

**Politechnika Wrocławska
Wydział Chemiczny
Instytut Technologii Organicznej
i Tworzyw Sztucznych**

Rozprawa doktorska

**SYMULACJA PROCESU
UPLASTYCZNIANIA POLIMERÓW
PODCZAS FORMOWANIA
WTRYSKOWEGO**

**Promotor:
dr hab. inż. Ryszard Steller, prof. PWr.**

**Autor:
mgr inż. Jacek Iwko**

Wrocław 2003

SPIS TREŚCI

WPROWADZENIE	3
1. CEL I ZADANIA PRACY	6
2. PRZEGLĄD LITERATURY	7
2.1. Modelowanie i komputerowa symulacja procesów przetwórczych	7
2.1.1. Etapy i kierunki rozwoju modelowania procesów przetwórczych	7
2.1.2. Modelowanie wybranych procesów formowania polimerów	9
2.1.3. Wytłaczanie jednoślismakowe	10
2.1.4. Wytłaczanie dwuślismakowe	13
2.1.5. Przepływy przez głowice wytłaczarskie	15
2.1.6. Procesy zapełniania form wtryskowych	16
2.1.7. Perspektywy modelowania procesów przetwórstwa	18
2.2. Uplastycznianie przy wytłaczaniu	20
2.2.1. Technologiczne aspekty procesu uplastyczniania	20
2.2.1.1 <i>Geometria układu uplastyczniającego</i>	21
2.2.1.2 <i>Właściwości tworzywa stałego i uplastycznionego</i>	27
2.2.2. Teoretyczny model procesu wytłaczania	30
2.2.2.1. <i>Strefa zasobnika</i>	31
2.2.2.2. <i>Strefa transportu tworzywa stałego</i>	35
2.2.2.3. <i>Strefa uplastyczniania wstępnego</i>	41
2.2.2.4. <i>Strefa uplastyczniania właściwego</i>	43
2.2.2.5. <i>Strefa transportu stopu</i>	56
2.3. Uplastycznianie przy wtryskiwaniu	69
2.3.1. Model stapiania statycznego	72
2.3.2. Model stapiania dynamicznego Donovana	75
2.3.3. Model wytłaczania dynamicznego Tadmora	77
3. MATEMATYCZNY MODEL PROCESU UPLASTYCZNIANIA PRZY WTRYSKIWANIU	81
3.1. Założenia modelu	81
3.1.1. Geometria ślimaka	85
3.1.2. Parametry robocze	86
3.1.3. Właściwości materiału	87
3.1.4. Dynamika pracy układu	88
3.2. Charakterystyka geometryczna	90
3.3. Strefa zasilania	92
3.4. Strefa przejściowa (uplastyczniania wstępnego)	98
3.5. Strefa stapiania (uplastyczniania właściwego)	107
3.5.1. Profil złoża stałego	107
3.5.2. Profil ciśnienia	114
3.5.3. Profil temperatury	121
3.5.4. Obliczenia końcowe	127
3.6. Przebieg obliczeń	128
4. ANALIZA I INTERPRETACJA WYNIKÓW MODELU	137
4.1. Numeryczne parametry pracy modelu	139
4.2. Przykłady modelowania	142
5. DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA MODELU	156
5.1. Stanowisko badawcze	158
5.2. Plan badań	159
5.3. Charakterystyka materiałowa polimerów	161
5.4. Porównanie wyników symulacji i doświadczeń	165
WNIOSKI KOŃCOWE	172
BIBLIOGRAFIA	175
WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SYMBOLI	180
SPIS TABEL	184
SPIS RYSUNKÓW	185

WPROWADZENIE

Do podstawowych zadań przetwórstwa należy nie tylko właściwe przygotowanie kompozycji polimerowych oraz wytworzenie z nich wyrobów użytkowych o pożądanym cechach eksploatacyjnych, lecz także wykonanie tego jak najmniejszym kosztem.

Jednym z elementów umożliwiających minimalizację kosztów wytwarzania jest optymalny dobór konstrukcji maszyn przetwórczych oraz warunków przetwarzania. Stwierdzenie to dotyczy także w całej rozciągłości metod przetwórczych, u podstaw których leżą procesy transportu ślimakowego. Należą do nich zwłaszcza procesy wytłaczania oraz wtryskiwania ślimakowego, które pod względem ilości przerabianych tworzyw stanowią absolutną czołówkę wśród wszystkich metod przetwórstwa tworzyw sztucznych. W najogólniejszym zarysie zarówno wytłaczanie, jak i wtryskiwanie obejmują dwa etapy, tj. uplastycznianie i formowanie, które wywierają decydujący wpływ na jakość wyrobów oraz koszty ich wytworzenia. Podstawowym zadaniem etapu uplastyczniania, które w odniesieniu do wtryskiwania stanowi przedmiot niniejszej rozprawy, jest otrzymanie w sposób stabilny z możliwie dużą wydajnością i przy możliwie małym nakładzie energii uplastycznionego tworzywa o możliwie najlepszej jednorodności (homogenizacji) materiałowej i termicznej. W zależności od charakteru procesu zadania te mogą być traktowane z różnym naciskiem. Tak więc w przypadku wytłaczania homogenizującego związanego najczęściej z przygotowaniem kompozycji podstawową rolę odgrywa dobra homogenizacja materiałowa przy minimalnym koszcie energetycznym, podczas gdy dla wytłaczania formującego większy nacisk należy położyć na problemy homogenizacji termicznej i stabilności, które determinują dokładność wymiarową wyrobów. Ten ostatni przypadek można w pewnej mierze odnieść również do uplastyczniania przy wtryskiwaniu, chociaż z uwagi na zupełnie różną dynamikę obu procesów analogia ta jest mocno ograniczona. W przypadku wytłaczania – procesu o charakterze ciągłym – uplastycznianie przebiega w warunkach równowagi dynamicznej. Stan równowagi zakłócany może być jedynie przez stochastyczne fluktuacje parametrów o charakterze białego szumu. W przypadku wtryskiwania – procesu periodycznego – uplastycznianie zachodzi w warunkach permanentnej nierównowagi dynamicznej. Oznacza to, że w trakcie

jednego cyklu wtryskowego parametry procesu podlegają zmianom w czasie niezależnym od możliwych zakłóceń o charakterze stochastycznym. W aspekcie kilku cykli wtryskowych można mówić co najwyżej o „kwazirównowadze dynamicznej” tego procesu, rozumianej jako stałość parametrów w tych samych momentach różnych cykli wtryskiwania. Ponadto istnieją dwa dodatkowe elementy, które w sposób bardzo istotny odróżniają dynamikę pracy układu uplastyczniającego podczas wtryskiwania i wytłaczania. Pierwszy z nich wynika z faktu, że stapianie tworzywa przy wtryskiwaniu ma charakter zarówno statyczny (przy nieruchomym ślimaku), jak i dynamiczny (przy ślimaku obracającym się), podczas gdy przy wytłaczaniu ma ono charakter wyłącznie dynamiczny. Drugi element wpływający na dynamikę procesu to ruch posuwisto – zwrotny ślimaka związany z etapem uplastyczniania dynamicznego oraz wtrysku tworzywa do formy. Ruch ten dodatkowo zmienia położenie stref roboczych ślimaka w czasie oraz warunki przepływu tworzywa w kanale ślimaka. Zanedbując w pierwszym przybliżeniu istnienie tego ruchu można ogólnie stwierdzić, że im dłuższy czas rotacji ślimaka wtryskowego, tym bardziej warunki uplastyczniania przy wtryskiwaniu zbliżają się do warunków uplastyczniania w procesie wytłaczania.

Omówione różnice w procesie uplastyczniania przy wytłaczaniu i wtryskiwaniu znajdują swoje odbicie w odmiennym ukształtowaniu geometrycznym układów uplastyczniających, zwłaszcza ślimaków we wtryskarkach i wytłaczarkach. Optymalizacja geometrii tych układów, z uwagi na wspomniane powyżej kryteria efektywnościowe przy uwzględnieniu dynamiki pracy oraz właściwości przetwarzanego tworzywa, wykorzystywała przez długi czas jedynie duże doświadczenie i wyczucie konstruktorów oraz technologów. W ostatnich latach coraz większego znaczenia nabiera podejście teoretyczne. Związane jest ono z tworzeniem o prawa zachowania masy, pędu i energii, których wyrazem są równania ciągłości, ruchu i energii, oraz o charakterystykę materiału daną w postaci termodynamicznych i reologicznych równań stanu, matematycznych modeli procesu uplastyczniania. Modele te wiążą podstawowe charakterystyki uplastyczniania danego tworzywa z geometrią układu uplastyczniającego, umożliwiając tym samym optymalizację rozwiązań konstrukcyjnych. Podejście takie umożliwił szybki rozwój techniki obliczeniowej, obejmującej moc obliczeniową komputerów, programowanie oraz metody numeryczne. Należy w tym miejscu wspomnieć, że podejście empiryczne i teoretyczne wzajemnie się inspirowały i uzupełniały. Teoretyczne podejście do procesu uplastyczniania poprzez tworzenie komputerowych modeli

symulacyjnych tego procesu nabrało istotnego rozmachu zwłaszcza w przypadku wytłaczania. Najważniejsze osiągnięcia w tym zakresie zostaną omówione w dalszej części pracy. Dotychczas brak jest jednak równie kompleksowego podejścia do tematyki uplastyczniania przy wtryskiwaniu. Główną przyczyną tych dysproporcji należy upatrywać w znacznie bardziej skomplikowanej dynamice tego procesu, która prowadzi do spiętrzenia problemów tak opisowych, jak i interpretacyjnych. W swoich zamierzeniach niniejsza praca ma przyczynić się do zmniejszenia dysproporcji w teoretycznym modelowaniu procesów uplastyczniania przy wytłaczaniu i wtryskiwaniu wskazując pewne drogi, które mogą być pomocne w dalszym rozwoju komputerowych modeli symulacyjnych procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu.

1. CEL I ZADANIA PRACY

Celem niniejszej pracy jest zbudowanie kompleksowego modelu matematycznego procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu oraz stworzenie na tej podstawie programu umożliwiającego ilościową symulację komputerową tego procesu.

Podstawowe zadania pracy obejmują:

- budowę matematycznego algorytmu procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu, opartego na danych literaturowych, niepublikowanych pracach promotora oraz badaniach własnych,
- napisanie na tej podstawie własnego programu komputerowego w języku *Visual Basic*, który pozwalałby na ilościową symulację procesu,
- dokładną weryfikację stworzonego programu z równoczesnym wprowadzeniem odpowiednich korekt,
- przeprowadzenie badań doświadczalnych obejmujących pomiary charakterystyk reologicznych wybranych termoplastów oraz odpowiednich charakterystyk dynamicznych procesu,
- porównanie zmierzonych charakterystyk procesu dla wybranych tworzyw z odpowiednimi wartościami wygenerowanymi przez model oraz sformułowanie na tej podstawie wniosków dotyczących przydatności oraz dokładności zaproponowanego modelu.

2. PRZEGLĄD LITERATURY

2.1. Modelowanie i komputerowa symulacja procesów przetwórczych

2.1.1. Etapy i kierunki rozwoju modelowania procesów przetwórczych

Początek modelowania procesów przetwórstwa polimerów datuje się na wczesne lata 50., kiedy to grupa badaczy amerykańskich (m.in. Carley, McKelvey, Gore i Squires) związanych z koncernem Du Pont osiągnęła pierwsze znaczące wyniki w zakresie modelowania procesu wytłaczania ślimakowego. Mniej więcej w tym samym czasie problematyka modelowania podjęta została przez badaczy europejskich, m.in. przez Maillefera w Szwajcarii, który także zajął się modelowaniem wybranych etapów wytłaczania. Zbiór dokonań do roku 1958 w zakresie modelowania różnych przepływów w maszynach przetwórczych przedstawił Bernhardt [1] w pierwszej znaczącej monografii na temat przetwórstwa tworzyw termoplastycznych.

Pozycja McKelvey'a [2] była z kolei pierwszą i jednocześnie bardzo udaną próbą ujednoliconego podejścia do równań zachowania masy, pędu i energii oraz mechanizmów wielu procesów towarzyszących przetwarzaniu polimerów. Stanowiła ona nie tylko twórcze podsumowanie dotychczasowej wiedzy, lecz stworzyła także pewien kanon będący wzorem dla wielu opracowań, które ukazały się w późniejszym okresie. Publikacja Kleina i Marshalla [3] wydana pod koniec lat 60. była prawdopodobnie pierwszą monografią poświęconą wyłącznie komputerowemu modelowaniu przetwarzania polimerów. Jednak w związku z szybkim rozwojem badań jej treść uległa dezaktualizacji niemal w chwili wydania. Pierwszy kompletny model wytłaczania opisujący transport polimeru począwszy od zasobnika przez strefy zasilania, stapiania i dozowania przedstawili w swej monografii Tadmor i Klein [4].

Pierwszy pakiet programowy, służący do symulacji procesu wytłaczania o nazwie EXTRUD [5] powstał we wczesnych latach 70. Pakiet ten oparty był przede wszystkim na modelach zawartych we wspomnianej monografii Tadmora i Kleina. Kolejne lata przyniosły prace wielu badaczy w ośrodkach akademickich i przemysłowych nad modelami opisującymi procesy przetwarzania, których finalnym

rezultatem stał się handlowo dostępny w roku 1978 pakiet programowy MOLDFLOW [6] stworzony przez C. Austina i przeznaczony do symulacji procesu wypełniania form wtryskowych. Kilka lat później na rynku pojawia się wielozadaniowy pakiet C-MOLD [7] przeznaczony do konstrukcji oraz symulacji wypełniania form. Na ten czas właśnie datuje się początek okresu, w którym projektowanie form przez inżynierów stało się w dużym stopniu pracą opartą na wynikach symulacji komputerowych [8].

W latach 80. ukazały się m.in. pakiety dotyczące różnych aspektów przepływu polimerów przez elementy maszyn przetwórczych. Były one oparte przede wszystkim na metodzie elementów skończonych; z ważniejszych wymienić tu można FIDAP [9], POLYFLOW [10], NEKTON [11] i POLYCAD® [12].

W latach 90. więcej uwagi poświęcono zjawiskom lepkości, orientacji, naprężeń szczątkowych i zjawiskom towarzyszącym zestaleniu tworzywa. W tym czasie powstają programy dla procesów bardziej złożonych, np. dla wytłaczania dwuślimakowego, wytłaczania z rozdmuchiwaniami oraz wtryskiwania z pomocą gazu [13-29].

Pakiety programowe służące do komputerowego modelowania procesów przetwórstwa można najogólniej podzielić na 2 grupy [30]:

- 1) systemy ogólnie zorientowane,
- 2) systemy zorientowane na określoną technikę przetwórstwa.

W pierwszej grupie znajdują się np. takie pakiety programowe jak: POLYFLOW [10], POLYCAD [12] czy FIDAP [9].

Zastosowanie systemów ogólnie zorientowanych nie jest ograniczone do konkretnego procesu lub zagadnienia. Stanowią one narzędzia do rozwiązywania równań zachowania masy, pędu i energii dla różnych materiałów i w odniesieniu do różnych warunków przepływu. Podstawą tego typu modelowania jest każdorazowe zdefiniowanie analizowanego problemu. Zakres zagadnień, które można rozwiązać przy pomocy tych pakietów jest bardzo szeroki i obejmuje np. zagadnienia takie jak analizę przepływów w kanałach dowolnej geometrii, rozwiązywanie zagadnień powierzchni swobodnych, analizę przepływów wielowarstwowych czy procesów mieszania [30].

W drugiej grupie pakietów znajdują się programy, których działanie dotyczy zagadnień wyraźnie sformułowanych. W przeciwieństwie do pakietów z pierwszej grupy, są one ograniczone do określonej metody przetwórstwa. Modelowanie za pomocą tych systemów ma za każdym razem podobny charakter; w każdym przypadku polega ono na wprowadzeniu do programu danych dotyczących geometrii przepływu (np. geometrii ślimaka), warunków przepływu (parametrów roboczych) oraz charakterystyki materiału (danych fizykochemicznych i reologicznych), a następnie wykonaniu obliczeń i prezentacji wyników. Przykładowe programy zostaną przedstawione w odpowiednich miejscach wraz z omówieniem modelowania danej metody przetwórstwa.

Zdecydowana większość symulacji komputerowych wzmiankowanych w literaturze wykorzystuje do rozwiązywania odpowiednich równań różniczkowych metodę elementów skończonych oraz różnic skończonych. Ostatnio jednak wydaje się, że metoda objętości kontrolnej zdaje się mieć pewną przewagę, przede wszystkim dla pełnych symulacji trójwymiarowych [31].

2.1.2. Modelowanie wybranych procesów formowania polimerów

W literaturze dostępne są liczne publikacje dotyczące symulacji takich procesów przetwórczych jak wytłaczanie z rodmuchiwaniem w formie (*blow molding*) [13,19-22], wytłaczanie z rodmuchiwaniem swobodnym (*film casting*) [23-25], formowanie wtryskowe z pomocą gazu [14,26,27,29], wtryskiwanie reaktywne [15], prasowanie tłoczne [15,18], kalandrowanie [16] czy formowanie rotacyjne [17,32].

Dla procesów termoformowania i formowania wtryskowego z pomocą gazu dostępne są na rynku pakiety takie jak C-PITA z firmy A.C. Tech [7], T-FORMCAD z Polydynamics [33] oraz POLYFLOW [10]. T-FORMCAD opiera się, podobnie jak C-PITA, na metodzie analizy odkształcenia membrany przy użyciu metody elementów skończonych, ale różni się równaniami konstytutywnymi oraz technikami siatkującymi dla FEM. W obu tych pakietach istnieją dwa podstawowe zagadnienia wymagające dalszych badań i lepszych rozwiązań. Pierwszym z nich jest słabe zrozumienie zjawisk na styku polimer – stempel, co w przypadku termoformowania przejawia się występowaniem niestabilności w obliczeniach symulacyjnych [15].

Drugim z zagadnień, dotyczącym obu wyżej wymienionych procesów, jest niezadowalająco dokładny opis lepkosprężystej natury polimerów [34].

Gao [26] zaproponował zastosowanie modelu trójwymiarowego do opisu procesu wtryskiwania z pomocą gazu jako dokładniejszego od dwuwymiarowych modeli powłokowych.

Proces rozdmuchiwania folii został niedawno ujęty przez Polydynamics w modelu symulacyjnym B-FILMCAD [33]. Model ten jako podstawowe zadanie ma na celu prognozę powstawania pęcherza. Wykorzystuje on równania cieczy lepkiej i wymaga dokładnej znajomości zależności lepkości od temperatury. Istnieją zamierzenia, aby w miejscu równań cieczy lepkiej wprowadzić odpowiednie równania cieczy lepkosprężystej w celu polepszenia zgodności pomiędzy wynikami pomiarów a symulacjami komputerowymi.

2.1.3. Wytłaczanie jednoślিমakowe

Jak już wspomniano, pierwsze modele matematyczne procesu wytłaczania pojawiły się pod koniec lat pięćdziesiątych. Były to opracowania cząstkowe, dotyczące tylko wybranych etapów procesu, z pominięciem fazy uplastyczniania [35-37]. Dopiero opracowanie przez Tadmora i Kleina, a opartego na eksperymentach Maddocka [38] i Streeta [39] teoretycznego modelu dynamicznego stapiania tworzyw [40,41] spowodowało, że pod koniec lat sześćdziesiątych zaczęły pojawiać się modele kompleksowe obejmujące transport tworzywa stałego, stapianie oraz transport stopu. Na ich podstawie w 1970 roku powstał program komputerowy EXTRUD [5], który pozwolił na pierwszą pełną symulację procesu wytłaczania.

W literaturze znaleźć można wiele modeli opisujących proces uplastyczniania przy wytłaczaniu [4,42-52]. Modele te różnią się od siebie przede wszystkim zastosowaniem różnych równań konstytutywnych opisujących zachowanie się stopionych polimerów, sposobem uwzględnienia oddziaływania ścian bocznych kanału ślimaka oraz jego krzywizny na przepływ materiału, a także podejściem do opisu takich elementów wytłaczarek jak lej zasypowy czy głowica. Na ich podstawie powstały programy: UCC [42], BASF [43], SCHNEBER [44], EXTR [45] oraz EPM [53], które na różnym poziomie dokładności przedstawiały zjawiska zachodzące podczas procesu wytłaczania.

Podstawową ich wadą było ograniczenie tylko do układu uplastyczniającego wylączarki, co przy pominięciu zasobnika oraz głowicy skutkowało brakiem możliwości przewidywania tak ważnych wielkości jak natężenie przepływu czy właściwości fizyczne tworzywa opuszczającego wylączarkę (temperatura stopu, stopień homogenizacji itd.).

Obecnie dostępne są na rynku m.in. pakiety:

- EXTRUD [5],
- SSD [54],
- REX [55],
- CHEMEXTRUD [56],
- EXTRUCAD [57].

Mają one bardzo podobne założenia. Wylączarka podzielona jest na 3 strefy – strefę transportu tworzywa stałego, stapienia oraz transportu stopu. Model transportu tworzywa stałego opiera się na zastosowaniu bilansów sił oraz momentów wzorowanym zwykle na klasycznym ujęciu Darnella i Mola [35]. Stapianie odbywa się w cienkiej warstwie pomiędzy ogrzewanym cylindrem a warstwą ciała stałego, a stop gromadzi się w przedniej części zwoju pasywnego, co stanowi również istotę klasycznego ujęcia przez Tadmora [4]. Kanał ślimaka jest płaski, a przepływ stopu jest dwuwymiarowy.

Najnowsza wersja pakietu EXTRUCAD umożliwia symulację pracy wylączarek z wielostrefowym ślimakiem z odgazowaniem, ślimakiem barierowym oraz ślimakiem z elementami mieszającymi [34].

Najsłabszym ogniwem w wymienionych pakietach jest strefa transportu tworzywa stałego. Przyczyną jest problem dokładnego opisu transportu warstwy w postaci granulatu lub proszku, jak również trudności w określeniu wartości współczynników tarcia dynamicznego pomiędzy tworzywem a cylindrem oraz ślimakiem, na które mają wpływ nie tylko rodzaj materiału, ciśnienie i temperatura, ale również prędkość obrotowa ślimaka oraz charakter powierzchni. Ważnym elementem przy opisie matematycznym tej strefy, oprócz równowagi sił i momentów, zdaje się zatem być lepsze zrozumienie problemu kontaktu pomiędzy stałą warstwą upakowanych cząstek materiału a powierzchnią ślimaka i cylindra.

Problem pomiaru współczynników tarcia próbowano obejść na różne sposoby, np. w pakiecie EXTRUCAD [57] dokonano porównania wartości wydajności i profilu ciśnienia z wartościami wyznaczonymi przez komputer. Następnie, po dopasowaniu wartości współczynników tarcia, mogły zostać wykonane właściwe symulacje.

W kraju powstały m.in. prace opisujące przemieszczanie się tworzywa w stanie stałym [58,59]. Szczególną uwagę poświęcono w nich rowkowanej strefie zasilania oraz porównaniu takiej strefy ze strefą klasyczną, gładką. Opracowany został również kompleksowy model matematyczny procesu wytłaczania jednoślimakowego [60], którego efektem był oryginalny program komputerowy pozwalający na pełną symulację tego procesu. Z najnowszych polskich produktów wyróżnić można pakiet SSEM wydany przez Politechnikę Warszawską [30]. System umożliwia modelowanie klasycznych układów wytłaczania w różnych warunkach technologicznych procesu, w odniesieniu do różnych tworzyw, w tym również układów z zastosowaniem ślimaków niekonwencjonalnych i głowic o złożonej geometrii.

W literaturze najnowszej znaleźć można różne modele opisujące przepływy polimerów w kanale ślimaka w procesie ustalonego wytłaczania. Przykładem podejścia typowo numerycznego [61] jest zastosowanie kanału nierozwiniętego, współrzędnych heliakalnych oraz przybliżenia teorii smarowania opartej na metodzie GFEM (*Galerkin Finite Element Method*) do opisu modelu dwuwymiarowego oraz siatkowania z wykorzystaniem GFEM dla obliczeń modelu trójwymiarowego. Spotkać można również podejścia uproszczone [62], polegające na wyprowadzeniu z ogólnych praw zachowania równań algebraicznych obejmujących geometrię kanału, warunki procesu, właściwości materiału, szybkość przepływu oraz transport ciepła. Powoduje to, że model nie zawiera cząstkowych równań różniczkowych, nie ma więc potrzeby stosowania technik numerycznych do jego analizy. Model ten zastosowany został z powodzeniem również do projektowania ślimaków wytłaczarskich i osiąga dokładność porównywalną z większością złożonych modeli trójwymiarowych, lecz pozbawiony jest czasochłonnych obliczeń.

Wpływ parametrów takich jak średni ciężar cząsteczkowy oraz polidispersyjność polimerów na proces wytłaczania z wykorzystaniem symulacji trójwymiarowych zbadany został szerzej dopiero w ostatnich latach [63].

Możliwości modelowania procesów mieszania chaotycznego w wytłaczarkach jednoślimakowych przedstawili ostatnio Sadhan [64] oraz Hwang i Kwon [65]. Występujące w ślimaku sekcje chaotycznego mieszania, znajdujące się nierzadko na

długości równej połowie całej długości ślimaka, są obiektem coraz większego zainteresowania ze względu na dobre charakterystyki mieszania układów polimerów zarówno mieszalnych, jak i niemieszalnych, w warunkach niedużych sił ścinających. Dość dokładnie problem modelowania złożonych powierzchni międzyfazowych w procesach mieszania statycznego przedstawili ostatnio Anderson i wsp. [66]. Omówiono procesy mieszania oraz tworzenie powierzchni międzyfazowych w mieszalniku statycznym Kenicsa, wykonano statystyczne opisy powstawania mikrostruktury mieszanin stosując metodę EMM (*Extended Mapping Method*). Porównano efektywności tworzenia powierzchni międzyfazowych dla różnych układów mieszających oraz stwierdzono, że zastosowanie EMM w porównaniu do metody SMM (*Standard Mapping Method*) umożliwia znalezienie odpowiednich układów łopatek optymalizujących efektywność mieszania.

Analizę procesu mieszania w wylączarce trzpieniowej przedstawił ostatnio Avalosse i wsp. [67]. Stwierdzono dobrą jakościowo zgodność pomiędzy symulacją a wynikami doświadczalnymi oraz potwierdzono modelowo lepszą zdolność mieszania w wylączarce trzpieniowej w porównaniu z wylączarką ze ślimakiem z przerywanym zwojem.

2.1.4. Wylączanie dwuślimakowe

Wylączarki dwuślimakowe występują w różnych konfiguracjach. Różnice objawiają się w rozmieszczeniu ślimaków, kształtach zwojów oraz kierunkach obrotów, co implikuje istnienie maszyn współbieżnych, przeciwbieżnych, zazębiających się, nie zazębiających się, sprzężonych i nie sprzężonych. Maszyny te stanowią zatem odrębną grupę wylączarek [68,69]. Z powodu złożoności budowy ich układów uplastyczniających wylączanie dwuślimakowe jest więc trójwymiarowym procesem nieustalonym, dlatego też problem jego symulacji w porównaniu z wylączaniem jednoślimakowym bardzo się komplikuje. Proste modele jedno- oraz dwuwymiarowe rozwijane były przez White'a oraz Potente [70]. Ich wynikiem był pakiet programowy SIGMA, wykorzystywany później przez Potente wielokrotnie do takich zadań jak np. określenie mikrostruktury mieszanin polimerów [71] czy modelowanie procesu dyspergowania wypełniaczy proszkowych w polimerze [72]. Zbiorczy przegląd różnych modeli do roku 1990 dostępny jest w [70]. Na rynku

istnieje również inny duży pakiet do symulacji pracy wylączarki ze ślimakami współbieżnymi o nazwie AKRO-CO-TWIN SCREW [73].

W literaturze najnowszej znaleźć można m.in. jednowymiarowe modele komputerowe przepływu stopionych polimerów oraz powstałe na tej podstawie gotowe, proste programy komputerowe [74,75]. Opracowania Ishikawy i wsp. [76,77] dotyczą trójwymiarowego przepływu nieizotermicznego oraz oceny homogenizacji we współbieżnych wylączarkach dwuślimakowych. Trójwymiarowe modele analizujące procesy mieszania w wylączarkach dwuślimakowych [78,79] działają na zasadzie przybliżania przestrzeni kanału ślimaka dwoma przestrzeniami, ruchu postępowego materiału (*translation region*) oraz mieszania (*intermeshing region*). Przepływ w pierwszym rejonie opisywany jest podobnie jak w przypadku przepływu w kanale ślimaka wylączarki jednoślimakowej i jako dwuwymiarowy rozwiązywany metodami numerycznymi znanymi w literaturze. W drugim obszarze, gdzie oczekiwane są silne efekty mieszające, rozwiązywane są numerycznie pełne równania zachowania w celu określenia składowych prędkości we wszystkich trzech kierunkach.

Stosunkowo mniej modeli symulacyjnych znaleźć można dla wylączarek przeciwbieżnych. Ostatnio Bang i White zaproponowali model dla stycznych wylączarek przeciwbieżnych, oparty na przybliżeniu teorii smarowania [80].

Firma A.C. Tech [10] wypuściła niedawno pakiet oprogramowania Dr. C-MOLD do pomocy projektantom i technologom przy wyborze materiału, optymalizacji grubości części oraz określania okna przetwórczego. Pakiet ten może być określony jako system ekspertowy [81]. Firma Polydynamics [33], we współpracy z Polyexpert S.A. [82], rozwinęła ostatnio system XTRU-XPART dla diagnozy i usuwania błędów w procesie wylączania. System ten użytkuje dwa poziomy wiedzy: praktyczną wiedzę z zakładu produkcyjnego i szybkie obliczenia matematyczne realizowane przez równania algebraiczne i formuły przybliżeń. XTRU-XPART może być użytkowany w połączeniu z dogłębną wiedzą opartą m.in. na rozwiązaniach równań różniczkowych (tj. symulacji z zastosowaniem programów POLYCAD, EXTRUCAD, itd. [83]).

2.1.5. Przepływy przez głowice wytłaczarskie

Przepływ stopu przez głowicę wytłaczarską traktowany jest najczęściej jako ustalony, trójwymiarowy przepływ nieizotermiczny. W celu wyznaczenia jego charakterystyki muszą zostać rozwiązane równania zachowania masy, pędu i energii.

Do ich rozwiązania, oprócz systemów ogólnie zorientowanych, służą specjalnie do tego celu powstałe pakiety rozwijane i wprowadzane na rynek przez firmę Polydynamics [33], pod ogólną nazwą rodziny POLYCAD®. Do grupy tej należą m.in.:

- PROFILECAD – dla głowic profilowanych,
- FLATCAD – dla głowic płaskich (do wytłaczania arkuszy lub folii),
- SPIRALCAD – dla głowic spiralnych (rozdmuchiwanie folii lub rur),
- LAYERCAD – dla współwytłaczania wieloskładnikowego.

Programy te są łatwe w użyciu i prowadzone na nich symulacje wymagają bardzo krótkich czasów pracy komputera. Z ich pomocą łatwo mogą zostać wykonane lub zaprojektowane detale, a jeśli pojawią się jakiegokolwiek problematyczne obszary, do ich określenia mogą zostać wykonane trójwymiarowe symulacje oparte na metodzie FEM.

Dla przepływów stopionych polimerów przez głowice wytłaczarskie istnieje kilka niewyjaśnionych dotychczas zjawisk. Większość z nich jest rezultatem tzw. elastycznej turbulencji związanej z lepkością charakterem stopów polimerowych. Jednym z nich jest zjawisko tzw. „skóry rekina”. Zjawisko to występuje przy pewnym granicznym naprężeniu ścinającym w przepływach przez głowice i przypuszczalnie bierze początek w pobliżu końca głowicy [34].

Obszerna literatura dotycząca zjawisk na linii kontaktu (powierzchnia styku granicy fazy stopionego materiału oraz ścianki głowicy) nie wyjaśnia dotychczas jednoznacznie, kiedy płyny przylegają lub też ślizgają się po linii kontaktu oraz czy napięcie powierzchniowe ma na to zjawisko jakikolwiek wpływ. Ogólnie mówiąc, nie jest całkowicie jasne, jak polimery płyną w bezpośrednim sąsiedztwie ciała stałego. Gifford [84] zaprezentował niedawno wyniki symulacyjnych oraz doświadczalnych badań wpływu poślizgu na ściankach głowic płaskich na ich charakterystykę roboczą. Wykazał on, że pokrycie narożnych części głowic powłoką powodującą poślizg stopionego tworzywa pozwala znacząco zredukować niekorzystne zmiany wymiarów

geometrycznych folii lub arkuszy występujących często w tych miejscach. Pokrycie całej głowicy powłoką poślizgową jest niekorzystne z punktu widzenia charakterystyki głowicy oraz geometrii wyrobu.

Innym zagadnieniem wymagającym dalszych badań jest adekwatny opis zjawiska lepkosprężystości polimerów. Wiele z lepkosprężystych równań konstytutywnych daje nieprawidłowe przewidywania niektórych właściwości lepkosprężystych, co stwierdzić można na podstawie niezgodności symulacji z rzeczywistym zachowaniem polimerów. Kihara i wsp. [85] zaproponowali ostatnio trójwymiarową symulację przepływu lepkosprężystego przez głowice stosując metodę rozprężania przepływów oraz nową metodę TME (*Transformation of Equation of Motion to the Elliptic Equation*) zwiększającą stabilność zbieżności w obliczeniach iteracyjnych. Stwierdzili oni, że największy wpływ zjawisk lepkosprężystości na warunki przepływu występuje w tych rejonach głowicy, w których kanał ma kształt stożkowy.

Duże wyzwania przedstawia również projektowanie profili głowic wytłaczarskich. Użycie oprogramowania do symulacji przepływów może tutaj znacząco zmniejszyć nakłady pracy związane z produkcją głowicy. Od pewnego czasu do projektowania kanałów głowic o złożonych profilach stosuje się metodę tzw. zagadnienia odwrotnego do rozszerzania strugi. Na początku określony zostaje wyjściowy profil, a następnie program komputerowy generuje kształt kanału, który produkowałby taki profil. Taka filozofia została zastosowana już w pakiecie POLYFLOW [10]. Szerzej zagadnienie to w odniesieniu do opisu procesów przetwórstwa tworzyw zaprezentowane zostało w [14] oraz [86].

2.1.6. Procesy zapełniania form wtryskowych

Modelowanie komputerowe znalazło szerokie zastosowanie do opisu zjawisk zachodzących podczas zapełniania form wtryskowych. Do opisu procesu zapełniania formy wtryskowej szeroko wykorzystywane jest przybliżenie Hele'a – Show'a [87].

Do bardziej znanych pakietów symulujących proces zapęnlania formy wtryskowej należą:

- MOLDFLOW [6],
- CADMOULD-3D [88],
- TMCONCEPT [89],
- C-FLOW [90],
- McKAM-II [91],
- POLYCOOL-2 [92].

Pakiet CADMOULD-3D został szczegółowo przedstawiony w polskojęzycznej literaturze w [30] (łącznie z przykładowymi obliczeniami i przedstawieniem wyników) oraz w [93].

Niedawno pojawiły się również bardziej złożone pakiety komputerowe zawierające moduły do projektowania form oraz symulacji zjawisk zachodzących w formie w procesie wtryskiwania. Przykładem jest powstały w 1998 roku pakiet C-MOLD [7], zawierający 3 podstawowe moduły:

- 1) moduł do projektowania wyprasek (*Plastic Product Design*),
- 2) moduł do projektowania form wtryskowych (*Injection Mould Design*),
- 3) moduł do analizy przepływu stopu w formie (*Injection Processing*).

Pakiet ten dodatkowo jest w stanie połączyć oraz zoptymalizować dane wyjściowe pochodzące z wszystkich tych modułów.

W najnowszej literaturze znaleźć można wiele publikacji dotyczących pełnego trójwymiarowego modelowania przepływu stopionych polimerów w kanałach form wtryskowych o złożonej geometrii [94-97]. W większości z nich zastosowany do obliczeń trójwymiarowy model FEM pozwala przewidywać pola prędkości, ciśnienia oraz temperatury, jak również położenie czoła przepływu. Modele te pozwalają ponadto na przewidywanie naprężeń szczątkowych, skurczu oraz wypaczeń nawet w elementach o złożonych kształtach. Powstały również odrębne modele dla ściśle określonych celów, np. specjalnie na potrzeby opisu przepływów elastomerów [28].

Jak już wspomniano, brak jest natomiast dostatecznie ogólnych programów umożliwiających modelowanie procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu.

2.1.7. Perspektywy modelowania procesów przetwórstwa

Termin technika wspomagana komputerowo (CAE – *Computer-Aided Engineering*) w zakresie przetwarzania polimerów odnosi się zwykle do numerycznego rozwiązania cząstkowych równań różniczkowych opisujących zjawiska transportu i oddziaływań fizycznych lub chemicznych. Obejmuje również późniejszą analizę wyników.

Metody CAE rozwijane od ponad trzydziestu lat miały znaczący wpływ na projektowanie maszyn oraz analizę procesów przetwarzania polimerów. Największe znaczenie zyskały one niewątpliwie w przypadku zapełniania form wtryskowych. Niezależnie od metod CAE dla rozwiązania problemu i wzrostu produktywności komputery mogą również być używane stosując techniki sztucznej inteligencji (AI). Istnieją trzy potężne techniki AI, które prawdopodobnie będą mieć wielki wpływ na procesy przetwórstwa polimerów w najbliższej przyszłości; są to systemy ekspertowe, sieci neuronowe i logika rozmyta [34]. Niestety, dotychczas istnieje bardzo niewiele aplikacji wykorzystujących te techniki w dziedzinie przetwórstwa polimerów.

Systemy ekspertowe są systemami opartymi o bazy wiedzy, które starają się naśladować decyzje człowieka - eksperta w konkretnej wybranej dziedzinie i potrafią to robić w wielokrotnie powtarzalny i przyjazny dla użytkownika sposób. Systemy te, zwane na polskim rynku również systemami doradczymi, podpowiadają więc decyzje lub rozwiązują jakiś problem na poziomie porównywalnym z ekspertem ludzkim, w jakiejś wyspecjalizowanej dziedzinie [81]. Sieci neuronowe są to symulatory (programowe lub sprzętowe) modeli matematycznych realizujące pseudorównoległe przetwarzanie informacji, składające się z wielu wzajemnie połączonych neuronów i naśladujące działanie biologicznych struktur mózgowych. Innymi słowy są programami komputerowymi zdolnymi do rozpoznawania pewnych wzorów w procesie nauczania osiąganym poprzez skonfrontowanie wielkich ilości danych wejściowych i wyjściowych [98]. Logika rozmyta jest metodą przedstawiania procesów przez zastosowanie bardziej reguł lub heurystyki niż dokładnych modeli matematycznych. Jest to narzędzie, które umożliwia łatwe prowadzenie działań na informacji nieprecyzyjnej ("rozmytej"), dostosowanej do reprezentacji komputerowej. Pozwala to opisywać sytuacje, dla których trudno było stworzyć modele za pomocą klasycznego aparatu matematycznego [99].

Podsumowując, w ostatnich latach nastąpił znaczący postęp w zrozumieniu zagadnień przepływu polimerów przez głowice wytłaczarskie oraz symulacji pracy wytłaczarek jednoślismakowych. Aktualne wysiłki wielu grup skierowane są ku poprawie symulacji procesów termoformowania, wytłaczania z rozdmuchiwaniami, wtryskiwania reaktywnego, wtryskiwania z pomocą gazu, wytłaczania dwuślismakowego oraz innych procesów. Wśród nierozwiązanych do końca problemów są m.in. zagadnienia modelowania przepływów lepkosprężystych, kontaktu pomiędzy stopem polimerowym a ścianką metalu oraz niestabilności przepływów uwarunkowanych sprężystością stopu i prowadzących do zjawisk takich jak „skóra rekina”, pękanie stopu i rezonans przy rozciąganiu [91]. W celu poprawienia wydajności, w przyszłości większy nacisk powinien zostać położony na rozwój nowych technologii projektowania maszyn i zgłębiania narzędzi sztucznej inteligencji, takich jak wyżej wymienione systemy ekspertowe, sieci neuronowe i logika rozmyta [34].

2.2 Uplastycznianie przy wytłaczaniu

Dość znaczne podobieństwo układów uplastyczniających wytłaczarek oraz wtryskarek ślimakowych sugeruje, że mechanizmy uplastyczniania w obu układach są w pewnym stopniu do siebie podobne. Zasadnicze różnice wynikają z odmiennej dynamiki pracy wtryskarek i wytłaczarek, wyrażającej się m.in. periodyczną rotacją przy wstecznym ruchu ślimaka wtryskowego. Jak już wspomniano, z tego względu proces uplastyczniania przy wytłaczaniu można traktować jako graniczny przypadek procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu, odpowiadający nieskończonemu czasowi rotacji ślimaka (przy pominięciu jego ruchu wstecznego). Stąd też matematyczny model wytłaczania umożliwiający symulację i optymalizację procesów rzeczywistych może być traktowany jako punkt wyjścia do zbudowania podobnego modelu działania układu uplastyczniającego wtryskarki. Z tego względu zostanie on omówiony bliżej. Ponieważ jednak problemy uplastyczniania mają wymiar zarówno teoretyczny, jaki praktyczny, na wstępie podane zostaną wybrane zagadnienia mające istotne znaczenie dla istniejących w praktyce rozwiązań konstrukcyjnych układów uplastyczniających wytłaczarek. Pozwolą one lepiej uwypuklić założenia teoretycznego modelu wytłaczania na tle układów rzeczywistych.

2.2.1. Technologiczne aspekty procesu uplastyczniania

Tendencje rozwojowe w zakresie maszyn do przetwórstwa tworzyw sztucznych idą głównie w kierunku wzrostu wydajności i niezawodności ich działania, jak również zmniejszenia nakładów energetycznych oraz ogólnych kosztów produkcji. W przypadku ślimakowych urządzeń do przetwórstwa tworzyw sztucznych, wyraźnie widoczne są trzy podstawowe tendencje [100]:

- poprawa technik zasilania materiałem stałym,
- zwiększenie wydajności uplastyczniania przez dobór odpowiedniej geometrii kanałów przepływowych,
- poprawa wydajności homogenizacji oraz transportu przy stosunkowo niskiej temperaturze stopionego tworzywa.

Zamierzenia te są realizowane poprzez:

- zastosowanie dodatkowego oprzyrządowania do transportu materiału sypkiego,
- właściwy dobór geometrii kanałów przepływowych,
- poprawę systemów regulacji oraz sterowania procesem.

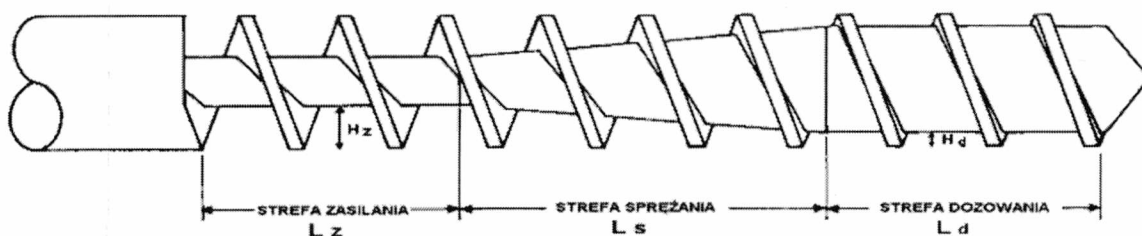
Rozwiązując powyższe zagadnienia tak od strony teoretycznej, jak i praktycznej, należy uwzględnić również rodzaj tworzywa, a więc jego specyficzne właściwości reologiczne i fizykochemiczne, jak również związaną z tym specyficzną technikę przetwórstwa (np. odgazowanie) oraz wymagania stawiane wyrobom (np. orientacja materiału). Na pracę układu uplastyczniającego mają więc wpływ trzy podstawowe grupy parametrów:

- 1) geometria układu uplastyczniającego,
- 2) właściwości tworzywa stałego i uplastycznionego,
- 3) parametry robocze pracy wylączarki.

Pierwsze dwie grupy, jako podobne zarówno dla procesu wytłaczania, jak i wtryskiwania, zostaną poniżej omówione w aspekcie rzeczywistych procesów wytłaczania.

2.2.1.1 Geometria układu uplastyczniającego

Ślimaki używane w wytłaczaniu, jak również w przetwórstwie wtryskowym charakteryzują się stosunkowo dużym podobieństwem geometrycznym, wynikającym z analogii spełnianych funkcji, tzn. pobierania i zagęszczania tworzywa stałego, następnie jego uplastycznienia oraz homogenizacji materiałowej i termicznej materiału uplastycznionego. Funkcjom tym odpowiadają trzy podstawowe strefy robocze (dynamiczne) ślimaka, tj. strefa transportu tworzywa stałego, stapiania oraz transportu stopu. W ślimakach klasycznych strefy te do pewnego stopnia mogą pokrywać się ze strefami geometrycznymi ślimaka, tzn. strefami zasilania, sprężania oraz dozowania, przedstawionymi na rysunku 1.



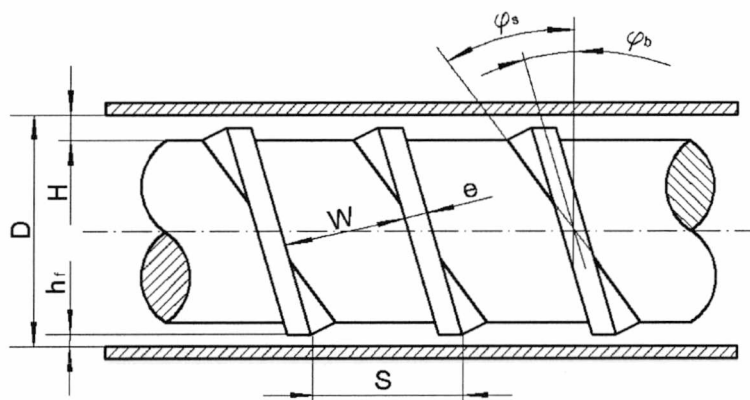
Rys. 1. Schemat typowego ślimaka trójstrefowego

z wyróżnionymi geometrycznymi strefami zasilania, sprężania oraz dozowania

Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 8.

Charakterystykę geometryczną kanału klasycznego ślimaka wylączarki przedstawiono na rysunku 2. Podstawowymi elementami geometrycznymi takiego układu są:

- średnica ślimaka D ,
- długość ślimaka L (wyrażana jako L / D),
- kąt pochylenia linii śrubowej φ ,
- skok linii śrubowej S ,
- wysokość kanału ślimaka H (zmienna),
- szerokość kanału ślimaka W ,
- szerokość zwoju e ,
- wysokość szczeliny pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a powierzchnią cylindra h_f .



Rys. 2. Charakterystyka geometryczna układu uplastyczniającego

Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 40.

Stosowane w praktyce rozwiązania geometrii ślimaków zostaną teraz pokrótce omówione.

- **średnica ślimaka D**

Jest to wielkość zdeterminowana przede wszystkim wymaganą wydajnością uplastyczniania i wpływa głównie na parametry pracy wylączarek, przede wszystkim na szybkość obrotową ślimaka, która jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalna do jego średnicy. Stosowane w praktyce ślimaki mają średnice od kilkunastu do kilkuset mm.

- **długość ślimaka L**

W praktyce długość ślimaka wyraża się stosunkiem L / D . Na świecie obserwuje się wyraźną tendencję do powiększania tego stosunku, co zapewnia lepsze działanie homogenizujące ślimaka, przy czym dłuższe ślimaki stosuje się najczęściej przy większych średnicach. Tendencja ta limitowana jest przede wszystkim degradacją termiczną i mechaniczną tworzywa zachodzącą w trakcie procesu przetwórstwa [100]. Obecnie zakłada się, że długość ślimaków wylączarskich powinna zawierać się w granicach $L / D = 15 \div 30$ [101].

- **długości geometrycznych stref ślimaka**

Klasyczna konstrukcja ślimaka zakłada istnienie trzech podstawowych stref geometrycznych różnej długości oraz stałego skoku zwoju. Wzajemny stosunek długości stref wynika z funkcji, jaką ślimak ma spełnić w powiązaniu z właściwościami ciernymi, reologicznymi i cieplnymi przetwarzanego tworzywa. Obecnie zaleca się, aby długość strefy zasilania wynosiła 50-60 % całkowitej długości ślimaka, strefy sprężania – 20-25 % i strefy dozowania – 20-25 % [100].

- **skok zwoju S**

Większość typowych rozwiązań projektowych przewiduje stosowanie ślimaków o skoku zbliżonym do średnicy ślimaka. W [102] zakłada się, że optymalny skok zwoju wynosi $(0.8 \div 1.2) D$.

- **kąt wzniosu linii śrubowej φ**

Większość rozwiązań projektowych przewiduje stosowanie ślimaków o skoku równym średnicy ślimaka, co odpowiada kątowi $17^\circ 40'$. Ślimaki o takim kącie pochylenia zwoju traktowane jako pompa śrubowa charakteryzują się sprawnością

27.8 % dla ilorazu dławienia 0.333 [102]. Jest to wielkość zbliżona do najbardziej optymalnego kąta natarcia zwoju równego 20-25° [30,102].

- **wysokości kanału w strefach zasilania i dozowania H_z i H_d**

Problem odpowiedniego doboru wysokości kanału w strefach zasilania i dozowania omówiony jest dość szczegółowo w [103] i [104]. W ślimakach do przetwórstwa PVC wysokości te są większe niż w ślimakach do przetwórstwa innych termoplastów. Ze względu na wpływ ścian bocznych kanału ślimaka na przepływ uplastycznionego materiału w praktyce zaleca się stosować ograniczenia $H / D \leq 0.1$ oraz $H / W \leq 0.1$ [100].

- **szerokość kanału W**

Szerokość kanału zgodnie z [102] określić można zależnością $W = 0.87 D k \sin \varphi$, gdzie współczynnik liczbowy k związany jest z objętością własną zwoju oraz krotnością kanału ślimaka.

- **krotność kanału k_k**

Oprócz typowych ślimaków o jednym zwoju stosuje się ślimaki dwu- i wielozwojowe. Ich podstawową zaletą jest samocentrowanie się w stosunku do osi głównej, co wiąże się ze zmniejszonym ścieraniem się ślimaka oraz wydłużeniem jego żywotności. Kolejną zaletą jest stabilniejsze tłoczenie, ponieważ w warunkach stosunkowo małej szerokości kanału spadek ciśnienia towarzyszący przejściu od aktywnej do pasywnej części zwoju jest niewielki [100].

- **wysokość szczeliny między wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem h_f**

Współzależności pomiędzy geometrią ślimaka a właściwościami materiału, z których najbardziej istotnymi są lepkość i napięcie powierzchniowe powodują, że w przypadku tworzyw, które w stanie uplastycznionym przyczepiają się do ścianek ślimaka i cylindra, czyli typowych termoplastów ślimaki projektuje się tak, aby wysokość szczeliny między wierzchołkiem jego uzwojenia a ścianą cylindra wynosiła ok. 0.15-0.25 mm. Natomiast dla tworzyw ślizgających się po ściankach, np. PVC, wysokość ta jest mniejsza i wynosi najczęściej 0.06-0.10 mm [100].

- **szerokość zwoju e**

W uniwersalnych ślimakach do termoplastów szerokość zwoju liczona jako $e / (e + W)$ wynosi ok. 0.06 ÷ 0.10. W przetwórstwie twardego PVC szerokości zwoju są większe [103].

Na działanie układu uplastyczniającego wytłaczarki mają również wpływ różne niekonwencjonalne rozwiązania, obejmujące zarówno konstrukcje ślimaka, jak i cylindra. Mogą one zakładać rozmieszczenie w poszczególnych strefach dodatkowych elementów geometrycznych:

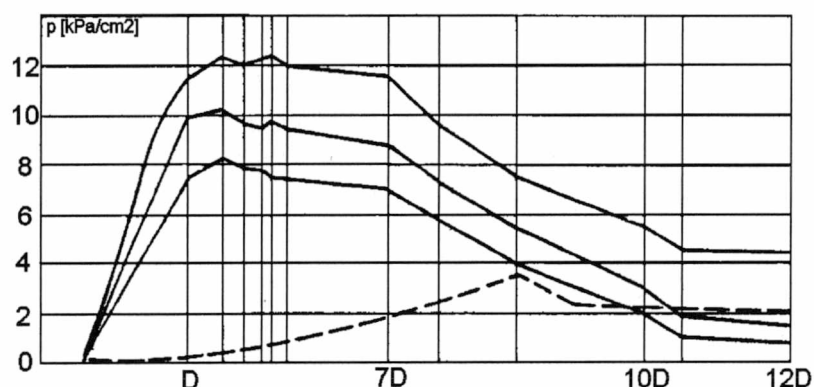
- **przerwany zwój**

Przerwy w uzwojeniu wskutek ruchu obrotowego ślimaka działają jak frezy, odrywające zalegający materiał i transportujące go z powrotem w kierunku zasobnika, co powoduje wydłużenie czasu przebywania tworzywa w maszynie oraz polepsza transport ciepła i mieszanie. Zasada ta działa również w ślimakach bez kompresji oraz z kompresją ujemną [100].

- **rowkowana powierzchnia cylindra w strefie zasilania**

Konstrukcje z rowkami na wewnętrznej stronie cylindra połączone z chłodzeniem tej części cylindra spowodowały zmiany charakteru funkcjonowania układu uplastyczniającego. Aktywna strefa zasilania generuje przede wszystkim duże natężenie przepływu oraz duże ciśnienie, co pokazano na rysunku 3.

Ponadto zmienia się również sama charakterystyka wydajnościowa układu ślimakowego, utrzymując – w pewnym szerokim zakresie – stałą wartość wydajności. Dysponując dużym ciśnieniem można w strefie transportu stopu zrezygnować ze zwojów i zastosować konstrukcje intensyfikujące mieszanie [59].



Rys. 3. Eksperymentalny pomiar ciśnienia na długości układu ślimakowego wytłaczarki
(linia przerywana –cylinder walcowy, linia ciągła –układ z rowkowaną strefą zasilania)

Źródło: opracowano na podstawie: Diakun J., *Podstawy uaktywnienia strefy zasilania w konstrukcji wytłaczarki ślimakowej*, Wydawnictwo Uczelniane WSI, Koszalin 1991, s. 19.

Należy podkreślić, że możliwość generowania dużego ciśnienia wynika z bardzo intensywnego, wykładniczego charakteru jego narastania na długości układu ślimakowego. Konieczność wytworzenia dużego ciśnienia w pozostałych strefach roboczych wymagałaby znacznie większej długości układu ślimakowego ze względu na inny, liniowy charakter narastania ciśnienia w tych strefach [59].

Zastosowanie rowkowanej strefy zasilania ma jednak istotne wady [69]. Wymagane jest zastosowanie silniejszego napędu, występuje zwiększone zużycie energii, trudno jest również zapewnić odpowiednie uplastycznienie oraz homogenizację tworzywa ze względu na większą wydajność procesu oraz odmienną charakterystykę przepływu materiału.

- **dodatkowy ślimak dozujący materiał sypki**

Dodatkowy układ ślimakowy, zaopatrzony we własny napęd, a często i w wymienną końcówkę sięgającą leja zasypowego, umożliwia ustalenie warunków optymalnego dozowania materiału [100].

- **układ tandemowy**

Układ ten stwarza oryginalne możliwości łączenia pionowej jednostki zasilania i uplastyczniania z poziomą jednostką homogenizującą i dozującą. Pozwala on na duże możliwości regulacji parametrów i optymalnego wykorzystania maszyny [100].

- **układ odgazowujący**

Sprawą bardzo istotną w przetwórstwie tworzyw absorbujących wodę jest wprowadzenie w strefie sprężania układu odgazowującego. Ze względu na wysokość kanału ślimaka w rozwiązaniach takich wyróżnia się najczęściej 6 stref geometrycznych.

Otwór odgazowujący w cylindrze stanowi niepożądaną przerwę z punktu widzenia transportu. Dlatego ma on postać aksjalnie i radialnie biegnącej „wciągającej kieszeni”, dzięki czemu występuje wystarczający transport i tworzywo nie opuszcza cylindra [100].

- **elementy mieszająco – ścinające**

W strefie dozowania rozmieścić można różne dodatkowe elementy mieszająco-ścinające o różnym kształcie, np. element ścinający Maddocka czy dwuzwojowa strefa ścinająca Maillefera [105,106].

Można też zastosować ślimak o dwóch równoległych kanałach przedzielonych elementem ścinającym [107] o bardzo dużej różnicy ciśnień pomiędzy kanałami, umożliwiającą uzyskanie jednorodnego stopu w stosunkowo niskiej temperaturze.

2.2.1.2. Właściwości tworzywa stałego i stopionego

Podczas uplastyczniania ślimakowego tworzywo przechodzi ze stanu stałego w stan stopiony i w tych postaciach jest również transportowane. Stąd na dynamikę pracy układu uplastyczniającego mają wpływ właściwości tworzywa zarówno stałego, jak i stopionego. Są to przede wszystkim:

- **ciężar nasypowy tworzywa ρ_0**

Ciężar właściwy tworzywa sypkiego (w formie granulatu lub proszku) w połączeniu z jego właściwościami trybologicznymi określa w pierwszym rzędzie warunki (zwłaszcza ciśnienie) w obszarze leja zasypowego.

- **ciężar właściwy tworzywa stałego ρ_s i uplastycznionego ρ_m**

Ciężar właściwy większości (niemodyfikowanych) termoplastów zmienia się w zakresie 900-1500 kg/m³ i jest słabo zależny od temperatury, a zwłaszcza od ciśnienia. Temperaturowy współczynnik zmian gęstości takich polimerów $\left(\frac{\partial \rho_s}{\partial T}\right)_p$

zmienia się w granicach 0.4 ÷ 1.0 kg m⁻³ K⁻¹ [108].

Wpływ ciśnienia i temperatury na gęstość polimerów stopionych jest nieco większy i można go przedstawić za pomocą licznych równań PVT [109], z których najbardziej popularne jest równanie Taita:

$$\frac{\rho_m(p, T)}{\rho_m(0, T)} = \frac{1}{1 - c \ln \left[1 + \frac{p}{B(T)} \right]} \quad (1)$$

gdzie:

$$\rho_m(0, T) = \rho_{m0} \exp(-\alpha T) \quad (2)$$

$$B(T) = B_0 \exp(-\beta T) \quad (3)$$

przy czym $c = 0.0894$ jest stałą uniwersalną, a ρ_{m0} , B_0 , α i β są stałymi materiałowymi dla danego polimeru.

- **współczynniki tarcia tworzywa stałego o cylinder f_c i ślimak f_s**

Współczynniki te określają tarcie suche na granicy stały polimer – metal i zależą od temperatury, ciśnienia, sposobu obróbki powierzchni, a także parametrów kinematycznych [110]. Ich wartość określa transport tworzywa w strefie zasilania.

