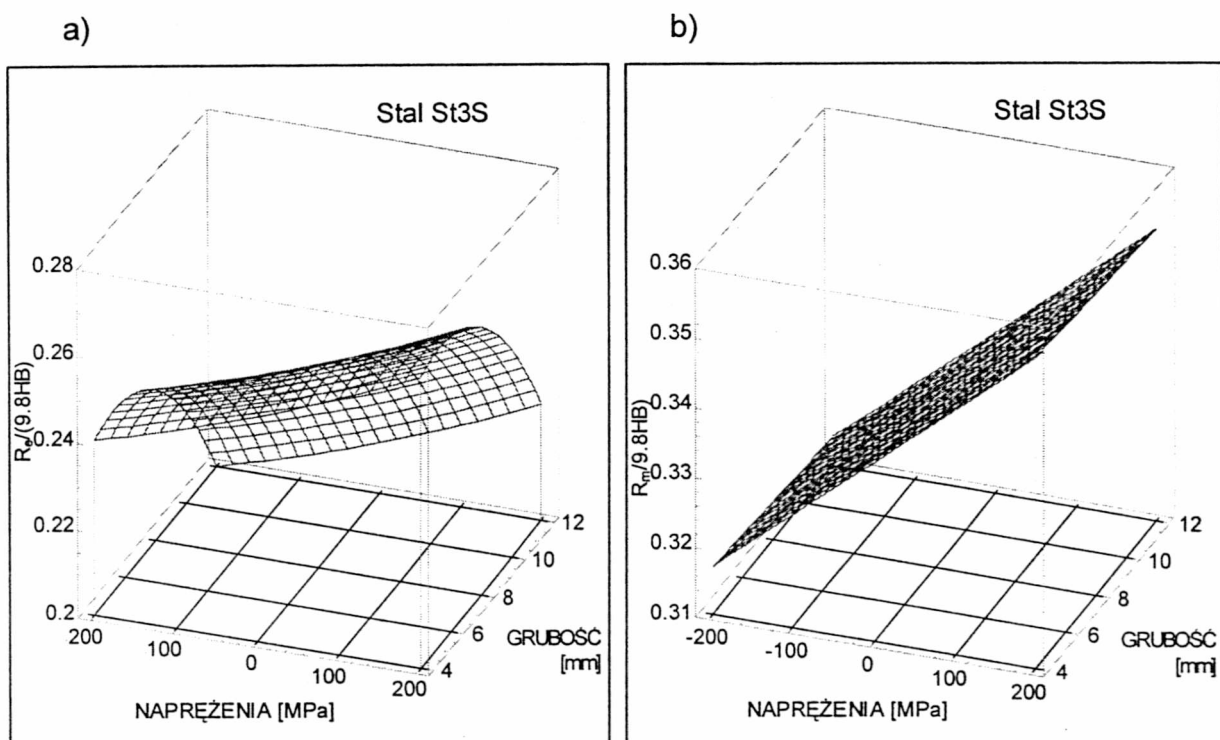
Podobnie zweryfikowano również zależność HB_0/HB za pomocą analizy regresji wielokrotnej. Przeprowadzono badania statystyczne analizy regresji wielokrotnej, na zbiorach wyników obejmujących poszczególne gatunki stali oraz wszystkie grubości. W tablicach 5.8 i 5.9 zamieszczonych niżej, przedstawiono wyniki analiz statystycznych dla poszczególnych gatunków stali w zakresie rozważanych zależności, podano współczynniki regresji oraz współczynniki korelacji wielokrotnej (determinacji) R^2 . Obok współczynników c i e (odnoszących się do grubości) dodatkowo podano w nawiasach otrzymany poziom istotności (*sig. level*), który porównywano z założonym $\alpha = 0,05$.

Tab.5.8a. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9.8HB)$ (σ, t) dla stali St3S

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it$		Regresja wielokrotna nieliniowa $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$	
		$i = e$	$i = m$	$i = e$	$i = m$
Ogólnie	a	0,2770	0,3369	0,2278	0,3354
	b	$6,7 \cdot 10^{-5}$	$9,4 \cdot 10^{-5}$	$6,7 \cdot 10^{-5}$	$9,4 \cdot 10^{-5}$
	c	$-5,0 \cdot 10^{-3}(0,0)$	$-3,2 \cdot 10^{-4}(0,01)$	$9,6 \cdot 10^{-3}(0,0)$	$-1,8 \cdot 10^{-4}(0,76)$
	d	-	-	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$6,4 \cdot 10^{-8}$
	e	-	-	$-9,1 \cdot 10^{-4}(0,0)$	$-8,9 \cdot 10^{-6}(0,80)$
	R^2	0,8549	0,8409	0,9785	0,8472

Dla przeprowadzonych analiz regresji wielokrotnych dla stali St3S otrzymano współczynniki determinacji R^2 w granicach $0,84 \div 0,98$. Wartości *sig. level* dla zależności R_e , przy współczynnikach regresji odnoszących się do grubości wskazują, że rozważana grubość ($4 \div 12$ mm) wpływa w pewnym stopniu na wartości zależności granicy plastyczności i twardości. Lepsze dopasowanie otrzymano dla regresji krzywoliniowej. Wynika z niej, że granica plastyczności dla stali St3S zmniejsza się o około 10% (przy grubościach $8 \div 12$ mm). Na rysunku 5.32a pokazano krzywoliniową powierzchnię regresji dla zależności $R_e/(9.8HB)$. Przy rozpatrywaniu zależności $R_m/(9.8HB)$, w związku z wartościami *sig. level*, wnioskuje się że grubość wywiera wpływ na zależność R_m -HB tylko jako funkcja liniowa, dla której otrzymano niższe wartości współczynników korelacji, (por. rys.5.32b). Wpływ procentowy w tym przy-

padku jest znacznie mniejszy. Wzrost grubości powoduje nieznaczne (ok.1%) zmniejszenie wartości $R_m/(9,8HB)$ dla zadanego wyężenia. Można więc uznać, że jest on pomijalny.



Rys.5.32. Wykresy powierzchni regresji dla stali St3S przedstawiających uzależnienie od grubości elementu relacji:

a) $R_e/(9,8HB)$, b) $R_m/(9,8HB)$

Dla stali St3S proponuje się następującą zależność krzywoliniową do określania granicy plastyczności z uwzględnieniem wyężenia i grubości:

$$R_e = 9,8 \text{ HB} (0,2278 + 0,067\sigma/1000 + 9,6 t/1000 + 0,045(\sigma/1000)^2 - 9,1(t/100)^2),$$

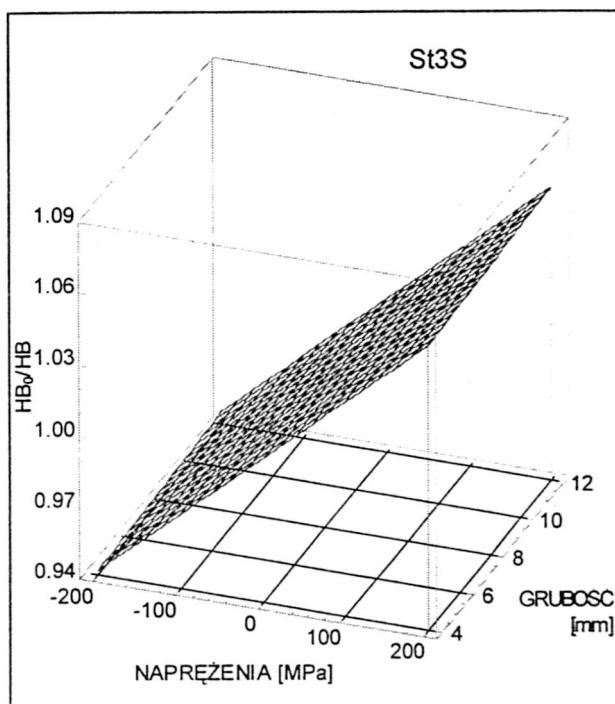
$$R^2 = 0,9785, \quad (5.48)$$

Niżej przedstawiono wyniki badań zależności HB_0/HB od naprężeń i grubości dla stali St3S, otrzymane w analizie regresji wielokrotnej.

Tabl.5.9a. Wyniki badań statystycznych zależności HB_0/HB (σ, t) dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: $a_i, b_i,$ c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it$	Regresja wielokrotna nieliniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it +$ $d_i\sigma^2 + e_it^2$
Ogólnie	a b c d e R^2	0,9993 $2,9 \cdot 10^{-4}$ $-4,1 \cdot 10^{-4} (0,525)$ - - 0,8926	1,006 $2,9 \cdot 10^{-5}$ $-2,5 \cdot 10^{-3} (0,078)$ $1,9 \cdot 10^{-7}$ $1,8 \cdot 10^{-4} (0,058)$ 0,8987

Dla współczynników regresji odnoszących się do grubości zarówno dla analiz regresji wielokrotnej liniowej, jak i krzywoliniowej otrzymano wartości poziomu istotności (*sig. level*) większe od założonego poziomu 0,05. Świadczy to o tym, że wpływ grubości na relację HB_0/HB jest nieistotny. Na rysunku 5.33 przedstawiono to graficznie.



ści (*sig. level*) większe od założonego poziomu 0,05. Świadczy to o tym, że wpływ grubości na relację HB_0/HB jest nieistotny. Na rysunku 5.33 przedstawiono to graficznie.

Rys.5.33. Wykres płaszczyzny regresji dla stali St3S przedstawiającej uzależnienie od grubości relacji HB_0/HB

Powyższe wnioski odnosiły się do pomiarów twardości kulką 5mm. W ramach pracy doktorskiej badaniach przeprowadzono również pomiary twardości kulką 10mm przy wyężeniu próbek naprężeniami rozciągającymi. Badania przeprowadzono dla próbek o grubościach 8 i 12 mm. Zweryfikowano zależności $R_i/(9.8 HB)(\sigma, t)$ oraz $HB_0/HB(\sigma, t)$ dla naprężeń rozciągających. Rozpatrując pierwszą zależność otrzymano podobne wyniki, a mianowicie nieznaczne zmniejszenie R_m , oraz obniżenie R_e rzędu 10%. Dla zależności drugiej stwierdzono, że zwiększenie grubości zwiększa stosunek HB_0/HB o około 2%.

Tabl.5.8b. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9.8HB)(\sigma, t)$ dla stali St3SY

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: $a_i, b_i,$ c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it$		Regresja wielokrotna nieliniowa $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$	
		i = e	i = m	i = e	i = m.
Ogólnie	a	0,2627	0,3442	0,2532	0,3428
	b	$9,1 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$9,1 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
	c	$-3,5 \cdot 10^{-3}(0,0)$	$-1,1 \cdot 10^{-3}(0,01)$	$-1,0 \cdot 10^{-3}(0,03)$	$-1,2 \cdot 10^{-3}(0,02)$
	d	-	-	$8,3 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-7}$
	e	-	-	$-1,5 \cdot 10^{-5}(0,0)$	$6,0 \cdot 10^{-6}(0,85)$
	R^2	0,9299	0,9199	0,9398	0,9304

Dla stali St3SY otrzymano współczynniki determinacji R^2 w granicach $0,92 \div 0,94$. Wartości *sig. level* dla zależności R_e , przy współczynnikach regresji odnoszących się do grubości wskazują, że rozważana grubość ($4 \div 12\text{mm}$) wpływa w pewnym stopniu na zależność granicy plastyczności i twardości (zmniejszenie). Lepsze dopasowanie otrzymano dla regresji krzywoliniowej. Wynika z niej, że granica plastyczności maleje jednostajnie o około 10%, szczególnie przy grubościach $8 \div 12\text{mm}$. Charakter wykresu jest zbliżony do tego jaki obserwowaliśmy dla stali St3S, lekko wygładzony. Ze względu na ograniczoną objętość pracy nie przedstawiano go. Przy rozpatrywaniu zależności $R_m/(9.8HB)$, otrzymane wartości *sig. level*, dowodzą że grubość wywiera wpływ na zależność R_m - HB tylko jako funkcja liniowa, przy czym otrzymano dla niej niższe wartości współczynników determinacji. Wpływ procentowy w tym przypadku jest mniejszy niż w przypadku R_e . Wzrost grubości powoduje zmniejszenie wartości $R_m/(9.8HB)$ dla zadanego wyężenia o ok. 2%, co można pomijać w analizach. Dla stali St3SY zaproponowano następującą zależność krzywoliniową do określania granicy plastyczności z uwzględnieniem wpływu wyężenia i grubości elementu:

$$R_e = 9,8 \text{ HB} (0,2532 + 0,091\sigma/1000 - 1,0 t/1000 + 0,083(\sigma/1000)^2 - 0,15(t/100)^2),$$

$$R^2 = 0,9398, \quad (5.49)$$

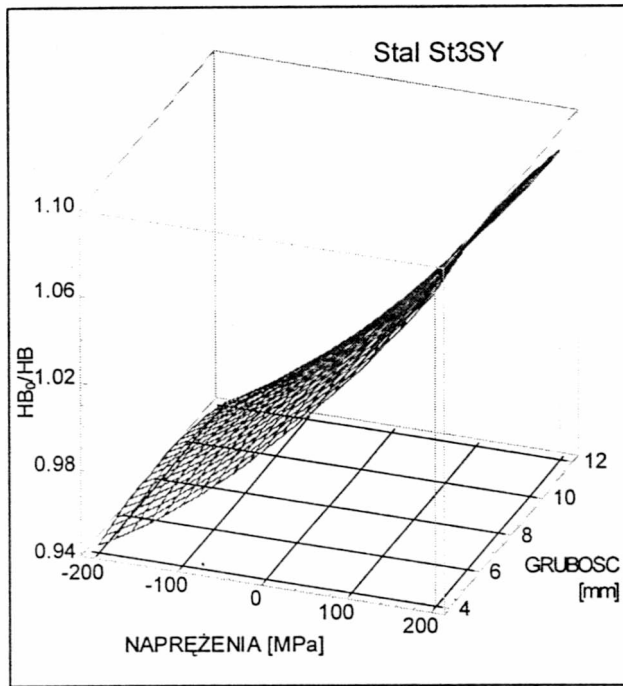
Tabl.5.9b. Wyniki badań statystycznych zależności HB_0/HB (σ, t) dla stali St3SY

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: $a_i, b_i,$ c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_i t$	Regresja wielokrotna nieliniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_i t +$ $d_i\sigma^2 + e_i t^2$
Ogólnie	a b c d e R^2	1,0086 $3,5 \cdot 10^{-4}$ $-2,9 \cdot 10^{-4} (0,092)$ - - 0,9480	0,9811 $3,5 \cdot 10^{-5}$ $6,4 \cdot 10^{-3} (0,01)$ $3,5 \cdot 10^{-7}$ $-4,2 \cdot 10^{-4} (0,01)$ 0,9659

Dla współczynników regresji liniowej otrzymano wartości poziomu istotności (*sig. level*) większe od założonego poziomu 0,05. Świadczy to o tym, że wpływ grubości na relację HB_0/HB jest nieistotny. Dla regresji nieliniowej otrzymano poziomy mniejsze od założonych, ale na podstawie wykresu stwierdzono, że zmiana grubości w granicach $4 \div 12\text{mm}$ nie ma wpływu na relację HB_0/HB (por. rys. 5.34).

Na podstawie analiz wyników badań przeprowadzonych kulką 10mm przy wyężeniu próbek naprężeniami rozciągającymi można wyciągnąć podobne wnioski jak

dla badań kulką 5mm. Zaobserwowano niewielkie zmniejszenie $R_m/(9,8HB)$ o około 2% oraz obniżenie $R_e/(9,8HB)$ - około 10% w obrębie grubości 8÷12mm. Dla zależności HB_0/HB otrzymano niewielkie zmniejszenie (około 1,5%) wraz ze wzrostem grubości.



Rys.5.34. Wykres powierzchni regresji dla stali St3SY, przedstawiających uzależnienie od grubości relacji HB_0/HB

W pracy nie przedstawiono przeprowadzonych analiz regresji wielokrotnych dla stali St3SX, ze względu na podobny charakter otrzymanych zależności. W przypadku analiz zależności $R_e/(9,8HB)$ otrzymano obniżenie wartości o około 7% wraz ze wzrostem grubości. Obniżenie to obserwuje się tylko przy grubościach 8÷12mm, czyli tak jak to ma miejsce przy pozostałych stalach niestopowych. W przypadku rozpatrywania wpływu wzrostu grubości na zależność $R_m/(9,8HB)$ obserwuje się niewielki wzrost (inaczej niż to było wcześniej). Jest on rzędu 2%, a więc pomijalnie mały. Analizując zależność HB_0/HB , przy wzroście grubości otrzymano wysoki poziom istotności dla zmiennej grubości, większy od założonego. W związku z czym można było stwierdzić, że zmiana grubości nie wpływa na stosunek HB_0/HB przy danym poziomie wyężenia dla stali St3SX. Analizy statystyczne wyników badań kulką 10mm potwierdziły powyższe wnioski.

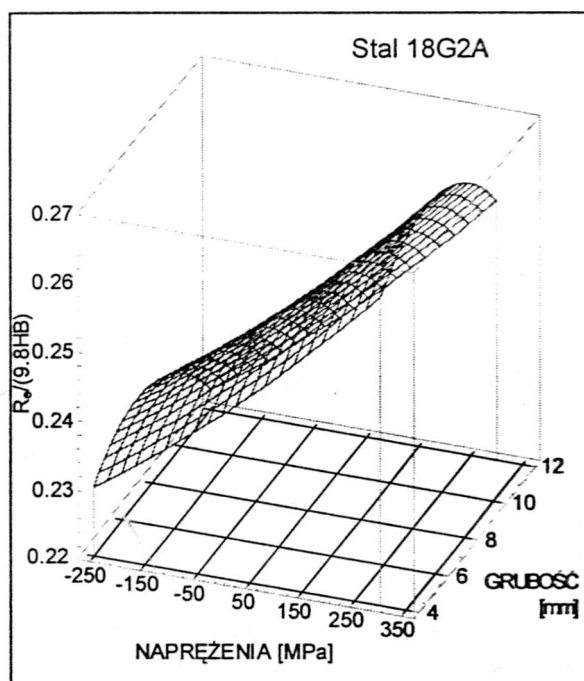
Dla stali 18G2A, (por. tabl.5.8c) otrzymano współczynniki determinacji R^2 w granicach 0,81÷0,91 dla zależności R_e , oraz 0,55÷0,94 - dla R_m . Wartości sig. level są w każdym przypadku mniejsze od założonych. Dla obu przypadków lepsze dopasowanie otrzymuje się dla regresji krzywoliniowej. W przypadku R_e widoczne jest większe

pochylenie powierzchni regresji przy grubościach większych od 8mm. Pozwala to sformułować podobne wnioski jak dla stali niestopowych.

Tabl.5.8c. Wyniki badań statystycznych zależności $R_f/(9.8HB)(\sigma, t)$ dla stali 18G2A

Grubość próbek	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $R_f/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it$		Regresja wielokrotna nieliniowa $R_f/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$	
		i = e	i = m	i = e	i = m.
Ogólnie	a	0,2506	0,3135	0,2234	0,2323
	b	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$8,2 \cdot 10^{-5}$	$6,2 \cdot 10^{-5}$	$8,2 \cdot 10^{-5}$
	c	$-8,7 \cdot 10^{-4}(0,0)$	$5,3 \cdot 10^{-4}(0,01)$	$7,1 \cdot 10^{-3}(0,00)$	$2,5 \cdot 10^{-3}(0,00)$
	d	-	-	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$3,2 \cdot 10^{-8}$
	e	-	-	$-5,0 \cdot 10^{-4}(0,0)$	$-1,5 \cdot 10^{-3}(0,00)$
	R^2	0,8092	0,5535	0,9077	0,9403

W przypadku stali 18G2A zależność granicy plastyczności i twardości zmienia się pomiędzy skrajnymi wartościami tylko o około 3%, tzn. zdecydowanie mniej niż dla stali niestopowych, rys 5.35. Dlatego możemy stwierdzić, że dla stali niskostopowych wpływ grubości można pominąć. Rozpatrując zależność $R_m/(9.8HB)$, otrzymano powierzchnię regresji w formie rozciągniętej paraboli, co pozwoliło stwierdzić, że grubość nie wywiera znaczącego wpływu na relację R_m - HB. Wpływ procentowy w tym przypadku jest mniejszy niż w przypadku R_e i wynosi około 2%. Wzrost grubości powoduje niewielkie zmniejszenie wartości $R_m/(9.8HB)$ dla zadanego, można go więc pominąć.

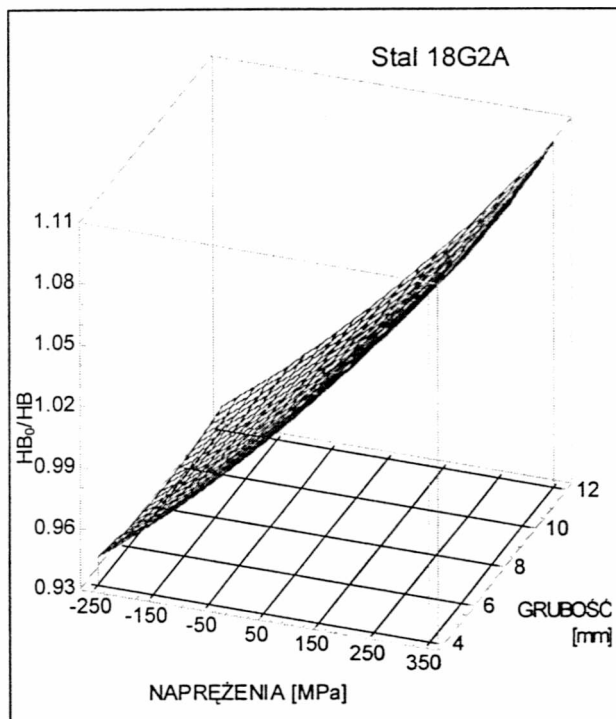


Rys.5.35. Wykresy powierzchni regresji dla stali 18G2A, przedstawiających uzależnienie od grubości elementu relacji $R_e/(9.8HB)$

Tabl.5.9.c. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB(\sigma, t)$ dla stali 18G2A

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it$	Regresja wielokrotna nieliniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$
Ogólnie	a b c d e R^2	1,0031 $2,6 \cdot 10^{-4}$ $-3,3 \cdot 10^{-4}(0,051)$ - - 0,9482	1,0171 $2,5 \cdot 10^{-5}$ $-5,4 \cdot 10^{-3}(0,00)$ $1,1 \cdot 10^{-7}$ $3,2 \cdot 10^{-4}(0,00)$ 0,9552

Badając zależność HB_0/HB dla stali 18G2A stwierdzono (por. tabl. 5.9c), że dla współczynników regresji liniowej otrzymano wartości poziomu istotności (sig. level)



większe od założonego poziomu 0,05. Świadczy to o tym, że wpływ grubości na relację HB_0/HB jest nieistotny. Dla regresji nieliniowej otrzymano poziomy mniejsze od założonych, ale na podstawie wykresu stwierdzono, że zmiana grubości w granicach 4÷12mm nie ma istotnego wpływu na relację HB_0/HB (por rys. 5.36).

Rys.5.36. Powierzchnia regresji dla stali 18G2A, przedstawiająca uzależnienie od grubości relacji HB_0/HB

Na podstawie badań przeprowadzonych kulką 10mm przy wyężeniu próbek naprężeniami rozciągającymi, można sformułować wnioski jak dla badań kulką 5mm.

Tabl.5.8d. Wyniki badań statystycznych zależności $R_t/(9.8HB)(\sigma, t)$ dla 14HNMBCu

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $R_t/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it$		Regresja wielokrotna nieliniowa $R_t/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$	
		i = e	i = m	i = e	i = m.
Ogólnie	a b c d e R^2	0,2759 $5,5 \cdot 10^{-5}$ $2,7 \cdot 10^{-3}(0,0)$ - - 0,5919	0,2990 $6,2 \cdot 10^{-5}$ $3,1 \cdot 10^{-3}(0,00)$ - - 0,6743	0,2009 $5,7 \cdot 10^{-5}$ $2,6 \cdot 10^{-2}(0,00)$ $-1,1 \cdot 10^{-8}$ $-1,4 \cdot 10^{-3}(0,0)$ 0,9260	0,2279 $6,4 \cdot 10^{-5}$ $2,5 \cdot 10^{-2}(0,00)$ $-1,1 \cdot 10^{-8}$ $-1,4 \cdot 10^{-3}(0,00)$ 0,9449

Dla stali 14HNMBCu (por. tabl. 5.8d) otrzymano współczynniki determinacji R^2 w granicach 0,59-0,93 dla zależności R_e , oraz wartości 0,67-0,94 dla R_m . Wartości *sig. level* są w każdym przypadku mniejsze od założonych. Dla obu przypadków zdecydowanie lepsze dopasowanie otrzymuje się dla regresji krzywoliniowej. Wykresy krzywoliniowe dla obu przypadków mają charakter zbliżony jak w przypadku stali niskostopowej 18G2A. Zmiany w wartościach zależności $R_i/(9,8 HB)$ są niewielkie. Dla stali 14HNMBCu zależności granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i twardości zmniejszają się o około 1-2% pomiędzy skrajnymi wartościami. Wpływ procentowy zmiany grubości elementów dla stali 14HNMBCu można w obu przypadkach pominąć.

Tabl.5.9d. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB(\sigma, t)$ dla stali 14HNMBCu

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it$	Regresja wielokrotna nieliniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$
Ogólnie	a b c d e R^2	1,0041 $1,9 \cdot 10^{-4}$ $-5,7 \cdot 10^{-4}(0,01)$ - - 0,9316	0,9920 $2,0 \cdot 10^{-4}$ $3,7 \cdot 10^{-3}(0,01)$ $-2,8 \cdot 10^{-8}$ $-2,7 \cdot 10^{-4}(0,00)$ 0,9340

Badając zależność HB_0/HB dla stali 14HNMBCu stwierdzono (por. tabl. 5.9d), że dla współczynników regresji liniowej wartości poziomu istotności (*sig. level*) są mniejsze od założonego poziomu 0,05. Analizując zależności przedstawiające je wykresy stwierdzono, że wpływ zmian grubości jest niewielki (mniejszy od 1%). Można, więc przyjąć, że wpływ grubości na relację HB_0/HB jest nieistotny.

Na podstawie badań przeprowadzonych kulką o średnicy 10mm, przy wyłączeniu próbek naprężeniami rozciągającymi, otrzymano podobne wnioski jak dla badań kulką 5mm dla stali 14HNMBCu.

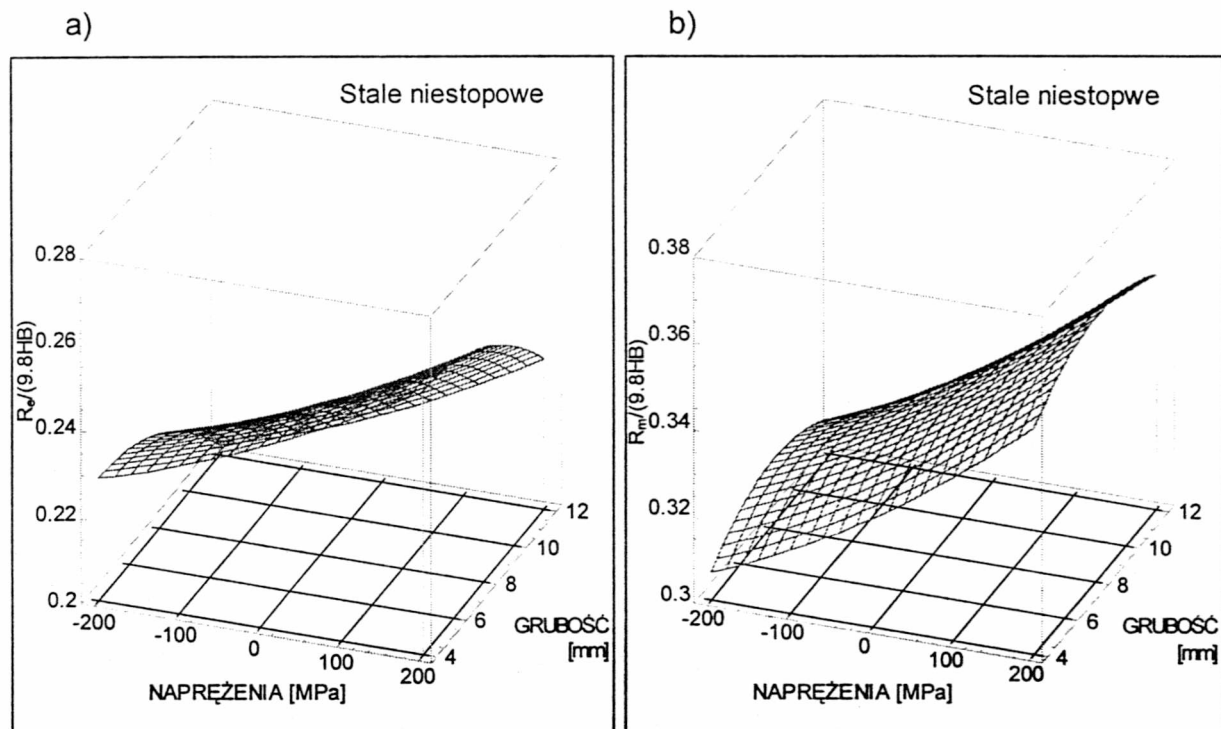
Dla stali niskostopowych i ulepszonych cieplnie możemy ostatecznie stwierdzić, że zmiana grubości elementu badanego nie ma wpływu na relacje twardości i wytrzymałości jako funkcji stanu naprężeń.

Na końcu zbadano wpływ zmiany grubości na rozpatrywane wyżej zależności ogółem dla stali niestopowych. Wyniki analiz przedstawiono w tablicach 5.8e i 5.9e.

Tabl.5.8e. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i/(9.8HB)$ (σ, t)
dla stali niestopowych

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_i t$		Regresja wielokrotna nieliniowa $R_i/(9.8HB) = a_i + b_i\sigma + c_i t + d_i\sigma^2 + e_i t^2$	
		i = e	i = m	i = e	i = m.
Ogólnie	a	0,2580	0,3284	0,2355	0,3020
	b	$8,1 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$8,1 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
	c	$-3,3 \cdot 10^{-3}(0,0)$	$2,1 \cdot 10^{-4}(0,056)$	$3,1 \cdot 10^{-3}(0,0)$	$7,7 \cdot 10^{-3}(0,0)$
	d	-	-	$7,3 \cdot 10^{-8}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$
	e	-	-	$-4,0 \cdot 10^{-4}(0,0)$	$-4,7 \cdot 10^{-4}(0,0)$
	R^2	0,6992	0,6049	0,7327	0,6517

Dla przeprowadzonych analiz regresji wielokrotnych dla wszystkich stali niestopowych otrzymano współczynniki determinacji R^2 w granicach 0,60-0,73. Wartości sig. level dla zależności R_e , przy współczynnikach regresji odnoszących się do grubości wskazują, że rozważana grubość (4÷12mm) wpływa w pewnym stopniu na zależności granicy plastyczności i twardości.



Rys.5.37. Wykresy powierzchni regresji dla stali niestopowych (wszystkie grubości) przedstawiających uzależnienie od grubości elementu relacji:

a) $R_e / (9,8HB)$, b) $R_m/(9,8HB)$

Lepsze dopasowanie otrzymano dla regresji krzywoliniowej. Wynika z niej, że granica plastyczności maleje około 7% przy grubościach od 8 do 12mm, a poniżej

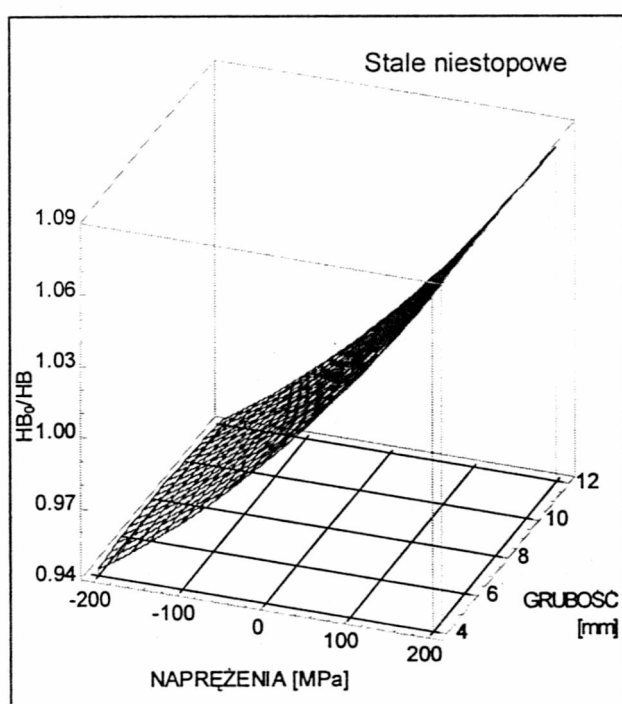
8mm nie zmienia się (por. rys. 5.37a). Przy rozpatrywaniu zależności $R_m/(9.8HB)$, w związku z wartościami *sig. level* wnioskuje się że grubość wywiera wpływ na zależność R_m - HB tylko jako funkcja krzywoliniowa (por. rys.5.37b). Analizując jednak wykres, stwierdzono, że procentowy wpływ w tym przypadku jest także praktycznie nieistotny. Ogólnie dla stali niestopowych zaproponowano następującą zależność krzywoliniową do określania granicy plastyczności z uwzględnieniem wpływu wyężenia i grubości elementu:

$$R_e = 9,8 HB (0,2355 + 0,081\sigma/1000 - 3,10 t/1000 + 0,073(\sigma/1000)^2 - 4,00(t/100)^2, \\ R^2 = 0,7327, \quad (5.50)$$

Tabl.5.9e. Wyniki badań statystycznych zależności HB_0/HB (σ, t)
dla stali niestopowych

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a_i, b_i, c_i, d_i, e_i determinacji R^2	Regresja wielokrotna liniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it$	Regresja wielokrotna nieliniowa $HB_0/HB = a_i + b_i\sigma + c_it + d_i\sigma^2 + e_it^2$
Ogólnie	a b c d e R^2	1,0051 $3,5 \cdot 10^{-4}$ $-6,1 \cdot 10^{-5}(0,626)$ - - 0,9157	0,9929 $3,5 \cdot 10^{-4}$ $2,2 \cdot 10^{-3}(0,01)$ $3,2 \cdot 10^{-7}$ $-1,4 \cdot 10^{-4}(0,005)$ 0,9268

Badając zależność HB_0/HB dla stali niestopowych (ogółem) stwierdzono (por. tabl. 5.9e), że dla współczynników regresji odnoszących się do grubości dla analiz regresji wielokrotnej liniowej wartości poziomu istotności (*sig. level*) są większe od



założonego poziomu 0,05. Świadczy to o tym, że wpływ grubości na relację HB_0/HB jest nieistotny. Dla regresji wielokrotnej nieliniowej, otrzymano poziomy mniejsze od 0,05. Ale zgodnie z rys. 5.38 stwierdzono, że wpływ grubości można pominąć w tych analizach.

Rys. 5.38. Płaszczyzna regresji dla stali niestopowych, przedstawiająca uzależnienie od grubości relacji HB_0/HB

5.3.5. Zależność twardości HB od wyężenia naprężeniami ścinającymi

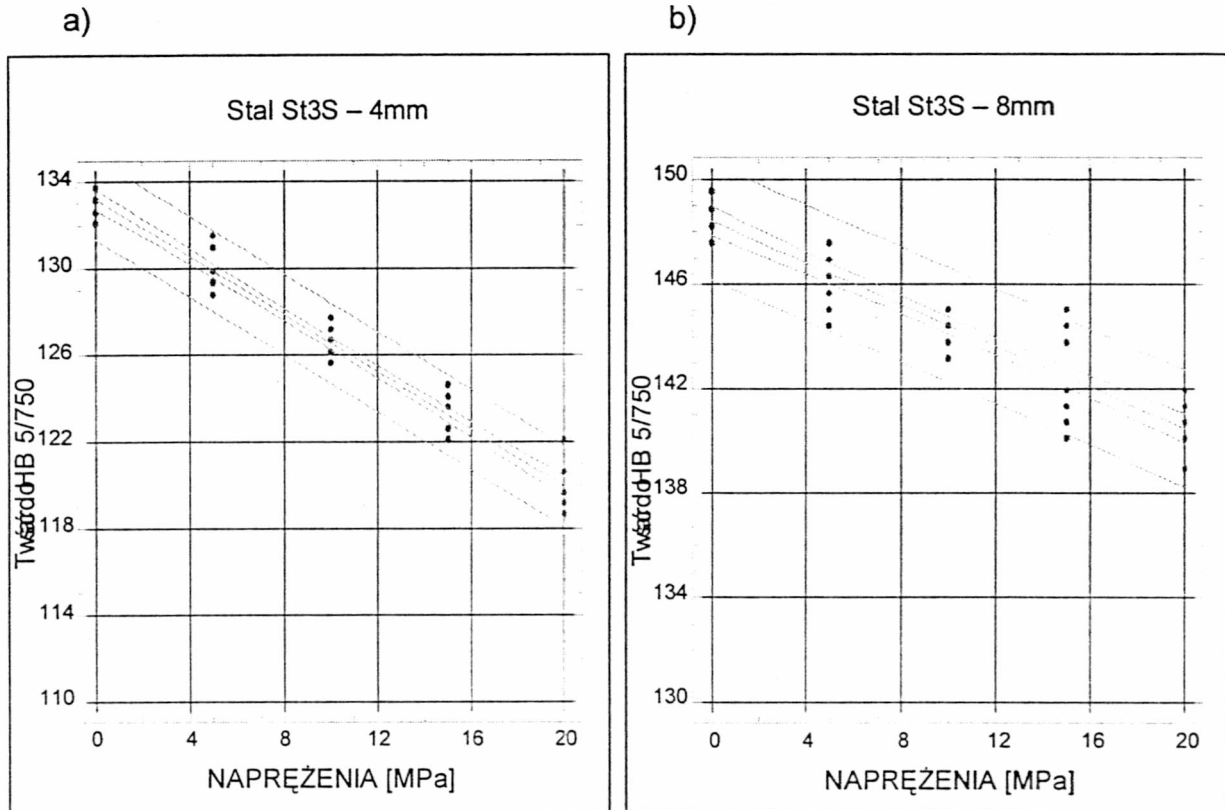
W pierwszym etapie przeanalizowano wpływ wyężenia próbek wyłącznie naprężeniami ścinającymi τ (czyste ścinanie), na wyniki pomiaru twardości. Wartości naprężeń τ były podane w punkcie 5.1.1 (por. tabl.5.2). Zbiory wyników badań doświadczalnych, poddanych obróbce statystycznej, zawierały dla każdego gatunku po $5 \times 3 \times 9 = 135$ obserwacji. Całkowita liczba obserwacji wynosiła 675. Zbiory zmiennych losowych mają rozkład zgodny z rozkładem normalnym. Wyniki badań poddano analizom regresji, podobnie jak to wykonano w punkcie 5.3.2. W efekcie tych analiz otrzymano zależności $HB(\tau)$, zestawione dla badanych gatunków stali w tabl. 5.10, oraz zależności $HB_0/HB(\tau)$ zestawione w tablicy 5.11.

