

Magdalena Kwaśniewska, Zbigniew Michna

BADANIE PEWNEGO ESTYMATORA PRAWDOPODOBIENSTWA RUINY

We współczesnym świecie często spotykamy się z oceną statystyczną różnych zjawisk. Za pomocą narzędzi statystyki staramy się opisać, zrozumieć i przewidywać zjawiska, np. w polityce, ekonomii, naukach przyrodniczych, a nawet humanistycznych.

Jednym z takich zjawisk jest bankructwo firmy ubezpieczeniowej. Pracujący w niej aktuariusze starają się oszacować szanse „przeżycia” firmy. Planując wysokość składek, ale także inwestycji i reasekuracji, muszą brać pod uwagę, jak ich zmiany wpłyną na prawdopodobieństwo ruiny firmy lub danego ubezpieczenia. Analiza i aproksymacja prawdopodobieństwa ruiny jest głównym zadaniem teorii ryzyka ubezpieczeniowego. Ryzyko ubezpieczyciela, określane jako prawdopodobieństwo ruiny, powinno podlegać badaniu i ocenie ze względu na dobro ubezpieczających, ubezpieczonych i rynku ubezpieczeń. Teoretyczne badania pokazują, że tylko w niektórych szczególnych modelach można analitycznie wyznaczyć prawdopodobieństwo ruiny, dlatego symulacje komputerowe mają tutaj duże znaczenie. Ponadto zwykła metoda Monte Carlo nie daje dobrych wyników. Dzieje się tak z dwóch powodów. Po pierwsze, ruina jest tzw. zdarzeniem rzadkim, tzn. takim, którego prawdopodobieństwo jest rzędu 10^{-3} lub mniejsze. Po drugie, nie ma możliwości empirycznego sprawdzenia, czy jakieś zdarzenie nigdy nie zajdzie. Możemy co najwyżej sprawdzać, czy nie nastąpi ono w skończonym czasie. Dla dużej dokładności musielibyśmy brać bardzo długie odcinki czasu, co oczywiście spowalnia pracę komputera, wymaga większej pamięci operacyjnej i zawsze będzie prawdopodobieństwem ruiny na skończonym horyzoncie czasu. Dlatego w przypadku estymacji prawdopodobieństwa ruiny na nieskończonym horyzoncie czasowym stosuje się metodę zamiany miary (istotnościowe próbkowanie), eliminującą problem nieskończoności horyzontu czasu, i redukuje błąd obliczeń (por. np. [Kwaśniewska 2002; Rolski, Schmidli, Schmidt, Teugels 1999]).

Z podobnym problemem spotykamy się także w dziedzinach takich, jak teoria modeli fluidowych (por. np. Norros 1997; Dębicki, Michna, Rolski 2003]), mającej zastosowanie w nowoczesnych sieciach telekomunikacyjnych (prawdopodobieństwo przepełnienia bufora).

W większości modeli zakłada się, że szkody są niezależne. Najbardziej znanym jest model Craméra-Lundberga, w którym przyjmuje się, że kapitał firmy ubezpieczeniowej w chwili t można opisać wzorem:

$$R(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i,$$

gdzie $\mu > 0$ jest kapitałem początkowym firmy, $c > 0$ wielkością składki przypadającą na jednostkę czasu, $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych opisujących kolejne wypłacane odszkodowania, a $\{N(t)\}_{t \geq 0}$ jest liczbą wypłaconych odszkodowań do chwili t (najczęściej przyjmuje się, że jest to proces Poissona).

Jednak w wielu przypadkach można zauważyć pewną zależność między wielkościami wypłacanych odszkodowań. W niniejszej pracy będziemy estymować prawdopodobieństwo ruiny w modelu dobrych i złych okresów [Michna 2002], a także prawdopodobieństwo przepełnienia bufora w pewnych modelach fluidowych (por. [Norros 1997]). W modelach tych tzw. ułamkowy ruch Browna z dryfem dobrze przybliża i opisuje dane zjawiska. Rozpatrzmy zatem następujący proces:

$$R(t) = u + ct - B_H(t),$$

gdzie $\mu > 0$, $c > 0$, a B_H jest ułamkowym ruchem Browna. Ułamkowy ruch Browna jest procesem gaussowskim, H -samopodobnym o stacjonarnych przyrostach (por. [Michna 2002]). Parametr Hursta $H \in (0, 1)$ określa zależność między jego przyrostami. Dla $H = \frac{1}{2}$ jest to standardowy ruch Browna (o przyrostach niezależnych). Proces R przy pewnych założeniach przybliża proces ryzyka w modelu dobrych i złych okresów [Michna 2002]).