- **ciepło właściwe (przy stałym ciśnieniu) tworzywa stałego c_s i stopionego c_m**

Znajomość ciepła właściwego, podobnie jak ciepła topnienia (dla tworzyw semikrystalicznych) jest niezbędna dla oceny przebiegu stapiania tworzyw. Ciepło właściwe tworzyw stałych w temp. pokojowej zmienia się zwykle w zakresie 1700-2500 J kg⁻¹ K⁻¹ i zależy głównie od temperatury. Temperaturowy współczynnik zmian

ciepła właściwego $\frac{d \ln c_p}{dT}$ wynosi zwykle $0.5 - 2.0 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ [109,111]. Ciepło

właściwe tworzyw stopionych c_m jest zwykle nieco większe i także zmienia się z temperaturą [111,112].

Dla tworzyw semikrystalicznych niezbędna jest także znajomość ciepła topnienia, którego wartość zależy nie tylko od rodzaju polimeru, lecz także od stopnia krystaliczności.

- **przewodnictwo cieplne tworzywa stałego k_s i uplastycznionego k_m**

Dla charakterystyki procesów cieplnych podczas uplastyczniania niezbędna jest również znajomość współczynnika przewodnictwa cieplnego k . Dla większości termoplastów zmienia się on w zakresie $0.1 - 0.7 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ i zwykle rośnie z temperaturą [109,111]. W wielu zastosowaniach używany jest również tzw. współczynnik przewodności temperaturowej α :

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (4)$$

który jest prawie niezależny od temperatury i ciśnienia [110].

- **temperatura płynięcia T_m**

Temperatura płynięcia, w której dominuje zachowanie lepkie, może być utożsamiana z temperaturą topnienia dla tworzyw semikrystalicznych oraz temperaturą mięknięcia dla tworzyw amorficznych. Dla większości termoplastów temperatura mięknięcia zmienia się w granicach 100-300°C [109,111].

- **równanie konstytutywne stopionego tworzywa**

Równanie konstytutywne jest niezbędne dla charakterystyki przepływu stopu w kanale ślimaka. Mimo, iż stop ma właściwości cieczy lepkosprężystej, podstawowe efekty związane z jego przepływem można uwzględnić wykorzystując właściwie dobrane równanie cieczy lepkiej. Prostą i stąd szeroko stosowaną w praktyce możliwość opisu wpływu temperatury i warunków przepływu (np. szybkości ścinania) na lepkość stopu daje tzw. równanie potęgowe (Ostwalda-de Waele). Jedną z możliwych form tego równania stosowana w niniejszej pracy ma postać [112]:

$$\tau_{ij} = m_0 \exp[-a(T - T_0)] \left(\frac{1}{2} II_{\Delta} \right)^{\frac{n-1}{2}} \Delta_{ij} \quad (5)$$

gdzie:

τ_{ij} i Δ_{ij} - składowe tensora ekstranapężenia i tensora szybkości deformacji:

$$\Delta_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

II_{Δ} - drugi niezmiennik tensora szybkości deformacji:

$$II_{\Delta} = \frac{1}{2} \left[(tr \Delta)^2 - tr(\Delta^2) \right] \quad (7)$$

n – wykładnik potęgowy ($n = 1$ dla cieczy newtonowskiej),

m_0 – współczynnik konsystencji w temperaturze odniesienia T_0 ,

a – współczynnik temperaturowy lepkości,

przy czym:

v_i – składowe wektora prędkości, x_i – współrzędne układu kartezjańskiego.

2.2.2. Teoretyczny model procesu wytłaczania

W procesie wytłaczania następuje przemiana stanu fizycznego tworzywa ze stanu stałego w stan uplastyczniony. Odpowiednio zatem do różnych stanów fizycznych wyodrębnia się w wytłaczarce różne strefy procesu, zwane strefami dynamicznymi lub roboczymi.

W odróżnieniu od stref geometrycznych, umiejscowienie stref roboczych ma charakter dynamiczny, zależny od warunków pracy wytłaczarki. Zazwyczaj wyróżnia się pięć podstawowych stref roboczych [30]:

- strefa zasobnika,
- strefa transportu tworzywa stałego,
- strefa uplastyczniania wstępnego,
- strefa uplastyczniania właściwego,
- strefa transportu stopu.

Podstawowym założeniem klasycznej teorii wytłaczania, dotyczącym geometrii, jest przybliżenie śrubowego kanału ślimaka kanałem prostoliniowym o prostokątnym przekroju poprzecznym. Taka aproksymacja jest szczególnie uzasadniona, gdy stosunek wysokości kanału do jego szerokości jest niewielki. Jeśli stosunek H / W jest stosunkowo duży (umownie można przyjąć graniczną wartość równą 0.1), uwzględnia się wówczas dodatkowo współczynniki kształtu, które korygują wyznaczone wartości natężenia przepływu lub ciśnienia, uwzględniając tym samym hamujący wpływ ścian bocznych kanału. Problem zaniedbania krzywizny kanału zostanie szerzej omówiony w pkt. 2.2.2.5.

Następne ważne założenie dotyczy względnego ruchu ślimaka i cylindra. Przyjmuje się, że ślimak jest nieruchomy, a obraca się cylinder i ustala się układ współrzędnych na powierzchni ślimaka. Założenie nieruchomego ślimaka i obracającego się cylindra, a więc zmiany „rzeczywistego” układu odniesienia, wymaga dodatkowego komentarza. Zagadnienie to, zwłaszcza w odniesieniu do transportu stopu wzbudza kontrowersje u wielu badaczy [113-115], którzy twierdzą, że zmiana taka prowadzi do powstawania różnic obliczeniowych pola przepływu. Z drugiej strony istnieje grupa badaczy, która twierdzi, że różnice takie nie występują [4,110,116].

Rauwendaal [116] zbadał szczegółowo oba modele (model z nieruchomym cylindrem i obracającym się ślimakiem i odwrotny) stosując zarówno analizę teoretyczną, jak również wykonując trójwymiarowe symulacje numeryczne przy pomocy pakietu POLYFLOW [10]. Stwierdził jednoznacznie, że zarówno rozwiązanie teoretyczne, jak i symulacje trójwymiarowe dały w obydwu modelach dokładnie takie same pole przepływu. Dostrzegalne różnice zaobserwowano tylko przy zastosowaniu modelu równoległych płyt, co spowodowane jest pominięciem wpływu krzywizny kanału. Przy założeniu układu współrzędnych cylindrycznych, oba modele dawały już w rezultacie dokładnie takie same wyniki. Odkrył ponadto, że błąd generowany przy zastosowaniu modelu równoległych płyt przy założeniu poruszającego się ślimaka jest nawet większy, niż dla obracającego się cylindra.

Poniżej omówione zostaną podstawowe elementy klasycznej teorii wytłaczania z uwzględnieniem pięciu wspomnianych wcześniej stref roboczych wytłaczarki.

2.2.2.1. *Strefa zasobnika*

W strefie tej tworzywo w stanie stałym w postaci granulatu lub proszku jest transportowane do cylindra wytłaczarki lub wtryskarki. Przemieszczanie się materiału w tej strefie odbywa się najczęściej jedynie pod działaniem sił grawitacji.

Powodem wprowadzenia tej strefy do modelu uplastyczniania jest potrzeba określenia początkowej wartości ciśnienia materiału w cylindrze. W literaturze istnieje kilka znanych rozwiązań tego problemu [117-119], przy czym podstawowe znaczenie ma model zaproponowany przez Walkera [118]. Nieco bardziej przybliżony zostanie również model Basowa i Kazankowa [117].

Model Walkera

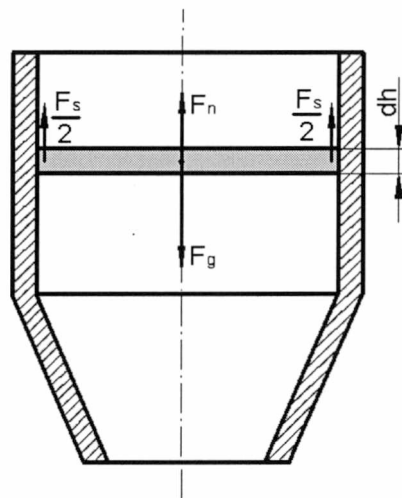
Model ten rozwiązuje problem na gruncie mechaniki ośrodków sypkich [120]. Podstawowe założenia tego modelu są następujące:

- tworzywo w postaci ziaren jest ośrodkiem idealnie sypkim, co oznacza, że jego odkształcenie polega na przemieszczaniu się ziaren względem siebie, przy czym odkształcenie pojedynczych ziaren nie wpływa na odkształcenie ośrodka oraz ośrodek nie ma zdolności do przenoszenia naprężeń rozciągających,

- ziarna tworzywa nie oddziałują energetycznie pomiędzy sobą,
- ziarna nie podlegają działaniu sił okresowo zmiennych, wynikających np. z drgań zasobnika.

Poniższe rozwiązanie modelu Walkera zostało nieco zmienione na potrzeby rozwiązań numerycznych. Rezultaty tak zmodyfikowanego modelu przedstawiono szczegółowo w [60].

Podstawą do określenia profilu ciśnienia tworzywa w zasobniku jest dokonanie bilansu sił działającą na poziomą warstwę materiału o grubości elementarnej dh . Rozkład sił przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Schemat przekroju podłużnego zasobnika przedstawiający bilans sił działających na elementarną warstwę tworzywa

Źródło: opracowano na podstawie: Wilczyński K., *Teoria wytłaczania jednoślismakowego tworzyw wielkocząsteczkowych*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1989, s. 12.

Zgodnie z nim, ciężar właściwy F_g warstwy jest równy sumie siły F_n wynikającej z różnicy naprężeń normalnych działających na warstwę oraz siły F_s wynikającej z istnienia naprężeń stycznych na powierzchni warstwy:

$$F_g = F_n + F_s \quad (8)$$

Do rozwiązania powyższego bilansu potrzebne było ustalenie zależności pomiędzy naprężeniem normalnym a naprężeniem stycznym. Związek ten uzyskano za pomocą koła Mohra, rozpatrując przekrój prostopadły do płaszczyzn działania naprężeń w stanie równowagi, przy założeniu ustalonego przemieszczania się tworzywa.

Równanie bilansu (8) prowadzi do następującej zależności zmian ciśnienia w złożu materiału sypkiego:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{2B_s d_p y}{R_z}\right) + \frac{\rho_0 g R_z}{2B_s d_p} \left[1 - \exp\left(-\frac{2B_s d_p y}{R_z}\right)\right] \quad (9)$$

gdzie:

$$B_s = \frac{\sin \chi_s \sin \delta_f}{1 - \cos \chi_s \sin \delta_f} \quad (10)$$

$$\chi_s = \arctan f_w + \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\sin(\arctan f_w)}{\sin \delta_f}\right) \quad (11)$$

przy czym:

p_0 – dodatkowe obciążenie jednostkowe zewnętrznej powierzchni tworzywa ponad wielkość ciśnienia atmosferycznego,

d_p – współczynnik rozkładu naprężeń normalnych (do obliczeń można przyjąć $d_p = 1$),

R_z – wymiar charakterystyczny (podwojony stosunek powierzchni przekroju do obwodu zasobnika),

y – współrzędna wzdłuż wysokości zasobnika, z początkiem na powierzchni zewnętrznej tworzywa,

δ_f – kąt tarcia wewnętrznego tworzywa,

f_w – statyczny współczynnik tarcia pomiędzy tworzywem a ścianą cylindra.

Dla zasobnika zbieżnego (o przekroju kołowym lub kwadratowym) profil ciśnienia jest określony jako:

$$p = p_0 \left(\frac{L_z - y}{L_z}\right)^{C_z} + \frac{\rho_0 g (L_z - y)}{C_z - 1} \left[1 - \left(\frac{L_z - y}{L_z}\right)^{C_z - 1}\right] \quad (12)$$

gdzie:

$$L_z = \frac{R_z}{\tan \alpha_z} \quad (13)$$

$$C_z = \frac{2B_z d_p}{\tan \alpha_z} \quad (14)$$

$$B_z = \frac{\sin(2\alpha_z + \chi_z) \sin \delta_f}{1 - \cos(2\alpha_z + \chi_z) \sin \delta_f} \quad (15)$$

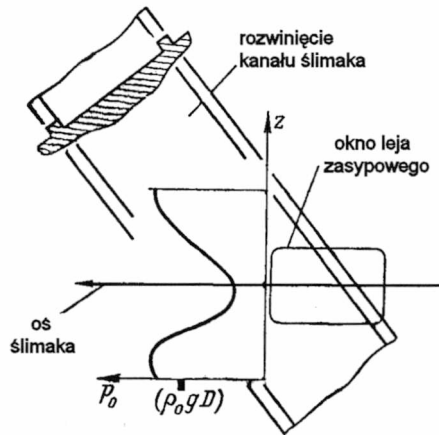
$$\chi_z = \arctan f_w + \arcsin\left(\frac{\sin(\arctan f_w)}{\sin \delta_f}\right) \quad (16)$$

α_z – połowa kąta zbieżności zasobnika.

Słuszność powyższego modelu została potwierdzona wynikami badań doświadczalnych [118].

Model Basowa i Kazankowa

Złożona analiza zachowania się materiału w obszarze otworu zasypowego przeprowadzona przez Basowa i Kazankowa [117] wskazuje, że na skutek rotacji ślimaka ciśnienie początkowe jest periodyczną funkcją czasu zależną od prędkości kątowej ślimaka oraz położenia względem osi symetrii otworu zasypowego (rys. 5).



Rys. 5. Rozkład ciśnienia p_0 w obszarze leja zasypowego

Źródło: opracowano na podstawie: Basow N.I., Kazankow Yu.W., *Litjeweje Formowanije Polimierow*, Chimija, Moskwa 1984, s. 28.

Uwzględniając dodatkowo fakt, że przed otworem zasypowym znajduje się warstwa sypkiego tworzywa o określonej wysokości (która może zmieniać się w czasie), autorzy otrzymali następujące wyrażenie na wielkość ciśnienia początkowego:

$$p_0(z, t) = \rho_0 g \left\{ \frac{D}{2} \left[1 + \cos \left(\omega t + \frac{2z}{D} \right) \right] + h(t) \right\} \quad (17)$$

gdzie:

ρ_0 – ciężar nasypowy tworzywa,

$h(t)$ – wysokość warstwy tworzywa,

g – przyspieszenie ziemskie,

D – średnica ślimaka,

ω – prędkość kątowa rotacji,

z – współrzędna położenia w kierunku osi symetrii otworu zasypowego.

Rozpatrując złożone efekty związane z ograniczoną sypkością materiału, efektem klinowym w obszarze między ścianką otworu oraz częścią powierzchni ślimaka, wpływem prędkości rotacji na zdolność transportową w obszarze otworu zasypowego itp., autorzy dochodzą do wniosku, że najprostsze, a jednocześnie dostatecznie dokładne oszacowanie wartości ciśnienia początkowego można przedstawić wzorem:

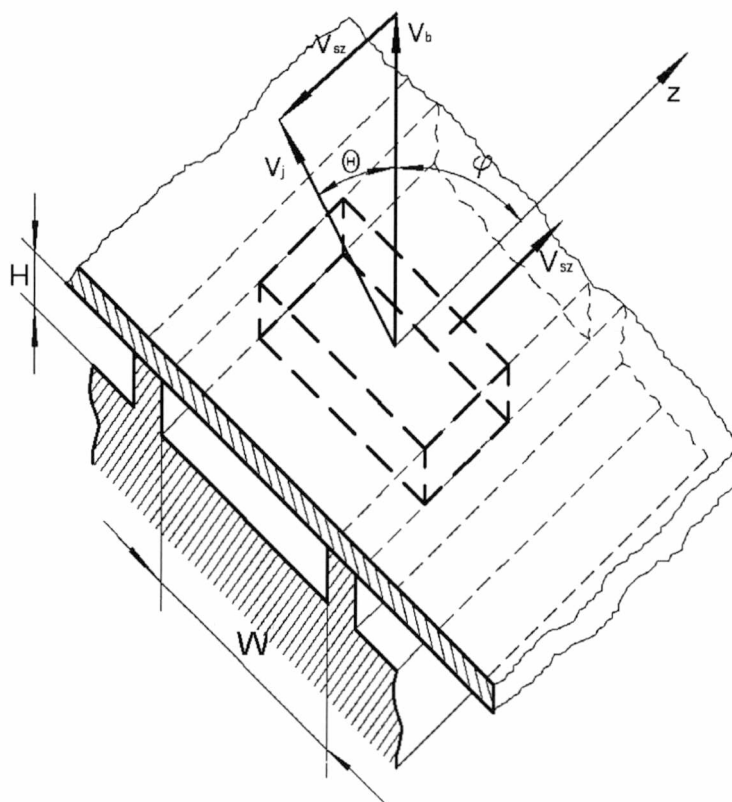
$$p_0 = \rho_0 g D \quad (18)$$

2.2.2.2. *Strefa transportu tworzywa stałego*

Zjawiska zachodzące w strefie zasilania były przedmiotem wielu prac teoretycznych i eksperymentalnych. Jako pierwsi proces transportu materiału stałego w cylindrze wytłaczarki opisali Darnell i Mol [35]. Na tej podstawie powstało kilka nowych modeli, w których uwzględniono m.in. oddziaływanie sił grawitacji [121,122], dokonano analizy zjawisk cieplnych [123,124] oraz założono możliwość istnienia cienkiej warstewki tworzywa uplastycznionego pomiędzy materiałem stałym a gorącą powierzchnią cylindra oraz rdzenia ślimaka [125,126]. W kraju szerzej strefą zasilania zajmował się Diakun [58,59], prace te jednak w głównej mierze dotyczyły rowkowanej strefy zasilania.

Model opisujący strefę transportu tworzywa stałego powinien pozwalać na określenie rozkładu ciśnienia na długości kanału ślimaka, jak również na obliczenie zużycia energii.

Klasyczna analiza procesu transportu tworzywa stałego przyjmuje model przedstawiony na rysunku 6,



Rys. 6. Schemat mechanizmu transportu warstwy tworzywa stałego w kanale ślimaka

Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 54.

oraz następujące założenia:

- ślimak jest nieruchomy, obraca się cylinder,
- śrubowy kanał zastępuje się kanałem płaskim,
- warstwa tworzywa stałego jest ciągła i jednorodna,
- prędkość przemieszczania się warstwy wzdłuż osi kanału jest stała,
- ciśnienie zmienia się wyłącznie na długości kanału,
- proces ma charakter ustalony,
- właściwości tworzywa mogą być funkcją ciśnienia i temperatury,
- brak poślizgu tworzywa na ściankach cylindra oraz ślimaka,
- siły bezwładności oraz grawitacji są pomijalnie małe.

Transport i zagęszczenie materiału stałego w wylączarce, a także wzrost jego temperatury aż do zapoczątkowania procesu stapiania zachodzą głównie wskutek względnego ruchu ślimaka i cylindra oraz tarcia tworzywa o ich powierzchnię.

Warstwa stała przesuwa się względem cylindra prędkością $\vec{V}_j$, równą (rys. 6):

$$\vec{V}_j = \vec{V}_b - \vec{V}_{sz} \quad (19)$$

gdzie:

$\vec{V}_b$ - wektor prędkości cylindra,

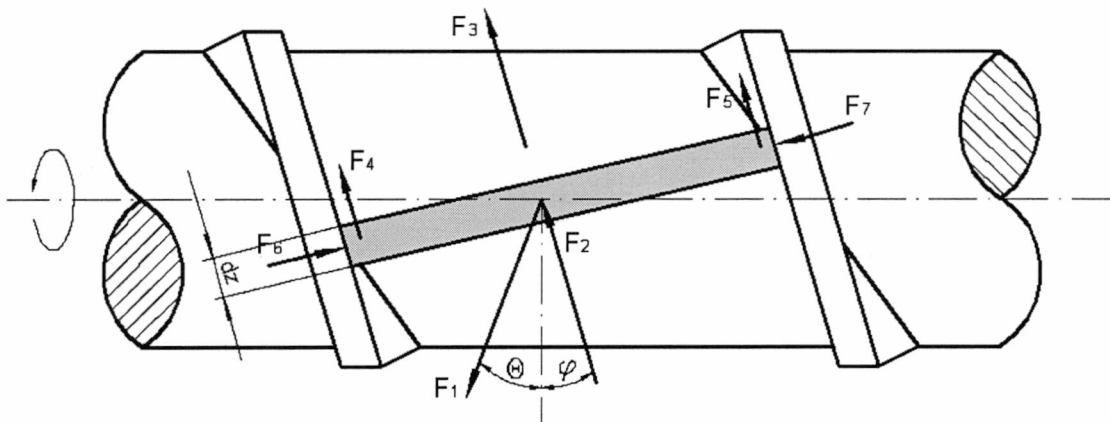
$\vec{V}_{sz}$ - wektor prędkości warstwy stałej.

Wartości wektorów $\vec{V}_j$ oraz $\vec{V}_{sz}$ określić można łatwo na podstawie związków geometrycznych jako

$$V_j = V_b \frac{\sin \varphi_0}{\sin(\varphi_0 + \theta)} \quad (20)$$

$$V_{sz} = V_b \frac{\sin \theta}{\sin(\varphi_0 + \theta)} \quad (21)$$

Zgodnie z koncepcją Darnella i Mola [35] podstawą do wyznaczenia rozkładu ciśnienia w analizowanej strefie transportu tworzywa stałego jest dokonanie bilansu sił oraz momentów sił działających na warstwę materiału o grubości elementarnej dz , co przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Schemat obciążenia warstwy stałej tworzywa w kanale ślimaka

Opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s.58.

Na warstwę tą działają następujące siły:

- siła tarcia F_1 między powierzchnią cylindra a tworzywem:

$$F_1 = f_c p W_0 dz_0 \quad (22)$$

- siła F_2 wynikająca z istnienia gradientu ciśnienia wzdłuż grubości warstwy dz :

$$F_2 = H W_1 dp \quad (23)$$

- siła tarcia F_3 między rdzeniem ślimaka a tworzywem:

$$F_3 = f_s p W_2 dz_2 \quad (24)$$

- siła tarcia F_4 między aktywną powierzchnią boczną zwoju ślimaka a tworzywem:

$$F_4 = f_s F_6 \quad (25)$$

- siła tarcia F_5 między pasywną powierzchnią boczną zwoju ślimaka a tworzywem:

$$F_5 = f_s F_7 \quad (26)$$

- siła F_6 wywierana przez aktywną powierzchnię ścianki kanału na warstwę tworzywa:

$$F_6 = p H dz_1 + F_d \quad (27)$$

- siła F_7 wywierana przez pasywną powierzchnię ścianki kanału na warstwę tworzywa:

$$F_7 = p H dz_1 \quad (28)$$

gdzie:

dz_0, dz_1, dz_2 – grubość warstwy tworzywa, odpowiednio: przy powierzchni cylindra, w połowie wysokości kanału, na powierzchni rdzenia ślimaka,

F_d – siła dodatkowa, normalna do aktywnej ścianki kanału.

Po rozłożeniu każdej z sił na składowe w kierunku osi ślimaka i prostopadłym do osi otrzymuje się bilans sił działających w kierunku osiowym oraz momentów sił względem osi. Równania bilansowe przedstawiają się następująco:

$$F_1 \sin \theta + (F_2 + F_4 + F_5) \sin \varphi_1 + F_3 \sin \varphi_2 - (F_6 - F_7) \cos \varphi_1 = 0 \quad (29)$$

$$F_1 \cos \theta \left(\frac{D_0}{2} \right) - (F_2 + F_4 + F_5) \cos \varphi_1 \left(\frac{D_1}{2} \right) - F_3 \cos \varphi_2 \left(\frac{D_2}{2} \right) - (F_6 - F_7) \sin \varphi_1 \left(\frac{D_1}{2} \right) = 0 \quad (30)$$

Podstawiając wyrażenia (22-28) do zależności (29) i (30) i po wyeliminowaniu nieznanej wielkości F_d otrzymuje się wyrażenie:

$$(B_1 - E_1 K) dz = (B_2 + E_2 K) \frac{dp}{p} \quad (31)$$

gdzie:

$$B_1 = f_c W_0 \cos \theta - 2 f_s H \left(\frac{D_1}{D_0} \right) \sin \varphi_0 \operatorname{ctg} \varphi_1 - f_s W_2 \left(\frac{D_2}{D_0} \right) \sin \varphi_0 \operatorname{ctg} \varphi_2 \quad (32)$$

$$B_2 = W_1 H \left(\frac{D_1}{D_0} \right) \cos \varphi_1 \quad (33)$$

$$E_1 = f_c W_0 \sin \theta + 2 f_s H \sin \varphi_0 + f_s W_2 \sin \varphi_0 \quad (34)$$

$$E_2 = W_1 H \sin \varphi_1 \quad (35)$$

$$K_a = \frac{D_1 \sin \varphi_1 + f_s \cos \varphi_1}{D_0 \cos \varphi_1 - f_s \sin \varphi_1} \quad (36)$$

Po przekształceniu i scałkowaniu równania (31) uzyskuje się wyrażenie określające przyrost ciśnienia w strefie transportu tworzywa stałego:

$$p = p_0 \exp \left(\frac{B_1 - E_1 K_a}{B_2 + E_2 K_a} z \right) \quad (37)$$

Z powyższej zależności wynika, że ciśnienie w tej warstwie wzrasta wykładniczo, co zostało wykazane wcześniej wieloma badaniami doświadczalnymi [36,59,127,128]. Do określenia bezwzględnej wartości ciśnienia potrzebna jest znajomość wartości ciśnienia początkowego p_0 , gdyż w przeciwnym przypadku możliwe byłoby jedynie wyznaczenie stosunku ciśnień $\frac{p}{p_0}$. Ciśnieniem takim może

być np. ciśnienie panujące na dnie leja zasypowego, którego obliczenie zostało opisane wcześniej.

Równanie (37) można przedstawić w formie przekształconej:

$$\cos \theta = K_a \sin \theta + M_a \quad (38)$$

gdzie:

$$M_a = 2 \frac{f_s}{f_b} \frac{H}{W_0} \sin \varphi_0 \left(K_a + \frac{D_1}{D_0} \cot \varphi_1 \right) + \frac{f_s}{f_b} \frac{W_2}{W_0} \sin \varphi_0 \left(K_a + \frac{D_2}{D_0} \cot \varphi_2 \right) + \frac{1}{f_b} \frac{W_1}{W_0} \frac{H}{z_0} \sin \varphi_1 \left(K_a + \frac{D_1}{D_0} \cot \varphi_1 \right) \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \quad (39)$$

Zależność (38) umożliwia wyznaczenie kąta transportu warstwy stałej θ :

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{1 + K_a^2 - M_a^2} - K_a M_a}{1 + K_a^2} \quad (40)$$

Z przedstawionych zależności wynika, że znając np. kąt transportu θ można przy znanym ciśnieniu początkowym wyznaczyć ciśnienie w dowolnym przekroju, a także prędkość V_{sz} określającą masowe natężenie przepływu tworzywa stałego. W zastosowaniach praktycznych związanych np. z modelowaniem uplastyczniania przy wytłaczaniu częsty jest przypadek odwrotny, tzn. przy znanym (założonym) V_{sz} wyznaczany jest kąt transportu i na tej podstawie rozkład ciśnienia na długości strefy zasilania.

Moc p_z zużywana w cylindrze wtryskarki w strefie transportu tworzywa stałego jest sumą:

- mocy rozproszonej na powierzchni cylindra p_{zb} ,
- mocy rozproszonej na powierzchni rdzenia ślimaka p_{zs} ,
- mocy rozproszonej na powierzchniach bocznych zwoju ślimaka p_{zz} ,
- mocy wywołującej gradient ciśnienia p_p .

Dokładna ilościowa ocena zmian ciśnienia i temperatury w strefie transportu tworzywa stałego jest zagadnieniem trudnym, ponieważ oba te parametry są od siebie zależne. W obliczeniach wykonanych metodami numerycznymi należałoby dla większej dokładności uwzględnić anizotropowy rozkład naprężeń w materiale stałym oraz zależność współczynników tarcia od temperatury i ciśnienia. W kilku badaniach [36,59,110,123,127,128] stwierdzono niemal wykładniczy wzrost ciśnienia i temperatury na długości strefy, niezależnie od jej geometrii oraz właściwości ciernych tworzywa, które mają wpływ jedynie na intensywność zmian obu wielkości. Znaczny wpływ na zmiany ciśnienia wywiera przy tym wartość ciśnienia początkowego. Parametr ten zależy w istotnym stopniu od warunków panujących w leju zasypowym, co należy również uwzględnić w obliczeniach [60,112].

2.2.2.3. *Strefa uplastyczniania wstępnego*

Strefa uplastyczniania wstępnego zaczyna się w miejscu, w którym stałe tworzywo, transportowane w kanale ślimaka od strony leja zasypowego zaczyna stykać się z ogrzewaną częścią cylindra. Na powierzchni styku tworzywa z nagrzaną ścianą cylindra zaczyna tworzyć się cienka warstewka materiału uplastycznionego. Grubość δ tej warstewki stopniowo ulega zwiększeniu, aż do osiągnięcia grubości krytycznej δ_w równej w przybliżeniu wysokości szczeliny pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem h_f . Z chwilą, gdy jej grubość przekroczy δ_w , wytwarza się w niej – zgodnie z mechanizmem Rayleigha – znaczne ciśnienie, które zaczyna odkształcać warstwę stałą, stwarzając warunki do gromadzenia się uplastycznionego materiału w pobliżu aktywnej części kanału ślimaka [30]. Od tego momentu uplastycznianie następuje już wg odmiennego mechanizmu, tzw. mechanizmu uplastyczniania właściwego.

Z badań doświadczalnych wynika, że odkształcanie warstwy stałej następuje zwykle nieco później, tzn. rozpoczyna się w momencie, gdy grubość warstewki tworzywa uplastycznionego równa jest $\delta \approx 5.64 h_f$ [4,30].

Jak dotąd nie ma w pełni poprawnego rozwiązania przepływu w strefie uplastyczniania wstępnego. Dotyczy to zwłaszcza określenia zmian ciśnienia i temperatury. Tadmor [4] zaleca ekstrapolację gradientu ciśnienia występującego na końcu strefy transportu tworzywa stałego na strefę uplastyczniania wstępnego. Późniejszy jego model [129] nie daje zadowalających wyników głównie ze względu na niemożność określenia długości tej strefy. W ostatnich czasach zaproponowano kilka modeli mających na celu bliższe określenie warunków w strefie przejściowej, np. jej długości, rozkładu ciśnienia i temperatury, zużycia mocy itp.

Najbardziej kompleksowe podejście przedstawia, jak się wydaje, model Wilczyńskiego [60]. Model ten opiera się częściowo na wynikach badań doświadczalnych, z których wynika, iż długość strefy uplastyczniania wstępnego L_p w odniesieniu do typowych tworzyw termoplastycznych jest funkcją bezwymiarowej wielkości Φ określającej szybkość stapiania, która wynika z teorii uplastyczniania właściwego Tadmora [4] i omówionej w następnym rozdziale:

$$L_p = f \left(\frac{1}{\Phi} \right) \quad (41)$$

Model ten przyjmuje założenia analogiczne jak w strefie zasilania, zakładając dodatkowo, że grubość warstewki tworzywa uplastycznionego zmienia się liniowo od zera do h_f zgodnie z zależnością:

$$h = \frac{z}{L_p} h_f \quad (42)$$

Podobne założenie dotyczące liniowej zmiany grubości warstwy stopu w strefie przejściowej przyjmuje również Torner [110].

Analogicznie do strefy transportu tworzywa stałego, dokonuje się bilansów sił oraz momentów, zastępując siłę tarcia suchego pomiędzy tworzywem a powierzchnią cylindra – siłą tarcia lepkiego, określoną jako $\tau W_0 dz$. Wartość naprężenia ścinającego wyznacza się w oparciu o odpowiednie równanie konstytutywne, aproksymując szybkość ścinania ilorazem V_j / h . W konsekwencji uzyskuje się następującą zależność, pozwalającą na obliczenie przyrostu ciśnienia na długości kanału ślimaka w strefie przejściowej [60]:

$$p_2 = p_1 \exp \left(\frac{B_1' - E_1' K_a}{B_2 + E_2 K_a} z \right) + \frac{\tau W_0 (\cos \theta - K_a \sin \theta)}{B_1' - E_1' K_a} \left[\exp \left(\frac{B_1' - E_1' K_a}{B_2 + E_2 K_a} z \right) - 1 \right] \quad (43)$$

gdzie:

$$B_1' = B_1 - f_c W_0 \cos \theta = -2 f_s H \left(\frac{D_1}{D_0} \right) \sin \varphi_0 \cot \varphi_1 - f_s W_2 \left(\frac{D_2}{D_0} \right) \sin \varphi_0 \cot \varphi_2 \quad (44)$$

$$E_1' = E_1 - f_c W_0 \sin \theta = 2 f_s H \sin \varphi_0 + f_s W_2 \sin \varphi_0 \quad (45)$$

τ – naprężenie styczne w warstewce tworzywa uplastycznionego,
parametry E_1 , E_2 , B_1 , B_2 zostały zdefiniowane wcześniej.

Moc zużywaną w cylindrze w tej strefie określa się analogicznie, jak dla strefy transportu tworzywa stałego, zastępując moc rozproszoną na powierzchni cylindra w wyniku tarcia suchego – mocą rozproszoną w warstewce materiału uplastycznionego.

2.2.2.4. *Strefa uplastyczniania właściwego*

Mechanizm uplastyczniania tworzywa w kanale ślimaka zaobserwowali i opisali jako pierwsi Maddock [38] i Street [39], a następnie potwierdzili inni badacze. Pełny przebieg uplastyczniania materiału w procesie wytłaczania jako pierwszy w sposób ilościowy opisał Tadmor [40,41]. Na jego podstawie powstały kolejne modele, które na różnym poziomie dokładności opisywały zjawiska zachodzące w trakcie procesu uplastyczniania. Pod uwagę został wzięty m.in. fakt krzywizny przekroju poprzecznego kanału ślimaka oraz przepływ przeciekowy tworzywa pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem [4,130]. Obliczenia wykazały, że chociaż czynniki te mają istotny wpływ na szybkość uplastyczniania tworzywa, to jednak ich równoczesne działanie znosi się wzajemnie. W innych pracach uwzględniono ponadto, że uplastycznianie tworzywa zachodzi nie tylko od strony cylindra, ale także od strony ślimaka [131-133], co implikuje fakt otoczenia ze wszystkich czterech stron klina niestopionego tworzywa materiałem uplastycznionym. Badania wykazały ponadto, że klin ten doznawać może w pewnych warunkach znacznego przyśpieszenia oraz, co warto podkreślić, w miejscu wzrostu prędkości obserwuje się zwykle jego rozerwanie. Jest to spowodowane przede wszystkim dużym gradientem ciśnienia w kanale ślimaka oraz różnicą prędkości przemieszczania się warstwy tworzywa stałego i uplastycznionego.

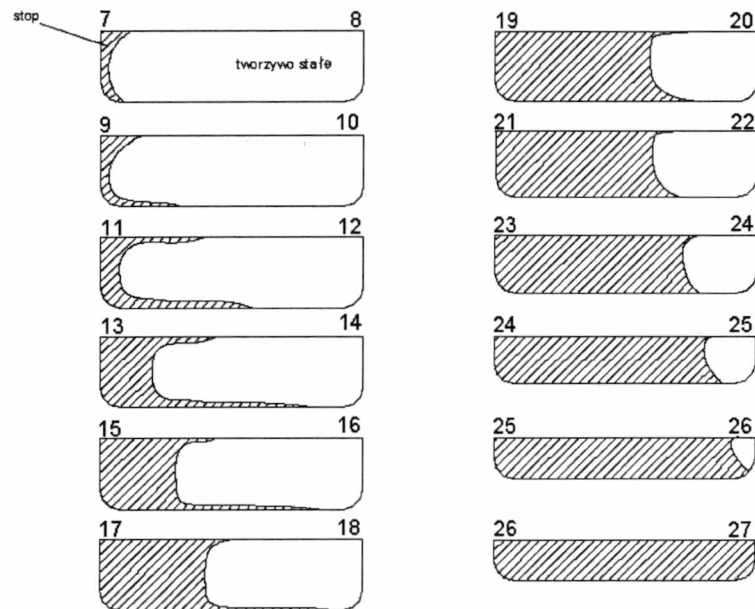
Powyższy mechanizm uplastyczniania jest słuszny dla tworzyw, które wykazują adhezję do ścianki cylindra. Zgodnie z tym mechanizmem uplastycznia się większość typowych termoplastów, np. PE, PP czy PA. Przykładem odmiennego sposobu uplastyczniania jest np. PC; w tym przypadku tworzywo ślizga się po ścianie cylindra. Warstwa materiału stałego ma tendencję do rozprzestrzeniania się w całym przekroju poprzecznym kanału ślimaka [4], a tworzywo uplastycznione nie jest zgarniane przez zwój, lecz przepływa przez szczelinę pomiędzy zwojem a cylindrem i gromadzi się w pasywnej części kanału [30].

W literaturze ukazało się wiele pozycji opisujących modele uplastyczniania w procesie wytłaczania [4,130-137], przy czym podstawowe znaczenie ma model zaproponowany przez Tadmora [4].

Podstawowe założenia tego modelu są następujące:

- ślimak jest nieruchomy, obraca się cylinder,
- aproksymacja śrubowego kanału ślimaka kanałem prostoliniowym o prostokątnym przekroju poprzecznym,
- uplastycznianie zachodzi wyłącznie od strony cylindra na powierzchni rozdziału faz, między cienką warstwą tworzywa uplastycznionego a warstwą materiału stałego,
- wymiana ciepła odbywa się wyłącznie w kierunku wysokości kanału i tylko przez przewodzenie,
- granice międzyfazowe są granicami ostrymi,
- uplastycznione tworzywo jest cieczą nienewtonowską dającą się opisać prawem potęgowym,
- warstwa tworzywa stałego jest ciągła i jednorodna, prędkość tej warstwy wzdłuż długości kanału jest stała,
- proces ma charakter ustalony,
- przepływ tworzywa stopionego jest przepływem laminarnym,
- brak poślizgu stopu na ściankach cylindra oraz ślimaka,
- siły bezwładności oraz grawitacji są pomijalnie małe.

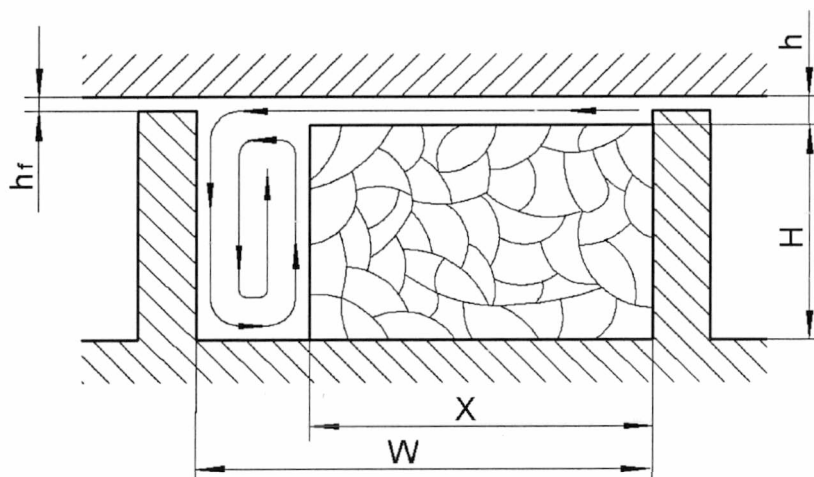
Etap uplastyczniania właściwego rozpoczyna się, gdy ciśnienie w cienkiej warstewce materiału uplastycznionego, formującej się przy powierzchni cylindra jest na tyle duże, że zaczyna odkształcać warstwę stałą tworzywa. W miejscu tego odkształcenia, w tylnej, aktywnej części kanału tworzy się wnęka, w której gromadzi się materiał uplastyczniony. Przykładowe wyniki badań potwierdzające powyższą teorię przedstawiono na rysunku 8.



Rys. 8. Przekroje kanału otrzymane w wyniku eksperymentu Tadmora
(PP, $D = 64 \text{ mm}$, $T = 230 \text{ °C}$, $N = 60 \text{ s}^{-1}$)

Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 83.

W celu ilościowego opisu przebiegu stapiania kanał ślimaka dzieli się na elementarne odcinki o długości Δz , otrzymując w ten sposób objętości elementarne o grubości Δz , szerokości W oraz wysokości $H + h$ (rys. 9), w których można założyć uproszczone warunki przepływu, m.in. stałość właściwości materiału oraz ciśnienia i temperatury.

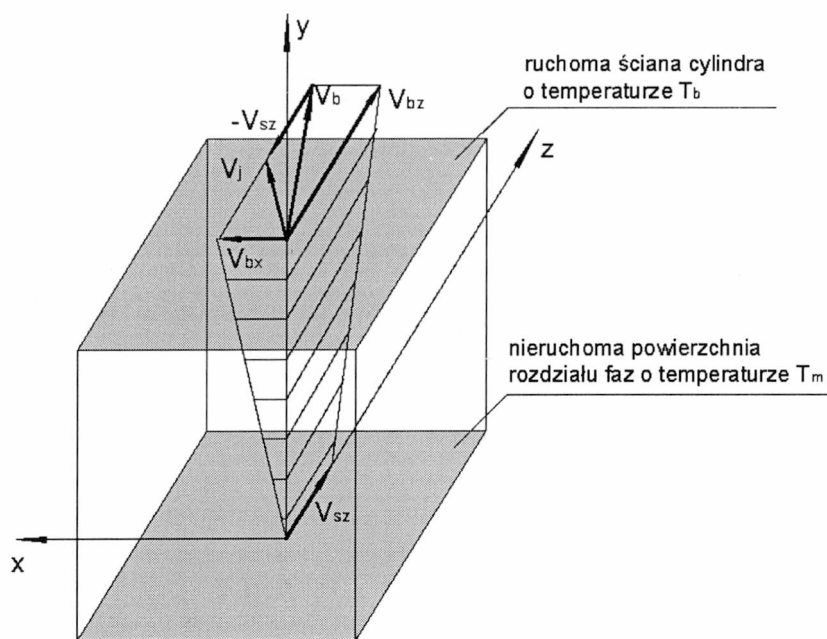


Rys. 9. Przekrój poprzeczny kanału ślimaka w strefie stapiania wg modelu Tadmora

Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 110.

Rozwiązanie prowadzące do określenia szybkości stapiania ω polega na określeniu rozkładu temperatury oraz prędkości w warstewce tworzywa uplastycznionego oraz rozkładu temperatury w warstwie materiału stałego, a następnie ułożeniu bilansu ciepła na powierzchni rozdziału faz oraz bilansu masy w warstewce tworzywa uplastycznionego i w warstwie tworzywa stałego. W wyniku rozwiązania powyższych bilansów otrzymuje się układ równań, który pozwala na obliczenie szerokości warstwy tworzywa stałego w miejscu wyjścia z objętości elementarnej, na podstawie znanej szerokości warstwy w miejscu wejścia do tej objętości.

Po wprowadzeniu układu współrzędnych prostokątnych przyporządkowanemu powierzchni rozdziału faz (rysunek 10), przepływ w warstewce tworzywa uplastycznionego można sprowadzić do jednokierunkowego przepływu (w kierunku j) pomiędzy dwiema równoległymi płytami, nieruchomą powierzchnią rozdziału faz o temp. T_m oraz wewnętrzną powierzchnią ścianki cylindra o temp. T_b , poruszającą się z prędkością V_j .



Rys. 10. Warunki przepływu w strefie uplastyczniania

Źródło: opracowano na podstawie: Wilczyński K., *Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych*, WNT, Warszawa 2001, s. 218.

W tak założonych warunkach równania ruchu i energii w warstewce tworzywa uplastycznionego o grubości h przyjmują postać :

$$\frac{d\tau_{yj}}{dy} = 0 \quad (46)$$

$$k_m \frac{d^2 T}{dy^2} + \tau_{yj} \frac{dv_j}{dy} = 0 \quad (47)$$

Rozwiązanie powyższego układu równań prowadzące do wyznaczenia rzeczywistego profilu temperatury w warstewce wymaga dwóch dodatkowych założeń:

- stop jest cieczą nienewtonowską opisywaną równaniem potęgowym (5), które w tym przypadku przyjmuje postać

$$\tau_{yj} = m_0 \exp[-a(T - T_m)] \left(\frac{dv_j}{dy} \right)^n \quad (48)$$

przy czym $v_j(0) = 0$ oraz $v_j(h) = V_j$

- w pierwszym przybliżeniu można przyjąć, że temperatura zmienia się w sposób liniowy na grubości warstwy, co pozwala na „rozprężenie” układu równań (46) i (47).

W wyniku dość złożonych obliczeń obejmujących kilkakrotne całkowanie oraz szereg przekształceń algebraicznych dochodzi się do następującego wyrażenia, opisującego rzeczywisty profil temperatury warstewki stopu:

$$\frac{T - T_m}{T_b - T_m} = \frac{K_3}{k_m b^2 (T_b - T_m)} \{1 - \exp(-bf) - f[1 - \exp(-b)]\} + f \quad (49)$$

gdzie:

$$b = \frac{a}{n} (T_b - T_m) \quad (50)$$

$$f = \frac{y}{h} \quad (51)$$

$$K_3 = m_0 h^2 \left(\frac{V_j}{h} \frac{b}{1 - \exp(-b)} \right)^{n+1} \quad (52)$$

Profil temperatury w warstwie tworzywa stałego wyznaczyć można z równania energii, zakładając warunek jednokierunkowego przewodzenia ciepła (w kierunku wysokości kanału ślimaka y) przez półnieskończoną płytę, poruszającą się z prędkością V_{sy} w stronę powierzchni rozdziału faz, z warunkami brzegowymi $T(0) = T_m$ oraz $T(-\infty) = T_s$.

Przy powyższych założeniach równanie energii przyjmuje postać:

$$\rho_s c_s V_{sy} \frac{dT}{dy} = k_s \frac{d^2T}{dy^2} \quad (53)$$

Po scałkowaniu tego równania z podanymi warunkami brzegowymi otrzymuje się profil temperatury w warstwie tworzywa stałego, w postaci:

$$\frac{T - T_s}{T_m - T_s} = \exp\left(V_{sy} \frac{\rho_s c_s}{k_s} y\right) \quad (54)$$

Wyznaczenie rozkładu temperatury w warstwie tworzywa uplastycznionego i stałego pozwala na ułożenie bilansu ciepła na powierzchni rozdziału faz, który przyjmuje postać:

$$g_u = g_m - g_s \quad (55)$$

gdzie:

g_u – gęstość strumienia ciepła zużytego na uplastycznienie tworzywa w jednostkowej objętości,
 g_m – gęstość strumienia ciepła doprowadzonego do powierzchni rozdziału faz z warstewki tworzywa uplastycznionego,
 g_s – gęstość strumienia ciepła odprowadzonego z powierzchni rozdziału faz do warstwy tworzywa stałego.

Podstawiając odpowiednie wyrażenia dla poszczególnych składników bilansu ciepła otrzymuje się zależność [4]:

$$V_{sy} \rho_s \lambda^* = \frac{k_m}{h} (T_b - T_m) + \frac{U_1}{2h} - \rho_s c_s V_{sy} (T_m - T_s) \quad (56)$$

gdzie:

$$U_1 = 2 K_3 \frac{b + \exp(-b) - 1}{b^2} \quad (57)$$

jest współczynnikiem określającym jednostkowy strumień ciepła generowanym w wyniku tarcia wewnętrznego,

$$\lambda^* = \lambda + c_m (T_{av} - T_m) \quad (58)$$

jest ciepłem topnienia tworzywa powiększonym o ilość ciepła potrzebną do ogrzania warstewki stopionego tworzywa od temperatury topnienia do średniej temperatury warstwy T_{av} , wyrażonej wzorem:

$$T_{av} = T_m + (T_b - T_m) Q \quad (59)$$

Q – bezwymiarowa średnia temperatura warstwy:

$$Q = \frac{\frac{b}{2} + \exp(-b) \left(1 + \frac{1}{b}\right) - \frac{1}{b}}{b + \exp(-b) - 1} \quad (60)$$

Wyznaczenie profilu prędkości w warstwie tworzywa stałego pozwala na ułożenie bilansu masy w różniczkowej objętości warstewki o wymiarach Δz , h i X :

$$G_{m/z+\Delta z} + G_{m/x} = G_{m/z} + G_{m/s} \quad (61)$$

gdzie:

$G_{m/z+\Delta z}$ – masowe natężenie przepływu tworzywa uplastycznionego z objętości różniczkowej w kierunku długości kanału,

$G_{m/x}$ – masowe natężenie przepływu tworzywa uplastycznionego z objętości różniczkowej w kierunku szerokości kanału,

$G_{m/z}$ – masowe natężenie przepływu tworzywa uplastycznionego do objętości różniczkowej w kierunku długości kanału,

$G_{m/s}$ – masowe natężenie przepływu tworzywa uplastycznionego w danej objętości w wyniku uplastyczniania warstwy stałej do objętości różniczkowej w kierunku wysokości kanału.

Podstawiając odpowiednie zależności dla poszczególnych składników bilansu otrzymuje się [4]:

$$\frac{V_{bz} + V_{sz}}{2} \rho_m \frac{d(Xh)}{dz} + V_{sy} \rho_s X - \rho_m h \int_0^1 v_x df = 0 \quad (62)$$

Zaniedbując jako pomijalnie mały pierwszy człon równania (62) oraz przyjmując w przybliżeniu [4]

$$v_x = V_{bx} \frac{1 - \exp(-bf)}{1 - \exp(-b)} \quad (63)$$

otrzymuje się wyrażenie określające szybkość uplastyczniania tworzywa ω na jednostkę długości kanału w postaci:

$$V_{sy} \rho_s X = \rho_m h \frac{V_{bx}}{2} U_2 \equiv \omega \quad (64)$$

gdzie:

$$U_2 = 2 \left(\frac{1}{1 - \exp(-b)} - \frac{1}{b} \right) \quad (65)$$

jest współczynnikiem określającym stopień zmniejszenia natężenia przepływu tworzywa (w kierunku szerokości kanału) w stosunku do przepływu newtonowskiego.

Szybkość uplastyczniania ω oraz grubość warstewki stapiania h można wyznaczyć ze wzorów (56) i (64) przez wyeliminowanie nieznanej szybkości V_{sy} . Otrzymuje się w ten sposób:

$$h = \sqrt{\frac{[2k_m(T_b - T_m) + U_1]X}{V_{bx} U_2 \rho_m [c_s(T_m - T_s) + \lambda^*]}} \quad (66)$$

$$\omega = \Phi \sqrt{X} \quad (67)$$

gdzie:

$$\Phi = \sqrt{\frac{V_{bx} U_2 \rho_m \left[k_m(T_b - T_m) + \frac{U_1}{2} \right]}{2[c_s(T_m - T_s) + \lambda^*]}} \quad (68)$$

Bilans masy w różniczkowej objętości warstwy tworzywa stałego o wymiarach Δz , H oraz X można opisać zależnością:

$$G_{s/z+\Delta z} + G_s = G_{s/z} \quad (69)$$

gdzie:

$G_{s/z+\Delta z}$ – masowe natężenie przepływu tworzywa stałego z objętości różniczkowej w kierunku długości kanału,

G_s – masowe natężenie przepływu tworzywa stałego, uplastycznionego w danej objętości, z objętości różniczkowej w kierunku wysokości kanału,

$G_{s/z}$ – masowe natężenie przepływu tworzywa stałego do objętości różniczkowej w kierunku długości kanału.

Podstawiając odpowiednie zależności i przechodząc do przyrostów nieskończonych otrzymuje się [4]:

$$\rho_s V_{sz} \frac{d(XH)}{dz} + V_{sy} \rho_s X = 0 \quad (70)$$

Uwzględniając wyrażenia (64) i (67), równanie bilansu masy w warstwie tworzywa stałego można zapisać w postaci:

$$-\frac{d(HX)}{dz} = \frac{\Phi \sqrt{X}}{\rho_s V_{sz}} \quad (71)$$

Rozwiązanie powyższego bilansu jest zależne od tego, czy kanał ślimaka jest kanałem równoległym, czy też zbieżnym.

W przypadku kanału o stałej głębokości, scałkowanie równania (71) z warunkiem początkowym $X(z = z_1) = X_1$ prowadzi do zależności

$$\frac{X}{W} = \frac{X_1}{W} \left[1 - \frac{\psi}{2H} (z - z_1) \right]^2 \quad (72)$$

gdzie:

$$\psi = \frac{\Phi}{V_{sz} \rho_s \sqrt{X_1}} \quad (73)$$

przy czym:

X, X_1 – szerokości warstwy stałej w przekrojach o współrzędnych z i z_1 ,

W przypadku kanału zbieżnego wysokość maleje liniowo na długości kanału z zgodnie z zależnością:

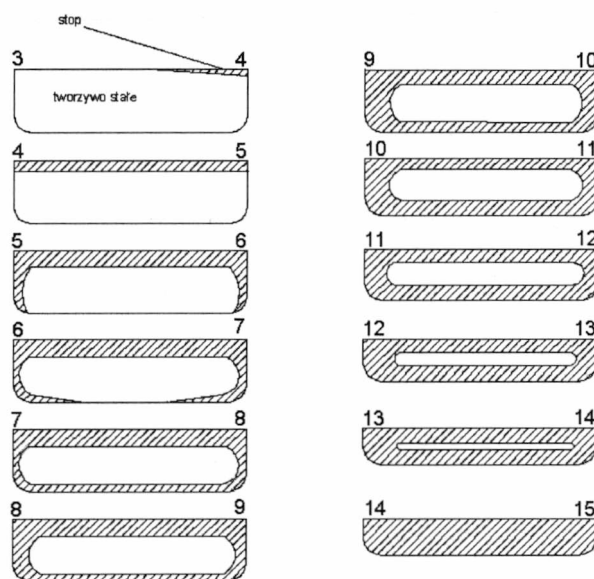
$$H = H_1 - R z \quad (74)$$

Scałkowanie wzoru (71) z uwzględnieniem (74) przy warunku początkowym $X(z = z_1) = X_1$ prowadzi do wyrażenia:

$$\frac{X}{W} = \frac{X_1}{W} \left[\frac{\psi}{R} - \left(\frac{\psi}{R} - 1 \right) \sqrt{\frac{H_1}{H}} \right]^2 \quad (75)$$

Model Lindta

Nieco odmienny model uplastyczniania polimerów podczas wytłaczania zaprezentował Lindt [131]. Zaobserwował on mianowicie w swoich badaniach, że klin tworzywa stałego w strefie uplastyczniania właściwego otoczony jest ze wszystkich stron warstewką stopu, co przedstawiono na rysunku 11.



Rys. 11. Przekroje kanału otrzymane w wyniku doświadczenia przeprowadzonego przez Lindta
(PP, $D = 90$ mm, $T_b = 240$ °C, $T_s = 210$ °C, $N = 60$ s⁻¹)

Źródło: opracowano na podstawie: Lindt J.T., Pol. Eng. Sci., 1976, 16, s. 284.

Obserwacje Lindta oraz innych badaczy nie potwierdzały omówionego modelu uplastyczniania zaproponowanego przez Tadmora, w którym występuje cienka warstewka stopu pomiędzy złożem stałym a cylindrem, a dominująca część stopu gromadzi się w tylnej, aktywnej części kanału w przestrzeni, której szerokość powiększa się w miarę przebiegu uplastyczniania. Prowadząc badania z zastosowaniem ślimaków o nieco większej średnicy niż zwykle stosowanych (90-100 mm) oraz w warunkach przepływu związanych z dużymi gradientami ciśnień, rzędu 100 MPa/m Lindt zaobserwował, że stop gromadzi się w dolnej oraz górnej warstewce, których grubości zwiększają się stopniowo, aż do całkowitego stopienia cienkiego klina tworzywa stałego (rys. 11). Taki mechanizm uplastyczniania może mieć miejsce szczególnie w przypadku, gdy powstawanie gradientu ciśnienia w kierunku poprzecznym kanału może zostać znacząco utrudnione z powodu występowania przepływu przeciekowego.

Przepływ przeciekowy, którego wielkość zależy m.in. od różnicy ciśnień po obu stronach zwoju, prowadzi do wyrównania ciśnienia w kanale, a więc do pewnej redukcji zarówno wzdłużnej, jak i poprzecznej składowej gradientu ciśnienia. Zmniejszenie poprzecznej składowej ciśnienia stopu oznacza równocześnie zmniejszenie siły docisku złoża stałego do pasywnej strony zwoju. Zmniejszenie tej siły przy znacznym naprężeniu ścinającym (zwłaszcza jego składowej poprzecznej) w warstewce stapiania, wywołanym np. przez dużą prędkość rotacji ślimaka, może spowodować wręcz odsunięcie klina tworzywa stałego od pasywnej strony zwoju i rdzenia ślimaka oraz zapoczątkowanie cyrkulacji stopu nie tylko w obszarze przy aktywnej ścianie zwoju, lecz wokół złoża stałego w całej przestrzeni kanału. Równocześnie złoże stałe podlegać może odkształceniom, w szczególności przyspieszeniu wzdłuż osi kanału [136,138]. W skrajnym przypadku, gdy siła dociskająca złoże stałe do strony pasywnej zwoju jest zbyt mała w porównaniu z siłami odsuwającymi je od tej ściany, może wystąpić dociskanie złoża stałego do tylnej, aktywnej części kanału, co skutkuje, odwrotnie niż w przypadku większości termoplastów, generowaniem przestrzeni gromadzenia się stopu przy zwoju pasywnym. Efekt ten został potwierdzony m.in. przez obserwacje Mengesa i Klenka [139], którzy stwierdzili tworzenie się przestrzeni gromadzenia stopu przy pasywnej części kanału podczas wytłaczania twardego PVC w warunkach istnienia dużych gradientów ciśnienia.