Tabl.5.10a. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\tau)$ dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\tau$	$HB=\exp(a+b\tau)$	$1/HB=(a+b\tau)$	$HB=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a	133,21	4,893	$7,49 \cdot 10^{-3}$	132,97
	b	-0,6645	$-5,26 \cdot 10^{-3}$	$4,17 \cdot 10^{-5}$	-0,5705
	c	-	-	-	0,0817
	r	-0,9827	-0,9817	0,9805	0,9836
	R^2	96,56%	96,38%	96,13%	96,73%
8mm	a	148,40	5,009	$6,74 \cdot 10^{-3}$	148,57
	b	-0,3963	$-2,74 \cdot 10^{-3}$	$1,89 \cdot 10^{-5}$	-0,4620
	c	-	-	-	0,0072
	r	-0,9362	-0,9358	0,9354	0,9372
	R^2	87,63%	87,57%	87,49%	87,84%
12mm	a	125,85	4,83	$7,94 \cdot 10^{-3}$	126,28
	b	-0,3227	$-2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-5}$	-0,4967
	c	-	-	-	-0,0175
	r	-0,8653	-0,8675	0,8697	0,8762
	R^2	74,86%	75,26%	75,63%	76,76%

Najwyższe współczynniki korelacji mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji są w zasadzie zbliżone i mieszczą się w granicach 0,87 – 0,99. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe. Wartości ujemne dla współczynników korelacji świadczą o pochyleniu prostej regresji, związanej z wartością ujemną parametru b w regresji liniowej. Dowodzi to, że wzrost naprężeń ścinających τ powoduje obniżenie twardości HB . W pracy nie rozpisywano zależności, ponieważ można je sporządzić na podstawie poszczególnych współczynników regresji, zawartych w

tablicy 5.10a podobnie jak w punkcie 5.3.2. Przykładowo dla stali St3S przedstawiono graficznie otrzymane zależności liniowe dla próbek o grubości 4 i 8mm (rys.5.39).



Rys.5.39. Wykresy regresji liniowych, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależność $HB(\tau)$ dla próbek ze stali St3S: a) 4mm, b) 8mm

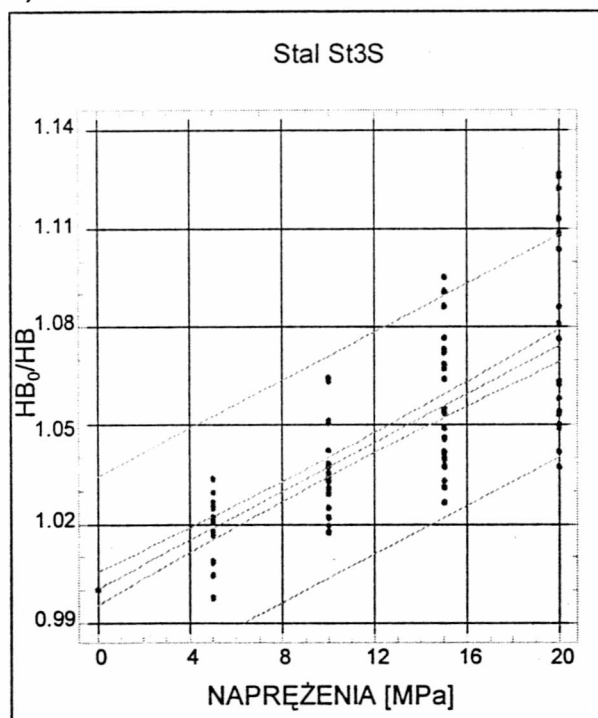
Zależność HB_0/HB w funkcji τ umożliwia obliczanie twardości stali HB_0 na podstawie twardości HB , pomierzonej na elementach konstrukcyjnych wyłożonych naprężeniami ścinającymi. W tablicy 5.11a przedstawiono zależność HB_0/HB w funkcji τ dla stali St3S. Otrzymane współczynniki korelacji dla rozważanych typów regresji są zbliżone, a ich wartości dla poszczególnych grubości mieszczą się w granicach 0,91 – 0,97. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe. Dla ujednolicenia otrzymanych zależności, podanych w tablicy niżej, dla stali St3S, przeprowadzono analizy regresji dla wszystkich grubości próbek. Otrzymano niższe wartości współczynników korelacji mieszczące się w granicach 0,84 – 0,85. Ze względu na podobieństwo współczynników dla poszczególnych regresji, dla celów praktycznych proponuje się zależność liniową, pokazaną na rys.5.40a:

$$HB_0 = HB(1,0004 + 0,3692\tau/100), \quad r = 0,8407. \quad (5.51)$$

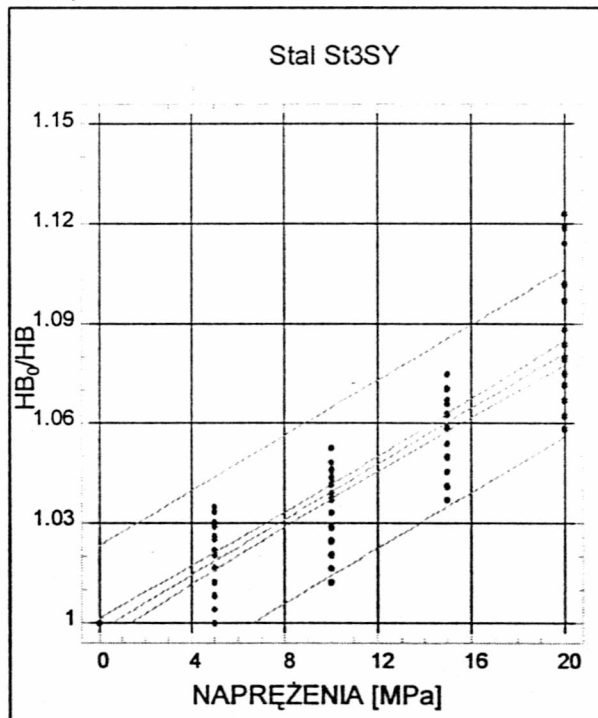
Tabl.5.11a. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\tau$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a	0,9963	$-2,89 \cdot 10^{-3}$	1,002	0,9996
	b	$5,60 \cdot 10^{-3}$	$5,31 \cdot 10^{-3}$	$-5,04 \cdot 10^{-4}$	$4,27 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$1,54 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9730	0,9747	-0,9762	0,9753
	R^2	94,67%	95,01%	95,30%	95,13%
8mm	a	1,0007	$8,37 \cdot 10^{-4}$	0,9990	1,0002
	b	$2,78 \cdot 10^{-3}$	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$-2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,94 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-2,75 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9156	0,9169	-0,9181	0,9158
	R^2	83,84%	84,07%	84,28%	83,87%
12mm	a	1,0042	$4,33 \cdot 10^{-3}$	0,9956	1,0010
	b	$2,70 \cdot 10^{-3}$	$2,62 \cdot 10^{-4}$	$-2,55 \cdot 10^{-3}$	$4,01 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-1,6 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9101	0,9119	-0,9134	0,9195
	R^2	82,84%	83,15%	83,44%	84,54%
Ogólnie	a	1,0004	$7,62 \cdot 10^{-4}$	0,9989	1,0003
	b	$3,692 \cdot 10^{-3}$	$3,54 \cdot 10^{-3}$	$-3,40 \cdot 10^{-4}$	$3,74 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-6,83 \cdot 10^{-4}$
	r	0,8407	0,8463	-0,8521	0,8402
	R^2	70,59%	71,63%	72,61%	70,59%

a)



b)



Rys.5.40. Wykresy regresji liniowych, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności

i prognozowania, przedstawiających zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ dla:

a) stali St3S, b) stali St3SY

Tabl.5.10b. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\tau)$ dla stali St3SY

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\tau$	$HB=\exp(a+b\tau)$	$1/HB=(a+b\tau)$	$HB=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a	121,46	4,7999	$8,23 \cdot 10^{-3}$	121,05
	b	-0,3758	$-3,20 \cdot 10^{-3}$	$2,72 \cdot 10^{-5}$	-0,2098
	c	-	-	-	0,0396
	r	-0,9608	-0,9597	0,9585	0,9690
	R^2	92,33%	92,11%	91,86%	93,90%
8mm	a	140,66	4,9468	$7,10 \cdot 10^{-3}$	140,72
	b	-0,6062	$-4,50 \cdot 10^{-3}$	$3,35 \cdot 10^{-5}$	-0,6297
	c	-	-	-	0,0019
	r	-0,9898	-0,9897	0,9895	0,9899
	R^2	97,97%	97,97%	97,92%	97,98%
12mm	a	123,80	4,82	$8,07 \cdot 10^{-3}$	123,23
	b	-0,5093	$-4,31 \cdot 10^{-3}$	$3,66 \cdot 10^{-5}$	-0,2810
	c	-	-	-	0,0406
	r	-0,9315	-0,9272	0,9225	0,9396
	R^2	86,76%	85,97%	85,10%	88,29%

Wyniki badań statystycznych zestawionych w tablicy 5.10b wskazują, że najwyższe współczynniki korelacji mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji mieszczą się w granicach 0,92–0,99. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe.

Tabl.5.11b. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ dla stali St3SY

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\tau$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma+c\sigma^2$
4mm	a	0,9962	$-3,40 \cdot 10^{-3}$	1,0031	1,0007
	b	$3,35 \cdot 10^{-3}$	$3,23 \cdot 10^{-3}$	$-3,13 \cdot 10^{-4}$	$1,56 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$5,68 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9466	0,9484	-0,9501	0,9583
	R^2	89,61%	89,95%	90,27%	91,83%
8mm	a	1,0009	$1,44 \cdot 10^{-3}$	0,9981	1,0016
	b	$4,72 \cdot 10^{-3}$	$4,50 \cdot 10^{-3}$	$-4,30 \cdot 10^{-3}$	$4,44 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$3,15 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9882	0,9885	-0,9886	0,9768
	R^2	97,65%	97,72%	97,74%	98,84%
12mm	a	0,9957	$-3,67 \cdot 10^{-3}$	1,0031	1,0013
	b	$4,44 \cdot 10^{-3}$	$4,24 \cdot 10^{-3}$	$-4,06 \cdot 10^{-3}$	$2,19 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$5,09 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9273	0,9320	-0,9362	0,9365
	R^2	86,00%	86,86%	87,65%	87,70%

Ogólnie	a	0,9976	$-1,88 \cdot 10^{-3}$	1,0014	1,0012
	b	$4,17 \cdot 10^{-3}$	$3,99 \cdot 10^{-3}$	$-3,83 \cdot 10^{-3}$	$2,73 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$2,62 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9196	0,9228	-0,9257	0,9243
	R ²	84,56%	85,16%	85,70%	85,44%

Otrzymane współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji są zbliżone ich wartości mieszczą się w granicach 0,93 – 0,98. Ogólnie dla próbek wszystkich grubości wykonanych ze stali St3SY, otrzymano niższe współczynniki korelacji równe 0,92 – 0,93. Do praktycznych zastosowań proponuje się zależność liniową, pokazaną na rys.5.40b:

$$HB_0 = HB(0,9976 + 0,4170\tau/100), \quad r = 0,9196. \quad (5.52).$$

Tab.5.10c. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\tau)$ dla stali St3SX

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R ² ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		HB=a+b τ	HB=exp(a+b τ)	1/HB=(a+b τ)	HB=a+b τ +c τ^2
4mm	a	130,93	4,8752	$7,63 \cdot 10^{-3}$	131,17
	b	-0,6573	$-5,28 \cdot 10^{-3}$	$4,26 \cdot 10^{-5}$	-0,7551
	c	-	-	-	0,0065
	r	-0,9511	-0,9502	0,9490	0,9521
	R ²	90,47%	90,29%	90,06%	90,65%
8mm	a	111,68	4,7160	$8,95 \cdot 10^{-3}$	111,84
	b	-0,4509	$-4,20 \cdot 10^{-3}$	$3,92 \cdot 10^{-5}$	-0,5122
	c	-	-	-	-0,0060
	r	-0,9762	-0,9767	0,9750	0,9772
	R ²	95,30%	95,45%	95,06%	95,50%
12mm	a	115,79	4,75	$8,62 \cdot 10^{-3}$	115,83
	b	-0,6867	$-6,31 \cdot 10^{-3}$	$5,81 \cdot 10^{-5}$	-0,7045
	c	-	-	-	-0,0012
	r	-0,9850	-0,9852	0,9849	0,9850
	R ²	97,03%	97,06%	97,00%	97,03%

Spośród wyników zestawionych w tablicy 5.10c najwyższe współczynniki korelacji mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe z reguły te o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji mieszczą się w granicach 0,95 – 0,99. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe.

Na podstawie analiz pokazanych w tablicy 5.11c wartości otrzymanych współczynników korelacji, dla poszczególnych typów regresji, mieszczą się w granicach 0,97 – 0,98. Ogólnie dla próbek wszystkich grubości ze stali St3SX, otrzymano niższe współczynniki korelacji około 0,95 – 0,97. Zaproponowano do zastosowania zależność liniową, której ze względu na podobieństwo do innych stali niestopowych, nie pokazywano graficznie:

$$HB_0 = HB(1,0003 + 0,5565\tau/100), \quad r = 0,9504. \quad (5.53)$$

Tabl.5.11c. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ dla stali St3SX

Grubość Próbki	Współczynniki Regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\tau$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a b c r R^2	0,9995 $5,57 \cdot 10^{-3}$ - 0,9792 95,89%	$1,49 \cdot 10^{-4}$ $5,28 \cdot 10^{-3}$ - 0,9796 95,97%	0,9992 $-5,02 \cdot 10^{-3}$ - -0,9798 96,00%	0,9987 $5,87 \cdot 10^{-3}$ $-2,52 \cdot 10^{-3}$ 0,9794 95,92%
8mm	a b c r R^2	1,0037 $4,40 \cdot 10^{-3}$ - 0,9697 94,03%	$4,15 \cdot 10^{-3}$ $4,20 \cdot 10^{-3}$ - 0,9696 94,01%	0,9955 $-4,01 \cdot 10^{-3}$ - -0,9692 93,94%	1,0034 $4,53 \cdot 10^{-3}$ $-1,46 \cdot 10^{-3}$ 0,9701 94,24%
12mm	a b c r R^2	0,9997 $6,72 \cdot 10^{-3}$ - 0,9817 96,37%	$-1,15 \cdot 10^{-3}$ $6,31 \cdot 10^{-3}$ - 0,9824 96,51%	1,0002 $-5,93 \cdot 10^{-3}$ - -0,9827 96,58%	0,9994 $6,09 \cdot 10^{-3}$ $5,10 \cdot 10^{-3}$ 0,9820 96,44%
Ogólnie	a b c r R^2	1,0003 $5,56 \cdot 10^{-3}$ - 0,9504 90,33%	$1,05 \cdot 10^{-3}$ $5,27 \cdot 10^{-3}$ - 0,9527 90,78%	0,9983 $-4,99 \cdot 10^{-3}$ - -0,9547 91,15%	1,0005 $5,55 \cdot 10^{-3}$ $4,37 \cdot 10^{-4}$ 0,9661 90,33%

Tab.5.10d. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\tau)$ dla stali 18G2A

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\tau$	$HB=\exp(a+b\tau)$	$1/HB=(a+b\tau)$	$HB=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a b c r R^2	155,52 -0,4001 - -0,9336 87,16%	5,0474 $-2,70 \cdot 10^{-3}$ - -0,9308 86,64%	$6,42 \cdot 10^{-3}$ $1,82 \cdot 10^{-5}$ - 0,9278 86,09%	154,25 -0,0571 0,2010 0,9666 93,43%
8mm	a b c r R^2	156,29 -0,4400 - -0,9728 94,63%	5,0521 $-2,93 \cdot 10^{-3}$ - -0,9733 94,74%	$6,39 \cdot 10^{-3}$ $1,96 \cdot 10^{-5}$ - 0,9739 94,81%	156,76 -0,5662 -0,0074 0,9762 95,31%
12mm	a b c r R^2	175,98 -0,3312 - -0,9692 93,93%	5,17 $-1,93 \cdot 10^{-3}$ - -0,9697 94,04%	$5,68 \cdot 10^{-3}$ $1,13 \cdot 10^{-5}$ - 0,9702 94,13%	176,21 -0,3916 -0,0051 0,9706 94,21%

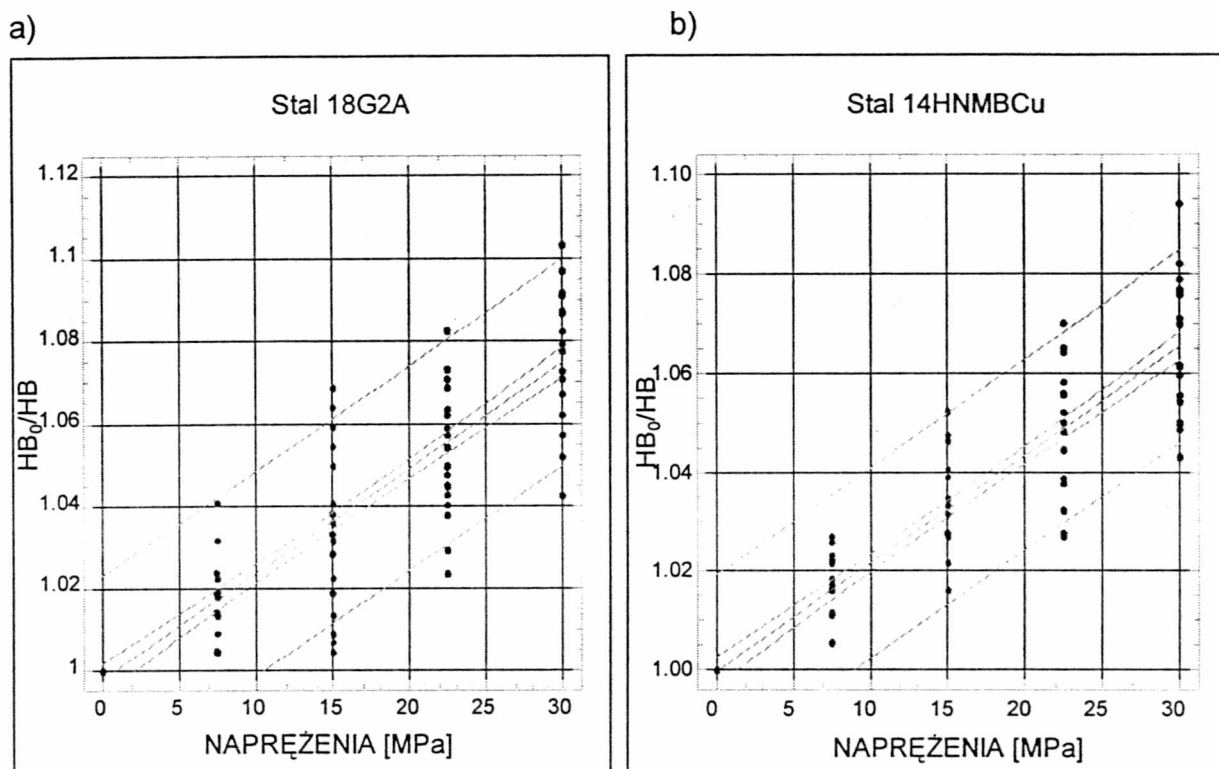
Najwyższe współczynniki korelacji spośród wyników podanych w tablicy 5.10d mają zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji zawarte są w granicach 0,93 – 0,97. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe, których w pracy nie rozpisywano.

Tab.5.11d. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ dla stali 18G2A

Grubość Próbki	Współczynniki Regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\tau$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a	0,9919	$-7,50 \cdot 10^{-3}$	1,0069	1,0018
	b	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$-2,51 \cdot 10^{-3}$	$5,7 \cdot 10^{-5}$
	c	-	-	-	1,55
	r	0,9227	0,9255	-0,9282	0,9661
	R^2	85,14%	85,66%	86,15%	93,34%
8mm	a	1,0008	$1,18 \cdot 10^{-3}$	0,9985	0,9981
	b	$2,97 \cdot 10^{-3}$	$2,85 \cdot 10^{-3}$	$-2,73 \cdot 10^{-3}$	$3,71 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-6,67 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9623	0,9620	-0,9615	0,9650
	R^2	92,61%	92,54%	92,45%	93,12%
12mm	a	1,0010	$1,22 \cdot 10^{-3}$	0,9986	1,0001
	b	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,93 \cdot 10^{-3}$	$-1,88 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-3,71 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9437	0,9449	-0,9449	0,9443
	R^2	89,05%	89,28%	89,28%	89,17%
Ogólnie	a	0,9979	$-1,70 \cdot 10^{-3}$	1,0013	1,0002
	b	$2,56 \cdot 10^{-3}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$	$-2,37 \cdot 10^{-3}$	$1,94 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$1,05 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9096	0,9117	-0,9136	0,9119
	R^2	82,74%	83,12%	83,47%	83,16%

Na podstawie analiz statystycznych wyników zestawionych w tabl. 5.11d, otrzymano wartości współczynników korelacji, dla poszczególnych typów regresji w granicach 0,92 – 0,97. Ogólnie dla wszystkich grubości dla stali 18G2A otrzymano niższe współczynniki korelacji, o wartości około 0.91. Zaproponowano do celów praktycznych zależność liniową, którą pokazano graficznie (por. rys. 5.41a) obok odpowiedniej zależności dla stali ulepszonych cieplnie:

$$HB_0 = HB(0,9979 + 0,2562\tau/100), \quad r = 0,9096. \quad (5.54)$$



Rys.5.41. Wykresy regresji liniowych, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności

i prognozowania, przedstawiających zależności $HB_0/HB = f_h(\tau)$ dla:

a) stali niskostopowej 18G2A, b) stali ulepszonej cieplnie 14HNMBCu.

Tabl.5.10e. Wyniki analiz statystycznych zależności $HB(\tau)$ dla stali 14HNMBCu

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB=a+b\tau$	$HB=\exp(a+b\tau)$	$1/HB=(a+b\tau)$	$HB=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a	240,70	5,4837	$4,15 \cdot 10^{-3}$	240,09
	b	-0,4237	$-1,82 \cdot 10^{-3}$	$7,76 \cdot 10^{-6}$	-0,2667
	c	-	-	-	0,0197
	r	-0,9537	-0,9518	0,9497	0,9595
	R^2	90,96%	90,59%	90,20%	92,06%
8mm	a	281,24	5,6395	$3,55 \cdot 10^{-3}$	281,80
	b	-0,7054	$-2,60 \cdot 10^{-3}$	$9,62 \cdot 10^{-6}$	-0,8573
	c	-	-	-	-0,0059
	r	-0,9808	-0,9810	0,9812	0,9828
	R^2	96,19%	96,24%	96,27%	96,59%
12mm	a	255,66	5,544	$3,91 \cdot 10^{-3}$	255,85
	b	-0,4816	$-1,94 \cdot 10^{-3}$	$7,79 \cdot 10^{-6}$	-0,5318
	c	-	-	-	-0,0032
	r	-0,9457	-0,9464	0,9469	0,9462
	R^2	89,44%	89,57%	89,67%	89,53%

Najwyższe współczynniki korelacji wśród wyników przytoczonych w tabl. 5.10e mają z reguły zależności w postaci wielomianu drugiego stopnia, a najniższe - o postaci funkcji odwrotnej i wykładniczej. Wartości współczynników korelacji mieszczą się w granicach 0,95 – 0,98. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe.

Tabl.5.11e. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ dla 14HNMBCu

Grubość Próbki	Współczynniki Regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\tau$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\tau+c\tau^2$
4mm	a	0,9987	$-1,08 \cdot 10^{-3}$	1,0009	1,0017
	b	$1,87 \cdot 10^{-3}$	$1,81 \cdot 10^{-3}$	$-1,76 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$2,59 \cdot 10^{-2}$
	r	0,9352	0,9378	-0,9402	0,9430
	R^2	87,46%	87,94%	88,39%	88,93%
8mm	a	0,9995	$-1,93 \cdot 10^{-4}$	0,9998	0,9980
	b	$2,70 \cdot 10^{-3}$	$2,60 \cdot 10^{-3}$	$-2,51 \cdot 10^{-3}$	$3,11 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-4,32 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9767	0,9767	-0,9766	0,9777
	R^2	95,40%	95,39%	95,37%	95,58%
12mm	a	1,0008	$9,68 \cdot 10^{-4}$	0,9988	1,0005
	b	$1,99 \cdot 10^{-3}$	$1,94 \cdot 10^{-3}$	$-1,88 \cdot 10^{-3}$	$2,08 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$-1,21 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9545	0,9553	-0,9560	0,9546
	R^2	91,11%	91,26%	91,38%	91,12%
Ogólnie	a	0,9997	$-1,02 \cdot 10^{-4}$	0,9999	1
	b	$2,19 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-3}$	$-2,05 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$1,46 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9234	0,9254	-0,9272	0,9235
	R^2	85,27%	85,63%	85,97%	85,28%

Na podstawie analiz zestawionych w tabl. 5.11e otrzymano współczynniki korelacji dla poszczególnych typów wyników regresji w granicach 0,94 – 0,98. Ogólnie dla próbek wszystkich grubości ze stali ulepszonej cieplnie 14HNMBCu, otrzymano niższe współczynniki korelacji wynoszące około 0,92 – 0,93. Zaproponowano do celów praktycznych zależność liniową, którą pokazano graficznie (por. rys. 5.41b), obok zależności odnoszącej się do stali niskostopowej:

$$HB_0 = HB(0,9997 + 0,2190\tau/100), \quad r = 0,9234. \quad (5.55)$$

Niżej przedstawiono zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$ odnoszące się do wszystkich stali niestopowych, rozpatrywanych łącznie, bez względu na grubość próbek.

Tabl.5.11f. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\tau)$
dla wszystkich stali niestopowych

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności	Regresja Paraboliczna
		$HB_0/HB=$ $=a+b\tau$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\tau)$	$HB_0/HB=$ $=a+b\tau+c\tau^2$
Ogólnie	a	0,9995	$-2,12 \cdot 10^{-5}$	0,9995	1,0005
	b	$4,47 \cdot 10^{-3}$	$4,27 \cdot 10^{-3}$	$-4,08 \cdot 10^{-3}$	$4,07 \cdot 10^{-3}$
	c	-	-	-	$5,02 \cdot 10^{-3}$
	r	0,8757	0,8803	-0,8846	0,8761
	R^2	76,68%	77,50%	78,26%	76,76%

Na podstawie analiz (por. tabl. 5.11f), otrzymano wartości współczynników korelacji równe około 0,88, czyli nieco niższe niż dla poszczególnych gatunków stali niestopowych. Charakter otrzymanych zależności jest taki jak dla pojedynczych zbiorów (gatunków). Z tego względu nie przedstawiano ich graficznie. Zaproponowano do celów praktycznych następującą zależność liniową:

$$HB_0 = HB(0,9995 + 0,4470\tau/100), \quad r = 0,8757. \quad (5.56)$$

Wszystkie formuły liniowe przedstawione dla poszczególnych gatunków stali gwarantują dokładność wystarczającą dla celów praktycznych zastosowań. Korekta równań (5.51)÷(5.56) mająca na celu spełnienie warunku brzegowego $HB_0=HB$ dla $\tau=0$, prowadzi do uproszczonych zależności przedstawionych poniżej, w odniesieniu do zbiorów wyników obejmujących wszystkie grubości. Współczynniki korelacji są w tym przypadku nieco niższe:

- dla stali St3S

$$HB_0 = HB(1 + 0,3696\tau/100), \quad r = 0,8404, \quad (5.57)$$

- dla stali St3SY

$$HB_0 = HB(1 + 0,4160\tau/100), \quad r = 0,9174, \quad (5.58)$$

- dla stali St3SX

$$HB_0 = HB(1 + 0,5567\tau/100), \quad r = 0,9501, \quad (5.59)$$

- dla stali 18G2A

$$HB_0 = HB(1 + 0,2557\tau/100), \quad r = 0,9077, \quad (5.60)$$

- dla stali 14HNMBCu

$$HB_0 = HB(1 + 0,2190\tau/100), \quad r = 0,9233, \quad (5.61)$$

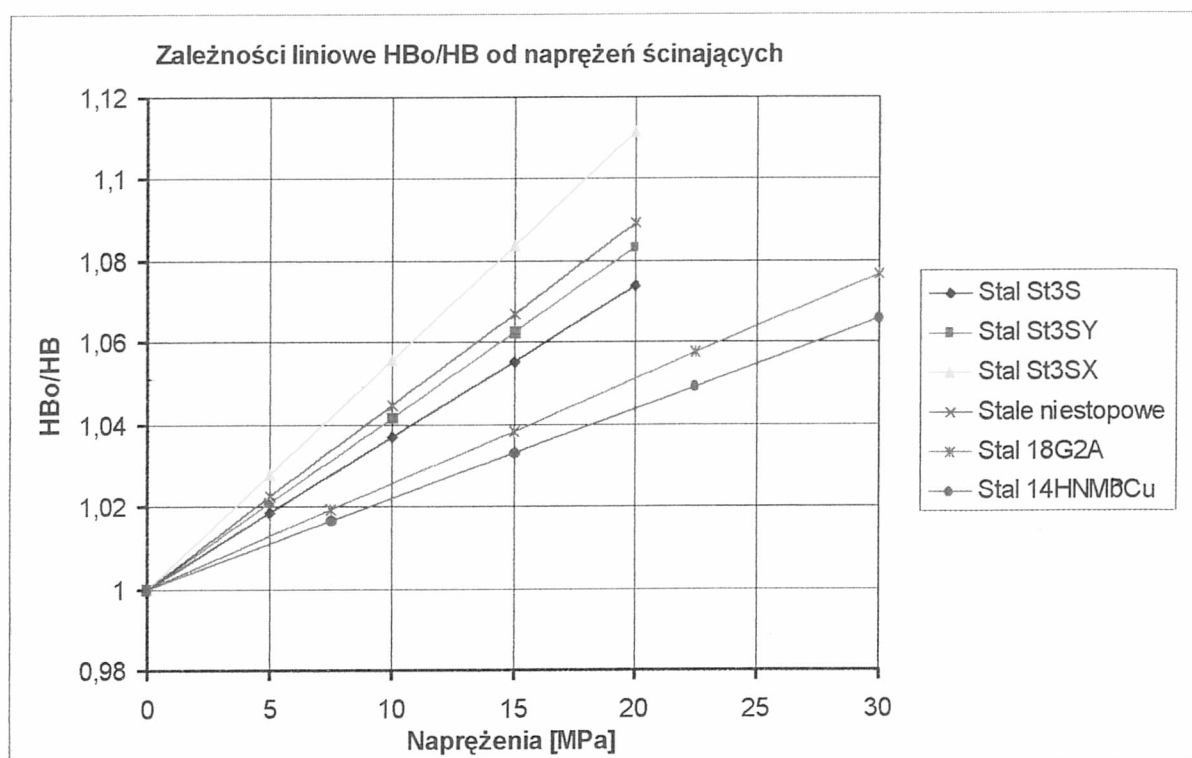
$$HB_0 = HB(1 + 0,2190\tau/100), \quad r = 0,9233, \quad (5.61)$$

- dla wszystkich stali niestopowych

$$HB_0 = HB(1 + 0,4468\tau/100), \quad r = 0,8752. \quad (5.62)$$

Wyżej wymienione zależności, ze względu na wysokie wartości współczynników korelacji, mogą być z powodzeniem stosowane w praktyce przy wyznaczaniu rzeczywistej twardości elementów wyłożonych naprężeniami ścinającymi.

Niżej na rysunku 5.42 przedstawiono wykresy zależności liniowych $HB_0/HB=f_h(\tau)$ równań (5.57)÷(5.61) dla wszystkich gatunków stali (rys.5.42). Na podstawie tych wykresów oszacowano procentowy wpływ wyłożenia naprężeniami ścinającymi na wyniki pomiaru twardości dla badanych gatunków stali. I tak wynoszą one w przybliżeniu dla stali niestopowych: St3S – 3,7%, St3SY – 4,2%, St3SX – 5,6%, dla wszystkich razem – 4,5% na każde 10MPa. A dla stali niskostopowych 18G2A – 2,5% na każde 10MPa. Dla stali ulepszonych cieplnie 14HNMBCu – 2,2% na każde 10MPa. Widoczne jest zmniejszanie się tego wpływu w miarę wzrostu wytrzymałości stali.



Rys.5.42. Wpływ wyłożenia naprężeniami ścinającymi dla stali: St3S, St3SY, St3SX, stali niestopowych, 18G2A i 14HNMBCu

5.3.6. Zależność twardości HB od łącznego wyężenia naprężeniami ścinającymi i rozciągającymi

Wpływ złożonego stanu naprężeń na wyniki pomiaru twardości zbadano dla próbek wyężonych naprężeniami ścinającymi τ i rozciągającymi σ . Analizowano to dwojako, traktując składowe wyężenia τ i σ jako dwa niezależne parametry lub jako jeden parametr w postaci naprężeń zastępczych σ_{zast} . Wartości wspomnianych naprężeń dla poszczególnych gatunków stali były podane w punkcie 5.1.1 (por. tabl.5.2). Zbiory wyników badań doświadczalnych poddanych obróbce statystycznej zawierały dla każdego gatunku po $3 \times 33 = 99$ obserwacji dla jednego typu zadania. Całkowita ilość obserwacji wynosiła 495. W pierwszym etapie wyniki badań doświadczalnych poddano analizie regresji wielokrotnej w celu ustalenia zależności: $HB(\tau, \sigma)$ oraz $HB_0/HB(\tau, \sigma)$. Ze względu na ograniczoną objętość pracy zamieszczono tylko wyniki analiz regresji wielokrotnych odnoszących się do zależności $HB_0/HB(\tau, \sigma)$. Zależność tę analizowano jako funkcję liniową o postaci:

$$HB_0/HB(\tau, \sigma) = a + b\tau + c\sigma,$$

oraz jako funkcję nieliniową o postaci

$$HB_0/HB(\tau, \sigma) = a + b\tau + c\sigma + d\tau^2 + e\sigma^2,$$

w której: a, b, c, d, e – są współczynnikami regresji wielokrotnej.

W drugim etapie badań statystycznych poddano analizom regresji liniowej zależności $HB(\sigma_{zast.})$ i $HB_0/HB(\sigma_{zast.})$. Przeprowadzono je podobnie jak w punkcie 5.3.2. W pracy biorąc pod uwagę względy praktyczne dla celów praktycznych przedstawiono tylko tę ostatnią.

W efekcie analiz regresji wielokrotnej otrzymano zależności $HB_0/HB(\tau, \sigma)$ w funkcji liniowej i funkcji nieliniowej. W tablicach 5.12a-c zestawiono wyniki dla badanych gatunków stali tylko regresji w postaci funkcji liniowej, stwierdzając jej wystarczalność na podstawie wszystkich wyników. W tabli zamieszczono wartości poszczególnych współczynników regresji i korelacji. Przeprowadzone badania statystyczne analizy regresji wielokrotnej na wspomnianych wyżej zbiorach wykazały, że udział wszystkich zmiennych i stałych jest istotny. Wyznaczone dla współczynników regresji wartości poziomu istotności (*sig. level*) są mniejsze od założonego poziomu $\alpha = 0,05$. W tablicach 5.13 zestawiono zależności $HB_0/HB(\sigma_{zast.})$ dla poszczególnych gatunków stali.