Bez straty ogólności można przyjąć, że $c = 1$.

Niech

$$T(u) = \inf\{t > 0: R(t) < 0\}.$$

Tak zdefiniowana zmienna losowa nazywana jest czasem ruiny dla procesu R , tzn. T jest chwilą, w której kapitał firmy spadnie poniżej zera. Naszym zadaniem będzie obliczenie prawdopodobieństwa ruiny $P(T < \infty)$ (w teorii modeli fluidowych – prawdopodobieństwa przepełnienia bufora). Ponieważ nie ma analityczne-

go wzoru, z którego wprost można wyznaczyć tę wielkość, zastosujemy symulacje komputerowe oparte na metodzie zamiany miary.

Wiemy, że ruina firmy, której wielkość kapitału w chwili t opisywana jest przez proces $\{R(t)\}_{t \geq 0}$, jest zdarzeniem rzadkim. Dlatego zastosujemy metodę istotnościowego próbkowania. Przyjmijmy następujące oznaczenie:

$$\sigma_a(u) = \inf\{t > 0: u - at - B_H(t) < 0\}.$$

Wtedy oczywiście $T(u) = \sigma_{-c}(u)$. Dla $a > 0$ $P(\sigma_a(u) < \infty) = 1$.

Można pokazać [Michna 1999], że:

dla dowolnych $a > 0$ i $\frac{1}{2} < H < 1$

$$P(T < \infty) = E \exp\left\{-(1+a)M(\sigma_a) - \frac{1}{2}c_2^2(1+a)^2\sigma_a^{2-2H}\right\}, \quad (1)$$

gdzie: $M(t) = c_1 \int_0^t [(t-s)s]^{\frac{1}{2}-H} dB_H(s)$,

$$c_1^{-1} = H(2H-1)B\left(\frac{3}{2}-H, H-\frac{1}{2}\right) \text{ i } B \text{ oznacza funkcję beta.}$$

Początkowo badano estymator dla $\frac{1}{2} < H < 1$. Potem zauważono, że można go rozszerzyć na $0 < H < 1$. Jednak estymator prawdopodobieństwa ruiny w pracy V.I. Piterbarga i T.A. Romanovej [2002] jest błędny. Ponieważ stała c_1 nie była określona dla $0 < H \leq \frac{1}{2}$, określa się ją innym wzorem, zachowując zgodność wartości dla $\frac{1}{2} < H < 1$. Można pokazać, że $c_1^{-1} = 2H\Gamma\left(\frac{3}{2}-H\right)\Gamma\left(H+\frac{1}{2}\right)$.

Proces M , zdefiniowany jak wcześniej, ma następujące własności:

- M jest procesem gaussowskim o niezależnych przyrostach,
- $EM(t) = 0$, $EM^2(t) = c_2^2 t^{2-2H}$, gdzie $c_2^2 = \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}-H\right)}{4H(H-1)\Gamma(2-2H)\Gamma\left(H+\frac{1}{2}\right)}$,
- dla dowolnych $0 < s < t$ $EM(s)B_H(t) = s$ a więc $\text{corr}(B_H(t), M(t)) = \frac{1}{c_2}$.

Wzór (1) jest prawdziwy dla $H \in (0, 1)$. Ponadto wykorzystanie powyższych własności pozwala wyeliminować z niego M , które jest zdefiniowane za pomocą całki. Można pokazać, że $E[M(t)|B_H(t)] = t^{1-2H}B_H(t)$ oraz $\text{Var}[M(t)|B_H(t)] = (c_2^2 - 1)t^{2-2H}$ [Norros 1997].

Ponieważ wiemy, że $M(t)|B_H(t)$ jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z parametrami podanymi powyżej, możemy policzyć $E\{\exp\{-M(t)|B_H(t)\}\}$.