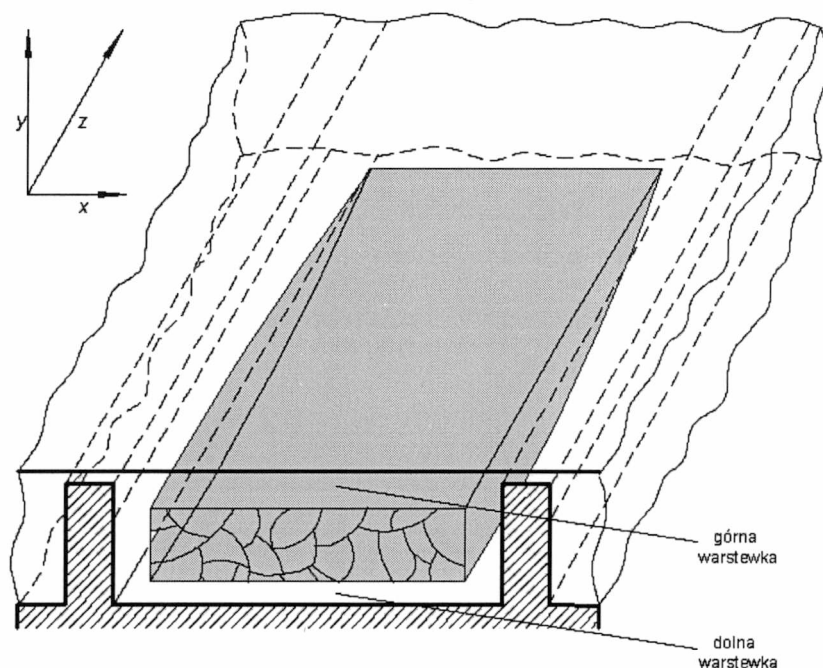
Model matematyczny zaproponowany przez Lindta i zakładający istnienie dwóch warstw stapiania (rys. 12) opiera się na następujących założeniach:

- aproksymacja śrubowego kanału kanałem płaskim o przekroju prostokątnym,
- granice międzyfazowe są granicami ostrymi,
- przepływ ma charakter ustalony i w pełni rozwinięty,
- właściwości cieczy opisuje równanie potęgowe postaci (5),
- przepływ poprzeczny nie ma istotnego wpływu na przepływ wzdłużny.

Przy powyższych założeniach przepływ w obu warstewkach można opisać równaniami:

$$\frac{\partial p}{\partial z} - m_0 \frac{d}{dy} \left\{ \exp[-a(T - T_0)] \left(\frac{dv_z}{dy} \right)^n \right\} = 0 \quad (76)$$

$$k_m \frac{d^2 T}{dy^2} + m_0 \exp[-a(T - T_0)] \left(\frac{dv_z}{dy} \right)^{n+1} = 0 \quad (77)$$



Rys. 12. Model stapiania wg Lindta

Źródło: opracowano na podstawie: Lindt J.T., Pol. Eng. Sci., 1976, 16, s. 287.

Rozwiązanie (numeryczne) równań (76-77) daje wyrażenia określające szybkość przepływu tworzywa w obu warstewkach w postaci:

$$\dot{G}_1 = \dot{G}_1 \left(H_{f1}, \frac{\partial p_1}{\partial z} \right) \quad (78)$$

$$\dot{G}_2 = \dot{G}_2 \left(H_{f2}, \frac{\partial p_2}{\partial z} \right) \quad (79)$$

Układ równań (78,79) rozwiązuje się przy założeniach:

- geometryczna zależność wiążąca H_{f1} oraz H_{f2} ma postać:

$$H_{f1} W_1 + H_{f2} W_2 + H_s W_s = H W_1 \quad (80)$$

- równowagę naprężeń w złożu stałym w kierunku y wyraża zależność:

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = \frac{\partial p_2}{\partial z} \quad (81)$$

Transport ciepła z powierzchni złoża stałego do jego wnętrza można przybliżyć rozpatrując jednokierunkowe przewodzenie ciepła w półnieskończonej płycie, co prowadzi do wyrażenia:

$$\frac{d^2 T}{dy^2} - \frac{V_{syi}}{\alpha_s} \frac{dT}{dy} = 0 \quad (82)$$

słusznego dla obu warstwek ($i = 1, 2$). W obu przypadkach temperatura powierzchni wynosi T_m , natomiast temperatura wnętrza – T_s . Są to warunki brzegowe w obu przypadkach.

Szybkość ruchu obu powierzchni międzyfazowych (ruch powierzchni w kierunku y spowodowany stapianiem materiału stałego) V_{sy1} oraz V_{sy2} może zostać wyznaczona z bilansu ciepła odpowiednio na górnej i dolnej powierzchni ciała stałe – stop :

$$k_m \left. \frac{dT}{dy} \right|_{melt, (H_{f2}+H_s)} - k_s \left. \frac{dT}{dy} \right|_{solid, (H_{f2}+H_s)} = \lambda \rho_s V_{sy1} \quad (83)$$

$$k_m \left. \frac{dT}{dy} \right|_{melt, H_{f2}} - k_s \left. \frac{dT}{dy} \right|_{solid, H_{f2}} = \lambda \rho_s V_{sy2} \quad (84)$$

Rozwiązanie modelu otrzymuje się obliczając w pierwszej kolejności przyrosty mas stopu dodawane do warstwek w wyniku stapiania na odcinku Δz :

$$\Delta \dot{G}_1 = \rho_s W_1 V_{sy1} \Delta z \quad (85)$$

$$\Delta \dot{G}_2 = -\rho_s W_2 V_{sy2} \Delta z \quad (V_{sy2} < 0) \quad (86)$$

Zmniejszenie przekroju złoża stałego wyznaczyć można z bilansu mas jako

$$\Delta (H_s W_s) = -\frac{\Delta \dot{G}_1 + \Delta \dot{G}_2}{\rho_s V_{sz}} \quad (87)$$

Zmiana ciśnienia na odcinku Δz jest równa

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial z} \Delta z \quad (88)$$

Powyższa procedura rachunkowa stosowana jest do momentu, gdy całe złożo stałe ulegnie stopieniu.

Jak się wydaje, model Lindta ma ograniczone zastosowanie w tym sensie, że szybkość stapiania w dolnej warstewce (od strony rdzenia) musi być znacznie mniejsza niż w warstewce górnej, do której dopływa stały strumień ciepła od strony ogrzewanego cylindra. Ponadto w górnej warstwie istnieje silny przepływ poprzeczny usuwający stopione tworzywo, wywołany różnicą prędkości różnicą prędkości cylindra i złoża stałego. Tym niemniej koncepcja Lindta, zakładająca otoczenie złoża stałego warstwą stopu oraz istnienie przepływu cyrkulacyjnego wokół złoża stałego jest interesująca w aspekcie procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu, który w fazie dynamicznej zachodzi zwykle przy kilkukrotnie większej szybkości obrotowej ślimaka niż przy wytłaczaniu. Z tego względu ten aspekt mechanizmu przepływu podczas uplastyczniania przy wtryskiwaniu będzie jeszcze dyskutowany w dalszej części pracy.

2.2.2.5. *Strefa transportu stopu*

Prace poświęcone badaniom procesów transportu i homogenizacji stopionego tworzywa, mające na celu stworzenie matematycznego modelu działania tej strefy ślimaka, zmierzają w dwóch kierunkach.

Pierwszy z nich zakłada jak najpełniejszy opis charakterystyki geometrycznej, reologicznych właściwości materiału oraz termodynamicznych warunków pracy strefy dozowania. Aby spełnić te wymagania, wynikające z bilansu masy, pędu i energii układy równań różniczkowych mają bardzo złożoną postać i mogą być rozwiązane jedynie metodami numerycznymi [140-142].

Prace reprezentujące drugi kierunek i opisujące działanie tej strefy świadomie pomijają efekty mniej istotne. Takie uproszczenia umożliwiają uzyskanie przybliżonych, lecz zadowalających rozwiązań analitycznych [2,110,143-145]. Pominięte efekty mogą zostać uwzględnione dzięki wprowadzeniu odpowiednich współczynników korekcyjnych [4,60].

Modele przepływu tworzywa uplastycznionego klasyfikuje się zwykle, w zależności od założeń dotyczących warunków przepływu, w następujący sposób [30]:

- **model materiału:**
 - newtonowski,
 - nienewtonowski,
- **liczba współrzędnych opisujących przepływ:**
 - model jednowymiarowy – przepływ w kierunku długości kanału,
 - model dwuwymiarowy – przepływ w kierunku wzdłużnym i poprzecznym,
 - model trójwymiarowy – przepływ w kierunku wzdłużnym, poprzecznym oraz promieniowym,
- **wpływ temperatury:**
 - lepkość niezależna od temperatury,
 - lepkość jest funkcją temperatury,
- **wpływ ścianek kanału:**
 - pomijalny,
 - niepomijalny,
- **przepływ w szczelinie pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem:**
 - pomijalny,
 - niepomijalny,
- **typ układu współrzędnych, w którym opisywany jest model:**
 - prostokątny,
 - cylindryczny,
 - helikalny.

W zależności od rodzajów przepływu wymienionych w powyższej klasyfikacji powstawały różne modele, o coraz większym stopniu skomplikowania. Bardzo użyteczne przybliżenie, które pozwoliło „rozwinąć” śrubowy kanał ślimaka i opisać przepływ w prostokątnym układzie współrzędnych, zostało po raz pierwszy zastosowane już w latach dwudziestych XX wieku [146].

Większość spotykanych w literaturze modeli przepływu opiera się właśnie na układzie współrzędnych prostokątnych. Oczywista korzyść płynąca z zastosowania tego układu, jaką jest prostota opisu, okupiona jest jednak pewnym błędem, wynikającym z faktu zaniedbania zakrzywienia kanału. McKelvey [2] wprowadził nawet tzw. współczynnik poprawkowy na zakrzywienie kanału (*Curvature Correction Factor*). Obliczył on, że błąd wynikający z pominięcia krzywizny kanału przy $\frac{R_z}{R_w} < 1.3$ dla cieczy newtonowskiej oraz przy $\frac{R_z}{R_w} < 1.1$ dla cieczy nienewtonowskiej wynosi tylko ok. 4 % (np. dla ślimaka o $D=60$ mm oraz $H_z=3$ mm $\frac{R_z}{R_w}$ wynosi 1.11).

Pełne, analityczne rozwiązania dla izotermicznego przepływu cieczy newtonowskiej w kanale o skończonej szerokości w układzie współrzędnych prostokątnych, cylindrycznych oraz helikalnych zostały zaprezentowane po raz pierwszy odpowiednio przez Rowella i Finlaysona [101], Booy'a [147] oraz Yu i Hu [148].

Pozycja Tadmora i Kleina [4] opisuje zbiorczo powstałe wcześniej modele przepływu stopionych polimerów w kanale ślimaka oraz wyniki wielu badań doświadczalnych, podanych na poparcie przedstawionych obliczeń teoretycznych. Przedstawiono tam dwuwymiarowe, izo- oraz nieizotermiczne modele przepływu cieczy newtonowskiej z uwzględnieniem przepływu przeciekowego oraz wpływu ścian bocznych kanału, których rozwiązania przedstawiono w postaci analitycznej, jak również jednowymiarowy, izotermiczny [149,150] oraz nieizotermiczny [151] przepływ cieczy nienewtonowskiej opisanej prawem potęgowym, dla których podano rozwiązania numeryczne.

Poniżej przedstawiono zwarte omówienie (z próbą uogólnienia) istniejących modeli przepływu stopu z uwzględnieniem najnowszych prac promotora, także z własnym współudziałem.

Wielokrotnie dyskutowany w literaturze [4,30,110] podstawowy, dwuwymiarowy model cieczy newtonowskiej, przedstawiony na rysunku 13, rozpatrywany jest przy następujących założeniach:

- aproksymacja śrubowego kanału ślimaka kanałem prostokątnym,
- ślimak jest nieruchomy, obraca się cylinder,
- przepływ ma charakter laminarny, ustalony, w pełni rozwinięty i izotermiczny,
- brak jest poślizgu na ściankach cylindra oraz ślimaka,

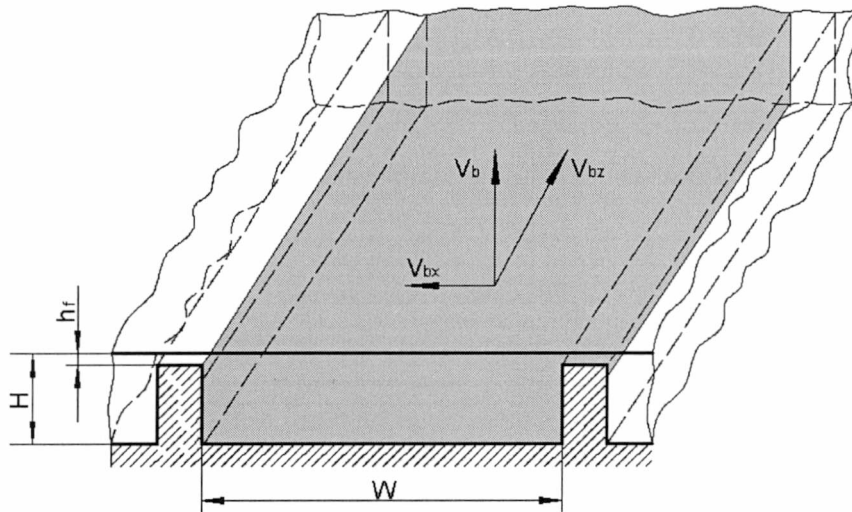
- siły bezwładności oraz grawitacji są pomijalnie małe,
- szerokość kanału jest nieskończona (przepływ między równoległymi płytami),
- przepływ przeciekowy jest pomijalny.

Pole prędkości w tak rozpatrywanym przepływie wyraża się następująco:

$$v_x = v_x(y), v_y = 0, v_z = v_z(y) \quad (89)$$

przy czym przepływ netto w kierunku x równy jest zero:

$$\dot{q}_x = W \int_0^H v_x(y) dy = 0 \quad (90)$$



Rys. 13. Geometryczne oraz kinematyczne warunki przepływu w modelu transportu stopu
 Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 185.

Znane rozwiązanie dla wydatku objętościowego przepływu ma postać [4,30]:

$$\dot{q}_z = W \int_0^H v_z(y) dy = \frac{V_{bz} W H}{2} - \frac{W H^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (91)$$

w którym pierwszy człon określa tzw. przepływ wleczony, a drugi – przepływ ciśnieniowy.

Zgodnie z tym rozwiązaniem przepływ całkowity jest sumą przepływu wleczonego i ciśnieniowego, przy czym istnienie przepływu poprzecznego (w kierunku x) nie ma wpływu na wydatek przepływu wzdłużnego powodując jedynie cyrkulację stopu.

W celu dostosowania równania (91) do rzeczywistych warunków panujących w kanale ślimaka podjęto szereg prac omówionych szczegółowo np. w monografii Tadmora i Kleina [4], które miały na celu:

- uwzględnienie skończonej szerokości kanału,
- uwzględnienie krzywizny kanału,
- uwzględnienie przepływu przeciekowego.

Prace te dowiodły, że można tego dokonać wprowadzając odpowiednie współczynniki korekcyjne dla przepływu wleczonego i ciśnieniowego, co prowadzi do wyrażenia:

$$\dot{q}_z = \frac{WH}{2} V_{bz} F_d F_{rd} F_{fd} - \frac{WH^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} F_p F_{rp} F_{fp} \quad (92)$$

$$F_d = \frac{16W}{\pi^3 H} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^3} \tanh\left[\frac{(2i+1)\pi H}{2W}\right] \quad (93)$$

$$F_p = 1 - \frac{192H}{\pi^5 W} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^5} \tanh\left[\frac{(2i+1)\pi W}{2H}\right] \quad (94)$$

$$F_{rd} = \frac{b}{b-1} \left[1 - \frac{\ln b}{2(b^2-1)} \right] \quad (95)$$

$$F_{fd} = 3 \left[\frac{b+1}{2(b-1)} \right]^2 - 3 \left[\frac{b \ln b}{(b-1)^2} \right]^2 \quad (96)$$

$$F_{fp} = 1 - \frac{h_f}{H} \quad (97)$$

$$F_{rp} = 1 + \left(\frac{h_f}{H} \right)^3 \frac{e}{W} \frac{\eta}{\eta_f} \quad (98)$$

gdzie:

F_d, F_p – współczynniki dla skończonej szerokości kanału,

F_{rd}, F_{rp} – współczynniki dla krzywizny kanału,

F_{fd}, F_{fp} – współczynniki dla przepływu przeciekowego,

η_f – efektywna lepkość w szczelinie między wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem,

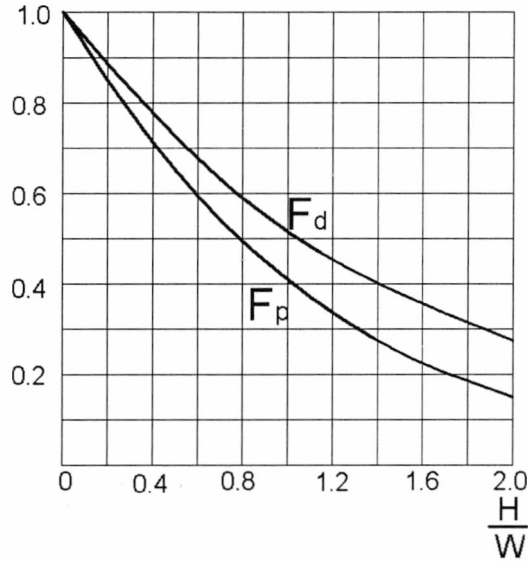
b – stosunek średnicy zewnętrznej ślimaka do średnicy rdzenia.

Jako przykład na rysunku 14 podano zależność współczynników F_d i F_p od stosunku $\frac{H}{W}$.

W oparciu o wyrażenie (92) można zdefiniować efektywną prędkość oraz efektywny gradient ciśnienia w kanale o określonej geometrii:

$$V_{bze} = V_{bz} F_d F_{rd} F_{fd} \quad (99)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_e = \frac{\partial p}{\partial z} F_p F_{rp} F_{fp} \quad (100)$$



Rys. 14. Zależność współczynników kształtu od stosunku wysokości do szerokości kanału

Źródło: opracowano na podstawie: Wilczyński K., *Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych*, WNT, Warszawa 2001, s. 230.

Co pozwala zapisać równanie (92) jako:

$$\dot{q}_z = \frac{WH}{2} V_{bze} - \frac{WH^3}{12\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_e \quad (101)$$

Wpływ właściwości nienewtonowskich (zmiennej lepkości cieczy) można również uwzględnić przez wprowadzenie odpowiednich współczynników $F_{\eta d}$ i $F_{\eta p}$ [60].

Inna możliwość polega na założeniu przyjmowanym już przez McKelvey'a [2], że przepływ całkowity cieczy nienewtonowskiej stanowi także sumę przepływu wleczonego i ciśnieniowego z równoczesnym wprowadzeniem współczynnika korekcyjnego ε , który uwzględnia fakt, że dla cieczy nienewtonowskich oba przepływy są sprzężone.

W przypadku, gdy właściwości stopu opisuje ciecz potęgowa, dogodnie jest zdefiniować wielkość (o wymiarze prędkości):

$$v_0 = H \left| \frac{\partial p}{\partial z} \frac{H}{m_0} \right|^{\frac{1}{n}} \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (102)$$

Ponieważ wyrażenie na przepływ włączony cieczy lepkich nie zależy od równania konstytutywnego, natomiast wyrażenie na przepływ ciśnieniowy jest powszechnie znane [30,110], równanie określające wydatek przepływu uwzględniający proste złożenie przepływu włączonego i ciśnieniowego w kanale o określonej geometrii przyjmuje postać:

$$\dot{q}_z = \varepsilon \left(\frac{HW}{2} V_{bze} - \frac{HW}{2} \frac{n}{n+1} v_{0e} \right) \quad (103)$$

gdzie: v_{0e} jest wartością v_0 z efektywnym gradientem ciśnienia.

Wyrażenie (103) bądź zbliżone do niego wzory były kilkakrotnie proponowane do obliczeń natężenia przepływu. Bardzo zbliżony sposób proponuje np. Wilczyński [60], jednakże bez wprowadzenia pojęć efektywnej prędkości i gradientu ciśnienia. Podstawową wadą wzoru (103) jest konieczność stosowania współczynnika korekcyjnego ε uwzględniającego sprzężenie przepływów. Współczynnik ten można pominąć, jeśli w miejsce założenia o superpozycji obu przepływów wprowadzi się rzeczywisty jednowymiarowy przepływ cieczy potęgowej. Przepływ taki analizowany był w wielu pracach [4,110,112,152]. Tak więc np. Tadmor [4] podał rozwiązania rozbite na przypadki zależne od znaku szybkości ścinania. Rozwiązanie o podobnym charakterze, uwzględniające znak gradientu ciśnienia podał Torner [110]. Zwarte rozwiązanie łączące te warianty przepływu, zamieszczone w tej pracy, stanowi przypadek szczególny rozwiązania uzyskanego przez promotora dla przepływu cieczy Ellisa w kanale płaskim o ruchomych ściankach [153,154]. Przy uwzględnieniu efektywnych wartości prędkości i gradientu ciśnienia ma ono postać:

$$\dot{q}_z = \frac{nHW}{2n+1} \left[V_{bze} (1 - \eta_z) - v_{0e} |\eta_z|^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (104)$$

gdzie parametr η_z jest pierwiastkiem nieliniowego równania:

$$\frac{n}{n+1} \left[|1 - \eta_z|^{\frac{1+n}{n}} - |\eta_z|^{\frac{1+n}{n}} \right] = \frac{V_{bze}}{v_{0e}} \quad (105)$$

Równanie to łatwo rozwiązać dla cieczy newtonowskiej ($n = 1$) otrzymując

$$\eta_z = \frac{1}{2} - \frac{V_{bze}}{V_{0e}} \quad (106)$$

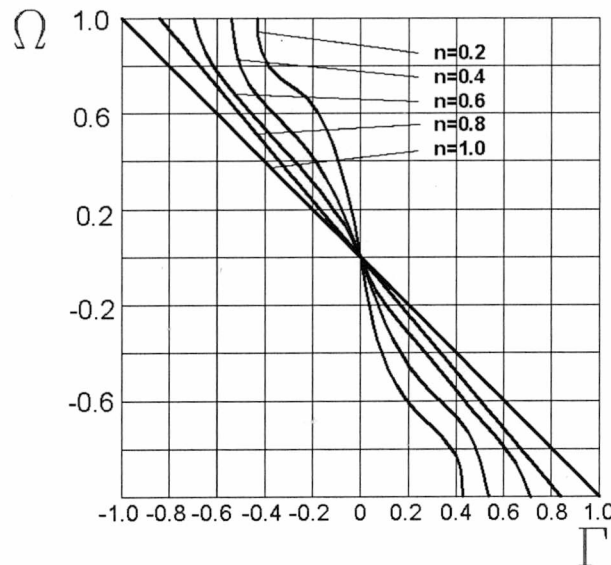
co po podstawieniu do równania (104) prowadzi do wyrażenia identycznego ze (101).

Z drugiej strony, rozwijając (104) i (105) w szereg Taylora z ograniczeniem do pierwszych potęg V_{bze} i V_{0e} można pokazać, że wydatek przepływu wyraża się wzorem (103) dla $\varepsilon = 1$, tzn. superpozycja przepływu ciśnieniowego i wleczonego w przypadku cieczy nienewtonowskich stanowi pierwsze przybliżenie przepływu rzeczywistego.

Charakterystyki przepływu wynikające z tego i innych rozwiązań (muszą być oczywiście identyczne), których przykładową postać przedstawiono na rysunku 15, przedstawia się zwykle jako funkcję wielkości bezwymiarowych, tzn. bezwymiarowego natężenia przepływu Ω i bezwymiarowego gradientu ciśnienia Γ . W przypadku rysunku 15 wielkości te zdefiniowane są w następujący sposób:

$$\Gamma = \frac{H^{n+1}}{6mV_{bz}^n} \frac{dp}{dz} \quad (107)$$

$$\Omega = \frac{2\dot{q}_z}{WHV_{bz}} \quad (108)$$



Rys. 15. Charakterystyka jednowymiarowego przepływu cieczy potęgowej dla różnych wartości wykładnika potęgowej

Źródło: opracowano na podstawie: Koch M., *Berechnung und Auslegung von Nutbuchsenextrudern*, Potente H., Paderborn, 1987, s. 94.

Warto również wspomnieć o pracach Potente [155] oraz Kocha [156], którzy często stosują dla przepływów nienewtonowskich aproksymacje rozwiązań numerycznych za pomocą równań przybliżonych. I tak na przykład dla rozwiązania jednowymiarowego przepływu cieczy potęgowej Potente [155] zaproponował przybliżenie:

$$\Omega = 1 - n^{-0.94} \Gamma \quad (109)$$

dla którego występują jednak granice stosowalności.

Zwiększenie dokładności obliczeń można osiągnąć przyjmując istnienie (zgodnie z rzeczywistością) dwuwymiarowego przepływu stopu o właściwościach cieczy nienewtonowskiej przy identycznych założeniach jak dla cieczy newtonowskiej. Dla cieczy nienewtonowskich, w tym cieczy potęgowej przepływ poprzeczny sprzężony jest z przepływem wzdłużnym i stąd musi wywierać wpływ na wydajność przepływu wzdłużnego.

Problem dwuwymiarowego, izotermicznego przepływu cieczy potęgowej został oryginalnie sformułowany przez Griffitha [148] i rozwiązany na drodze numerycznej. Analityczne rozwiązanie tego problemu dla przepływu cieczy potęgowej w kanale płaskim przedstawił promotor [153]. Rozwiązanie to (przy moim współudziale) zostało następnie uogólnione na przepływ cieczy Ellisa w kanale płaskim i zakrzywionym, przy czym ciecz newtonowska i potęgowa stanowią szczególne przypadki tego rozwiązania [145,157].

W przypadku cieczy potęgowej rozwiązanie to, z uwzględnieniem efektywnych wartości prędkości i gradientu ciśnienia, ma postać:

$$\dot{q}_z = HW \left[(1 - \eta_x) V_{bze} - (1 - \eta_z) \frac{V_{bx}}{\chi} \right] \quad (110)$$

przy czym parametry η_x , η_z oraz χ stanowią rozwiązanie następującego nieliniowego układu równań:

$$\chi (\eta_z - \eta_x) \int_0^1 \left[(\eta - \eta_z)^2 + \chi^2 (\eta - \eta_x)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} d\eta = \frac{V_{bx}}{v_{0e}} - \chi \frac{V_{bze}}{v_{0e}} \quad (111)$$

$$\frac{n}{2n+1} (\eta_z^2 + \chi^2 \eta_x^2)^{\frac{1+n}{2n}} = \left[\frac{n}{2n+1} (1 - \eta_z) - (1 - \eta_x) \right] \frac{V_{bze}}{v_{0e}} + \left[\frac{n}{2n+1} \chi^2 (1 - \eta_x) + (1 - \eta_z) \right] \frac{V_{bx}}{\chi v_{0e}} \quad (112)$$

$$\frac{n}{2n+1} \left[(1 - \eta_z)^2 + \chi^2 (1 - \eta_x)^2 \right]^{\frac{1+n}{2n}} = \left[\left(1 - \frac{n}{2n+1} \eta_z \right) - (1 - \eta_x) \right] \frac{V_{bze}}{v_{0e}} + \left[\chi^2 \left(1 - \frac{n}{2n+1} \eta_x \right) + (1 - \eta_z) \right] \frac{V_{bx}}{\chi v_{0e}} \quad (113)$$

Dla V_{bx} można by również wprowadzić wartość efektywną, ponieważ jednak w kierunku x szerokość kanału (w rzeczywistości jego długość) jest bardzo duża, F_d i F_p są równe jedności, natomiast pozostałe są zbliżone do jedności i jak się wydaje, nie ma potrzeby ich uwzględniać, stąd wartość V_{bx} można pozostawić bez zmian.

Dla cieczy newtonowskiej ($n = 1$) układ równań (111-113) ma rozwiązanie analityczne:

$$\eta_x = \frac{1}{3} \quad (114)$$

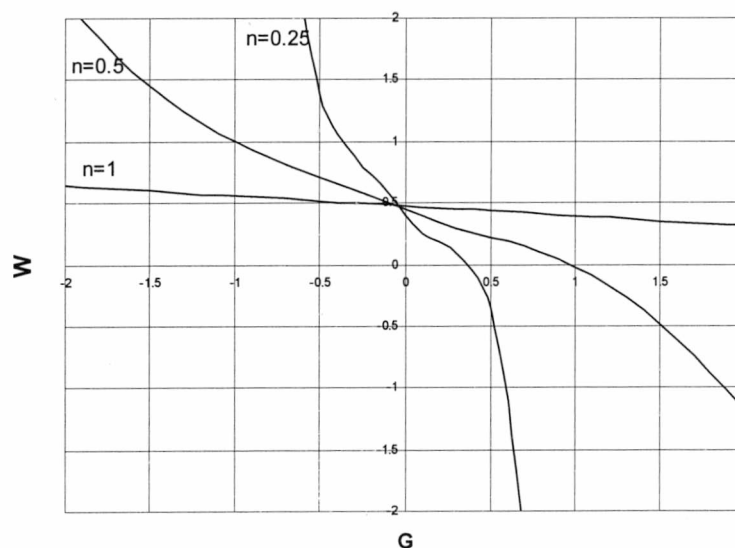
$$\eta_z = \frac{1}{2} - \frac{V_{bze}}{v_{0e}} \quad (115)$$

$$\chi = 6 \frac{V_{bx}}{v_{0e}} \quad (116)$$

które po wstawieniu do równania (110) prowadzi do wyrażenia identycznego ze (101).

Należy również zaznaczyć, że można pokazać, iż wzór (110) jest słuszny nie tylko dla cieczy newtonowskiej, potęgowej i Ellisa, lecz dla przepływu dwuwymiarowego dowolnej uogólnionej cieczy newtonowskiej. Od wybranego równania konstytutywnego zależą jedynie wartości stałych η_x , η_z oraz χ .

Przykładowe krzywe omawianych rozwiązań dla zmiennych bezwymiarowych zdefiniowanych równaniami (107) i (108) przedstawiono na rysunku 16.



Rys. 16. Charakterystyka dwuwymiarowego przepływu cieczy potęgowej dla różnych wartości wykładnika potęgowego (Źródło: [145])

Z porównania rysunków 15 oraz 16 wynika, że w przypadku przepływu jednowymiarowego krzywe odpowiadające różnym wartościom n przecinają się w punkcie (0,0), podczas gdy w przypadku dwuwymiarowym punkt przecięcia jest przesunięty. Przesunięcie to zależy także od względnej głębokości kanału wyrażonej stosunkiem $\frac{H}{W}$ [145,157].

Również w przypadku przepływów dwuwymiarowych cieczy nienewtonowskich, Potente [155] zaproponował następującą aproksymację:

$$\Omega = A_1 - A_2 n^{-0.94} \Gamma \quad (117)$$

gdzie:

A_1, A_2 – funkcje kąta pochylenia linii śrubowej oraz wykładnika równania potęgowego.

Rozpatrując przybliżone rozwiązania dla przepływów dwuwymiarowych cieczy nienewtonowskich warto jeszcze zwrócić uwagę na wspomnianą już monografię Tornera [110]. Proponuje on w swoim modelu zastąpić jedno równanie dwuwymiarowego przepływu cieczy nienewtonowskiej dwoma równaniami opisującymi przepływy jednowymiarowe. Innymi słowy, rozprzęga on przepływ dwuwymiarowy na dwa niezależne przepływy w kierunkach wzdłużnym oraz poprzecznym. Autor argumentuje swoje postępowanie udowadniając, że w szerokim zakresie przepływów błąd wynikający z rozprzężenia równań nie przekracza 8 %, a w granicznych przypadkach równy jest ok. 20 %. Wielkości te można uważać za miarę rozbieżności pomiędzy rozwiązaniem jednowymiarowym i dwuwymiarowym.

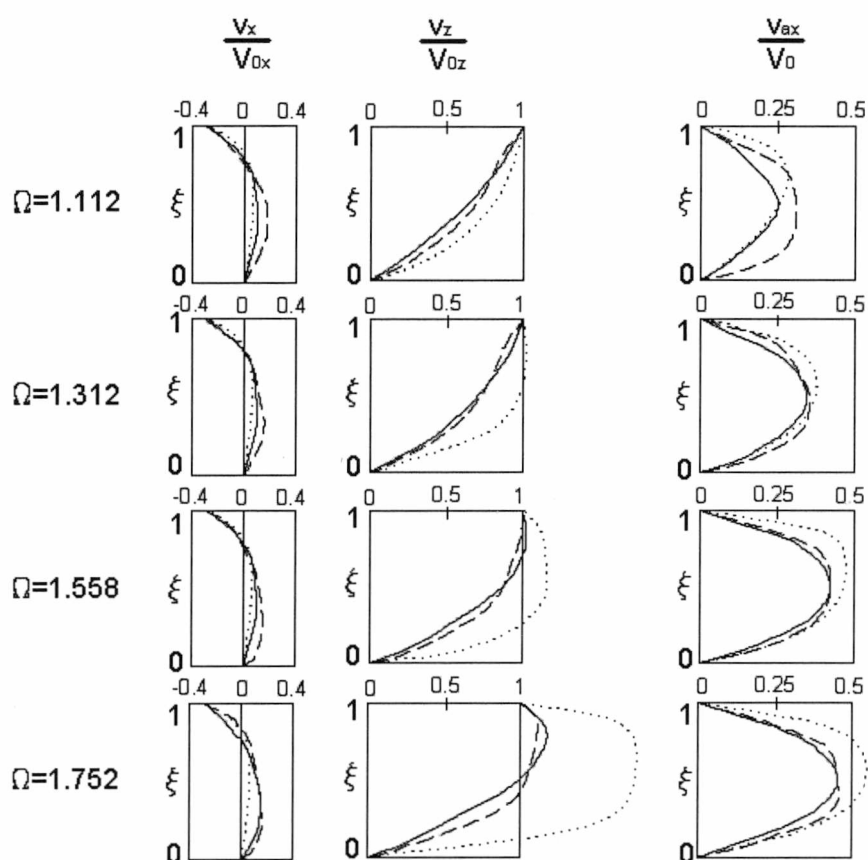
Korzystając z bardzo dobrego przybliżenia udowodnionego przez Tornera [110] wszystkie omówione zależności można zastosować bez większych zmian do analizy przepływów nieizotermicznych. Torner wykazał bowiem, że charakter przepływu nieizotermicznego, w którym można przyjąć stałą temperaturę w przekroju kanału, zmieniającą się jednak wzdłuż osi kanału z , jest z bardzo dobrym przybliżeniem taki sam, jak dla przepływu izotermicznego. Zmiany temperatury powodują jedynie zmiany gradientu ciśnienia. Tak więc dla analizy przepływu nieizotermicznego wystarczy, przy znanym natężeniu przepływu $\dot{q}$, z dowolnego równania (lub układu równań) obliczyć wartości parametrów ν_0 (oraz η_x, η_z, χ), tak jak dla przepływu izotermicznego. Znając wartość ν_0 , która dla przepływu nieizotermicznego ulega pewnej modyfikacji w stosunku do wyrażenia (102), tzn.

$$v_0 = H \left| \frac{\partial p}{\partial z} \exp[-a(T - T_0)] \frac{H}{m_0} \right|^{\frac{1}{n}} \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (118)$$

można przy znanym profilu temperatury obliczyć $\frac{\partial p}{\partial z}$. Obliczenie profilu temperatury jest możliwe w oparciu o uśrednione dla danego przekroju równanie energii, które w tej postaci, jak można pokazać, przy powyższym przybliżeniu Tornera staje się niezależne od równania ruchu. Ponieważ metoda ta będzie stosowana w niniejszej pracy do obliczenia profilu ciśnienia i temperatury, zostanie ona nieco dalej szczegółowo przedyskutowana.

Rozpatrując trójwymiarowe symulacje przepływów stopionych polimerów, w literaturze znaleźć można coraz więcej modeli opisujących nie tylko procesy ustalonego przepływu, ale również procesów takich jak wytłaczanie z rozdmuchiwaniami, wtryskiwanie z pomocą gazu, termoformowanie czy kalandrowanie (p. rozdz. 1). Numeryczne rozwiązanie takich modeli polega w większości przypadków na nałożeniu na formowany element siatki elementów skończonych, a następnie obliczeniu jego właściwości na zasadzie zdefiniowanych dla tego kształtu zależności matematycznych.

Z innych interesujących publikacji przytoczyć można porównanie wyników otrzymanych dla rozwiązań jedno-, dwu- oraz trójwymiarowych [156]. Przykładowe profile szybkości dla tych rozwiązań pokazano na rysunku 17. Widać wyraźnie, że krzywe prędkości wyznaczone z modelu jednowymiarowego tylko nieznacznie różnią się kształtem od krzywych wyznaczonych z modelu trójwymiarowego, przy bardzo podobnych wartościach liczbowych.



Rys. 17. Porównanie bezwymiarowych szybkości przepływu stopu w różnych kierunkach (linia ciągła – model jednowymiarowy przepływu cieczy newtonowskiej, przerywana – trójwymiarowy otrzymany przy pomocy FEM, punktowa – model przepływu cieczy pseudoplastycznej,

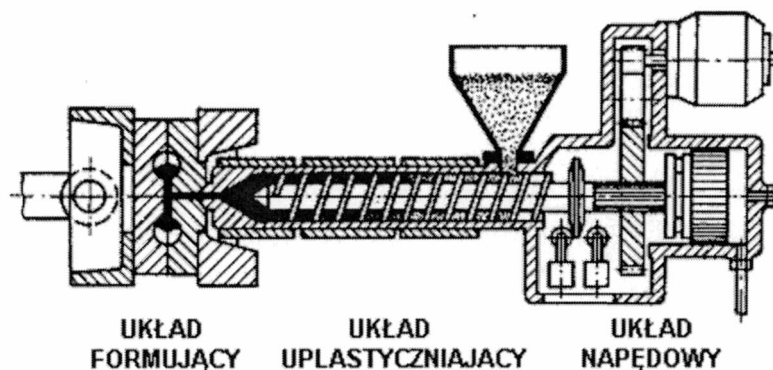
$\xi = \frac{y}{H}$, $V_0 = V_b$ – prędkość obwodowa cylindra, $V_{ax} = V_{bx} \sin \varphi$ – prędkość w kierunku osi cylindra)

Źródło: opracowano na podstawie: Koch M., *Berechnung und Auslegung von Nutbuchsenextrudern*, Potente H., Paderborn, 1987, s. 57.

2.3 Uplastycznianie przy wtryskiwaniu

Na rysunku 18 przedstawiono schemat ideowy wtryskarki, która składa się z trzech podstawowych układów:

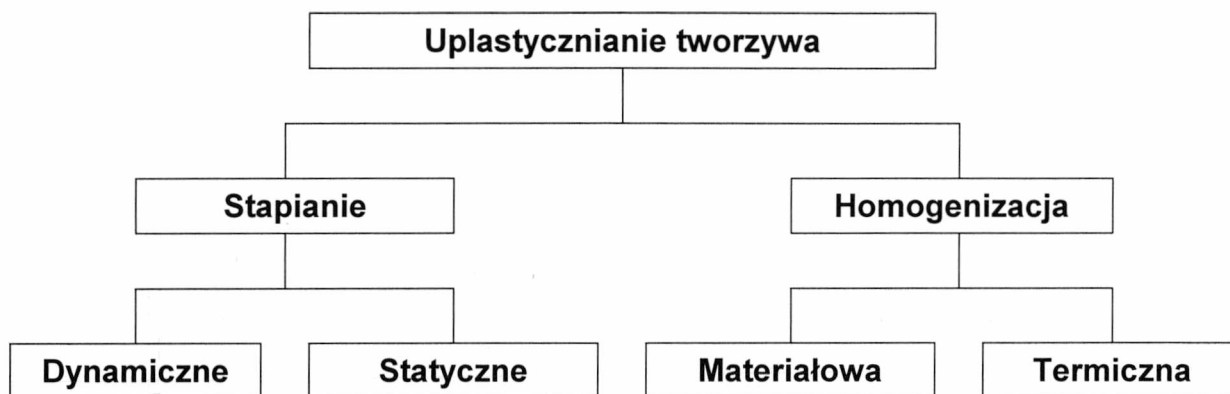
- układu uplastyczniającego, którego zadaniem jest uplastycznienie tworzywa, a następnie wytworzenie odpowiedniego ciśnienia umożliwiającego wtrysnięcie go do formy,
- układu formującego, którego zadaniem jest ukształtowanie materiału, a następnie przez odprowadzenie lub doprowadzenie ciepła zestalenie go z zachowaniem nadanego kształtu,
- układu napędowego, mającego za zadanie m.in. wprowadzenie ślimaka w ruch obrotowy i posuwisto – zwrotny oraz otwieranie i zamykanie formy.



Rys. 18. Schemat ideowy wtryskarki ślimakowej

Źródło: opracowano na podstawie: Smorawiński A., *Technologia wtrysku*, WNT, Warszawa 1984, s. 70.

Uplastycznianie tworzywa w układzie uplastyczniającym wtryskarki ma na celu dwa podstawowe zadania, którymi są stopienie materiału, a następnie jego homogenizacja.



Stapianie tworzywa we wtryskarce (w odróżnieniu od wytłaczarki) charakteryzuje się istnieniem dwóch różnych mechanizmów:

- Stapianie statyczne przy nieruchomym ślimaku. Stapianie to zachodzi w czasie $t_w + t_d$ (sumaryczny czas wystoju ślimaka w położeniu tylnym oraz przednim). Oba czasy są w procesie wtryskiwania wielkościami regulowalnymi. Rozdzielenie czasu, w którym zachodzi stapianie statyczne, wynika z założeń modelu, według którego podczas jednego cyklu wtryskowego część tworzywa będąca już w strefie ogrzewanej stapia się statycznie w czasie $(t_w + t_d)$, natomiast tworzywo, które w wyniku rotacji i ruchu wstecznego ślimaka zostało dopiero umieszczone w tej strefie, stapia się statycznie tylko w czasie t_w .
- Stapianie dynamiczne podczas rotacji i ruchu wstecznego ślimaka w czasie t_r . Czas rotacji t_r (stapiania dynamicznego) jest wielkością nie podlegającą bezpośredniej regulacji, lecz wynika z przebiegu procesu.

Homogenizację podzielić można na dwa rodzaje: materiałową i termiczną, określane odpowiednio jako wielkość niejednorodności materiałowych oraz różnic temperatur w stopie.

Chociaż oba wymienione powyżej zadania uplastyczniania, stapianie i homogenizacja mają bardzo duże znaczenie w poprawnym przebiegu procesu wtryskiwania, opisany w pracy model kładzie główny nacisk przede wszystkim na zagadnienia związane ze stapianiem tworzywa, pomimo iż wyniki modelowania pozwalają określić podstawowe wielkości opisujące homogenizację materiałową i termiczną, a więc zawartość stopu na końcu ślimaka oraz fluktuacje temperatury stopu.

Matematyczny model procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu powinien pozwalać na przewidywanie wartości wielkości wyjściowych procesu na podstawie danych wejściowych. W konsekwencji model taki powinien stanowić narzędzie jego optymalizacji. Model taki musi być bardziej złożony w porównaniu do modelu procesu uplastyczniania przy wytłaczaniu, ponieważ wtryskiwanie w przeciwieństwie do wytłaczania jest procesem nieustalonym w czasie. Jednak pewne fragmenty obu modeli muszą być dość podobne, choćby z racji ogólnego podobieństwa układu uplastyczniającego wtryskarki i wytłaczarki.

Proces wytłaczania ma charakter ciągły. Po odpowiednio długim czasie od chwili uruchomienia ustala się w nim stan równowagi dynamicznej, charakteryzujący się stosunkowo niewielkimi, przypadkowymi wahaniami podstawowych parametrów roboczych w czasie. Wielkość tych wahań określa stabilność procesu.

Podczas procesu wtryskiwania, stanowiącego proces periodyczny, ślimak pracuje w warunkach stałej nierównowagi dynamicznej, tym większej, im krótszy jest czas pojedynczego cyklu wtryskiwania. Brak równowagi dynamicznej wyrażającej się istnieniem dynamicznego i statycznego okresu stapienia, decyduje o przebiegu stapienia tworzywa, zmniejszając zwłaszcza efektywną długość ślimaka wtryskowego w porównaniu z analogicznym ślimakiem do wytłaczania. Konieczność uwzględnienia takich czynników jak zmiana mechanizmu stapienia tworzywa w chwili przejścia ślimaka ze stanu dynamicznego (rotacja) w stan statyczny (bezruch) i odwrotnie oraz ruch posuwisto – zwrotny ślimaka powodują, że równania opisujące proces uplastyczniania przy wtryskiwaniu muszą być znacznie bardziej skomplikowane w porównaniu z odpowiednimi równaniami dla procesu wytłaczania. Prawdopodobnie z tego właśnie względu w literaturze istnieje znacznie mniej publikacji dotyczących komputerowego modelowania procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu [48,117,158,159]. Informacje tam zawarte mają ponadto charakter fragmentaryczny, obejmując jedynie wybrane zagadnienia związane z procesem, takie jak m.in. obliczanie profilu złoża stałego na długości ślimaka czy obliczanie profilu temperatury. Nie uwzględniają one także zmiennej geometrii ślimaka.

W poprzednim punkcie przytoczone zostały najbardziej znane teorie opisujące poszczególne etapy procesu uplastyczniania przy wytłaczaniu, jako podstawy do zbudowania podobnego modelu dla procesu wtryskiwania. Jednak warunki pracy strefy stapiania w procesie wtryskiwania tak znacznie odbiegają od warunków ustalonych, że pełne zastosowanie modelu stapiania w warunkach ustalonych, scharakteryzowanego powyżej, do opisu działania tej strefy jest niemożliwe.

Jak wspomniano, proces uplastyczniania przy wtryskiwaniu charakteryzuje się istnieniem dwóch różnych mechanizmów stapiania:

- 1) stapianie statyczne przy nieruchomym ślimaku zachodzące w czasie ($t_w + t_d$),
- 2) stapianie dynamiczne przy rotacji i wstecznym ruchu ślimaka w czasie t_r .

Poniżej zostaną więc przytoczone najważniejsze istniejące teorie dotyczące zarówno stapiania statycznego, jak również stapiania w warunkach nieustalonych.

2.3.1 Model stapiania statycznego

Podczas spoczynku ślimaka ma miejsce stapianie tworzywa stałego przez przewodzenie ciepła od strony cylindra, ślimaka oraz przylegającego stopu.

Model opisujący stapianie statyczne został zaproponowany po raz pierwszy przez Donovana [160], a następnie nieco zmodyfikowany przez Tadmora [159]. Opiera się on na mechanizmie stapiania zaobserwowanym po raz pierwszy przez Maddocka, tzn. zakłada istnienie trzech rejonów o różnym jakościowo zachowaniu się tworzywa: obszaru złoża stałego, przestrzeni, w której gromadzi się uplastycznione tworzywo oraz warstewki stopu. Temperatura cylindra wynosi T_b , temperatura powierzchni międzyfazowej równa jest T_m . Powierzchnia ta na skutek procesu stapiania statycznego przemieszcza się w kierunku złoża stałego, powiększając tym samym grubość warstewki stopu δ .

Rozpatrując warstewkę stopu pomiędzy powierzchnią cylindra a złożem stałym, równanie energii sprowadzone do jednowymiarowego przewodzenia ciepła w kierunku y ma postać

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_m} \frac{\partial T_f}{\partial t} \quad \text{dla } 0 < y < \delta \quad (119)$$

gdzie:

T_f jest pewną funkcją wysokości kanału: $T_f = g_1(y)$, a warunki graniczne wynoszą $T_f = T_b$ dla $y = 0$ oraz $T_f = T_m$ dla $y = \delta$.

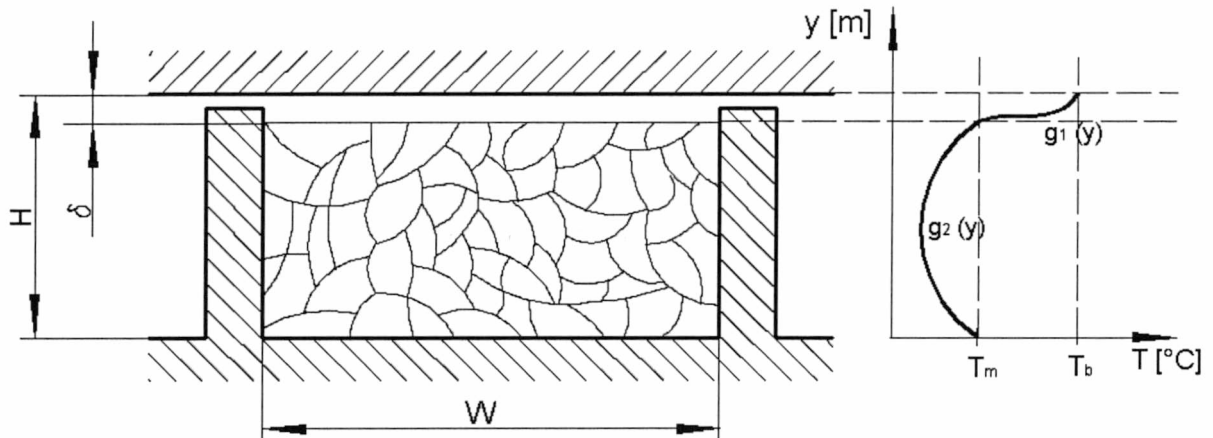
Odpowiednio, równanie energii dla złoża stałego można przedstawić w postaci

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad \text{dla } 0 < y < H \quad (120)$$

gdzie:

T_s jest pewną funkcją wysokości kanału: $T_s = g_2(y)$ dla $t = 0$, a warunki graniczne wynoszą $T_s = T_m$ dla $y = \delta$ oraz $T_s = T_m$ dla $y = H$.

Funkcje $g_1(y)$ oraz $g_2(y)$, zaprezentowane schematycznie na rysunku 19, dają się wyznaczyć z modelu wytłaczania Tadmora [4].



Rys. 19. Przekrój poprzeczny kanału ślimaka oraz rozkład temperatury na wysokości kanału

Źródło: opracowano na podstawie: Donovan R.C., Pol. Eng. Sci., 1971, 11, s. 361.

Bilans energii na powierzchni międzyfazowej daje w rezultacie wyrażenie:

$$k_m \frac{\partial T_f}{\partial y} - k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} = -\rho_m \lambda \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad \text{dla } y = \delta \quad (121)$$

Udowodniono [161], że przy powyższych warunkach zależność (121) jest nieliniowa. Zostały zatem poczynione różne założenia mające uprościć powyższe zagadnienie. Tzw. problem Stefana [162] rozpatrywany był przy założeniu, że temperatura złoża stałego jest stała i równa T_m . Obliczona szybkość stapiania była jednak około dwa razy większa od zaobserwowanej [163].

O wiele lepszą zgodność z danymi doświadczalnymi daje rozwiązanie tzw. problemu Neumanna [161,162,164]. Jego matematyczny zapis przedstawia się następująco:

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} = \alpha_m \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad \text{dla } 0 < y < \delta \quad (122)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \quad \text{dla } 0 < y < \infty \quad (123)$$

$$T_f = T_b \quad \text{dla } y = 0 \quad (124)$$

$$T_f = T_s = T_m \quad \text{dla } y = \delta \quad (125)$$

$$T_s \rightarrow \bar{T}_s \quad \text{dla } y \rightarrow \infty \quad (126)$$

$$k_m \frac{\partial T_f}{\partial y} - k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} = -\rho_m \lambda \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad \text{dla } y = \delta \quad (127)$$

Rozwiązania równań (122) i (123) dla temperatury mają postać:

$$T_f(y) - T_m = T_b - T_m - \frac{T_b - T_m}{\operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{\alpha_m}}\right)} \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha_m}}\right) \quad \text{dla } 0 < y < \delta \quad (128)$$

$$T_s(y) - T_m = \bar{T}_s - T_m - \frac{\bar{T}_s - T_m}{\operatorname{erfc}\left(\frac{k}{2\sqrt{\alpha_s}}\right)} \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha_s}}\right) \quad \text{dla } \delta < y < \infty \quad (129)$$

Zrózniczkowanie równań (128) i (129) oraz podstawienie ich do (127) daje w rezultacie wyrażenie na przemieszczanie się powierzchni międzyfazowej, które wyraża się zmianą grubości warstewki stopu δ :

$$\delta = k\sqrt{t} \quad (130)$$

przy czym k jest pierwiastkiem nieliniowego równania algebraicznego o postaci:

$$\frac{(T_m - T_b) k_m \exp\left(\frac{-k^2}{4\alpha_m}\right)}{\sqrt{\pi \alpha_m} \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{\alpha_m}}\right)} - \frac{(\bar{T}_s - T_m) k_s \exp\left(\frac{-k^2}{4\alpha_s}\right)}{\sqrt{\pi \alpha_s} \operatorname{erfc}\left(\frac{k}{2\sqrt{\alpha_s}}\right)} = -\frac{k \lambda \rho_m}{2} \quad (131)$$

Zależność (130) jest słuszna rozpatrując proces, który rozpoczyna się przy $\delta = 0$. Faktycznie proces stapiania statycznego rozpoczyna się przy grubości warstwy

$\delta = \delta_0$ odpowiadającej końcowi fazy stapiania dynamicznego. Do dalszej analizy zostanie jednak przyjęte założenie, że dla procesu stapiania statycznego, rozpoczynającego się przy niezerowej grubości warstwy ($\delta = \delta_0$) wciąż słuszne będzie zastosowanie wyrażenia (130).

Stąd, po jego przekształceniu otrzymuje się zależność określającą „pozorny” czas t_0 , w czasie którego, zgodnie z modelem Neumanna, utworzona została warstewka stopu o grubości δ_0 :

$$t_0 = \frac{\delta_0^2}{k^2} \quad (132)$$

Jeśli więc wyjściowa grubość warstwy stopu wynosiła δ_0 , to po czasie stapiania statycznego t sumaryczna grubość warstewki stopu δ_f wynosi:

$$\delta_f = k \sqrt{t + \frac{\delta_0^2}{k^2}} \quad (133)$$

2.3.2 Model stapiania dynamicznego Donovanana

Model zaproponowany przez Donovanana w [160] jest wynikiem jego wcześniejszych obserwacji [163], wg których model ustalonego wytłaczania Tadmora [4] nie był adekwatny do opisu procesu uplastyczniania podczas wtryskiwania. Zaproponował on model heurystyczny, opierając się na założeniu, że procesy nieustalone wykazują zazwyczaj charakterystyki eksponentencjalne.

W związku z tym został postawiony postulat zakładający, że proces nieustalonego wytłaczania może być opisany funkcją eksponentencjalną z bezwymiarowym parametrem β :

$$A(z, t) = A_i(z) + [A_e(z) - A_i(z)][1 - \exp(-\beta N t)] \quad (134)$$

gdzie:

$A(z, t)$ – względna wielkość powierzchni przekroju kanału zajmowanej przez tworzywo stałe w przekroju o współrzędnej z po czasie rotacji ślimaka t ,

β – stała fenomenologiczna,

indeksy:

e – wytłaczanie ustalone,

f – stan tuż po zakończeniu obrotów ślimaka,

i – stan tuż po rozpoczęciu obrotów ślimaka.

Wyrażenie (134) opisuje zmiany przekroju złoza stałego między dwoma stanami granicznymi:

$$\lim_{t \rightarrow 0} A(z, t) = A_i(z) \quad (135)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(z, t) = A_e(z) \quad (136)$$

W momencie zakończenia rotacji ślimaka, tzn. dla $t = t_r$, wyrażenie (134) można zapisać w postaci:

$$A(z, t_r) = A_r(z) = A_i(z) + [A_e(z) - A_i(z)][1 - \exp(-\beta N t_r)] \quad (137)$$

Przekształcenie powyższego równania daje:

$$A_i(z) = A_e(z) - \frac{A_r(z) - A_i(z)}{1 - \exp(-\beta N t_r)} \quad (138)$$

Podstawiając (138) do (134) otrzymuje się wyrażenie określające względną powierzchnię złoza stałego po okresie stapienia dynamicznego:

$$A(z, t) = A_e(z) - \frac{A_r(z) - A_i(z)}{1 - \exp(-\beta N t_r)} \exp(-\beta N t) \quad , \text{ dla } 0 \leq t \leq t_r \quad (139)$$

gdzie wartość $A_e(z)$ może zostać obliczona z modelu wytłaczania ustalonego Tadmora, natomiast wyrażenie $A_r(z) - A_i(z)$ z modelu stapienia statycznego.

Zakładając, że stan po stapieniu dynamicznym $A_r(z)$ jest stanem wyjściowym dla fazy stapienia statycznego, w przekroju, w którym wysokość kanału wynosi H , z czego δ_0 zajmował stop, a pozostałą część złoze stałe, to po fazie stapienia statycznego, po której warstwa stopu ma grubość δ , odpowiadającą jej wartość $A_i(z)$ określa zależność:

$$A_i(z) = A_r(z) \frac{H - \delta}{H - \delta_0} \quad (140)$$

Podstawową wadą zaproponowanego modelu jest potrzeba znajomości wartości stałej fenomenologicznej β , zależnej od rodzaju materiału, maszyny oraz warunków jej pracy. Do jej określenia potrzebne są pewne dane doświadczalne, przedstawione np. w [163]. Donovan z pewnym uproszczeniem przyjmuje, że parametr ten może być traktowany jako stała materiałowa, wyznaczona z serii eksperymentów. Dla każdego materiału wartość β może zostać obliczona ze wzoru

$$\beta = -\frac{1}{N t_r} \ln \left[1 - \frac{A_r(z) - A_i(z)}{A_e(z) - A_i(z)} \right] \quad (141)$$

gdzie wszystkie zmienne muszą zostać wyznaczone doświadczalnie, co eliminuje błąd wyznaczenia β mogący powstać w wyniku obliczania np. profilu złoza w wytłaczaniu ustalonym $A_e(z)$ z modeli teoretycznych.

Wartości β wyznaczone przez Donovana dla LDPE, ABS oraz PVC przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości parametru β dla wybranych tworzyw

Tworzywo	β
LDPE	0.005
ABS	0.01
PVC	0.005

2.3.3 Model wytłaczania dynamicznego Tadmora

Model wytłaczania dynamicznego opisany przez Tadmora [165] odnoszący się do wytłaczania nieustalonego w czasie rozpatruje dwa procesy występujące podczas takiego wytłaczania: stapianie oraz transport stopu. Głównym zadaniem modelu jest opis zmian profilu względnej szerokości złoza stałego, temperatury oraz ciśnienia w warunkach nieustalonych.

Na oba wymienione powyżej procesy składają się pewne grupy zjawisk transportowych. Po pierwsze, ma miejsce transport pędu oraz ciepła w cienkiej warstewce tworzywa uplastycznionego pomiędzy powierzchnią ślimaka a warstwą złoza stałego. Procesy te, z natury dyfuzyjne, mają miejsce w kierunku prostopadłym do osi kanału i określają dynamiczną szybkość stapiania materiału stałego, która z kolei jest jedną z głównych wielkości determinujących zmiany profilu względnej szerokości złoza stałego, temperatury oraz ciśnienia na długości kanału. Po drugie występuje dyfuzyjny transport pędu oraz ciepła w obszarze transportu stopu, również w kierunku prostopadłym do osi kanału. Wreszcie, ma miejsce transport konwekcyjny złoza stałego oraz stopu wzdłuż osi kanału.