Tabl.5.12a. Wyniki badań statystycznych zależności HB_0/HB (τ, σ)
dla badanych stali niestopowych

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c det. R^2	Regresja wielokrotna dla St3S $HB_0/HB = a+b\tau+c\sigma$	Regresja wielokrotna dla St3SY $HB_0/HB = a+b\tau+c\sigma$	Regresja wielokrotna dla St3SX $HB_0/HB = a+b\tau+c\sigma$
4 mm	a b c R^2	1,0033 0,0075 0,0007 0,9885	1,0088 0,0109 0,0006 0,9786	1,0032 0,0162 0,0008 0,9799
8 mm	a b c R^2	0,9999 0,0042 0,0004 0,9793	0,9989 0,0060 0,0004 0,9846	0,9994 0,0048 0,0006 0,9701
12mm	a b c R^2	0,9987 0,0037 0,0015 0,9804	1,0062 0,0069 0,0013 0,9788	0,9996 0,0169 0,0002 0,9889
Ogólnie	a b c R^2	0,9999 0,0066 0,0005 0,8302	1,0045 0,0100 0,0004 0,8375	0,9994 0,0100 0,0011 0,8357

Dla przeprowadzonych regresji wielokrotnych wyników badań dla stali niestopowych, otrzymano wysokie współczynniki korelacji wielokrotnej, mieszczące się w granicach 0,97-0,99. Dowodzi to, że na wyniki pomiaru twardości wpływają zarówno naprężenia ścinające, jak i naprężenia normalne. Powodują one zmniejszenie wartości twardości HB , a tym samym zwiększenie stosunku HB_0/HB . Rozpatrując łącznie wszystkie grubości dla poszczególnych rodzajów stali niestopowych, otrzymano nieco niższe współczynniki korelacji, są one w granicach 0,83-0,84. Proponuje się następujące zależności dla poszczególnych stali, z których wybrane, pokazano na rys. 5.43.

- dla stali St3S (rys. 5.43a)

$$HB_0 = HB(0,9999 + 0,66\tau/100 + 0,05\sigma/100), \quad r = 0,8302, \quad (5.63)$$

- dla stali St3SY

$$HB_0 = HB(1,0045 + 1,00\tau/100 + 0,04\sigma/100), \quad r = 0,8375, \quad (5.64)$$

- dla stali St3SX

$$HB_0 = HB(0,9994 + 1,00\tau/100 + 0,11\sigma/100), \quad r = 0,8357. \quad (5.65)$$

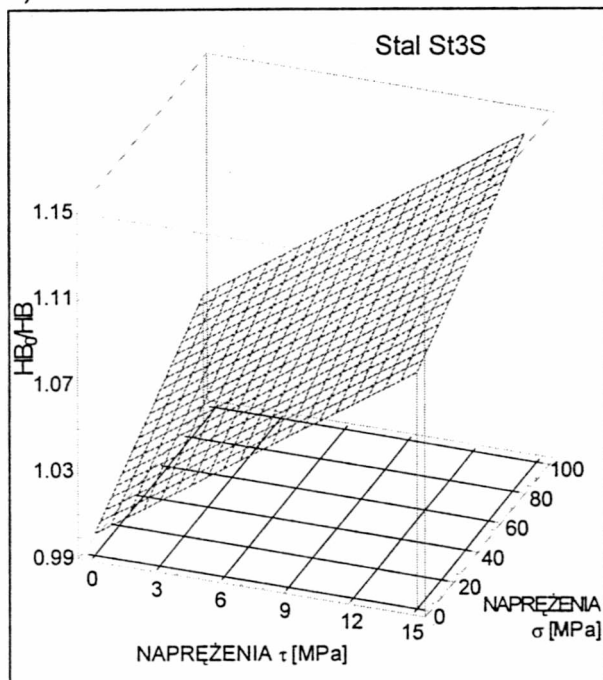
Rozpatrując wszystkie stale niestopowe jako jeden zbiór (tabl. 5.12b.) otrzymano jeszcze niższe współczynniki korelacji. Dla wszystkich badanych stali niestopowych zaproponowano następującą zależność pokazaną na rys. 5.43b:

$$HB_0 = HB(1,0019 + 0,82\tau/100 + 0,08\sigma/100), \quad r = 0,7673. \quad (5.66)$$

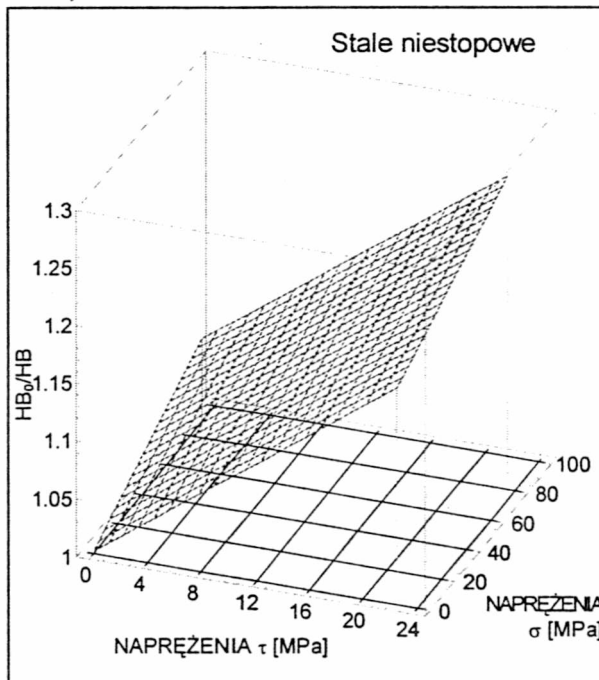
Tabl.5.12b. Wyniki badań zależności HB_0/HB (τ, σ) dla stali niestopowych (ogółem)

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c det. R^2	Regresja wielokrotna $HB_0/HB = a+b\tau+c\sigma$
Ogólnie	a b c R^2	1,0019 0,0082 0,0008 0,7673

a)



b)



Rys.5.43. Wykresy płaszczyzn regresji dla stali niestopowych (wszystkie grubości) przedstawiających zależność twardości Brinella od wyężenia ścinaniem i rozciąganiem dla: a) stali St3S, b) stali niestopowych (ogółem)

W tablicy 5.13c. przedstawiono wyniki analiz regresji dla stali niskostopowych 18G2A i ulepszonej cieplnie 14HNMBCu. Dla przeprowadzonych regresji w przypadku stali niskostopowych otrzymano współczynniki korelacji wielokrotnej, w granicach 0,97-0,98, dla stali ulepszonych cieplnie 0,96-0,98. Dowodzi to, że na wyniki pomiaru twardości, podobnie jak to było dla stali niestopowych, wpływają zarówno naprężenia ścinające, jak i naprężenia normalne. Rozpatrując wszystkie grubości razem otrzymano nieco niższe współczynniki korelacji, dla stali 18G2A - 0,9559, a dla stali 14HNMBCu – 0,9069. Ogólnie zaproponowano następujące zależności dla podanych gatunków stali:

- dla stali 18G2A (rys. 5.44a)

$$HB_0 = HB(1,0019 + 0,61\tau/100 + 0,02\sigma/100), \quad r = 0,9559, \quad (5.67)$$

- dla stali 14HNMBCu (rys. 5.44b)

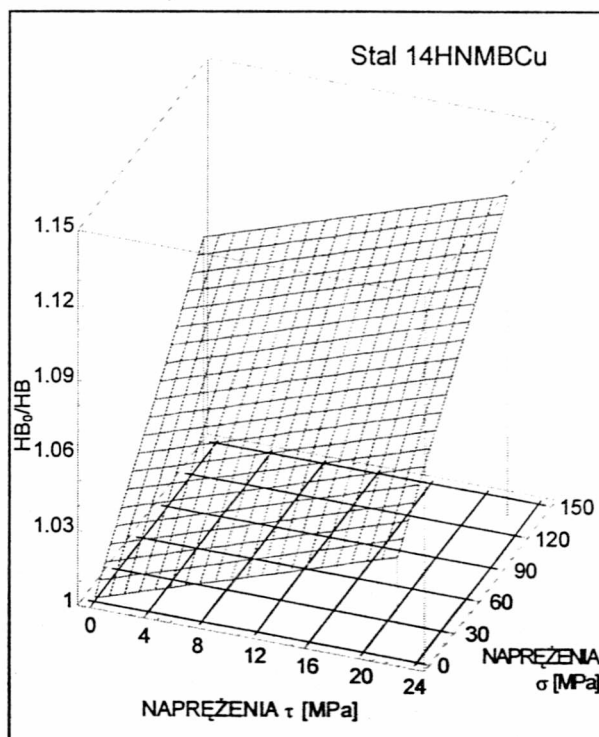
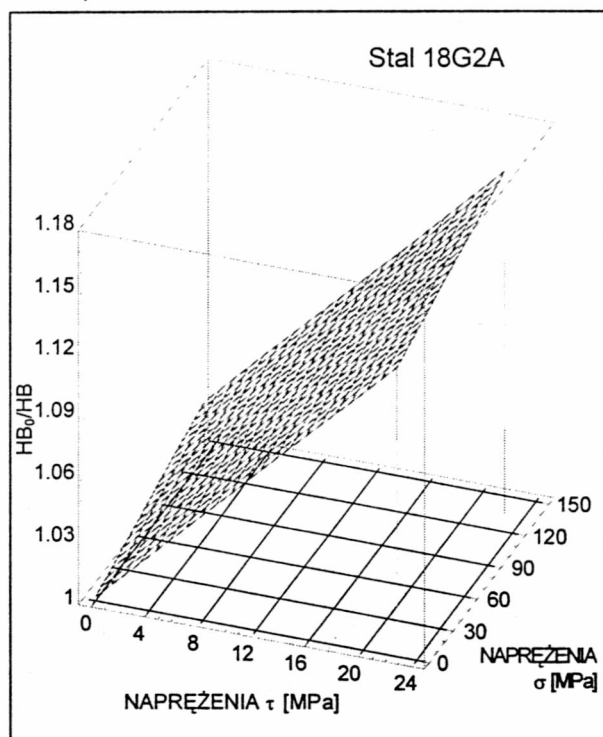
$$HB_0 = HB(1,0014 + 0,17\tau/100 + 0,06\sigma/100), \quad r = 0,9069. \quad (5.68)$$

Tabl.5.1c. Wyniki badań zależności HB_0/HB (τ, σ) dla stali: 18G2A i 14HNMBCu

Grubość próbki	Współczynniki regresji: a, b, c det. R^2	Regresja wielokrotna dla 18G2A $HB_0/HB = a+b\tau+c\sigma$	Regresja wielokrotna dla 14HNMBCu $HB_0/HB = a+b\tau+c\sigma$
4 mm	a b c R^2	1,0008 0,0047 0,0005 0,9817	0,9981 0,0005 0,0007 0,9785
8 mm	a b c R^2	1,0056 0,0055 0,0004 0,9787	1,0047 0,0014 0,0008 0,9788
12mm	a b c R^2	0,9993 0,0047 0,0003 0,9662	1,0014 0,0023 0,0006 0,9632
Ogólnie	a b c R^2	1,0019 0,0061 0,0002 0,9559	1,0014 0,0017 0,0006 0,9069

a)

b)



Rys.5.44. Wykresy płaszczyzn regresji przedstawiających zależność twardości Bri-nella od wyężenia ścinaniem i rozciąganiem dla próbek wszystkich gru-bości ze stali: a) 18G2A, b) 14HNMBCu

Wpływ poszczególnych naprężeń na analizowaną zależność jest pod względem jakościowym i ilościowym zgodny z tym, jaki otrzymano przy analizach wpływu wyężenia na pomiar twardości dla każdego stanu osobno (por. p. 5.3.2. i 5.3.5).

Niżej przedstawiono wyniki analiz regresji prostej zależności $HB_0/HB(\sigma_{zast})$ dla wszystkich stali rozpatrywanych w pracy.

Tabl.5.13a. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla stali St3S

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b ,c, korelacji r , det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$
4mm	a b r R^2	1,00726 $1,99 \cdot 10^{-3}$ 0,9835 96,72%	$8,10 \cdot 10^{-3}$ $1,84 \cdot 10^{-3}$ 0,9818 96,36%	0,9912 $-1,70 \cdot 10^{-3}$ -0,9795 95,95%
8mm	a b r R^2	1,0050 $9,78 \cdot 10^{-4}$ 0,9808 96,21%	$5,28 \cdot 10^{-3}$ $9,33 \cdot 10^{-4}$ 0,9799 96,02%	0,9945 $-8,92 \cdot 10^{-4}$ -0,9788 95,80%
12mm	a b r R^2	1,0026 $1,99 \cdot 10^{-3}$ 0,9865 96,89%	$4,23 \cdot 10^{-3}$ $1,82 \cdot 10^{-3}$ 0,9843 96,89%	0,9944 $-1,67 \cdot 10^{-3}$ -0,9814 96,32%
Ogólnie	a b r R^2	1,0072 $1,58 \cdot 10^{-3}$ 0,8955 80,19%	$7,91 \cdot 10^{-3}$ $1,46 \cdot 10^{-3}$ 0,8986 81,18%	0,9915 $-1,36 \cdot 10^{-3}$ -0,9010 81,19%

Otrzymane współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji (por. tabl. 5.13a) są zbliżone do siebie i bardzo wysokie. Ich wartości mieszczą się w granicach 0,98 – 0,99. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe. Dla ujednolicenia otrzymanych zależności, podanych w tablicy 5.13a dla stali St3S, przeprowadzono analizy regresji dla wszystkich grubości próbek. Otrzymano niższe wartości współczynników korelacji wynoszące około 0,90. Dla stali St3S zaproponowano do zastosowania zależność liniową:

$$HB_0 = HB(1,0072 + 0,158\sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8955. \quad (5.69)$$

W tablicach 5.13b. i 5.13c. przedstawiono wyniki analiz dla stali St3SY i St3SX. Otrzymano wartości współczynników korelacji zbliżone do wyników dla stali St3S. Dla celów praktycznych zaproponowano następujące zależności liniowe:

- dla stali St3SY

$$HB_0 = HB(1,0113 + 0,198\sigma_{zast}/100), \quad r = 0,9062, \quad (5.70)$$

- dla stali St3SX

$$HB_0 = HB(1,0028 + 0,273\sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8955. \quad (5.71)$$

Tab.5.13b. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla stali St3SY

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$
4mm	a	1,0148	$1,56 \cdot 10^{-2}$	0,9839
	b	$2,43 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$-2,00 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9732	0,9691	-0,9642
	R^2	94,72%	93,92%	92,97%
8mm	a	1,0063	$6,74 \cdot 10^{-3}$	0,9929
	b	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$-1,15 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9830	0,9816	-0,9799
	R^2	96,64%	96,36%	96,01%
12mm	a	1,0068	$8,15 \cdot 10^{-3}$	0,9908
	b	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$-1,94 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9887	0,9857	-0,9820
	R^2	97,76%	97,16%	96,43%
Ogólnie	a	1,0113	$1,18 \cdot 10^{-2}$	0,9877
	b	$1,98 \cdot 10^{-3}$	$1,82 \cdot 10^{-3}$	$-1,67 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9062	0,9081	-0,9092
	R^2	82,12%	82,46%	82,66%

Tabl.5.13c. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla stali St3SX

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$
4mm	a	0,9976	$8,17 \cdot 10^{-4}$	0,9967
	b	$3,78 \cdot 10^{-3}$	$3,33 \cdot 10^{-3}$	$-2,94 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9877	0,9888	-0,9888
	R^2	97,56%	97,78%	97,78%
8mm	a	1,0051	$5,66 \cdot 10^{-3}$	0,9938
	b	$1,31 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-3}$	$-1,16 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9794	0,9798	-0,9799
	R^2	95,92%	95,99%	95,97%
12mm	a	0,9936	$-3,25 \cdot 10^{-3}$	1,0007
	b	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$3,05 \cdot 10^{-3}$	$-2,73 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9908	0,9927	-0,9935
	R^2	98,18%	98,54%	98,70%
Ogólnie	a	1,0028	$4,44 \cdot 10^{-3}$	0,9943
	b	$2,73 \cdot 10^{-3}$	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$-2,21 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9095	0,9140	-0,9177
	R^2	82,71%	83,53%	84,21%

Niżej przedstawiono wyniki regresji dla wszystkich stali niestopowych ogółem.

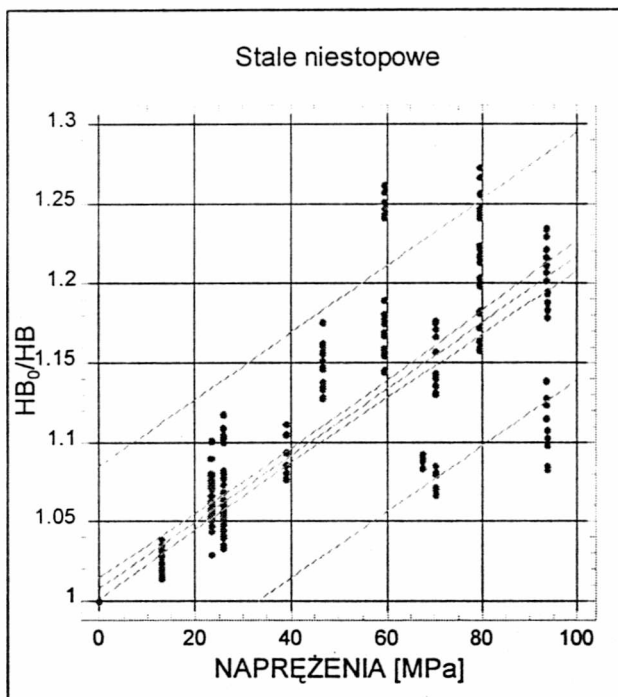
Tabl.5.13.d. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$
dla stali niestopowych (ogółem)

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$
Ogólnie	a	1,0077	$8,57 \cdot 10^{-3}$	0,9907
	b	$2,09 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$	$-1,74 \cdot 10^{-3}$
	r	0,8675	0,8744	-0,8802
	R^2	75,25%	76,46%	77,49%

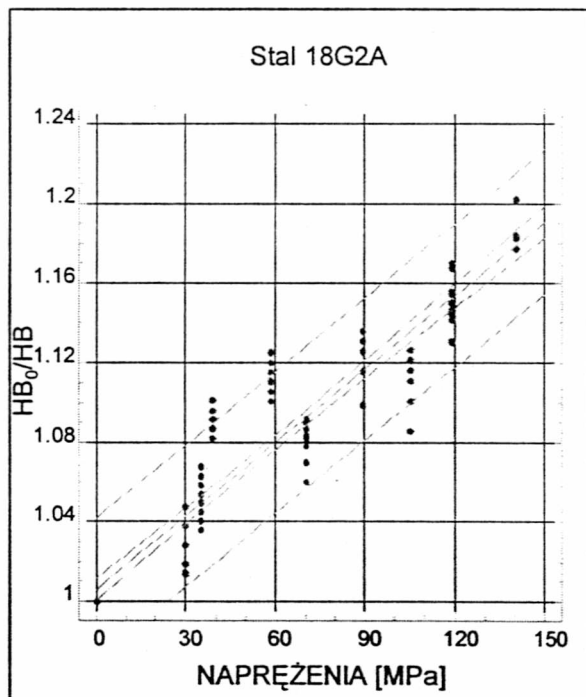
Dla wszystkich stali niestopowych zaproponowano następującą zależność liniową (por. rys.5.45a), umożliwiającą przeliczenie twardości pomierzonej przy wyężeniu naprężeniami zastępczymi od ścinania i rozciągania, na twardość próbki nieobciążonej:

$$HB_0 = HB(1,0077 + 0,209\sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8675. \quad (5.72)$$

a)



b)



Rys.5.45. Wykresy regresji liniowych, z oznaczeniem 95% przedziałów ufności i prognozowania, przedstawiających zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla:
a) stali niestopowych (ogółem), b) stali 18G2A

Tabl.5.13e. Wyniki badań statystycznych zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla stali 18G2A

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b ,c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$
4mm	a	0,9985	$-4,42 \cdot 10^{-4}$	0,9995
	b	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-3}$	$-1,16 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9895	0,9906	-0,9912
	R^2	97,92%	98,13%	98,25%
8mm	a	1,0171	$1,77 \cdot 10^{-2}$	0,9818
	b	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$-1,08 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9580	0,9511	-0,9435
	R^2	91,77%	90,46%	89,03%
12mm	a	0,9988	$-4,43 \cdot 10^{-4}$	0,9997
	b	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$-1,00 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9799	0,9811	-0,9819
	R^2	96,03%	96,26%	96,42%
Ogólnie	a	1,0059	$6,72 \cdot 10^{-3}$	0,9926
	b	$1,23 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$-1,06 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9548	0,9539	-0,9525
	R^2	91,16%	91,00%	90,74%

Podane w tabl. 5.13e współczynniki korelacji dla poszczególnych typów regresji są zbliżone do siebie i bardzo wysokie. Ich wartości mieszczą się w granicach 0,94–0,99. Najwygodniejsze do zastosowań są funkcje liniowe. Dla ujednolicenia otrzymanych zależności, podanych w tabl. 5.13e dla stali 18G2A, przeprowadzono analizy regresji dla wszystkich grubości próbek. Otrzymano niewiele niższe wartości współczynników korelacji, równe około 0.95. Dla stali 18G2A zaproponowano do zastosowania zależność liniową (por. rys. 5.45b):

$$HB_0 = HB(1,0059 + 0,123\sigma_{zast}/100), \quad r = 0,9548. \quad (5.73)$$

W tablicy 5.13f przedstawiono wyniki analiz dla stali 14HNMBCu. Otrzymano wysokie współczynniki korelacji. Charakter zależności dla stali 14HNMBCu jest zbliżony do 18G2A, można jedynie zaobserwować mniejszy wpływ naprężeń zastępczych na wyniki twardości w stosunku do tego jaki był dla stali niskowęglowych i niestopowych. Dla celów praktycznych zaproponowano następującą zależność dla stali 14HNMBCu:

$$HB_0 = HB(1,0021 + 0,0914\sigma_{zast}/100), \quad r = 0,9523. \quad (5.74)$$

Dla wszystkich przedstawionych wyżej formuł liniowych dla poszczególnych gatunków stali (por. wzory (5.69)–(5.74)) należy wprowadzić korektę, mającą na celu spełnienie warunku brzegowego $HB_0=HB$ $\sigma_{zast}=0$. Prowadzi to do obniżenia wartości współczynników korelacji, ale pozwala uprościć odpowiednie zależności, dla zbiorów wyników obejmujących wszystkie grubości.

Tabl.5.13f. Wyniki badań statyst. zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla stali 14HNMBCu

Grubość Próbki	Współczynniki regresji: a, b, c, korelacji r, det. R^2 ,	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrótności
		$HB_0/HB=$ $=a+b\sigma$	$HB_0/HB=$ $=\exp(a+b\sigma)$	$HB_0/HB=$ $=1/(a+b\sigma)$
4mm	a	0,9982	$-1,39 \cdot 10^{-3}$	1,0009
	b	$7,41 \cdot 10^{-4}$	$7,07 \cdot 10^{-4}$	$-6,76 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9899	0,9907	-0,9914
	R^2	97,99%	98,16%	98,29%
8mm	a	1,0046	$5,01 \cdot 10^{-3}$	0,9946
	b	$1,06 \cdot 10^{-3}$	$9,97 \cdot 10^{-4}$	$-9,42 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9898	0,9888	-0,9877
	R^2	97,96%	97,78%	97,55%
12mm	a	1,0017	$2,19 \cdot 10^{-3}$	0,9974
	b	$9,70 \cdot 10^{-4}$	$9,16 \cdot 10^{-4}$	$-8,66 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9808	0,9814	-0,9817
	R^2	96,20%	96,31%	96,37%
Ogólnie	a	1,0021	$2,52 \cdot 10^{-3}$	0,9971
	b	$9,14 \cdot 10^{-4}$	$8,65 \cdot 10^{-4}$	$-8,20 \cdot 10^{-4}$
	r	0,9523	0,9536	-0,9545
	R^2	90,70%	90,93%	91,11%

Równania opisujące zależności $HB_0/HB=f_h(\sigma_{zast})$ dla poszczególnych stali po wprowadzeniu korekt mają postać:

- dla stali St3S

$$HB_0 = HB(1 + 0,159 \sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8891, \quad (5.75)$$

- dla stali St3SY

$$HB_0 = HB(1 + 0,200 \sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8961, \quad (5.76)$$

- dla stali St3SX

$$HB_0 = HB(1 + 0,274 \sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8930, \quad (5.77)$$

- dla wszystkich stali niestopowych

$$HB_0 = HB(1 + 0,210 \sigma_{zast}/100), \quad r = 0,8609, \quad (5.78)$$

- dla stali 18G2A

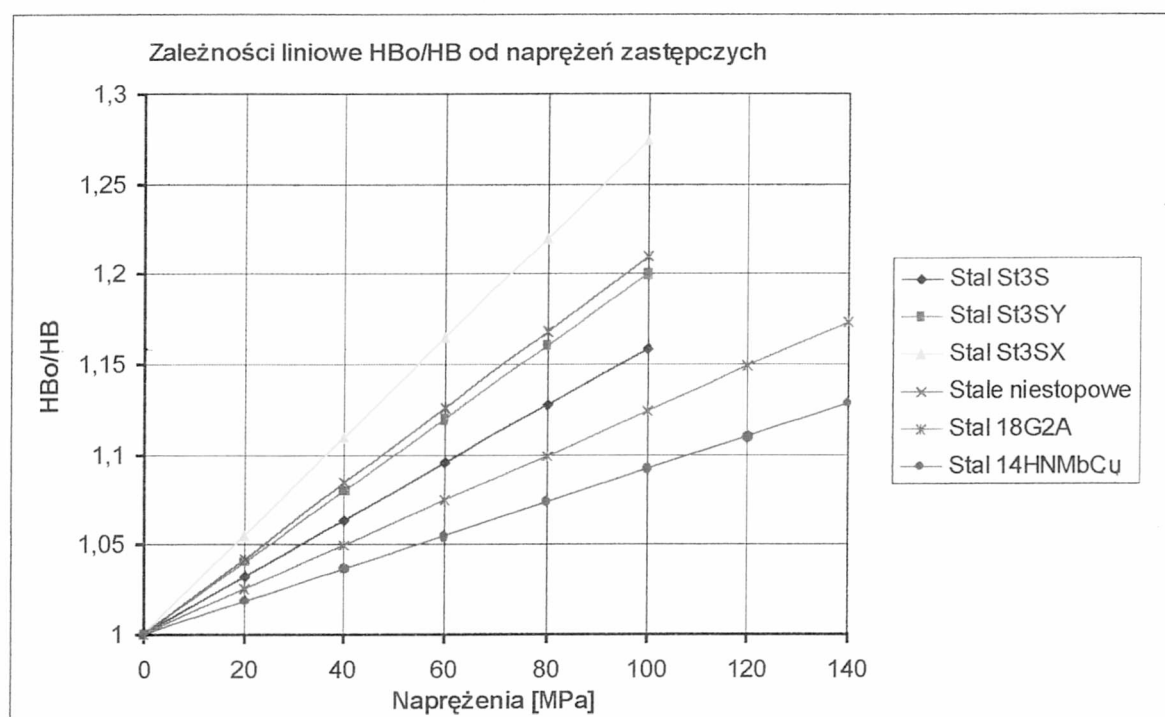
$$HB_0 = HB(1 + 0,124 \sigma_{zast}/100), \quad r = 0,9492, \quad (5.79)$$

- dla stali 14HNMBCu

$$HB_0 = HB(1 + 0,0916 \sigma_{zast}/100), \quad r = 0,9503. \quad (5.80)$$

Podane wyżej zależności, ze względu na wysokie wartości współczynników korelacji, mogą być stosowane przy wyznaczaniu rzeczywistej twardości elementów wyłożonych naprężeniami zastępczymi pochodzącymi od ścinania + rozciągania.

Niżej na rysunku 5.16 przedstawiono wykresy zależności liniowych $HB_0/HB = f_h(\sigma_{zast})$ równań (5.75)-(5.80) dla wszystkich gatunków. Na podstawie tych wykresów oszacowano procentowy wpływ wyężenia naprężeniami zastępczymi na pomiar twardości dla badanych gatunków stali. I tak wynoszą one w przybliżeniu dla stali niestopowych: St3S – 7,9%, St3SY – 10%, St3SX – 13,7%, dla wszystkich razem – 10,5 % na każde 50MPa. Dla stali niskostopowych 18G2A – 6,2% na każde 50MPa. Dla stali ulepszonych cieplnie 14HNMBCu – 4,6% na każde 50MPa. Widoczne jest zmniejszanie się tego wpływu w miarę wzrostu wytrzymałości stali.



Rys.5.46. Wpływ wyężenia naprężeniami zastępczymi dla stali: St3S, St3SY, St3SX, stali niestopowych (ogółem), 18G2A i 14HNMBCu.

W ramach pracy doktorskiej przeprowadzono ponadto analizy regresji wielokrotnej wpływu grubości elementu na relację HB_0/HB przy wyężeniu naprężeniami ścinającymi oraz wyężeniu naprężeniami zastępczymi. Na podstawie analiz dla wszystkich gatunków stali stwierdzono, że grubość jest składnikiem nieistotnym z punktu widzenia statystyki. Można więc stwierdzić podobnie jak to opisano w punkcie 5.4.4, że grubość elementu nie wpływa na wyniki pomiaru twardości w przypadku wyężenia naprężeniami ścinającymi i zastępczymi. Podobne wnioski otrzymano z analizy regresji wielokrotnej dla wpływu grubości elementu na relację $R_i/(9.8HB)$ przy wyężeniu naprężeniami ścinającymi oraz wyężeniu naprężeniami zastępczymi.

5.3.7. Wpływ składu chemicznego na parametry wytrzymałościowe stali

Niżej przeanalizowano wpływ procentowej zawartości pierwiastków stopowych na wartości parametrów wytrzymałościowych oraz twardość konstrukcyjnych stali budowlanych. Analizy przeprowadzono w zakresie poszczególnych grup stali. W pracy podzielono analizy na poszczególne grupy stali. W pierwszym etapie określono wpływ zawartości pierwiastków stopowych na właściwości wytrzymałościowe dla stali niestopowych, rozpatrywanych oddzielnie oraz razem. Następnie przeprowadzono analizy dla stali niskostopowych i ulepszonych cieplnie. Wpływ poszczególnych pierwiastków na właściwości stali, pod względem jakościowym, opisany jest szeroko w literaturze. W punkcie 2.3.6 pracy zostało to krótko opisane. W ramach pracy doktorskiej podjęto próbę ilościowego ujęcia tego wpływu na przykładzie stali stosowanych w budownictwie. W analizach statystycznych wykorzystano wyniki badań składu chemicznego poszczególnych próbek stali, wykonane za pomocą spektrometru. Dla celów praktycznych wprowadzono określenie równoważnika chemicznego odpowiednich właściwości. I tak C_{Re} - oznacza równoważnik chemiczny granicy plastyczności, C_{Rm} - równoważnik chemiczny wytrzymałości doraźnej na rozciąganie, C_{HB_0} - równoważnik chemiczny twardości. Wprowadzony równoważnik opiera się na zasadach znanego od dawna równoważnika chemicznego węgla wykorzystywanego przy badaniu spawalności stali. Analizy statystyczne oparto na analizie regresji wielokrotnej zależności: R_i lub HB_0 od zawartości procentowej pierwiastków stopowych. Spośród 10 podstawowych pierwiastków stopowych wchodzących w skład stali, wyznaczano na drodze regresji krokowej te pierwiastki, których zawartość procentowa wpływa na właściwości stali. W pracy zamieszczono tylko wyniki analiz regresji wielokrotnych w postaci równań końcowych, otrzymanych już po regresji krokowej. Wykorzystano regresję wielokrotną w postaci funkcji zarówno liniowych jak i krzywoliniowych o ogólnej postaci:

$$\Omega(R_i, HB_0) = a + bC + cMn + dSi + \dots + nX + eP + fMn^2 + \dots + mX^2,$$

w której $a, b, c, d, e, \dots, n, \dots, m$ - są współczynnikami regresji wielokrotnej. Na drodze regresji krokowej dla wszystkich przypadków (zbiorów zmiennych) stwierdzono, że udział stałej w regresji jest nieistotny.

Niżej przedstawiono wyniki analiz dla stali niestopowych. W ramach analiz regresji krokowej stwierdzono, że w przypadku stali niestopowych (St3S, St3SX, St3SY)

na właściwości wytrzymałościowe wpływają następujące pierwiastki: węgiel – C, mangan - Mn, krzem - Si, fosfor - P, nikiel - Ni, miedź- Cu. Na podstawie analiz regresji wielokrotnej w funkcji nieliniowej otrzymano następujące zależności odnoszące się do stali niestopowych:

1. STAL St3S

- Granica plastyczności:

$$R_e = 1591,8 C + 670,2 Mn - 692,4 Mn^2 + 159,1 Si - 6149 P, \quad R^2 = 0,9996.$$

Po uproszczeniu otrzymamy zależność:

$$R_e = 1591,8 C_{Re}, \quad (5.81)$$

$$\text{gdzie: } C_{Re} = [1,0 C + 0,4210 (1 - 1,0332 Mn) Mn + 0,0999 Si - 3,863 P]. \quad (5.81a)$$

- Wytrzymałość na rozciąganie:

$$R_m = 1761,6 C + 860,8 Mn - 802,5 Mn^2 + 150,1 Si - 4713 P, \quad R^2 = 0,9998.$$

Po uproszczeniu otrzymamy zależność:

$$R_m = 1761,6 C_{Rm}, \quad (5.82)$$

$$\text{gdzie: } C_{Rm} = [1,0 C + 0,4886 (1 - 0,9323 Mn) Mn + 0,0852 Si - 2,676 P]. \quad (5.82a)$$

- Twardość Brinella:

$$HB_0 = 602 C + 249,2 Mn - 242,7 Mn^2 + 55,9 Si - 1760 P, \quad R^2 = 0,9995.$$

Po uproszczeniu otrzymamy zależność:

$$HB_0 = 602,0 C_{HB_0}, \quad (5.83)$$

$$\text{gdzie: } C_{HB_0} = [1,0 C + 0,4139 (1 - 0,9743 Mn) Mn + 0,0929 Si - 2,923 P]. \quad (5.83a)$$

2. STAL St3SY

- Granica plastyczności:

$$R_e = 847,3 C + 1135,1 Mn - 1704 Mn^2 + 578,4 Si^2, \quad R^2 = 0,9972.$$

$$R_e = 847,3 C_{Re}, \quad (5.84)$$

$$\text{gdzie: } C_{Re} = [1,0 C + 1,3397 (1 - 1,5019 Mn) Mn + 0,6826 Si^2]. \quad (5.84a)$$

- Wytrzymałość na rozciąganie:

$$R_m = 732,4 C + 1781,5 Mn - 2291,5 Mn^2 - 298,5 Si^2, \quad R^2 = 0,9981.$$

$$R_m = 732,4 C_{Rm}, \quad (5.85)$$

$$\text{gdzie: } C_{Rm} = [1,0 C + 2,4323 (1 - 1,2863 Mn) Mn - 0,2985 Si^2]. \quad (5.85a)$$

- Twardość Brinella:

$$HB_0 = 250,9 C + 494,9 Mn - 645,8 Mn^2 + 265,9 Si^2, \quad R^2 = 0,9983.$$

$$HB_0 = 250,9 C_{HB_0}, \quad (5.86)$$

$$\text{gdzie: } C_{HB_0} = [1,0 C + 1,9721 (1 - 1,3051 Mn) Mn + 1,0598 Si^2]. \quad (5.86a)$$

3. STAL St3SX

- Granica plastyczności:

$$R_e = 636,3 C + 470,7 Mn + 960,0 Si^2 + 524,4 P, \quad R^2 = 0,9981.$$

$$R_e = 636,3 C_{Re}, \quad (5.87)$$

$$\text{gdzie: } C_{Re} = [1,0 C + 0,7397 Mn + 1,5087 Si^2 + 0,8242 P]. \quad (5.87a)$$

- Wytrzymałość na rozciąganie:

$$R_m = 589,3 C + 1510,2 Mn - 1882,6 Mn^2 + 6956,6 Si^2, \quad R^2 = 0,9984.$$

$$R_m = 589,3 C_{Rm}, \quad (5.88)$$

$$\text{gdzie: } C_{Rm} = [1,0 C + 2,5626 (1 - 1,2466 Mn) Mn + 11,8045 Si^2]. \quad (5.88a)$$

- Twardość Brinella:

$$HB_0 = 272,7 C + 424,8 Mn - 515,0 Mn^2 + 509,2 Si^2, \quad R^2 = 0,9990.$$

$$HB_0 = 272,7 C_{HB_0}, \quad (5.89)$$

$$\text{gdzie: } C_{HB_0} = [1,0 C + 1,5578 (1 - 1,2124 Mn) Mn + 1,8672 Si^2]. \quad (5.89a)$$

4. WSZYSTKIE STALE NIESTOPOWE

- Granica plastyczności:

$$R_e = 845,8 C + 617,0 Mn - 656,7 Mn^2 + 4,1 Si + 365,9 Ni + 737,9 Cu, \quad R^2 = 0,9928.$$

$$R_e = 845,8 C_{Re}, \quad (5.90)$$

$$\text{gdzie: } C_{Re} = [1,0 C + 0,7295(1 - 1,0631 Mn) Mn + 0,04905 Si + 0,4320 Ni + 0,8714 Cu]. \quad (5.90a)$$

- Wytrzymałość na rozciąganie:

$$R_m = 842,5 C + 1058,3 Mn - 1078,9 Mn^2 + 101,6 Si + 341,3 Ni + 976,9 Cu, \quad R^2 = 0,9975$$

$$R_m = 842,5 C_{Rm}, \quad (5.91)$$

$$\text{gdzie: } C_{Rm} = [1,0 C + 1,2563 (1 - 1,0194 Mn) Mn + 0,1206 Si + 0,4052 Ni + 1,1596 Cu]. \quad (5.91a)$$

- Twardość Brinella:

$$HB_0 = 310,0 C + 355,3 Mn - 370,6 Mn^2 - 11,1 Si + 163,4 Ni + 325,1 Cu + 565 P, \quad R^2 = 0,9981.$$

$$HB_0 = 310,0 C_{HB_0}, \quad (5.92)$$

$$\text{gdzie: } C_{HB_0} = [1,0 C + 1,1461 (1 - 1,0431 Mn) Mn - 0,0359 Si + 0,5272 Ni + 1,0488 Cu + 1,82424 P]. \quad (5.92a)$$

W ramach analiz regresji krokowej dla stali niskostopowej 18G2A stwierdzono, że na właściwości wytrzymałościowe stali wpływają następujące pierwiastki: węgiel – C, mangan – Mn, krzem – Si, nikiel – Ni, chrom – Cr. Na podstawie analiz regresji wielokrotnej w funkcji nieliniowej, otrzymano następujące zależności:

5. STAL 18G2A

- Granica plastyczności:

$$R_e = 1829,1 C - 204,1 Mn + 177,1 Mn^2 + 343,6 Si - 1331,4 Ni + 156,9 Cr, \quad R^2 = 1,0000.$$

$$R_e = 1829,1 C_{Re}, \quad (5.93)$$

$$\text{gdzie: } C_{Re} = [1,0 C - 0,1116(1 - 0,8680 Mn) Mn + 0,1878 Si - 0,7287 Ni + 0,08577 Cr].$$

$$(5.93a)$$

- Wytrzymałość na rozciąganie:

$$R_m = -1809,6 C + 205,0 Mn + 2219,0 Si - 3199,2 Ni + 341,4 Cr, \quad R^2 = 1,000.$$

$$R_m = 1809,6 C_{Rm}, \quad (5.94)$$

$$\text{gdzie: } C_{Rm} = [-1,0 C + 0,1133 Mn + 1,2262 Si - 1,7679 Ni + 0,1886 Cr]. \quad (5.94a)$$

- Twardość Brinella:

$$HB_0 = 651,5 C + 38,7 Mn^2 - 132,8 Si^2 - 641,0 Ni^2 + 809,5 Cr^2, \quad R^2 = 0,9999$$

$$HB_0 = 651,5 C_{HB_0}, \quad (5.95)$$

$$\text{gdzie: } C_{HB_0} = [1,0 C + 0,0594 Mn^2 - 0,2039 Si^2 - 0,9840 Ni^2 + 1,2426 Cr^2], \quad (5.95a).$$

W analizie regresji wielokrotnej, zarówno dla stali niestopowych, jak i niskostopowych otrzymano wysokie współczynniki korelacji wielokrotnej, zbliżone do wartości 1,0. Świadczy to o bardzo dobrym dopasowaniu poszczególnych składników równań i bardzo dobrym oszacowaniu współczynników regresji dla tych zmiennych.