Niech $X \sim N(m, s^2)$. Wtedy

$$E \exp\{-X\} = \exp\left\{\frac{1}{2}s^2 - m\right\}.$$

Stąd

$$E\left[\exp\{-M(t)\}|B_H(t)\right] = \exp\left\{\frac{1}{2}(c_2^2 - 1)t^{2-2H} - B_H(t)t^{1-2H}\right\}.$$

W pracy V.I. Piterbarga i T.A. Romanovej w tym miejscu został popełniony błąd.

Do wyznaczenia estymatora prawdopodobieństwa ruiny wykorzystamy jeszcze następującą równość

$$B_H(\sigma_a(u)) = u - a\sigma_a(u),$$

oraz pewne własności warunkowej wartości oczekiwanej

$$EX = E[E[X|Y]] \text{ i } E[XF(Y)|Y] = E[X|Y]F(Y).$$

Zatem:

$$\begin{aligned} P(T < \infty) &= E \exp\left\{-(1+a)M(\sigma_a) - \frac{1}{2}c_2^2(1+a)^2\sigma_a^{2-2H}\right\} = \\ &= E\left[E\left[\exp\left\{-(1+a)M(\sigma_a) - \frac{1}{2}c_2^2(1+a)^2\sigma_a^{2-2H}\right\}|B_H(\sigma)\right]\right] = \\ &= E\left[E\left[\exp\left\{-(1+a)M(\sigma_a)|B_H(\sigma_a)\right\}\exp\left\{-\frac{1}{2}c_2^2(1+a)^2\sigma_a^{2-2H}\right\}\right]\right] = \\ &= E\left[\exp\left\{\frac{1}{2}(1+a)^2(c_2^2 - 1)\sigma_a^{2-2H} - (1+a)\sigma_a^{1-2H}(\mu - a\sigma_a)\right\}\right] = \\ &= \exp\left\{-\frac{1}{2}c_2^2(1+a)^2\sigma_a^{2-2H}\right\} = \\ &= E \exp\left\{\frac{1}{2}(a^2 - 1)\sigma_a^{2-2H} - (a+1)\sigma_a^{1-2H}u\right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Dalej zajmiemy się analizą następującego estymatora:

$$\exp\left\{\frac{1}{2}(a^2 - 1)\sigma_a^{2-2H} - (a+1)\sigma_a^{1-2H}u\right\}.$$

Dla symulacji istotny jest zwłaszcza drugi moment estymatora. Im mniejsza jest wariancja, tym lepszy jest estymator. Ważne jest więc, żeby wariancja była

skończona. Im większe jest a , tym szybciej proces $\{u - at - B_H(t)\}_{t \geq 0}$ schodzi poniżej zera, a to oznacza krótszy czas obliczeń, ale większą wariancję.

Rozważmy teraz funkcję

$$F(\sigma) = \exp\left\{\frac{1}{2}(a^2 - 1)\sigma^{2-2H} - (a+1)\sigma^{1-2H}u\right\}, \sigma > 0.$$

Łatwo pokazać, że funkcja ta jest ograniczona dla $a \leq 1$, a wtedy wszystkie momenty zmiennej losowej $F(\sigma_a)$ są skończone (co oczywiście nie znaczy, że dla $a > 1$ są nieskończone). Dlatego w dalszych obliczeniach najczęściej będziemy stosowali $a = 1$. Zauważmy, że dla $H = \frac{1}{2}$ i $a = 1$ otrzymujemy dokładny wzór na prawdopodobieństwo ruiny dla ruchu Browna:

$$P(T < \infty) = \exp\{-2\mu\}. \quad (3)$$

Na podstawie wzoru (2) zostaną przeprowadzone symulacje komputerowe w programie MATLAB. Oznaczenia:

- M – liczba trajektorii,
- N – długość trajektorii,
- e – krok próbkowania trajektorii,
- Pr – prawdopodobieństwo ruiny,
- Var – wariancja estymatora ruiny.

Etapy symulacji prawdopodobieństwa ruiny:

1. Generujemy M trajektorii ułamkowego ruchu Browna (opis metody [Davies, Harte 1997]). Do trajektorii dodajemy liniowy dryf i otrzymujemy $u^i - at - B_H^i(t)$ dla $i = 1, 2, \dots, M$ oraz $t = 1, 2, \dots, N$. Długość trajektorii trzeba tak dobrać, żeby każda doszła do poziomu 0 (zachodzi to z prawdopodobieństwem 1).