Szybkość, z jaką przebiegają wszystkie wymienione powyżej procesy transportowe, można w przybliżeniu opisać za pomocą pewnej fikcyjnej stałej czasowej, ujętej ilościowo w tabeli 2.

Tabela 2. Stałe czasowe dla wybranych przebiegów nieustalonych
w modelu wytłaczania dynamicznego

proces transportu	stała czasowa	rząd wielkości [s]
transport pędu w warstewce	$\tau = \frac{\rho_m \delta^2}{\mu}$	10^{-7}
transport ciepła w warstewce	$\tau = \frac{\delta^2}{\alpha_m}$	1
transport pędu w obszarze przepływu stopu	$\tau = \frac{\rho_m H^2}{\mu}$	10^{-4}
transport ciepła w obszarze przepływu stopu	$\tau = \frac{1}{N}$	1
transport konwekcyjny	średni czas przebywania	$10^1 \div 10^2$

Źródło: opracowano na podstawie: Tadmor Z., Pol. Eng. Sci., 1974, 14, s. 113.

Z analizy wielkości odpowiednich stałych czasowych wynika jasno, że procesy transportu wzdłuż osi kanału są o kilka rzędów wolniejsze od procesów występujących w kierunku prostopadłym. Zatem, przebiegi nieustalone występujące podczas lokalnych zmian szybkości przepływu, temperatury czy ciśnienia znikną na długo przed tym, nim wystąpią jakiegokolwiek zmiany substancjalne w kierunku osi kanału. Prawidłowe wydaje się zatem wyznaczenie względnej szerokości złoza stałego zgodnie z szybkością stapiania ω obliczoną za pomocą modelu ustalonego wytłaczania w warunkach lokalnych (chwilowych). Takie upraszczające założenie jest w efekcie równoznaczne z poszerzonym „przybliżeniem teorii smarowania”.

Różniczkowy bilans masy w złożu stałym można przedstawić w postaci [165]:

$$-\rho_s V_{sz} \frac{\partial(HX)}{\partial z} - \Phi \sqrt{X} = \rho_s \frac{\partial(HX)}{\partial t} \quad (142)$$

gdzie wyrażenie $\Phi \sqrt{X}$ może być obliczone z modelu wytłaczania ustalonego.

Wyrażenie (142) przedstawia równanie różniczkowe cząstkowe pierwszego rzędu mające zastosowanie do wyznaczenia chwilowego profilu względnej szerokości złoza stałego. Równanie to może być przekształcone do postaci:

$$\frac{DX}{Dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + V_{sz} \frac{\partial X}{\partial z} = -\frac{\Phi}{\rho_s H} \sqrt{X} + R \frac{V_{sz} X}{H} \quad (143)$$

gdzie:

R – zbieżność kanału:

$$R = -\frac{dH}{dz} \quad (144)$$

Lewa strona równania (143) jest substancjalną pochodną szerokości złoża po czasie i określa jej zmianę w czasie w układzie współrzędnych, który przemieszcza się wraz ze złożem stałym z prędkością V_{sz} . Równanie (143) może być scałkowane pod warunkiem, że znana jest funkcja $\Phi(z, t)$.

W szczególności, jeżeli $\Phi = \text{const}$ oraz $R = 0$, scałkowanie wyrażenia (143) daje, przy założonej początkowej szerokości złoża stałego $X_0(z, t)$:

$$X(z, t) = X_0(z, t) \left[1 - \frac{(t - t_0) \Phi}{2 \rho_s H \sqrt{X_0(z, t)}} \right]^2 \quad (145)$$

gdzie:

$$X_0(z, t) = X_0[z - (t - t_0)V_{sz}] , \quad z - (t - t_0)V_{sz} \geq 0 \quad (146)$$

Szerokość złoża stałego w położeniu z oraz po czasie t jest funkcją szerokości złoża w pewnym poprzednim momencie t_0 i pozycji $z_0 = z - (t - t_0)V_{sz}$, która nie może być mniejsza od miejsca rozpoczęcia procesu stapiania.

Czas przebiegu nieustalonego $(t - t_0)$ jest proporcjonalny do położenia na długości kanału:

$$t - t_0 = \frac{z}{V_{sz}} \quad (147)$$

Zatem, w przypadku stałej szybkości przepływu, najdłuższy przebieg nieustalony jest co najwyżej rzędu czasu przebywania tworzywa w kanale ślimaka.

Podstawiając maksymalny czas przebiegu nieustalonego (147) do (145) otrzymuje się w rezultacie dobrze znaną zależność wynikającą z modelu wytłaczania ustalonego (por. wzór (72)):

$$X(z) = X_0(0) \left[1 - \frac{z \Phi}{2 \rho_s V_{sz} H \sqrt{X_0(0)}} \right]^2 \quad (148)$$

Wszystkie omówione zależności nietrudno zmodyfikować, przedstawiając je w kategoriach względnego przekroju złoża stałego A , tak jak w teorii Donovana.

Przedstawiona powyżej na przykładzie ślimaka jednostrefowego (o stałej głębokości kanału) idea wytłaczania dynamicznego, mimo iż jest znacznie trudniejsza pod względem pojęciowym niż teoria Donovana, posiada jeden podstawowy atut – nie wymaga znajomości żadnych dodatkowych stałych fenomenologicznych poza wielkościami znanymi z teorii wytłaczania ustalonego. Z tego względu w ramach niniejszej pracy zostanie ona zastosowana do opisu stapienia dynamicznego przy użyciu ślimaka trójstrefowego.

3. MATEMATYCZNY MODEL PROCESU UPLASTYCZNIANIA PRZY WTRYSKIWANIU

3.1. Założenia modelu

Poprzedni rozdział, w którym omówiono najważniejsze problemy dotyczące modelowania procesów przetwórstwa tworzyw (zwłaszcza wytłaczania i wtryskiwania) pokazuje wyraźnie, że z powodu dużej ilości złożonych obliczeń, użyteczne modele matematyczne ilościowo opisujące te procesy stworzyć można wyłącznie w oparciu o komputery. Dotyczy to w szczególności modelu opisującego pracę układu uplastyczniającego wtryskarki. Jak wspomniano, proces ten w odróżnieniu od procesu uplastyczniania w wytłaczarce ma charakter nieustalony w czasie. Dodatkowym czynnikiem zwiększającym ilość niezbędnych do przeprowadzenia obliczeń jest istnienie sprzężeń pomiędzy różnymi stanami oraz parametrami. Do dwóch najważniejszych tego typu sprzężeń, które decydująco wpływają na dynamikę pracy ślimaka zaliczyć można:

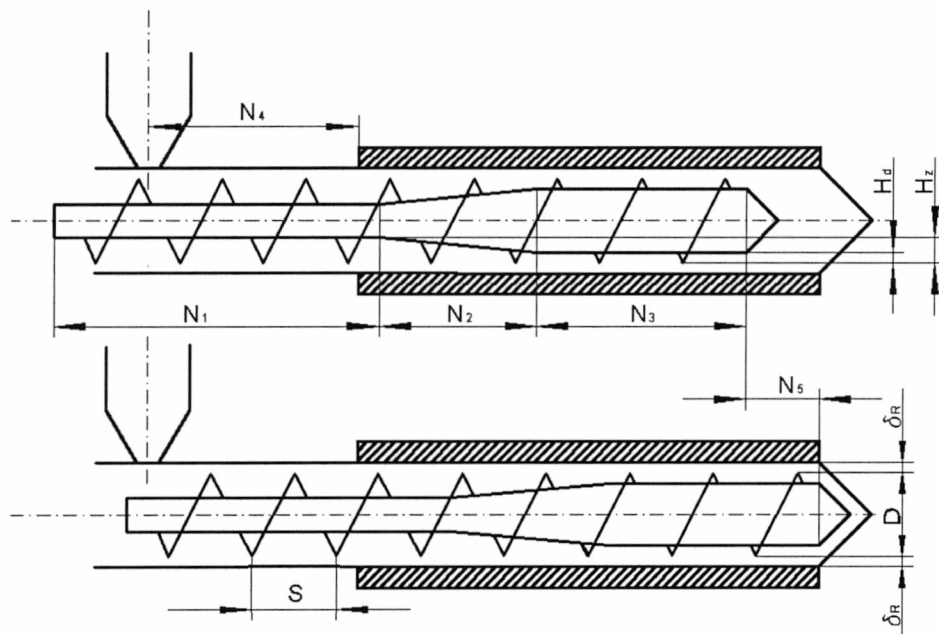
- sprzężenie pomiędzy masowym wydatkiem przepływu tworzywa w kanale ślimaka a ciśnieniem uplastyczniania mierzonym przed ślimakiem w trakcie jego rotacji i ruchu wstecznego,
- sprzężenie pomiędzy profilem złoza stałego tuż po rozpoczęciu rotacji i ruchu wstecznego ślimaka (początek stapienia dynamicznego) oraz profilem złoza stałego tuż po zakończeniu tego ruchu (początek stapienia statycznego).

W celu zbudowania matematycznego modelu procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu przyjęto ogólne założenie, że punktem wyjścia takiego modelu będzie omówiony poprzednio model wytłaczania ustalonego. W modelu tym uwzględnione zostaną jednak procesy stapienia statycznego i dynamicznego, ruchu posuwisto-zwrotnego ślimaka wpływające na zmianę położenia stref roboczych oraz wspomniane powyżej sprzężenia.

Ponadto przyjęto następujące założenia szczegółowe:

Trójstrefowy ślimak o stałym skoku zwoju i dowolnej krotności kanału oraz określonych innych parametrach geometrycznych umieszczony jest w cylindrze posiadającym dwie zasadnicze strefy, przedstawione na rysunku 20:

- 1) strefa nieogrzewana rozciągająca się od środka leja zasypowego do miejsca, w którym rozpoczynają się grzejniki, o temperaturze nie przekraczającej temperatury płynięcia tworzywa,
- 2) strefa ogrzewana o średniej temperaturze T_w wyższej od temperatury płynięcia tworzywa, położona w odległości N_4 od leja zasypowego.



Rys. 20. Podstawowe wielkości geometryczne ślimaka wtryskowego oraz parametry robocze pracy wtryskarki

N_1 – ilość zwojów w geometrycznej strefie zasilania,

N_2 – ilość zwojów w geometrycznej strefie sprężania,

N_3 – ilość zwojów w geometrycznej strefie dozowania,

N_4 – odległość początku strefy grzejnej od lejka zasypowego (ilość zwojów),

N_5 – skok ślimaka przy wtrysku (ilość zwojów),

D – średnica zewnętrzna ślimaka,

H_z – głębokość kanału w strefie zasilania,

H_d – głębokość kanału w strefie dozowania,

S – skok zwoju,

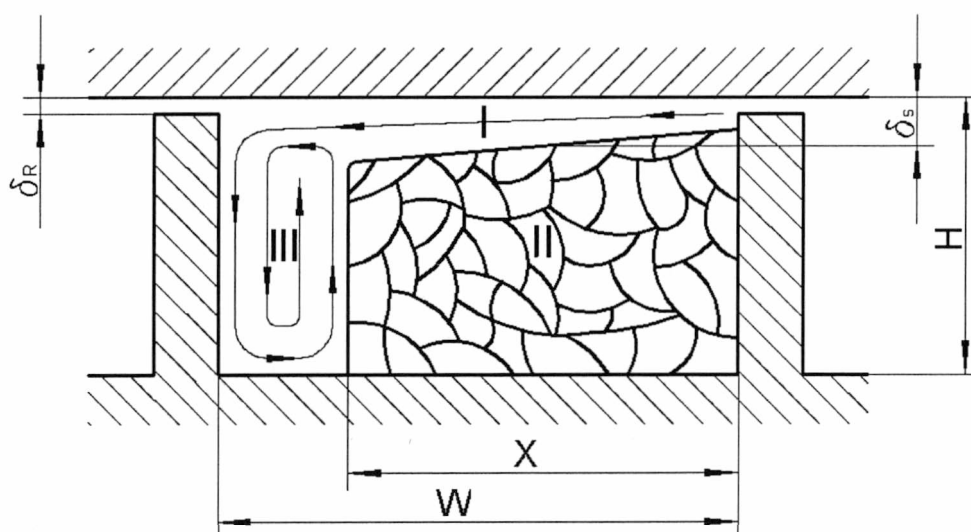
δ_R – wysokość szczeliny pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a ścianą cylindra.

Ślimak posiada możliwość wykonywania ruchu posuwisto – zwrotnego o regulowanym skoku N_5 . Dla uproszczenia wielkości N_4 , N_5 oraz długości stref geometrycznych N_1 , N_2 oraz N_3 wyrażane będą poprzez liczbę zwojów.

Długości stref zmieniać można w dowolny sposób, otrzymując w skrajnym przypadku np. ślimak jednostrefowy. Ze względu na ograniczenia teoretyczne i numeryczne minimalna długość strefy sprężania (jeśli taka występuje) ograniczona jest do pół zwoju, tzn. niedopuszczalna jest skokowa zmiana średnicy rdzenia ślimaka.

Do analizy procesu uplastyczniania przyjęto płaski model kanału ślimaka.

Rozpatrując ślimak wtryskowy w chwili tuż przed zakończeniem jego ruchu obrotowego materiał stały w postaci granulatu lub proszku pobierany z leja zasypowego zostaje zagęszczony pod wpływem wzrastającego ciśnienia na odcinku N_4 charakteryzującym się najczęściej stałymi wymiarami kanału. Następnie wchodząc w strefę ogrzewaną cylindra tworzywo zaczyna się stapiać powierzchniowo przy liniowym wzroście wysokości warstewki stopu do wysokości krytycznej δ_w . Po jej przekroczeniu profil tworzywa w kanale ślimaka ulega zmianie, przy czym w przekroju kanału wyróżnić można trzy podstawowe obszary o różnym jakościowo zachowaniu się materiału, co przedstawiono na rysunku 21.



Rys. 21. Przekrój poprzeczny kanału w strefie stapiania właściwego

Obszary te można przedstawić jako:

- I. Warstewkę stopu o średniej wysokości δ_s występującą pomiędzy złożem stałym a powierzchnią cylindra o szerokości X oraz średniej temperaturze T_{av} . Uplastyczniony materiał otrzymany w wyniku stapiania klina tworzywa stałego usuwany jest do obszaru III wskutek przepływu wleczonego mającego miejsce w wyniku względnego ruchu ślimaka i cylindra.
- II. Obszar o kształcie klina zajęty przez tworzywo stałe o szerokości X i wysokości $(H - \delta_s)$ oraz średniej temperaturze $\bar{T}_s$.
- III. Obszar zajęty przez cyrkulujący stop o szerokości $W - X$ i wysokości H , do którego stale dopływa strumień uplastycznionego tworzywa z warstewki I.

Strefa ta, zwana strefą uplastyczniania właściwego rozciąga się do miejsca, gdzie stopieniu ulegnie cały klin materiału stałego, czyli do $X = 0$.

Przedstawione założenia dotyczące stapiania dynamicznego oraz transportu tworzywa w poszczególnych strefach ślimaka wtryskowego nie odbiegają zasadniczo od omówionego poprzednio klasycznego ujęcia teorii wytłaczania. Podstawowa modyfikacja wszystkich wzorów słusznych dla wytłaczania ustalonego wynika z konieczności uwzględnienia w nich dodatkowej składowej prędkości opisującej wsteczny ruch obracającego się ślimaka. Prędkość ta, określająca wydajność uplastyczniania (i odwrotnie proporcjonalna do czasu rotacji ślimaka) ma charakter dynamiczny – zależny od przyjętych parametrów procesu. Stąd też może być wyznaczona jedynie jako granica pewnego ciągu przybliżeń podczas modelowania dynamicznego, uwzględniającego także istnienie fazy stapiania statycznego (bez transportu masy). Dla realizacji tego celu kluczowe zagadnienie w modelu uplastyczniania przy wtryskiwaniu ma ocena zmian szerokości X (lub ściślej pola powierzchni przekroju A złoża stałego) na długości kanału w funkcji czasu. Umożliwia ona w dalszym ciągu obliczenie podstawowych charakterystyk procesu takich jak wydatek, pobór mocy, rozkład ciśnienia i temperatury w wybranych momentach cyklu wtryskowego, z których podstawowe znaczenie ma moment rozpoczęcia i zakończenia rotacji ślimaka.

Przed szczegółowym omówieniem praktycznej realizacji powyższych założeń przedstawione zostaną podstawowe parametry geometryczne, robocze i materiałowe niezbędne do stworzenia modelu.

3.1.1. Geometria ślimaka

Omawiany model odnosi się do ślimaka trójstrefowego o stałej średnicy zewnętrznej D , skoku zwoju S , szerokości zwoju e , kącie wzniosu linii śrubowej φ oraz krotności kanału K_k . Podział ślimaka na strefy geometryczne opisywany jest ilością zwojów w poszczególnych strefach: N_1 – w strefie zasilania, N_2 – w strefie sprężania oraz N_3 – w strefie dozowania. Geometryczne strefy zasilania i dozowania charakteryzują się stałą wysokością kanału wynoszącą odpowiednio H_z i H_d . Wysokość kanału w strefie sprężania zmienia się liniowo od H_z do H_d . Długość poszczególnych stref można zmieniać w dowolnych granicach, uzyskując w skrajnych przypadkach ślimak o stałej lub zmiennej głębokości na całej długości kanału, a także dwa różne rodzaje ślimaków dwustrefowych. Parametry geometryczne D , S , e , N_1 , N_2 , N_3 , H_z , H_d i K_k wprowadza się jako dane wejściowe do obliczeń (rysunek 22).

ślimak	wtryskarka	tworzywo	zaawansowane
20			
20			
3			
14			
5.5			
5.5			
3.8			
1.9			
1			

Rys. 22. Parametry geometryczne ślimaka, które należy wprowadzić do modelu

3.1.2. Parametry robocze

Przyjęto, że regulowanymi parametrami roboczymi pracy wtryskarki są: szybkość obrotowa ślimaka N , skok ślimaka przy wtrysku N_5 , średnia temperatura T_w cylindra w części ogrzewanej, ciśnienie uplastyczniania p_p (ciśnienie panujące przed ślimakiem w czasie jego ruchu wstecznego) oraz czas t_0 , w którym ślimak jest w stanie spoczynku. Jak już wspomniano, ta ostatnia wielkość stanowi sumę dwóch czasów odpowiadających czasowi t_d wystoju ślimaka w położeniu przednim (czasowi docisku) oraz czasowi t_w jego wystoju w położeniu tylnym (czasowi chłodzenia). Czas t_0 określa statyczne stapianie tworzywa w ogrzewanej części cylindra.

Oprócz powyższych danych należy podać pewne dane geometryczne nie związane z charakterystyką ślimaka, czyli szerokość szczeliny pomiędzy wierzchołkami uzwojenia ślimaka a powierzchnią cylindra δ_R oraz odległość pomiędzy lejem zasypowym a początkiem strefy grzejnej N_4 .

Parametry N , N_5 , T_w , t_w , t_d , p_p , N_4 oraz δ_R są wprowadzane jako dane wejściowe do obliczeń (rysunek 23).

slimak	wtryskarka	tworzywo	zaawansowane
180	Szybkość obrotowa ślimaka [obr / min]		
3	Skok ślimaka przy wtrysku [liczba zwojów]		
200	Średnia temperatura cylindra w części ogrzewanej [C]		
10	Czas wystoju ślimaka w położeniu tylnym [s]		
1	Czas wystoju ślimaka w położeniu przednim [s]		
10	Ciśnienie uplastyczniania [MPa]		
4	Odległość strefy grzejnej od otworu zasypowego [liczba zwojów]		
0.1	Szerokość szczeliny pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindram [mm]		

Rys. 23. Parametry robocze wtryskarki, które należy wprowadzić do modelu

3.1.3. Właściwości materiału

Do celów obliczeniowych w niniejszym modelu niezbędna jest znajomość takich właściwości fizykochemicznych tworzywa jak temperatura topnienia (płynięcia) T_m , średnie współczynniki tarcia tworzywa o cylinder f_c oraz o ślimak f_s , gęstości materiału: gęstość nasypową ρ_0 , gęstość tworzywa stałego ρ_s oraz stopionego ρ_m , jak również średnie przewodnictwa cieplne tworzywa stałego k_s oraz stopionego k_m , ciepło topnienia tworzywa λ (dla tworzyw semikrystalicznych) oraz średnie ciepła właściwe tworzywa stałego c_s oraz stopionego c_m . Przyjęto, że wielkości te są stałymi niezależnymi od temperatury i ciśnienia. Niezbędne są również pewne dane reologiczne materiału, takie jak stała lepkości m_0 w prawie potęgowym, wykładnik równania potęgowego lepkości n oraz współczynnik temperaturowy lepkości a . Wielkości T_m , f_c , f_s , ρ_0 , ρ_s , ρ_m , k_s , k_m , λ , c_s , c_m , m_0 , n oraz a należy wprowadzić jako dane wejściowe do obliczeń (rysunek 24), przy czym dla podstawowych polimerów dane te zostały w modelu już zamieszczone. Wartości te zostały przyjęte jako średnie z różnych danych literaturowych.

slimak	wtryskarka	tworzywo	zaawansowane
135		Temperatura płynięcia tworzywa [C]	polietylen dużej gęstości, HDPE
0.5		Współczynnik tarcia tworzywa o cylinder	
0.35		Współczynnik tarcia tworzywa o ślimak	
550		Gęstość nasypowa tworzywa [kg / m ³]	
780		Średnia gęstość stopionego tworzywa [kg / m ³]	
955		Średnia gęstość stałego tworzywa [kg / m ³]	
0.26		Przewodnictwo cieplne stopionego tworzywa [J / m*s*deg]	
0.42		Przewodnictwo cieplne stałego tworzywa [J / m*s*deg]	
245		Ciepło topnienia tworzywa [kJ / kg]	
2.5		Ciepło właściwe stopionego tworzywa [kJ / kg*deg]	
2		Ciepło właściwe stałego tworzywa [kJ / kg*deg]	
11000		Stała lepkości w prawie potęgowym (w temp. płynięcia) [Pa*s^m]	
0.6		Wykładnik prawa potęgowego	
0.011		Współczynnik temperaturowy lepkości [1/deg]	

Rys. 24. Właściwości fizykochemiczne oraz reologiczne tworzywa, które należy wprowadzić do modelu

3.1.4. Dynamika pracy układu

Tworząc matematyczny model procesu uplastyczniania polimerów podczas wtryskiwania założono istnienie różnych stref dynamicznych zasadniczo podobnych do stref występujących w procesie wytłaczania. Są to:

- strefa zasobnika,
- strefa transportu tworzywa stałego,
- strefa uplastyczniania wstępnego,
- strefa uplastyczniania właściwego,
- strefa transportu stopu.

W odróżnieniu od ustalonych warunków pracy charakterystycznych dla wytłaczania, długość i położenie tych stref w trakcie cyklu wtryskowego ulega zmianie. Stąd dla opisu działania tych stref w warunkach nieustalonych przyjęto pewne założenia.

W cyklu pracy ślimaka wtryskowego podstawowe znaczenie posiadają dwa wzajemnie sprzężone stany występujące w pewnych dwóch charakterystycznych momentach czasu:

- (1) stan tuż przed zakończeniem rotacji ślimaka,
- (2) stan tuż po rozpoczęciu rotacji ślimaka.

Stany te dla danego tworzywa określone są jednoznacznie wartościami wymienionych powyżej parametrów geometrycznych, roboczych oraz materiałowych. Przyjęto, że stan (1), charakteryzujący się największym stopniem wypełnienia kanału ślimaka tworzywem stałym, posiada podstawowe znaczenie dla oceny takich wielkości jak maksymalna temperatura tworzywa w kanale ślimaka, maksymalny pobór mocy czy wydajność uplastyczniania.

Założono ponadto, że w stanie (1) równowaga dynamiczna w strefach zasobnika oraz transportu tworzywa stałego ustala się na tyle szybko, że charakterystyka robocza tych stref (zwłaszcza profil ciśnienia) może zostać adekwatnie opisana zależnościami słusznymi dla warunków ustalonych.

Długość strefy uplastyczniania wstępnego, której chwilowe położenie pokrywa się z początkiem strefy grzejnej cylindra, a wysokość warstwy stopionego tworzywa zmienia się od zera do wysokości krytycznej δ_w , założono obliczać także za pomocą modelu słusznego dla warunków ustalonych. Z uwagi na bardzo małą wysokość

warstewki stopu przyjęto, iż równowaga ustala się w niej na tyle szybko, że szybkość stapiania dynamicznego ω jest praktycznie taka sama, jak dla warunków ustalonych, z uwzględnieniem wzdłużnej składowej prędkości U cofającego się ślimaka, która nie występuje w procesie wytłaczania. Założenie to odpowiada omówionej wcześniej teorii wytłaczania dynamicznego Tadmora.

Warunki pracy w strefie stapiania właściwego oraz transportu stopu tak dalece odbiegają od warunków ustalonych, że zastosowanie modelu wytłaczania ustalonego do opisu działania tych stref jest niemożliwe. Przyjęto jedynie, że podobnie jak w strefie uplastyczniania wstępnego, szybkość stapiania dynamicznego ω jest praktycznie taka sama, jak dla warunków ustalonych.

Do obliczeń zmian profilu złoza podczas stapiania statycznego założono, że tworzywo stapiane jest statycznie nie tylko na powierzchni kontaktu z cylindrem, lecz także ze ślimakiem i przyjęto średnią temperaturę ślimaka T_l równą temperaturze cylindra T_b . W obliczeniach symulacyjnych stwierdzono, że różnice wyników otrzymanych dla temperatury ślimaka w zakresie $T_b \pm 50^\circ\text{C}$ są rzędu kilku procent, stąd powyższe założenie wydaje się być słuszne, gdyż rzeczywista temperatura ślimaka nie odbiega zwykle więcej od temperatury cylindra niż podana wartość. Należy jednak podkreślić, że istnieje łatwa możliwość wprowadzenia tej wielkości jako odrębnego parametru roboczego.

3.2. Charakterystyka geometryczna

Do celów obliczeniowych niezbędna jest znajomość niektórych wielkości geometrycznych ślimaka w różnych położeniach radialnych. Są to średnica ślimaka D_i , kąt natarcia zwoju φ_i oraz szerokość kanału W_i . Zgodnie z [4] zdefiniowano je następująco:

$$D_i = D - i \times H_z \quad (149)$$

$$\varphi_i = \arctan \left(\frac{S}{\pi D_i} \right) \quad (150)$$

$$W_i = \frac{S \cos \varphi_i}{K_k} - e \quad (151)$$

gdzie:

K_k – krotność kanału ślimaka ($K_k = 1, 2, \dots$),

i – indeks przyjmujący wartości 0, 1, 2 oznaczający położenie:

0 – przy powierzchni cylindra,

1 – w połowie wysokości kanału,

2 – na powierzchni rdzenia ślimaka.

Indeksy 0, 1, 2 stosowane będą z tymi znaczeniami w dalszej części pracy.

Z uwagi na zmieniające się warunki na długości kanału ślimaka do dalszych obliczeń wprowadzono krok obliczeniowy równy

$$\Delta = \frac{\pi D}{W_s \cos \varphi_1} \quad (152)$$

gdzie:

W_s – współczynnik umożliwiający dowolną zmianę kroku obliczeniowego, i w rezultacie zagęszczenie obliczeń. Przy takim ujęciu podane poniżej długości mierzone są ilością kroków obliczeniowych i w takiej postaci stosowane są w dalszych obliczeniach.

Położenia określające koniec poszczególnych stref geometrycznych odpowiadające środkowi wysokości kanału i mierzone ilością kroków obliczeniowych można określić następująco:

$$l_A = \frac{N_1 \pi D_1}{\Delta \cos \varphi_1} \quad (153)$$

$$l_B = l_A + \frac{N_2 \pi D_1}{\Delta \cos \varphi_1} \quad (154)$$

$$l_C = l_B + \frac{N_3 \pi D_1}{\Delta \cos \varphi_1} \quad (155)$$

gdzie:

N_1 , N_2 , N_3 oznaczają odpowiednio ilości zwojów w strefach geometrycznych zasilania, sprężania oraz dozowania.

Tangens kąta nachylenia kanału w strefie sprężania równy jest

$$R = \frac{(H_z - H_d) \cos \varphi_1}{N_2 \pi D_1} \quad (156)$$

Względne wysokości kanału ślimaka w poszczególnych strefach geometrycznych wynoszą:

$$H(l) = 1 \quad \text{dla } 0 < l \leq l_a \quad (157)$$

$$H(l) = 1 - \frac{R(l - l_a)\Delta}{H_z} \quad \text{dla } l_a < l \leq l_b \quad (158)$$

$$H(l) = 1 - \frac{R(l_b - l_a)\Delta}{H_z} = \frac{H_d}{H_z} \quad \text{dla } l_b < l \leq l_c \quad (159)$$

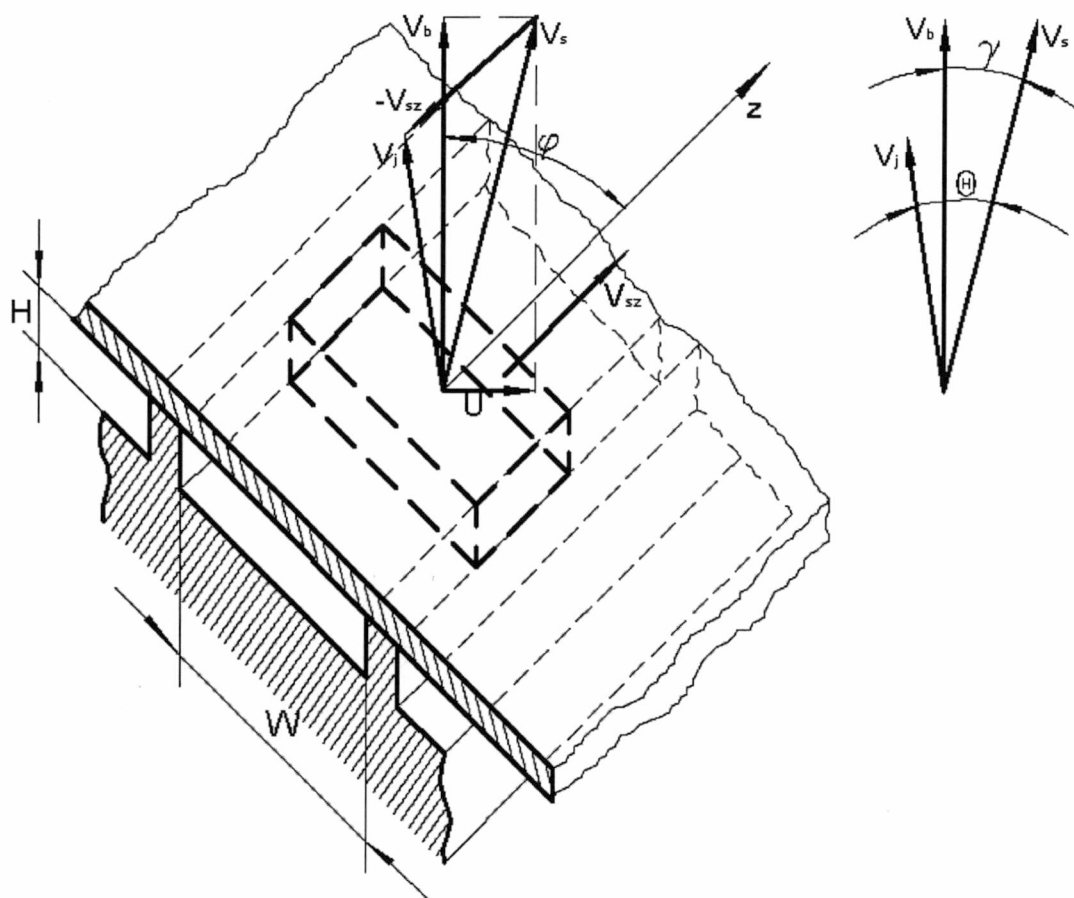
Położenie skoku ślimaka l_k oraz strefy grzejnej l_w w przeliczeniu na długość kanału strefy zasilania mierzonej w środku wysokości kanału wynoszą odpowiednio:

$$l_k = \frac{N_5 S}{\Delta \sin \varphi_1} \quad (160)$$

$$l_w = l_k + \frac{N_4 S}{\Delta \sin \varphi_1} \quad (161)$$

3.3. Strefa zasilania

Zgodnie z założeniami przedstawionymi w pkt. 3.1.4, równowaga dynamiczna w strefach zasobnika oraz transportu tworzywa stałego ustala się na tyle szybko, że charakterystyka robocza tych stref może zostać adekwatnie opisana zależnościami słusznymi dla warunków ustalonych (por. pkt 2.2.2.2) z uwzględnieniem osiowej składowej prędkości U cofającego się ślimaka, co przedstawiono na rysunku 25.



Rys. 25. Schemat mechanizmu transportu warstwy tworzywa stałego w kanale ślimaka w procesie wtryskiwania

Opracowano na podstawie: Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970, s. 54.

Warstwa stała przesuwa się względem cylindra z prędkością $\bar{V}_j$, równą

$$\bar{V}_j = \bar{V}_b + U - \bar{V}_{sz} \quad (162)$$

gdzie:

$\vec{V}_b$ - wektor prędkości obwodowej cylindra,

$\vec{U}$ - wektor prędkości ruchu postępowego cofającego się ślimaka,

$\vec{V}_{sz}$ - wektor prędkości warstwy stałej.

Wartości wektorów $\vec{V}_j$ oraz $\vec{V}_{sz}$ określić można łatwo na podstawie związków geometrycznych wynikających z rysunku 25, jako:

$$V_j = V_b \frac{\sin(\varphi_0 - \gamma)}{\sin(\varphi_0 + \theta - \gamma) \cos \gamma} \quad (163)$$

$$V_{sz} = V_b \frac{\sin \theta}{\sin(\varphi_0 + \theta - \gamma) \cos \gamma} \quad (164)$$

gdzie:

$$\gamma = \arctan \frac{U}{V_b} \quad (165)$$

Dla $\gamma = 0$ wyrażenia (163) i (164) przechodzą w (20) i (21) typowe dla wytłaczania.

Do rozpoczęcia obliczeń niezbędna jest pewna początkowa wartość kąta transportu θ_0 oraz prędkości ruchu cofającego się ślimaka U_0 .

Wstępną wartość kąta transportu θ_0 obliczono z analizy ruchu warstwy stałej w kanale ślimaka, wyznaczając tzw. maksymalną zdolność transportową, tzn. zakładając, że w obszarze tym nie występuje dodatni gradient ciśnienia hamujący ruch złoza stałego.

Przy takim założeniu znika trzeci człon sumy we wzorze (39) i wyrażenie opisujące M_a przyjmuje postać:

$$M_{a0} = 2 \frac{f_s}{f_b} \frac{H_z}{W_0} \sin \varphi_0 \left(K_a + \frac{D_1}{D_0} \cot \varphi_1 \right) + \frac{f_s}{f_b} \frac{W_2}{W_0} \sin \varphi_0 \left(K_a + \frac{D_2}{D_0} \cot \varphi_2 \right) \quad (166)$$

Przekształcając wzór (38) otrzymuje się wstępną wartość kąta transportu:

$$\sin \theta_0 = \frac{\sqrt{1 + K_a^2 - M_{a0}^2} - K_a M_{a0}}{1 + K_a^2} \quad (167)$$

Wstępną prędkość cofającego się ślimaka U_0 wyznaczono z rysunku 25 jako:

$$U_0 = V_b \tan \gamma_0 \quad (168)$$

gdzie:

V_b – prędkość obwodowa cylindra:

$$V_b = \pi D N \quad (169)$$

γ_0 – wstępna wartość kąta zawartego pomiędzy wektorem $\vec{V}_b$ prędkości obwodowej cylindra a wektorem $\vec{U}$ prędkości osiowej cofającego się ślimaka.

Wartość γ_0 wyznaczyć można z bilansu masy na początku i końcu ślimaka (dla chwili tuż przed zakończeniem jego rotacji):

$$\dot{G}_m = \dot{G}_s \quad (170)$$

gdzie:

$\dot{G}_m$ – masowe natężenie przepływu tworzywa stopionego przed cofającym się ślimakiem, określone jako:

$$\dot{G}_m = U_0 \frac{\pi D_0^2}{4} \rho_m \quad (171)$$

$\dot{G}_s$ – masowe natężenie przepływu tworzywa stałego na początku ślimaka:

$$\dot{G}_s = V_{sz}^0 H W_1 \rho_s K_k \quad (172)$$

przy czym

V_{sz}^0 - prędkość ruchu złoża stałego dla kąta transportu θ_0 .

Podstawiając zależności (171) i (172) do (170) otrzymuje się :

$$\frac{U_0}{V_{sz}^0} = \frac{4 H_z W_1 \rho_s K_k}{\pi D_0^2 \rho_m} = const \equiv \mathcal{G} \quad (173)$$

Z drugiej strony, uwzględniając zależności (164) oraz (168) :

$$\frac{U_0}{V_{sz}^0} = \frac{\sin(\varphi_0 + \theta_0 - \gamma_0)}{\sin \theta_0} \sin \gamma_0 \quad (174)$$

Porównując prawe strony równań (173) i (174) :

$$\sin \gamma_0 = \frac{\sin \theta_0}{\sin(\varphi_0 + \theta_0 - \gamma_0)} \mathcal{G} \quad (175)$$

Stąd, przy zastosowaniu wzorów trygonometrycznych, otrzymuje się ostateczne wyrażenie określające γ_0 :

$$\gamma_0 = \frac{\arccos[\cos(\varphi_0 + \theta_0) - 2 \mathcal{G} \sin \theta_0] - \varphi_0 - \theta_0}{2} \quad (176)$$

Znając wstępną wartość θ_0 ze wzoru (167), a stąd na podstawie wzorów (168) i (176) wstępną wartość U_0 , przeprowadza się dla tych wartości omówione dalej obliczenia dla wszystkich stref roboczych ślimaka i na tej podstawie algorytm sterujący wyznacza nową wartość $U = U_1$. W oparciu o tą wartość ze wzoru (165) wyznacza się nową wartość $\gamma = \gamma_1$, a stąd ze wzoru (175) słusznego dla dowolnych γ oraz θ wyznacza się nową wartość $\theta = \theta_1$, jako

$$\theta = \arctan \frac{\sin \gamma \sin(\varphi_0 - \gamma)}{g - \sin \varphi_0 \cos(\varphi_0 - \gamma)} \quad (177)$$

Ciśnienie w strefie transportu tworzywa stałego wyznaczono korzystając z zależności (37) obliczając zmianę ciśnienia na długości kroku obliczeniowego Δ :

$$p_2 = p_1 \exp \left(\frac{B_1 - E_1 K}{B_2 + E_2 K} \Delta \right) \quad (178)$$

Do wyznaczenia bezwzględnych wartości ciśnienia niezbędna jest znajomość wartości ciśnienia początkowego. Za ciśnienie to przyjęto wartość średnią ciśnienia panującego na dnie zasobnika, wyznaczoną metodą zaproponowaną przez Basowa i Kazankowa i określoną wzorem (18).

Do obliczenia profilu stapiania w warunkach zarówno statycznych, jak i dynamicznych niezbędna jest znajomość średniej temperatury złoża stałego.

Średnią temperaturę złoża stałego policzono opierając się na zaleceniach zawartych w [117], przy czym rachunki nieznacznie zmodyfikowano tak, aby średnia temperatura złoża była liczona jako średnia na całej długości kanału, a nie tylko na długości, jaka została wypełniona stałym materiałem z leja zasypowego podczas ruchu wstecznego ślimaka, jak proponują autorzy.

Średnia bezwymiarowa temperatura $\bar{\theta}_s$ złoża stałego przedstawiona jest wzorem:

$$\bar{\theta}_s = \frac{\bar{T}_s - T_m}{T_0 - T_m} = \frac{8}{\pi^2} \exp \left(- \frac{12 \alpha_s}{V_{sz} H^2} z \right) \quad (179)$$

gdzie:

$\bar{T}_s$ – średnia temperatura złoża stałego,

T_0 – temperatura otoczenia,

Obliczenie średniej całkowitej na długości jednego kroku Δ z zależności (179) daje wyrażenie na średnią temperaturę złoża stałego na długości Δ i w położeniu l :

$$\bar{\theta}_s(l) = -\frac{2}{3} \frac{V_{sz} H^2}{\alpha_s \pi^2 \Delta} \left[\exp\left(\frac{-12 \alpha_s}{V_{sz} H^2} \Delta\right) - 1 \right] \quad (180)$$

gdzie:

$\bar{\theta}_s(l)$ – średnia bezwymiarowa temperatura złoża stałego na długości jednego kroku obliczeniowego o wskaźniku położenia l ,

H – wysokość kanału w położeniu l , określona jako

$$H = H_z H(l) \quad (181)$$

Średnią bezwymiarową temperaturę złoża stałego na całej długości ślimaka policzono jako średnią arytmetyczną temperatur wyznaczonych przy pomocy wyrażenia (179), poważoną z profilem złoża stałego w stanie ustalonym:

$$\bar{\theta}_s = \frac{\sum_{l_c} \bar{\theta}_s(l) A_e(l)}{l_c} \quad (182)$$

gdzie:

$A_e(l)$ – profil złoża stałego w stanie ustalonym, określony zależnością (235).

Średnia temperatura złoża stałego na całej długości ślimaka wynosi:

$$\bar{T}_s = T_m + \bar{\theta}_s (T_0 - T_m) \quad (183)$$

Z przytoczonych powyżej wzorów widać, że do wyznaczenia średniej temperatury złoża $\bar{T}_s$ niezbędna jest wielkość $A_e(l)$, której wyznaczenie przedstawiono w rozdziale 3.5. Omówiony sposób obliczenia $\bar{T}_s$ może być zastosowany począwszy od drugiej iteracji. Dla rozpoczęcia obliczeń postanowiono zatem na podstawie wcześniejszych wyliczeń porównawczych, za $\bar{T}_s$ przyjąć średnią harmoniczną temperatur cylindra T_w , ślimaka T_l oraz temperatury tworzywa na dnie zasobnika (równej temperaturze otoczenia T_0):

$$\bar{T}_s = \frac{3}{\frac{1}{T_b} + \frac{1}{T_l} + \frac{1}{T_0}} \quad (184)$$

Stwierdzono, że $\bar{T}_s$ obliczona tym sposobem różni się tylko o kilka stopni od $\bar{T}_s$ wyznaczonej wzorem (183).

Zużycie mocy i moment obrotowy

Moc e_z zużywana w cylindrze wtryskarki w obszarze występowania tworzywa stałego na długości jednego kroku obliczeniowego jest sumą:

- mocy rozproszonej na powierzchni cylindra e_{zb} ,
- mocy rozproszonej na powierzchni rdzenia ślimaka e_{zs} ,
- mocy rozproszonej na powierzchniach bocznych zwoju ślimaka e_{zf} ,
- mocy wywołującej gradient ciśnienia e_{zp} .

Moc rozproszoną na powierzchni cylindra obliczyć można jako iloczyn siły tarcia działającej na tej powierzchni oraz prędkości przemieszczania się cylindra względem warstwy stałej:

$$e_{zb} = F_{tb} V_j = p(l) W_0 \Delta f_c V_j \quad (185)$$

Moc rozproszoną na powierzchni rdzenia ślimaka daje w rezultacie iloczyn siły tarcia działającej na powierzchni rdzenia oraz prędkości przemieszczania się warstwy wzdłuż kanału:

$$e_{zs} = F_{ts} V_{sz} = p(l) W_2 \Delta f_s V_{sz} \quad (186)$$

Moc rozproszoną na powierzchniach bocznych zwoju ślimaka obliczyć można z iloczynu siły tarcia działającej na powierzchniach bocznych zwoju oraz prędkości przemieszczania się warstwy wzdłuż kanału:

$$e_{zf} = F_{tf} V_{sz} = 2 p(l) H \Delta f_s V_{sz} \quad (187)$$

Moc wywołującą gradient ciśnienia można obliczyć z iloczynu przyrostu ciśnienia i objętościowego natężenia przepływu:

$$e_{zp} = Q \Delta p = H W_1 V_{sz} [p(l) - p(l-1)] \quad (188)$$

Moment obrotowy w strefie transportu tworzywa stałego dla jednego kroku obliczeniowego wyznaczono ze wzoru

$$M_z = W_0 \Delta f_c p(l) \frac{D}{2} \quad (189)$$

3.4. Strefa przejściowa (uplastyczniania wstępnego)

Model opisujący strefę uplastyczniania wstępnego powinien pozwalać na wyznaczenie krytycznej grubości warstewki stopu, określenie długości strefy, profilu ciśnienia wzdłuż kanału ślimaka oraz na obliczenie zużycia energii.

Zgodnie z założeniami poczynionymi w pkt. 3.1.4, szybkość stapiania dynamicznego ω , a co za tym idzie również długość strefy uplastyczniania, rozciągającą się na długości, na której grubość warstwy stopionego tworzywa zmienia się od zera do wysokości krytycznej δ_w , przyjęto obliczać za pomocą modelu słusznego dla warunków ustalonych z uwzględnieniem wzdłużnej składowej prędkości U cofającego się ślimaka.

Na potrzeby programu nieznacznie zmodyfikowano zmienną Φ (p. wzór 67), oznaczając ją jako Φ_s i redefiniując do postaci:

$$\Phi_s = \frac{\Phi}{\sqrt{W_1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_{bx} U_2 \rho_m [2k_m (\bar{T}_b - T_m) + U_1]}{W_1 [c_s (T_m - \bar{T}_s) + \Theta (T_w - T_m) + \lambda]}} \quad (190)$$

gdzie:

$\bar{T}_s$ - średnia temperatura złoza stałego, opisana wzorem (183).

Θ - bezwymiarowa średnia temperatura warstewki stopu, opisana zależnością (60).

We wzorze (190) zmodyfikowano ponadto wielkości V_{bx} oraz U_1 , uwzględniając wsteczny ruch ślimaka. Zagadnienie to omówiono poniżej.

Korzystając z wyrażenia (190), szybkość stapiania ω można opisać zależnością (por. wzór 67) :

$$\omega = \Phi_s W_1 \sqrt{\frac{X}{W_1}} \quad (191)$$

Z chwilą zetknięcia się stałego tworzywa z ogrzewaną częścią cylindra, na powierzchni styku materiału z nagrzaną ścianą cylindra zaczyna tworzyć się cienka warstewka stopu. Zgodnie z sugestiami innych autorów [60,110] przyjęto założenie, że grubość tej warstwy zwiększa się w sposób liniowy na długości strefy przejściowej z szybkością proporcjonalną do szybkości stapiania ω odniesionej do kanału wypełnionego materiałem stałym na całej szerokości, tzn. $X = W_1$ we wzorze (191).

Strefa przejściowa kończy się, gdy grubość warstwy stopu osiąga grubość krytyczną δ_w .

Krytyczną grubość warstwy tworzywa uplastycznionego δ_w wyznaczono z zależności (66) podstawiając $X = W_1$ i otrzymując w rezultacie wyrażenie:

$$\delta_w = \sqrt{\frac{[2k_m(T_b - T_m) + U_1]W_1}{V_{bx}U_2\rho_m[c_s(T_m - \bar{T}_s) + \Theta(T_w - T_m) + \lambda]}} \quad (192)$$

gdzie:

U_1 – współczynnik, opisany zależnością (57), po rozwinięciu i podstawieniu $h = \delta_w$ przyjmujący postać:

$$U_1 = 2m_0 V_j^{n+1} \frac{e^{-b} + b - 1}{b^2} \left(\frac{b}{1 - e^{-b}} \right)^{n+1} \delta_w^{1-n} \quad (193)$$

V_{bx} – składowa prędkości obwodowej cylindra w kierunku osi kanału z, zmodyfikowana o prędkość U ruchu wstecznego ślimaka, którą można wyznaczyć korzystając np. z rysunku 25 jako:

$$V_{bx} = V_b \frac{\sin(\varphi_0 - \gamma)}{\cos \gamma} \quad (194)$$

przy czym:

γ – określa wzór (165),

b – wyrażenie określone wzorem (50),

V_j – prędkość przemieszczania się warstwy stałej względem cylindra, określona wzorem (163),

U_2 – współczynnik przedstawiony wzorem (65).

Z powyższych rozważań widać, że wielkości δ_w oraz U_1 są wzajemnie uwiązane. Obliczono je więc iteracyjnie, wychodząc z pewnej dowolnej, dobranej empirycznie wielkości δ_w^0 , zapewniającej zbieżność procedury iteracyjnej we wszystkich przypadkach, podstawiając ją do (193), następnie wyznaczoną wartość U_1 podstawiając z kolei do (192). Powyższe obliczenia δ_w oraz U_1 kontynuuje się do momentu uzyskania zbieżności wartości δ_w z założoną dokładnością.

Długość strefy uplastyczniania wstępnego wyznaczono za pomocą modelu słusznego dla warunków ustalonych. Z uwagi na bardzo małą wysokość warstewki stopu (rzędu 10^{-1} mm) przyjęto, że równowaga w niej ustala się na tyle szybko, że szybkość stapiania dynamicznego ω może być wyznaczona tak samo, jak dla warunków ustalonych, z uwzględnieniem wzdłużnej składowej prędkości U cofającego się ślimaka.

Przyrost masy powstającego stopu w jednostce czasu można wyrazić za pomocą zależności :

$$\dot{G}_m = \omega z \quad (195)$$

Podstawiając za $\dot{G}_m$ iloczyn $\rho_s W_1 h V_{sz}$ oraz wykorzystując zależność (191) napisać można

$$\rho_s W_1 h V_{sz} = \Phi_s W_1 \sqrt{\frac{X}{W_1}} z \quad (196)$$

Przy założeniu, że w strefie uplastyczniania wstępnego $X = W_1$, otrzymuje się wyrażenie określające wysokość warstewki materiału uplastycznionego jako

$$h = \frac{\Phi_s}{\rho_s V_{sz}} z \quad (197)$$

Przekształcając powyższe równanie i podstawiając za h wyznaczoną wcześniej krytyczną grubość warstewki δ_w oraz wykorzystując ogólną zależność

$$l = \frac{z}{\Delta} \quad (198)$$

otrzymuje się ostateczny wzór określający długość strefy przejściowej (uplastyczniania wstępnego) wyrażoną ilością kroków obliczeniowych:

$$l_p = \frac{\delta_w \rho_s V_{sz}}{\Phi_s \Delta} \quad (199)$$

Wyznaczenie profilu ciśnienia w strefie przejściowej było jednym z trudniejszych zagadnień w całym modelu komputerowym. Na trudności związane z analizą zjawisk w tej strefie zwracał uwagę już Tadmor [4] sugerując liniową ekstrapolację profilu ciśnienia na końcu strefy zasilania do strefy stapiania właściwego. Ponieważ procedura taka nie zapewnia a priori „gładkości” funkcji ciśnienia na styku strefy przejściowej i stapiania właściwego, przeanalizowano kilka różnych sposobów obliczania ciśnienia w strefie przejściowej.

Generalnie sprawdzone zostały dwa typy modeli. Pierwszy z nich oparty był na zależności (44) sugerowanej przez Wilczyńskiego [60], która po odpowiednich podstawieniach przyjmuje postać

$$p_2 = p_1 \exp \left(-\frac{M_a}{B_a} z \right) + \frac{\tau_j W_0 (\cos \theta - K_a \sin \theta)}{-M_a} \left[\exp \left(-\frac{M_a}{B_a} z \right) - 1 \right] \quad (200)$$

gdzie:

$$B_a = \frac{W_1 H}{W_0 f_c} \sin \varphi_1 \left[K_a + \frac{D_1}{D} \cot \varphi_1 \right] \quad (201)$$

M_a – wyrażenie określone zależnością (166).

Zakładając, że temperatura warstewki stopu (spełniającego równanie potęgowe) w strefie przejściowej wynosi T_b oraz że zmiana prędkości na grubości warstewki jest liniowa (przepływ wleczony), naprężenie styczne w warstewce obliczono ze wzoru:

$$\tau_j = m \dot{\gamma}^n = m_0 \exp [-a (T_b - T_m)] \left(\frac{V_j}{\delta_s} \right)^n \quad (202)$$

gdzie:

V_j – prędkość opisana równaniem (163),

a – współczynnik temperaturowy lepkości [deg^{-1}],

δ_s – grubość warstewki stopu w strefie przejściowej;

w oparciu o wzór (196) przyjęto, że zmienia się ona liniowo od zera do δ_w zgodnie z zależnością:

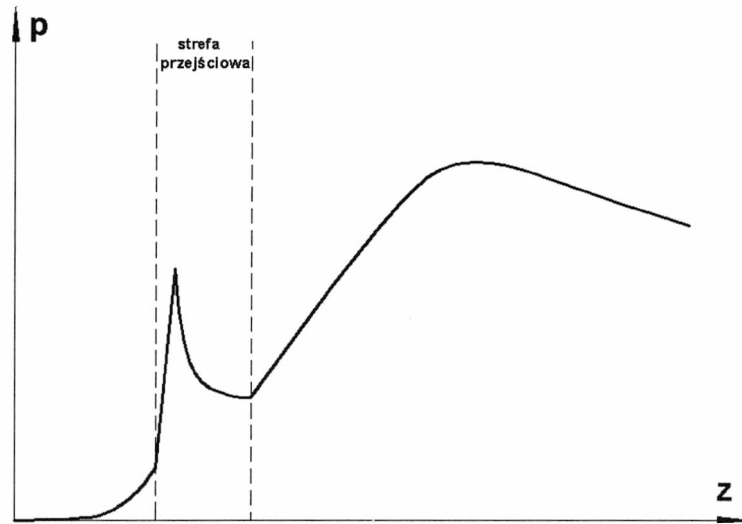
$$\delta_s = \delta_w x \quad (203)$$

przy czym:

x – waga, określona jako:

$$x = \frac{l - l_w}{l_p} \quad \text{dla } l_w \leq l \leq l_w + l_p \quad (204)$$

W rezultacie z formuły (200) opisującej profil ciśnienia w strefie przejściowej otrzymano wyniki, które w sposób jakościowy przedstawiono na rysunku 26.



Rys. 26. Schematyczny przebieg zależności ciśnienia w strefie przejściowej od położenia w kierunku z wynikający ze wzoru (200)

Generalnie w przedstawionym sposobie obliczeń problem polegał na niemożności uzyskania monotonicznego przebiegu funkcji opisującej profil ciśnienia w strefie przejściowej. Występujące maksimum funkcji wynika z bardzo małej grubości warstewki stopu w tej strefie (rzędu 10^{-5} m), a co za tym idzie dużych wartości naprężenia stycznego τ_j .

Zapisując równanie (200) w postaci różniczkowej udało się wykazać, że dla dostatecznie dużych wartości τ_j rzeczywiście przewiduje ono wystąpienie maksimum ciśnienia, czego nie obserwuje się w praktyce. W związku z tym próbowano zastosować różne modyfikacje, aby wygładzić przebieg funkcji. Tak więc uśredniono grubość warstwy stopu przyjmując

$$\delta_s = \frac{\delta_w}{2} \quad (205)$$

co także nie przyniosło pożądanych rezultatów.

Inna próba modyfikacji równania (200) polegała na zastąpieniu wielkości τ_j w tym równaniu średnią ważoną τ_j^* naprężenia wynikającego z tarcia suchego i lepkiego w postaci

$$\tau_j^* = p f_c (1 - x) + \tau_j x \quad (206)$$

gdzie τ_j obliczane było z równania (202), a waga z równania (204). Niestety, i to podejście przyniosło rezultaty podobne do poprzednich.

Odmiernym podejściem do problemu było założenie, że w warstewce stopu w strefie przejściowej istnieje nie tylko przepływ wleczony, ale również ciśnieniowy, przy czym temperatura tej warstewki zmienia się w sposób liniowy od T_m do T_b . Zakładając stosowalność równania potęgowego, problem można było sformułować jako dwuwymiarowy przepływ nieizotermiczny cieczy potęgowej opisywany następującymi równaniami [145]:

$$\dot{q} = V_{cz} F_d W \delta_s - W \delta_s v_0 \int_0^1 e^{b\eta} \eta (\eta - \eta_z) \Phi(\eta) d\eta \quad (207)$$

$$\eta_x \int_0^1 e^{b\eta} \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}}{v_0} \quad (208)$$

$$\int_0^1 e^{b\eta} (\eta - \eta_x) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bz} - V_{sz}}{v_0} \quad (209)$$

gdzie:

$$\eta = \frac{y}{\delta_s}, \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (210)$$

$$\Phi(\eta) = \left[(\eta - \eta_z)^2 + \eta_x^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} \quad (211)$$

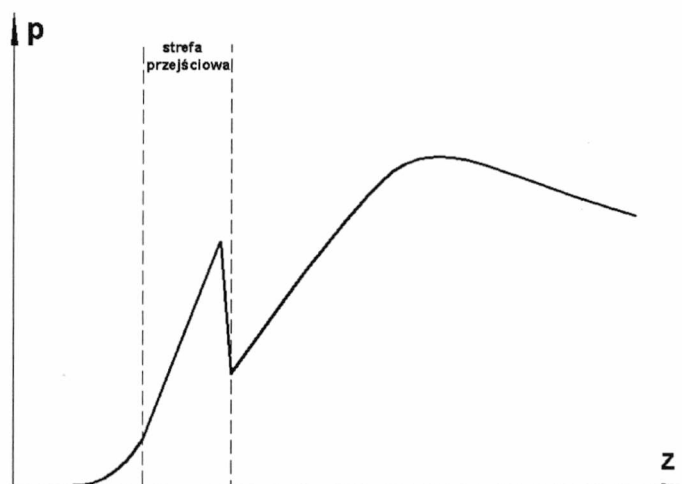
$$v_0 = \delta_s \left| \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\delta_s}{m_0} \right|^{\frac{1}{n}} \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (212)$$

$\dot{q}$ – objętościowe natężenie przepływu stopu w warstewce, które dla dowolnego przekroju można wyznaczyć z bilansu masy,

η_x, η_z – stałe pomocnicze.

Sformułowanie powyższego problemu jest nieco podobne do problemu przepływu stopu w strefie stapiania właściwego, który szczegółowo omówiono w dalszej części pracy.

Numeryczne rozwiązanie układu równań (207-209) pozwala wyznaczyć η_x, η_z oraz v_0 , a na tej podstawie gradient ciśnienia w warstwie stopu w oparciu o wzór (212). Wyznaczony w ten sposób gradient ciśnienia daje w rezultacie przedstawiony na rysunku 27 przebieg ciśnienia na długości kanału ślimaka w strefie przejściowej:



Rys. 27. Schematyczny przebieg zależności ciśnienia w strefie przejściowej od położenia w kierunku z wyznaczonego ze wzoru (211)

Źródło: opracowanie własne

Jak widać z rysunku 27, uzyskane rezultaty są bardzo podobne do poprzednich mimo całkiem odmiennego podejścia.