W drugim etapie przeprowadzono analizę regresji prostej zależności poszczególnych parametrów wytrzymałościowych od otrzymanych równoważników. Jest to próba znalezienia jeszcze bardziej skorelowanych równań ujmujących wpływ wartości poszczególnych równoważników na wielkości parametrów wytrzymałościowych. W efekcie tych analiz otrzymano zależności: $R_i(C_{Ri})$ oraz $HB_0(C_{HB_0})$ dla poszczególnych gatunków stali. Zależności te zostały zestawione w tablicach 5.14a-e.

Tabl.5.14a. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i(C_{Ri})$, $HB_0(C_{HB_0})$ dla stali St3S

Parametr wytrzym.	Współczynniki regresji: a, b, korelacji r	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$Y(X)=a+bX$	$Y(X)=\exp(a+bX)$	$Y(X)= 1/(a+bX)$
$R_e(C_{Re})$	a	-11,430	4,7483	$6,27 \cdot 10^{-3}$
	b	$1,640 \cdot 10^3$	5,0354	-0,0155
	r	0,9606	0,9641	-0,9672
$R_m(C_{Rm})$	a	-14,6455	5,0414	$4,68 \cdot 10^{-3}$
	b	$1,851 \cdot 10^3$	4,1645	$-9,57 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9870	0,9870	-0,9880
$HB_0(C_{HB_0})$	a	-6,7964	3,8387	0,0154
	b	$0,630 \cdot 10^3$	4,7284	-0,0356
	r	0,9698	0,9727	-0,9749

Tab.5.14b.Wyniki badań statystycznych zależności $R_i(C_{Ri})$, $HB_0(C_{HBo})$ dla stali St3SY

Parametr wytrzym.	Współczynniki regresji: a, b, korelacji r	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$Y(X)=a+bX$	$Y(X)=\exp(a+bX)$	$Y(X)= 1/(a+bX)$
$R_e(C_{Re})$	a	57,8158	4,8994	$6,01 \cdot 10^{-3}$
	b	$0,685 \cdot 10^3$	2,2683	$-7,52 \cdot 10^{-3}$
	r	0,7454	0,7362	-0,7258
$R_m(C_{Rm})$	a	59,4351	4,9984	$4,35 \cdot 10^{-3}$
	b	$0,641 \cdot 10^3$	2,3689	$-3,49 \cdot 10^{-3}$
	r	0,7844	0,7768	-0,7906
$HB_0(C_{HBo})$	a	16,4536	3,9965	0,0144
	b	$0,2197 \cdot 10^3$	1,6807	-0,0129
	r	0,8657	0,8699	-0,8737

Tab.5.14c.Wyniki badań statystycznych zależności $R_i(C_{Ri})$, $HB_0(C_{HBo})$ dla stali St3SX

Parametr wytrzym.	Współczynniki regresji: a, b, korelacji r	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$Y(X)=a+bX$	$Y(X)=\exp(a+bX)$	$Y(X)= 1/(a+bX)$
$R_e(C_{Re})$	a	22,506	4,680	$7,13 \cdot 10^{-3}$
	b	$0,5845 \cdot 10^3$	2,1577	$-8,004 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9242	0,9280	-0,9305
$R_m(C_{Rm})$	a	27,1922	5,0194	$5,04 \cdot 10^{-3}$
	b	$0,544 \cdot 10^3$	1,4156	$-3,70 \cdot 10^{-3}$
	r	0,7570	0,7631	-0,7678
$HB_0(C_{HBo})$	a	-0,9360	3,7903	0,0166
	b	$0,274 \cdot 10^3$	2,2606	-0,0186
	r	0,9356	0,9311	-0,9260

Tabl.5.14d.Wyniki badań statystycznych zależności $R_i(C_{Ri})$, $HB_0(C_{HBo})$ dla
wszystkich stali niestopowych

Parametr wytrzym.	Współczynniki regresji: a, b, korelacji r	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$Y(X)=a+bX$	$Y(X)=\exp(a+bX)$	$Y(X)= 1/(a+bX)$
$R_e(C_{Re})$	a	62,9192	4,8824	$6,21 \cdot 10^{-3}$
	b	$0,6647 \cdot 10^3$	2,286	$-7,94 \cdot 10^{-3}$
	r	0,7435	0,7363	-0,7270
$R_m(C_{Rm})$	a	75,1731	5,2045	$4,42 \cdot 10^{-3}$
	b	$0,6888 \cdot 10^3$	1,6619	$-4,03 \cdot 10^{-3}$
	r	0,8701	0,8662	-0,8604
$HB_0(C_{HBo})$	a	20,9942	4,0115	0,0144
	b	$0,259 \cdot 10^3$	2,0285	-0,0159
	r	0,9150	0,9108	-0,9048

Tab.5.14e. Wyniki badań statystycznych zależności $R_i(C_{Ri})$, $HB_0(C_{HB0})$ dla stali 18G2A

Parametr wytrzym.	Współczynniki regresji: a, b, korelacji r	Regresja Liniowa	Regresja Wykładnicza	Regresja Odwrotności
		$Y(X)=a+bX$	$Y(X)=\exp(a+bX)$	$Y(X)=1/(a+bX)$
$R_e(C_{Re})$	a	-0,0596	4,9225	$5,36 \cdot 10^{-3}$
	b	$1,8297 \cdot 10^3$	4,8889	$-13,09 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9990	0,9985	-0,9973
$R_m(C_{Rm})$	a	-1,042	5,1684	$4,193 \cdot 10^{-3}$
	b	$1,813 \cdot 10^3$	3,7775	$-7,90 \cdot 10^{-3}$
	r	0,9989	0,9982	-0,9962
$HB_0(C_{HB0})$	a	-1,4760	4,0599	0,0126
	b	$0,658 \cdot 10^3$	4,1205	-0,0259
	r	0,9950	0,9939	-0,9921

Najkorzystniejsze w zastosowaniach są wyniki otrzymane dla regresji liniowej. Najpierw zestawiono wyniki analiz dla stali niestopowych. Otrzymane zależności mają wysokie współczynniki korelacji, pozwalające na pomyślne zastosowanie ich w praktyce. Dla stali 18G2A otrzymano wysokie współczynniki korelacji, nie wiele odbiegające od otrzymanych wcześniej, przy okazji regresji wielokrotnej. Należy zwrócić uwagę, że im wartość stałej w regresji liniowej jest bliższa zeru, tym wyższe są współczynniki korelacji.

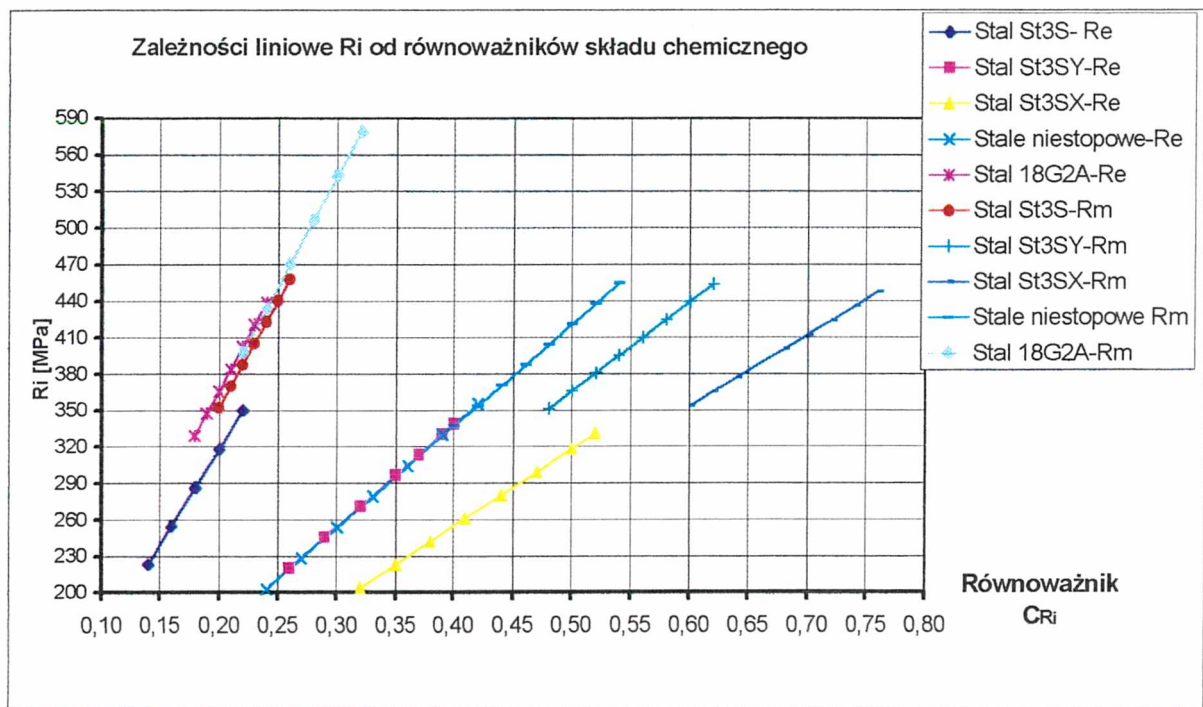
Opisane wyżej zależności parametrów wytrzymałościowych od zawartości procentowej poszczególnych pierwiastków stopowych dla danej stali, pokazano graficznie na rysunku 5.47. W tablicy 5.15. przedstawiono zakres poszczególnych równoważników chemicznych dla badanych gatunków stali.

Tabl.5.15. Wartości odpowiednich równoważników chemicznych dla badanych stali

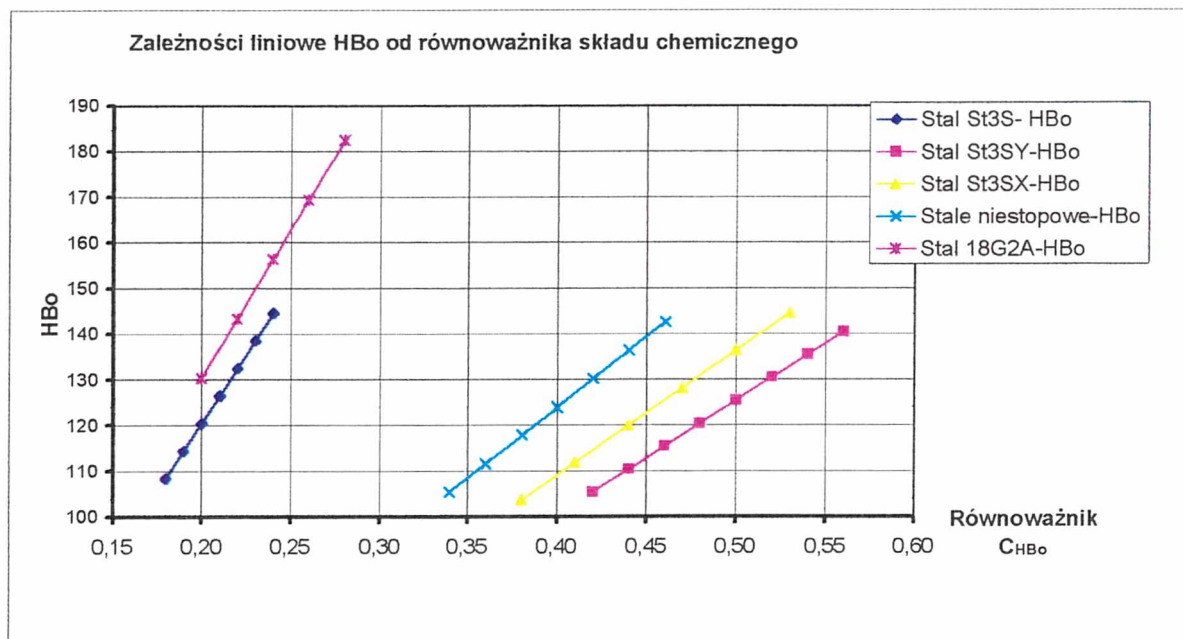
Równoważnik	St3S	St3SY	St3SX	Niestopowe	18G2A
C_{Re}	0,14÷0,22	0,26÷0,40	0,32÷0,52	0,24÷0,42	0,18÷0,24
C_{Rm}	0,20÷0,26	0,48÷0,62	0,60÷0,76	0,40÷0,54	0,22÷0,32
C_{HB0}	0,18÷0,24	0,42÷0,53	0,38÷0,56	0,34÷0,46	0,20÷0,28

Dodatkowo przedstawiono statystyczną analizę skupień, obejmującą wszystkie badane stale. Pozwoliła ona wydzielić grupy pierwiastków stopowych wpływających na poszczególne parametry wytrzymałościowe. Analiza skupień pozwala również na wydzielenie m. in. gatunku stali na podstawie zawartości poszczególnych pierwiastków. Na rys.5.48 przedstawiono utworzone grupy stali niskostopowych i węglowych, na podstawie zawartości węgla, manganu i krzemu.

a)

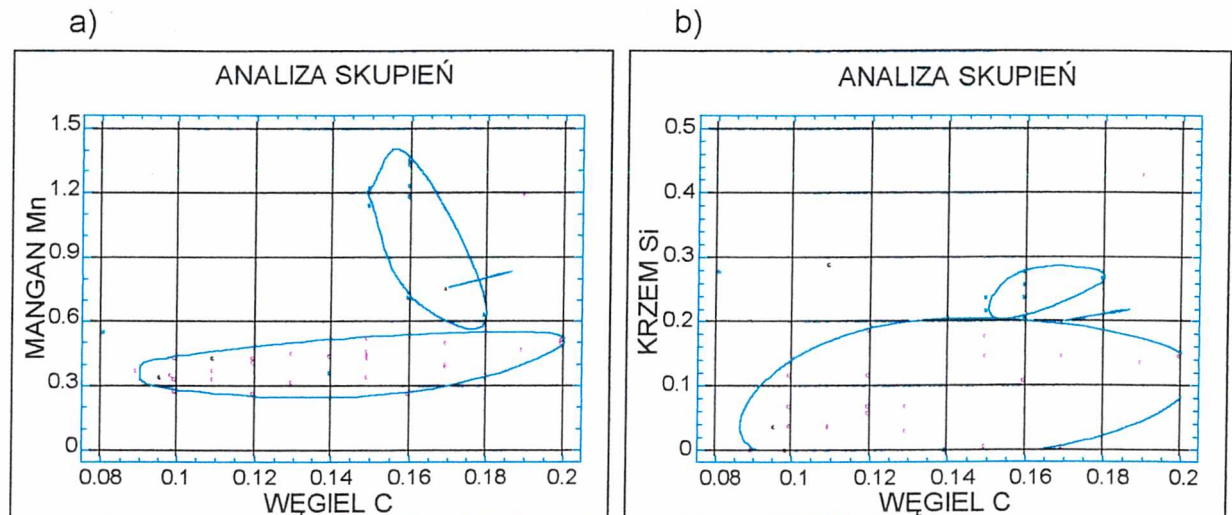


b)



Rys.5.47. Wykresy zależności parametrów wytrzymałościowych (a) i twardości (b) stali od odpowiednich równoważników chemicznych dla badanych stali

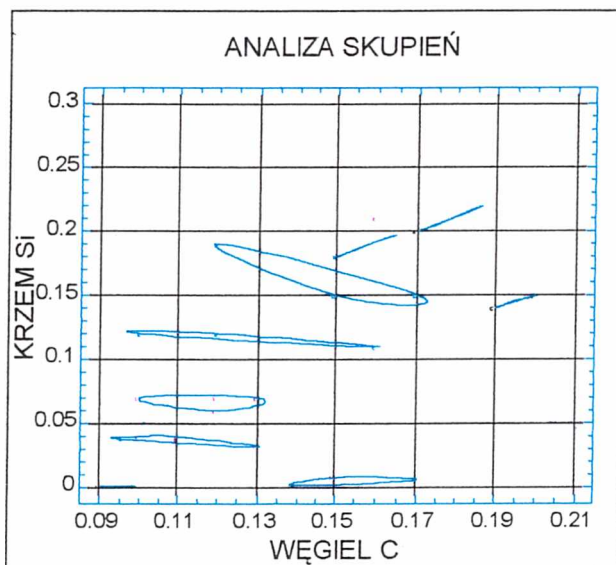
Dokładne analizy skupień podziału na grupy dla stali niestopowych, polegały np. na jednowymiarowym grupowaniu stali ze względu na zawartość np. Si i R_e , a także C i R_e , C i Si (5.49), oraz dwuwymiarowym C, Si i R_e itp.



Rys.5.48. Podział na gatunki stali na podstawie zawartości pierwiastków:

- a) węgla i manganu (dolna grupa -stale niestopowe, górna grupa -stale niestopowe) b) węgla i krzemu

Takie analizy wraz ze znajomością normowych zawartości pierwiastków poszczególnych gatunków stali, pozwalają precyzyjnie określić stal, a następnie jej parametry. Na rysunku obok możemy z łatwością wyodrębnić stal St3SX spośród



wszystkich stali niestopowych. Jest to ta grupa, która ma niską zawartość krzemu ($<0,1\%$) oraz mniejszą granicę plastyczności w stosunku do innych stali.

Rys.5.49. Analiza skupień dla stali niestopowych (niskowęglowych), podział na grupy (dolne grupy to stal St3SX)

6. ZAGADNIENIE KONTAKTOWE CHARAKTERYSTYCZNE DLA POMIARU TWARDOŚCI BRINELLA

6.1. WPROWADZENIE

W rozdziale 5 opisano uciążliwe w realizacji badania doświadczalne, na podstawie których, po przeprowadzeniu analiz statystycznych, ustalono zależności określające wpływ wyężenia elementów stalowych na pomiar twardości oraz uogólniono odpowiednie zależności między twardością a wytrzymałością stali. Podjęto próbę

określenia wspomnianych zależności na drodze teoretycznej, chcąc w przyszłości analizować podobne zagadnienia bez nakładu zbyt dużych środków finansowych na badania. Pomiar twardości metodą Brinella możemy traktować jako przykład zagadnienia kontaktowego. Zadanie to rozpatrzono zarówno od strony teoretycznej przy użyciu aparatu matematycznego, jak i od strony numerycznej przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. W rozdziale 2.5. wspomniano o rozszerzeniu opisywanych zagadnień na zakres nieliniowy, umożliwiającą określenie rzeczywistych naprężeń pod kulą, a także rozwiązania zagadnienia kontaktowego w złożonym stanie naprężeń.

6.2. ANALITYCZNE ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA KONTAKOWEGO

W rozdziale 2.5.1 przedstawiono rozwiązania zagadnienia kontaktowego dla zakresu liniowego (sprężystego) oparte na analizach Biezuchowa [7] i Timoshenki [56]. Określono przemieszczenia punktu kontaktu ω_0 (2.32) w zależności od obciążenia przyłożonego do kulki. Określono ponadto równaniami promień pola zetknięcia a (2.30) oraz maksymalne naciski na powierzchni wciskanej q_0 (2.31). Podane rozwiązania oparte były na założeniu nieodkształcalnej kulki wciskanej w półprzestrzeń sprężystą, zgodnie z Biezuchowem [7]. Timoshenko [56] podał rozwiązania dla odkształcalnej kuli wciskanej w półprzestrzeń sprężystą. Niżej podano rozwiązanie dla przypadku wciskania kuli w półprzestrzeń sprężystą w zakresie liniowym. Przyjęto maksymalny przyrost obciążenia do wartości 29420 N, tj. obciążenia skupionego przykładanego do kulki przy pomiarze twardości Brinella kulą 10 mm. Ze względu na rozwiązanie w zakresie sprężystym, przyjęto dla stali $\nu = 0,3$, $E = 205000 \text{ N/mm}^2$.

Podstawiając powyższe dane kolejno do równań (2.28), (2.29) wyznaczono wartości k_1 i β_1 , które następnie wstawiono do wspomnianych zależności (2.30), (2.31), (2.32). Otrzymano w ten sposób następujące, uproszczone równania związków geometrycznych, uwzględniające dane materiałowe:

$$a = 0,8804 \sqrt[3]{\frac{PR}{E}}, \quad (6.1)$$

$$q_0 = 0,616 \sqrt[3]{\frac{PE^2}{R^2}}, \quad (6.2)$$

$$\omega_0 = 0,7752 \sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2 R}}. \quad (6.3)$$

Jest to rozwiązanie oparte na założeniu nieodkształcalności kulki (zgodne z Biezu-
chowem [7]). Poniżej podano rozwiązanie tych samych parametrów na podstawie
założenia o odkształcalności kulki (zgodnie z Timoshenką [56]):

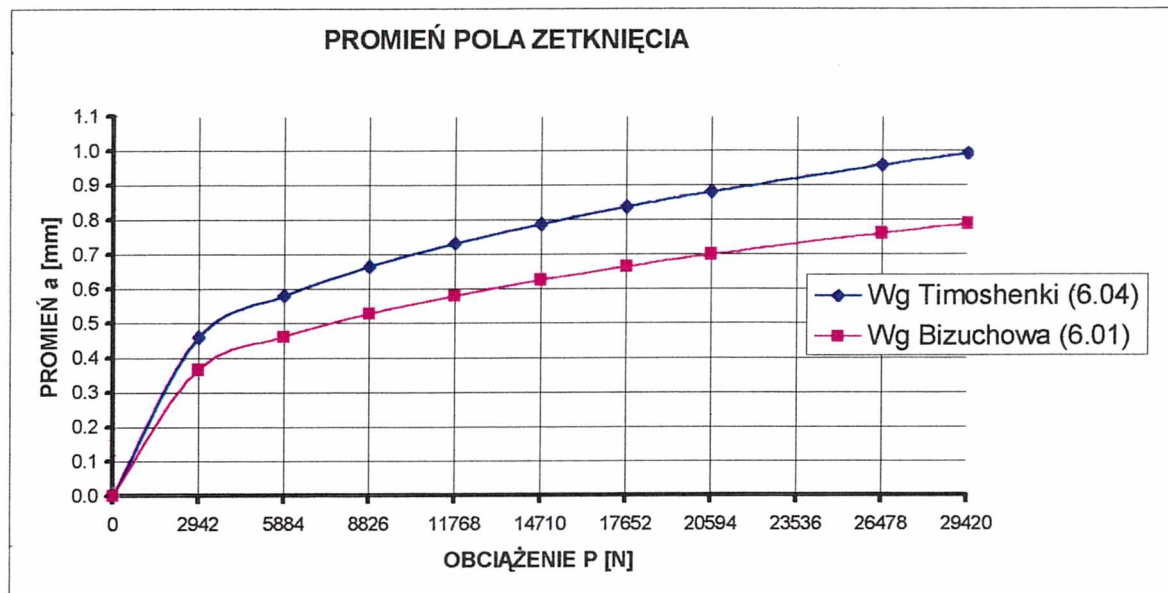
$$a = 1,109^3 \sqrt{\frac{PR}{E}}, \quad (6.4)$$

$$q_0 = 0,3880^3 \sqrt{\frac{PE^2}{R^2}}, \quad (6.5)$$

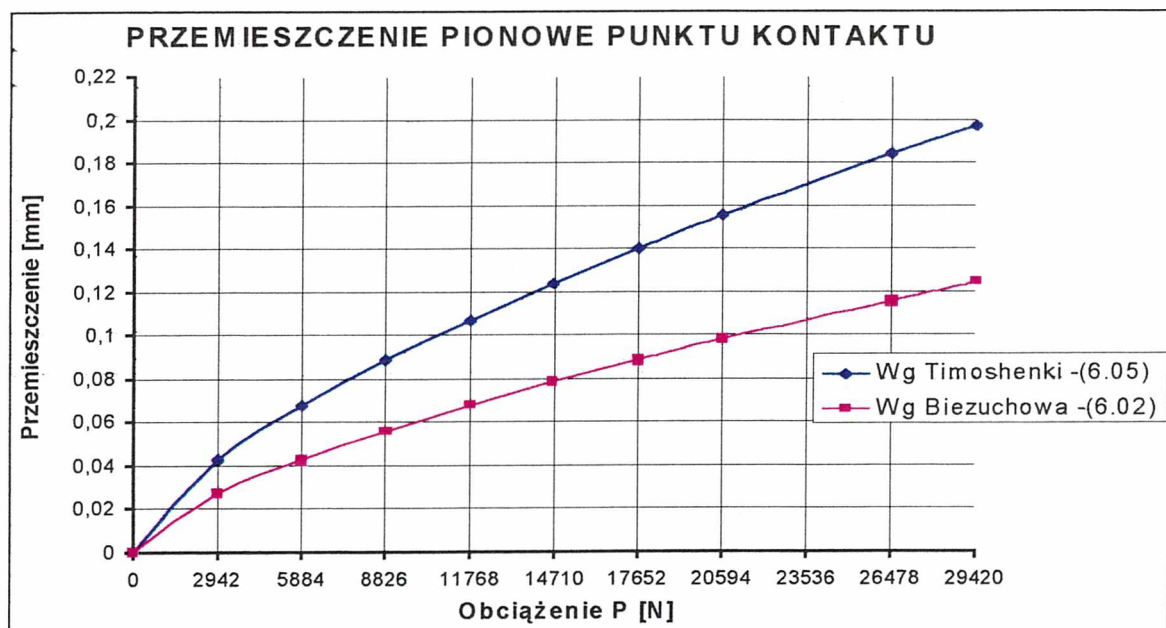
$$\omega_0 = 1,230^3 \sqrt{\frac{P^2}{E^2 R}}, \quad (6.6)$$

Na rysunku 6.1 porównano powyższe rozwiązania.

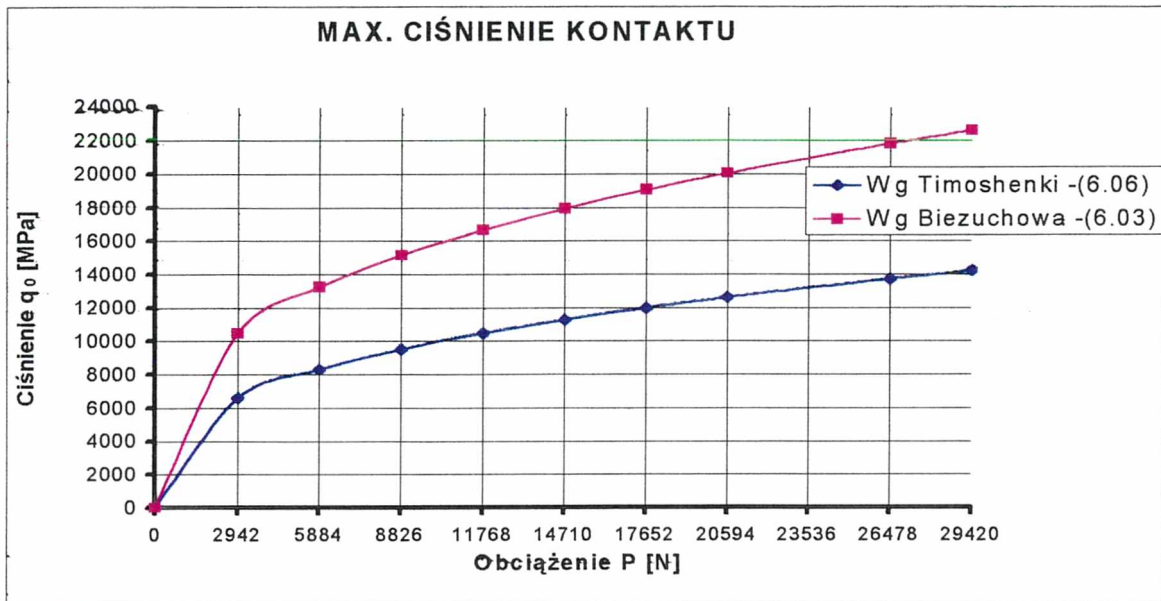
a)



b)



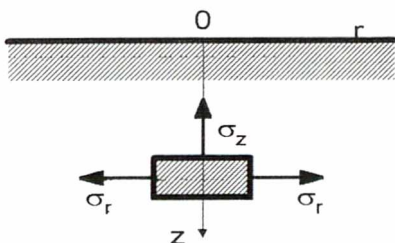
c)



Rys.6.1. Wykresy zależności promienia zetknięcia (a), przemieszczenia pionowego (b) i maksymalnego ciśnienia (c) wskutek przyrostu obciążenia kontaktu wg rozwiązań Timoszenki i Biezychowa

Kolejnym krokiem w analizie liniowej było wyznaczenie naprężeń normalnych i stycznych. W pierwszym etapie założono, że obciążenie na kontakcie rozkłada się równomiernie (por. rys. 2.14). Na podstawie poniższych analiz, wyznaczono równania naprężeń dla przypadku kuli odkształcalnej (Timoshenko) i kuli nieodkształcalnej (Biezychow). Naprężenia pionowe σ_z (rys. 6.2) w dowolnym punkcie wywołane obciążeniem P rozmieszczonym na powierzchni pierścieniowej o promieniu r i szerokości dr wynoszą:

$$\sigma_z = -\frac{3P}{2\pi} z^3 (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} \quad (6.7)$$



Rys. 6.2. Stan naprężeń w punkcie na osi z.

Obciążenie P możemy zapisać jako $2\pi r dr q$ i podstawiając do wzoru [6.7] otrzymamy zależność na naprężenia σ_z wywołane obciążeniem równomiernie rozmieszczonym na całej kołowej powierzchni o promieniu a :

$$\sigma_z = - \int_0^a 3qrdrz^3 (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} = q \left[-1 + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right]. \quad (6.8)$$

Naprężenie to jest równe $-q$ na powierzchni ciała i stopniowo zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości z . Naprężenia σ_r i σ_θ wywołane obciążeniem elementarnym $qrd\Phi dr$ w tym samym punkcie na osi z (rys.6.2), na podstawie wyrażeń podanych w pracy Timoshenki [56], wynoszą:

$$d\sigma_r = d\sigma_\theta = \frac{qrd\Phi dr}{\pi} \left[(1-2\nu)z(r^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} - 3r^2z(r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} \right] \quad (6.9)$$

Aby otrzymać naprężenia wywołane obciążeniem równomiernie rozłożonymi na całej powierzchni koła o promieniu a , musimy scałkować względem Φ w granicach $(0 - \pi/2)$ oraz względem r od $(0 - a)$. Wtedy:

$$\begin{aligned} \sigma_r = \sigma_\theta &= \frac{q}{2} \int_0^a \left[-2(1+\nu)z(r^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} + 3z^3(r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} \right] r dr = \\ &= \frac{q}{2} \left[-(1+2\nu) + \frac{2(1+\nu)z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)^3 \right]. \end{aligned} \quad \dots (6.10)$$

W środku obciążonego koła $\sigma_r = \sigma_z = -q/2 (1+2\nu)$.