2. Dla każdej trajektorii wyznaczamy czas przejścia przez 0, czyli σ_a^i , $i = 1, 2, \dots, M$.

3. Obliczamy $F(\sigma_a^i)$, $i = 1, 2, \dots, M$.

4. Wartość estymatora otrzymujemy jako średnią arytmetyczną $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M F(\sigma_a^i)$,

a jego wariancję próbkową wyliczamy jako $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M F^2(\sigma_a^i) - \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M F(\sigma_a^i) \right)^2$.

Na początku przedstawimy porównanie wyników uzyskanych za pomocą dwóch estymatorów, pierwszego – określonego wzorem (1) i drugiego – określonego wzorem (2).

Tabela 1. Porównanie estymatorów dla $u = 10$, $a = 0,9$, $M = 10\,000$, $c = 0,01$.

H	Metoda 1		Metoda 2	
	Pr	Var	Pr	Var
0,6	$3,1378 \cdot 10^{-6}$	$5,7248 \cdot 10^{-12}$	$4,7518 \cdot 10^{-6}$	$1,1042 \cdot 10^{-11}$
0,7	$5,4341 \cdot 10^{-4}$	$7,1375 \cdot 10^{-7}$	$9,2216 \cdot 10^{-4}$	$1,6606 \cdot 10^{-6}$
0,8	$1,4500 \cdot 10^{-2}$	$5,6571 \cdot 10^{-4}$	$2,3121 \cdot 10^{-2}$	$1,2950 \cdot 10^{-3}$

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać (tab. 1), różnice w wynikach są dość istotne, choć rząd jest ten sam. Jest to prawdopodobnie spowodowane numerycznym obliczaniem całki w pierwszym estymatorze.

Zbadajmy dokładniej estymator określony wzorem (2). Ponieważ dla $H = \frac{1}{2}$ i $a = 1$ otrzymujemy wzór analityczny na prawdopodobieństwo ruiny, możemy porównać z nim wyniki otrzymane przy innym parametrze a .

Można zauważyć (tab. 2), że wyniki uzyskane za pomocą symulacji niewiele różnią się od tych uzyskanych na podstawie wzoru (3).

Tabela wyników (tab. 3) pokazuje, że zmiana parametru a przy ustalonych innych parametrach ma pewien wpływ na wynik. Jeśli chodzi o czas obliczeń, to oczywiście im większe jest a , tym czas jest krótszy. Jednak wzrost tego parametru powoduje zwiększanie się wariancji estymatora. Jak już pisaliśmy, wiemy na pewno, że dla $a \leq 1$ wariancja jest skończona. Nie wiemy, jak jest dla pozostałych wartości. W tym przykładzie widoczna jest duża różnica wartości estymatora między wynikami dla $a = 1,5$ oraz dla $a = 2$ i pozostałymi, a także znaczny wzrost wariancji.

Zobaczmy teraz, jak zmienia się wariancja w zależności od wzrostu liczby trajektorii dla kilku wartości a (tab. 4).

Dla $a = 1$ wariancja estymatora zachowuje się dosyć stabilnie, trochę mniej – dla $a = 1,1$, w pozostałych przypadkach widoczny jest pewien wzrost wariancji.

Drugim parametrem wpływającym na dokładność obliczeń jest krok próbkowania e (tab. 5), oczywiście im mniejszy, tym lepiej.

Tabela 2. Porównanie wyników dla $H = 0,5$ dla różnych a przy $u = 10$, $M = 10\,000$ i $e = 0,01$.

a	Pr	Var
1,00	$2,0611 \cdot 10^{-9}$	0
0,99	$2,0591 \cdot 10^{-9}$	$4,2303 \cdot 10^{-21}$
0,90	$2,0581 \cdot 10^{-9}$	$4,0711 \cdot 10^{-19}$

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Zależność wartości estymatora od parametru a przy $H = 0,6$, $u = 5$, $M = 10\,000$, $e = 0,1$.