Podjęto także próbę połączenia obu koncepcji, tzn. obliczenia naprężenia τ_j we wzorze (200) nie w oparciu o wyrażenie (202), lecz na podstawie układu równań (207-209). Mając wyznaczone wielkości η_x , η_z oraz ν_0 można pokazać, że naprężenie styczne na powierzchni warstwy stałej ($\eta = 0$) w strefie przejściowej wyraża się wzorem

$$\tau_j = \frac{\partial p}{\partial z} \delta_s \sqrt{\eta_x^2 + \eta_z^2} \quad (213)$$

Niestety również i to podejście daje w rezultacie przebieg ciśnienia w strefie przejściowej podobny do przedstawionego na rysunku 26.

W rezultacie niepowodzeń zastosowania omówionych metod zdecydowano się na wyznaczenie gradientu ciśnienia w strefie przejściowej jako średniej ważonej gradientu ciśnienia obliczonego dla końca strefy transportu tworzywa stałego $\left(\frac{dp}{dz}\right)_s$ oraz gradientu ciśnienia wyznaczonego dla początku strefy stapiania właściwego $\left(\frac{dp}{dz}\right)_m$, tzn.

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_p = \left(\frac{dp}{dz}\right)_s (1-x) + \left(\frac{dp}{dz}\right)_m x \quad (214)$$

gdzie: x – waga, określona zależnością (204).

$\left(\frac{dp}{dz}\right)_s$ obliczyć można ze wzoru (178) zapisanego w formie różniczkowej,

natomiast do obliczenia $\left(\frac{dp}{dz}\right)_m$ zastosowano własną metodę przedstawioną w dalszej części pracy (pkt 3.5.2).

Powyższa metoda zapewnia gładkość profilu ciśnienia nie tylko wewnątrz strefy przejściowej, lecz także na jej granicach. Można pokazać, że wyrażenie (214) przyjmie ogólną postać:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_p = p \beta (1-x) + \Psi x \quad (215)$$

gdzie β oraz Ψ są pewnymi parametrami wynikającymi z przyjętych do obliczeń modeli. Przechodząc do przyrostów skończonych nietrudno pokazać, że zmiany ciśnienia w kolejnych krokach obliczeniowych dane są wyrażeniem:

$$p_I = \frac{p_{I-1} [2 + \beta (1-x) \Delta] + 2 \Psi x \Delta}{2 - \beta (1-x) \Delta} \quad (216)$$

Zużycie mocy i moment obrotowy

Moc e_p zużywana w cylindrze wtryskarki w obszarze uplastyczniania wstępnego w elementarnej warstwie przekroju kanału o grubości Δ (krok obliczeniowy) jest sumą:

- mocy rozproszonej w cienkiej warstwie tworzywa uplastycznego e_{pb} ,
- mocy rozproszonej na powierzchni rdzenia ślimaka e_{ps} ,
- mocy rozproszonej na powierzchniach bocznych zwoju ślimaka e_{pf} ,
- mocy wywołującej gradient ciśnienia e_{pp} .

Moc rozproszoną w cienkiej warstwie tworzywa uplastycznego obliczyć można jako iloczyn siły tarcia lepkiego oraz prędkości przemieszczania się cylindra względem tej warstwy:

$$e_{pb} = F_{tb} V_j = \tau_j W_0 \Delta V_j \quad (217)$$

gdzie:

τ_j - naprężenie styczne, opisane zależnością (202).

Moc rozproszoną na powierzchni rdzenia ślimaka obliczono analogicznie do strefy transportu tworzywa stałego:

$$e_{ps} = F_{ts} V_{sz} = p(l) W_2 \Delta f_s V_{sz} \quad (218)$$

Moc rozproszoną na powierzchniach bocznych zwoju ślimaka obliczyć można, podobnie jak w poprzedniej strefie, z iloczynu siły tarcia działającej na powierzchniach bocznych zwoju oraz prędkości przemieszczania się warstwy wzdłuż kanału:

$$e_{pf} = F_{tf} V_{sz} = 2 p(l) (H - \delta_s) \Delta f_s V_{sz} \quad (219)$$

Moc wywołującą gradient ciśnienia można obliczyć z iloczynu przyrostu ciśnienia i objętościowego natężenia przepływu:

$$e_{pp} = Q \Delta p = (H - \delta_s) W_1 V_{sz} [p(l) - p(l-1)] \quad (220)$$

Moment obrotowy w strefie przejściowej wyznaczono, analogicznie do metodyki wyznaczania profilu ciśnienia, jako średnią ważoną momentów liczonych dla strefy transportu tworzywa stałego oraz dla strefy stapiania właściwego:

$$M_p = M_z (1 - x) + M_m x = W_0 p(l) \Delta f_c \frac{D}{2} (1 - x) + \tau_{xz} W_0 \Delta \frac{D}{2} x \quad (221)$$

gdzie:

x – waga, przedstawiona zależnością (204),

τ – wypadkowe naprężenie styczne, określone wzorem (290).

3.5. Strefa stapiania (uplastyczniania właściwego)

Jak już kilkakrotnie wspomniano, proces uplastyczniania przy wtryskiwaniu jest bardziej złożony niż przy wytłaczaniu, gdyż dodatkowo obejmuje fazę stapiania statycznego (przy nieruchomym ślimaku). Ponadto fazie stapiania dynamicznego, podobnej do stapiania przy wytłaczaniu, towarzyszy wsteczny ruch ślimaka. Obie te fazy są sprzężone, gdyż warunki końcowe jednej z nich są warunkami początkowymi drugiej, i odwrotnie. W rozdziale 2.3 zwrócono uwagę, że w chwili obecnej istnieją dwie podstawowe koncepcje ujmujące proces uplastyczniania przy wtryskiwaniu. Matematycznie prostsza teoria Donovanana wymaga jednak znajomości pewnej stałej fenomenologicznej, charakterystycznej dla danego tworzywa, podczas gdy bardziej złożona matematycznie koncepcja tzw. wytłaczania dynamicznego Tadmora nie posiada tego rodzaju ograniczeń, wykorzystując równocześnie szereg elementów teorii wytłaczania ustalonego. Z tego względu podjęto decyzję wykorzystania koncepcji Tadmora dostosowując ją równocześnie do warunków działania ślimaka trójstrefowego w odróżnieniu od omówionych wcześniej prac oryginalnych, które obejmowały jedynie ślimak jednostrefowy nie uwzględniając jego ruchu posuwisto-zwrotnego.

3.5.1. Profil złoża stałego

Podstawą do opracowania modelu uplastyczniania właściwego przy użyciu ślimaka trójstrefowego jest zdefiniowanie funkcji rozkładu szerokości złoża stałego, opisanej ogólną zależnością (71). Jej wyznaczenie umożliwia w dalszej kolejności określenie profilu ciśnienia i temperatury oraz obliczenie zużycia energii, mocy itd.

Z uwagi na zmienną wysokość warstwy profil strefy stapiania najdogodniej określić za pomocą funkcji:

$$A(l) = H(l) \frac{X(l)}{W_1} \quad (222)$$

Funkcja ta określa stosunek pola powierzchni przekroju kanału zajmowanego przez złoże stałe do całkowitego pola powierzchni przekroju kanału i jest analogiczna do wielkości A w teorii Donovanana.

Zgodnie z ogólną koncepcją wytłaczania dynamicznego, dla opisu przebiegu stapiania w procesie uplastyczniania wtryskowego niezbędna jest znajomość funkcji $A(l)$ dla dwóch podstawowych stanów:

(1) stanu tuż po rozpoczęciu obrotów ślimaka (początek stapiania dynamicznego):

$$A(l, 0) = A_d(l) ,$$

(2) stanu tuż po zatrzymaniu obrotów ślimaka (początek stapiania statycznego):

$$A(l, t_r) = A_s(l) .$$

Faza stapiania statycznego

Faza stapiania statycznego zaczyna się z chwilą zaprzestania ruchu obrotowo-wstecznego ślimaka, w czasie którego ustala się pewien charakterystyczny profil złoża stałego $A_s(l)$. W momencie zaprzestania ruchu położenie otworu zasypowego znajduje się w odległości l_k (obliczeniowa wielkość skoku przy wtrysku) licząc od początku ślimaka. Założono ponadto, że stapianie wstępne (strefa przejściowa) rozpoczyna się z chwilą wejścia tworzywa w ogrzewaną część cylindra. W momencie zaprzestania ruchu położenie grzałek, licząc także od początku ślimaka wynosi l_w (suma obliczeniowych wielkości skoku i odległości od otworu zasypowego). Wynika stąd, że strefa transportu tworzywa stałego ma długość $l_w - l_k$, po czym zaczyna się strefa przejściowa o pewnej długości l_p wynikającej z teorii stapiania dynamicznego z uwzględnieniem ruchu wstecznego. Na dalszym odcinku kanału ślimaka, na którym grubość warstwy stopu pozostającego w kontakcie z gorącym cylindrem przekracza grubość krytyczną δ_w , położona jest strefa stapiania właściwego. Przedstawiony powyżej układ podlega stapianiu statycznemu w czasie t_w (równemu czasowi chłodzenia i usuwania wyrobu), po czym w czasie fazy wtrysku ślimak nie wykonując obrotów przesuwa się do przodu o wielkość skoku l_k pozostając w tym położeniu przez czas t_d (równy czasowi docisku z ewentualnym uwzględnieniem pewnej poprawki związanej ze skończoną szybkością wtrysku). W momencie wtrysku do ogrzewanej strefy cylindra wprowadzona zostaje pewna ilość stałego tworzywa znajdująca się w strefie zasilania, która podlega stapianiu statycznemu tylko w czasie t_d , podczas gdy reszta tworzywa stapiana jest w czasie $t_w + t_d$. Należy zaznaczyć, że w skrajnym przypadku, tzn. gdy wielkość skoku przy wtrysku przekracza odległość grzejników od otworu zasypowego, cała zawartość strefy zasilania podlegać może stapianiu statycznemu w czasie t_d .

Obliczenia zmian profilu względnej szerokości złoza stałego po okresie stapienia statycznego dokonano wykorzystując model stapienia statycznego opisany w pkt. 2.3.1.

Zgodnie z równaniem (130) grubość utworzonej warstwy stopu jest proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z czasu stapienia, przy czym współczynnik proporcjonalności k jest pierwiastkiem nieliniowego równania algebraicznego (131). Równanie to rozwiązano iteracyjnie, metodą zaproponowaną w [48].

Grubość warstwy po okresie stapienia statycznego w poszczególnych strefach wyjściowych (po stapieniu dynamicznym), które znalazły się w ogrzewanej części cylindra, wynosi:

$$\text{strefa zasilania: } \delta_0 = k \sqrt{t_d} \quad (223)$$

$$\text{strefa przejściowa: } \delta_i = k \sqrt{t_d + t_0 + \left(\frac{\delta_i}{k}\right)^2}, \quad \delta_i = \delta_w \frac{i}{l_p}, \quad i = 1 \div l_p \quad (224)$$

$$\text{strefa stapienia: } \delta(l) = k \sqrt{t_d + t_0 + \left(\frac{\delta_s}{k}\right)^2}, \quad l > l_w + l_p \quad (225)$$

gdzie:

$$\delta_s(l) = \delta_w \sqrt{\frac{X}{W}} = \delta_w \sqrt{\frac{A_f(l)}{H(l)}} \quad (226)$$

W równaniach (224) i (225) uwzględniono fakt, że na początku stapienia statycznego w podanych strefach istniała już warstwa stopu o pewnej grubości, której formalnie odpowiada pewien „pozorny czas stapienia statycznego” obliczany także z równania (130). Zagadnienie to zostało omówione wcześniej.

Ponadto przyjęto założenie, że w strefie uplastyczniania właściwego tworzywo jest stapiane statycznie także od strony ślimaka, którego średnia temperatura równa jest temperaturze cylindra, przy czym na powierzchni kontaktu brak jest warstwy stopu. Założenie to wynika z faktu, że strefa ta pozostaje zawsze w ogrzewanej części cylindra, a powierzchnia ślimaka jest w stałym kontakcie ze stopem. W konsekwencji temperatura ślimaka zbliżona jest do temperatury cylindra, co pozostaje w zgodzie z danymi literaturowymi [4]. Założenia tego nie spełniają początkowe strefy ślimaka, które są okresowo wysuwane z cylindra.

W celu złagodzenia ewentualnych skoków profilu złoża na granicy zetknięcia się partii tworzywa o różnych czasach pobytu w strefie ogrzewanej ($l = l_w$) wprowadzono uśrednioną grubość warstwy

$$\delta_{01} = \frac{k}{2} \left(\sqrt{t_d} + \sqrt{t_d + t_0} \right) \quad (227)$$

Ponieważ profil złoża stałego po stąpieniu statycznym $A_i(l)$ stanowi stan wyjściowy dla następnej fazy stapiania dynamicznego, należy również ustalić położenie początku strefy stapiania dynamicznego l_s liczone od początku ślimaka.

Początek strefy stapiania l_s określono z warunku, aby grubość warstwy stopu po okresie statycznego stapiania przekroczyła wartość krytyczną δ_w wynikającą z teorii stapiania dynamicznego, gdyż jedynie wtedy tworzywo w kanale „rozdziela się” na obszar stopu i złoża stałego.

Dokonując porównania wartości δ_0 , δ_{01} , δ_l oraz δ_w otrzymuje się:

$$\text{jeśli } \delta_0 \geq \delta_w \quad \text{to} \quad l_s = \frac{l_k + (l_w - l_k) + |l_k - (l_w - l_k)|}{2} \quad (228)$$

$$\text{jeśli } \delta_{01} \geq \delta_w \quad \text{to} \quad l_s = l_w \quad (229)$$

$$\text{jeśli } \delta_l \geq \delta_w \quad \text{to} \quad l_s = l_w + i \quad (230)$$

Wartość l_s w równaniu (228) uwzględnia wspomniany fakt, że wielkość skoku l_k może być większa od długości strefy transportu tworzywa stałego $l_w - l_k$, gdzie l_s stanowi maksimum tych dwóch wielkości. Zmienna i w równaniu (230) oznacza wskaźnik i z równania (224), dla którego nierówność (230) zostaje spełniona.

Profil złoża stałego $A_i(l)$ tuż po rozpoczęciu obrotów ślimaka oblicza się uwzględniając opisane powyżej zmiany położenia początku strefy stapiania. Profil ten, jak wynika z równania (140), jest funkcją wyjściowego profilu powstałego tuż przed zatrzymaniem ślimaka $A_i(l)$ oraz ilorazu grubości warstwy stałego tworzywa tuż przed rozpoczęciem obrotów i odpowiedniej grubości warstwy w stanie równowagi. Zakłada się przy tym, że w momencie rozpoczęcia rotacji ślimaka następuje natychmiastowa przebudowa struktury stapianego statycznie materiału na typową dla fazy stapiania dynamicznego, zobrazowaną na rysunku 21.

Na podstawie powyższych założeń otrzymuje się następujący profil złoża stałego po fazie stapiania statycznego:

$$A_f(l) = \begin{cases} \text{jeśli } (l_w - l_s - 1) \geq 0 \\ A_f(l) \frac{H - \delta_0}{H - \delta_w} & \text{dla } l_s \leq l \leq l_w - 1 \\ \text{jeśli } (l_w - l_s) \geq 0 \\ A_f(l) \frac{H - \delta_{01}}{H - \delta_w} & \text{dla } l_s = l_w \\ \text{jeśli } (l_w - l_s + 1) \geq 0 \\ A_f(l) \frac{H - \delta_l}{H - \delta_w} & \text{dla } l_s \leq l \leq l_w + l_p \\ A_f(l) \frac{H - k_1 \sqrt{t_d + t_0} - k \sqrt{t_d + t_0 + \left(\frac{\delta_w}{k}\right)^2 \frac{A_f(l)}{H(l)}}}{H - \delta_w \sqrt{\frac{A_f(l)}{H(l)}}} & \text{dla } (l_w + l_p + 1) \leq l \leq l_c \end{cases} \quad (231)$$

gdzie:

k_1 – współczynnik stanowiący rozwiązanie zagadnienia Neumanna (wyrażenie (131)) dla procesu stapiania statycznego zachodzącego od strony ślimaka; ponieważ w pkt. 3.1.4. założono, że do obliczeń zmian profilu złoża podczas stapiania statycznego temperatura ślimaka T_l jest równa temperaturze cylindra T_b , zatem $k_1 = k$.

Faza stapiania dynamicznego

Obliczenia profilu względnej szerokości złoża stałego po okresie rotacji ślimaka dokonano w oparciu o teorię wytłaczania dynamicznego Tadmora [165], przystosowując ją do ślimaka o zmiennej wysokości kanału na długości. Metoda ta, w przeciwieństwie do modelu stapiania dynamicznego Donovan, nie wymaga znajomości dodatkowych stałych (p. tabela 1). Wykorzystując podane wcześniej definicje, równanie (142) opisujące różniczkowy bilans masy w złożu stałym w warunkach chwilowych można przedstawić w postaci:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V_{sz}}{\Delta} \frac{\partial A}{\partial l} = - \frac{\Phi_s}{\rho_s \sqrt{H(l)}} \sqrt{A} \quad (232)$$

Równanie (232) jest nieliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym pierwszego rzędu, które opisuje ewolucję względnego pola przekroju złoża stałego w czasie i przestrzeni podczas stapiania dynamicznego.

Jako warunek początkowy należy przyjąć $A(l,0) = A_i(l)$, który w konkretnej sytuacji określają wyrażenia (231).

Równanie to zostało rozwiązane analitycznie przez promotora [166] metodą charakterystyk przy założeniu, że względną wysokość kanału opisują zależności (157-159) typowe dla ślimaka trójstrefowego.

Wprowadzając

$$l_u = \frac{t_r V_{sz}}{\Delta} \quad (233)$$

gdzie:

l_u – długość obliczeniowa, o jaką przesunął się klin stałego tworzywa w wyniku ruchu obrotowo-wstecznego ślimaka w czasie rotacji t_r ,

uzyskuje się następujący profil względnego przekroju złoża stałego po fazie stapiania dynamicznego w czasie rotacji ślimaka t_r , $A(l,t_r) = A_f(l)$:

$$A_f(l) = \begin{cases} A_e(l) & \text{dla } l_s \leq l \leq (l_s + l_u) \\ \text{jeśli } l_s + l_u > l_b : & \\ A_i(l - l_u) \left\{ 1 - \frac{\Phi_S t_r}{2 \rho_s \sqrt{A_i(l - l_u)} \sqrt{H[H - R(l_b - l_a)\Delta]}} \right\}^2 & \text{dla } (l_b + 1) \leq l \leq l_c \\ \text{jeśli } l_s + l_u > l_a : & \\ A_i(l - l_u) \left\{ 1 - \frac{\Phi_S}{\rho_s V_{sz} R \sqrt{A_i(l - l_u)}} \left[\sqrt{\frac{H - R(l - l_a - l_u)\Delta}{H}} - \sqrt{\frac{H - R(l - l_a)\Delta}{H}} \right] \right\}^2 & \text{dla } (l_a + 1) \leq l \leq l_b \\ A_i(l - l_u) \left\{ 1 - \frac{\Phi_S}{2 \rho_s V_{sz} \sqrt{A_i(l - l_u)}} \left[\frac{2}{R} \left[\sqrt{\frac{H - R(l - l_a - l_u)\Delta}{H}} - \sqrt{\frac{H - R(l - l_a)\Delta}{H}} \right] + \frac{(l_a - l_b)\Delta}{\sqrt{H[H - R(l_b - l_a)\Delta]}} \right] \right\}^2 & \text{dla } (l_b + 1) \leq l \leq l_c \\ \text{jeśli } l_s + l_u < l_a : & \\ A_i(l - l_u) \left[1 - \frac{\Phi_S t_r}{2 \rho_s H \sqrt{A_i(l - l_u)}} \right]^2 & \text{dla } (l_u + l_s + 1) \leq l \leq l \\ A_i(l - l_u) \left\{ 1 - \frac{\Phi_S}{2 \rho_s V_{sz} \sqrt{A_i(l - l_u)}} \left[\frac{(l_a + l_u - l)\Delta}{H} + \frac{2}{R} \left[1 - \sqrt{\frac{H - R(l - l_a)\Delta}{H}} \right] \right] \right\}^2 & \text{dla } (l_a + 1) \leq l \leq l_b \\ A_i(l - l_u) \left\{ 1 - \frac{\Phi_S}{2 \rho_s V_{sz} \sqrt{A_i(l - l_u)}} \left[\frac{(l_a + l_u - l)\Delta}{H} + \frac{2}{R} \left[1 - \sqrt{\frac{H - R(l_b - l_a)\Delta}{H}} \right] + \frac{(l - l_b)\Delta}{\sqrt{H[H - R(l_b - l_a)\Delta]}} \right] \right\}^2 & \text{dla } (l_b + 1) \leq l \leq l_c \end{cases} \quad (234)$$

W równaniach (234) funkcja $A_e(l)$ opisuje stan ustalony typowy dla wytłaczania z uwzględnieniem wstecznego ruchu ślimaka. Funkcja ta, dostosowana do potrzeb niniejszej pracy, wynika z klasycznej teorii Tadmora danej równaniami (72) i (75) i przyjmuje postać:

$$A_e(l) = \begin{cases} 1 & \text{dla } l_s \leq l \leq (l_w + l_p) \\ \left\{ 1 - \frac{\Phi_s [l - (l_w + l_p)] \Delta}{2 V_{sz} H \rho_s} \right\}^2 & \text{dla } (l_w + l_p + 1) \leq l \leq l_a \\ A_e(l_a) \left[\frac{\Phi_s}{V_{sz} R \rho_s \sqrt{A_e(l_a)}} - \left(\frac{\Phi_s}{V_{sz} R \rho_s \sqrt{A_e(l_a)}} - 1 \right) \sqrt{\frac{H}{H - R(l - l_a) \Delta}} \right]^2 \left[1 - \frac{R \Delta}{H} (l - l_a) \right] & \text{dla } (l_a + 1) \leq l \leq l_b \\ A_e(l_b) \left[1 - \frac{\Phi_s (l - l_b) \Delta}{2 V_{sz} \rho_s \sqrt{H [H - R(l - l_a) \Delta]} \sqrt{A_e(l_b)}} \right]^2 & \text{dla } (l_b + 1) \leq l \leq l_c \end{cases} \quad (235)$$

Jak wynika z równań (234) teoria wytłaczania dynamicznego przewiduje, że w trakcie rotacji ślimaka od jego końca „nasuwa się” stopniowo profil złoża stałego charakterystyczny dla procesu ustalonego. Wielkość tego nasunięcia opisywana jest wielkością l_u , w której „zakodowane są” różne parametry robocze procesu, np. skok ślimaka przy wtrysku (objętość dozowania), ciśnienie uplastyczniania itp.

Należy też wspomnieć, że teoria wytłaczania dynamicznego przewidująca pojawienie się stanu ustalonego „od tyłu ślimaka” różni się pod tym względem istotnie od teorii Donovan. Jak wynika ze wzoru (139), w teorii Donovan stan ustalony nachodzi równomiernie na całą długość kanału w miarę wzrostu czasu rotacji.

Obliczenie równowagowych (dynamicznych) wartości $A_i(l)$ oraz $A_f(l)$ dokonywane jest metodą iteracyjną. Jako pierwsze przybliżenie funkcji $A_f(l)$ przyjmuje się $A_e(l)$ (teoretycznie można przyjąć dowolny profil) obliczając z (231) odpowiednie $A_i(l)$. Wartości $A_i(l)$ wykorzystuje się następnie do obliczenia $A_f(l)$ z modelu wytłaczania dynamicznego (234), a te z kolei ponownie podstawia się do (231).

Opisany proces iteracji kontynuuje się do chwili aż wartości $A_i(l)$ i $A_f(l)$ ustalą się. Następuje to po czasie nie mniejszym, niż czas przejścia pierwszej warstwy tworzywa przez całą długość ślimaka, tzn. po N_i cyklach iteracji, gdzie wartość N_i opisana jest wzorem:

$$N_i \geq \frac{l_c - l_s}{l_u} + 1 \quad (236)$$

3.5.2. Profil ciśnienia

Dla obliczenia podstawowych charakterystyk procesu uplastyczniania niezbędna jest znajomość profilu ciśnienia, którego końcowa wartość na czole ślimaka musi być równa założonemu ciśnieniu uplastyczniania p_p . W niniejszej pracy profil ciśnienia oraz pozostałe charakterystyki obliczano tylko dla momentu tuż przed zakończeniem rotacji ślimaka, w którym stopień wypełnienia kanału materiałem stałym jest największy. W rzeczywistości chwilowe wartości charakterystyk takich jak wydajność uplastyczniania, moc, moment obrotowy itp. mogą ulegać pewnym zmianom w ślad za ewolucją profilu złoża stałego w trakcie rotacji ślimaka. Od zasady tej odstępiono przy obliczaniu profilu temperatury stopu odpowiadającemu chwili zakończenia rotacji ślimaka, co zostanie szczegółowo przedyskutowane w dalszym ciągu pracy.

Obliczanie profilu ciśnienia już w strefie przejściowej połączone było z dużymi trudnościami związanymi z opisem zachowania uplastycznego materiału w bardzo cienkiej warstwie stopu utworzonego pomiędzy ogrzewaną powierzchnią cylindra a warstwą złoża stałego. Również w strefie stapiania, gdzie przyjęty został model stapiania Tadmora przedstawiony na rysunku 9, wyznaczenie profilu ciśnienia powiązane było z wieloma problemami. Główną ich przyczyną były, podobnie jak dla strefy przejściowej, trudności z odpowiednim opisem przepływu stopu w przypadku, gdy kanał ślimaka jest w bardzo dużym stopniu wypełniony złożem stałym, co jest charakterystyczne dla ślimaka wtryskowego, obracającego się zwykle ze znacznie większą prędkością niż ślimak w wytłaczarce.

Do obliczenia profilu ciśnienia w strefie stapiania zastosowano własną metodę opartą na wynikach analizy dwuwymiarowego, nieizotermicznego przepływu cieczy potęgowej w płaskim kanale ślimaka o określonej wysokości H oraz szerokości W przy założeniu, że temperatura w dowolnym przekroju kanału jest stała, a zmienia się jedynie wzdłuż osi kanału [145]. Metoda ta została omówiona w pkt. 2.2.2.5, gdzie podano ją w końcowej, tj. scałkowanej postaci. Do obliczeń numerycznych w ramach niniejszej pracy wygodniej było zastosować niescałkowane wartości odpowiednich wyrażeń, które przyjmują postać:

$$\chi \int_0^1 (\eta - \eta_x) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}}{\nu_0} \quad (237)$$

$$\int_0^1 (\eta - \eta_z) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bz}}{\nu_0} F_d \quad (238)$$

$$\chi \int_0^1 \eta (\eta - \eta_x) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}}{\nu_0} \quad (239)$$

$$\int_0^1 \eta (\eta - \eta_z) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bz}}{\nu_0} F_d - \frac{\dot{q}_z}{WH\nu_0} \quad (240)$$

gdzie:

$$\Phi(\eta) = \left[(\eta - \eta_z)^2 + \chi^2 (\eta - \eta_x)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} \quad (241)$$

$$\nu_0 = H \left| \frac{\partial p}{\partial z} F_p \frac{H}{m_0} \exp[a(T - T_m)] \right|^{\frac{1}{n}} \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (242)$$

F_d i F_p są współczynnikami kształtu dla przepływu wleczonego i ciśnieniowego obliczonymi tak jak dla cieczy newtonowskiej ze wzorów (93) i (94), natomiast $\dot{q}_z$ objętościowym wydatkiem przepływu wzdłuż osi kanału. V_{bx} i V_{bz} są składowymi prędkości cylindra, przy czym składową V_{bx} określa równanie (194), natomiast składowa V_{bz} dana jest wzorem

$$V_{bz} = V_b \frac{\cos(\varphi_0 - \gamma)}{\cos \gamma} \quad (243)$$

Dla $\gamma = 0$ obie składowe przechodzą w składowe prędkości dla wytłaczania.

Odpowiednie ilorazy po prawej stronie równań stanowią bezwymiarowe odpowiedniki zdefiniowanych powyżej wielkości.

Z przedstawionego powyżej sformułowania wynika, że efektywne wartości szybkości V_{bz} i gradientu $\frac{\partial p}{\partial z}$ zawierają jedynie współczynniki F_d oraz F_p , tzn.

w obliczeniach nie uwzględniono przepływu przeciekowego oraz krzywizny kanału.

Wykorzystując wspomniane już bardzo dobre przybliżenie udowodnione przez Tornera [110] równania (237-242) mogą być wykorzystane do opisu przepływów zarówno izotermicznych, jak i nieizotermicznych. Jak wynika z równania (242), w tych samych warunkach hydrodynamicznych i geometrycznych przepływu (V_{bx} , V_{bz} , q_z , W , $H = \text{const}$) zmiana temperatury wywołuje jedynie zmiany gradientu ciśnienia $\frac{\partial p}{\partial z}$,

natomiast parametry η_x , η_z oraz χ pozostają stałe. Właściwość ta okazała się bardzo ważna z praktycznego punktu widzenia, gdyż umożliwiła rozprzęgnięcie równań ruchu i energii. Tak więc np. cyrkulacyjny przepływ stopu w obszarze III (rysunek 21) można było potraktować jako izotermiczny wyznaczając dla niego wartości η_x , η_z , χ oraz ν_0 , które występują także w odpowiednim równaniu energii. Rozwiązując to równanie można było z kolei wyznaczyć profil temperatury T , który po podstawieniu do równania (242) umożliwiał obliczenie gradientu ciśnienia, a stąd i profilu ciśnienia stopu. Problem ten omawiano także w pkt. 2.2.2.5.

W przypadku klasycznego ujęcia przebiegu stapiania dynamicznego, który zakłada również teoria wytłaczania dynamicznego, tzn. kiedy w przekroju kanału w strefie stapiania można wyróżnić trzy obszary – poruszający się ze stałą prędkością klin tworzywa stałego, warstwę stapianą, w której tworzywo transportowane jest wyłącznie dzięki przepływowi wleczonemu oraz cyrkulujący stop, układ równań (237-241) odniesiony do tego ostatniego obszaru (wysokość H , szerokość $W-X$) rozwiązywano iteracyjnie, stosując do obliczania odpowiednich całek metodę kwadratur Gaussa na pięciu węzłach. Przy znanym z bilansu masy objętościowym natężeniu przepływu q_z dla danego przekroju można było w ten sposób obliczyć wartości parametrów η_x , η_z , χ oraz ν_0 , stosując jako przybliżenie początkowe ich wartości odpowiadające cieczy newtonowskiej, które przedstawiają równania (114-116). Przy znanych wartościach tych parametrów rozwiązywano równanie energii, z którego określono rozkład temperatur, a stąd z równania (242) gradient ciśnienia i rozkład ciśnień.

Powyższy sposób obliczeń funkcjonował bardzo dobrze, dopóki obszar zajmowany przez cyrkulujący stop był dostatecznie duży. Jednak w wielu przypadkach zależnych od wartości parametrów geometrycznych i roboczych, np. duży stopień sprężania, duża szybkość rotacji ślimaka, duża objętość dozowania (skok ślimaka przy wtrysku), czy krótki czas stapiania statycznego, często występują sytuacje, kiedy kanał ślimaka jest niemal całkowicie w pewnych miejscach wypełniony tworzywem stałym, a transport stopu zachodzi jedynie w wąskiej szczelinie pomiędzy złożem stałym a ścianką zwoju oraz w warstwie stapianej. W takich sytuacjach rozkład ciśnienia obliczany z układu równań (237-242) wykazywał różne ekstrema lokalne (podobne do tych zobrazowanych schematycznie na rysunku 26, lecz występujące w strefie stapiania właściwego), które nie mają głębszego uzasadnienia w rzeczywistości. W celu poprawy takiego zachowania podjęto szereg modyfikacji powyższego sposobu obliczeń, które zostaną pokrótce omówione.

Jedną z nich oparto na założeniu, że pewien przepływ ciśnieniowy występuje także w warstwie stapiania, przy czym składowa gradientu ciśnienia w tym obszarze wzdłuż osi kanału jest taka sama jak w obszarze przepływu cyrkulacyjnego. Ponadto składowa gradientu ciśnienia w kierunku prostopadłym do osi kanału w warstwie stapiania jest równa zero. Izotermiczny przepływ tego rodzaju dla cieczy Ellisa zawierającej jako szczególny przypadek ciecz potęgową analizowany był w pracy [153]. Pewną modyfikację uzyskanych tam wyników można otrzymać zakładając liniowy rozkład temperatury w warstwie (od T_m do T_b). Stosując do obszaru cyrkulującego stopu (obszar III na rysunku 21) równania (237-242), natomiast do obszaru warstwy (obszar I na rysunku 21) zmodyfikowane równania z pracy [153], przy powyższych założeniach oraz znanym z bilansu masy sumarycznym objętościowym natężeniu przepływu stopu w obu obszarach, uzyskuje się ostatecznie układ siedmiu równań z siedmioma niewiadomymi, który można rozwiązać iteracyjnie metodą kolejnych przybliżeń tak, jak to przedstawiono poprzednio. Układ ten ma postać:

$$\dot{q}_z = \dot{q}_{zI} + \dot{q}_{zIII} \quad (244)$$

$$\eta_{xI} \int_0^1 e^{b\eta} \Phi_I(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}}{V_{0I}} \quad (245)$$

$$\int_0^1 e^{b\eta} (\eta - \eta_{zI}) \Phi_I(\eta) d\eta = \frac{V_{bz} - V_{sz}}{V_{0I}} F_{dI} \quad (246)$$

$$\chi \int_0^1 \eta (\eta - \eta_{xIII}) \Phi_{III}(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}}{V_{0III}} \quad (247)$$

$$\chi \int_0^1 (\eta - \eta_{xIII}) \Phi_{III}(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}}{V_{0III}} \quad (248)$$

$$\int_0^1 (\eta - \eta_{zIII}) \Phi_{III}(\eta) d\eta = \frac{V_{bz}}{V_{0III}} F_{dIII} \quad (249)$$

$$\frac{V_{0I}}{V_{0III}} = \frac{\delta_s}{H} \left\{ \frac{\delta_s}{H} \frac{F_{pI}}{F_{pIII}} \exp \left[-a(\bar{T} - T_m) \right] \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (250)$$

gdzie:

$$\dot{q}_{zI} = HW_1 \left[V_{bz} F_{dI} \frac{\delta_s}{H} \frac{FR(I)}{H(I)} - V_{0I} \frac{\delta_s}{H} \frac{FR(I)}{H(I)} \int_0^1 e^{b\eta} \eta (\eta - \eta_{zI}) \Phi_I(\eta) d\eta \right] \quad (251)$$

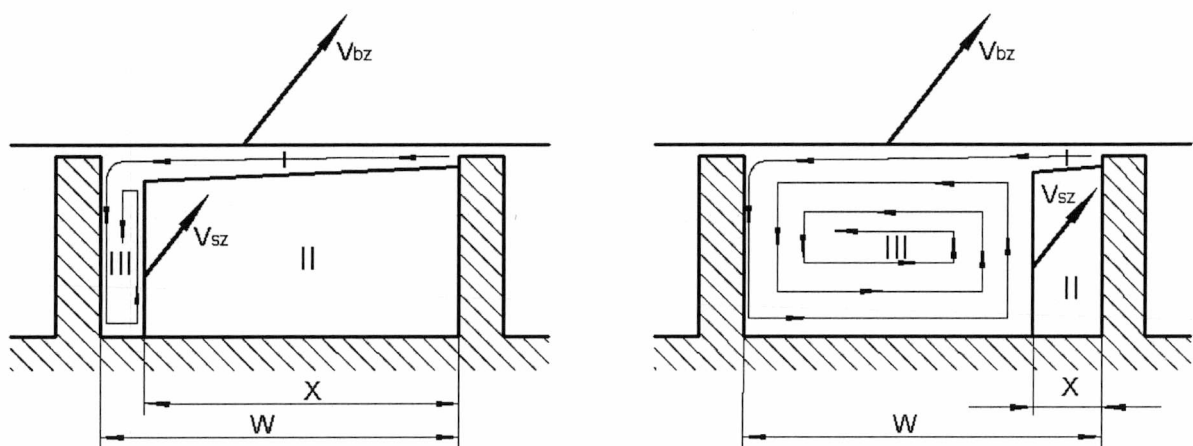
$$\dot{q}_{zIII} = HW_1 \left[V_{bz} F_{dIII} \left(1 - \frac{FR(I)}{H(I)} \right) - V_{0III} \left(1 - \frac{FR(I)}{H(I)} \right) \int_0^1 \eta (\eta - \eta_{zIII}) \Phi_{III}(\eta) d\eta \right] \quad (252)$$

$$\Phi_I(\eta) = \left[(\eta - \eta_{zI})^2 + \eta_{xI}^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} \quad (253)$$

Współczynniki kształtu F_d i F_p w obszarze I oraz III są odpowiednio zależne od stosunków $\frac{\delta_s(I)}{X}$ oraz $\frac{H}{W_1 - X}$, natomiast pozostałe wielkości odnoszące się do obszaru III zostały zdefiniowane równaniami (241-242).

Niestety, ten sposób obliczeń gradientu ciśnienia i rozkładu ciśnień także nie przyniósł pożądaných wyników.

Dalszą modyfikację sposobu obliczeń profilu ciśnienia można uzyskać zauważając, że wraz ze zmniejszaniem się szerokości warstwy cyrkulującego stopu (wzrostem szerokości złoza stałego) maleje w nim udział przepływu wleczanego wywołanego względnym ruchem cylindra (prędkość V_{bz}), natomiast rośnie wpływ takiego przepływu wywołanego ruchem złoza stałego o prędkości V_{sz} (rysunek 28):



Rys. 28. Prędkości wywołujące ruch wleczony stopu w obszarze III

Równocześnie stopniowemu odwróceniu ulega „konfiguracja przepływu”, tzn. pierwotna wysokość kanału staje się jego szerokością i odwrotnie. Sytuację tę próbowano uwzględnić wprowadzając w tych równaniach układu (244-250), które odnoszą się do obszaru przepływu stopu (nie do warstwy stapienia) w miejsce V_{bx} , V_{bz} , $(W_1 - X)$ oraz H odpowiednie średnie ważone z wagą zdefiniowaną przez względną szerokość złoza stałego $\frac{X}{W_1} = \frac{A_f(l)}{H(l)}$:

$$V_{bx}^* = V_{bx} \left(1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right) \quad (254)$$

$$V_{bz}^* = V_{bz} \left(1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right) + V_{sz} \frac{A_f(l)}{H(l)} \quad (255)$$

$$(W_1 - X)^* = (W_1 - X) \left(1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right) + H \frac{A_f(l)}{H(l)} \quad (256)$$

$$H^* = H \left(1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right) + (W_1 - X) \frac{A_f(l)}{H(l)} \quad (257)$$

Podobną semiempiryczną modyfikację można także wprowadzić w równaniach (237-242).

Również i te sposoby obliczeń profilu ciśnienia przy bardzo dużym wypełnieniu kanału tworzywem stałym nie prowadziły do zadowalających wyników. Należy jednak podkreślić, że przy mniejszym udziale złoza stałego w przekroju poprzecznym kanału wszystkie sposoby obliczeń prowadzą do dość zbliżonych rezultatów, a otrzymywany

rozkład ciśnienia na długości kanału ma gładki przebieg (z ewentualnym ekstremum w obszarze strefy sprężania). Próbowano również uwzględnić w obliczeniach ruch złoża stałego wykorzystując omówioną wcześniej teorię transportu materiału stałego przy założeniu, że gradient ciśnienia we wszystkich obszarach jest taki sam. Próba taka nie przyniosła również oczekiwanych rezultatów. Ponadto należy przyjąć, że w strefie stapiania temperatura powierzchni ślimaka jest zbliżona do temperatury stopu (lub cylindra), co potwierdzają dane doświadczalne dla wytłaczania [4]. W związku z tym powstają wątpliwości, czy stosowanie założeń istnienia tarcia suchego jest uzasadnione. Nawet jeśli założenia te mogą zostać przyjęte, współczynniki tarcia suchego będą z pewnością zupełnie inne niż w strefie zasilania.

W poszukiwaniu metody obliczeń, która dawałaby gładki profil ciśnienia nawet przy skrajnie dużym wypełnieniu kanału ślimaka materiałem stałym, natomiast przy mniejszych wypełnieniach wyniki nie odbiegałyby od klasycznego sposobu obliczeń, zwrócono uwagę na fakt, że stapianie dynamiczne przy wtryskiwaniu zachodzi zwykle przy kilkukrotnie większej prędkości obrotowej ślimaka niż przy wytłaczaniu. Sytuacja ta sprzyja wystąpieniu przepływu cyrkulacyjnego stopu wokół złoża stałego, tzn. w całym przekroju kanału tak, jak to przewiduje wspomniany model Lindta (rysunek 12), a nie tylko w obszarze stopu przewidywanym przez model Tadmora. Ponadto należy oczekiwać znacznie większego przesycenia złoża stałego stopem. Fakt ten nie powinien prowadzić do bardzo istotnych zmian ilościowych procesów w warstwie stapiania, pozwala natomiast założyć, że całkowity przepływ w kanale determinowany jest przez właściwości stopu, w którym „zdyspergowane jest” złoże stałe. Można więc było przyjąć, że przybliżony, lecz dostatecznie dokładny profil ciśnienia w kanale da się wyznaczyć z równań (236-241) traktując całe tworzywo jako stop, którego objętościowa szybkość przepływu zostanie skorygowana uwzględniając średnie różnice gęstości tworzywa stałego i stopionego. Na podstawie bilansu masy dla danego przekroju można wykazać, że:

$$\dot{q}_z = \frac{\dot{G}}{\rho_m} \left[1 - (1 - H_p) H(l) \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho_s} \right) \right] \quad (258)$$

gdzie:

H_p określić można jako ułamek powierzchni przekroju kanału zajętego przez tworzywo stopione:

$$H_p = S_I + S_{III} = \left(\frac{A_f(l)}{H(l)} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\delta_w}{H} + H(l) \left(1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right) \quad (259)$$

Powyższa, przybliżona metoda obliczeń przebiegu ciśnienia pozwalała na uzyskanie stabilnych wyników obliczeń praktycznie przy dowolnym wypełnieniu kanału tworzywem stałym. Przy mniejszych stopniach wypełnienia uzyskiwane wyniki tylko nieznacznie odbiegały od wyników metod zakładających ścisły rozdział tworzywa w przekroju kanału na obszar stopu i tworzywa stałego. Dla przepływu czystego stopu rezultaty obliczeń są oczywiście identyczne z metodą wykorzystującą układ równań (237-242) dla szerokości W_1 i wysokości H odpowiadających rzeczywistym wymiarom kanału. Z powyższych względów opisana metoda została zaadaptowana jako składnik modelu symulacyjnego.

3.5.3. Profil temperatury stopu

Jak wspomniano poprzednio, profil temperatury stopu (w przeciwieństwie do profilu ciśnienia), tuż przed zakończeniem rotacji ślimaka kształtowany jest przez procesy cieplne uwzględniające ewolucję profilu złoza stałego w całym okresie rotacji ślimaka. Obliczenie rozkładu temperatury stopu na długości kanału ślimaka w czasie jego rotacji oparto na przybliżonej metodzie opartej zaproponowanej przez Basowa i Kazankowa [117], którą jednak dostosowano do potrzeb niniejszej pracy.

Przy założeniu średniej temperatury stopu $\bar{T}$ w danym przekroju, bilans energii w różniczkowej warstwie o grubości dz leżącej w tym przekroju (odpowiadający uśrednionemu równaniu energii) wyraża się w sposób następujący:

$$\rho_m c_m \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = +k_m \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \left(\tau_{xy} \frac{\partial v_x}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) - \rho_m c_m \bar{V}_{mz} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \rho_m c_m \bar{V}_{wx} (\bar{T} - T_b) \quad (260)$$

gdzie:

$\bar{V}_{wx}$ – średnia szybkość dopływu stopionego tworzywa z warstwy stapiania:

$$\bar{V}_{wx} = \frac{\Phi_s \sqrt{\frac{A(l)}{H(l)}}}{\rho_m H \left(1 - \frac{A(l)}{H(l)} \right)} \quad (261)$$

$\bar{V}_m$ – średnia szybkość przepływu uplastycznionego tworzywa wzdłuż osi kanału:

$$\bar{V}_m = \frac{q_z}{H W_1} \quad (262)$$

przy czym:

q_z - wielkość określona wzorem (258).

Oprócz typowych członów opisujących średnie szybkości akumulacji ciepła, wymiany na drodze przewodnictwa, generowania w wyniku tarcia wewnętrznego oraz wymiany na drodze konwekcji, równanie (260) zawiera dodatkowy (ostatni) człon uwzględniający wymianę ciepła z warstwą stapiania. Dla uproszczenia obliczeń, jej temperatura jest równa temperaturze cylindra T_b , a nie T_{av} wynikającej z teorii Tadmora, co nie powinno jednak istotnie wpływać na końcowe wyniki obliczeń.

W ogólnym przypadku ocena szybkości wymiany ciepła na drodze przewodzenia wymaga znajomości współczynników wnikania ciepła na granicy cylinder – stop i ślimak – stop, które są zwykle dostępne na drodze pomiarowej. Zakładając jednak, że przepływ cyrkulacyjny powoduje pewne wyrównanie różnic temperatur stopu w przekroju kanału, można przyjąć, że wartość członu $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ opisującego lokalną wartość strumienia przewodzonego ciepła będzie słabo zależna od y i w przybliżeniu równa jego wartości średniej $\overline{\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}$. Pozwala to na zastąpienie

wyrażenia $\overline{\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}$ przez $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ w równaniu (260), które przyjmuje postać:

$$k_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \Delta = \text{const} \quad (263)$$

gdzie Δ oznacza wszystkie pozostałe człony równania (260) przeniesione na prawą stronę.

Równanie (263) można scałkować przy odpowiednich warunkach brzegowych. W tym przypadku założono, że ślimak w strefie stapiania jest neutralny, tzn. brak jest intensywnej wymiany ciepła na granicy stop – ślimak, oraz że temperatura cylindra jest stała, co prowadzi do związków:

$$T(0) = \bar{T}, \quad T(H) = T_b \quad (264)$$

Przy czym średnią temperaturę w przekroju określono jako:

$$\bar{T} = \frac{1}{H} \int_0^H T dy \quad (265)$$

Rozwiązując równanie (260) z warunkami brzegowymi (264) oraz uśredniając wg (265), po wprowadzeniu kroku obliczeniowego Δ oraz kilku przekształceniach algebraicznych otrzymuje się:

$$\frac{\Delta}{V_m} \frac{\partial (\bar{T} - T_b)}{\partial t} + \Delta \frac{\partial (\bar{T} - T_b)}{\partial z} + \frac{V_{wx} \Delta}{V_m} (\bar{T} - T_b) + \frac{6 k_m \Delta}{H^2 \rho_m c_m V_m} (\bar{T} - T_b) - C = 0 \quad (266)$$

Wyraz C w równaniu (266), który reprezentuje średnią wartość szybkości generowania ciepła wskutek tarcia lepkiego można przedstawić zgodnie z wynikami pracy [145] jako:

$$C = m_0 \exp[-a(T_b - T_m)] \left| \frac{v_0}{H} \right|^{n+1} \left[(1 - \eta_z) \left(U_z + \frac{U_x}{\chi} \right) - (1 - \eta_x)(U_z - \chi U_x) \right] \exp[-a(\bar{T} - T_b)] \quad (267)$$

Wprowadzając zmienną

$$\theta = \bar{T} - T_b \quad (268)$$

jak również bezwymiarowe wielkości

$$\tau = \frac{V_{mz} t}{\Delta}, \quad \text{gdzie } 0 \leq \tau \leq l_u \quad (269)$$

$$l = \frac{z}{\Delta}, \quad \text{gdzie } l_s \leq l \leq l_c \quad (270)$$

równaniu (266) można nadać postać bezwymiarową stosowaną do dalszych obliczeń numerycznych:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = -B(l, \tau)\theta + C(l, \tau)\exp(-a\theta) \quad (271)$$

gdzie:

$$B(l, \tau) = \frac{\phi_s \sqrt{\frac{A_f(l)}{H(l)}} \Delta}{V_{mz} \rho_m H \left[1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right]} + \frac{6 \alpha_m \Delta}{V_{mz} H^2} \quad (272)$$

$$C(l, \tau) = \frac{m_0 \exp[-a(T_b - T_m)] \Delta}{V_{mz} \rho_m c_m} \left| \frac{v_0}{H} \right|^{n+1} \left[(1 - \eta_z) \left(U_z + \frac{U_x}{\chi} \right) - (1 - \eta_x)(U_z - \chi U_x) \right] \quad (273)$$

Równanie (271) jest nieliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym pierwszego rzędu.

Numeryczne rozwiązanie równania (271) oparto na metodzie zaproponowanej w [112]. W tym celu pochodną cząstkową zastąpiono odpowiednim ilorazem różnicowym:

$$\frac{\partial \theta}{\partial l} = \frac{\theta_{l+1} - \theta_{l-1}}{2} \quad (274)$$

Ponadto, zgodnie z zaleceniami pracy [117] przyjęto jako warunek początkowy ($t = 0$) i brzegowy ($z = 0$), że temperatura stopu tuż po rozpoczęciu rotacji ślimaka (po stapieniu statycznym) oraz temperatura na początku strefy stapiania równe są temperaturze cylindra T_b , czyli

$$\theta_l(0) = 0 \quad \text{oraz} \quad \theta(l_s) = 0 \quad (275)$$

Przyjęto także, że temperatura stopu w przestrzeni przed ślimakiem, do której dozowane jest tworzywo, równa jest temperaturze stopu na końcu ślimaka, co oznacza, że

$$\theta(l_c - l_s) = \theta(l_c - l_s + 1) \quad (276)$$

Zatem, uwzględniając warunki (275) i (276), zgodnie z [112] można zapisać następujący układ równań różnicowych:

$$\begin{pmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \\ \theta_3^* \\ \theta_4^* \\ \vdots \\ \theta_{l_c-l_s}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-B_1) & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{2} & (1-B_2) & -\frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & (1-B_3) & -\frac{1}{2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & (1-B_4) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \left(\frac{1}{2} - B_{l_c-l_s}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \vdots \\ \theta_{l_c-l_s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{l_c-l_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-a\theta_1} \\ e^{-a\theta_2} \\ e^{-a\theta_3} \\ e^{-a\theta_4} \\ \vdots \\ e^{-a\theta_{l_c-l_s}} \end{pmatrix} \quad (277)$$

gdzie:

$\{\theta_i^*\}$ ($i = 1, 2, \dots, l_c - l_s$) oznacza wektor (dyskretny rozkład) temperatury otrzymany z wektora $\{\theta_i\}$ przy wzroście czasowej zmiennej τ o jednostkę,

B_i oraz C_i są dyskretnymi wartościami parametrów równania (271), które z powodu ewolucji względnej szerokości złoza stałego podczas rotacji zależą także od czasu τ .

Wektor temperatury $\{\theta_i^*\}$ po pierwszym kroku obliczano wstawiając do układu $\{\theta_i\} = 0$ (zgodnie z warunkiem początkowym). Ponieważ początkowy profil złoza stałego równy jest $\frac{A_l(l)}{H(l)}$, z układu równań (237-242) można było wyznaczyć

odpowiadające mu parametry η_x , η_z , χ oraz v_0 , a stąd początkową wartość współczynników C_i ze wzoru (273). Obliczony wektor temperatury po pierwszym kroku czasowym podstawiono w miejsce $\{\theta_i\}$ do układu (277), wyznaczając równocześnie wartości B_i oraz C_i dla profilu złoza stałego po pierwszym kroku czasowym. Profil złoza po k -tym kroku czasowym $A_k(l)$ wyznaczyć można z równań

(234), podstawiając w nich w miejsce l_u wartość $0 \leq k \leq l_u$. Postępowanie to kontynuowano l_u razy, wyznaczając w ten sposób wektor temperatury odpowiadający czasowi zakończenia rotacji ślimaka t_r i szerokości złoża $\frac{A_r(l)}{H(l)}$. Równocześnie w trakcie pełnego procesu obliczeniowego rejestrowano obliczeniowe maksimum temperatury stopu T_x , co umożliwiło określenie wielkości fluktuacji temperatury stopu ΔT_{xx} w czasie uplastyczniania.

Zaproponowano również empiryczny sposób obliczania temperatury warstwy stopu w strefie przejściowej na długości od początku strefy grzejnej cylindra (położenie l_w) do momentu, gdy grubość warstwy stapianej osiąga wartość krytyczną δ_w (położenie l_s), czyli do miejsca, od którego profil temperatury obliczany już jest metodą opisaną powyżej.

Założono, że temperatura tworzywa uplastycznionego na początku strefy przejściowej równa jest T_m , natomiast w położeniu l_s wynosi T_b (zgodnie z warunkiem brzegowym dla strefy stapiania), szybkość jej narastania jest wprost proporcjonalna do odległości od l_s , a gradient temperatury na końcu tej strefy równy jest gradientowi na początku strefy stapiania. Można więc zapisać:

$$dT = k (l_s - l) dl \quad (278)$$

Rozwiązanie powyższego równania przy warunkach brzegowych

$$T(l_w) = T_m, T(l_s) = T_b, \left(\frac{\partial \theta}{\partial l} \right)_{l=l_w+l_p} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial l} \right)_{l=l_w+l_p+1} \quad (279)$$

ma postać:

$$\theta = \theta_0 - \left\{ 2\theta_0 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial l} \right)_{l_w+l_p+1} (l_s - l_w) \right\} x + \left\{ 2\theta_0 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial l} \right)_{l_w+l_p+1} (l_s - l_w) \right\} x^2 \quad (280)$$

gdzie:

$$\theta_0 = T_m - T_b \quad (281)$$

x – waga, określona zależnością (204).

Przy powyższych założeniach rozkład temperatur na długości strefy przejściowej $l_w \div l_s$ ma więc charakter paraboliczny, co zostanie przedstawione bliżej w omówieniu wyników w następnym rozdziale.

Zużycie mocy i moment obrotowy

Moc e_m doprowadzona do układu w strefie stapiania oraz transportu stopu równa jest:

- mocy rozproszonej w warstwie cyrkulującego stopu związanej z przepływem wzdłużnym e_{mz} ,
- mocy rozproszonej w warstwie cyrkulującego stopu związanej z przepływem poprzecznym e_{mx} ,
- mocy rozproszonej w szczelinie pomiędzy wierzchołkami uzwojenia ślimaka a ścianką cylindra e_{mf} ,
- mocy wywołującej gradient ciśnienia e_{mp} .

Poszczególne składniki mocy odniesione do jednego kroku obliczeniowego określone są zależnościami:

$$e_{mz} = \tau_z W_0 \Delta V_{cz} F_d \quad (282)$$

$$e_{mx} = \tau_x W_0 \Delta V_{cx} \quad (283)$$

$$e_{mf} = \tau_e e \Delta \sqrt{V_b^2 + U^2} \quad (284)$$

$$e_{mp} = \dot{q} \Delta p = \bar{V}_m W_1 H \Delta p \quad (285)$$

gdzie [145]:

$$\tau_z = \frac{\partial p}{\partial z} H (1 - \eta_z) \quad (286)$$

$$\tau_x = \chi \frac{\partial p}{\partial z} H (1 - \eta_x) \quad (287)$$

$$\tau_e = m_0 \exp \left[-a \left(\frac{T + T_b}{2} - T_m \right) \right] \left(\frac{\sqrt{V_b^2 + U^2}}{\delta_R} \right)^n \quad (288)$$

Moment obrotowy M_m wyznaczono jako iloczyn wypadkowego naprężenia stycznego występującego na powierzchni styku tworzywa i cylindra, wielkości tej powierzchni oraz ramienia siły:

$$M_m = \tau W_0 \Delta \frac{D}{2} \quad (289)$$

gdzie:

τ – wypadkowe naprężenie styczne, określone jako

$$\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_z^2} = \frac{\partial p}{\partial z} H \sqrt{(1 - \eta_z^2) + \chi^2 (1 - \eta_x^2)} \quad (290)$$

3.5.4. Obliczenia końcowe

Całkowita moc zużyta w cylindrze wtryskarki jest sumą mocy pobranej w poszczególnych strefach:

$$MOC = (e_z + e_w + e_m) K_k \quad (291)$$

Całkowity moment obrotowy jest sumą :

$$MOM = (M_z + M_w + M_m) K_k \quad (292)$$

Zużycie energii przypadającej na jednostkę masy tworzywa wyznaczono ze wzoru

$$EN = \frac{MOC}{\dot{G}} \quad (293)$$

gdzie:

$\dot{G}$ - masowe natężenie przepływu tworzywa w kanale ślimaka, wyznaczone w miejscu wejścia tworzywa stałego w ogrzewaną strefę cylindra (położenie l_w) jako

$$\dot{G} = K_k V_{sz} W_1 H_z H(l_w) \rho_s \quad (294)$$

Zawartość uplastycznionego tworzywa na końcu ślimaka wyznaczono jako

$$Z = 1 - \frac{V_{a \max}}{V_{sz}} A_f(l_c) \quad (295)$$

gdzie:

$V_{a \max}$ – prędkość przyspieszenia złoża, określona jako największa z wartości V_a wyznaczonych przy obliczaniu profilu ciśnienia, jeśli wartość ta była wyznaczana jako:

$$V_a = \begin{cases} V_{sz} & \text{dla } \frac{A_f(l)}{H(l)} \leq 1 \\ V_{sz} \frac{A_f(l)}{H(l)} & \text{dla } \frac{A_f(l)}{H(l)} > 1 \end{cases} \quad (296)$$

Sytuacja $V_a > V_{sz}$ występuje jedynie w rzadkich przypadkach, gdy w strefie sprężania szerokość złoża stałego po przejściowym spadku, wynikającym z postępującego uplastyczniania, zaczyna rosnać, wypełniając całą szerokość kanału. Dla zachowania ciągłości przepływu należy przyjąć, że złoże stałe ulega przyspieszeniu do wartości $V_a > V_{sz}$ wynikającej z bilansu masy. Równocześnie założono, że funkcja stapiania nie ulega istotnym zmianom na skutek przyspieszenia złoża stałego.

3.6. Przebieg obliczeń

Jednym z fundamentów umożliwiającym zbudowanie programu symulującego proces wtryskiwania było rozwiązanie problemu wyznaczania szybkości ruchu wstecznego ślimaka U oraz profilu ciśnienia tworzywa, a zwłaszcza ciśnienia na końcu ślimaka. Wielkości te są wzajemnie zależne od siebie, niemożliwe jest więc obliczenie jednej z nich bez znajomości drugiej. Wyznaczenie ich umożliwia zamknięcie cyklu obliczeniowego, dając równocześnie odpowiednie wartości takich parametrów jak profil złoża stałego, temperatura, moc itp.