Przyjmujemy, że uplastycznienie materiału zależy od maksymalnego naprężenia stycznego. Maksymalne naprężenie styczne w dowolnym punkcie osi z wynosi:

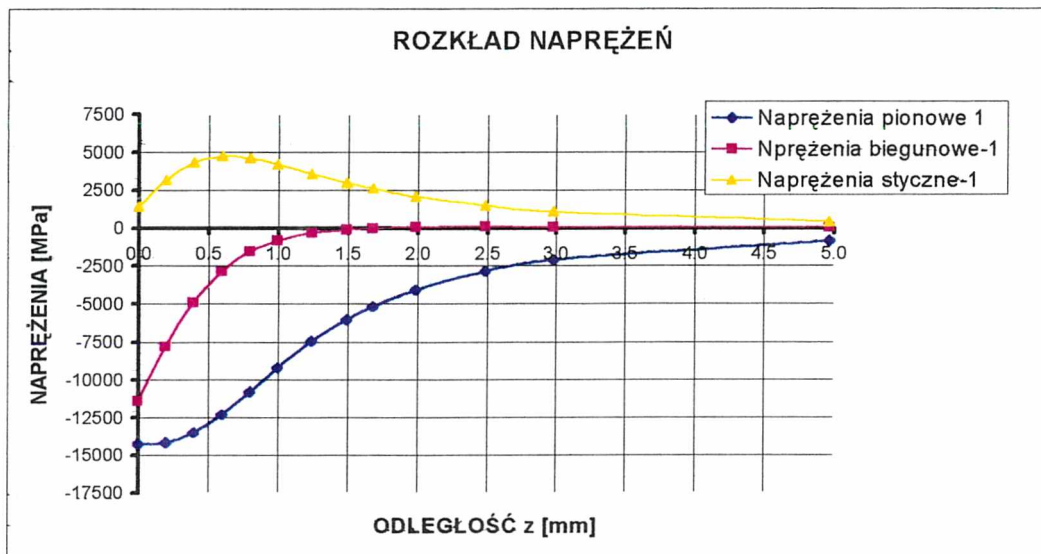
$$\tau_{rz \max} = \frac{1}{2} q_0 \cdot \left[\frac{1}{2}(1-2\nu) + \frac{(1+\nu)z}{(a^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{3}{2} \left(\frac{z}{(a^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \right)^3 \right], \quad (6.11)$$

Wyrażenie to osiąga maksimum i wynosi ono :

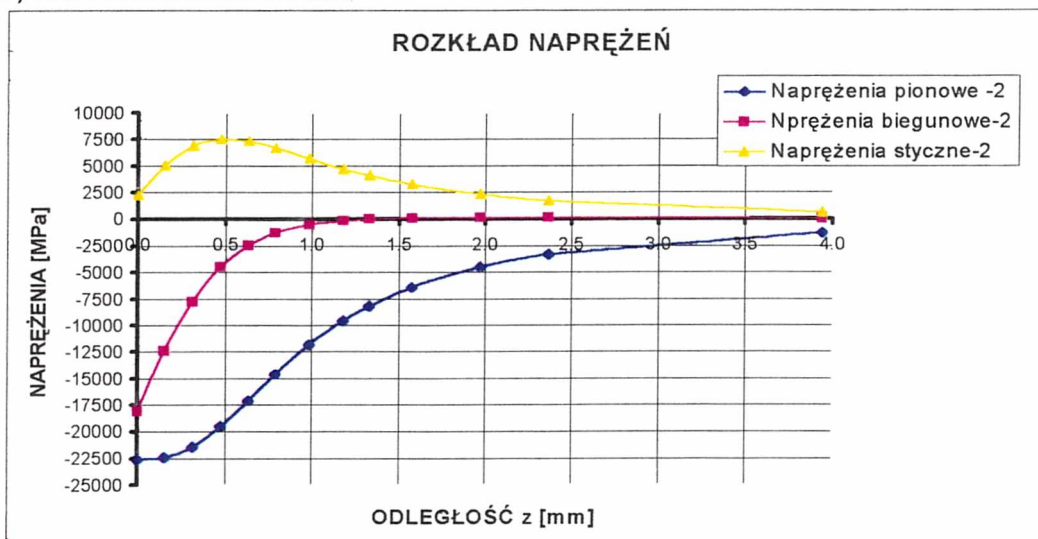
$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} q_0 \cdot \left[\frac{1}{2}(1-2\nu) + \frac{2(1+\nu)\sqrt{z(1+\nu)}}{9} \right]. \quad (6.12)$$

Przyjmując $\nu = 0,3$ otrzymamy, że maksymalne naprężenia styczne dla punktów leżących na osi z leży na pewnej głębokości, równej w przybliżeniu $2/3$ promienia obciążanego koła, a wartość tego maksimum wynosi około $1/3$ przyłożonego równomiernego ciśnienia q . Dla opisanego przypadku przyjmujemy, że $q = q_0$. Na rysunku 6.3 przedstawiono graficznie otrzymane zależności (6.8),(6.10),(6.11), dla przypadku kuli odkształcalnej (wg Timoshenki) i nieodkształcalnej (wg Biezuchowa), przyjmując $R = 5\text{mm}$ i podstawiając za q_0 otrzymane wcześniej zależności dla poziomego obciążenia $P = 29420\text{N}$. Rozwiązanie to obejmuje przypadek rozłożonego obciążenia na powierzchni kulistej. W naszym przypadku występuje w rzeczywistości mamy rozkład wg półkuli, zgodnie z rys. 2.15.

a) kulka odkształcalna



b) kulka nieodkształcalna



Rys. 6.3. Rozkład naprężeń w osi kontaktu z dla przypadku:

a) kulki odkształcalnej, b) kulki nieodkształcalnej

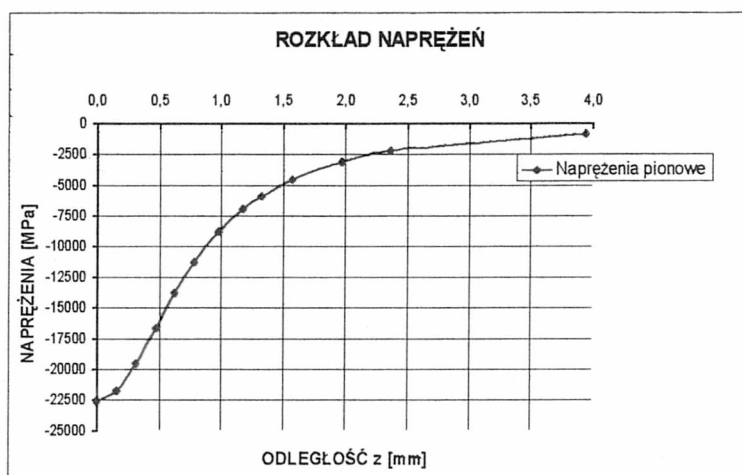
Obciążenie P możemy zapisać jako:

$$P = \frac{\pi}{2} (a^2 - r^2 \sin^2 \varphi) \frac{q_0}{a},$$

zgodnie z rozdziałem 2.5.1, wzór (2.25). Następnie podstawiając do wzoru (6.7) otrzymamy zależność na naprężenia σ_z , wywołane obciążeniem rozłożonym po "pół-kuli", na całej kołowej powierzchni o promieniu a :

$$\sigma_z = -\frac{3}{4} \int_0^a \int_0^\pi (a^2 - r^2 \sin^2 \varphi) dr d\varphi \frac{q_0}{a} z (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} = q_0 \left[-\frac{a^2 \pi (4a^2 + 5z^2)}{16z(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right]. \quad (6.13)$$

Naprężenie to jest równe $-q_0$ na powierzchni ciała i stopniowo zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości z (rys. 6.4).



Rys. 6.4. Rozkład naprężeń pionowych σ_z w osi kontaktu

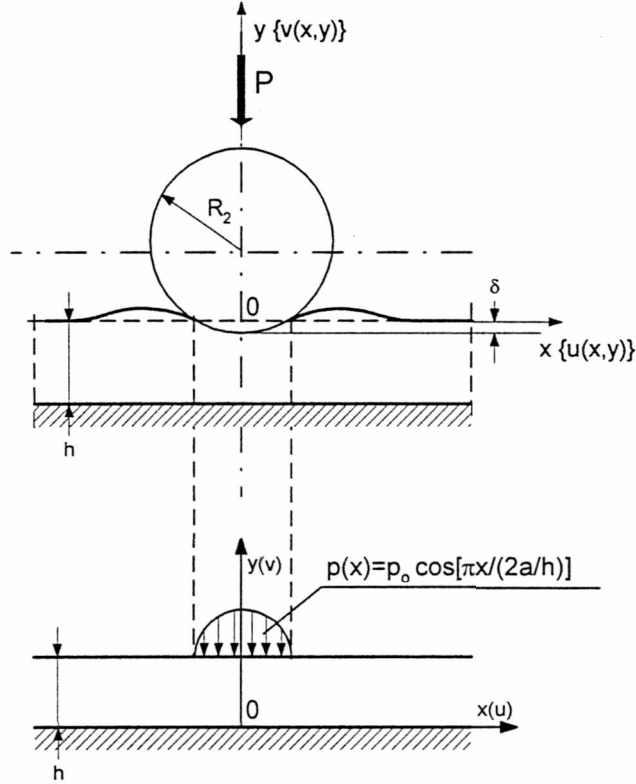
W celu wyznaczenia naprężenia σ_r i σ_θ należy postępować wg sposobu opisanego dla obciążenia równomiernego. Nie przedstawiono tych zależności w pracy. Podobnie nie przedstawiono analiz dla naprężeń stycznych. Otrzymano maksymalne naprężenia styczne na poziomie $z \approx 0,5a$, co zostało potwierdzone MES. Dla obu opisanych przypadków otrzymano bardzo wysokie wartości naprężeń, które rzeczywiście wcześniej spowodowałyby uplastycznienia materiału.

Zaprezentowane rozwiązania obowiązują tylko w zakresie sprężystym (liniowym). Na podstawie dostępnej literatury stwierdzono, że nie ma ścisłych, teoretycznych rozwiązań zagadnienia kontaktowego (wciskanie wgłębnika) w zakresie sprężysto-plastycznym. Niżej przedstawiono próbę przybliżonego sposobu rozwiązania wciskania nieodkształcalnego wgłębnika w postaci walca w ciało odkształcalne z uwzględnieniem nieliniowości fizycznej materiału. Zakłada się ważność wariacyjnej zasady Lagrange'a dla konserwatywnego układu sił. Dla problemów niezależnie od czasu (statyczne i quasi-statyczne), najogólniejszą metodą jest zasada prac wirtualnych: warunkiem koniecznym i dostatecznym równowagi układu jest aby łączna praca sił zewnętrznych i wewnętrznych na przemieszczeniach przygotowanych była równa zero. Zasadę tę można zapisać następująco:

$$\int_A (p_x \delta u_1 + p_y \delta u_2) dA - \int_V (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy}) dV = 0, \quad (6.14)$$

gdzie: A - powierzchnia kontaktu , V -objętość , σ_x , σ_y , τ_{xy} , - składowe tensora naprężenia, δu_1 , δu_2 - wariacje przemieszczeń w kierunku x i y , $\delta \epsilon_x$, $\delta \epsilon_y$ - są wariacjami odpowiednich odkształceń. Wiadomo, że wariacja energii potencjalnej układu w stanie równowagi jest równa 0: $\delta U=0$. Oznacza to, że w stanie równowagi energia potencjalna ma wartość stacjonarną, w klasie dopuszczalnych wariacji δu , δv i przemiesz-

czeń u , v . Zadając warunki brzegowe na całej powierzchni ciała w przemieszczeniach, wariacje przemieszczeń na brzegach ciała muszą być równe zero, ponieważ funkcje na tych brzegach są zadane. Zasada energii potencjalnej sprowadza się w tym szczególnym przypadku do warunku minimum energii odkształcenia: $\delta V=0$. Wykorzystując metodę energetyczną do rozwiązania tego układu można otrzymać przybliżone równania różniczkowe równowagi. Na rys. 6.7 przedstawiono schemat rozpatrywanego zadania kontaktowego.



Rys.6.7. Schemat przyjętego modelu teoretycznego

Zakłada się rozkład obciążenia na obszarze kontaktu w postaci wyrażenia:

$$p(\xi) = p_0 \cos \frac{\pi \xi}{2a}. \quad (6.15)$$

Zgodnie z pracą [3] przyjmuje się funkcje przemieszczeń jako:

$$u = h \sum_{i=0}^{\infty} f_{1i}(\xi) \Phi_{1i}(\eta),$$

$$v = h \sum_{i=0}^{\infty} f_{2i}(\xi) \Phi_{2i}(\eta).$$

Ostatecznie funkcje przemieszczeń można zapisać w postaci wzorów:

$$u = h[f_{11}(\xi)\Phi_{11}(\eta) + f_{12}(\xi)\Phi_{12}(\eta)]$$

$$v = h[f_{21}(\xi)\Phi_{21}(\eta) + f_{22}(\xi)\Phi_{22}(\eta)] \quad (6.16)$$

gdzie:

$$\Phi_{11} = \eta; \quad \Phi_{12} = \eta^2; \quad \Phi_{21} = -\frac{1}{2}\eta^2; \quad \Phi_{22} = -\frac{1}{3}\eta^2; \quad \varphi_{21} = 1; \quad \varphi_{22} = \eta.$$

Przyrost energii odkształcenia określa wyrażenie:

$$\delta \left(h^2 \int_{-\infty}^1 U_1 d\eta d\xi \right) = 0, \quad (6.17)$$

co w postaci rozwiniętej wyraża się:

$$U_1 = G \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \frac{1}{2} \gamma_{xy}^2 \right), \text{ przy czym:}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$V = h \int p(\xi) v(\xi, 1) d\xi.$$

Podstawiając tak przyjęte funkcje przemieszczeń otrzymujemy wyrażenie:

$$\delta \int F(\xi, f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22}, f_{11}', f_{12}', f_{21}', f_{22}', \varphi_{11}, \varphi_{12}) d\xi = 0.$$

Równania równowagi zagadnienia sprowadzają się do układu równań różniczkowych w postaci:

$$L_1(f_{11}) + L_3(f_{12}) = \frac{c_{31}}{G} p',$$

$$L_2(f_{12}) + L_3(f_{11}) = \frac{c_{32}}{G} p',$$

gdzie: L_1, L_2, L_3 - operatory różniczkowe czwartego rzędu:

$$L_1(f_{11}) = 2b_{21}f_{11}^{IV} + (2b_{71} - 4b_{41})f_{11}''' + 2b_{31}f_{11}'',$$

$$L_2(f_{12}) = 2b_{22}f_{12}^{IV} + (2b_{72} - 4b_{42})f_{12}''' + 2b_{32}f_{12}'',$$

$$L_3(\dots) = b_{52} \frac{d^4[\dots]}{d\xi^4} + (b_{81} + b_{82} - 2b_{62}) \frac{d^3[\dots]}{d\xi^3} + b_{61}[\dots].$$

Rozwiązując powyższy układ równań Biderman [3] zaproponował następujące postacie wyrażen cząstkowych funkcji przemieszczeń:

- w obszarze kontaktu: $0 \leq \xi \leq a$. ($a = \frac{a}{h}$)

$$f_{11}^- = A_1 \operatorname{sh} k_1 \xi + A_2 \operatorname{sh} k_2 \xi + A_3 \operatorname{sh} \alpha \xi \cos \beta \xi + A_4 \operatorname{ch} \alpha \xi \sin \beta \xi + B_1^{(r)} \sin \frac{\pi \xi}{2a},$$

$$f_{12}^- = A_1 \chi_1 \operatorname{sh} k_1 \xi + A_2 \chi_2 \operatorname{sh} k_2 \xi + (mA_3 + nA_4) \operatorname{sh} \alpha \xi \cos \beta \xi + (mA_4 - nA_3) \operatorname{ch} \alpha \xi \sin \beta \xi + B_2^{(r)} \sin \frac{\pi \xi}{2a},$$

- poza obszarem kontaktu: $\xi \geq a$.

$$f_{11}^+ = A_5 e^{k_1 \xi} + A_6 e^{k_2 \xi} + A_7 e^{-\alpha \xi} \cos \beta \xi + A_8 e^{-\alpha \xi} \sin \beta \xi,$$

$$f_{12}^+ = A_5 \chi_1 e^{k_1 \xi} + A_6 \chi_2 e^{k_2 \xi} + (mA_7 - nA_8) e^{-\alpha \xi} \cos \beta \xi + (mA_8 + nA_7) e^{-\alpha \xi} \sin \beta \xi,$$

gdzie:

$$b_{11} = \frac{1}{3}; b_{12} = \frac{1}{5}; b_{21} = \frac{1}{40}; b_{22} = \frac{1}{126}; b_{31} = \frac{1}{2};$$

$$b_{32} = \frac{2}{3}; b_{41} = \frac{1}{3}; b_{42} = \frac{1}{5}; b_{51} = \frac{1}{2}; b_{52} = \frac{1}{36};$$

$$b_{61} = 1; b_{62} = \frac{1}{2}; b_{71} = -\frac{1}{6}; b_{72} = -\frac{2}{15};$$

$$b_{81} = -\frac{1}{4}; b_{82} = -\frac{1}{12}; c_{11} = \frac{1}{2}; c_{12} = \frac{1}{3}; c_{21} = \frac{1}{3};$$

$$c_{22} = \frac{1}{4}; c_{31} = -\frac{1}{2}; c_{32} = -\frac{1}{3}.$$

$$B_1^{(r)} = \frac{p_0}{G} \frac{\pi c_{31}}{2a} \frac{(N_3 - N_2)}{(N_1 N_2 - N_3^2)},$$

$$B_2^{(r)} = \frac{p_0}{G} \frac{\pi c_{32}}{2a} \frac{(N_1 - N_3)}{(N_1 N_2 - N_3^2)},$$

$$N_1 = 2b_{21} \left(\frac{\pi}{2a} \right)^4 + (2b_{71} - 4b_{41}) \left(\frac{\pi}{2a} \right)^2 + 2b_{31},$$

$$N_2 = 2b_{22} \left(\frac{\pi}{2a} \right)^4 + (2b_{72} - 4b_{42}) \left(\frac{\pi}{2a} \right)^2 + 2b_{32},$$

$$N_3 = 2b_{52} \left(\frac{\pi}{2a} \right)^4 + (b_{81} + b_{82} - 2b_{62}) \left(\frac{\pi}{2a} \right)^2 + b_{61},$$

Stałe A_i wyznacza się z warunków ciągłości funkcji odkształcenia górnej powierzchni badanego elementu w brzegowym punkcie obszaru kontaktu, co sprowadza się do rozwiązania poniższego układu równań:

$$f_{1i}^-(a.) = f_{1i}^+(a.), \quad \frac{d}{d\xi} f_{1i}^-(a.) = \frac{d}{d\xi} f_{1i}^+(a.),$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} f_{1i}^-(a.) = \frac{d^2}{d\xi^2} f_{1i}^+(a.), \quad \frac{d^3}{d\xi^3} f_{1i}^-(a.) = \frac{d^3}{d\xi^3} f_{1i}^+(a.), \quad i = 1, 2.$$

Zakładając przemieszczenie w obszarze kontaktu w postaci:

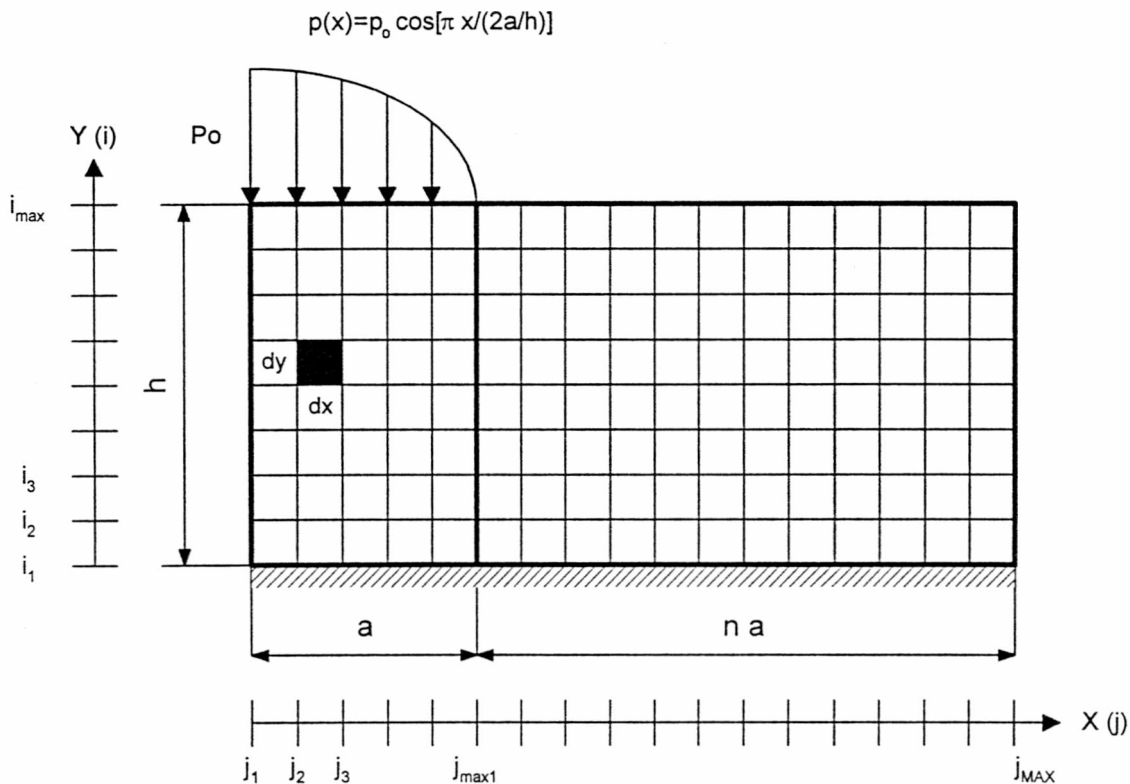
$$v(x) = -\delta + \frac{x^2}{2R_2}, \quad (6.18)$$

znając rozkład obciążenia wg wzoru (6.15), można przyjęte funkcje przemieszczeń uzależnić od zadanego wgłębienia δ walca w materiał.

Opis algorytmu obliczeniowego

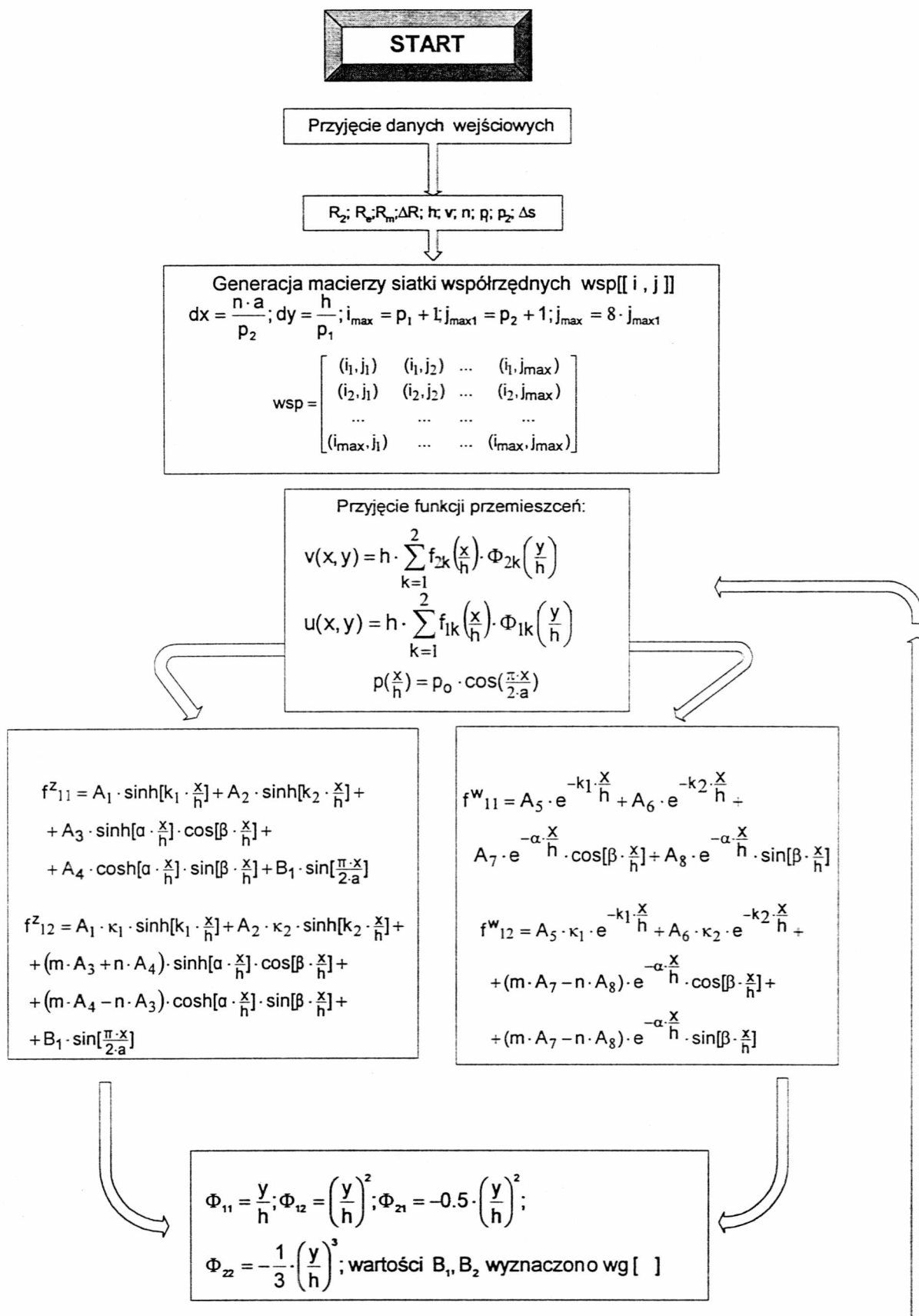
W oparciu o wyżej opisany sposób rozwiązania zagadnienia kontaktowego i wyniki analiz prac Bidermana i Martianowej [3], sporządzono procedurę obliczeniową w

Zintegrowanym Środowisku Modelowania Matematycznego systemu Mathematica v. 3,0 [61]. Model komputerowy do obliczeń przedstawiono na rysunku 6.8. Schemat blokowy procedury przedstawia rys. 6.9.

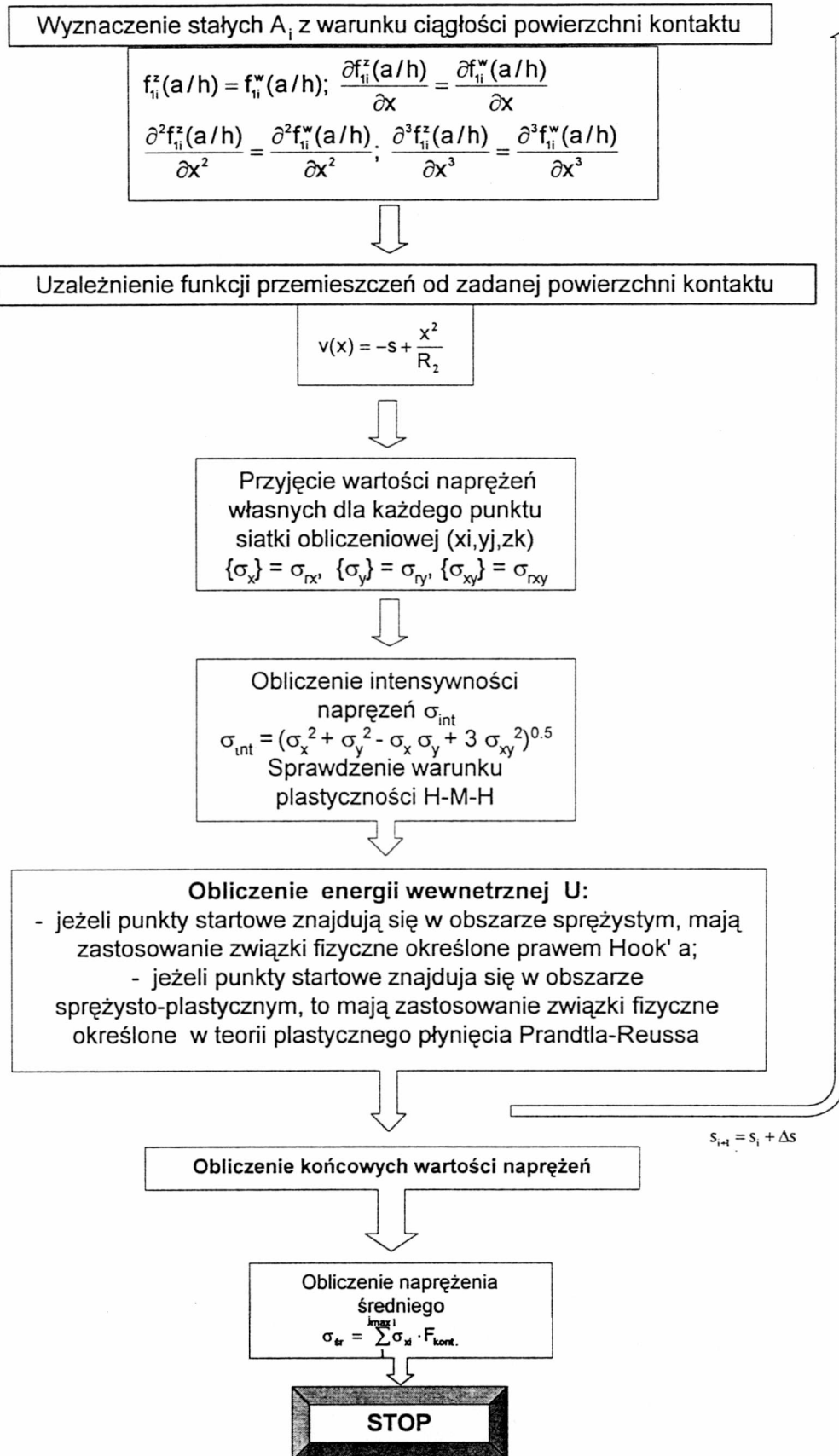


Rys. 6.8. Model komputerowy do obliczeń

Na rysunku 6.8. przedstawiono model numeryczny i układ przyjętych osi przemieszczeń oraz siatkę punktów obliczeniowych. W pierwszym etapie obliczeń wprowadzane są dane wejściowe określające charakterystykę materiału oraz parametry geometryczne zadania (promień walca, grubość badanego elementu itp.). Następnie na podstawie zadanej siatki podziału generowana jest macierz współrzędnych. W kolejnym kroku wyznacza się funkcje przemieszczeń na podstawie wspomnianej pracy [3] oraz określa ich wartości w każdym punkcie siatki obliczeniowej. Korzystając z podstawowych zależności teorii sprężystości otrzymuje się wartości odkształceń, co pozwala wyznaczyć wartości naprężeń i ich intensywności. Jeżeli intensywność naprężeń jest większa od przyjętej granicy plastyczności materiału, to do obliczenia energii wewnętrznej stosuje się związki fizyczne określone w teorii plastycznego płynięcia Prandtla-Reusa.

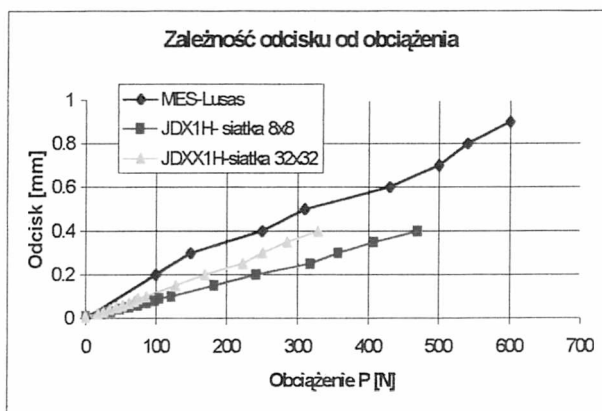


c.d. na str. 154



Rys. 6.9. Algorytm obliczeniowy

Następnie z warunku minimum całkowitej energii potencjalnej określa się wartość przyłożonego obciążenia. Na końcu można również wyznaczyć wartości naprężeń. Taki sposób potraktowania zagadnienia pozwala rozpatrzeć problem stosując metodę analityczno-numeryczną. Pierwszy problem pojawiający się podczas rozwiązania to przyjęcie właściwego podziału na siatkę punktów obliczeniowych. Z testów przeprowadzonych na komputerze (PENTIUM II, 350MHz, 128 MB RAM) wynika, że dla siatki o podziale 8x8 czas obliczeń wyniósł około 2,5 godz., zaś uzyskane wyniki (zależność promienia odcisku od przyłożonego obciążenia) stanowiły około 55,5% wartości otrzymanych z MES (patrz punkt 6.3.1). Zdecydowano się na zagęszczenie siatki podziału na 32x32 co spowodowało wydłużenie czasu obliczeń na 17,4 godz., a otrzymane wyniki stanowiły wartość około 78% wyników z MES. Obliczenia numeryczne przeprowadzano dla następujących parametrów materiałowych i geometrycznych: $R_e = 235 \text{ MPa}$, $E = 205 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$, $r = 5 \text{ mm}$, $h = 12 \text{ mm}$. Na rys. 6.10 przedstawiono otrzymane wyniki, na tle wyników z MES (por. 6.3.1). W oparciu o powyższe wnioski zdecydowano się na kontynuowanie analizy zagadnienia kontaktowego metodą elementów skończonych, przy wykorzystaniu systemu Lusas [35].



Rys. 6.10. Zależność szerokości promienia odcisku od obciążenia wyznaczone własnym programem i systemem Lusas

6.3. NUMERYCZNE ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA KONTAKTOWEGO

Program analiz numerycznych obejmował następujące zadania:

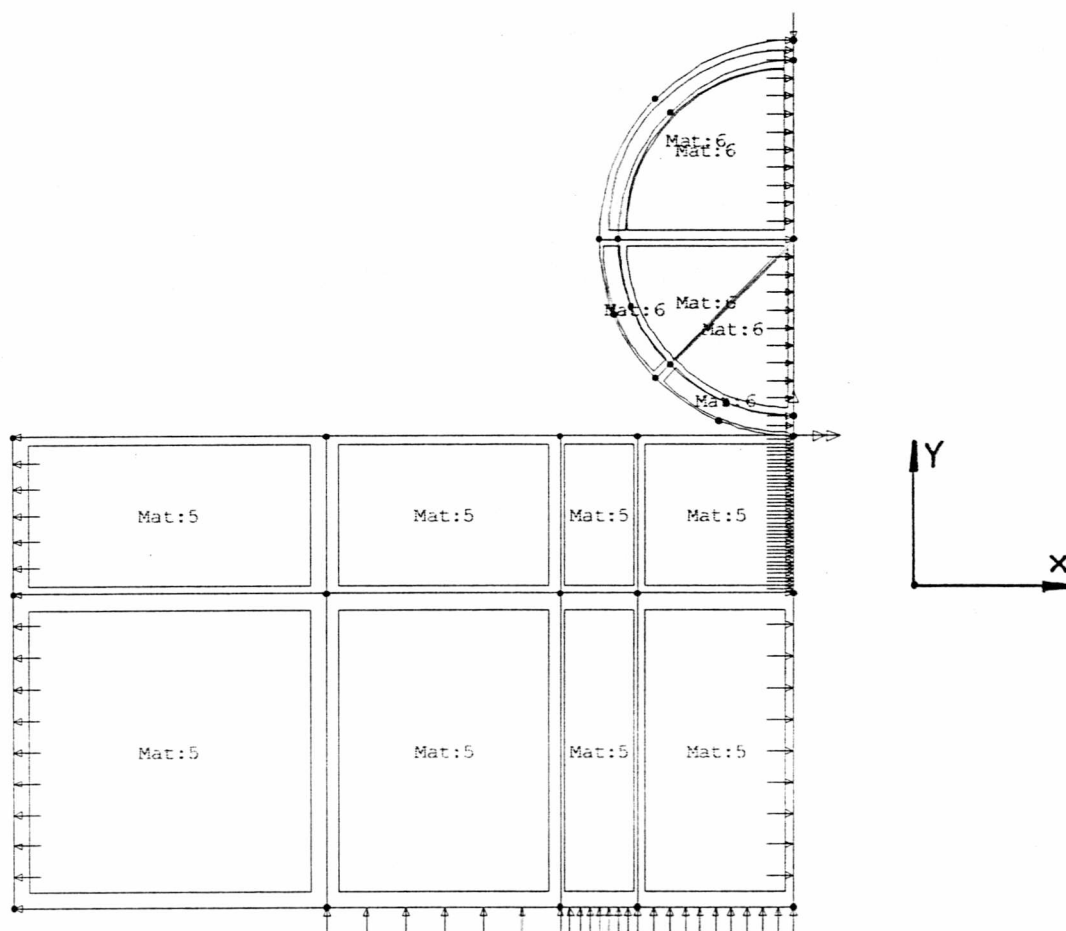
- wciskanie nieodkształcalnego walca w blachę przy zerowym stanie wyteżenia,
- wciskanie nieodkształcalnego walca w blachę przy stanie wyteżenia naprężeniami normalnymi (ściskanie, rozciąganie),
- wciskanie nieodkształcalnej kulki w blachę.

6.3.1. Wciskanie nieodkształcalnego walca w blachę

Opis modelu obliczeniowego

Zadanie z walcem ma na celu zbadanie zjawiska wciskania ciała nieodkształcalnego (sztywnego) w drugie ciało odkształcalne. Jako ciało sztywne przyjęto walec o promieniu $R = 5\text{mm}$, o dużym module sprężystości (dużej sztywności) w porównaniu z blachą i dużej długości w stosunku do innych wymiarów. Ciałem odkształcalnym jest blacha o grubości 12mm i szerokości 80mm , której przyporządkowano model materiału sprężysto – plastycznego z umocnieniem liniowym (por. rys. 2.23 w rozdziale 2.5.2). Elementy stalowe w zadaniu zostały opisane jako ciała izotropowe. W celu wykonania obliczeń w zakresie plastycznym, blachę dodatkowo opisano jako model ciała sprężysto-plastycznego, w którym naprężenia (przy których następuje płynięcie materiału) i są zależne liniowo od wielkości i prędkości odkształceń plastycznych (model c wg rys. 2.24). Ze względu na długość elementów oraz nieskończoną odkształcalność w kierunku długości, zadanie zostało rozwiązane zgodnie z [29] dla płaskiego stanu odkształceń. Na rysunku 6.11 przedstawiono model opisanego zadania: geometrię, warunki podparcia, obciążenie, przyporządkowanie cech materiałowych. Ze względu na symetrię elementów, obciążeń i warunków podparcia w analizach przyjęto tylko połowę modelu. Dla blachy przyjęto następujące cechy materiałowe (mat. 5): sprężyste $E = 2,05 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ i $\nu = 0,3$, plastyczne $R_e = 235 \text{ MPa}$, oraz kinematyczne wzmocnienie.

W celu uniknięcia powstawania odkształceń plastycznych w walcu, oraz przekazywania obciążenia z walca na blachę, zaproponowano przyjęcie dla walca tylko wyłącznie cech materiału sprężystego (mat. 6) o dużej sztywności. Przyjęto więc: $E = 3,05 \cdot 10^6 \text{ MPa}$ i $\nu = 0,3$. Po zmodelowaniu geometrii zadania, kolejnym etapem było przyjęcie odpowiedniej siatki podziału na elementy skończone. I tak dla blachy wydzielono kilka powierzchni o zróżnicowanym podziale. Ze względu na charakter zadania i zgodnie z sugestiami zamieszczonymi w cytowanej literaturze dotyczącymi zadania kontaktowego (por. punkt 2.5.2), pod miejscem kontaktu wydzielono powierzchnię, dla której sporządzono bardzo zagęszczoną siatkę. Dla blachy przyjęto elementy skończone typu QPN4 (rys. 6.12) – jest to rodzaj elementu czworokątnego, 4-węzłowego o liniowej aproksymacji przemieszczeń, dla płaskiego stanu odkształceń, dla którego można określić naprężenia zgodnie z hipotezą H-M-H, ze wzmocnieniem kinematycznym.

Model zadania kontaktowego

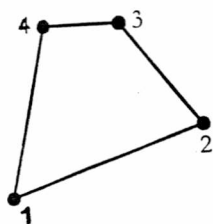
Rys. 6.11. Płaskie zadanie kontaktowe polegające na wciskaniu sztywnego walca w odkształcalną blachę (przestrzeń sprężysto-plastyczną) przy zerowym wyężeniu

Walec został podzielony na dwa rodzaje elementów: elementy czworokątne - QPN4, i elementy trójkątne trzywęzłowe TPN3 (rys.6.12) przy środku walca. Na rys. 6.13 przedstawiono opisany podział. Nie opisywano szczegółowo wymiarów poszczególnych elementów skończonych ani ich sposobu przyporządkowywania do powierzchni i linii. Przyporządkowanie materiałów do poszczególnych powierzchni zostało wykonane wg uwag opisanych wcześniej (por. rys.6.11). Dla blachy przyjęto model nieliniowy materiałowo (sprężysto-plastycznym) ze wzmocnieniem liniowym kinematycznym. Podając granicę plastyczności R_e założono model plastyczny wg Misesa. W pracy analizowano dwa sposoby określenia wzmocnienia.