a	Pr	Var
0,7	$8,0071 \cdot 10^{-4}$	$2,7322 \cdot 10^{-8}$
0,8	$8,2381 \cdot 10^{-4}$	$5,4965 \cdot 10^{-8}$
0,9	$8,4206 \cdot 10^{-4}$	$1,6826 \cdot 10^{-7}$
0,99	$8,7185 \cdot 10^{-4}$	$4,1707 \cdot 10^{-7}$
1,0	$8,6536 \cdot 10^{-4}$	$4,5532 \cdot 10^{-7}$
1,1	$8,8891 \cdot 10^{-4}$	$1,1188 \cdot 10^{-6}$
1,5	$9,1507 \cdot 10^{-4}$	$1,9190 \cdot 10^{-5}$
2,0	$4,2279 \cdot 10^{-3}$	$1,0055 \cdot 10^{-1}$

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Zależność wariancji estymatora od liczby trajektorii ($H = 0,6, u = 10, e = 0,01$)

M	$a = 1$		$a = 1,1$		$a = 1,5$		$a = 2$	
	Pr	Var	Pr	Var	Pr	Var	Pr	Var
5 000	$4,77 \cdot 10^{-6}$	$2,81 \cdot 10^{-11}$	$4,76 \cdot 10^{-6}$	$6,16 \cdot 10^{-11}$	$4,49 \cdot 10^{-6}$	$1,68 \cdot 10^{-9}$	$2,78 \cdot 10^{-6}$	$1,90 \cdot 10^{-9}$
10 000	$4,83 \cdot 10^{-6}$	$2,97 \cdot 10^{-11}$	$4,81 \cdot 10^{-6}$	$6,32 \cdot 10^{-11}$	$4,29 \cdot 10^{-6}$	$1,16 \cdot 10^{-9}$	$3,49 \cdot 10^{-6}$	$9,70 \cdot 10^{-9}$
15 000	$4,83 \cdot 10^{-6}$	$3,09 \cdot 10^{-11}$	$4,88 \cdot 10^{-6}$	$6,94 \cdot 10^{-11}$	$4,69 \cdot 10^{-6}$	$1,76 \cdot 10^{-9}$	$3,51 \cdot 10^{-6}$	$9,56 \cdot 10^{-9}$
20 000	$4,85 \cdot 10^{-6}$	$3,16 \cdot 10^{-11}$	$4,92 \cdot 10^{-6}$	$8,19 \cdot 10^{-11}$	$4,64 \cdot 10^{-6}$	$1,51 \cdot 10^{-9}$	$3,29 \cdot 10^{-6}$	$7,49 \cdot 10^{-9}$
30 000	$4,82 \cdot 10^{-6}$	$3,14 \cdot 10^{-11}$	$4,88 \cdot 10^{-6}$	$8,23 \cdot 10^{-11}$	$4,51 \cdot 10^{-6}$	$1,25 \cdot 10^{-9}$	$3,95 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-8}$
40 000	$4,81 \cdot 10^{-6}$	$3,11 \cdot 10^{-11}$	$4,87 \cdot 10^{-6}$	$8,11 \cdot 10^{-11}$	$4,52 \cdot 10^{-6}$	$1,27 \cdot 10^{-9}$	$3,77 \cdot 10^{-6}$	$1,26 \cdot 10^{-8}$
50 000	$4,81 \cdot 10^{-6}$	$3,12 \cdot 10^{-11}$	$4,89 \cdot 10^{-6}$	$8,33 \cdot 10^{-11}$	$4,73 \cdot 10^{-6}$	$1,78 \cdot 10^{-9}$	$3,61 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-8}$

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Zależność wyników od kroku próbkowania e dla $H = 0,7, u = 10, a = 0,9, M = 10\,000$

e	Pr	Var	Pic
0,1	$9,1768 \cdot 10^{-4}$	$1,6388 \cdot 10^{-6}$	1,2447
0,05	$9,3227 \cdot 10^{-4}$	$1,6738 \cdot 10^{-6}$	1,2644
0,01	$9,1336 \cdot 10^{-4}$	$1,6763 \cdot 10^{-6}$	1,2388
0,005	$9,3526 \cdot 10^{-4}$	$1,7978 \cdot 10^{-6}$	1,2685
0,001	$8,9944 \cdot 10^{-4}$	$1,5849 \cdot 10^{-6}$	1,2199

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 6. Zależność prawdopodobieństwa ruiny od parametru H ($u = 10, e = 0,1, M = 10\,000, a = 1$)