Zgodnie z zasadą działania układu uplastyczniającego wtryskarki, wartość ciśnienia na końcu ślimaka $p(l_c)$ musi być równa założonemu ciśnieniu uplastyczniania p_p . Przy ustalonej charakterystyce roboczej powyższą równość uzyskać można przez właściwy dobór szybkości ruchu wstecznego ślimaka U , bezpośrednio związanej z wydatkiem uplastyczniania. Jest to możliwe przy zastosowaniu metody iteracji z użyciem odpowiedniego algorytmu określającego zmiany szybkości ruchu wstecznego ślimaka w zależności od obliczonego ciśnienia na wyjściu oraz założonego ciśnienia uplastyczniania. Algorytm taki ma zwykle charakter empiryczny, a jedynym kryterium jego doboru jest zapewnienie możliwie szybkiej zbieżności obliczeń niezależnie od założonej charakterystyki materiałowej, geometrycznej oraz parametrów pracy.

Spśród wielu możliwych, wyznaczonych empirycznie wariantów obliczania szybkości ruchu wstecznego przyjęto, że najdogodniejsza do tego celu, zapewniająca szybką zbieżność obliczeń jest zależność

$$U_i = U_{i-1} \left(1 + \frac{\Delta p_{i-1}}{|\Delta p_{i-1}| + p_p} \right)^{\text{sgn}(\Delta p_{i-1})} \quad (297)$$

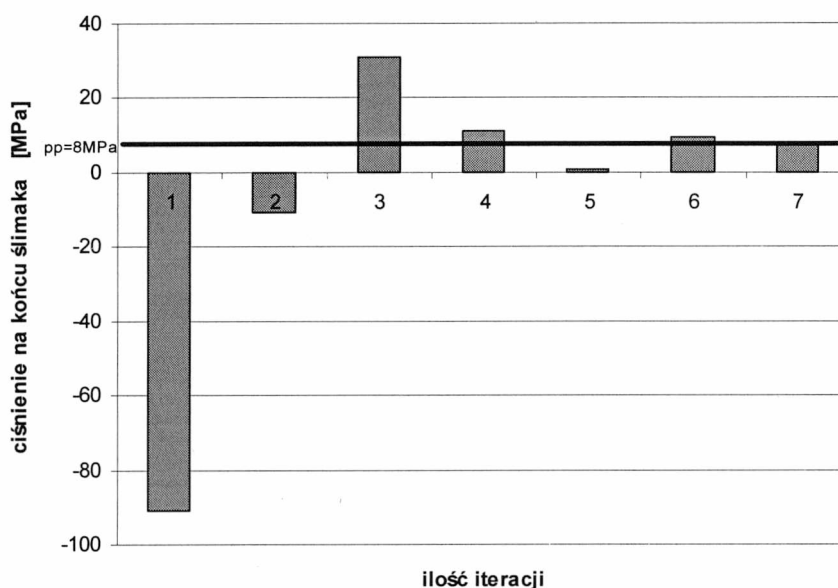
gdzie:

U_i – wartość U na i -tym etapie iteracji,

$\Delta p_i = p_i(l_c) - p_p$,

przy czym dla zakończenia procesu iteracyjnego wartość Δp_i powinna być mniejsza od pewnej dowolnej stałej δ_p określającej dokładność obliczeń.

Na rysunku 29 przedstawiono przykładowy wykres przedstawiający zbieżność obliczeń do zadanej wartości p_p .



Rys. 29. Przykładowa zależność przedstawiająca zbieżność obliczeń dla zadanej wartości ciśnienia uplastyczniania równej 8 MPa

Badając doświadczalnie zachowanie się modelu stwierdzono sporadyczne występowanie tzw. punktów stałych, tj. wyznaczone ciśnienie $p(l_c)$ na końcu ślimaka w kolejnych iteracjach przyjmowało stałą wartość, niewiele różniącą się od założonego ciśnienia uplastyczniania p_p . Stwierdzono również, że nawet dodanie do algorytmu (297) specjalnych opcji „wyrzucających” go z założonego trybu obliczeń najczęściej nie prowadzi do zaniku punktów stałych, których przyczyny pojawiania się są trudne do ustalenia. Kilka razy zaobserwowano również występowanie ciągłych oscylacji o stałej amplitudzie wyznaczanych wartości $p(l_c)$ wokół wielkości p_p . Wspomniane problemy miały jednak miejsce bardzo rzadko, a prostym sposobem na ich ominięcie jest bardzo niewielka zmiana jednego z parametrów roboczych pracy wtryskarki, np. N lub T_b .

Przebieg obliczeń jest następujący :

Na wstępie przyjmuje się pewną początkową wartość szybkości ruchu wstecznego U_0 (wyznaczoną ze wzoru (168)) obliczając dla tej wartości profil złoża stałego, temperatury oraz ciśnienia na całej długości ślimaka (w tym ciśnienie $p(l_c)$ na końcu ślimaka). Stosując zależność (297) oblicza się nową szybkość ruchu wstecznego, a na jej podstawie nowe profile złoża stałego, temperatury, ciśnienia oraz ciśnienie na końcu ślimaka. Operację powtarza się do chwili uzyskania zgodności $p(l_c)$ oraz p_p z założoną dokładnością δ_p . Wyznaczona przy tym szybkość U określa jednoznacznie wydatek uplastyczniania, zapotrzebowanie mocy oraz inne charakterystyki procesu.

Symulacja procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu przebiega wg szczegółowego algorytmu przedstawionego na rysunku 31. Obliczenia przeprowadzane są stopniowo, na ustalonych wstępnie odcinkach elementarnych o długości Δ , na których parametry robocze, geometryczne oraz materiałowe traktowane są jako stałe. Wartości wielkości obliczonych w danym odcinku elementarnym są danymi wejściowymi do obliczeń na odcinku następnym. Obliczenia dotyczące poszczególnych stref dynamicznych przebiegają w podprogramach, opracowanych na podstawie zaproponowanych matematycznych modeli tych stref.

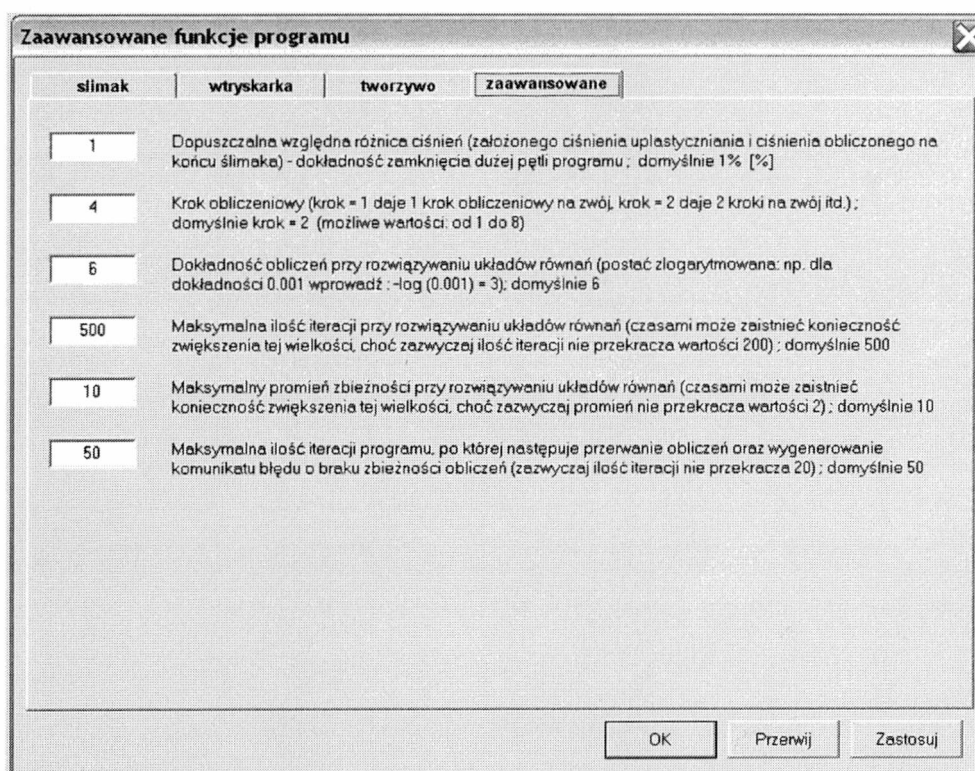
Ważną rolę odgrywa wspomniana powyżej dokładność δ_p różnicy $p(l_c)$ oraz p_p oraz odpowiedni dobór kroku obliczeniowego związany z wielkością odcinka elementarnego Δ . Wielkości te, których wartości można w pewnym zakresie dowolnie zmieniać, mają podstawowe znaczenie nie tylko dla dokładności wyników, ale również dla czasu wykonywania obliczeń, co zostanie omówione szerzej w następnym rozdziale.

Dokładność δ_p , której wartość (wyrażoną w procentach) można wprowadzić do programu, jest parametrem regulującym szybkość zamknięcia głównej pętli programu, czyli określa w sposób pośredni ilość iteracji. Wartość domyślna, ustawiona na poziomie 1%, wydaje się być wystarczająca dla większości zastosowań, aczkolwiek z powodzeniem można przyjąć wartość mniejszą, jako że procedura opisana zależnością (297) zapewnia zwykle bardzo szybką zbieżność obliczeń.

Krok obliczeniowy W_s ma pewne znaczenie dla dokładności obliczeń, co zostanie przybliżone szerzej w następnym rozdziale, jakkolwiek musi on być dobrany odpowiednio, ponieważ parametr ten ma również kluczowe znaczenie dla czasu wykonywania obliczeń. Wartość kroku może przybierać wartości od 1 do 8, gdzie liczba ta przedstawia ilość kroków obliczeniowych przypadających na jeden zwój.

Dokładność obliczeń Acc przy rozwiązywaniu układu równań (237-242), której wartości można zmieniać w zakresie $10^{-2} \div 10^{-12}$ (domyślna wartość $Acc = 10^{-6}$), ma pewne znaczenie w przypadku problemów ze zbieżnością procedur numerycznych tam występujących. Ma to jednak miejsce stosunkowo rzadko, a zmiana parametru Acc nie ma znaczącego wpływu na uzyskane wyniki.

Wspomniane powyżej trzy podstawowe parametry regulujące szybkość oraz dokładność obliczeń w omawianym modelu można zmieniać, wprowadzając odpowiednie wartości w menu *Plik / Nowy Projekt / Charakterystyka Robocza / Zaawansowane*, co zobrazowano na rysunku 30 jako pierwsze trzy parametry w tej zakładce.

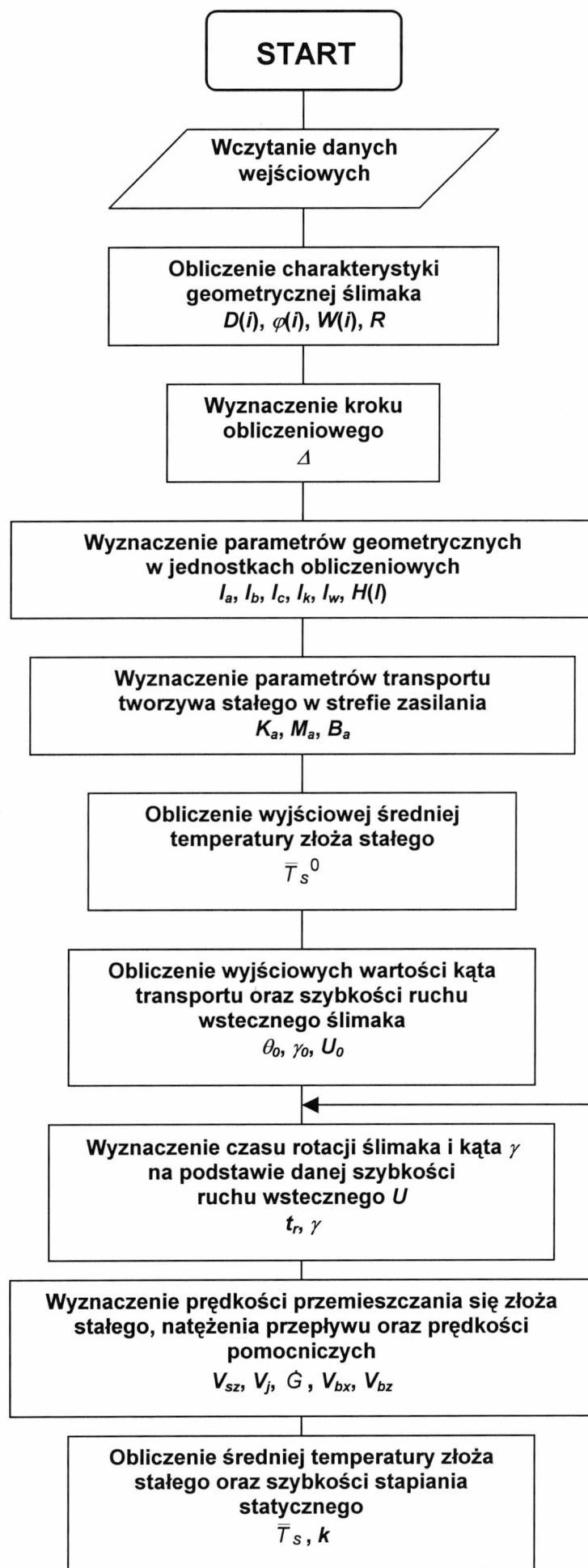


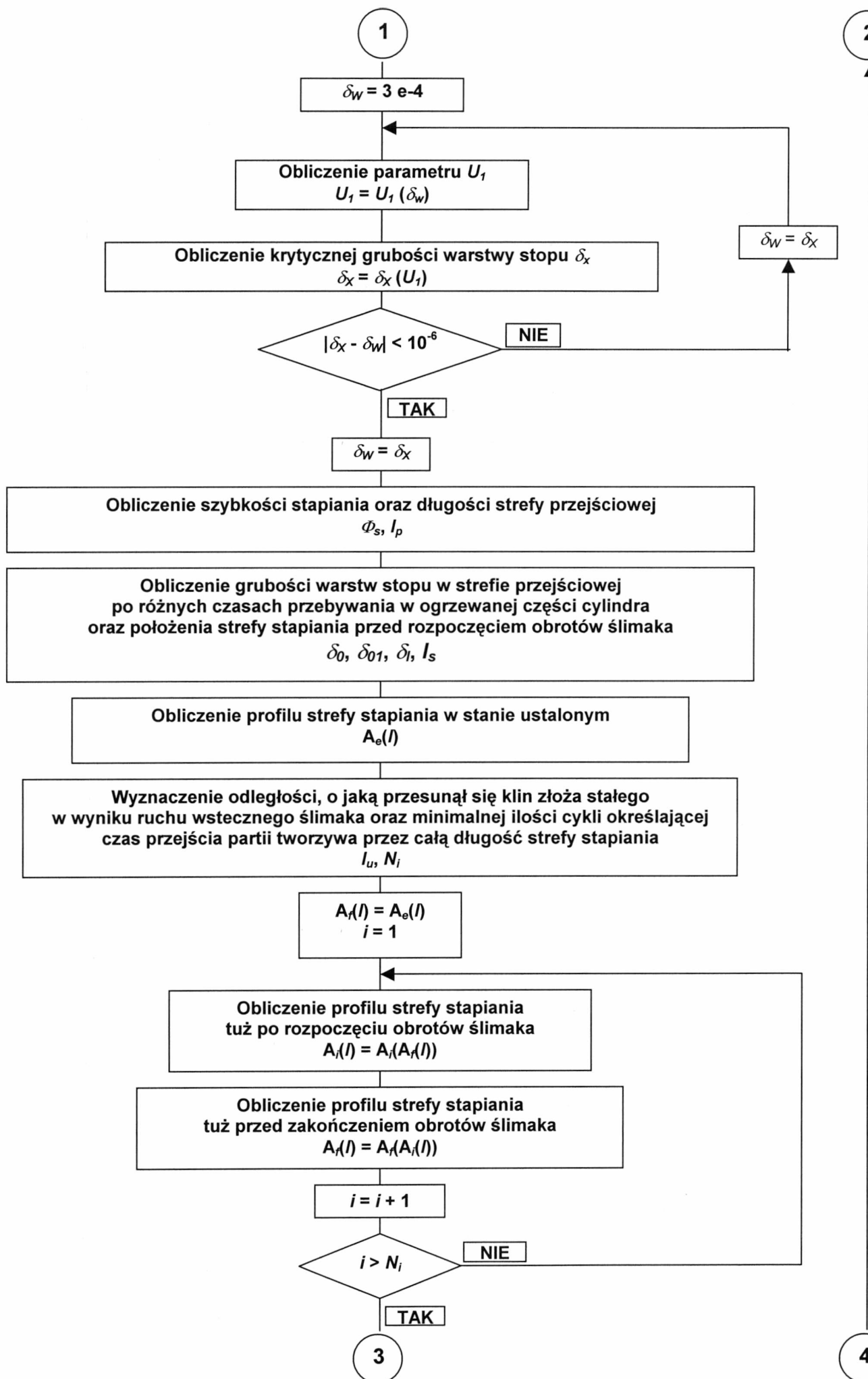
Rys. 30. Zaawansowane funkcje i parametry modelu

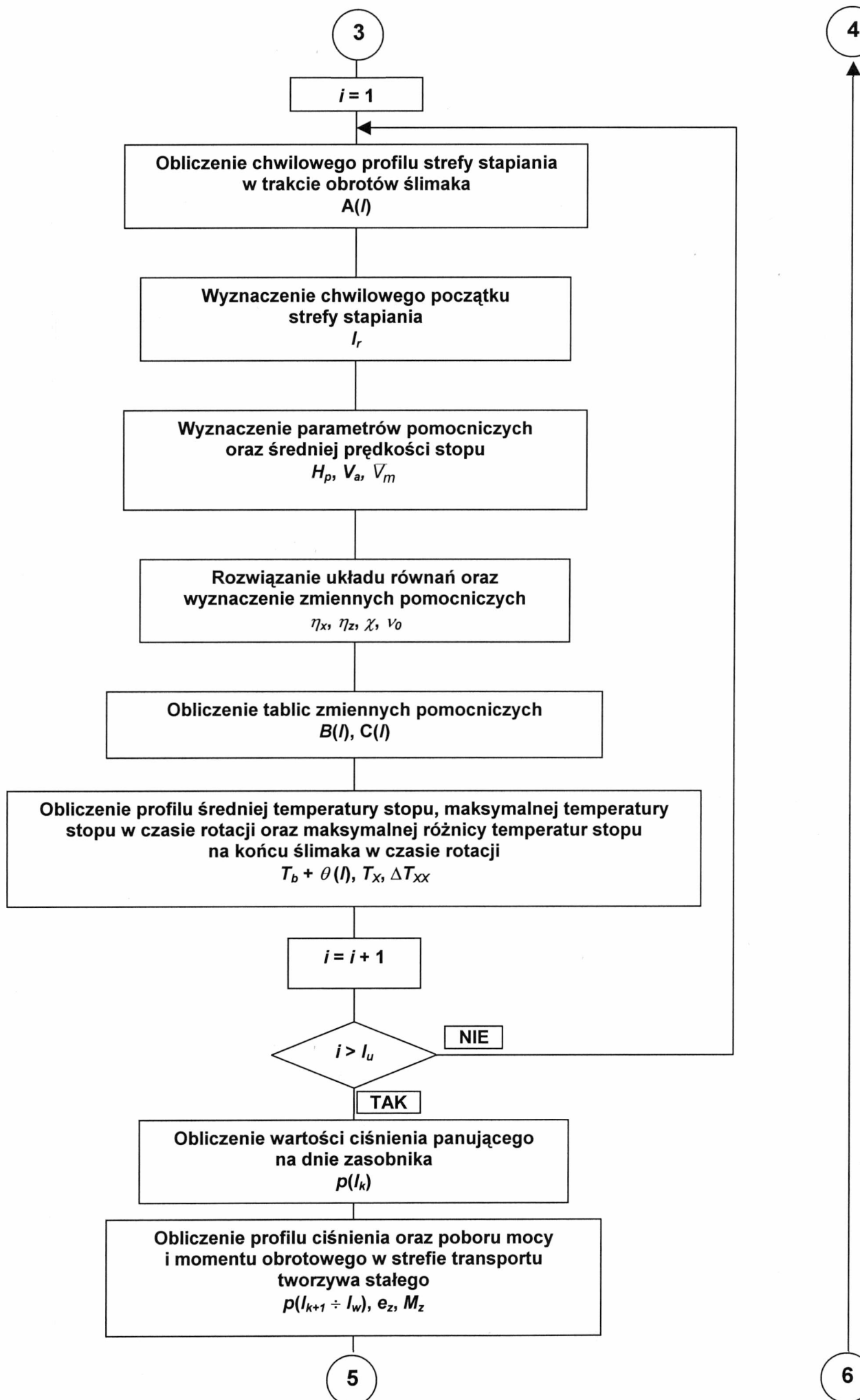
W celu zwiększenia przejrzystości pracy nie prezentowano wszystkich pomocniczych zmiennych oraz parametrów występujących w prezentowanym modelu. Przykładowo, przy obliczaniu profilu ciśnienia oraz temperatury w momencie, gdy względna szerokość złoza stałego $A_r(l)$ osiągnie szerokość kanału (np. na skutek dużego stopnia sprężania ślimaka i małej szybkości stapiania) przyjęto, że złoże ulega przyśpieszeniu osiągając prędkość przedstawioną wzorem (296). Nie podano również oczywistego sposobu wyznaczania maksymalnej temperatury stopionego tworzywa T_x oraz fluktuacji temperatury stopu ΔT_{xx} .

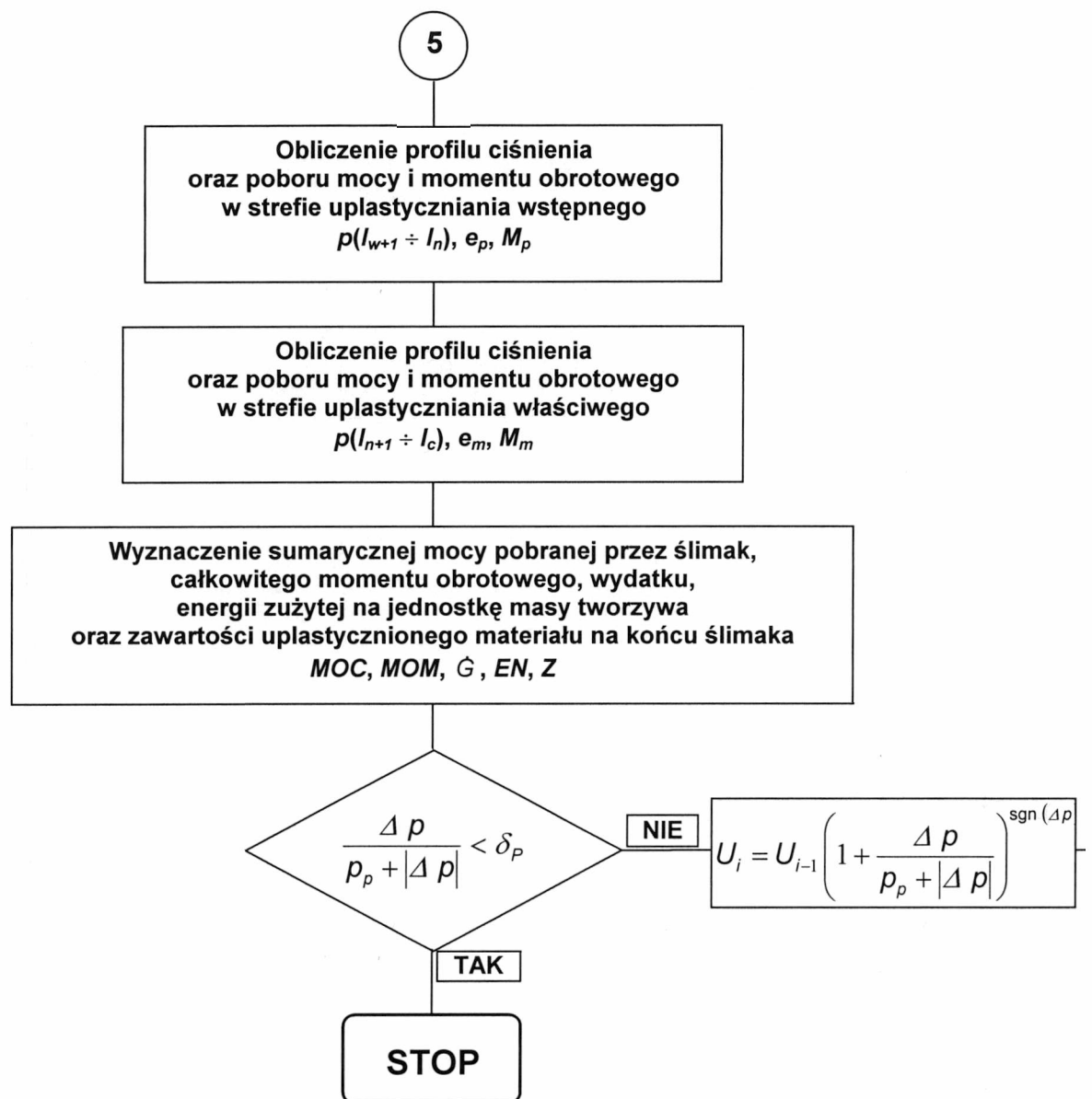
Należy również nadmienić, że program wyposażony został w różnego typu zabezpieczenia, obejmujące zarówno ograniczenia uniemożliwiające wprowadzenie nierealnych danych wejściowych, np. wielkości skoku powodującego wysunięcie ślimaka z cylindra, jak również proste zabezpieczenia kontrolujące rząd wielkości wprowadzonych danych wejściowych.

Na rysunku 31 przedstawiono dokładny algorytm obliczeń symulacyjnych procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu.









Rys. 31. Szczegółowy algorytm matematycznego modelu procesu uplastyczniania ślimakowego polimerów podczas wtryskiwania

4. ANALIZA I INTERPRETACJA WYNIKÓW MODELU

W poprzednim rozdziale omówiono szczegółowo model opisujący procesy zachodzące w poszczególnych strefach układu uplastyczniającego wtryskarki. W tym rozdziale zaprezentowane zostaną przykładowe wyniki otrzymane przy zastosowaniu tego modelu, który w postaci omówionych także algorytmów posłużył do komputerowej symulacji procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu.

Należy raz jeszcze podkreślić, że przedstawiony w poprzednim rozdziale model procesu uplastyczniania ślimakowego przy wtryskiwaniu odnosi się do klasycznego ślimaka trójstrefowego przedstawionego schematycznie na rysunku 1, przy czym długość poszczególnych stref można zmieniać w dowolnych granicach, uzyskując w skrajnych przypadkach ślimak o stałej lub zmiennej głębokości na całej długości kanału, a także dwa różne rodzaje ślimaków dwustrefowych.

Program komputerowy stworzony na podstawie przedstawionego modelu matematycznego umożliwia wprowadzenie danych lub wczytanie ich z pliku, przeprowadzenie obliczeń oraz przedstawienie wyników liczbowych takich wielkości jak profile względnej szerokości złoza stałego, temperatury i ciśnienia, pobór mocy, zużycie energii, moment obrotowy ślimaka, zawartość stopu na końcu ślimaka czy czas rotacji, jak również wykresów względnej szerokości złoza stałego, temperatury oraz ciśnienia na długości kanału ślimaka. Wyniki obliczone przez program można zapisać do pliku lub wydrukować. Istnieje też możliwość załadowania kilku plików z wynikami i porównania odpowiednich charakterystyk na wykresach.

Program został napisany w języku programowania *Visual Basic*. Jego wybór spowodowany był łatwością programowania oraz możliwością łatwego tworzenia interfejsów graficznych, co sprawia, że napisany w tym języku program jest „przyjazny dla użytkownika”. Łatwość i szybkość programowania połączona z prostotą tworzenia wspomnianych interfejsów okupiona jest jednak szybkością pracy programu. *Visual Basic* jest językiem interpretowanym, co oznacza, że program napisany w tym języku jest wykonywany „linia po linii” i nie ma możliwości zoptymalizowania kodu programu ani przełożenia go bezpośrednio na język maszynowy. Powoduje to, że czasy obliczeń dla pewnych zestawów wprowadzonych parametrów mogą wynosić w skrajnym przypadku nawet kilka godzin (zwykle wynoszą kilka minut), co stało się przyczyną podjęcia decyzji o przeprogramowaniu

stworzonego modelu matematycznego na język programowania *Delphi*. Prace te zostaną podjęte w najbliższej przyszłości. Podjęte zostaną także prace nad zmianą algorytmu rozwiązywania równań (237-242), gdyż jak już wspomniano, algorytm ten jest jednym z głównych źródeł wydłużania się czasu obliczeń, zwłaszcza przy małych wartościach wykładnika n równania potęgowego.

Obliczeń symulacyjnych służących do ilustracji sposobu działania i możliwości programu dokonano na przykładzie symulacji procesu wtryskiwania z zastosowaniem ślimaka trójstrefowego oraz polietylenu dużej gęstości. Wielkości geometryczne ślimaka oraz parametry robocze pracy wtryskarki były identyczne z przedstawionymi na rysunkach 22 oraz 23 (chyba że w opisie zaznaczono inaczej) i charakteryzują one równocześnie wtryskarkę wykorzystaną do badań doświadczalnych. Średnie wartości stałych materiałowych PEHD przedstawiono na rysunku 24. Obliczeń dokonano przyjmując wartość kroku obliczeniowego równą cztery (cztery kroki obliczeniowe na zwój). Ten oraz inne numeryczne parametry pracy przedstawiono na rysunku 30.

W celu przybliżenia pewnych ogólnych zależności pomiędzy wartościami parametrów numerycznych pracy modelu a szybkością i dokładnością obliczeń modelowych, poniżej zostaną one zwięźle zaprezentowane.

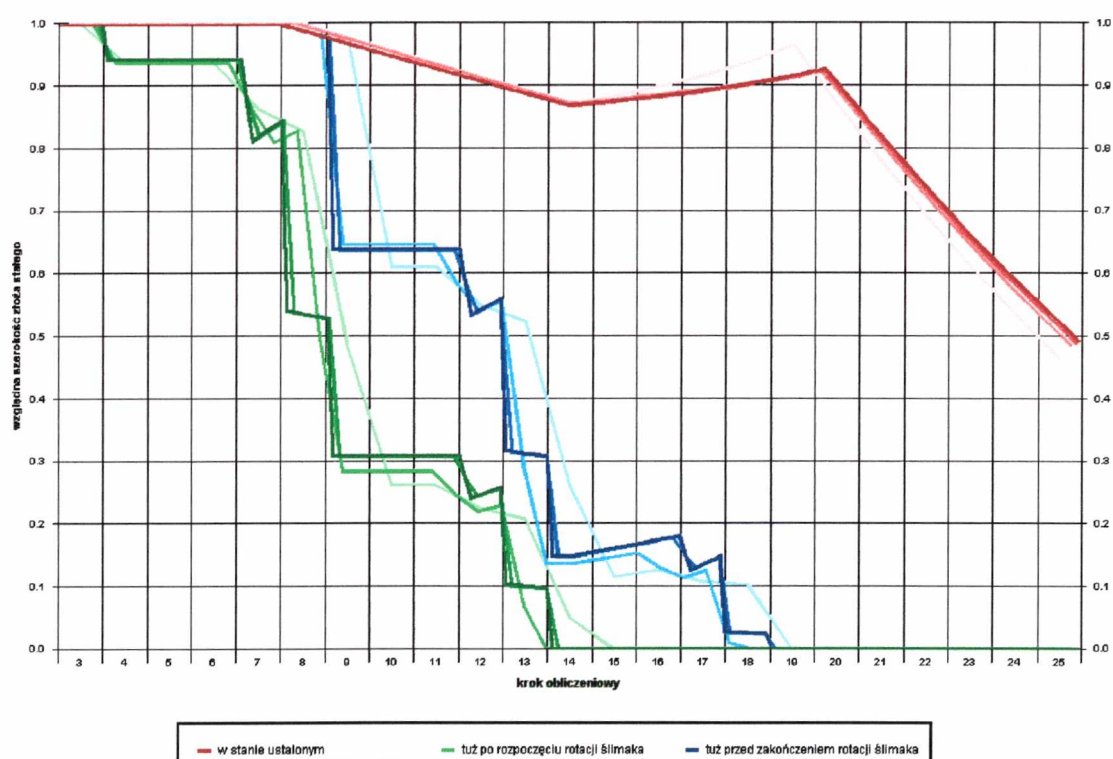
W dalszej kolejności przedstawione zostaną, jako przykłady modelowania, wybrane charakterystyki procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu.

4.1. Numeryczne parametry pracy modelu

Na rysunku 32 przedstawiono wpływ wartości kroku obliczeniowego W_s na wartość względną szerokości złoża stałego $\frac{X}{W}$, przy czym wzrost intensywności koloru odpowiada wzrostowi wartości kroku obliczeniowego (wzrost „zagęszczenia” obliczeń) równego odpowiednio 1, 2, 4 oraz 8.

Dostrzegalne, aczkolwiek niewielkie różnice wyników występują w przypadku przyjęcia kroku obliczeniowego równego 1, 2 oraz 4. Natomiast różnic tych nie obserwuje się dla W_s równych 4 oraz 8, co wskazuje, iż praktycznie nie ma potrzeby ustawiania tego parametru na wartość większą od czterech. Analogiczne zależności występują przy porównaniu profili ciśnienia oraz temperatury, gdzie także nie stwierdzono istotnych różnic przy zastosowaniu kroku obliczeniowego większego niż cztery.

Większa gęstość obliczeń może być uzasadniona w pewnych sporadycznych przypadkach, np. w celu wygładzenia krzywych obrazujących profile ciśnienia lub temperatury w sytuacjach, gdy przy niższych wartościach W_s na wykresach widoczne są wyraźne „skoki” tych wielkości.



Rys. 32. Wpływ zagęszczenia obliczeń (wartości kroku obliczeniowego W_s) na profil względnej szerokości złoża stałego (oznaczenia w tekście)

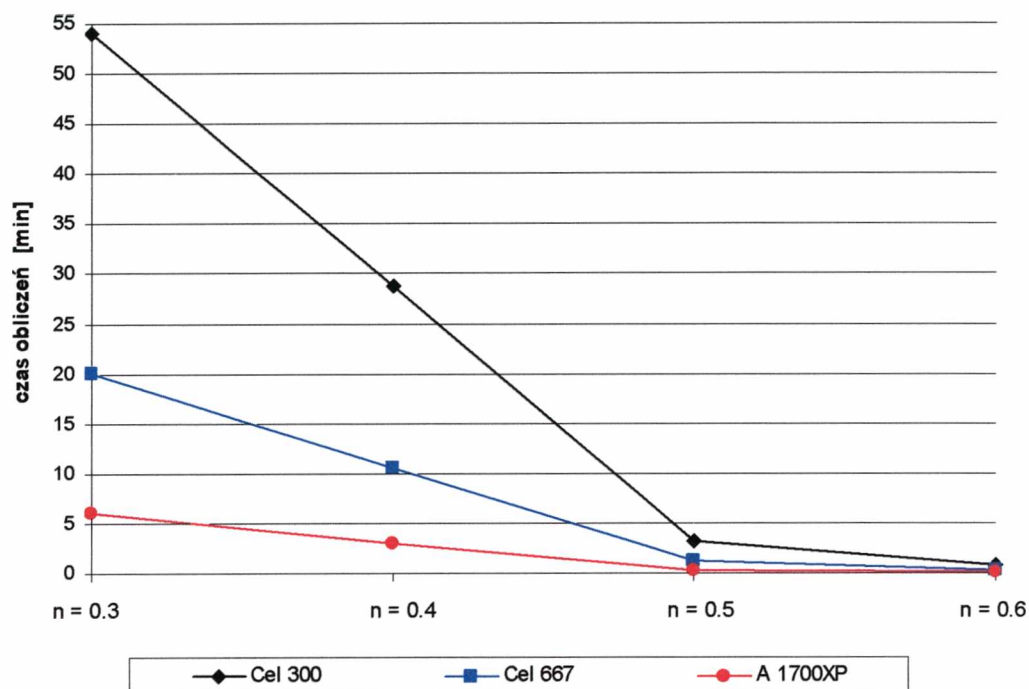
Jak wspomniano wcześniej, w próbach symulacyjnych dla różnych polimerów stwierdzono, iż największy wpływ na czas wykonywania obliczeń mają wartość kroku obliczeniowego W_s oraz wykładnika n równania lepkości.

Na rysunkach 33 oraz 34 przedstawiono zależności czasu wykonywania obliczeń od wielkości wykładnika potęgowego n równania lepkości oraz od wartości kroku obliczeniowego W_s . Wyniki przedstawiono wykorzystując do obliczeń komputery z różnymi procesorami (Celeron 300, Celeron 667 oraz Athlon XP 1700), aby lepiej zobrazować również wpływ mocy obliczeniowej komputera.

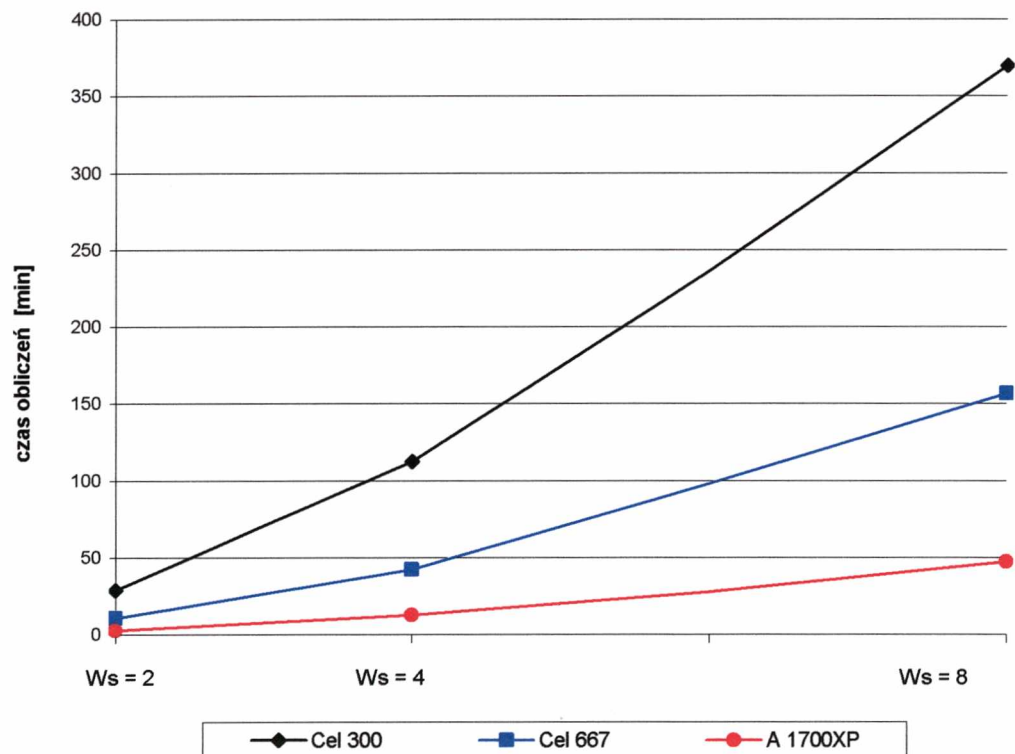
Z rysunku 33 widać, że czas wykonywania obliczeń rośnie wraz ze zmniejszaniem się wartości wykładnika potęgowego n równania lepkości. Czas ten dla wartości $n > 0.5$ jest bardzo mały. Jednak począwszy od $n = 0.5$ wraz z jego zmniejszeniem zauważyć można, że wzrost czasu jest dużo szybszy i ma on charakter wyraźnie liniowy.

Wzrost czasu obliczeń ma związek z rozwiązaniem układu równań (236-241), gdzie funkcja $\Phi(\eta)$ przedstawia pewne wyrażenie w potęgę $\frac{1-n}{2n}$. Dla n równego 0.5 wartość tej potęgi równa jest również 0.5, natomiast przy mniejszych wartościach n szybko rośnie, co powoduje wzrost czasu obliczeń wynikający z zastosowanego algorytmu.

Na rysunku 34 przedstawiono zależność czasu wykonywania obliczeń od długości kroku obliczeniowego oraz szybkości procesora. Zaobserwować tu można nieomal stałą, liniową szybkość narastania czasu w funkcji wartości współczynnika W_s . Czas wykonywania obliczeń rośnie około czterokrotnie wraz z dwukrotnym zwiększeniem wartości kroku obliczeniowego. Analizując równocześnie przedstawiony na rysunku 32 wpływ wartości kroku na dokładność obliczeń można stwierdzić, że przyjęcie kroku obliczeniowego większego od czterech skutkuje praktycznie wyłącznie zwiększeniem czasu obliczeń oraz nieznacznym wygładzeniem krzywych, o czym wspomniano już wcześniej.



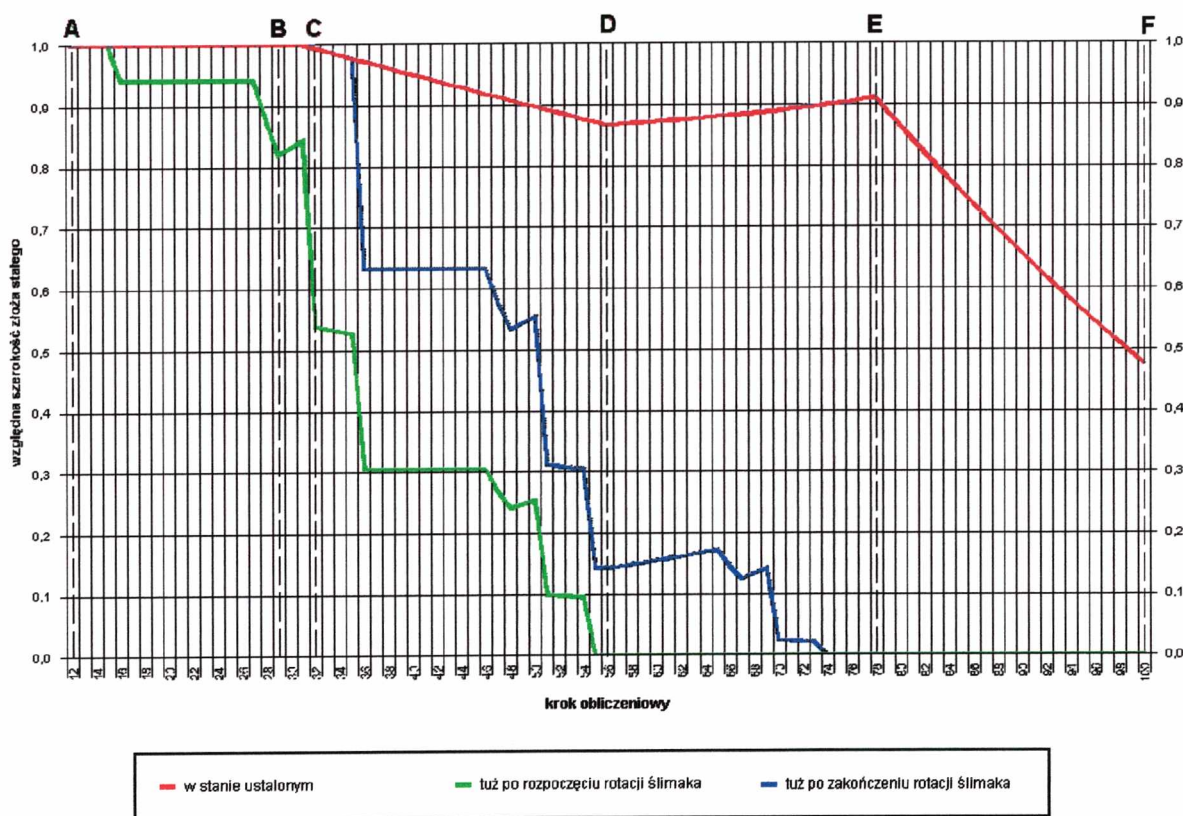
Rys. 33. Wpływ wartości wykładnika równania potęgowej lepkości n oraz szybkości procesora na czas wykonania obliczeń (wartość kroku obliczeniowego W_s równa 2)



Rys. 34. Wpływ wartości kroku obliczeniowego W_s oraz szybkości procesora na czas wykonania obliczeń (wartość wykładnika n równania potęgowej lepkości równa 0.4)

4.2 Przykłady modelowania

Na rysunku 35 przedstawiono względną szerokość złoza stałego odpowiadającą momentowi rozpoczęcia rotacji ślimaka, momentowi zakończenia rotacji oraz ustalonemu wytłaczaniu tzn. sytuacji, kiedy ślimak o założonej geometrii i parametrach roboczych pracowałby w warunkach charakterystycznych dla wytłaczania (stała rotacja). Liniami przerywanymi zaznaczono położenie granic poszczególnych stref geometrycznych oraz dynamicznych ślimaka w chwili zakończenia jego rotacji. Położenia A,B oraz C oznaczają odpowiednio początek dynamicznych stref transportu tworzywa stałego (położenie leja zasypowego), uplastyczniania wstępnego (początek strefy przejściowej) oraz uplastyczniania właściwego (koniec strefy przejściowej), natomiast D, E i F – odpowiednio położenie końca geometrycznych stref zasilania, sprężania i dozowania.



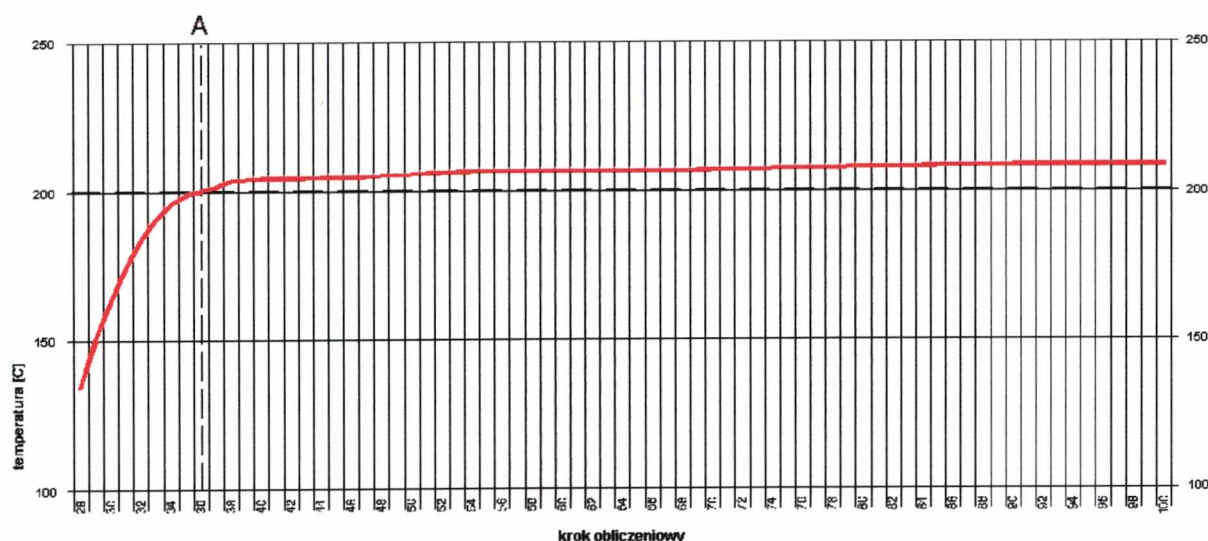
Rys. 35. Względna szerokość złoza stałego w procesie uplastyczniania przy wtryskiwaniu (oznaczenia w tekście)

Z rysunku powyższego widać, że ślimak pracujący w warunkach wytłaczania byłby na końcu prawie w połowie wypełniony tworzywem stałym. Obecność fazy stapiania statycznego powoduje jednak na tyle znaczne zmniejszenie zawartości tworzywa stałego, że stan po fazie stapiania dynamicznego charakteryzuje się o wiele większym stopniem uplastycznienia w porównaniu ze stanem ustalonym. Jedynie w początkowej części ślimaka, której długość zależy w pierwszym rzędzie od wielkości skoku ślimaka (objętości dozowania), oba profile złoża stałego pokrywają się, co oznacza, że stan ustalony „nasuwa się od tyłu” podczas rotacji ślimaka.

Widoczny wzrost wartości $\frac{X}{W}$ pomimo postępującego uplastycznienia, który występuje w geometrycznej strefie sprężania ślimaka (obszar ograniczony prostymi D oraz E) spowodowany jest tym, iż ubytek objętości fazy stałej, wywołany uplastycznieniem, jest wolniejszy od zmniejszania się objętości kanału.

Zwraca ponadto uwagę dość złożony profil szerokości złoża przed i po okresie stapiania statycznego, w porównaniu do niemal gładkiego profilu opisującego stan ustalony. Jest to obraz „historii” przesuwania się złoża stałego przez ogrzewaną część cylindra wtryskarki. Należy podkreślić, że złoża to tworzą partie tworzywa pochodzące z kilku kolejnych cykli wtryskowych. W wyniku ruchu posuwisto-zwrotnego ślimaka część wprowadzonego tworzywa stapiana jest statycznie tylko w czasie t_d , a inna – w czasie $(t_d + t_w)$. Partie wcześniejsze stapiane są statycznie w czasach odpowiednio dłuższych. Ponadto wszystkie partie podlegają stapianiu dynamicznemu w czasie rotacji ślimaka zależnym od warunków procesu.

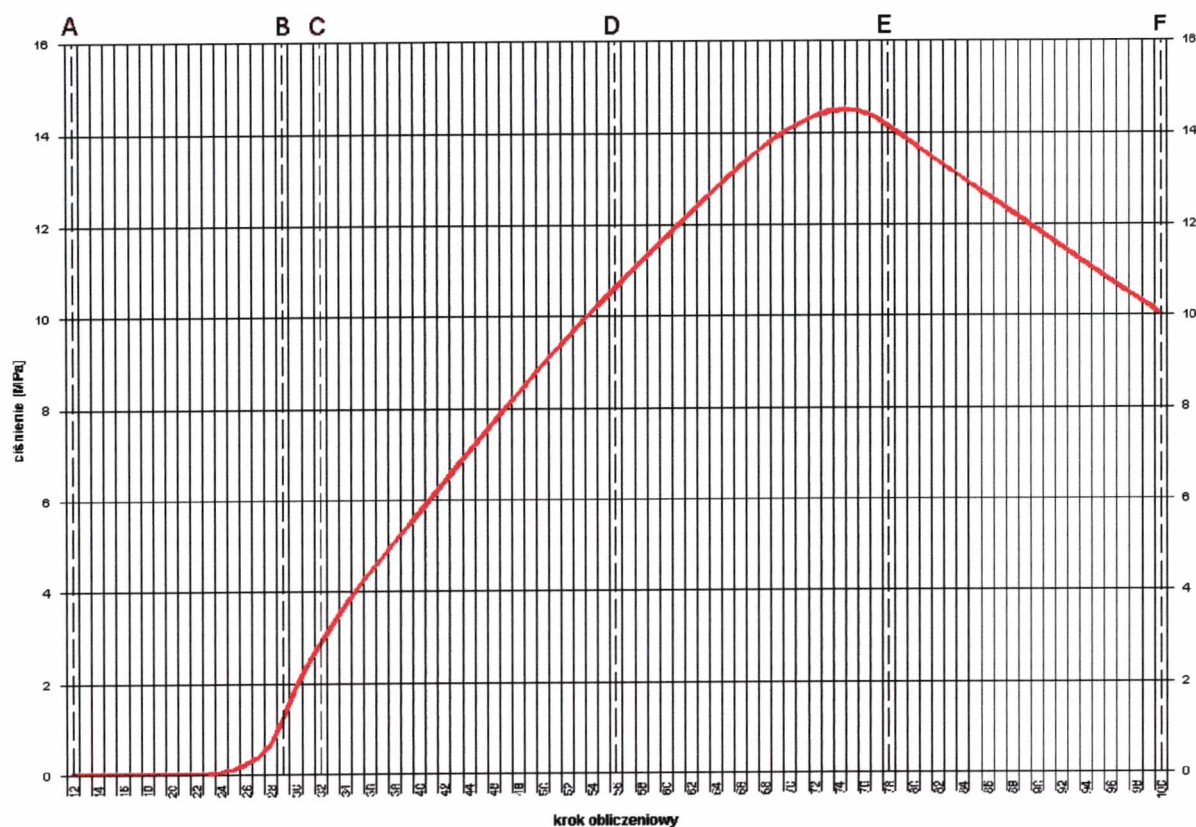
Na rysunku 36 przedstawiono profil temperatury tuż po okresie stapiania dynamicznego, czyli chwili tuż po zakończeniu obrotów ślimaka.



Rys. 36. Profil temperatury w procesie uplastyczniania przy wtryskiwaniu;
poziomą przerywaną linią zaznaczono temperaturę cylindra T_b (pozostałe oznaczenia w tekście);

Położenie początku strefy stapiania I_s , od którego rozpoczęto obliczanie profilu temperatury poprzez rozwiązanie równania energii, oznaczono na wykresie jako A. Widoczny nieznaczny wzrost temperatury jest typowy dla zwykle stosowanych parametrów roboczych i ślimaka o niewielkiej średnicy. Profil temperatury od początku strefy grzejnej do położenia I_s ma, zgodnie z założeniami opisanymi w pkt. 3.5.3, charakter paraboliczny, co jest wyraźnie widoczne na powyższym rysunku.

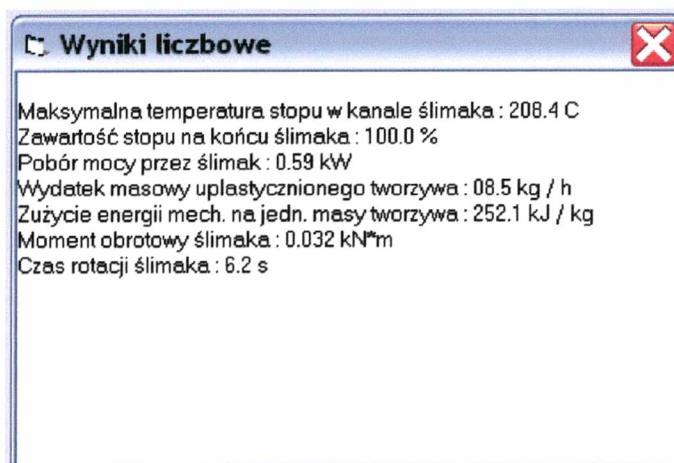
Na rysunku 37 przedstawiono profil ciśnienia odpowiadający momentowi zakończenia obrotów ślimaka. Zaznaczone położenia A, B oraz C odpowiadają początkom dynamicznych stref transportu tworzywa stałego, uplastyczniania wstępnego oraz uplastyczniania właściwego, natomiast położenia D, E oraz F oznaczają położenie końców geometrycznych stref zasilania, sprężania oraz dozowania.



Rys. 37. Profil ciśnienia w procesie uplastyczniania przy wtryskiwaniu
(oznaczenia w tekście)

Wykładniczy wzrost ciśnienia widoczny szczególnie pod koniec strefy transportu tworzywa stałego jest zgodny z wynikami badań doświadczalnych, o których wspomniano w pkt. 2.2.2.2. W strefie przejściowej (pomiędzy położeniami A oraz B), gdzie zastosowano średnią ważoną gradientów ciśnienia stref zasilania i stapiania, widoczne jest wyhamowanie trendu wykładniczego narastania ciśnienia. Strefa stapiania charakteryzuje się liniowym narastaniem ciśnienia, występujące ekstremum ma miejsce pod koniec geometrycznej strefy sprężania, a występujący w końcowej części kanału ślimaka liniowy, ujemny gradient ciśnienia przyjmuje taką wartość, aby ciśnienie na końcu ślimaka (położenie E) było równe założonemu ciśnieniu uplastyczniania. Taki przebieg zmian ciśnienia wynika z charakterystyki geometrycznej ślimaka oraz warunków technologicznych procesu.

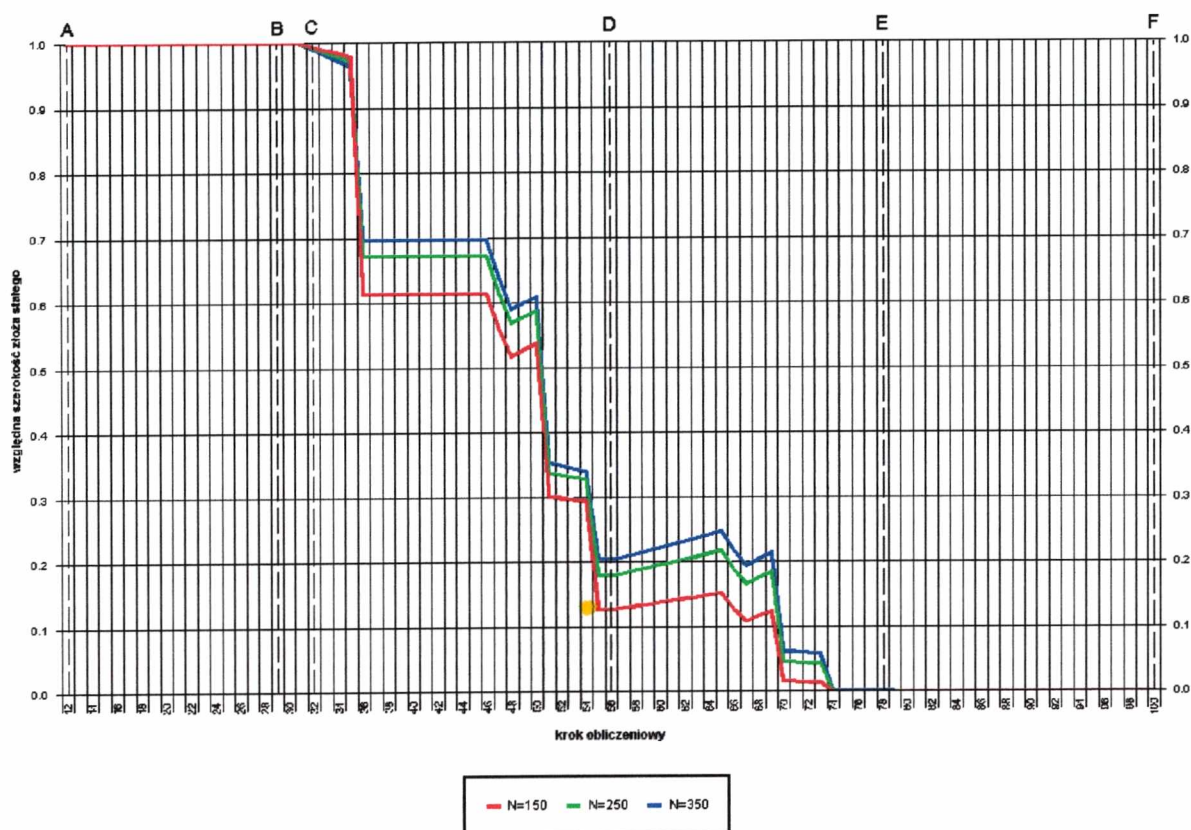
Generowane są również wyniki liczbowe innych wielkości wyjściowych. Oprócz wyników liczbowych profili względnej szerokości złoza stałego $\frac{X}{W}$, temperatury oraz ciśnienia, dostępne są także wartości takich wielkości wyjściowych jak maksymalna temperatura stopu, pobór mocy przez ślimak, wydatek masowy uplastycznionego tworzywa, czas rotacji ślimaka i inne, co przedstawiono na rysunku 38.