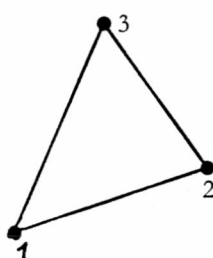
Pierwszy sposób polegał na podaniu odpowiedniego gradientu wzmocnienia z charakterystycznym współczynnikiem wzmocnienia (slope), określającym pochylenie linii wzmocnienia i wielkość maksymalnych odkształceń plastycznych (w naszym

przypadku $slope$ wynosi 700, a graniczne odkształcenia plastyczne 1000). Linia wzmocnienia określa nam tzw. moduł sieczny E_p' .

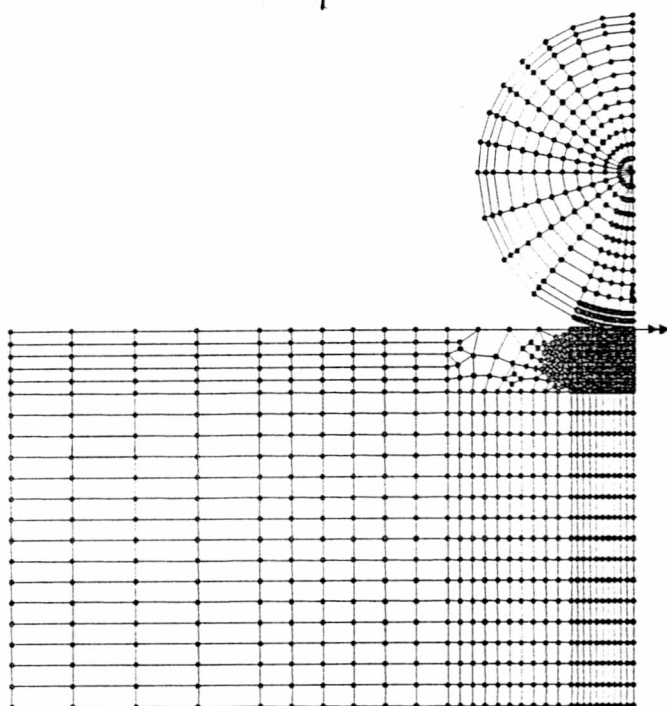
QPN4



TPN3



Rys. 6.12. Typy elementów skończonych dla płaskiego stanu odkształceń



Rys.6.13. Podział na elementy skończone w rozważanym modelu zadania kontaktowego

Drugi sposób, dokładniejszy, polegał na stworzeniu zależności (wykresu) σ - ϵ w obszarze plastycznym, podając w odpowiednich przedziałach odkształceń plastycznych określone współczynniki pochylenia $slope$ linii wzmocnienia, określające poszczególne moduły sieczne E_p' oraz wartości odpowiadających im odkształceń, počawszy od odkształceń sprężystych a skończywszy na wartościach granicznych odkształceń plastycznych. Konwencję wzmocnienia zastosowaną w analizach, wykonano na podstawie wyników i wykresów otrzymanych z badań statycznej próby rozciągania poszczególnych próbek i gatunków stali.

Przeprowadzone analizy dla dwóch sposobów podawania wzmocnienia nie różniły się wyraźnie od siebie. Wynikało to z tego, że wskutek wciskania walca w blachę, przy bardzo małym przyroście obciążeń powstają duże odkształcenia plastyczne i stosunkowo duże przemieszczenia. Z tego też względu w zadaniu obok nieliniowości materiałowej, założono również nieliniowość geometryczną wykorzystując formułę

Lagrange'a, zgodnie z opisem Lusasa [35]. Przy modelowaniu zadania kontaktowego skorzystano z atrybutów *slidelines*. Zgodnie z tym co opisano w rozdziale 2.5.2, zdefiniowano potencjalne linie kontaktu (płaski stan odkształceń) ograniczające dane powierzchnie. Definiując linie kontaktu opisano warunki kontaktu: współczynniki sztywności linii będących w kontakcie (przyjęto 1 - zadanie statyczne), parametry penetracji testu kontaktu (1,11), maksymalne parametry penetracji (przyjęto 0,001), oraz określono współczynniki tarcia Coulomba. Dane te przyjęto wg zaleceń instrukcji do Lusasa [35] i na podstawie obliczeń wstępnych. W pracy pominięto wpływ tarcia, ze względu na sposób działania kontaktu (pionowe obciążenie). W analizie kontaktu wykorzystano metodę przyrostowego współczynnika Lagrange'a (Lagrangian multiplier), opisaną w rozdziale 2.5.2. Przedstawiony na rys. 6.11 sposób podparcia (warunki brzegowe) blachy i walca był odzwierciedleniem sposobu pomiaru twardości twardościomierze PZ-3, wykorzystanego w badaniach doświadczalnych. Obciążenie w rozpatrywanym zadaniu kontaktowym było zdefiniowane jako przemieszczenie pionowe przykładane do górnego wężła walca, a dalej przez sprężysty walec i kontakt powierzchni, przekazywane na blachę, w której powstawał odcisk. Przyrostowi wartości przemieszczenia odpowiadał odpowiedni stan naprężeń w kulce, na podstawie którego można było określić wartość przykładowego obciążenia wyrażonego w jednostkach siły N. Przy modelowaniu zadania konieczne było określenie tzw. parametrów kontroli nieliniowości. W tym miejscu określono całą procedurę obliczeń. Do rozwiązywania układów nieliniowych wykorzystano zmodyfikowaną metodę Newtona-Raphsona, której zasadę opisano w rozdz. 2.5.2. W metodzie tej skorzystano z formy iteracji określonej jako KT-1, przedstawionej na rys. 2.21. Badanie ścieżki równowagi przemieszczenie (przyłożone do walca)–odkształcenie, polega na badaniu współczynnika zbieżności i modyfikacji iteracji (wielkości kroku) przemieszczenia, tak aby dla kolejnego odcinka była minimalna energia potencjalna. Dla każdej iteracji w ścieżce, przyporządkowano kroki (przyrosty) obciążenia. W analizach wybrano procedurę przyrostu zmodyfikowanej długości łuku (metodę Crisfielda). Na początku określono wielkość początkowego obciążenia (przemieszczenia) i sposób jego przyrostów. Przemieszczenie zadane wynosi 1 mm, współczynniki początkowego obciążenia 0,01 (tzn. przemieszczenie początkowe wynosi 0,01mm), maksymalny współczynnik zmian obciążenia 1, maksymalna wartość przyrostu 0,05mm. Sposób zadawania przyrostów założono automatyczny. Określono dla każdego przyrostu przemieszczenia 5 iteracji przy procedurze zmodyfikowanej długości łuku (Crisfielda) ze

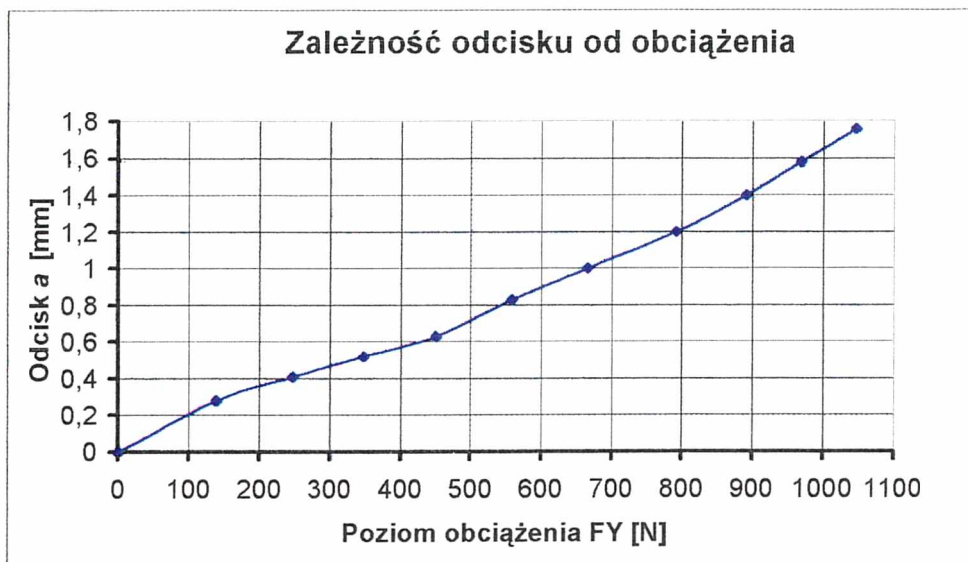
współczynnikiem 0,4. Założono maksymalną liczbę redukcji kroku w celu uzyskania zbieżności równą 6, przy współczynniku zmniejszenia obciążenia równym 0,5 i maksymalny współczynnik wzrostu obciążenia równy 2. W zadaniu przyjęto maksymalną liczbę iteracji na przyrost obciążenia równą 20, maksymalną liczbę linii badanych na iterację 4, a pozostałe współczynniki odnoszące się do sposobu iteracji podano poniżej. Dodatkowo określono parametry zbieżności, które kontrolują sposób wykonywania zbieżności. Dla naszego zadania określono dwie granice zbieżności jako normy przemieszczeń: dla przemieszczeń całkowitych - *Euclidean Displacement norm*, dla przyrostu przemieszczeń w przyroście obciążenia - *Euclidean Incremental Displacement norm*, przyjmując wartości 1%. Poniżej przedstawiono przyjęty w modelu zapis parametrów nieliniowości dla obciążenia przemieszczeniem:

```
pdsp 2
      974 0 0      0.000000000E+00 -1.0
NONLINEAR CONTROL
C      slamda  dlamax isurfc itd cstifs dellst delsmx
INCREMENTATION 0.01  0.05  1  5  0.4  7  15
STEP_REDUCTION 6  0.5  2
ITER_ 20 4 0.75 5.0 25.0 0.0 .....
CONVERGENCE 0 0 1 0 0 0 5
OUTPUT 30 0 1 0 1 1
TERMINATION 2.0 100
END
```

Wyniki analiz MES

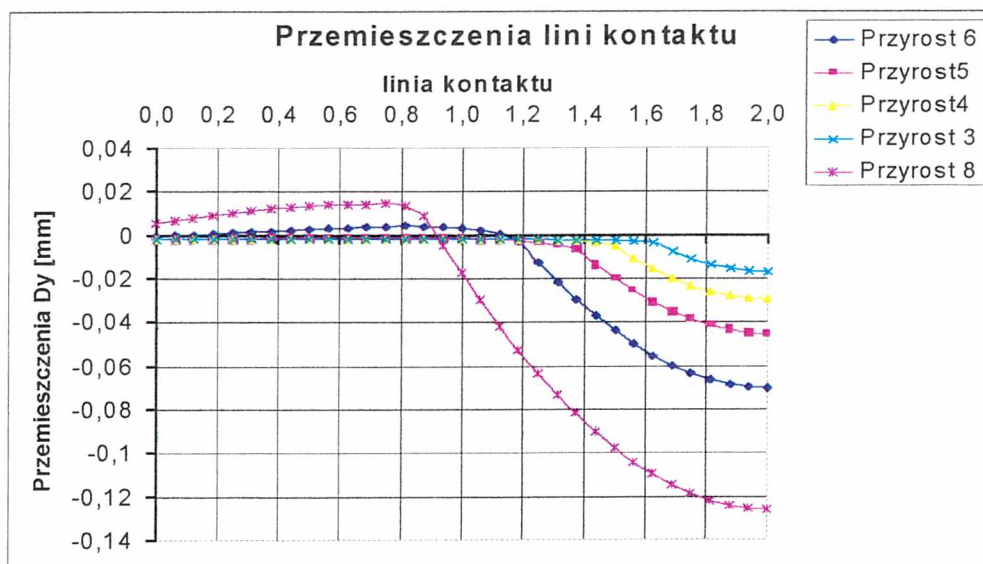
Dla tak zbudowanego modelu wykonano obliczenia. Czas obliczeń zadania wynosił 4 godz. (PENTIUM II, 350MHz, 128 MB RAM). Próg plastyczności, zgodnie z kryterium Hubera-Misesa dla zadań kontaktowych został przekroczony już przy pierwszych przyrostach obciążeń. Zgodnie z tym kryterium maksymalne ciśnienie na powierzchni kontaktu, przy których powstaje próg plastyczności wynosi: $p_0 = 1,764R_e$, a odpowiadający promień odcisku wynosił a_0 . Otrzymane wyniki dla zakresu sprężystego są zgodne z teorią Hertza. Walec wciskany w blachę (półprzestrzeń sprężysto-plastyczną), wywołuje powstawanie obszarów uplastycznień. Pierwszy element uplastycnił się na osi pionowej przebiegającej przez początkowy punkt kontaktu na głębokości około $0,7a_0$, co pokrywa się z wykonanymi analizami teoretycznymi, przedstawionymi w rozdz. 6.2. Wraz z przyrostem obciążenia i zapadaniem się walca w materiał, powstają coraz to większe obszary uplastycznień, co pokrywa się z analizami opisanymi przez Kikuchiego i Skalskiego [31]. Powstawanie uplastycznień pod początkowym punktem kontaktu powoduje wypieranie materiału spod walca. Na podstawie analiz wyników dla wszystkich przyrostów obciążeń, jako reprezentatywne

wybrano wyniki dla 6 i 8 przyrostu obciążenia. Wartości przemieszczeń (obciążenia) odpowiadające tym przyrostom wynoszą: 0,082mm - dla 6 przyrostu, 0,1384mm - dla 8 przyrostu, co odpowiada następującym siłom: 558,2N – dla 6 przyrostu oraz 791,4N dla 8 przyrostu.



Rys. 6.14. Zależność odcisku a od poziomego obciążenia F_y

Na rysunku 6.14. przedstawiono zależność wielkości odcisku a (tzn. wielkości odcisku po jednej stronie osi symetrii) od obciążenia F_y , odpowiadającego poszczególnym przyrostom przemieszczania sztywnego walca. Na rys. 6.15 zilustrowano przemieszczenia pionowe DY całej linii kontaktu dla 3,4,5,6,8 – przyrostu obciążenia.



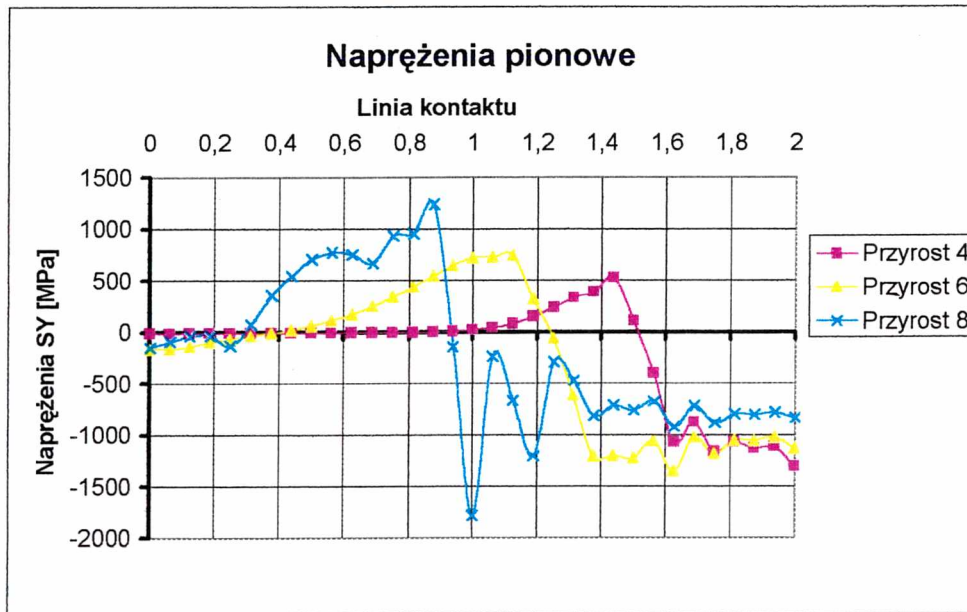
Rys. 6.15. Przemieszczenia pionowe DY dla punktów leżących na linii kontaktu w zależności od przyrostu obciążenia.

Analizując powyższy wykres widoczne jest powstawanie coraz to głębszego krateru (odcisku) oraz wybrzuszenie (przemieszczenie do góry) poza miejscem styku

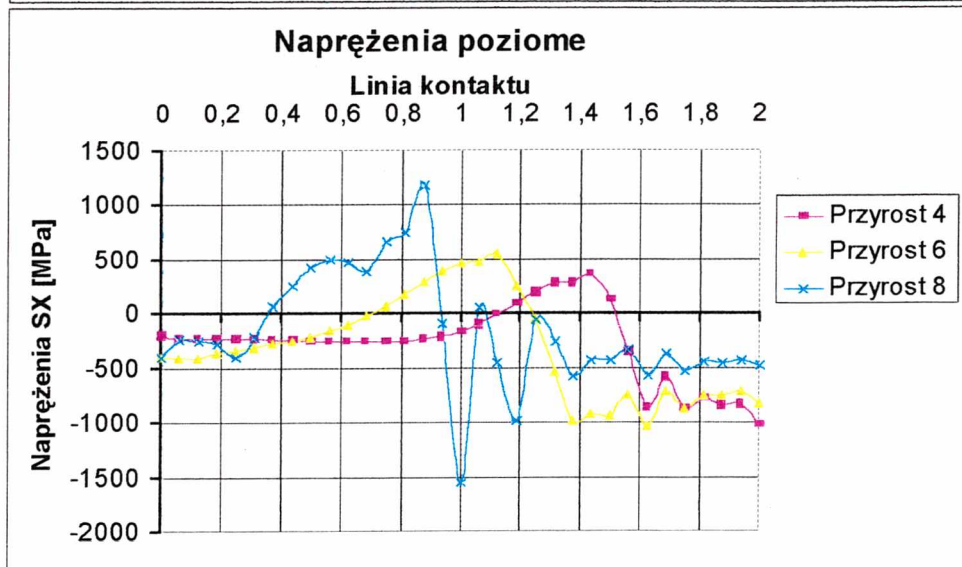
walca z blachą. Im większe są obciążenia, tym linia odcisku mniej pokrywa się z obrysem walca. O takim zjawisku decydują zwiększające się naprężenia ścinające. Współrzędna $x = 2,0$ na rysunku 6.15 oznacza punkt początkowy styku walca z blachą, a punkt o współrzędnej $x = 0$ oznacza punkt końcowy linii kontaktu.

Na rysunku 6.16 przedstawiono wykresy naprężeń pionowych i poziomych dla punktów leżących na linii kontaktu, otrzymane dla wspomnianych przyrostów.

a)



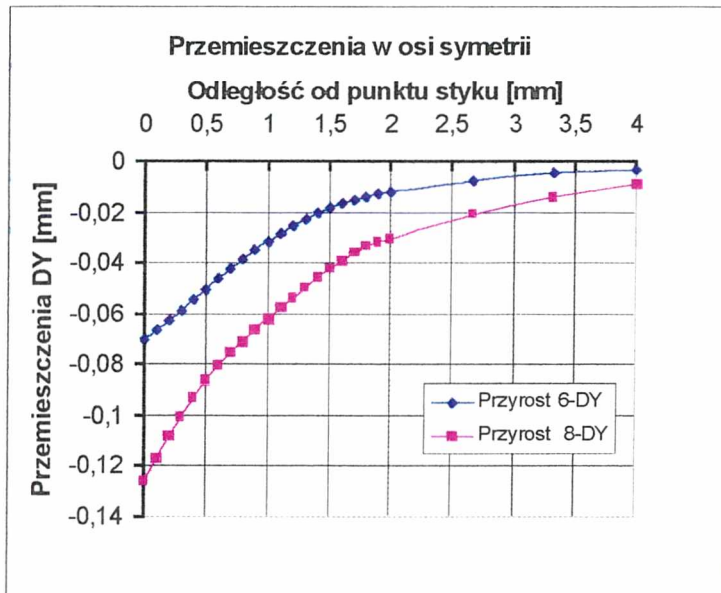
b)



Rys. 6.16. Naprężenia pionowe SY (a) i poziome SX (b) dla punktów leżących na linii kontaktu w zależności od przyrostu obciążenia

Kolejnym elementem obejmującym analizę wyników, ważnym z punktu widzenia zadań kontaktowych, jest przedstawienie wykresów rozkładów przemieszczeń, odkształceń i naprężeń powstających na osi pionowej (osi y) będącej osią symetrii przyjętego modelu obliczeniowego. Na rys. 6.17. przedstawiono wykres przemiesz-

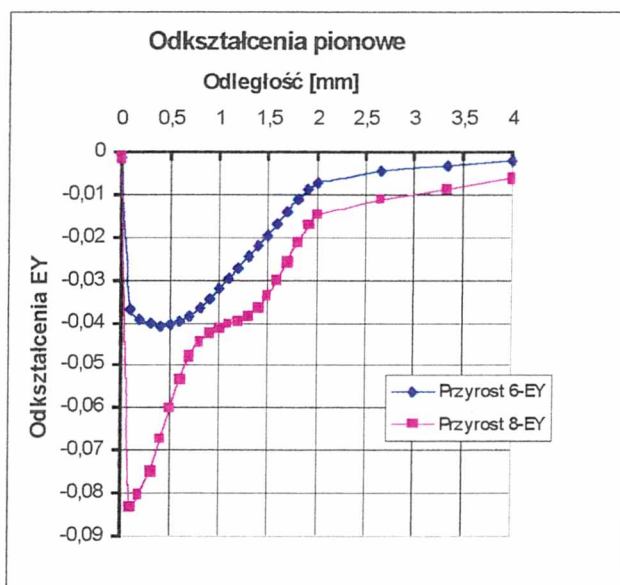
czeń pionowych punktów leżących na osi symetrii pod punktem początkowego kontaktu. Współrzędna $x=0$ przyporządkowana jest do początkowego punktu styku walca z blachą. Analizy przeprowadzono do głębokości 4mm.



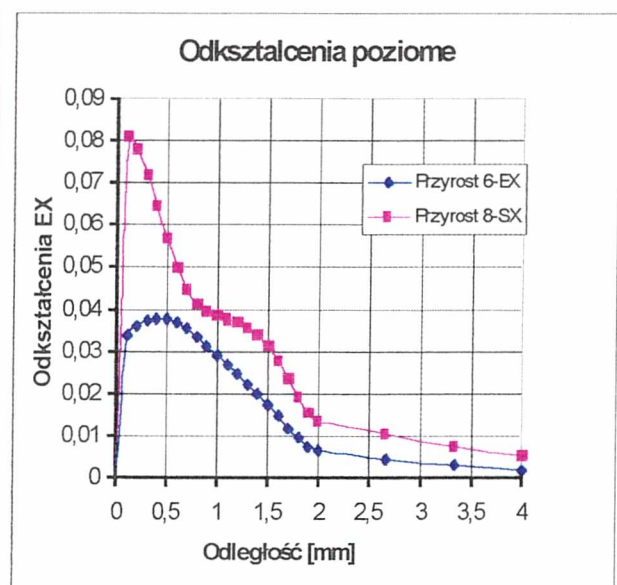
Rys. 6.17. Przemieszczenia pionowe punktów leżących na osi symetrii (pod punktem styku)

Na rysunku 6.18 przedstawiono wykresy odkształceń pionowych i poziomych dla 6 i 8 przyrostu obciążenia otrzymane dla punktów leżących na osi symetrii.

a)



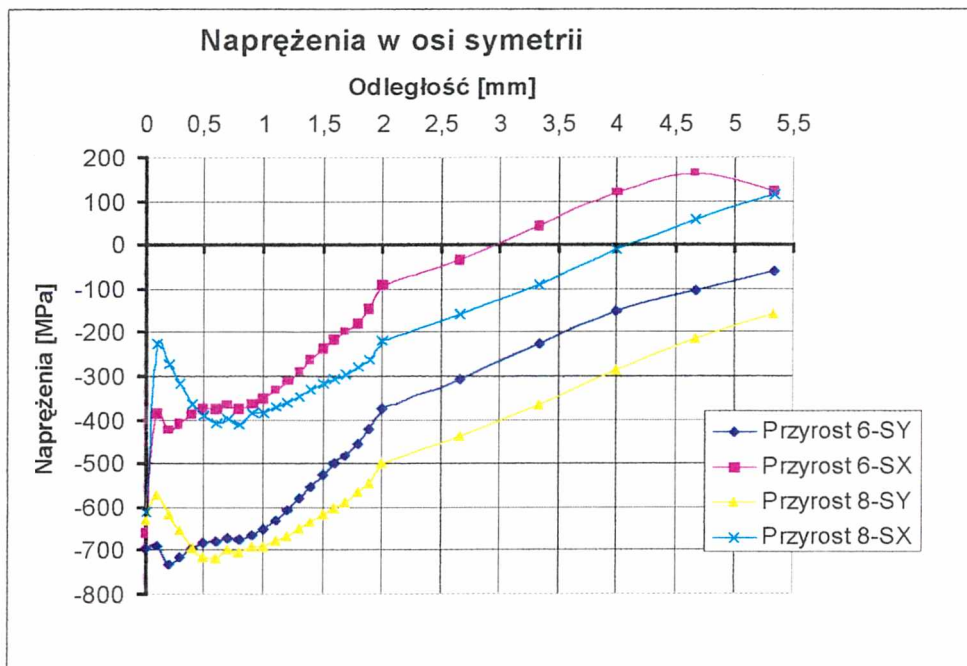
b)



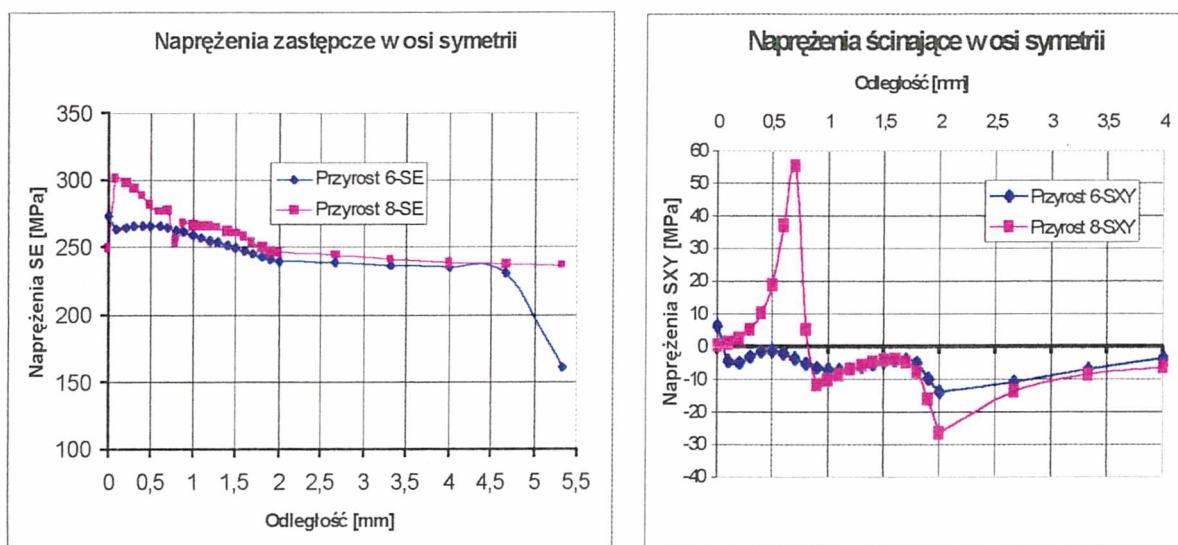
Rys. 6.18. Odkształcenia pionowe EY (a) i poziome EX (b) punktów leżących na osi pionowej y (osi symetrii), pod początkowym punktem kontaktu w zależności od przyrostu obciążenia

Na rysunku 6.19 przedstawiono wykresy naprężeń pionowych i poziomych dla punktów leżących na osi symetrii do 5,5mm, dla 6 i 8 przyrostu obciążenia. Na ry-

sunku 6.20 przedstawiono naprężenia zastępcze SE (wg H-M-H) obok wykresu naprężeń ścinających SXY powodujących uplastycznienia kolejnych stref.

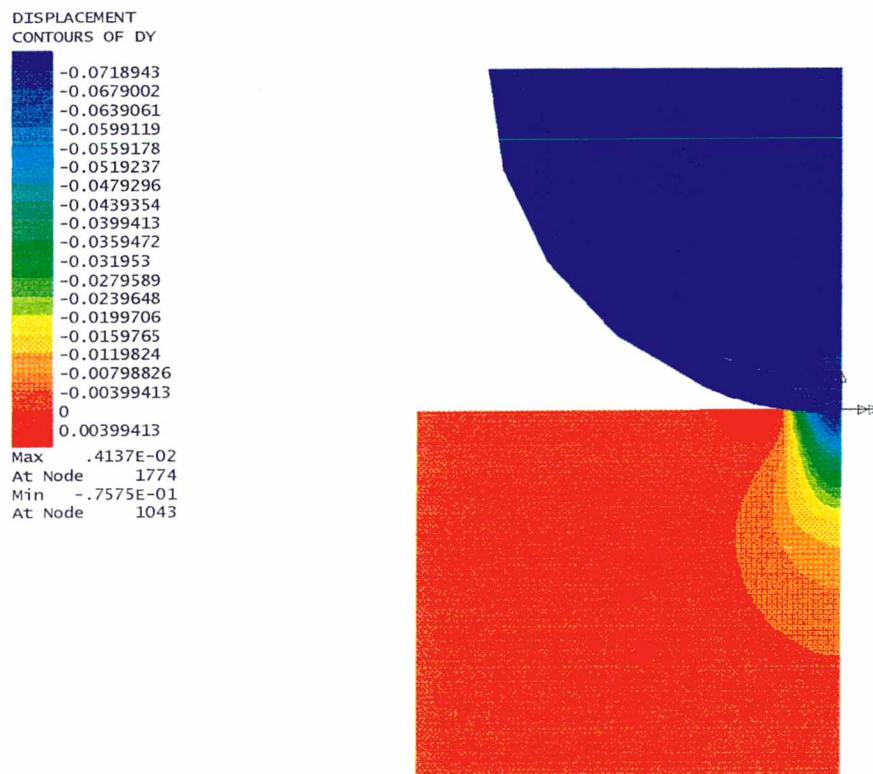


Rys. 6.19. Naprężenia pionowe SY i poziome SX dla punktów leżących na osi symetrii w zależności od przyrostu (6 i 8) obciążenia

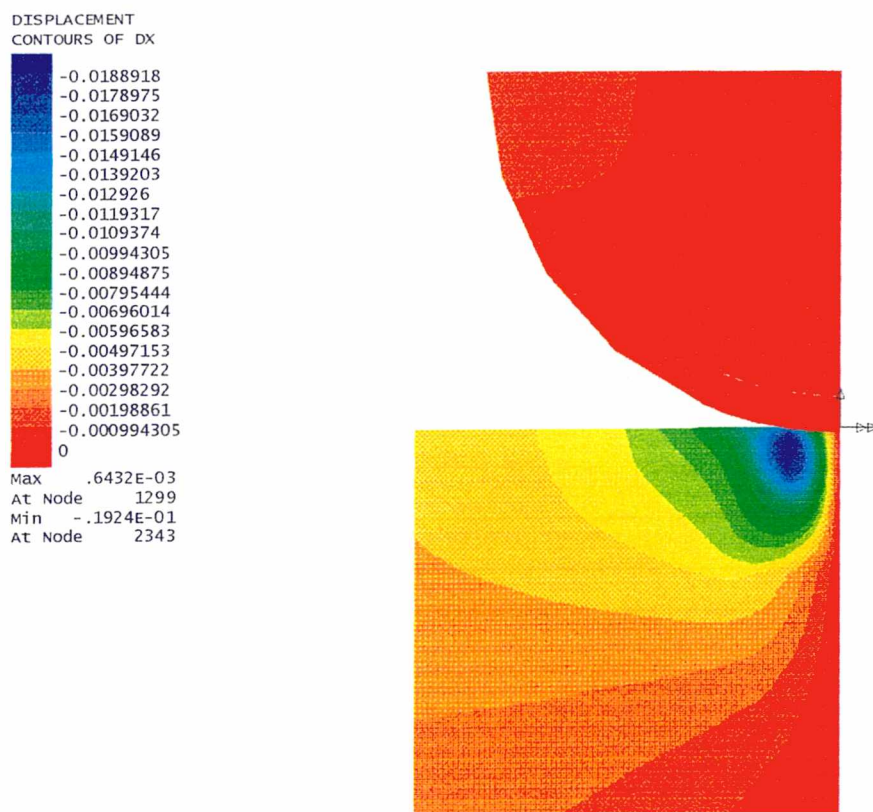


Rys. 6.20. Naprężenia pionowe SY i poziome SX dla punktów leżących na osi symetrii w zależności od przyrostu (6 i 8) obciążenia

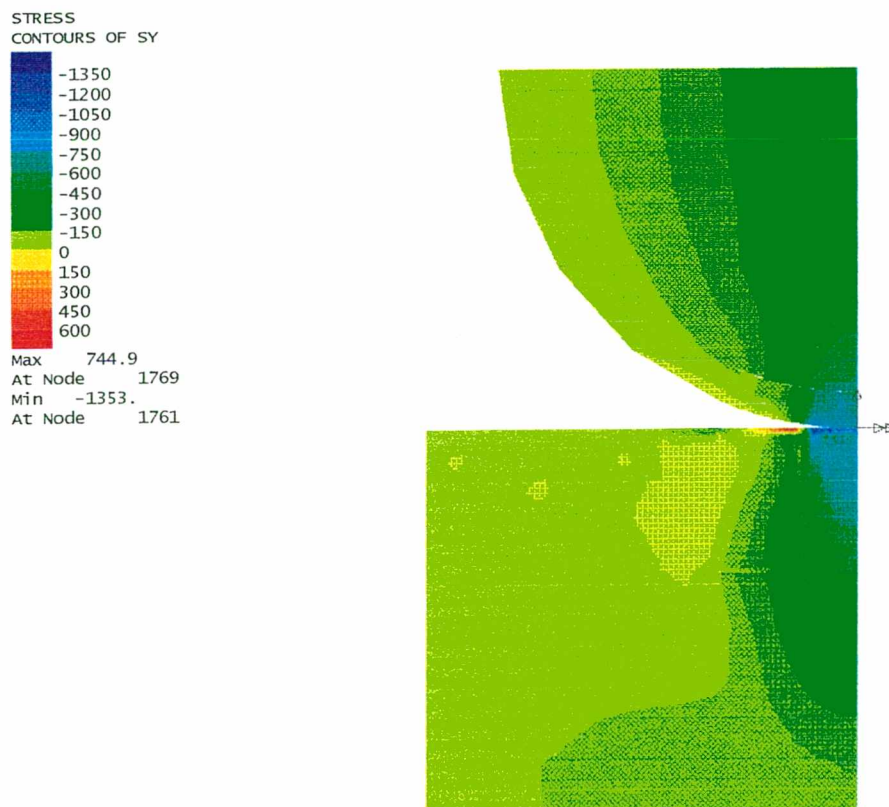
W celu zilustrowania rozkładu poszczególnych wielkości opisywanych wyżej na całym obszarze leżącym pod powierzchnią kontaktu, na kolejnych rysunkach (rys. 6.21 ÷ rys. 6.26) przedstawiono rozkłady przemieszczeń pionowych i poziomych, naprężeń pionowych, poziomych, stycznych oraz odkształceń pionowych, poziomych i stycznych odpowiadających 6-przrostowi obciążenia.