H	Pr	H	Pr
0,10	$1,2047 \cdot 10^{-37}$	0,55	$1,4091 \cdot 10^{-07}$
0,15	$3,9170 \cdot 10^{-32}$	0,60	$4,9672 \cdot 10^{-06}$
0,20	$4,1148 \cdot 10^{-26}$	0,65	$9,2094 \cdot 10^{-05}$
0,25	$3,1845 \cdot 10^{-22}$	0,70	$9,2614 \cdot 10^{-04}$
0,30	$2,3541 \cdot 10^{-19}$	0,75	$5,8789 \cdot 10^{-03}$
0,35	$2,2772 \cdot 10^{-16}$	0,80	$2,3610 \cdot 10^{-02}$
0,40	$7,2119 \cdot 10^{-14}$	0,85	$6,4225 \cdot 10^{-02}$
0,45	$1,5751 \cdot 10^{-11}$	0,90	$1,3311 \cdot 10^{-01}$
0,50	$2,0611 \cdot 10^{-09}$		

Źródło: opracowanie własne.

Zmiany wyników ze względu na krok próbkowania nie są bardzo widoczne dla tej metody. Inaczej sytuacja przedstawiała się dla estymatora (1). Wyniki uzyskane dla $e = 0,1$ i dla $e = 0,01$ były istotnie różne. Odpowiedzialna za to jest przybliżona metoda obliczania całki.

Zobaczmy na koniec, jak zmienia się prawdopodobieństwo ruiny w zależności od parametrów procesu ryzyka (tab. 6).

Wyniki te wykazują silną zależność prawdopodobieństwa ruiny od parametru H , dlatego istotne jest dopasowanie tego parametru do danego modelu.

Literatura

- Assmussen S., Rubinstein R.Y. (1995), *Steady State Rare Events Simulation in Queueing Models and its Complexity Properties*, [w:] *Advances in Queueing: Models, Methods and Problems*, red. J.H. Dshalalow, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Assmussen S. (1999), *Stochastic Simulation with a View Towards Stochastic Processes*, MaPhySto, Aarhus University, Denmark.
- Burnecki K., Michna Z. (2002), *Simulation of Pickands Constants*, „Probability and Mathematical Statistics” nr 22, s. 193-199.
- Davies R.B., Harte D.S. (1997), *Tests for Hurst Effect*, „Biometrika” nr 74, s. 95-101.
- Dębicki K., Michna Z., Rolski T. (2003), *Simulation of the Asymptotic Constant in Some Fluid Models*, „Stochastic Models” nr 19, s. 407-423.
- Huang C., Devetsikiotis M., Lambadaris I., Kaye A.R. (1999), *Fast Simulation of Queues with Long-Range Dependent Traffic*, „Commun. Statist. – Stochastic Models” nr 15, s. 429-460.
- Iglehart D.L. (1969), *Diffusion Approximations in Collective Risk Theory*, „Journal Appl. Prob.” nr 6, s. 285-292.
- Kwaśniewska M. (2002), *Istotnościowe próbkowanie w modelach ekonomicznych*, „Ekonomia Matematyczna” nr 6, s. 109-116.
- Michna Z. (1999), *On Tail Probabilities and First Passage Time for Fractional Brownian Motion*, „Mathematical Methods of Operations Research” nr 49, s. 335-354.
- Michna Z. (2002), *Modele graniczne w teorii ryzyka ubezpieczeniowego*, AE, Wrocław.
- Norros I. (1997), *Four Approaches to the Fractional Brownian Storage*, [w:] *Fractals in Engineering*, Springer, Berlin–Heidelberg–New York.
- Piterbarg V.I., Romanova T.A. (2002), *Numerical Estimation of the Pickands' Constant*, Preprint.
- Rolski T., Schmidli H., Schmidt V., Teugels J. (1999), *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, John Wiley, New York.

ANALYSIS OF A CERTAIN ESTIMATOR OF RUIN PROBABILITY

Summary

In the paper we analyse a certain estimator of ruin probability in the risk model of good and bad periods and the probability of the buffer overflow which is the most important quantity in performance of high-speed telecommunication networks. We indicate an error in Piterbarg's and Romanova's article and investigate the second moment of this estimator. Finally, we present some numerical results.

Mgr inż. Magdalena Kwaśniewska i dr inż. Zbigniew Michna są pracownikami Katedry Matematyki i Cybernetyki Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.