Rys. 38. Pozostałe charakterystyki wyjściowe procesu uplastyczniania

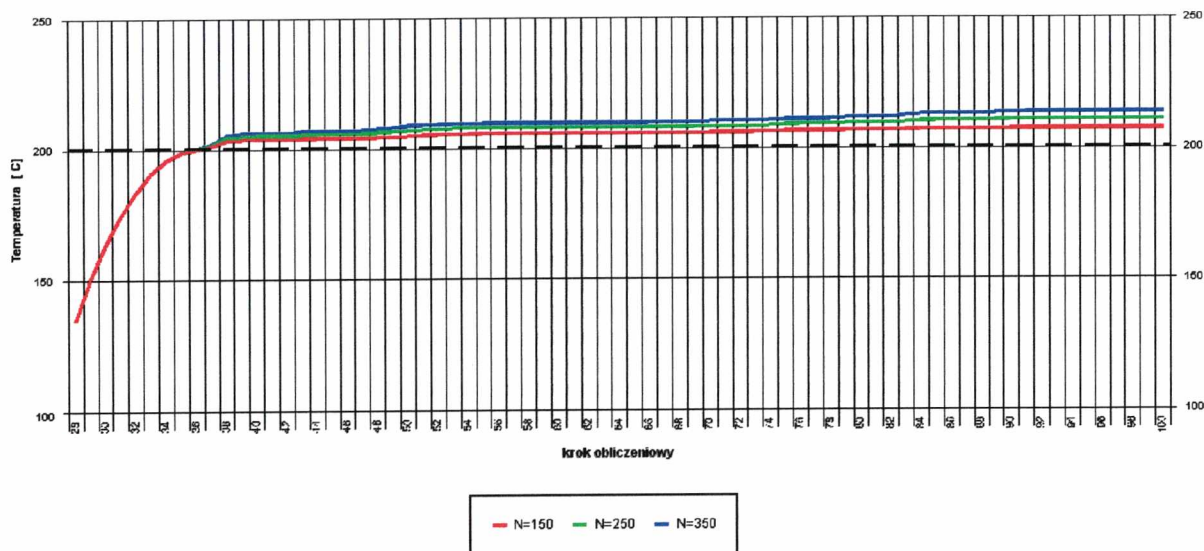
Poniżej przedstawione zostaną wyniki modelowania wpływu niektórych parametrów roboczych procesu wtryskiwania oraz wymiarów geometrycznych ślimaka na kształtowanie się różnych charakterystyk pracy wtryskarki.

Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na szybkość uplastyczniania przedstawiono na rysunku 39. Zaobserwować można wzrost względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka wraz ze zwiększaniem prędkości obrotowej ślimaka. Wytlumaczyć to można faktem, iż zwiększeniu prędkości obrotowej towarzyszy skrócenie czasu stapiania dynamicznego (przy stałym ciśnieniu uplastyczniania).

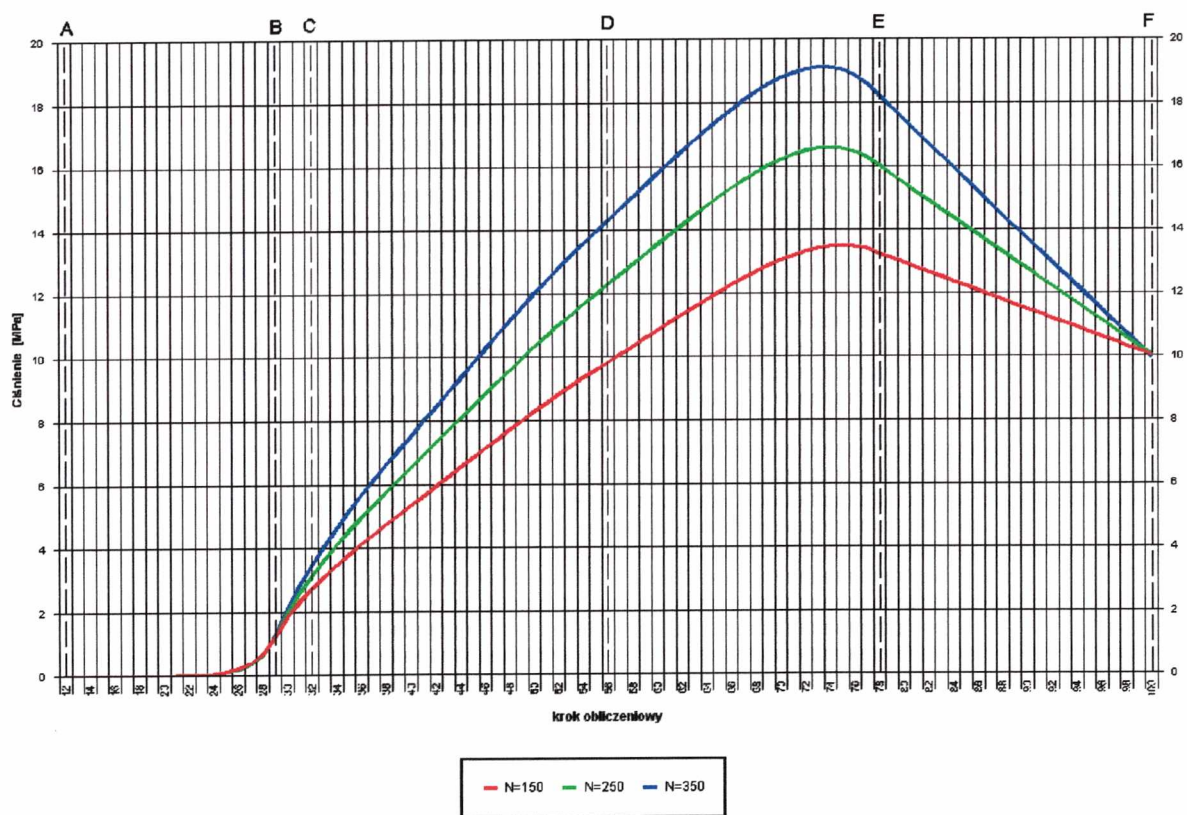


Rys. 39. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil względnej szerokości złoża stałego
tuż po zakończeniu rotacji ślimaka
(prędkości obrotowe podano w obr/min , oznaczenia A ÷ F – jak wcześniej)

Na rysunkach 40 oraz 41 przedstawiono wpływ prędkości obrotowej ślimaka na kształtowanie się profilu ciśnienia i temperatury. Zwiększanie prędkości obrotowej w przyjętym zakresie prowadzi do wzrostu ciśnienia i temperatury stopu na skutek wzrostu intensywności przepływu, bez istotniejszych zmian jakościowych w przebiegu obu profili. Należy zwrócić uwagę, że w przypadku zmian profilu ciśnienia, odpowiednio mała wartość prędkości obrotowej ślimaka mogłoby spowodować, że obserwowane ekstremum może w ogóle nie wystąpić.

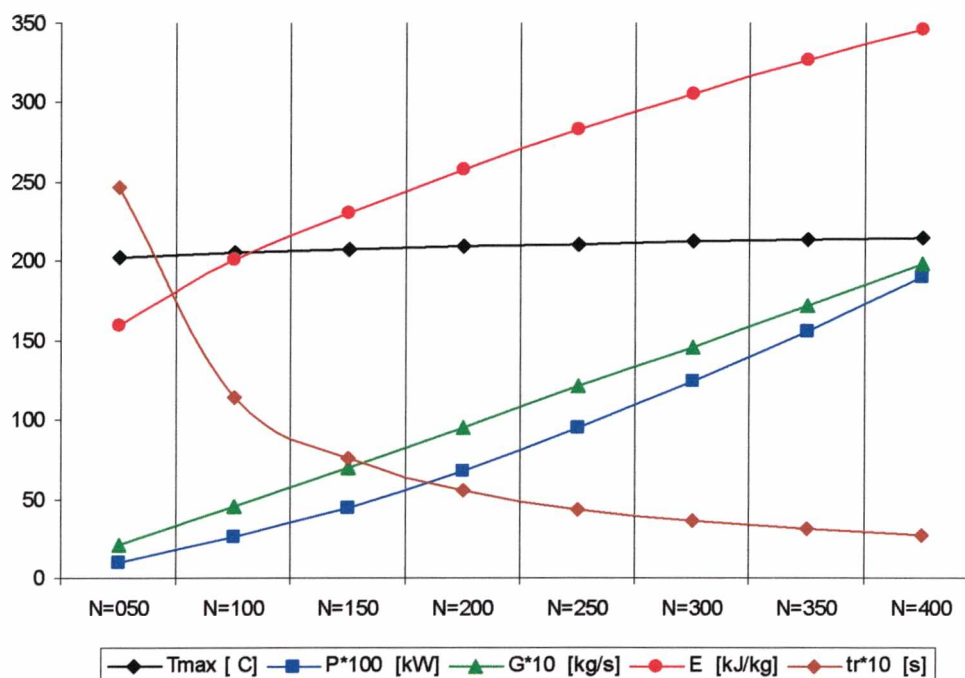


Rys. 40. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil temperatury na długości kanału
tuż po zakończeniu rotacji ślimaka (prędkości obrotowe podano w obr/min)



Rys. 41. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil ciśnienia na długości kanału
tuż przed zakończeniem rotacji ślimaka
(prędkości obrotowe podano w obr/min, oznaczenia A ÷ F – jak wcześniej)

Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na kształtowanie się innych charakterystyk procesu przedstawiono na rysunku 42.



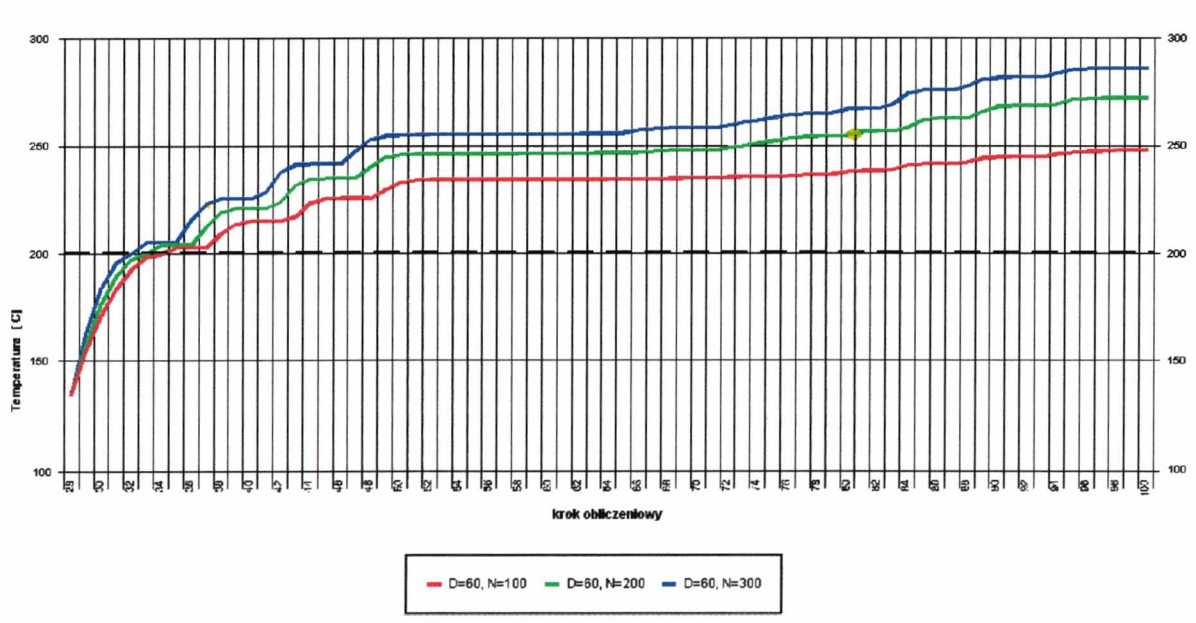
Rys. 42. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na kształtowanie się różnych charakterystyk procesu (prędkości obrotowe podano w obr/min, oznaczenia w legendzie:

T_{max} – maksymalna temperatura uplastycznionego tworzywa w kanale ślimaka, P – pobór mocy przez ślimak, G – wydatek masowy stopionego tworzywa, E – zużycie energii mechanicznej na jednostkę masy tworzywa, t_r – czas rotacji ślimaka)

Przebieg zmian zaprezentowanych powyżej charakterystyk jest zgodny z oczekiwaniami. Zaobserwować można wzrost mocy, wydatku masowego stopu oraz energii, asymptotyczny spadek czasu rotacji oraz niewielki wzrost maksymalnej temperatury stopu.

Na rysunku 43 zaprezentowany został wpływ szybkości rotacji ślimaka na temperaturę stopionego tworzywa wyznaczoną dla ślimaka o większej średnicy ($D = 60\text{mm}$) i w warunkach nieco odbiegających od wcześniej założonych ($H_z = 12\text{mm}$, $\frac{H_z}{H_d} = 3$, $N_5 = 4$, $T_b = 200^\circ\text{C}$, $t_w = 3\text{s}$, $p_p = 20\text{MPa}$, $N_4 = 3$, $m_0 = 50\,000$).

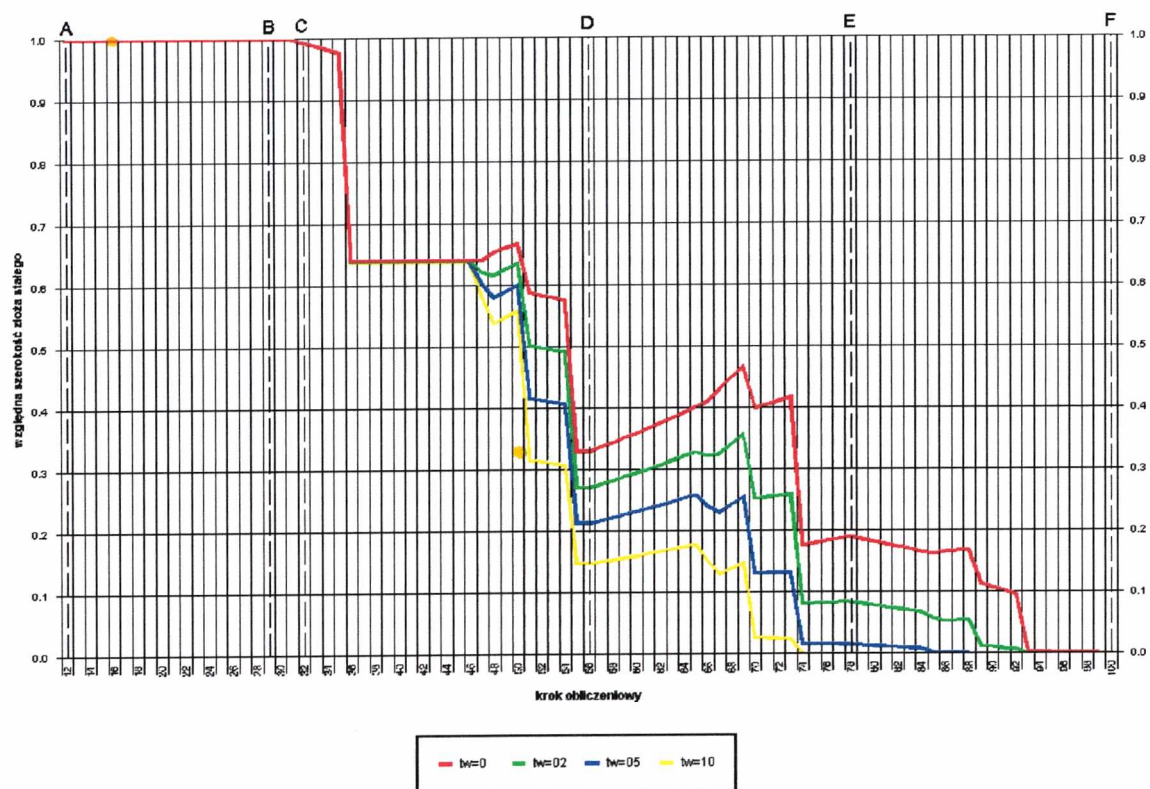
Wyraźnie widoczny duży wzrost temperatury stopu spowodowany jest przede wszystkim większym stopniem sprężania, dużym skokiem ślimaka przy wtrysku oraz wysokim ciśnieniem uplastyczniania, czyli ogólnie mówiąc wzrostem intensywności warunków przepływu. Dotyczy to prawdopodobnie także przyczyn powstawania obserwowanych „wahań” przebiegu krzywych temperatury.



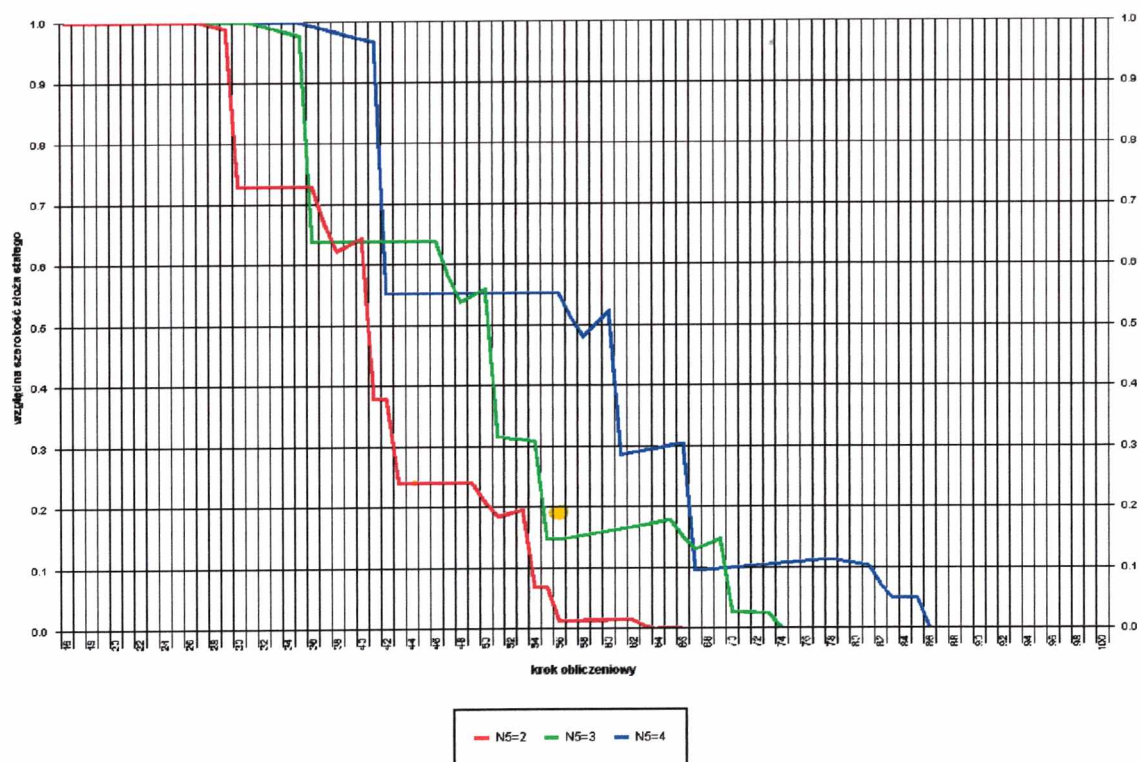
Rys. 43. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil temperatury na długości kanału tuż po zakończeniu rotacji ślimaka (prędkości obrotowe podano w obr/min, poziomą przerywaną linią zaznaczono temperaturę cylindra T_b)

Na rysunku 44 przedstawiono wpływ czasu t_w wystoju ślimaka w położeniu tylnym (czasu chłodzenia) na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka. Wyraźnie widoczny jest wpływ fazy stapiania statycznego na szybkość uplastyczniania materiału objawiający się wzrostem szerokości złoza ze skróceniem czasu chłodzenia.

Rysunek 45 przedstawia zależność względnej szerokości złoza stałego od skoku ślimaka podczas wtrysku. Ma tu miejsce spodziewany wzrost stopnia uplastycznienia tworzywa w przypadku zmniejszania skoku ślimaka, tzn. przy mniejszej objętości dozowania kanał ślimaka jest w mniejszym stopniu zapełniony tworzywem stałym.

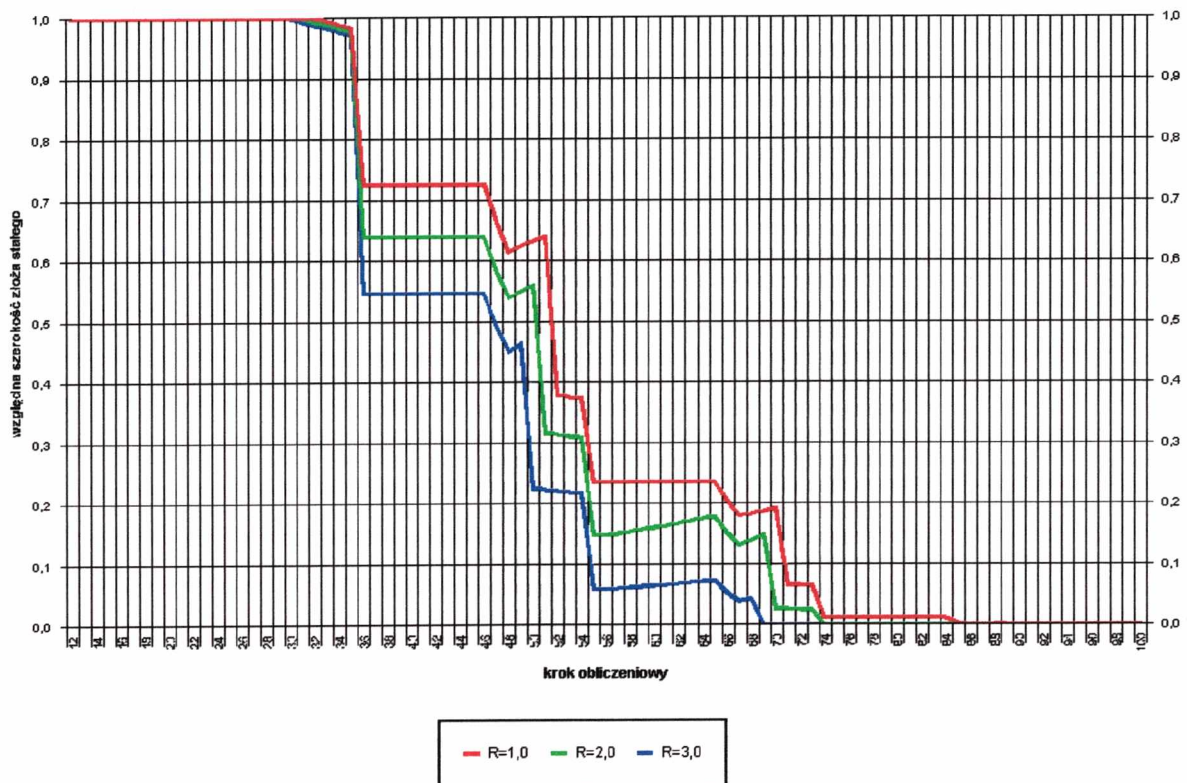


Rys. 44. Wpływ czasu t_w wystoju ślimaka na profil względnej szerokości złoża stałego
 tuż po zakończeniu rotacji ślimaka
 (czas t_w podano w sekundach , oznaczenia A ÷ F – jak wcześniej)

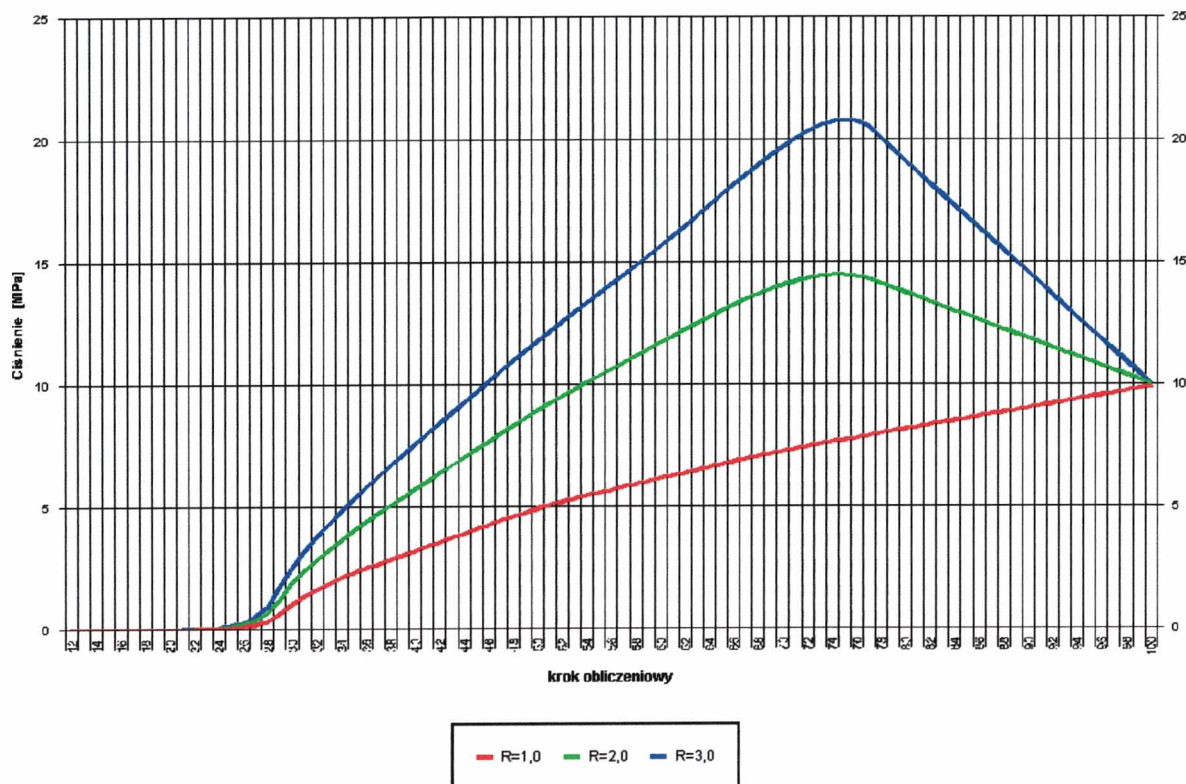


Rys. 45. Wpływ skoku ślimaka przy wtrysku N_5 na profil względnej szerokości złoża stałego
 tuż po zakończeniu rotacji ślimaka

Na rysunkach 46 i 47 przedstawiono wpływ stopnia sprężania ślimaka, wyrażonego jako $R = \frac{H_z}{H_d}$, na profile względnej szerokości złoza stałego oraz ciśnienia. Widoczne zwiększenie szybkości uplastyczniania (spadek zawartości tworzywa stałego w kanale) oraz silny wzrost wartości ciśnienia na całej prawie długości kanału ze wzrostem R są również zgodne z oczekiwanymi zmianami dynamiki tych procesów.

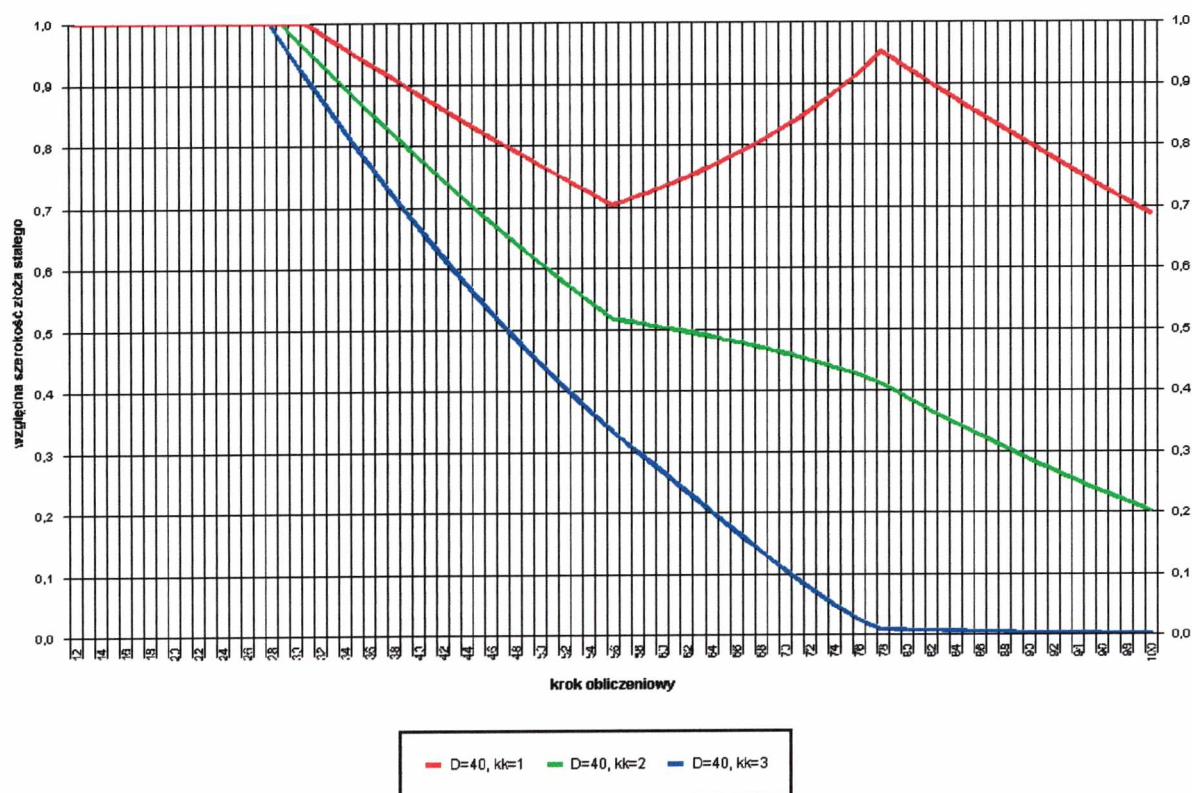


Rys. 46. Wpływ stopnia sprężania R na profil względnej szerokości złoza stałego
tuż po zakończeniu rotacji ślimaka

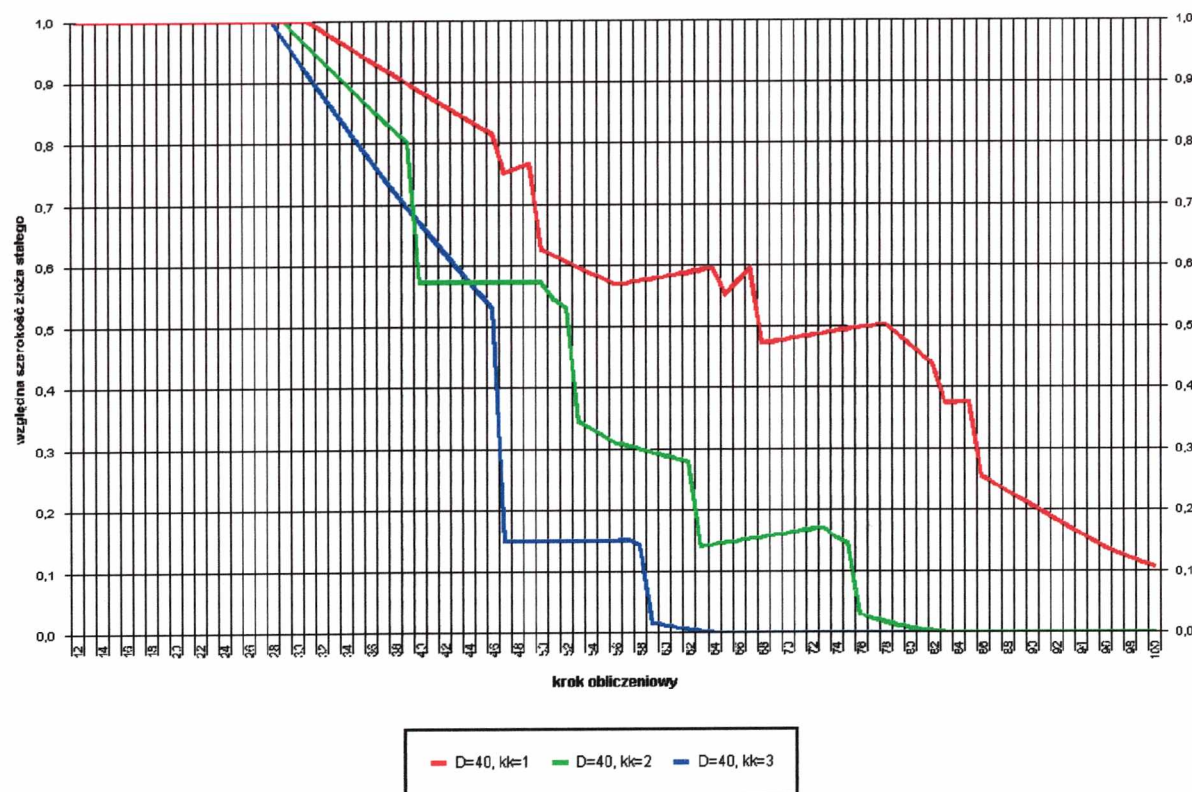


Rys. 47. Wpływ stopnia sprężania R na profil ciśnienia tuż po zakończeniu rotacji ślimaka

Na rysunku 48 i 49 zaprezentowano wpływ krotności kanału ślimaka ($D = S = 40\text{mm}$, $e = 6\text{ mm}$, $H_z = 8\text{mm}$, $H_d = 4\text{mm}$) na profil względnej szerokości złoża stałego w stanie ustalonym oraz po okresie stąpania dynamicznego. Widoczny duży wpływ K_k na szybkość stąpania wynika ze zmniejszania się ilości tworzywa w przekroju poprzecznym kanału wynikającego z umiejscowienia w nim kolejnych zwojów ślimaka.



Rys. 48. Wpływ krotności kanału K_k na profil względnej szerokości złoza stałego w stanie ustalonym



Rys. 49. Wpływ krotności kanału K_k na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu obrotów ślimaka

Charakterystyki wyznaczone przez model oraz kierunek ich zmian związanych ze zmianami warunków pracy lub geometrii ślimaka można uznać za jakościowo poprawne. Szybkości zmian względnej szerokości złoza stałego, jak również zmiany profilu ciśnienia są zgodne z obserwowanymi w rzeczywistości przebiegami tych charakterystyk. Zastanawiać może niewielki wzrost temperatur, których przebiegi przedstawiono na rysunkach 36 oraz 40. Trzeba jednak pamiętać, że do obliczeń modelowych przyjęto pewną średnią temperaturę cylindra, stąd przebiegi temperatur wyznaczone z modelu dla typowych warunków przetwórstwa będą miały najczęściej charakterystykę płaską, wykazując bardzo niewielki, rzędu kilku stopni, monotoniczny wzrost. W rzeczywistości, uwzględniając dość znaczne zróżnicowanie temperatur kolejnych stref grzejnych, funkcja ta może wykazywać nieco większą szybkość narastania.

Podsumowując, model komputerowy poprawnie reaguje na zmiany charakterystyk wejściowych, co przejawia się poprawną zmianą dynamiki procesu, natomiast ilościowa ocena tych zmian zostanie przedstawiona w następnym rozdziale.

5. DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA MODELU

W poprzednim rozdziale przedstawiono rezultaty obliczeń symulacyjnych procesu uplastyczniania ślimakowego przy wtryskiwaniu. Zaprezentowane wyniki symulacji świadczą o poprawnym jakościowo zachowaniu się modelu pod względem dynamicznym. Oznacza to, że zmiany różnych charakterystyk procesu uplastyczniania przy zmianie parametrów roboczych i geometrycznych nie odbiegają zasadniczo od tych, które obserwuje się w realnych procesach uplastyczniania ślimakowego.

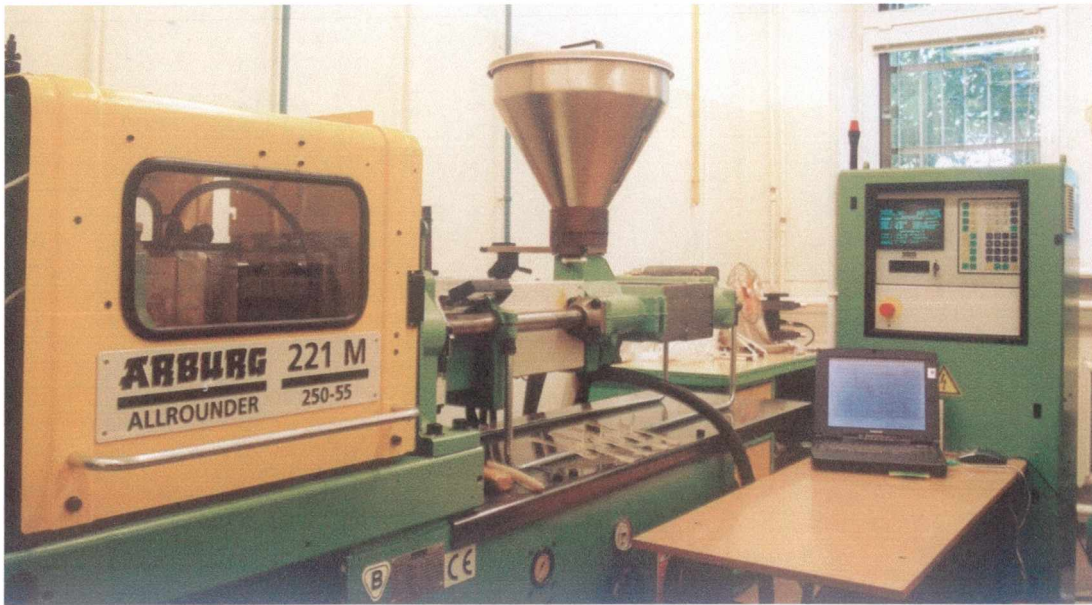
Niniejszy rozdział poświęcony jest doświadczalnemu sprawdzeniu zaprezentowanego wcześniej komputerowego modelu uplastyczniania ślimakowego w procesie wtryskiwania. Ważniejsze wielkości wyjściowe, którymi są profile względnej szerokości złoza stałego, temperatury oraz ciśnienia, jak również wartości poboru mocy przez układ uplastyczniający, masowego natężenia przepływu uplastycznionego materiału i czasu rotacji ślimaka są wielkościami, które można zmierzyć i w ten sposób określić poprawność oraz dokładność pracy modelu symulacyjnego.

Określenie profilu względnej szerokości złoza stałego związane jest ze znacznymi trudnościami technicznymi, gdyż wymaga bardzo szybkiego, częściowego wysunięcia ślimaka z cylindra oraz bezpośredniego pomiaru szerokości złoza stałego. Wyznaczenie profili temperatury i ciśnienia wymaga zainstalowania w cylindrze wtryskarki dodatkowego oprzyrządowania, takiego jak czujniki ciśnienia oraz temperatury. Pomiaru mocy zużywanej przez ślimak w trakcie procesu uplastyczniania oraz momentu obrotowego dokonać można za pomocą odpowiednich mierników sprzężonych bezpośrednio z układem napędowym ślimaka. Określenie sprawności energetycznej procesu umożliwia pomiar mocy elektrycznej pobieranej przez silnik i grzałki. Generalnie, opisane powyżej pomiary muszą być przeprowadzone na specjalnie stworzonym stanowisku pomiarowym, w którym głównym elementem jest odpowiednio oprzyrządowana jednostka uplastyczniająca wtryskarki.

Niestety, na dzień dzisiejszy nie dysponowano taką jednostką, a z powodów finansowych nie było również możliwości, żeby taką jednostkę stworzyć. Pomimo wysiłków nie uzyskano również żadnych informacji o istnieniu takiego oprzyrządowania w kraju lub zagranicą. W związku z tym jedyną wielkością, którą można było zmierzyć i w ten sposób pośrednio określić poprawność i dokładność modelu, był czas rotacji cofającego się ślimaka. Należy pamiętać, że wielkości wyjściowe omawianego procesu są wzajemnie skorelowane, zatem pomiar jednej z nich, z racji wzajemnego ich sprzężenia, może dostarczyć wymiernych informacji o jakościowym i ilościowym przebiegu procesu.

5.1. Stanowisko badawcze

Pomiarów czasu rotacji ślimaka dokonano na wtryskarce Arburg 221M Allrounder 250–55, przedstawionej na rysunku 50. Najważniejsze parametry geometryczne ślimaka i wtryskarki przedstawiono na rysunku 22 oraz 23.



Rys. 50. Stanowisko pomiarowe

Pomiar czasu rotacji przeprowadzany był poprzez jego odczyt z wyświetlacza szafy sterującej.

5.2. Plan badań

Weryfikacja zaproponowanego modelu symulacyjnego procesu uplastyczniania ślimakowego przy wtryskiwaniu dokonana została poprzez pomiar czasu ruchu obrotowego cofającego się ślimaka (czasu dozowania) podczas procesu wtryskiwania różnych termoplastów. Pomiarów czasu rotacji dokonano po ustaleniu się kwazirównowagi procesu, tzn. gdy po kilku cyklach wtryskowych mierzonych od momentu rozpoczęcia wtryskiwania wartości czasów rotacji ustaliły się, nie różniąc się od siebie więcej niż o kilka procent. Wykonano po 10 pomiarów w każdej serii pomiarowej, wyciągając następnie średnią arytmetyczną, która była podstawą do dalszych analiz.

Nastawiane parametry robocze podczas pomiarów obejmowały:

- temperatury poszczególnych stref grzejnych układu uplastyczniającego wtryskarki (stałe dla danego polimeru),
- czas wystoju w położeniu tylnym t_w (czas chłodzenia),
- czas docisku t_d ,
- ciśnienie uplastyczniania p_p (dwie wybrane wartości),
- szybkość obrotową N ślimaka wtryskowego (trzy wybrane wartości).

Średnia temperatura cylindra wyznaczona była jako średnia temperatur wszystkich pięciu stref grzejnych, natomiast skok ślimaka przy wtrysku limitowany był objętością detalu w formie i wynosił 19 cm^3 , co w przeliczeniu na liczbę zwojów podczas ruchu posuwistego do przodu daje w rezultacie $N_5 = 3$. Stała jest również odległość początku strefy grzejnej od zasobnika, wynosząca (w ilościach zwojów) $N_4 = 4$.

W tabeli 3 przedstawiono zastosowane w badaniach polimery oraz przyjęte szybkości obrotowe, ciśnienia uplastyczniania oraz czasy i temperatury poszczególnych stref grzejnych:

Tabela 3. Polimery oraz warunki pracy wtryskarki przyjęte w doświadczalnych pomiarach czasu rotacji ślimaka ($T_1 \div T_5$ – temperatury kolejnych stref grzejnych układu grzejnego wtryskarki)

warunki polimer	N [obr/min]	p_p [MPa]	t_w [s]	t_d [s]	T_1 [°C]	T_2 [°C]	T_3 [°C]	T_4 [°C]	T_5 [°C]
PELD Malen E PFS 4020	64	8	20	1	160	165	170	180	180
	192	8	20						
	320	8	25						
	64	24	10						
	192	24	20						
	320	24	25						
PP Malen P J – 400	64	8	20	5	170	180	190	200	210
	192	8	30						
	320	8	35						
	64	24	10						
	192	24	25						
	320	24	30						
PS Owispol KR	64	8	40	1	160	170	180	190	190
	192	8	50						
	320	8	55						
	64	24	30						
	192	24	20						
	320	24	20						
POM Delrin NC010	64	8	25	15	190	210	220	230	230
	192	8	40						
	320	8	40						
	64	24	10						
	192	24	40						
	320	24	40						
PA 6 Tarnamid T – 27	64	8	5	10	200	210	240	250	260
	192	8	10						
	320	8	15						

5.3. Charakterystyka materiałowa polimerów

W celu oceny przydatności zaproponowanego modelu do symulacji procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu zmierzono czasy rotacji cofającego się ślimaka przy określonych parametrach pracy wtryskarki i porównano je z czasami rotacji wyznaczonymi przez model symulacyjny.

Omawiając wcześniej model ten stwierdzono, że wymaga on wprowadzenia dosyć szerokiej charakterystyki materiałowej obejmującej w szczególności dane fizykochemiczne (m.in. temperaturę płynięcia, gęstości i właściwości cieplne polimeru w stanie stałym i stopionym) oraz dane reologiczne opisujące zależność lepkości stopu od warunków przepływu. Można przyjąć, że wymienione właściwości fizykochemiczne zależą w pierwszym rzędzie od charakteru struktury fizycznej i chemicznej polimeru, podczas gdy na właściwości reologiczne znaczny wpływ wywierają nawet niewielkie różnice w wielkości średniego ciężaru cząsteczkowego polimeru i jego rozkładu. Z tego też względu charakterystyka reologiczna, w przeciwieństwie do fizykochemicznej, może podlegać znacznym wahaniom nawet dla różnych gatunków jednego rodzaju polimeru. W tej sytuacji zdecydowano, że dane fizykochemiczne dla różnych termoplastów wykorzystywane w obliczeniach stanowić będą uśrednione wartości zaczerpnięte z różnych pozycji literaturowych, podczas gdy charakterystyka reologiczna oparta zostanie na bezpośrednich pomiarach lepkości polimerów stosowanych w badaniach doświadczalnych.

W tabeli 4 zestawiono uśrednione dane fizykochemiczne dla różnych termoplastów, które mogą być wykorzystane w obliczeniach symulacyjnych.

Wobec powyższego, przed dokonaniem odpowiednich obliczeń symulacyjnych, przeprowadzono pomiary lepkości w różnych temperaturach tworzyw użytych do doświadczalnej weryfikacji modelu, wyznaczając z nich stałe m_0 oraz n , jak również współczynnik temperaturowy lepkości a , po czym wprowadzono je jako dane wejściowe do modelu symulacyjnego.

Tabela 4. Właściwości fizykochemiczne wybranych tworzyw

tworzywo właściwość	PELD	PEHD	PP	PS	HIPS	PVC	PC	PMMA	POM	PA 6	SAN	ABS
T_m [°C]	115	135	165	130	130	135	230	160	180	215	130	130
f_c	0,40	0,40	0,45	0,50	0,50	0,45	0,40	0,50	0,30	0,50	0,50	0,50
f_s	0,35	0,35	0,40	0,45	0,45	0,40	0,35	0,45	0,20	0,45	0,45	0,45
ρ_0 [kg / m ³]	550	550	550	600	600	600	650	650	700	650	600	600
ρ_s [kg / m ³]	915	955	905	1055	1055	1275	1240	1200	1410	1150	1080	1040
ρ_m [kg / m ³]	780	780	750	955	955	1100	850	1100	1100	950	950	950
k_s [J / (m s deg)]	0,34	0,42	0,19	0,15	0,15	0,15	0,19	0,15	0,29	0,35	0,16	0,18
k_m [J / (m s deg)]	0,25	0,26	0,21	0,19	0,19	0,18	0,26	0,19	0,35	0,21	0,20	0,25
λ [kJ / kg]	138	245	234	-	-	20	-	-	236	230	-	-
c_s [kJ / (kg deg)]	2,4	2,7	2,0	1,3	1,3	1,0	1,4	1,4	1,5	1,8	1,1	0,9
c_m [kJ / (kg deg)]	2,4	3,3	2,5	2,2	2,0	1,9	2,2	2,3	2,3	2,8	2,1	2,2

Do wyznaczenia lepkości przygotowanych polimerów wykorzystano wiskozymetr kapilarny konstrukcji własnej (średnica dyszy $d = 1,18$ mm, długość dyszy $L = 8,0$ mm, średnica tłoka $d_t = 9,51$ mm) współpracujący z maszyną wytrzymałościową FPZ 10/1 firmy Heckert oraz komputerem z odpowiednim oprogramowaniem. Próbki termostatowano przez 5 minut. Temperaturę ustawiono z dokładnością $\pm 1^\circ\text{C}$. Dla każdego polimeru pomiary przeprowadzono w trzech różnych temperaturach.

Lepkość polimerów η wyznaczono przy założeniu, że spełnia ona równanie potęgowe

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = m \dot{\gamma}^{n-1} \quad (298)$$

gdzie:

τ - naprężenie ścinające,

$\dot{\gamma}$ - szybkość ścinania,

m, n – parametry równania potęgowego w danej temperaturze.

Rejestrując siłę nacisku F na tłok w zależności od szybkości jego ruchu v (równą szybkości ruchu stołu maszyny) naprężenie styczne i szybkość ścinania odniesione do ściany kapilary można wyznaczyć z zależności

$$\tau = \frac{Fd}{\pi d_t^2 L} \quad (299)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{8vd_t^2}{d^3} \frac{3n+1}{4n} \quad (300)$$

We wzorze (300) wyrażenie $\frac{3n+1}{4n}$ jest poprawką Rabinowitscha na efekty nienewtonowskie, przy czym wartość stałej materiałowej n w równaniu potęgowym wyznaczyć można jako tangens nachylenia prostej $\ln F = f(\ln v)$.

W tabeli 5 zamieszczono wartości stałych m oraz n , wyznaczone z pomiarów lepkości, przeprowadzonych w zakresie szybkości ścinania $10 - 1000 \text{ s}^{-1}$ w różnych temperaturach. Niektóre wyniki zaczerpnięte zostały z prac dyplomowych wykonanych w Zakładzie na przestrzeni ostatnich dwóch lat dla tych samych tworzyw, które zostały użyte w doświadczalnej weryfikacji modelu [167,168].

Tabela 5. Współczynniki równania potęgowego dla wybranych polimerów, wyznaczone doświadczalnie w różnych temperaturach.

polimer	współczynniki	temp. [°C]	m [Pa*s ⁿ]	n	temp. [°C]	m [Pa*s ⁿ]	n	temp. [°C]	m [Pa*s ⁿ]	n
PELD (Malen E PFS 4020 prod. Petrochemia Płock S.A.)		160	76000	0,248	180	44000	0,268	190	32000	0,329
PEHD [167] (Liten MB 66 prod. CHEMPETROL, Czechy)		180	9680	0,442	190	6520	0,487	200	5090	0,499
PP [168] (Malen P J-400 prod. Petrochemia Płock S.A.)		190	13294	0,415	200	11849	0,424	220	10535	0,490
PS (Owispol KR, prod. Dwory S.A.)		180	115000	0,241	190	76000	0,274	205	34000	0,295
POM (Delrin NC010 prod. DuPont)		230	18800	0,709	240	18084	0,712	250	15712	0,747

Mając dane 3 serie pomiarowe dla każdego tworzywa, można wyznaczyć wartość m_0 , średni wykładnik potęgowy $\bar{n}$ oraz współczynnik temperaturowy lepkości a . Zapisując równanie (298) w postaci

$$\eta = m_0 \exp [-a (T - T_m)] \dot{\gamma}^{\bar{n}-1} \quad (301)$$

i logarytmując otrzymuje się

$$\ln \eta = \ln m_0 - a (T - T_m) + (\bar{n} - 1) \ln \dot{\gamma} \quad (302)$$

Jest to zatem równanie liniowe postaci

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (303)$$

Mając dane trzy równania z danymi y , x_1 oraz x_2 ($\ln \eta$, $(T - T_m)$ oraz $\ln \dot{\gamma}$) wyznaczyć można trzy niewiadome a_0 , a_1 oraz a_2 , a z nich m_0 , $\bar{n}$ oraz a . Układy równań dla poszczególnych tworzyw rozwiązano metodą najmniejszych kwadratów, stosując wzory Kramera i otrzymując następujące wyniki:

Tabela 6. Wielkości reologiczne wyznaczone doświadczalnie dla różnych polimerów

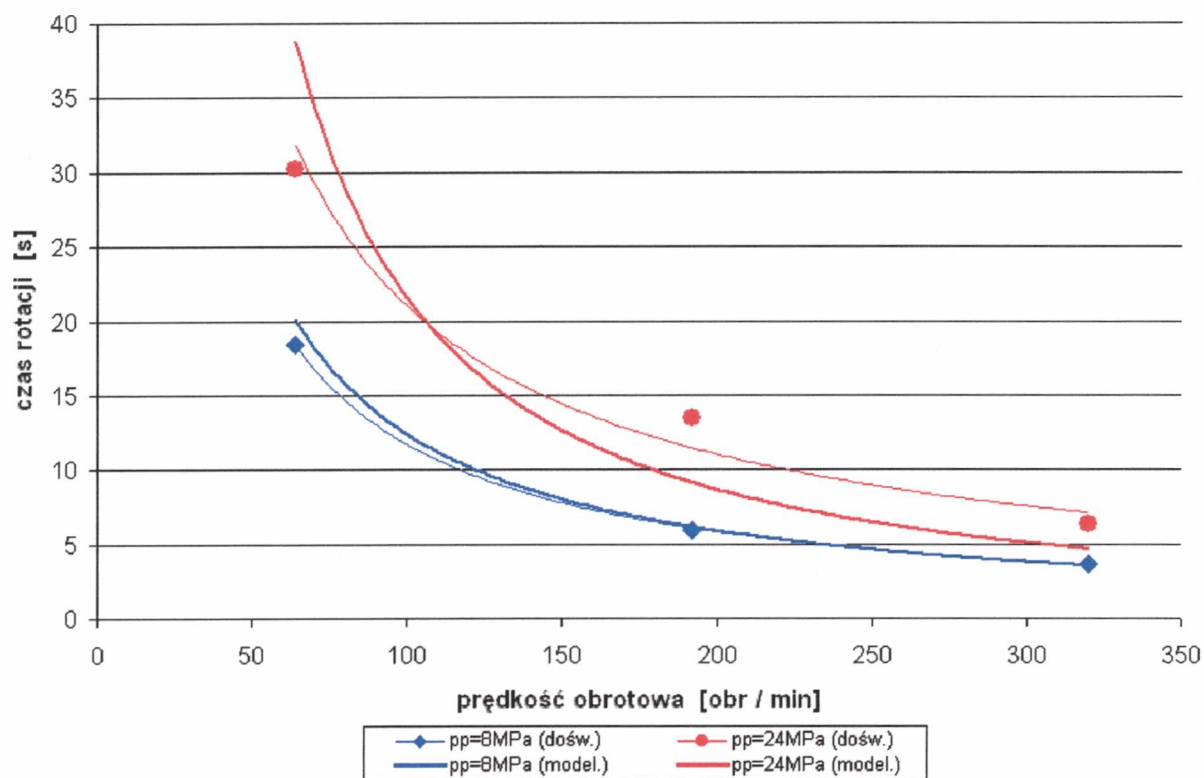
polimer	T_m [°C]	m_0 [Pa*s ^{$\bar{n}$}]	$\bar{n}$	a [deg ⁻¹]
PELD	110	137700	0,275	0,015
PEHD	135	19490	0,476	0,019
PP	165	9940	0,443	0,010
PS	130	696000	0,267	0,038
POM	180	17700	0,723	0,010
PA 6	220	3800	0,650	0,038

Pomiarów lepkości nie przeprowadzono dla PA6 z powodu trudności w wykonaniu pomiarów. Do obliczeń modelowych dla tego tworzywa przyjęto średnie wartości literaturowe współczynników m_0 , n oraz a , które także umieszczono w tabeli 6.

Wyznaczone w ten sposób średnie wartości m_0 , n oraz a zostały wprowadzone do modelu i dopiero na podstawie tak skorygowanych wartości stałych materiałowych przeprowadzono symulacje procesu uplastyczniania przy wtryskiwaniu dla tworzyw oraz warunków pracy wtryskarki przedstawionych w tabeli 3.

5.4. Porównanie wyników symulacji i doświadczeń

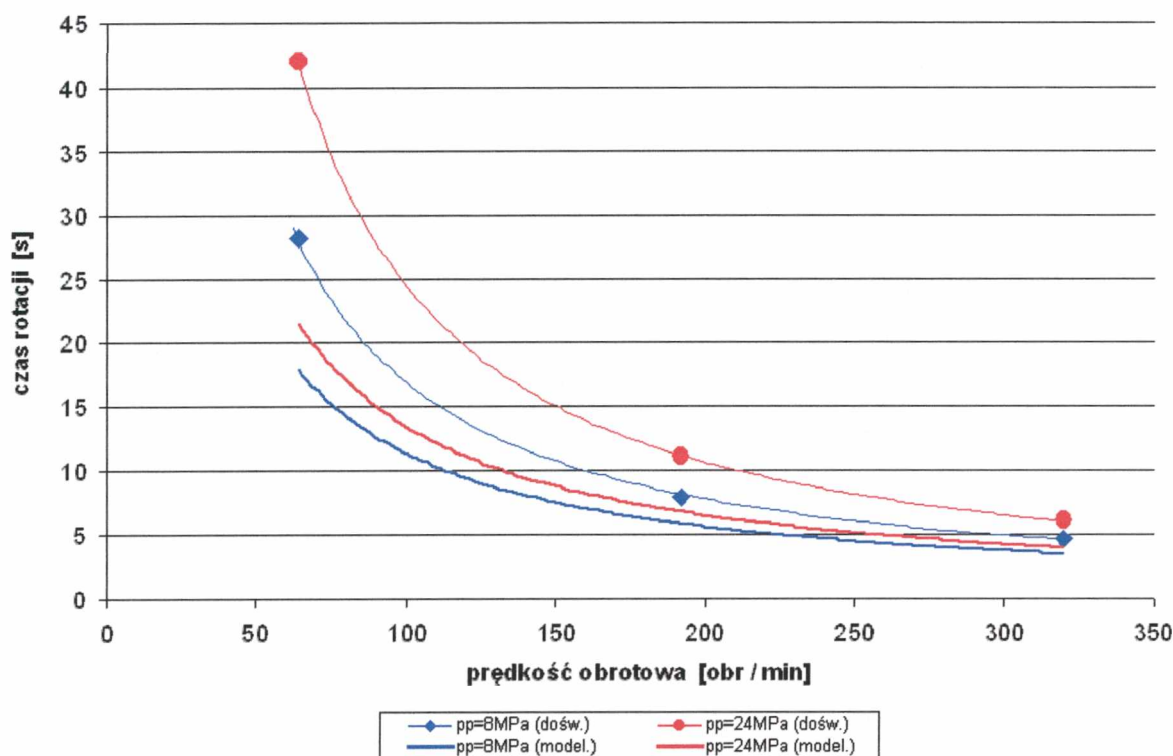
Na rysunku 51 zaprezentowano porównanie czasów rotacji wyznaczonych z modelu oraz doświadczalnie dla PP.



Rys. 51. Porównanie czasów rotacji dla PP

Zaobserwować można bardzo dobrą zgodność obu czasów, przy czym dla ciśnienia uplastyczniania równego 8 MPa zgodność jest idealna, natomiast dla p_p równego 24 MPa różnice przy skrajnych wielkościach prędkości obrotowych sięgają 25 %, przy czym czasy rotacji wyznaczone z modelu są większe od rzeczywistych dla mniejszych prędkości obrotowych, natomiast dla prędkości dużych występuje sytuacja odwrotna.