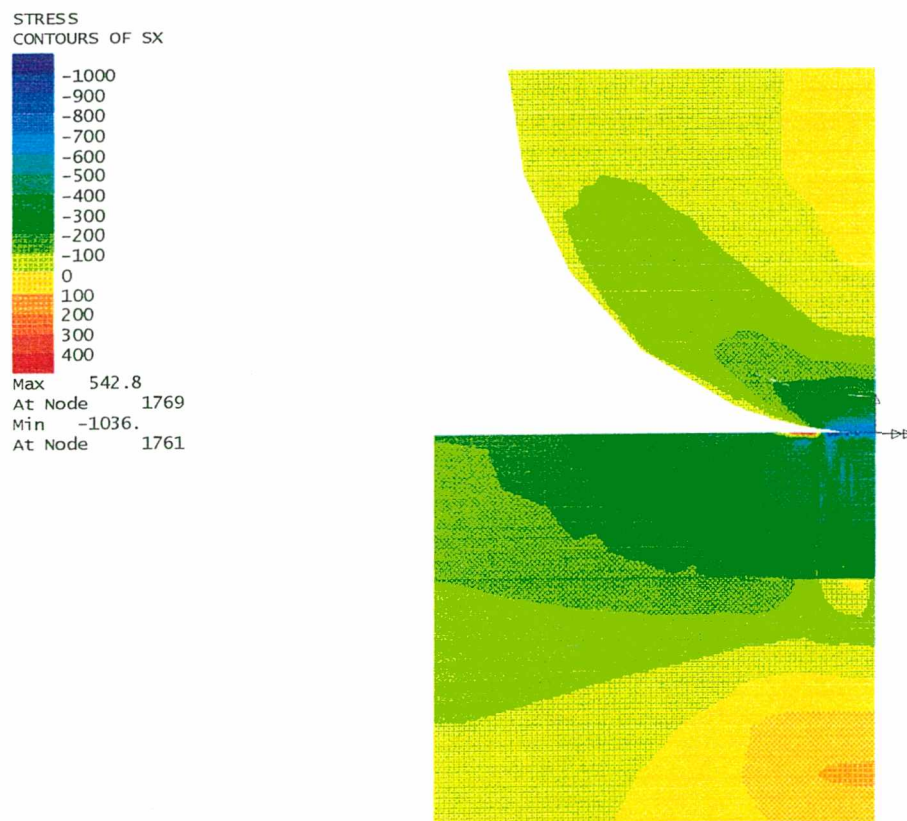
Rys. 6.21. Przemieszczenia pionowe DY [mm] dla 6-przyrostu



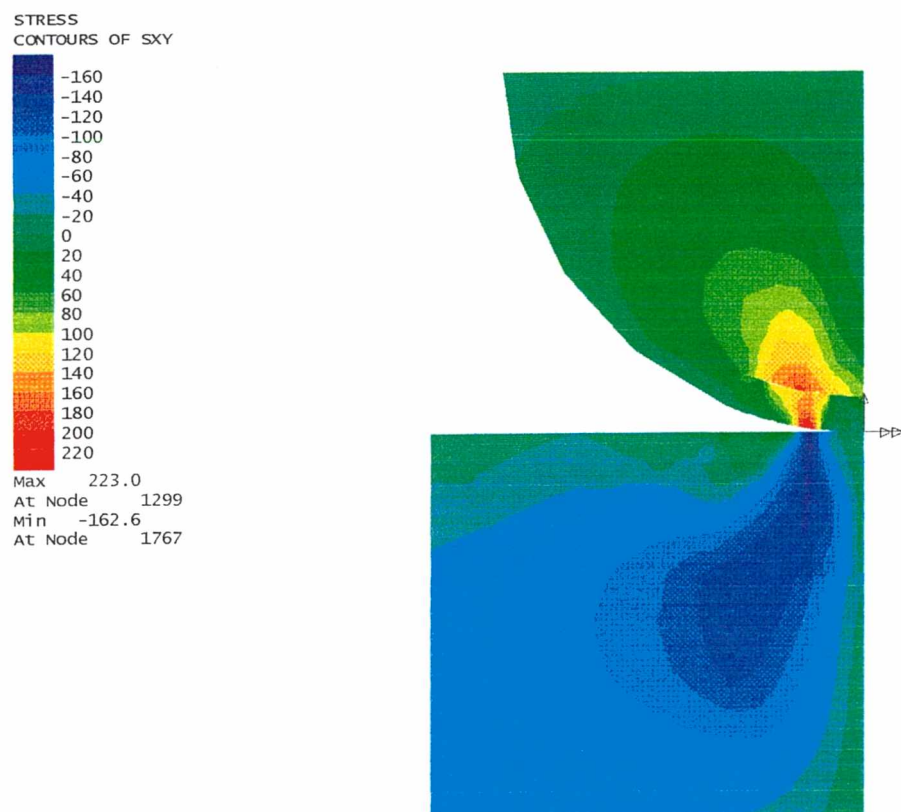
Rys. 6.22. Przemieszczenia poziome DX [mm] dla 6-przyrostu



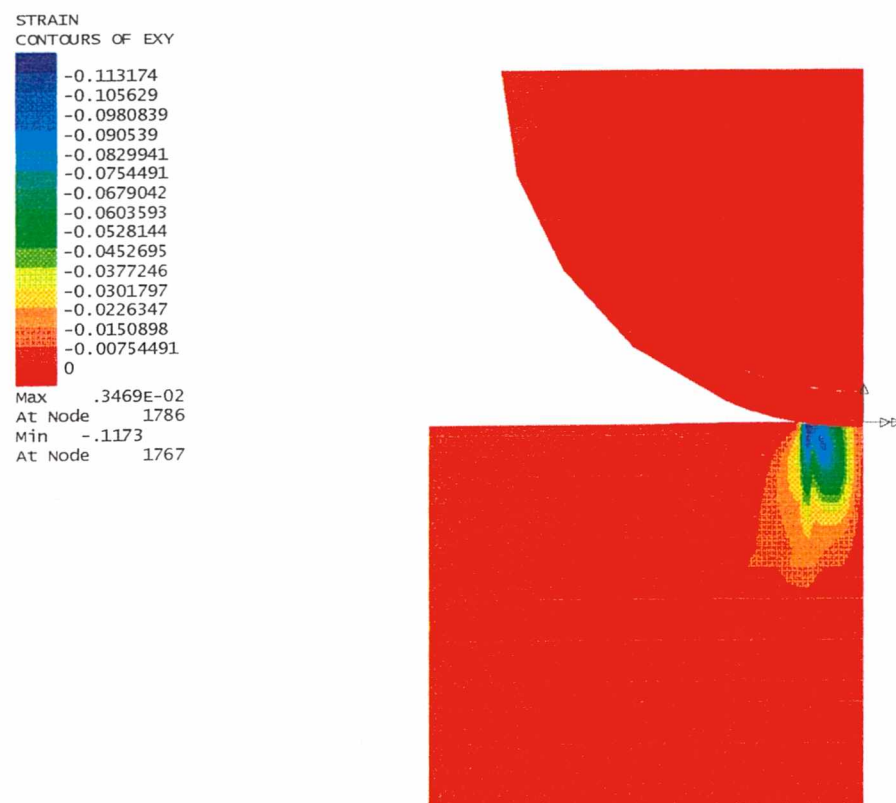
Rys. 6.23. Naprężenia pionowe SY [MPa] dla 6-przyrostu



Rys. 6.24. Naprężenia poziome SX [MPa] dla 6-przyrostu



Rys. 6.25. Naprężenia ścinające SXY [MPa] dla 6-przyrostu



Rys. 6.26. Odkształcenia ścinające EXY dla 6-przyrostu

6.3.2. Wciskanie nieodkształcalnego walca w blachę przy wyężeniu naprężeniami normalnymi

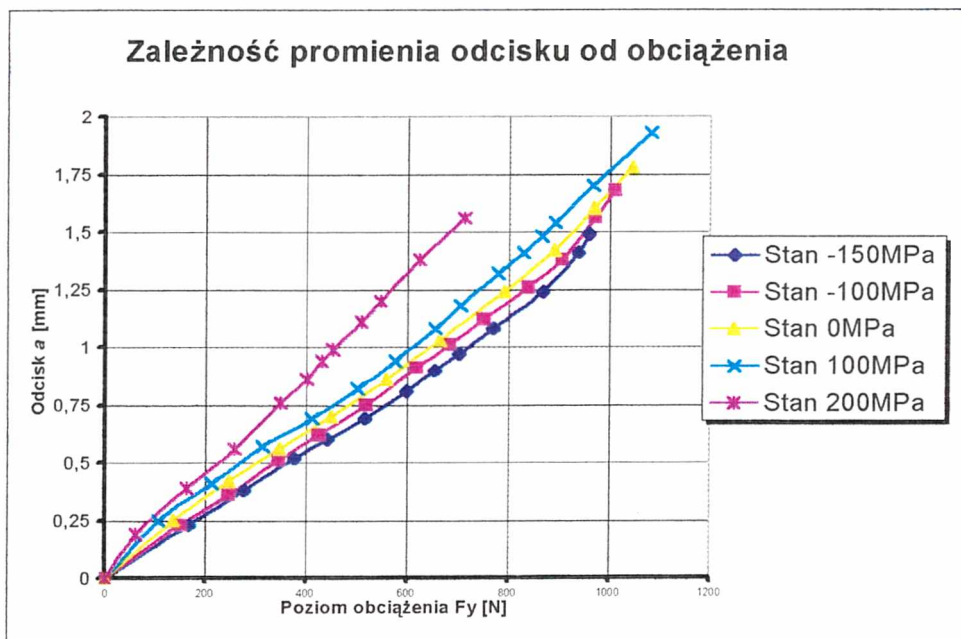
Opis modelu obliczeniowego

Do analiz metodą elementów skończonych wykorzystano model opisany w punkcie 6.3.1, w którym wprowadzano dodatkowo obciążenie blachy siłami powodującymi powstawanie w badanym elemencie naprężeń ściskających lub rozciągających. Przyjęto przy tym następujące poziomy wyężenia w badanym elemencie:

- dla naprężeń ściskających: -100 MPa, -150 MPa,
- dla naprężeń rozciągających: 100 MPa, 200 MPa.

Wyniki analiz MES

Dla opisanych modeli wykonano obliczenia systemem Lusas [35]. Czas obliczeń dla każdego przypadku wynosił około 5 godz. Dla każdego poziomu wyężenia analizowano powstające wskutek wciskania w blachę walca: naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia. Wciskanie walca było realizowane poprzez zadawane przemieszczenia. Badania numeryczne potwierdziły zależność powstających odcisków od stanu wyężenia, co zostało pokazane na rys. 6.27.

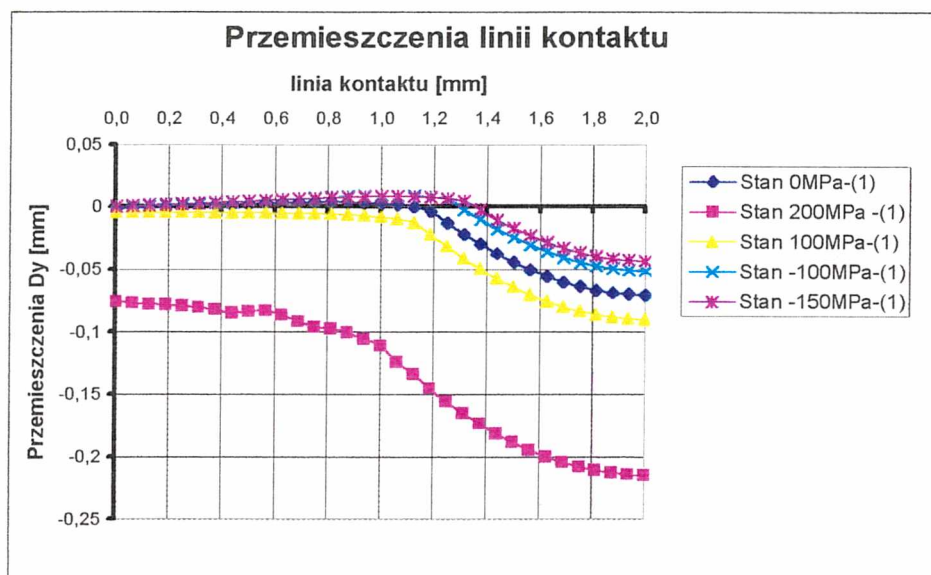


Rys. 6.27. Zależność odcisku a od obciążenia F_y dla różnych stanów wyężenia badanego elementu

Wykresy pokazane na rys. 6.27 potwierdzają, to co otrzymaliśmy przy okazji badania twardości dla różnych stanach wyężenia. Przy wyężeniu naprężeniami ściskającymi otrzymujemy zmniejszenie wielkości odcisku, a przy dla naprężeniach rozciągających jego wzrost. Analizując wyniki dla obciążenia przyłożonego do walca,

odpowiadające 6 i 8 przyrostowi (patrz punkt 6.3.1), otrzymamy, że dla naprężeń ścisających pomiędzy wielkością odcisku a wyężeniem jest zależność liniowa, przy czym na każde 100MPa przypada około 4 - 5 % zmniejszenie odcisku, a w przypadku natomiast naprężeń rozciągających otrzymano wzrost wielkości promienia odcisku o około 4 - 5% na pierwsze 100MPa, a dla wyższego wyężenia większy wzrost, wynoszący około 15 % (zależność nieliniowa). W celu zweryfikowania powyższych wniosków należałoby przeprowadzić analizy dla większej liczby poziomów wyężenia.

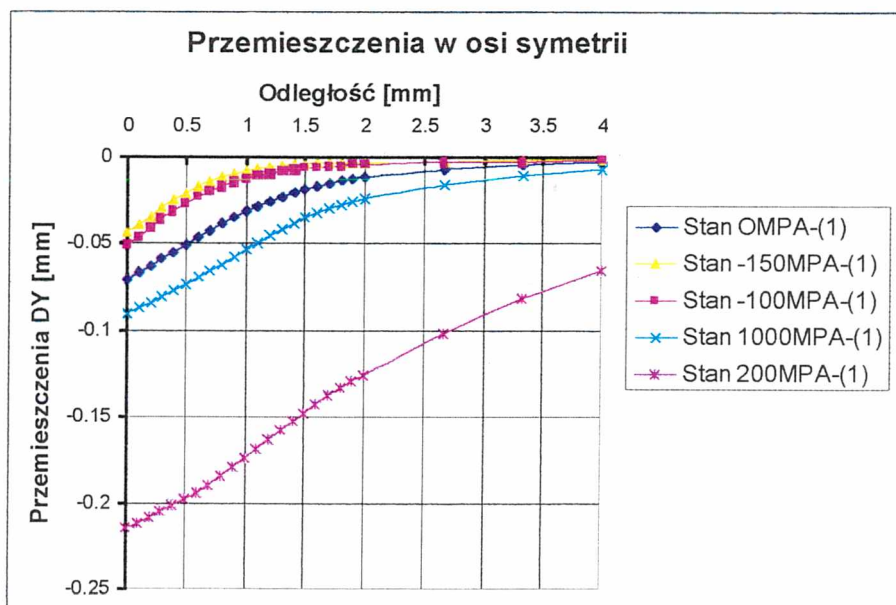
Chcąc zilustrować wpływ poszczególnych stanów wyężenia na otrzymane wielkości na rys. 6.28 – 6.30 przedstawiono wykresy przemieszczeń, odkształceń i naprężeń dla siły odpowiadającej 6-przyrostowi równej około 550N.



Rys. 6.28. Przemieszczenia pionowe DY punktów leżących na linii kontaktu dla różnych stanów wyężenia przy jednakowej sile przyłożonej do walca

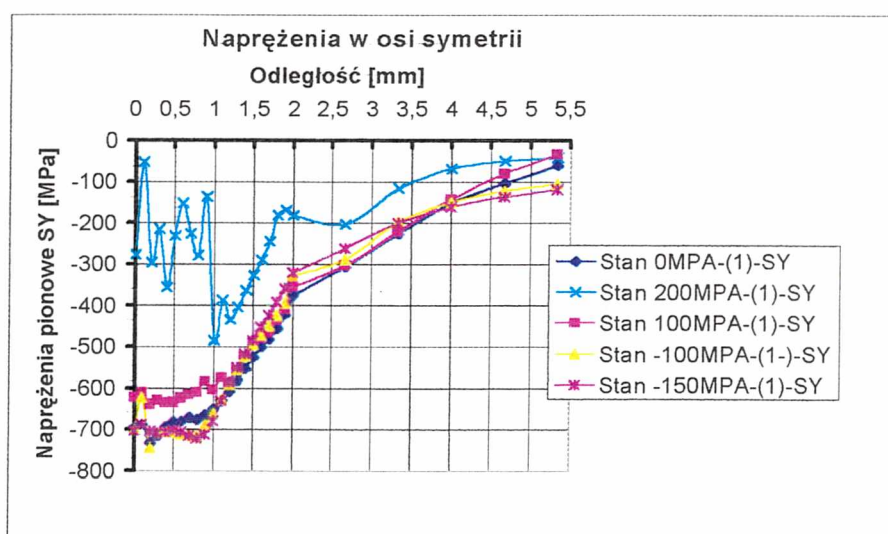
Analizując wykresy (rys. 6.28) widoczny jest wpływ wyężenia na powstające odciski i ich głębokości. Naprężenia ścisające powodują zmniejszenie głębokości odcisku i większe „wypłynięcia”, a naprężenia rozciągające powodują powiększanie głębokości i mniejsze „wypłynięcia”, a wręcz przy większych wyężeniach jego zapadanie materiału, co jest również efektem zmniejszania się grubości materiału wskutek rozciągania elementu.

Niżej przedstawiono wykresy rozkładów przemieszczeń, odkształceń i naprężeń powstających na osi pionowej (osi y) będącej osią symetrii przyjętego modelu obliczeniowego, pod punktem styku. Na rys.6.29. przedstawiono wykres przemieszczeń pionowych DY punktów leżących na osi symetrii, dla siły wciskania równej $\approx 550\text{N}$.



Rys.6.29. Przemieszczenia pionowe DY punktów leżących na osi symetrii (pod punktem styku) dla stanów wyężenia badanego elementu

Na rysunku 6.30 przedstawiono wykresy naprężeń pionowych dla punktów leżących na osi symetrii do głębokości 5,5mm, dla obciążenia 550N, przy różnym stanie wyężenia elementu.



Rys.6.30. Naprężenia pionowe SY dla punktów leżących na osi symetrii w zależności od poziomu wyężenia elementu, przy stałej sile przyłożonej do walca

Przeprowadzone analizy potwierdziły, że wyężenie elementu ma wpływ na stan odkształceń, naprężeń oraz wielkości przemieszczeń przy zagadnieniach kontaktowych. Przedstawione wyniki mają charakter jakościowy. Dokładniejsze określenie wpływu wyężenia wymagałoby przeprowadzenia bardziej złożonych badań, obejmujących m.in. większą liczbę poziomów wyężenia i zróżnicowane materiały.

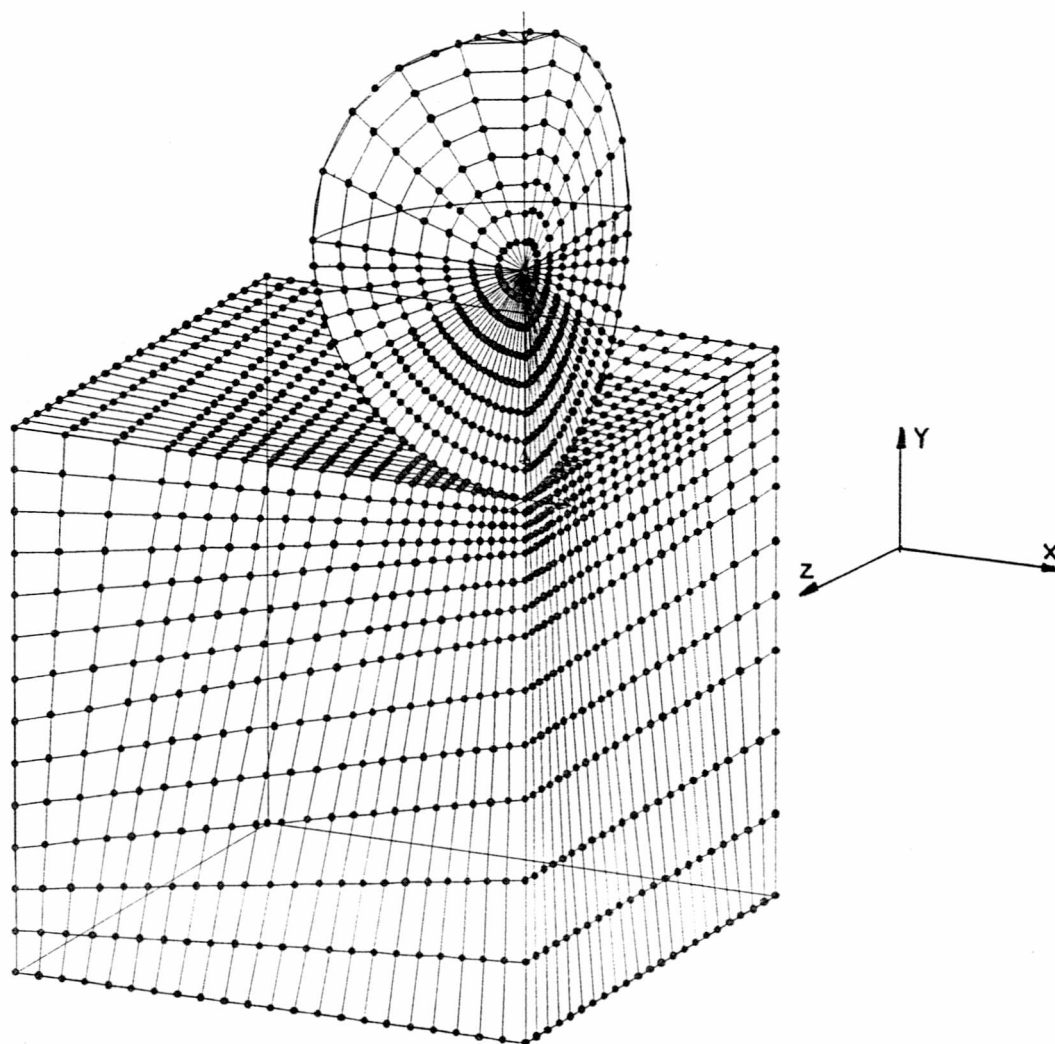
6.3.3. Wciskanie nieodkształcalnej kulki w blachę.

Opis modelu obliczeniowego

Zadanie polegało na zbadaniu wciskania nieodkształcalnej kulki, o promieniu $R = 5\text{mm}$, w blachę o grubości 12 mm i szerokości 80mm , której przyporządkowano model materiału sprężysto – plastycznego z umocnieniem liniowym. Elementy zostały opisane jako ciała izotropowe. Przy modelowaniu zadania skorzystano z danych wprowadzonych dla zadania opisanego w punkcie 6.3.1. Problem został rozwiązany dla przestrzennego stanu naprężeń i odkształceń.

Ze względu na symetrię zadania w dwóch kierunkach, w analizach przyjęto tylko jedną czwartą całego modelu. Dla blachy przyjęto cechy materiałowe jak w zadaniu płaskim (por. p.6.3.1), tzn. model nieliniowy materiałowo (sprężysto-plastyczny) ze wzmocnieniem liniowym kinematycznym, zdefiniowanym podobnie jak w przypadku walca. Podając granicę plastyczności R_e założono model plastyczny wg Misesa. Wskutek wciskania kulki w blachę, przy bardzo małym przyroście obciążeń powstają duże odkształcenia plastyczne i dość duże przemieszczenia. Z tego względu w zadaniu obok nieliniowości materiałowej, założono również geometryczną nieliniowość wykorzystując formułę Lagrange'a. Dla kulki, podobnie jak to było w przypadku walca, przyjęto wyłącznie cechy materiału sprężystego, o dużej sztywności (dużym module E).

Po zamodelowaniu geometrii i przyporządkowaniu materiałów, zgodnie z podanymi uwagami, kolejnym etapem było przyjęcie odpowiedniej siatki podziału na przestrzenne elementy skończone. Dla blachy przyjęto zmienną siatkę podziału. W miejscu kontaktu wydzielono obszary o silnie zagęszczonej siatce. Przyjęto dla blachy przestrzenne elementy skończone typu HX8M. Jest to rodzaj elementu 8-węzłowego prostopadłościennego, o liniowej aproksymacji przemieszczeń, dla przestrzennego stanu naprężeń i odkształceń, dla którego można określić naprężenia zgodnie z hipotezą H-M-H, ze wzmocnieniem kinematycznym. Kulka została podzielona na elementy typu PN6. Jest to rodzaj elementu 6-węzłowego, liniowego dla przestrzennego stanu naprężeń i odkształceń, dla którego można określić naprężenia zgodnie z hipotezą H-M-H, ze wzmocnieniem kinematycznym. Na rys. 6.31 przedstawiono opisany podział dla przyjętego modelu obliczeniowego. Nie opisywano szczegółowo wymiarów, ani sposobu przyporządkowywania elementów do objętości i powierzchni oraz linii, gdyż jest on podobny jak dla walca.

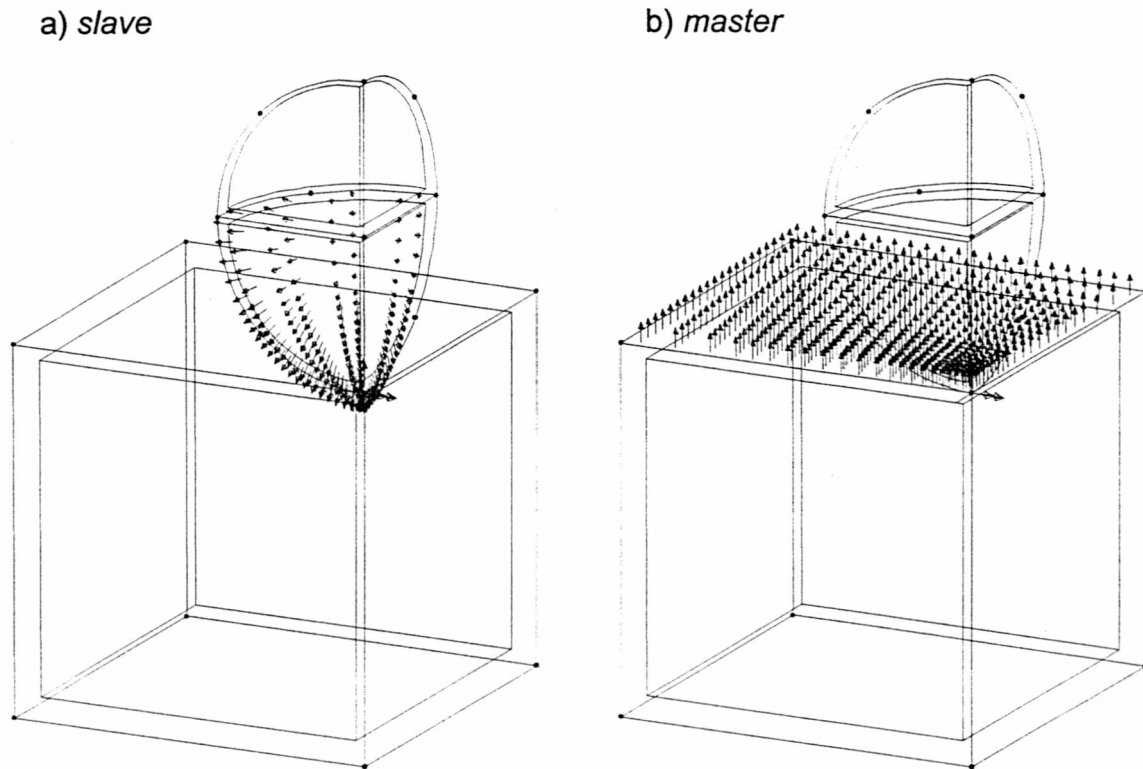


Rys. 6.31. Podział na elementy skończone przyjętego modelu zadania kontaktowego wraz ze zdefiniowanym obciążeniem kulki

Warunki brzegowe blachy i kulki przyjęto analogicznie do tego jaki założono w przypadku płaskiego zadania z walcem. Obciążenie w rozpatrywanym zadaniu kontaktowym było zdefiniowane jako przemieszczenie pionowe przykładane do górnego węzła kulki. Obciążenie to poprzez sprężystą, sztywną kulkę i kontakt powierzchni, było następnie przekazywane na blachę, w której powstawał odcisk w postaci cząstki. Przyrostowi wartości przemieszczenia odpowiadał odpowiedni stan naprężeń w kulce, na podstawie którego można było określić wartość przykładowego obciążenia wyrażonego w jednostkach siły [N]. Dla opisanego modelu wyężenie blachy dodatkowymi naprężeniami normalnymi wynosiło zero.

Przy modelowaniu zadania kontaktowego skorzystano podobnie jak dla zadania płaskiego z atrybutów *slidelines*. W tym przypadku zdefiniowano powierzchnie (ograniczające dane objętości), będące w kontakcie jako *master* -blacha i *slave* -kulka. Definiując powierzchnie kontaktu *slidelines* opisaliśmy warunki kontaktu po-

dobne jak dla walca: współczynniki sztywności powierzchni będących w kontakcie (1,0), parametry penetracji testu kontaktu (1,11), maksymalne parametry penetracji (0,001), współczynniki tarcia Coulomba równe 0 (pominięto wpływ tarcia). W analizie kontaktu wykorzystano metodę przyrostowego współczynnika Lagrange'a. Na rysunku 6.32 przedstawiono opisane przyporządkowanie powierzchni kontaktu.



Rys. 6.32. Przyporządkowanie atrybutów *master* i *slave* dla powierzchni kontaktu.

Przy modelowaniu zadania konieczne było określenie tzw. parametrów kontroli nieliniowości. Do rozwiązania zagadnień nieliniowych w zadaniu, podobnie jak dla zadania płaskiego, wykorzystano zmodyfikowaną metodę Newtona-Raphsona z formą iteracji typ KT1. Sposób badania ścieżki równowagi przemieszczenie (obciążenie) - odkształcenie na badaniu współczynnika zbieżności i modyfikacji iteracji (wielkości kroku) przemieszczenia, tak aby dla kolejnego odcinka była minimalna energia potencjalna. Ze względu na podobny sposób wykonywania obliczeń nieliniowości, przyjęty w zagadnieniu kontaktowym jak dla przypadku zadania płaskiego, dla zadania przestrzennego przedstawiono poniżej tylko zapis kontroli parametrów nieliniowości dla obciążenia przemieszczeniem:

```
...
LOAD CASE 2 TITLE Przemieszczenie
PDSP 3
2338 0 0 0.000000000E+00 -1.000000000E+00 0.000000000E+00
NONLINEAR CONTROL
C slamda dlamax isurfc itd cstifs dellst delsmx
```

```

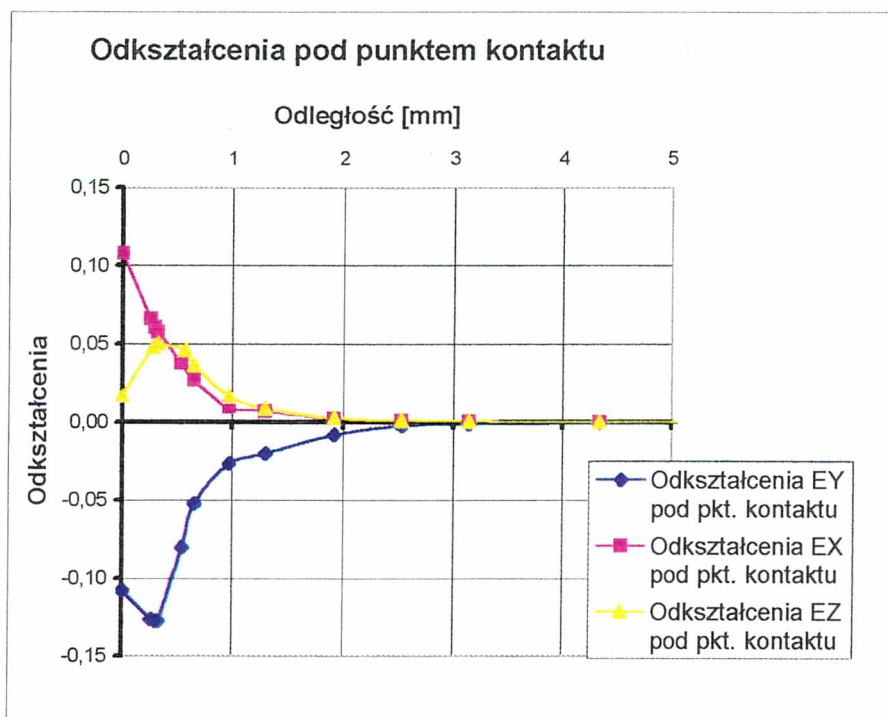
INCREMENTATION 0.01    0.05    1    6    0.4    7    15
STEP_REDUCTION  6    0.5    2
ITER    15 4 0.75 5.0 25.0 0.0
...
CONVERGENCE  0 0 1 0 0 0 5
OUTPUT      30 0 1 0 1 1
TERMINATION  1.0  500
END

```

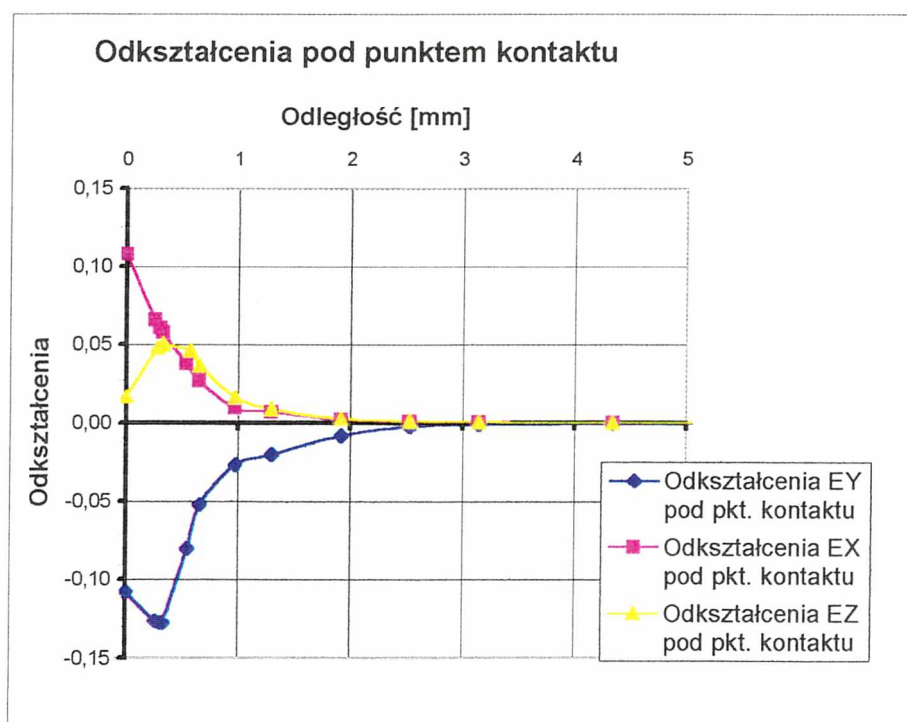
Wyniki analiz MES-em

Dla tak przygotowanego modelu wykonano obliczenia. Czas obliczeń zadania wynosił około 14 godz. dla komputera o parametrach podanych wcześniej. Przy analizowaniu otrzymanych wyników dla poszczególnych przyrostów obciążenia, potwierdziły się sformułowane w p. 6.3.1 wnioski związane z powstawaniem kolejnych stref uplastycznień. Próg plastyczności zgodnie z kryterium Hubera-Misesa-Hencky'ego dla zadań kontaktowych, został przekroczony, już przy pierwszym przyroście obciążenia. Otrzymane wyniki potwierdziły również wcześniejsze wnioski z analiz teoretycznych opisanych w punkcie 6.2, odnoszących się do powstawania pierwszych stref uplastycznień na poziomie około $0,5a_0$. Powstawanie uplastycznień pod początkowym punktem kontaktu powoduje wypieranie materiału spod kulki. Na podstawie analiz wyników dla wszystkich przyrostów obciążeń, jako reprezentatywne wybrano wyniki dla 4 przyrostu obciążenia (przemieszczenia), co odpowiada sile równej ok. 7151 N.

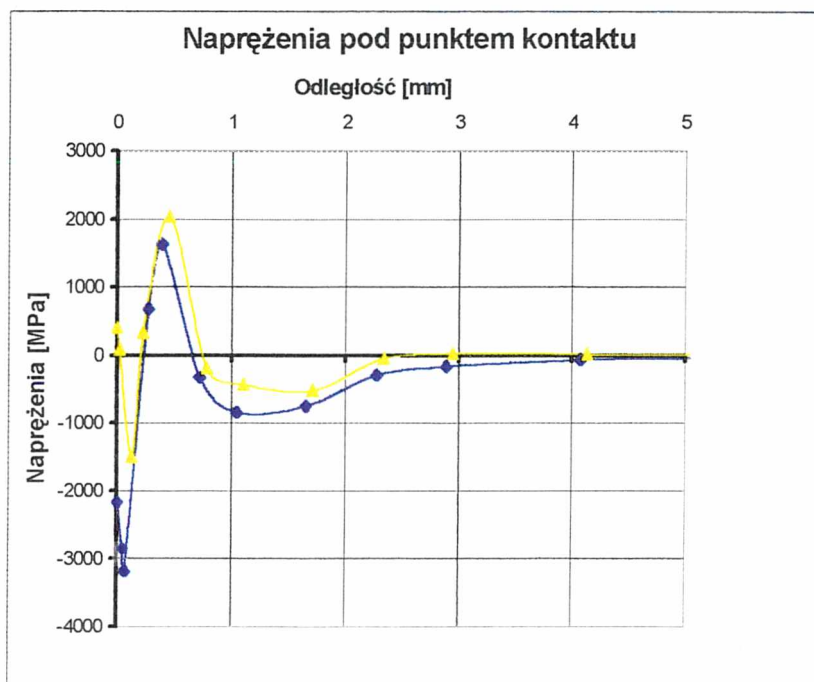
Analizując zależności przemieszczeń pionowych DY dla punktów leżących na płaszczyźnie kontaktu w zależności od przyrostu obciążenia, zauważamy powstawanie co raz to głębszego odcisku oraz lekkie „wypłynięcie” (przemieszczenie) materiału do góry na granicy styku kulki z blachą. Dla wciskanej kulki przy kolejnych przyrostach obserwujemy te same zjawiska towarzyszące powstawaniu czaszy kulki co w przypadku walca. Wielkości odkształceń na powierzchni kontaktu są odwzorowaniem przemieszczeń. W związku z tym nie przedstawiano ich w pracy. Ważnym z punktu widzenia zadań kontaktowych, jest przedstawienie wykresów rozkładów przemieszczeń, odkształceń i naprężeń powstających na osi pionowej (osi y), będącej osią symetrii przyjętego modelu obliczeniowego. Na rysunku 6.33 przedstawiono wykres przemieszczeń pionowych punktów leżących na osi symetrii pod punktem początkowego kontaktu. Współrzędna $x = 0$ przyporządkowana jest do początkowego punktu styku. Na rysunku 6.34 przedstawiono wykresy odkształceń pionowych i poziomych, a na rysunku 6.35 – wykresy naprężeń powstających wskutek wciskania kulki w blachę, dla rozpatrywanego przyrostu obciążeń.