Na rysunku 52 przedstawiono porównanie czasów rotacji ślimaka zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych przez model w procesie wtryskiwania PELD. Zaobserwować można, że czasy rotacji obliczone z modelu są mniejsze od czasów zmierzonych doświadczalnie.

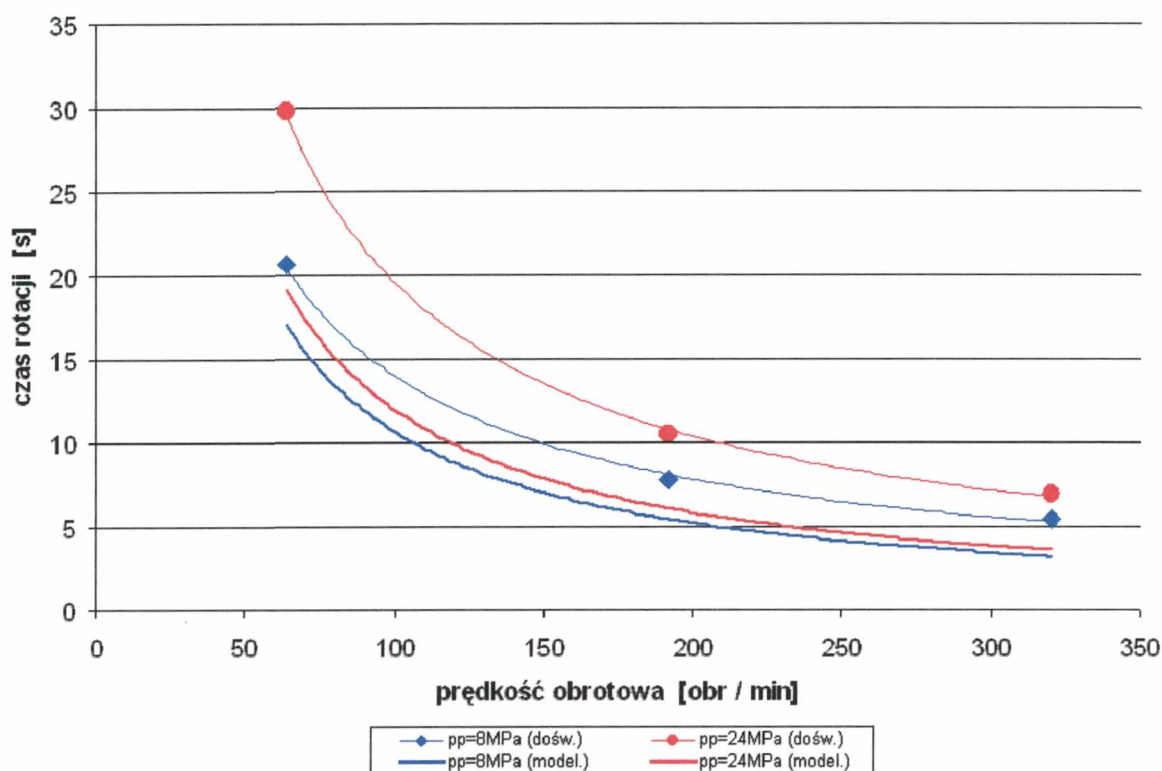


Rys. 52. Porównanie czasów rotacji zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych z modelu dla PELD

Średnie różnice w czasach rotacji wyznaczonych doświadczalnie i obliczonych z modelu sięgają 30 %, przy czym nieco wzrastają ze wzrostem ciśnienia uplastyczniania, zwłaszcza dla mniejszych prędkości obrotowych ślimaka.

Analizując powyższy wynik należy wziąć pod uwagę, że typowy zakres ciśnień uplastyczniania dla wtryskarki o średnicy ślimaka $D = 20$ mm wynosi ok. 5-15 MPa. Uwidacznia się tutaj pewna zależność przejawiająca się tym, że w przypadku ciśnienia uplastyczniania bardziej zbliżonego do warunków typowych, charakterystyki teoretyczna i doświadczalna są do siebie zbliżone w większym stopniu niż w przypadku ciśnienia uplastyczniania bardziej odbiegającego od wartości zwykle stosowanych. Co ważne, tendencja ta przejawia się w przypadku wszystkich analizowanych polimerów.

Rysunek 53 przedstawia porównanie czasów rotacji dla PS. W tym przypadku różnice czasów wyznaczonych oraz zmierzonych doświadczalnie są największe i dla p_p równego 24 MPa oraz dużych szybkości obrotowych sięgają 50 %. Dla ciśnienia uplastyczniania równego 8 MPa widoczne jest przesunięcie krzywej teoretycznej o mniej więcej stałą wartość równą ok. 3s w kierunku wartości mniejszych.



Rys. 53. Porównanie czasów rotacji dla PS

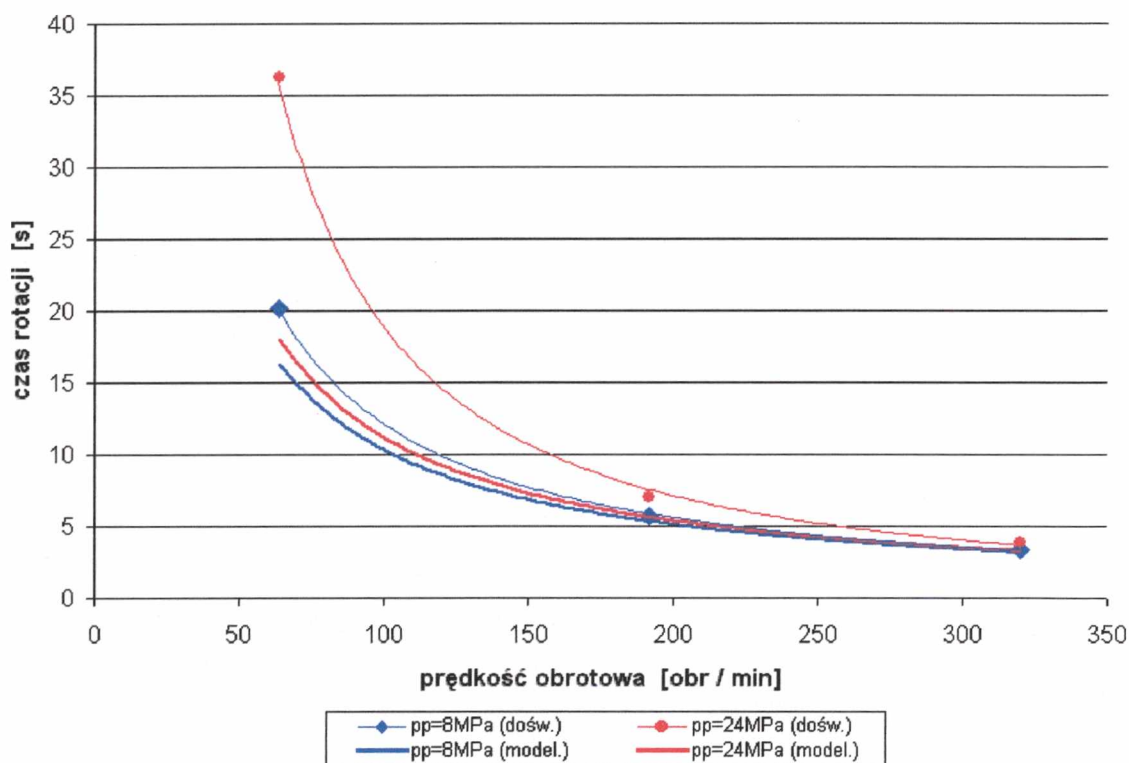
Takie zachowanie modelu może mieć ścisły związek z charakterystyką reologiczną analizowanego tworzywa, ponieważ jest on bardzo czuły na zmiany lepkości.

Obserwowane, krótsze czasy rotacji wyznaczone z modelu występują dla dużych lepkości stopu analizowanych polimerów. Wiąże się to bezpośrednio z bardzo dużymi wartościami wyznaczonego wcześniej współczynnika m_0 , który dla PELD wynosi ok. $1,4 \times 10^5$, natomiast dla PS aż 7×10^5 [$\text{Pa} \times \text{s}^n$]. W przypadku omawianych wcześniej PP oraz pozostałych tworzyw, których charakterystyki pokazano poniżej, parametr m_0 jest o rząd lub dwa mniejszy, co skutkuje mniejszą lepkością oraz lepszą zgodnością charakterystyk teoretycznej i doświadczalnej.

Należy jednak zwrócić uwagę, że wyznaczone wcześniej wartości m_0 mogą być nieco zawyżone, szczególnie dla PELD. Przyczyną tego jest nieduża wartość stosunku L / D kapilary, którą zastosowano do wyznaczania lepkości stopionych polimerów. Wynosi ona w przybliżeniu ok. 8, natomiast wpływ strat wlotowych (skutkujących większymi wartościami gradientu ciśnienia) na wyniki pomiarów można

uznać za pomijalnie mały dopiero dla wartości $L / D > 60$ [30]. Zatem można założyć, że naprężenie styczne obliczane ze wzoru (299) ma w rzeczywistości wartości nieco mniejsze od tych wyznaczonych doświadczalnie o ok. 10-20 % , przy czym dokładną wartość tych różnic określa tzw. poprawka Bagleya. Poprawki tej nie wyznaczono, ponieważ nie dysponowano kapilarami o różnych stosunkach L / D , stąd otrzymane wielkości τ oraz η mogą być nieco zawyżone, a co za tym idzie, obliczone czasy rotacji są nieco zaniżone w porównaniu do czasów potencjalnie wyznaczonych z uwzględnieniem poprawki Bagleya.

Na rysunku 54 przedstawiono porównanie czasów rotacji dla POM. Widoczna jest tutaj bardzo dobra zgodność czasów zmierzonych z przewidywaniami dla większych szybkości rotacji, natomiast w przypadku prędkości mniejszych różnice zdają się szybko rosnać, osiągając dla ciśnienia uplastyczniania 24 MPa oraz małych prędkości obrotowych wartości ponad 40 %.

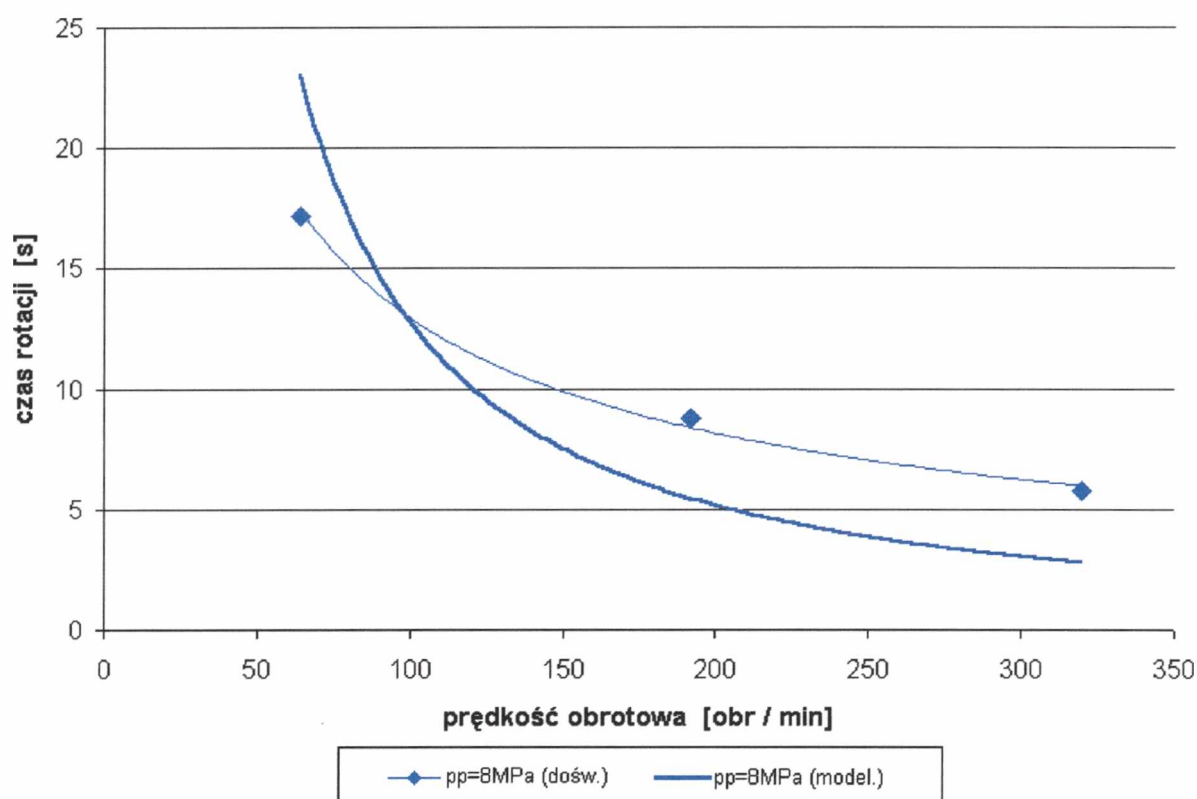


Rys. 54. Porównanie czasów rotacji dla POM

Bardzo niewielkie różnice czasów rotacji dla obu założonych ciśnień wynikają z dużego wykładnika n dla POM, wynoszącego ponad 0,7 oraz małego współczynnika temperaturowego a , co skutkuje, podobnie jak w przypadku PELD czy PS, dużymi wartościami lepkości dla tego polimeru, a co za tym idzie, krótkimi czasami rotacji, niezależnymi prawie od wartości ciśnienia uplastyczniania.

Na rysunku 55 przedstawiono porównanie czasów rotacji dla PA 6. Zauważyć tu można przecinanie się krzywych gdzieś w zakresie mniejszych prędkości obrotowych, a różnice w przypadku dużych prędkości nie przekraczają 50 %.

Z przyczyn technologicznych zbadano zachowanie się tworzywa tylko przy ciśnieniu uplastyczniania równym 8 MPa. Dla p_p równego 24 MPa stwierdzono doświadczalnie, że osiągnięcie założonego ciśnienia uplastyczniania jest niemożliwe niezależnie od stosowanych prędkości obrotowych ślimaka (czas rotacji ślimaka wydłużał się do nieskończoności).



Rys. 55. Porównanie czasów rotacji dla PA 6

Co ciekawe, model komputerowy również nie był w stanie zakończyć obliczeń dla ciśnienia uplastyczniania równego 24 MPa, symulując ciągły ruch obrotowy ślimaka ($t_r \rightarrow \infty$) w momencie osiągnięcia na jego końcu wartość ciśnienia ok. 15 MPa. Takie zachowanie modelu (zgodne z doświadczeniem) tłumaczyć można dużym współczynnikiem temperaturowym a dla PA 6 ($a \approx 0,04$) oraz bardzo małą wartością m_0 ($m_0 \approx 4 \times 10^3$), co implikuje bardzo małą lepkość stopu, a co za tym idzie, niemożność uzyskania odpowiednio dużego ciśnienia uplastyczniania na końcu ślimaka.

Na podstawie powyższych faktów stwierdzić można ogólnie dobrą zgodność pomiędzy wynikami doświadczalnymi a symulacjami modelowymi. Obserwowane różnice ilościowo nie przekraczają średnio 25 % przy bardzo dobrej zgodności jakościowej wyrażającej kształt i przebieg teoretycznych i doświadczalnych charakterystyk dla różnych tworzyw. Model komputerowy generuje, uśredniając przedstawione powyżej charakterystyki czasów rotacji, wyniki nieco zaniżone w stosunku do wyznaczonych doświadczalnie. Należy jednak zwrócić uwagę, że generalnie większe różnice ilościowe obserwuje się dla małych szybkości obrotowych ślimaka, bardziej charakterystycznych dla procesu wytłaczania. Symulacja procesu uplastyczniania prowadzonego przy większych prędkościach obrotowych, rzędu 150-300 obr/min, typowych dla wtryskiwania, daje o wiele lepszą zgodność wyników symulacji z doświadczeniem, co zdaje się korzystnie wpływać na ogólną ocenę poprawności modelu. Obserwowane różnice ilościowe tłumaczyć można niezbędną idealizacją niektórych założeń modelu symulacyjnego, prowadzących do ogromnego uproszczenia i tak niejednokrotnie skomplikowanych problemów matematycznych oraz numerycznych. Do podstawowych tego typu założeń upraszczających zliczyć można:

- Przyjęcie stałej prędkości U ruchu wstecznego wycofującego się ślimaka. Jak wiadomo, w rzeczywistości prędkość ta ulega zmianie w zależności od zmieniającej się w trakcie ruchu obrotowego względnej szerokości złoza stałego. Stała prędkość U w modelu wyznaczona została na podstawie stanu względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka, a więc momentu największego wypełnienia kanału tworzywem stałym.

- Obliczanie profili ciśnienia oraz temperatury na podstawie względnej szerokości złoza stałego wyznaczonej w momencie tuż po zakończeniu rotacji ślimaka. Moment ten odpowiada jednemu z dwóch stanów cyklu wtryskowego, z którym związane są pewne chwilowe wartości charakterystyk procesu uplastyczniania. W rzeczywistości wiele charakterystyk procesu (w tym np. pobór mocy czy czas rotacji ślimaka) stanowi wypadkową (średnią całkową) wszystkich stanów chwilowych położonych między obydwoma stanami skrajnymi i stad mogą różnić się od wartości wynikających z symulacji.
- W symulacji wykorzystywano, jako model stopionego polimeru, model cieczy lepkiej. Proces uplastyczniania przy wtryskiwaniu jest ze swej natury procesem nieustalonym, a więc zależnym od czasu, ponadto przebiega z dużą intensywnością. Uogólniony model cieczy newtonowskiej może więc nie oddawać w pełni charakterystyki tego procesu. Być może lepsze efekty dałoby wprowadzenie do programu modelu lepkosprężystego, co wiązałoby się jednak ze znacznym skomplikowaniem programu bez gwarancji sukcesu, gdyż modelowanie przepływu cieczy lepkosprężystych w procesach transportu ślimakowego ma dotychczas charakter bardzo ograniczony.
- Do obliczeń przyjęto stałą, średnią temperaturę cylindra T_b oraz średnie wartości współczynników charakteryzujących właściwości stałych i stopionych tworzyw. W rzeczywistości, zmienna temperatura cylindra na jego długości oraz zależność parametrów materiałowych od ciśnienia i temperatury może prowadzić do pewnych różnic pomiędzy wartościami wielkości wyjściowych obliczanych przy zmiennych i stałych wielkościach tych parametrów. Z drugiej strony, wprowadzenie do modelu komputerowego zmiennych wartości T_b oraz parametrów cieplnych spowodowałoby, że w celu rozwiązania takiego modelu należałoby rozwiązać silnie nieliniowe układy cząstkowych równań różniczkowych ze zmiennymi warunkami brzegowymi. Problem taki, już sam w sobie bardzo złożony, wymagałby poszukiwania odpowiednich algorytmów numerycznych rozwiązujących tego typu równania.

WNIOSKI KOŃCOWE

1. Na podstawie przeglądu literatury stwierdzić można, że brak było dotychczas kompleksowego modelu matematycznego i związanego z nim programu symulacyjnego procesu uplastyczniania ślimakowego przy wtryskiwaniu, mimo iż takie modele i programy w odniesieniu do innych procesów przetwórczych, np. wytłaczania, zapełniania formy wtryskowej, termoformowania czy formowania z rozdmuchem są dość rozpowszechnione, a nawet skomercjalizowane. Prawdopodobną przyczyną tego stanu rzeczy jest skomplikowany charakter omawianego procesu, wyrażający się ciągłą zmianą warunków uplastyczniania w trakcie cyklu wtryskowego, o czym świadczy fakt istnienia w literaturze jedynie prostych modeli cząstkowych dla wybranych etapów uplastyczniania wtryskowego, bez próby powiązania ich w logicznie spójna całość.
2. Stworzenie kompleksowego modelu matematycznego procesu uplastyczniania ślimakowego za pomocą ślimaka trójstrefowego wymagało rozwiązania co najmniej kilku problemów teoretycznych, które nie były dotąd znane z literatury. Do najważniejszych z nich należą: transport polimeru stałego oraz stopu przy wstecznym ruchu ślimaka, stapianie dynamiczne dla ślimaka trójstrefowego z uwzględnieniem jego ruchu wstecznego o założonym skoku, wpływ procesów stapiania statycznego i dynamicznego oraz ruchu posuwisto-zwrotnego ślimaka na zmiany położenia stref roboczych w czasie cyklu wtryskowego oraz metody obliczania rozkładu ciśnienia i temperatury w strefie przejściowej i stapiania w różnych momentach cyklu wtryskowego, zwłaszcza przy bardzo dużym wypełnieniu kanału ślimaka tworzywem stałym.
3. Stworzenie w oparciu o model matematyczny komputerowego programu symulacyjnego związane było z opracowaniem złożonego schematu obliczeniowego uwzględniającego wiele sprzężeń zwrotnych pomiędzy różnymi parametrami i stanami procesu. Należało także opracować szereg procedur numerycznych związanych np. z rozwiązywaniem nieliniowych równań algebraicznych, równań różniczkowych cząstkowych, układów równań,

całkowaniem numerycznym itp. W szerokim zakresie wykorzystano do tego celu metody iteracyjne i różnicowe. Opracowano także odpowiednie algorytmy sterujące, które zapewniają jak największą szybkość obliczeń, a ponadto wiele elementów użytkowych umożliwiających łatwe korzystanie z programu, np. łatwe wprowadzanie danych, ustawianie parametrów numerycznych oraz prezentacja wyników w postaci wykresów.

4. Przeprowadzone symulacje komputerowe w szerokim zakresie parametrów geometrycznych, roboczych i materiałowych umożliwiły określenie optymalnej charakterystyki numerycznej, np. wielkości kroku obliczeniowego, zapewniającej dobrą dokładność obliczeń przy możliwie dużej ich szybkości. Pozwoliły także na wprowadzenie pewnych zabezpieczeń, które uniemożliwiają wprowadzenie nierealnych danych wejściowych, np. wielkości skoku powodującego wysunięcie ślimaka z cylindra.
5. Badania symulacyjne wskazują także, że dynamiczna charakterystyka stworzonego modelu pod względem jakościowym odpowiada bardzo dobrze zachowaniu rzeczywistych układów uplastyczniających wtryskarek ślimakowych, a jakościowe zmiany obliczanych charakterystyk procesu, np. wydajności, poboru mocy, temperatury czy ciśnienia wraz ze zmianą określonych parametrów procesu, np. szybkości obrotowej ślimaka, stopnia sprężania, ciśnienia uplastyczniania itp. są zgodne z oczekiwanymi.
6. Doświadczalna weryfikacja modelu symulacyjnego ograniczona ze względów aparaturowych i finansowych do pomiarów czasu rotacji ślimaka przy uplastycznianiu kilku najbardziej popularnych termoplastów (PS, PELD, PP, POM, PA 6) wskazuje, że średnie różnice czasu rotacji mierzonego doświadczalnie oraz wyznaczonego symulacyjnie nie przekraczają 25 %, przy czym są one mniejsze w zakresie szybkości rotacji ślimaka oraz ciśnień uplastyczniania najbardziej typowych dla procesów rzeczywistych. Model symulacyjny był również w stanie przewidzieć nieskończenie długi czas rotacji (wycofywania się) ślimaka przy odpowiednio wysokim ciśnieniu uplastyczniania, który doświadczalnie zaobserwowano dla PA 6.

7. Przedstawiony model symulacyjny wymaga dalszych udoskonaleń idących zarówno w kierunku teoretycznego dopracowania niektórych problemów transportu ślimakowego polimerów w warunkach nieustalonych mogących podnieść dokładność obliczeń, jak i optymalizacji niektórych procedur numerycznych zwiększających szybkość obliczeń. Model wymagałby także dokładniejszej weryfikacji doświadczalnej związanej z budową kosztownego stanowiska pomiarowego, wyposażonego m.in. w mechanizm szybkiego wyjmowania ślimaka z cylindra dla oceny szerokości złoża stałego, czujników ciśnienia i temperatury w cylindrze, bezpośredniego pomiaru momentu obrotowego ślimaka, układu pomiaru mocy itp.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bernhardt E.C. (Ed.), *Processing of Thermoplastic Materials*, Reinhold, New York 1959.
- [2] McKelvey J.M., *Polymer Processing*, Wiley, New York 1962.
- [3] Klein J., Marshall D.I. (Eds.), *Computer Programs for Plastics Engineers*, Reinhold, New York 1968.
- [4] Tadmor Z., Klein I., *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Wiley-Interscience, New York 1970.
- [5] EXTRUD, SPR, Somerset, NJ, U.S.A.
- [6] MOLDFLOW, Kilsyth, Victoria, Australia.
- [7] C-MOLD, AC TECH, Ithaca, NY, U.S.A.
- [8] Manzione L.T., *Applications of Computer-Aided Engineering in Injection Molding*, Hanser, Munich 1987.
- [9] FIDAP, F.D.I, Evanston, IL, U.S.A. (obecnie własność FLUENT INC.).
- [10] POLYFLOW, Louvain-La-Neuve, Belgium. (obecnie własność FLUENT, INC.).
- [11] NEKTON, Creare.x, Hanover, NH, U.S.A. (obecnie własność FLUENT, INC.).
- [12] POLYCAD®, CAPPA-D, Chemical Engineering, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada. (obecnie własność PolyDynamics, Inc., Hamilton, Ontario, Canada).
- [13] Kanai T., Campbell G.A., *Film Processing*, Hanser Publishers, New York 1998.
- [14] Covas J., Agassant J.F., Diogo A.C., Vlachopoulos J., Walters K. (Eds.), *Rheological Fundamentals in Polymer Processing*, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands 1995.
- [15] Tucker C.L., *Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing*, Hanser Publishers, New York 1989.
- [16] Mitsoulis E., Vlachopoulos J., Mirza F.A., *Pol. Eng. Sci.*, 1985, **25**, 6.
- [17] Crawford R.J., Nugent P.J., *Plast. Rubb. Proc. Appl.*, 1989, 11.
- [18] Rachik M., *ANTEC Papers*, 1999, **45**, 316.
- [19] Wang S., Makinouchi A., Okamoto M., Kotaka T., Maeshima M., Ibe N., Nakagawa T., *ANTEC Papers*, 1999, **45**, 649.
- [20] Debbaut B., Homerin O., *Pol. Eng. Sci.*, 1999, **39**, 1812.
- [21] Laroche D., Kabanemi K.K., Pecora L., Diraddo R.W., *Pol. Eng. Sci.*, 1999, **39**, 1223.
- [22] Schmidt F.M., Agassant J.F., Bellet M., *Pol. Eng. Sci.*, 1998, **38**, 1399.
- [23] Satoh N., Tomiyama H., Kajiwara T., *Pol. Eng. Sci.*, 2001, **41**, 1564.
- [24] Smith S., Stolle D., *Pol. Eng. Sci.*, 2000, **40**, 1870.
- [25] Sakaki K., Katsumoto R., Kajiwara T., Funatsu K., *Pol. Eng. Sci.*, 1996, **36**, 1821.
- [26] Gao D.M., *ANTEC Papers*, 1999, **45**, 416.
- [27] Haagh G.A.A.V., Peters G.W.M., V. d. Voose F.N., Meijer H.E.H., *Pol. Eng. Sci.*, 2001, **41**, 449.
- [28] Capellmann R., Haberstroh E., *ANTEC Papers*, 2000, **46**, 683.
- [29] Ilinca F., Hetu J.F., *Pol. Eng. Sci.*, 2003, **43**, 253.
- [30] Wilczyński K., *Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych*, WNT, Warszawa 2001.

- [31] Xue S.-C., Phan-Thien N., Tanner, R.I., J. Non-Newt. Fluid Mech., 1995, **59**, 191.
- [32] Tzoganakis C., Karagiannis A., Pol. Eng. Sci., 1996, **36**, 1796.
- [33] POLYDYNAMICS INC., Hamilton, Ontario, Canada. Web site: www.polydynamics.com.
- [34] Vlachopoulos J., Mat. Konf. ATV-Semapp Meeting, Funen, Odense, Denmark, Feb. 1998.
- [35] Darnell W.H., Mol E.A., SPE Journal, 1956, **12**, 20.
- [36] Bernhardt E.C., *Processing of Thermoplastic Materials*, Reinhold Publishing Corp., New York, 1959.
- [37] McKelvey J.M., *Polymer Processing*, John Wiley & Sons, London 1962.
- [38] Maddock B.H., SPE Journal, 1959, **15**, 383.
- [39] Street B.H., Int. Plast. Eng., 1961, **1**, 289.
- [40] Z. Tadmor: Pol. Eng. Sci., 1966, **6**, 85.
- [41] Z. Tadmor, I. Duvdevani, I. Klein: Pol. Eng. Sci. , 1967, **7**, 198.
- [42] Maddock B.H., Smith D.J., SPE Journal, 1972, **28**, 12.
- [43] Rao N., Hagen K., Kramer A., Kunststoffe, 1979, **69**, 713.
- [44] Anders S., Brunner D., Jakob P., Plast. u. Kautsch., 1980, **27**, 687.
- [45] Zavatsky E., Karnis J., Rheol. Acta, 1985, **24**, 556.
- [46] Tadmor Z., Klein I., *Computer Programs for Plastic Engineers*, Reinhold Book Corp., New York, 1968.
- [47] Agur S., Vlachopoulos J., Pol. Eng. Sci., 1982, **22**, 1084.
- [48] Rao N., *Computer Aided Design of Plasticating Screws*, Hanser Verlag, Munich 1986.
- [49] Wilczyński K., Polimery, 1986, **31**, 264.
- [50] Wilczyński K., Polimery, 1986, **31**, 470.
- [51] Wilczyński K., Polimery, 1987, **32**, 383.
- [52] Wilczyński K., materiały konferencyjne „Simplast '88”, Kozubnik, październik 1988.
- [53] Lafleur P.G., Amellal K., Materiały do *Fifth Annual Meeting of International Polymer Processing Society*, Kyoto 1989, 282.
- [54] SSD, Single Screw Designer (dawniej PASS), P.P.I., Stevens Institute of Technology, Hoboken, NJ, U.S.A.
- [55] REX, Institut für Kunststofftechnologie, University of Paderborn, Paderborn, Germany.
- [56] CHEMEXTRUD, CEMEF, École des Mines, Sophia Antipolis, Valbonne, France.
- [57] EXTRUCAD, Vlachopoulos, J., Silvi, N., Vlcek, J., Japan Plast., 1992, **43**, 21.
- [58] Diakun J., Polimery, 1987, **32**, 199.
- [59] Diakun J., *Podstawy uaktywnienia strefy zasilania w konstrukcji wylaczarki ślimakowej*, Wydawnictwo Uczelniane WSI, Koszalin 1991.
- [60] Wilczyński K., *Teoria wytłaczania jednoślismakowego tworzyw wielkocząsteczkowych*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1989.
- [61] Lawal A., Railkar S., ANTEC Papers, 2001, **47**, 177.
- [62] Lai E., Yu D.W., Pol. Eng. Sci., 2000, **40**, 1074.
- [63] Nichetti D., Manas-Zloczower I., Pol. Eng. Sci., 1999, **39**, 887.
- [64] Sadhan C., ANTEC Papers, 2002, **48**, 758.

- [65] Hwang W.R., Kwon T.H., Pol. Eng. Sci., 2000, **40**, 702.
- [66] Anderson P.D., Galaktionov O.S., Peters G.W.M., Meijer H.E.H., ANTEC Papers, 2002, **48**, 241.
- [67] Avalosse T., Rubin Y., Epinat L., Slachmuylders E., ANTEC Papers, 2001, **47**, 762.
- [68] Martelli F.G., *Twin-Screw Extruders: A Basic Understanding*, Van Nostrand Reinhold, New York 1983.
- [69] Praca zbiorowa pod red. K. Wilczyńskiego: *Przetwórstwo Tworzyw Sztucznych*, Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [70] White J.L., *Twin Screw Extrusion*, Hanser Publishers, New York 1990.
- [71] Potente H., Bastian M., Pol. Eng. Sci., 2000, **40**, 584.
- [72] Potente H., Kretschmer K., Flecke J., Pol. Eng. Sci., 2002, **42**, 882.
- [73] AKRO-CO TWIN SCREW®, University of Akron, Akron, OH, U.S.A.
- [74] Vergnes B., Della Valle G., Delamare L., Pol. Eng. Sci., 1998, **38**, 1781.
- [75] Canedo E.L., ANTEC Papers, 1999, **45**, 123.
- [76] Ishikawa T., Kihara S., Funatsu K., Pol. Eng. Sci., 2000, **40**, 357.
- [77] Ishikawa T., Kihara S., Funatsu K., Pol. Eng. Sci., 2001, **41**, 840.
- [78] Avalosse T., Rubin Y., ANTEC Papers, 1999, **45**, 354.
- [79] Chiruvella R.V., Jaluria Y., Karwe M.V., Sernas V., Pol. Eng. Sci., 1996, **36**, 1531.
- [80] Bang, D.S., White, J.L., Int. Pol. Proc., 1997, **12**, 278.
- [81] <http://mug3.ue.eti.pg.gda.pl>
- [82] POLYEXPERT S.A., Athens, Greece.
- [83] O'Brien K.T., *Computer Modeling for Extrusion and Other Continuous Polymer Processes*, Hanser Publishers, New York 1992.
- [84] Gifford W.A., Pol. Eng. Sci., 2001, **41**, 1886.
- [85] Kihara S., Gouda T., Matsunaga K., Funatsu K., Pol. Eng. Sci., 1999, **39**, 152.
- [86] Wilczyński K., Szymaniak Z., Nastaj A., Polimery, 2000, **45**, 636.
- [87] Isayev A.I.(Ed.), *Injection and Compression Molding Fundamentals*, Marcel Dekker, Inc., New York 1987.
- [88] CADMOULD-3D, SIMCON, Herzogenrath, Niemcy.
- [89] TMCONCEPT, Plastics & Computer Inc., New Jersey, USA.
- [90] C-FLOW, Advanced CAE Technology, New York, USA.
- [91] McKAM-II, McGill University, Montreal, Kanada.
- [92] POLYCOOL-2, SDRC, San Diego, USA.
- [93] Wilczyński K., Tyszkiewicz A., *System komputerowego modelowania procesu wtryskiwania tworzyw – CADMOULD-3D*, materiały z Konferencji „Projektowanie, stosowanie i eksploatacja elementów maszyn i urządzeń z tworzyw sztucznych”, Częstochowa 1996.
- [94] Chang R.Y., Yang W.H., ANTEC Papers, 2001, **47**, 740.
- [95] Hetu J.F., Gao D.M., Garcia-Rejon A., Salloum G., Pol. Eng. Sci., 1998, **38**, 223.
- [96] Liu S.J., Pol. Eng. Sci., 1996, **36**, 807.
- [97] Kabanemi K.K., Vaillancourt H., Wang H., Salloum G., Pol. Eng. Sci., 1998, **38**, 21.
- [98] http://republika.pl/edward_ch/

- [99] http://www.pol.pl/informatyka/1996_02/
- [100] Kozłowski M., Pigłowski J., Steller R., *Polimery*, 1984, **29**, 257.
- [101] Rowell H.S., Finlayson D., *Engineering*, 1922, **114**, 606.
- [102] Smorawiński A., *Technologia wtrysku*, WNT, Warszawa 1984.
- [103] Johannaber F., *Kunststoffe*, 1981, **71**, 702.
- [104] Perwadschuk W.P. i in., *Plaste u. Kautsch.*, 1982, **29**, 237.
- [105] Natow M., Kabaiwanow H., *Paste u. Kautsch.*, 1978, **25**, 589.
- [106] Kautz G., Rao N., *Kunststoffe*, 1976, **66**, 545.
- [107] Kaufman A., Pinsolle F., *Plastverarbeiter*, 1982, **33**, 153.
- [108] Tanner R.I., *Engineering Rheology*, Clarendon Press, Oxford 1985.
- [109] Rodgers A.P. J. *App. Pol. Sci.*, 1993, **48**, 1061.
- [110] Torner R.W., *Teoreticeskije osnovy pererabotki polimerov*, Chimija, Moskwa, 1977.
- [111] Priwalko W.P., *Sprawochnik Po Fizičeskoj Chimii Polimierow*, Naukowa Dumka, Kijów 1984.
- [112] Tadmor Z., Gogos C.G., *Principles of Polymer Processing*, John Willey & Sons, New York, 1979.
- [113] Campbell G.A., Sweeney P.A., Felton J.R., *ANTEC Papers*, 1991, **37**, 219.
- [114] Sikora R., Sasimowski E., *Int. Pol. Proc.*, 2000, **15**, 1.
- [115] Sikora R., Sasimowski E., *Polimery*, 2000, **45**, 141.
- [116] Sun J., Rauwendaal Ch., *ANTEC Papers*, 2002, **48**, 252.
- [117] Basow N.I., Kazankow Yu.W., *Litjeweje Formowanije Polimierow*, Chimija, Moskwa 1984.
- [118] Walker D.M., *Chem. Eng. Sci.*, 1966, **21**, 975.
- [118] Wieghardt K., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1975, **7**, 89.
- [120] Szczepiński W., *Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich*, PWN, Warszawa 1974.
- [121] Lovergrove J.G.A., Williams J.G., *Journal Mech. Eng. Sci.*, 1973, **15**, 114.
- [122] Lovergrove J.G.A., Williams J.G., *Pol. Eng. Sci.*, 1974, **14**, 589.
- [123] Broyer E., Tadmor Z., *Pol. Eng. Sci.*, 1972, **12**, 2.
- [124] Tadmor Z., Broyer E., *Pol. Eng. Sci.*, 1972, **12**, 378.
- [125] Ch. I. Chung, *SPE Journal*, 1970, May, 33.
- [126] Ch. I. Chung, *Pol. Eng. Sci.*, 1975, **15**, 29.
- [127] Maddock B.H., *SPE Journal*, 1960, **16**, 71.
- [128] Stasiek J., *Polimery*, 1983, **1**, 26.
- [129] Tadmor Z., Kacir L., *Pol. Eng. Sci.*, 1972, **12**, 387.
- [130] Hinrichs D.R., Lilleleht L.U., *Pol. Eng. Sci.*, 1970, **10**, 268.
- [131] Lindt J.T., *Pol. Eng. Sci.*, 1976, **16**, 284.
- [132] Halmos A.L., Pearson J.R.A., Trottnow R., *Polymer*, 1978, **19**, 1199.
- [133] Elbirlı B., Lindt J.T., *Pol. Eng. Sci.*, 1984, **24**, 988.
- [134] Chung Ch., *Modern Plastics*, 1968, **45**, 178.
- [135] Mondvai I., Halasz L., Molnar I., *Plaste u. Kautsch.*, 1973, **20**, 630.
- [136] Fenner R.T., Edmondson I.R., *Polymer*, 1975, **16**, 49.
- [137] Donovan R.C., *Pol. Eng. Sci.*, 1971, **11**, 247.

- [138] Shapiro J., Pearson J.R.A., Report No.5, Dep. of Chem. Engineering, Imperial College, Londyn, Wielka Brytania 1974.
- [139] Menges G., Klenk P., *Kunststoffe*, 1967, **57**, 598.
- [140] Griffith R.M., *Ind. Eng., Chem. Fund.* 1962, **1**, 180.
- [141] Zamodits H., Pearson J.R.A., *Trans. Soc. Rheol.*, 1969, **13**, 357.
- [142] Colwell R.E., Nichols K.R., *Ind. Eng., Chem. Fund.* 1959, **51**, 841.
- [143] Kroesser F.W., Middleman S., *Pol. Eng. Sci.*, 1967, **7**, 5.
- [144] Kruger H., *Kunststoffe*, 1963, **53**, 711.
- [145] Steller R., Iwko J., *Int. Pol. Proc.*, 2001, **16**, 241.
- [146] Rowell H.S., Finlayson D., *Engineering*, 1922, **114**, 606.
- [147] Booy M.L., *Soc. Plastics Engrs. Trans.*, 1963, **3**, 176.
- [148] Griffith R.M., *I. & E. C. Fundam.*, 1962, **1**, 180.
- [149] Kroesser F.W., Middleman S., *Pol. Eng. Sci.*, 1965, **5**, 231.
- [150] Glyde B.S., Holmes-Walker W.A., *Int. Plast. Eng.*, 1962, **2**, 338.
- [151] Colwell R.E., Nicholls K.R., *Ind. Eng. Chem. J.*, 1959, **51**, 841.
- [152] Rauwendaal Ch., *Polymer Extrusion*, New York, Hanser Publishers 1991.
- [153] Steller R., *Pol. Eng. Sci.*, 2001, **41**, 1859.
- [154] Steller R., *Plaste u. Kautsch.*, 1989, **36**, 26.
- [155] Hensen F., Knappe W., Potente H., *Handbuch der Kunststoff – Extrusionstechnik*, Carl Hanser Verlag, München 1989.
- [156] Koch M., *Berechnung und Auslegung von Nutbuchsenextrudern*, Potente H., Paderborn 1987.
- [157] Steller R., Iwko J., *Int. Pol. Proc.*, 2001, **16**, 249.
- [158] Donovan R.C., *Pol. Eng. Sci.*, 1974, **14**, 101.
- [159] Lipshitz S.D., Lavie R., Tadmor Z., *Pol. Eng. Sci.*, 1974, **14**, 553.
- [160] Donovan R.C., *Pol. Eng. Sci.*, 1971, **11**, 361.
- [161] Carslaw H.R., Jaeger J.C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford at Clarendon Press, Londyn 1959.
- [162] Ingersoll L.R., Zobel O.J., Ingersoll A.C., *Heat Conduction, with Engineering, Geological, and Other Applications*, Univ. of Wisconsin Press, Madison 1954.
- [163] Donovan R.C., Thomas D.E., Leversen L.D., *Pol. Eng. Sci.*, 1971, **11**, 353.
- [164] Eckert E.R.G., Drake R.M., *Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill Book Co., New York 1959.
- [165] Tadmor Z., *Pol. Eng. Sci.*, 1974, **14**, 112.
- [166] Steller R., Galina H., Żuchowska D., Raport SPR nr 8, ITOTS, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1987.
- [167] Bandrowicz I., *Właściwości mechaniczne i reologiczne kompozycji PEHD z wypełniaczami proszkowymi*, Praca magisterska, ITOTS, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2002.
- [168] Baranowska M., *Kompatybilizacja PE i PP kauczukiem etylenowo-propylenowo-dienowym*, Praca magisterska, ITOTS, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2001.

SPIS RYSUNKÓW

Rys. 1. Schemat typowego ślimaka trójstrefowego z wyróżnionymi geometrycznymi strefami zasilania, sprężania oraz dozowania	22
Rys. 2. Charakterystyka geometryczna układu uplastyczniającego	22
Rys. 3. Eksperymentalny pomiar ciśnienia na długości układu ślimakowego wylączarki	25
Rys. 4. Schemat przekroju podłużnego zasobnika przedstawiający bilans sił działających na elementarną warstwę tworzywa	32
Rys. 5. Rozkład ciśnienia p_0 w obszarze leja zasypowego	34
Rys. 6. Schemat mechanizmu transportu warstwy tworzywa stałego w kanale ślimaka	36
Rys. 7. Schemat obciążenia warstwy stałej tworzywa w kanale ślimaka	37
Rys. 8. Przekroje kanału otrzymane w wyniku eksperymentu Tadmora	45
Rys. 9. Przekrój poprzeczny kanału ślimaka w strefie stapiania wg modelu Tadmora	45
Rys. 10. Warunki przepływu w strefie uplastyczniania	46
Rys. 11. Przekroje kanału otrzymane w wyniku doświadczenia przeprowadzonego przez Lindta	52
Rys. 12. Model stapiania wg Lindta	54
Rys. 13. Geometryczne oraz kinematyczne warunki przepływu w modelu transportu stopu	59
Rys. 14. Zależność współczynników kształtu od stosunku wysokości do szerokości kanału	61
Rys. 15. Charakterystyka jednowymiarowego przepływu cieczy potęgowej dla różnych wartości wykładnika potęgowej	63
Rys. 16. Charakterystyka dwuwymiarowego przepływu cieczy potęgowej dla różnych wartości wykładnika potęgowej	65
Rys. 17. Porównanie bezwymiarowych szybkości przepływu stopu w różnych kierunkach	68
Rys. 18. Schemat ideowy wtryskarki ślimakowej	69
Rys. 19. Przekrój poprzeczny kanału ślimaka oraz rozkład temperatury na wysokości kanału	73
Rys. 20. Podstawowe wielkości geometryczne ślimaka wtryskowego oraz parametry robocze pracy wtryskarki	82
Rys. 21. Przekrój poprzeczny kanału w strefie stapiania właściwego	83
Rys. 22. Parametry geometryczne ślimaka, które należy wprowadzić do modelu	85
Rys. 23. Parametry robocze wtryskarki, które należy wprowadzić do modelu	86
Rys. 24. Właściwości fizykochemiczne oraz reologiczne tworzywa, które należy wprowadzić do modelu	87
Rys. 25. Schemat mechanizmu transportu warstwy tworzywa stałego w kanale ślimaka w procesie wtryskiwania	92
Rys. 26. Schematyczny przebieg zależności ciśnienia w strefie przejściowej od położenia w kierunku z wynikający ze wzoru (200)	102
Rys. 27. Schematyczny przebieg zależności ciśnienia w strefie przejściowej od położenia w kierunku z wyznaczonego ze wzoru (211)	104
Rys. 28. Prędkości wywołujące ruch wleczony stopu w obszarze III	119
Rys. 29. Przykładowa zależność przedstawiająca zbieżność obliczeń dla zadanej wartości ciśnienia uplastyczniania równej 8 MPa	129
Rys. 30. Zaawansowane funkcje i parametry modelu	131
Rys. 31. Szczegółowy algorytm matematycznego modelu procesu uplastyczniania ślimakowego polimerów podczas wtryskiwania	136
Rys. 32. Wpływ zagęszczenia obliczeń (wartości kroku obliczeniowego W_s) na profil względnej szerokości złoza stałego	139

Rys. 33. Wpływ wartości wykładnika równania potęgowego lepkości n oraz szybkości procesora na czas wykonania obliczeń	141
Rys. 34. Wpływ wartości kroku obliczeniowego W_s oraz szybkości procesora na czas wykonania obliczeń	141
Rys. 35. Względna szerokość złoza stałego w procesie uplastyczniania przy wtryskiwaniu	142
Rys. 36. Profil temperatury w procesie uplastyczniania przy wtryskiwaniu	144
Rys. 37. Profil ciśnienia w procesie uplastyczniania przy wtryskiwaniu	145
Rys. 38. Pozostałe charakterystyki wyjściowe procesu uplastyczniania	146
Rys. 39. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	147
Rys. 40. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil temperatury na długości kanału tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	148
Rys. 41. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil ciśnienia na długości kanału tuż przed zakończeniem rotacji ślimaka	148
Rys. 42. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na kształtowanie się pozostałych charakterystyk procesu	149
Rys. 43. Wpływ prędkości obrotowej ślimaka na profil temperatury na długości kanału tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	150
Rys. 44. Wpływ czasu t_w wystoju ślimaka na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	151
Rys. 45. Wpływ skoku ślimaka przy wtrysku N_s na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	151
Rys. 46. Wpływ stopnia sprężania R na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	152
Rys. 47. Wpływ stopnia sprężania R na profil ciśnienia tuż po zakończeniu rotacji ślimaka	153
Rys. 48. Wpływ krotności kanału k_k na profil względnej szerokości złoza stałego w stanie ustalonym	154
Rys. 49. Wpływ krotności kanału k_k na profil względnej szerokości złoza stałego tuż po zakończeniu obrotów ślimaka	154
Rys. 50. Stanowisko pomiarowe	158
Rys. 51. Porównanie czasów rotacji zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych z modelu dla PP	165
Rys. 52. Porównanie czasów rotacji zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych z modelu dla PELD	166
Rys. 53. Porównanie czasów rotacji zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych z modelu dla PS	167
Rys. 54. Porównanie czasów rotacji zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych z modelu dla POM	168
Rys. 55. Porównanie czasów rotacji zmierzonych doświadczalnie oraz wyznaczonych z modelu dla PA 6	169

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SYMBOLI

a	– współczynnik temperaturowy lepkości
$A, A(l)$	– funkcja określająca stosunek pola powierzchni przekroju kanału zajmowanego przez złożę stałe do całkowitego pola powierzchni przekroju kanału
$A_e(l)$	– funkcja $A(l)$ dla stanu typowego dla wytłaczania z uwzględnieniem wstecznego ruchu ślimaka
$A_i(l)$	– funkcja $A(l)$ dla stanu tuż po rozpoczęciu obrotów ślimaka (początek stapiania dynamicznego)
$A_r(l)$	– funkcja $A(l)$ dla stanu tuż po zatrzymaniu obrotów ślimaka (początek stapiania statycznego)
c_m	– ciepło właściwe (przy stałym ciśnieniu) tworzywa stopionego
c_s	– ciepło właściwe (przy stałym ciśnieniu) tworzywa stałego
D, D_o	– średnica zewnętrzna ślimaka
D_1	– średnica ślimaka w połowie wysokości kanału
D_2	– średnica rdzenia ślimaka
e	– szerokość zwoju
f_c	– współczynnik tarcia tworzywa stałego o cylinder
f_s	– współczynnik tarcia tworzywa stałego o ślimak
F_d	– współczynnik kształtu określający wpływ ścian bocznych kanału na natężenie przepływu wleczonego
F_p	– współczynnik kształtu określający wpływ ścian bocznych kanału na natężenie przepływu ciśnieniowego
g	– przyspieszenie ziemskie
$\dot{G}$	– masowe natężenie przepływu tworzywa w kanale ślimaka, obliczone w miejscu wejścia tworzywa stałego w ogrzewaną strefę cylindra
$\dot{G}_m$	– masowe natężenie przepływu tworzywa stopionego przed cofającym się ślimakiem
$\dot{G}_s$	– masowe natężenie przepływu tworzywa stałego na początku ślimaka
h	– grubość warstewki stapiania
H	– wysokość kanału ślimaka
$H(l)$	– względna wysokość kanału ślimaka w położeniu l
H_d	– wysokość kanału w strefie dozowania,
H_p	– ułamek powierzchni przekroju kanału zajętego przez tworzywo stopione
H_z	– wysokość kanału w strefie zasilania,
II_{Δ}	– drugi niezmiennik tensora szybkości deformacji
k	– współczynnik stanowiący rozwiązanie zagadnienia Neumanna przy stapieniu statycznym
k_m	– przewodnictwo cieplne tworzywa uplastycznionego
k_s	– przewodnictwo cieplne tworzywa stałego
K_k	– krotność kanału
l	– położenie od początku ślimaka na długości kanału, mierzone ilością kroków obliczeniowych

- l_a – położenie określające odległość końca geometrycznej strefy zasilania od początku ślimaka, mierzone ilością kroków obliczeniowych
- l_b – położenie określające odległość końca geometrycznej strefy sprężania od początku ślimaka, mierzone ilością kroków obliczeniowych
- l_c – położenie określające odległość końca geometrycznej strefy dozowania od początku ślimaka, mierzone ilością kroków obliczeniowych
- l_k – obliczeniowa wielkość skoku przy wtrysku w przeliczeniu na długość kanału, wyrażona ilością kroków obliczeniowych (równa odległości otworu zasypowego od początku ślimaka w jego położeniu tylnym)
- l_p – długość strefy przejściowej, wyrażona ilością kroków obliczeniowych
- l_s – położenie początku strefy stapiania dynamicznego (po stapianiu statycznym)
- l_u – długość, o jaką przesunął się klin stałego tworzywa w wyniku ruchu obrotowo – wstecznego ślimaka w czasie rotacji t_r , wyrażona ilością kroków obliczeniowych
- l_w – położenie grzałek od początku ślimaka w jego położeniu tylnym w przeliczeniu na długość kanału, wyrażona ilością kroków obliczeniowych (suma obliczeniowych wielkości skoku i odległości grzałek od otworu zasypowego)
- L – długość ślimaka
- m – współczynnik konsystencji w temperaturze T
- m_0 – współczynnik konsystencji w temperaturze odniesienia T_m
- n – wykładnik potęgowy
- N – szybkość obrotowa ślimaka
- N_1 – ilość zwojów w geometrycznej strefie zasilania,
- N_2 – ilość zwojów w geometrycznej strefie sprężania,
- N_3 – ilość zwojów w geometrycznej strefie dozowania,
- N_4 – odległość początku strefy grzejnej od leja zasypowego (ilość zwojów),
- N_5 – skok ślimaka przy wtrysku (ilość zwojów),
- N_i – ilość cykli iteracji odpowiadających czasowi przejścia pierwszej warstwy tworzywa przez całą długość ślimaka
- p_p – ciśnienie uplastyczniania
- $p(l)$ – wartość ciśnienia w położeniu l
- $p(l_c)$ – wartość ciśnienia na końcu ślimaka
- $\dot{q}, \dot{q}_z$ – objętościowy wydatek przepływu
- R – tangens kąta nachylenia kanału w strefie sprężania
- S – skok linii śrubowej
- $T(l)$ – wartość temperatury tworzywa w położeniu l
- t_0 – czas określający statyczne stapianie tworzywa w ogrzewanej części cylindra (równy sumie czasów $t_d + t_w$)
- t_d – czas wystoju ślimaka w położeniu przednim (czas docisku)
- t_r – czas rotacji ślimaka (czas stapiania dynamicznego)
- t_w – czas wystoju ślimaka w położeniu tylnym (czas chłodzenia i usuwania wyrobu z formy)

$\bar{T}$	– średnia temperatura stopionego tworzywa w przekroju poprzecznym kanału
T_0	– temperatura otoczenia
T_{av}	– średnia temperatura warstwy
$\bar{T}_s$	– średnia temperatura złoża stałego
T_l	– średnia temperatura ślimaka
T_m	– temperatura płynięcia tworzywa
T_w	– średnia temperatura cylindra w części ogrzewanej
U	– prędkość ruchu postępowego cofającego się ślimaka
U_0	– wstępna wartość prędkości U
U_1	– współczynnik określający jednostkowy strumień ciepła generowany w wyniku tarcia wewnętrznego
U_2	– współczynnik określający stopień zmniejszenia natężenia przepływu tworzywa w stosunku do przepływu newtonowskiego
V_a	– prędkość przyśpieszenia złoża stałego
V_b	– prędkość obwodowa cylindra (względem ślimaka)
V_{bx}	– składowa poprzeczna prędkości V_b
V_{bz}	– składowa wzdłużna prędkości V_b
V_j	– prędkość przemieszczania się złoża stałego względem cylindra
$\bar{V}_m$	– średnia szybkość przepływu uplastycznionego tworzywa wzdłuż osi kanału
V_{sz}	– prędkość przemieszczania się złoża stałego w kierunku długości kanału
V_{sz}^0	– wstępna prędkość przemieszczania się złoża stałego (dla kąta transportu θ_0)
$\bar{V}_{wx}$	– średnia szybkość dopływu stopionego tworzywa z warstwy stapiania
W	– średnia szerokość kanału ślimaka
W_0	– szerokość kanału ślimaka przy powierzchni cylindra
W_1	– szerokość kanału ślimaka w połowie jego wysokości
W_2	– szerokość kanału ślimaka na powierzchni rdzenia
W_s	– współczynnik umożliwiający zmianę długości kroku obliczeniowego
x	– waga dla strefy przejściowej (zmieniająca się od 0 do 1)
X	– szerokość złoża stałego
Z	– zawartość uplastycznionego tworzywa na końcu ślimaka
α_m	– współczynnik przewodności temperaturowej tworzywa stopionego
α_s	– współczynnik przewodności temperaturowej tworzywa stałego
χ	– stała pomocnicza wyznaczana z układu równań (237–242)
δ_p	– dokładność zgodności $p(l_c)$ oraz p_p
δ_R	– wysokość szczeliny pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem
δ_s	– grubość warstwy stopu
δ_w	– krytyczna grubość warstwy stopu
Δ	– długość kroku obliczeniowego
Δ_{ij}	– składowe tensora szybkości deformacji
Δp	– zmiana ciśnienia na długości odcinka elementarnego Δ

Φ	– zmienna pomocnicza związana z szybkością uplastyczniania
Φ_s	– zredefiniowana zmienna pomocnicza związana z szybkością uplastyczniania
γ	– kąt zawarty pomiędzy wektorem $\vec{V}_b$ prędkości obwodowej cylindra a wektorem $\vec{U}$ prędkości osiowej cofającego się ślimaka
γ_0	– wstępna wartość kąta γ
Γ	– bezwymiarowy gradient ciśnienia
η_x	– stała pomocnicza wyznaczana z układu równań (237–242)
η_z	– stała pomocnicza wyznaczana z układu równań (237–242)
φ	– kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka
φ_0	– kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka przy powierzchni cylindra
φ_1	– kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka w połowie wysokości kanału
φ_2	– kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka na powierzchni rdzenia
λ	– ciepło topnienia tworzywa (dla tworzyw semikrystalicznych)
λ^*	– ciepło topnienia tworzywa powiększone o ilość ciepła potrzebną do ogrzania warstewki stopu od temperatury topnienia do średniej temperatury warstwy T_{av}
ν_0	– wielkość o wymiarze prędkości, wyznaczana z układu równań (237–242), służąca do wyznaczenia gradientu ciśnienia w strefie stapiania
θ	– kąt transportu złoża stałego
$\theta(l)$	– zredukowana temperatura tworzywa w położeniu l ($\theta(l) = T(l) - T_b$)
θ_0	– wstępna wartość kąta transportu θ
Θ	– bezwymiarowa średnia temperatura warstewki stopu
ρ_0	– ciężar nasypowy tworzywa
ρ_m	– ciężar właściwy tworzywa uplastycznionego
ρ_s	– ciężar właściwy tworzywa stałego
τ_j	– naprężenie styczne w warstewce stopu
τ_{ij}	– składowe tensora ekstranaprężenia
ω	– szybkość uplastyczniania określająca masowy wydatek uplastycznionego tworzywa przetransportowanego z warstewki do obszaru cyrkulującego stopu na jedn. długości kanału
Ω	– bezwymiarowe natężenie przepływu

SPIS TABEL

Tabela 1. Wartości parametru β dla różnych tworzyw	77
Tabela 2. Stałe czasowe dla wybranych przebiegów nieustalonych w modelu wytłaczania dynamicznego	78
Tabela 3. Polimery oraz warunki pracy wtryskarki przyjęte w doświadczalnych pomiarach czasu rotacji ślimaka	160
Tabela 4. Właściwości fizykochemiczne wybranych tworzyw	162
Tabela 5. Współczynniki równania potęgowego dla wybranych tworzyw, wyznaczone doświadczalnie w różnych temperaturach	163
Tabela 6. Wielkości reologiczne wyznaczone doświadczalnie dla różnych tworzyw	164