Rys. 6.33. Przeszczenia pionowe punktów leżących na osi symetrii y



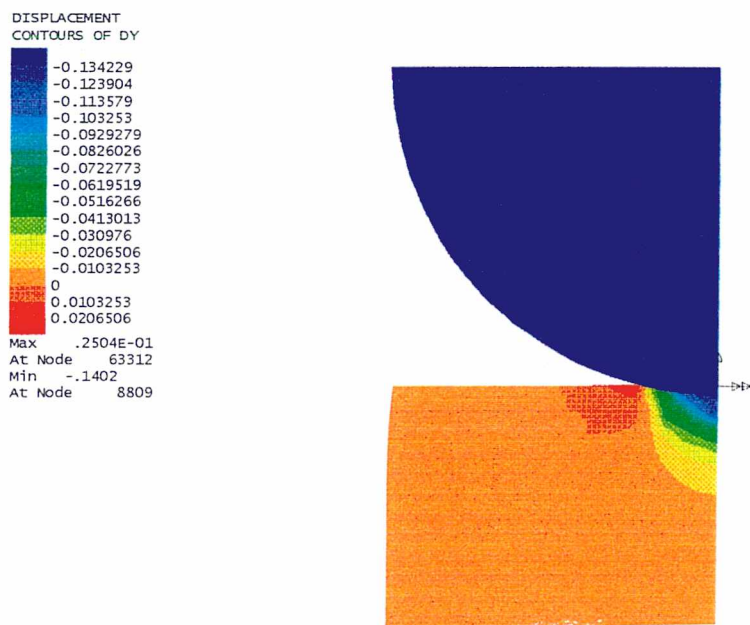
Rys.6.34. Odształcenia pionowe EY i poziome EX i EZ



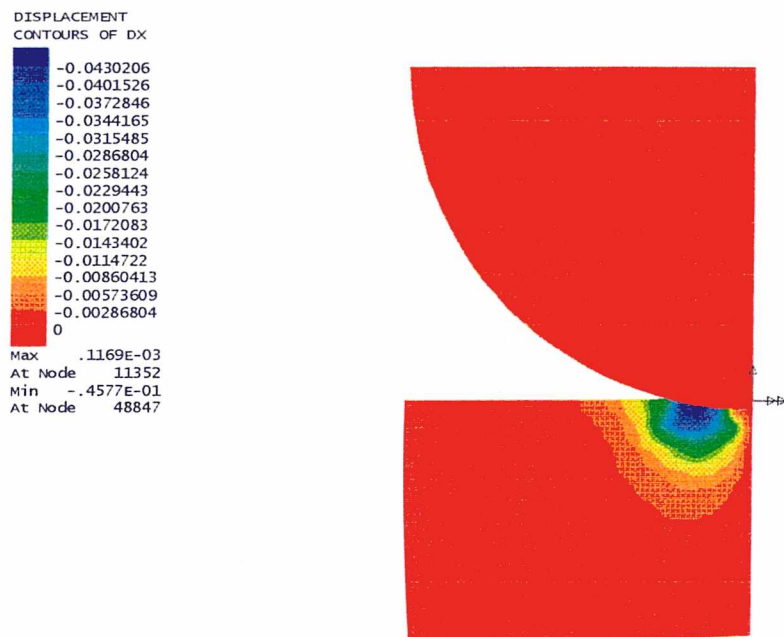
Rys. 6.35. Napężenia pionowe SY i poziome SZ

Na kolejnych rysunkach przedstawiono rozkłady przemieszczeń, naprężeń oraz odkształceń w badanym elemencie w przekroju pionowym (rys. 6.36÷rys.6.39) oraz w rzucie poziomym (rys.6.40÷rys.6.43).

Analizując otrzymane wyniki dla danego przyrostu, wyznaczono wielkość promienia odcisku. Znając średnicę odcisku wyznaczono głębokość odcisku, zgodnie z zależnościami geometrycznymi, podanymi przy okazji opisu pomiaru twardości sposobem Brinella. Otrzymano zgodność z wartością otrzymaną w analizach (rys. 6.37). Na podstawie znanej wielkości siły przyłożonej do kulki, przy której otrzymano wspomniany odcisk, obliczono odpowiadającą mu twardość HB , której wartość pokrywa się z zakresem otrzymywanych z badań doświadczalnych wyników pomiaru twardości dla przyjętych danych materiałowych. Świadczy to o poprawnie przyjętym modelu zadania. Analizy te miały charakter jakościowy i wyznaczają możliwość kontynuowania badań twardości dla stali o różnych parametrach materiałowych, wykorzystując MES. Analizy te pozwalają również rozwinąć zagadnienie pomiaru twardości przy różnym stanie wyężenia badanych elementów, tak jak to było przedstawione w punkcie 6.3.2 w przypadku walca. Jedynym utrudnieniem są w tym przypadku problemy związane z czasem obliczeń, pracochłonnością przygotowania modeli, a także ze znalezieniem odpowiedniej aparatury komputerowej.



Rys. 6.36. Przemieszczenia pionowe DY [mm]

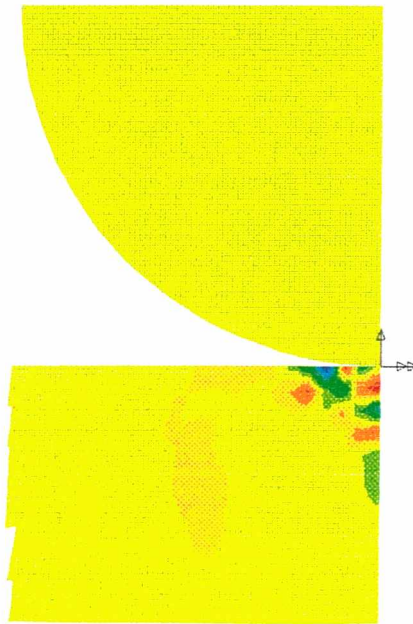


Rys. 6.37. Przemieszczenia pionowe DX [mm]

STRESS
CONTOURS OF SY

-13274.2
-12067.5
-10860.7
-9653.99
-8447.24
-7240.49
-6033.74
-4826.99
-3620.24
-2413.5
-1206.75
0
1206.75
2413.5
3620.24
4826.99

Max 5801.
At Node 60473
Min -.1351E+05
At Node 48847

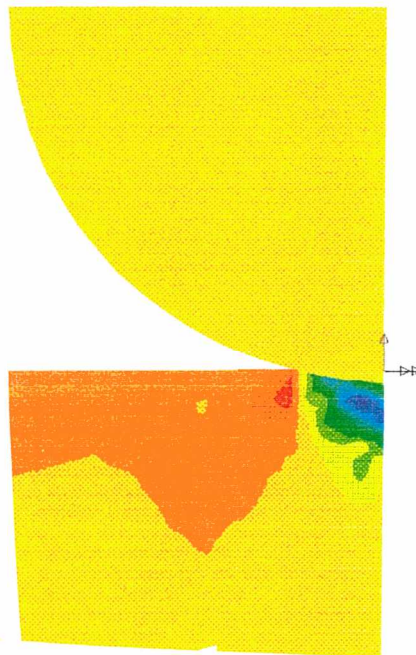


Rys. 6.38. Naprężenia pionowe SY

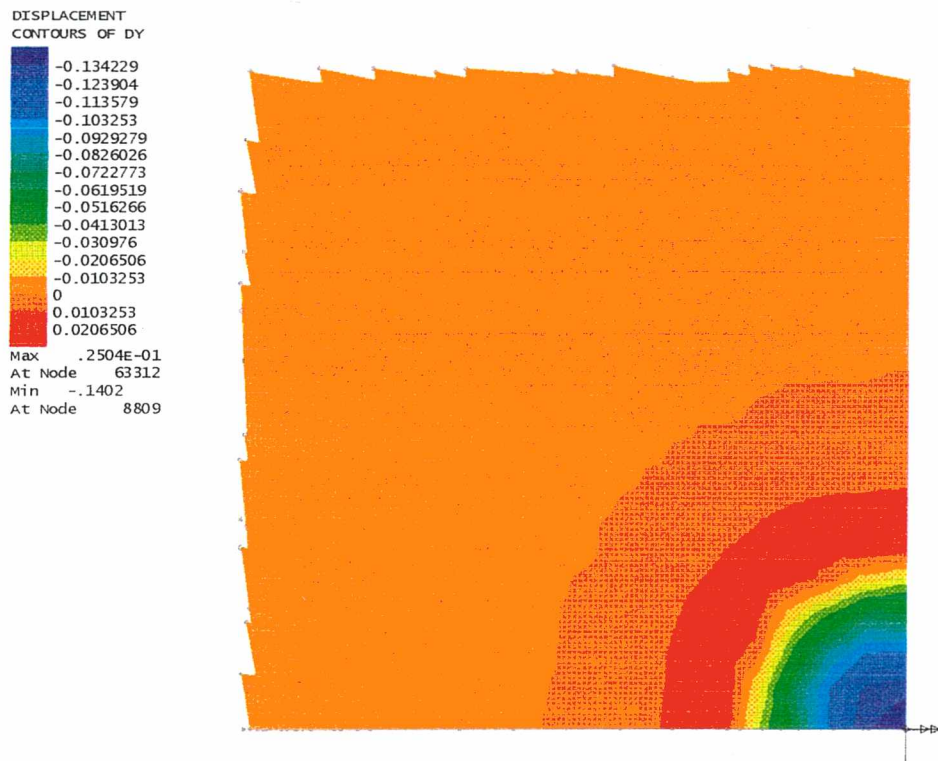
STRAIN
CONTOURS OF EY

-0.172054
-0.157716
-0.143378
-0.129041
-0.114703
-0.100365
-0.0860271
-0.0716892
-0.0573514
-0.0430135
-0.0286757
-0.0143378
0
0.0143378
0.0286757
0.0430135

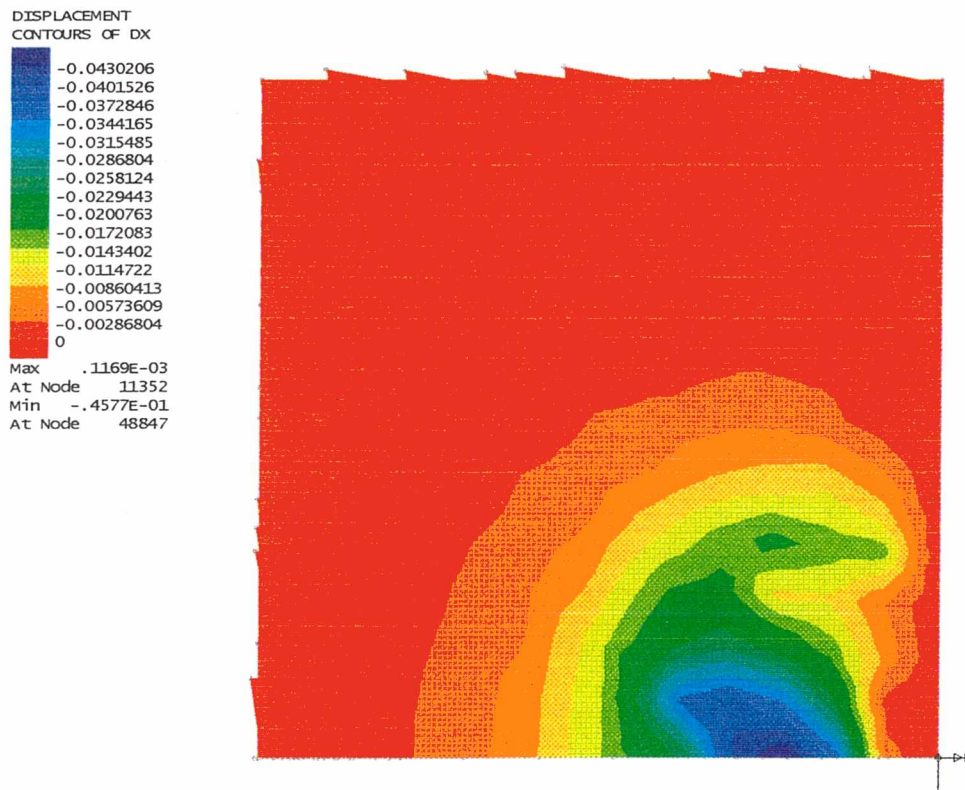
Max .5401E-01
At Node 66954
Min -.1754
At Node 62418



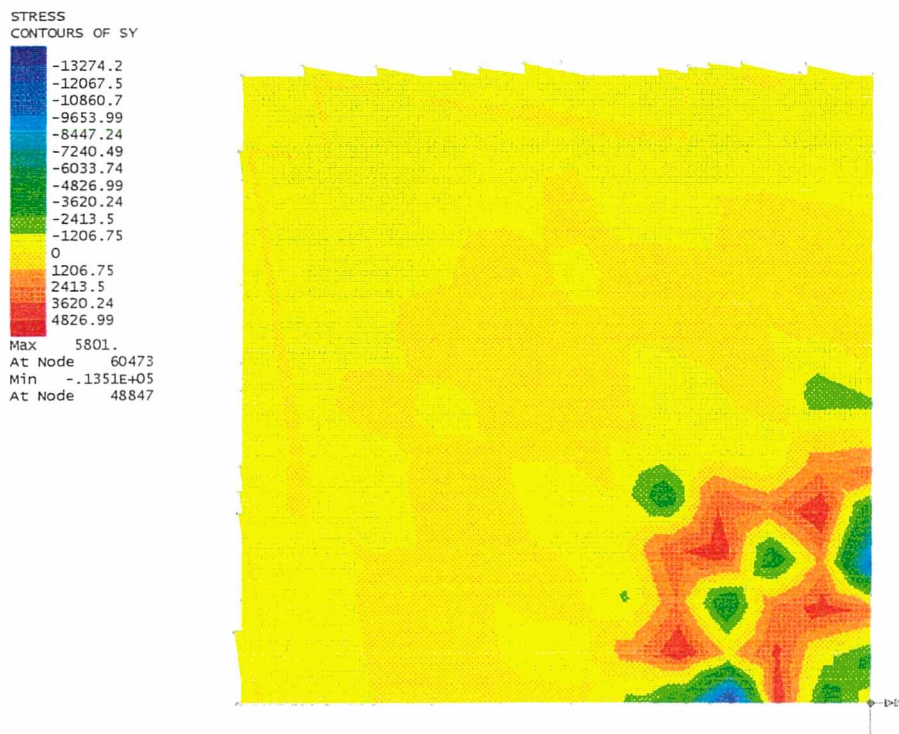
Rys. 6.39. Odkształcenia pionowe EY



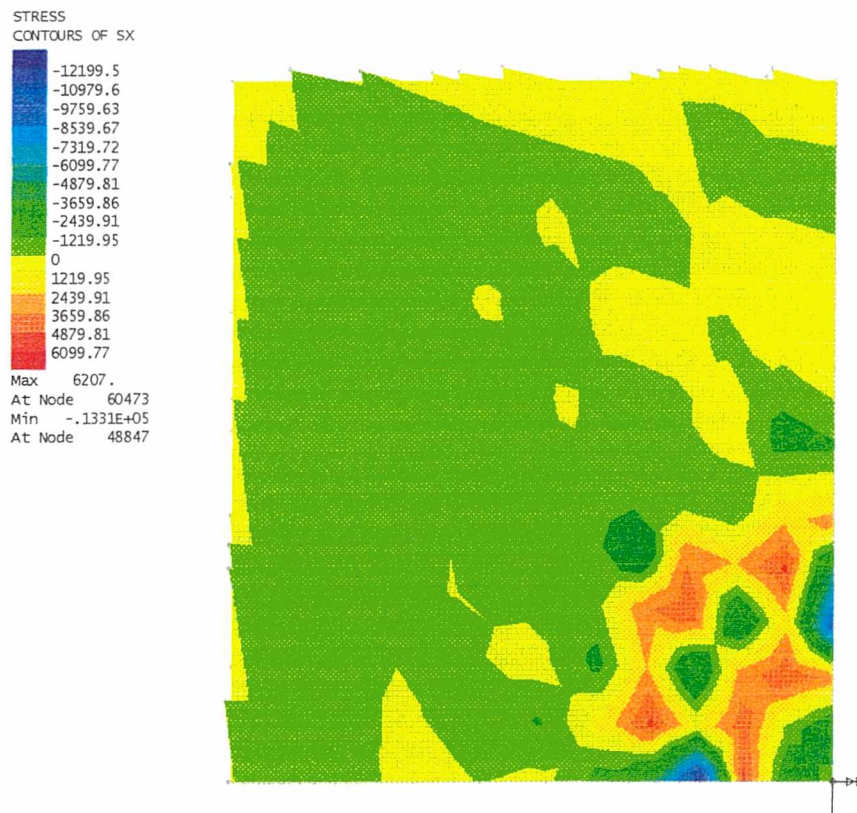
Rys. 6.40. Przemieszczenia pionowe DY [mm] (w rzucie poziomym)



Rys. 6.41. Przemieszczenia poziome DX [mm] (w rzucie poziomym)



Rys. 6.42. Naprężenia pionowe SY (w rzucie poziomym)



Rys. 6.43. Naprężenia poziome SX (w rzucie poziomym)

7. WNIOSKI

Przedstawione w pracy analizy doświadczalne i teoretyczne przeprowadzone dla stali konstrukcyjnych stosowanych w budownictwie wykazały, że:

- Wytężenie stalowych elementów konstrukcyjnych ma znaczący wpływ na wyniki dokonywanych na nich pomiarów twardości;
- Dla wytężenia naprężeniami normalnymi otrzymujemy zaniżenie twardości w przypadku elementów rozciąganych oraz zawyżenie w przypadku elementów ściskanych. Pod względem ilościowym wpływ ten na relację HB_0/HB dla poszczególnych stali niestopowych wynosi: dla St3S - 3%, St3SY - 3,6%, St3SX - 4%, dla wszystkich razem - 3,5% na każde 100 MPa wytężenia. Dla stali niskostopowych 18G2A wpływ ten wynosi 2,6% na każde 100 MPa, a dla stali ulepszonych cieplnie o podwyższonej wytrzymałości 14HNMBCu - 2% - na 100 MPa;
- Dla wytężenia naprężeniami ścinającymi otrzymujemy zaniżenie twardości. Pod względem ilościowym wpływ na relację HB_0/HB dla poszczególnych stali niestopowych wynosi: dla St3S - 3,7%, St3SY - 4,2%, St3SX - 5,6%, a dla wszystkich razem - 4,5% na każde 10 MPa wytężenia. Dla stali niskostopowych 18G2A wpływ ten wynosi 2,5% na każde 10 MPa, a dla stali ulepszonych cieplnie o podwyższonej wytrzymałości 14HNMBCu - 2,2% - na 10 MPa;
- Dla wytężenia naprężeniami ścinającymi i normalnymi (rozciągającymi), występującymi razem (naprężenia zastępcze σ_{zast}), otrzymujemy jeszcze większe zaniżenie twardości. Pod względem ilościowym wpływ na relację HB_0/HB dla poszczególnych stali niestopowych wynosi: dla St3S - 7,9%, St3SY - 10,0%, St3SX - 13,7%, a dla wszystkich razem - 10,5% na każde 50 MPa wytężenia. Dla stali niskostopowych 18G2A wpływ ten wynosi 6,2%, a dla stali ulepszonych cieplnie o podwyższonej wytrzymałości 14HNMBCu - 4,6% - na 50 MPa;
- Wpływ wytężenia we wszystkich przypadkach zmniejsza się wraz ze wzrostem wytrzymałości stali;
- Relacje między wytrzymałością a twardością są funkcją stanu wytężenia w badanym elemencie. W pracy uogólniono tę zależność dla poszczególnych gatunków stali w postaci przedstawionych równań liniowych $R_i/(9,8HB) = f_{ri}(\sigma, \tau, \sigma_{zast})$ wraz ze współczynnikami korelacji, oraz w postaci funkcji opisujących powierzchnie regresji: $R_i = b_i HB + c_i X_i$; gdzie X_i - oznacza odpowiadający stan wytężenia;

- Grubość badanych elementów konstrukcyjnych nie ma w zasadzie wpływu na relację między wytrzymałością na rozciąganie a twardością jako funkcji wyężenia $R_m / (9,8HB)$ w funkcji wyężenia $(\sigma, \tau, \sigma_{zast})$, ani na relację HB_0 / HB w funkcji wyężenia $(\sigma, \tau, \sigma_{zast})$ dla wszystkich rozpatrywanych gatunków stal;
- Grubość badanych elementów konstrukcyjnych ma natomiast wpływ tylko w przypadku zależności $R_e / (9,8HB) = f_{re}(\sigma)$, i wyłącznie dla stali niestopowych dla grubości rozpatrywanych w ramach badań, a szczególnie w obrębie grubości 8 - 12mm – około 7%. Co potwierdza fakt zmienności granicy plastyczności wraz z zmianą grubości ujęty w odpowiednich normach. Dla pozostałych gatunków stali wpływ ten jest pomijalnie mały;
- Relacja między HB_0 a R_e w stalach ulepszonych cieplnie nie odpowiada przyjmowanym w odpowiednich normatywach współczynnikom, wynosi ona około 0,28 - 0,31;
- W przypadku stali niestopowych na właściwości wytrzymałościowe wpływają następujące pierwiastki: węgiel, mangan, krzem, fosfor, nikiel, miedź. Dla stali niskostopowych na parametry wytrzymałościowe wpływają: węgiel, mangan, chrom, nikiel, krzem. Wpływ poszczególnych pierwiastków stopowych na parametry wytrzymałościowe został określony za pomocą odpowiednich równań i ujęty stosownymi równoważnikami chemicznymi;
- Zagadnienia kontaktowe (pomiar twardości metodą Brinella) wymagają analiz numerycznych, przy wykorzystaniu metody elementów skończonych, przy bardzo zagęszczonej siatce podziału na elementy skończone w miejscu kontaktu. Dla zamodelowanego zadania z kulką otrzymano zbieżne wyniki z analizami doświadczalnymi, przy tych samych parametrach wytrzymałościowych;
- Przy wciskaniu walca w półprzestrzeń sprężysto-plastyczną przy różnych wyężeniach naprężeniami normalnymi (ściskanie lub rozciąganie) powstają różne szerokości powierzchni odcisku i różne położenie linii kontaktu. Dla naprężeń ściskających powstają mniejsze odciski, a dla naprężeń rozciągających większe. Na każde 100 MPa około 4 - 5% zmiany wielkości odcisku, przy założeniu materiału jak dla stali niestopowych. Następuje różny rozkład naprężeń pod walcem;

8. LITERATURA

- [1] AUGUSTYN J., ŁAGUNA J., Racjonalne stosowanie stali, Arkady, Warszawa, 1982.
- [2] BHATTACHARYA A. K., NIX W. D., Finite element analysis of cone indentation, Int. J. Solids Structures, Vol.27, No.8, 1991.
- [3] BIDERMAN W., MARTIANOWA G., Razčioty elementow konstrukcji na pročnost žestkost, Razčioty na pročnost, Maszinostojenie, Moskwa, 1977.
- [4] BIEGUS A., Podstawy probabilistycznej analizy bezpieczeństwa konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1996.
- [5] BIEGUS A., Probabilistyczna analiza konstrukcji stalowych, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa - Wrocław, 1999.
- [6] BIELAJEW N. M., Soprotiwlenije materialow, Gostechizdat, Moskwa, 1950.
- [7] BIEZUCHOW N.I., Teoria sprężystości i plastyczności, PWN, Warszawa, 1957.
- [8] BITTENCOURT E., CREUS G., Finite element analysis of three-dimensional contact in large deformation problems, Computers and Structures, No 69, 1998.
- [9] BIUCZER D., GROZIER D., ENRIETTO F., Procznost i wiazkost goriaczekatannych fierrito-perlitnych stalej, Razruszenije, T.6, Metalurgija, Moskwa, 1976.
- [10] BŁĄŻEWSKI S., MIKOSZEWSKI J., Pomiar y twardości metali, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1981.
- [11] BOBROWSKI D., Probabilistyka w zastosowaniach technicznych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1980.
- [12] CHALMERS B., Mechanical properties and their dependence on structure, Progress in Metal Physics, Pergamon Press LTD, London, 1954.
- [13] CZYRSKI W., Stale konstrukcyjne trudnordzewiejące, Wydawnictwo Akcydensowe, Warszawa, 1988.
- [14] DĄBROWSKI A., GNOT S., MICHALSKI A., SRZEDNICKA J., Statystyka, 15 godzin z pakietem Statgraphics, Wyd. II, Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Wrocław, 1994.
- [15] DOBRZAŃSKI L.A., Metaloznawstwo z podstawami nauki o materiałach, Wyd. III, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1996.
- [16] DROŹDŹ T., ŚLIWKA W., Określenie granicy zmęczenia wybranych złącz spawanych ze stali 18G2AV i 14HNMBCu, Konstrukcje Metalowe, Nr 4/73.
- [17] DROŹDŹ T., ŚLIWKA W., Próba oceny przydatności stali 18G2AV i 14HNMBCu na spawane konstrukcje budowlane, Konstrukcje Metalowe, Nr 1/74.
- [18] GABRYSZEWSKI Z., Teoria sprężystości i plastyczności, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1987.
- [19] GIANNAKOPOULOS A. E., LARSON P. L., VESTERGAARD R., Analysis of Vickers indentation, Int. J. Solids Structures, Vol.31, No.19, 1994.
- [20] GOSOWSKI B., DUDKIEWICZ J., Hardness of longitudinally-loaded steel elements and it relationship to strength, Archives of Civil Engineering, No 1/1997.

- [21] GOSOWSKI B., KOWALISZYN S., GRZYBKOWSKI K. Wpływ wyężenia elementów stalowych na wyniki pomiarów twardości, XXXVII Konferencja Naukowa, KILiW PAN i KN PZITB, Krynica, 1991.
- [22] GOSOWSKI B., KUBICA E., RYKALUK K., Metalowe konstrukcje budowlane. Ćwiczenia laboratoryjne, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1980.
- [23] GULAJEW A.P., Wprowadzenie do metaloznawstwa, Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice, 1957.
- [24] HAIMANN R., Metaloznawstwo, Wyd. II, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1980.
- [25] HARR M. E., Reliability-based design in civil engineering, Mc Graw-Hill, Inc., New York, 1987.
- [26] HILLS D. A., SACKFIELD A., Yield and shakedown states in the contact of generally curved bodies, Journal of Strain Analysis, vol. 19, no 1/1984.
- [27] HUBER M.T. , Pisma T. II, PWN, Warszawa 1956.
- [28] JAFFAR M. J., Elastic strips in sliding contact, Journal of Strain Analysis, vol. 26, no 3/1991.
- [29] JAWORSKI A., BIJAK-ŻOCHOWSKI M., ZAGRAJEK T., Podstawy mechaniki ciała stałego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1999.
- [30] KĄCKI E., Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1995.
- [31] KIKUCHI N., SKALSKI K., An elasto-plastic rigid punch problem using variational inequalities, Archiwum Mechaniki Stosowanej, vol. 33, issue 6, Warszawa, 1981.
- [32] KLONECKI W., Statystyka dla inżynierów, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa- Wrocław, 1999.
- [33] LANDBERGER A., ZAFRANY A., Boundary element analysis of elastic contact problems using gap finite elements, Computers and Structures, vol. 71, 1999.
- [34] LEHMAN H., Werkstoffprüfung. Band I. Metalle, Fachbuchverlag, Leipzig, 1959.
- [35] LUSAS, FINITE ELEMENT SYSTEM, Theory manual, FEA Ltd, Surrey, 1998.
- [36] ŁAGUNA J., SIERAMSKA A., Niektóre korzyści zastosowania stali o podwyższonej wytrzymałości w budowlanych konstrukcjach stalowych, Część I i Część II, Konstrukcje Metalowe, Nr 4/73 i Nr 1/74.
- [37] ŁAGUNA J., SIERAMSKA A., Projekt wytycznych projektowania konstrukcji ze stali o podwyższonej wytrzymałości, Konstrukcje Metalowe, Nr 2/74.
- [38] MACHOWSKI A., Experimental evaluation of random function of hardness for structural steel, Mechanika Stosowana, vol. XXVII rok 1979.
- [39] MACHOWSKI A., SYGUŁA S., Zastosowanie przenośnego twardościomierza Rockwella do oceny średnich cech wytrzymałościowych prętów stalowych, Inżynieria i Budownictwo, Nr 11/1978.
- [40] MAKUSZIN W.M., SAWIELIEW H.G., Naprężenia w detalach w miejscach kontakta, Pročnost. Ustojčivost. Kolebanija, Spravočnik, Tom 2, Maszynostrojenije, Moskva, 1968.
- [41] MAKUSZIN W.M., SAWIELIEW H.G., Teorija kontaktnych deformacji, Pročnost. Ustojčivost. Kolebanija, Spravočnik, tom 2, Maszynostrojenije, Moskva, 1968.

- [42] MARKOWIEC M., P., *Opređenje mehaničkih svojstv metallov po tvrđosti*, Maszinostrojenje, Moskva, 1979.
- [43] MILOV V.A., *Ustrojstva dla kontrolja proćnosti*, Maszinostrojenje, Moskva, 1976.
- [44] MING XIE , ADAMS D. F., *Contact finite element modeling of the short beams for composite materials*, Computers and Structures, vol.57, No. 2, 1995.
- [45] MURZEWSKI J, SOWA A., MACHOWSKI A., *Ocena wytrzymałoci stali na podstawie badań twardoci*, XXII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1976.
- [46] MURZEWSKI J., *Niezawodnoć konstrukcji inżynierskich*, Arkady, Warszawa, 1989.
- [47] MURZEWSKI J., *Podstawy oceny wytrzymałoci stali dla potrzeb projektowania i kontroli konstrukcji*, Materiały seminaryjne, Katowice, 1979.
- [48] NOWACKI W., *Teoria sprężystoci*, PWN, Warszawa, 1970.
- [49] RUDNIK S., *Metaloznawstwo*, PWN, Warszawa, 1986.
- [50] RYKALUK K., *Pęknięcia w konstrukcjach stalowych*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 1999.
- [51] STATGRAPHICS PLUS., *Podręcznik użytkownika*, Manugictics Inc., ABB Poland, Ltd. Kraków, 1996.
- [52] STATGRAPHICS., *Version 5*, STSC Inc., Maryland 1991.
- [53] STEFANOWICZ J., KONIECZNY Z., RATAJCZAK A., ŻURASZEK Z., *Omówienie zasady i założeń nieniszczącej metody WIT, w której wykorzystano tłumienie fali ultradźwiękowej*, Przegląd Mechaniczny, Zeszyt 6/85.
- [54] SZUBRYT M., *Stale ulepszone cieplnie w świetle nowych norm europejskich*, Konstrukcje Stalowe, Nr 2(31) luty 1999.
- [55] TABOR D., *The hardness of metals*, Clarendon Press, Oxford, 1951.
- [56] TIMOSHENKO S.P., GOODIER J.N., *Teoria sprężystoci*, wyd. II, Arkady, Warszawa, 1962.
- [57] WŁODARCZYK W., *Badania przydatności wybranych gatunków stali trudno rdzewiejących na konstrukcje budowlane*, Konstrukcje stalowe, Nr 7/95.
- [58] WŁODARCZYK W., *Badania statystyczne cech wytrzymałociowych stali trudno rdzewiejących*, Inżynieria i Budownictwo, Nr 7/81.
- [59] WŁODARCZYK W., IDZIKOWSKI J., SAWCZUK F., *Oszacowanie wytrzymałoci obliczeniowych stali nie ujętych w PN-80/B-03200*. Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XXXII, zeszyt 3/1986.
- [60] WŁODARCZYK W., IDZIKOWSKI J., SAWCZUK F., *Statystyczna ocena cech mechanicznych i wytrzymałoci obliczeniowych krajowych stali trudno rdzewiejących*, Inżynieria i Budownictwo, Nr 3/94.
- [61] WOLFRAM S., *Mathematica. A system for Doing Mathematics by Computer*, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
- [62] ZAKRZEWSKI M., KATARZYŃSKI S., KOCANDA S., *Badania własności mechanicznych metali*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1967.
- [63] ZIELIŃSKI R., *Tablice statystyczne*, PWN, Warszawa, 1972.
- [64] ZIENKIEWICZ O.C., *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa, 1972.

NORMY I PRZEPISY

- [65] BN-84/0642-5, Blachy grube ulepszone cieplnie.
- [66] DIN 50150/1976 - Prüfung von Stahlguss. Umwertungstabelle für Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte und Zugfestigkeit.
- [67] EC3, Eurocode no.3, Design of Steel Structures, Part I - General Rules and Rules for Buildings, Commission of the European Communities, Volume 1, Chapter 1 to 9, November 1990.
- [68] EN 10137-2, Stale ulepszone cieplnie.
- [69] ISO 4964:1984. Steel - Hardness conversions.
- [70] ISO/TR 10108: 1989. Steel - Conversion of hardness values to tensile strength values.
- [71] PN-71/H-86020. Stale stopowe odporne na korozje.
- [72] PN-83/H-84017. Stal niskostopowa konstrukcyjna trudno rdzewiejąca. Gatunki.
- [73] PN-86/H-84018. Stal niskostopowa o podwyższonej wytrzymałości. Gatunki.
- [74] PN-88/H-84020. Stal niestopowa konstrukcyjna ogólnego przeznaczenia.
- [75] PN-89/H-84023/07. Stal na rury. Gatunki.
- [76] PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [77] PN-91/H-01010/03. Podział gatunków stali.
- [78] PN-91/H-04350. Pomiar twardości metali sposobem Brinella.
- [79] PN-91/H-04355. Pomiar twardości metali sposobem Rockwella.
- [80] PN-91/H-04360. Pomiar twardości metali sposobem Vickersa.
- [81] PN-93/H-04357. Tablice porównawcze twardości określonej sposobem Vickersa, Brinella i Rockwella, Shore'a i wytrzymałości na rozciąganie.
- [82] PN-EN 10002-1+AC1, 1998. Metale. Próba rozciągania. Metoda badania w temperaturze otoczenia
- [83] ZN-HCz-B/02. Blachy grube ulepszone cieplnie kategorii E690. Blachy w gatunku HCP E690.



SPIS TREŚCI

1. UWAGI WSTĘPNE.....	3
1.1. Geneza tematu	3
1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy.....	4
1.3. Ważniejsze oznaczenia	5
2. AKTUALNY STAN WIEDZY.....	7
2.1. Pomiary twardości metali	7
2.1.1. Definicja i metody pomiaru twardości	7
2.1.2. Sposób Brinella	8
2.1.3. Inne metody pomiaru twardości metali	12
2.1.4. Sposoby sklerometryczne	13
2.1.5. Nieniszcząca metoda wyznaczania wartości wskaźników mechanicznych	15
2.2. Statyczna próba rozciągania	15
2.2.1. Opis próby rozciągania	15
2.2.2. Losowa nośność pręta rozciąganego	16
2.3. Stale budowlane	17
2.3.1. Ogólna klasyfikacja stali.....	17
2.3.2. Stale niestopowe.....	18
2.3.3. Stale konstrukcyjne stopowe	19
2.3.4. Stale stopowe odporne na korozję	21
2.3.5. Stale konstrukcyjne o podwyższonej wytrzymałości, ulepszone cieplnie.....	21
2.3.6. Wpływ składu chemicznego na właściwości mechaniczne i strukturę stali	23
2.4. Relacja między twardością a wytrzymałością stali.....	27
2.4.1. Dotychczasowe badania zależności wytrzymałości i twardości stali	27
2.4.2. Wpływ wyężenia elementów stalowych na relację między twardością i wytrzymałością stali	29
2.5. Zagadnienie kontaktowe charakterystyczne dla pomiaru twardości Brinella	30
2.5.1. Rozwiązania teoretyczne zagadnienia kontaktowego	30
2.5.2. Zastosowanie MES do rozwiązywania zagadnienia kontaktowego	37
3. TEZY PRACY	47
4. BADANIA WSTĘPNE.....	47
4.1. Cel i zakres badań wstępnych.....	47
4.2. Analizy statystyczne istniejących badań.....	48
4.3. Badania metodą EQUO.....	50
4.4. Wybór twardościomierza do badań	52
5. BADANIA DOŚWIADCZALNE.....	53
5.1. Program, stanowiska i przebieg badań.....	53
5.1.1. Program i próbki do badań.....	53
5.1.2. Aparatura badawcza	54
5.1.3. Stanowiska badawcze i przebieg badań.....	55
5.2. Wyniki badań doświadczalnych	65
5.3. Obróbki statystyczne wyników badań	67
5.3.1. Opis analiz statystycznych.....	67
5.3.2. Zależność twardości HB od wyężenia naprężeniami normalnymi.....	71
5.3.3. Uogólnienia zależności między wytrzymałością R_t a twardością HB	86
5.3.4. Wpływ grubości wyężonego elementu na HB_0/HB raz relację między R_t a HB	103
5.3.5. Zależność twardości HB od wyężenia naprężeniami ścinającymi.....	114
5.3.6. Zależność twardości HB od łącznego wyężenia naprężeniami ścinającymi i rozciągającymi.....	125
5.3.7. Wpływ składu chemicznego na parametry wytrzymałościowe stali.....	135

