

**INSTYTUT BUDOWNICTWA
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ**

Raport serii: PRE 09 / 03

*Nośność graniczna pękniętego
elementu tarczowego wzmocnionego
elementami dołączonymi*

mgr inż. Andrzej Kowal

Rozprawa doktorska

Promotor: prof. dr hab. inż. Kazimierz Rykaluk

Słowa kluczowe: pęknięcie, szczelina, wzmacnianie, stal ferrytyczno-perlityczna, włókna węglowe, całka J , współczynnik intensywności naprężenia

WROCŁAW 2003

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP	5
1.1. Wprowadzenie	5
1.1.1. Pęknięcia w konstrukcjach stalowych	5
1.1.2. Wzmacnianie elementów z pęknięciem	6
1.1.3. Klejenie konstrukcji stalowych	6
1.1.4. Odporność na pękanie	7
1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy	7
1.3. Podstawowe oznaczenia przyjęte w pracy	8
1.4. Najważniejsze skróty stosowane w pracy	9
2. PODSUMOWANIE STANU WIEDZY	10
2.1. Podstawowe parametry i kryteria nośności w mechanice pękania	10
2.1.1. Kryterium współczynnika intensywności naprężenia	10
2.1.2. Kryterium prędkości uwalniania energii	12
2.1.3. Kryterium całki J	17
2.1.4. Kryterium rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia δ	22
2.1.5. Kryterium siły granicznej	24
2.1.6. Kryteria sformułowane na podstawie współczynnika intensywności naprężenia i siły granicznej	26
2.2. Nowoczesne kryteria nośności w mechanice pękania	28
2.2.1. Specyfika pękania w stalach ferrytyczno-perlitycznych	28
2.2.1.1. Wpływ temperatury i wymiarów próbek na mierzoną odporność na pękanie	28
2.2.1.2. Opis fenomenu pękania w stalach ferrytyczno-perlitycznych	32
2.2.2. Model RKR - kryterium naprężenia kruchego pęknięcia σ_f	34
2.2.3. Kryterium $K - T$	37
2.2.4. Kryterium $J - Q$	39
2.2.5. Aktualnie stosowane inżynierskie metody oceny nośności elementów ze szczeliną w zakresie dużego uplastycznienia	40
2.2.5.1. Metoda krzywej zniszczenia FAD	41
2.2.5.2. Ocena nośności na podstawie siły uogólnionej działającej na szczelinę	47

2.3.	Wyznaczanie odporności materiału na pękanie.....	58
2.3.1.	Wyznaczanie odporności materiału na pękanie na podstawie próby udarności.....	58
2.3.2.	Doświadczalne wyznaczanie odporności materiału na pękanie materiałów sprężysto-plastycznych.....	64
2.3.3.	Ocena dolnej granicy odporności na pękanie J_{LB}	83
2.4.	Wzmacnianie elementów ze szczeliną.....	85
2.4.1.	Wstęp.....	85
2.4.2.	Nośność wzmacnionych elementów z pęknięciem.....	85
2.4.3.	Podsumowanie.....	87
3.	TEZY PRACY	88
4.	BADANIA TEORETYCZNE I NUMERYCZNE	89
4.1.	Współczynnik intensywności naprężenia – rozwiązanie teoretyczne.....	89
4.1.1.	Podstawy teoretyczne.....	89
4.1.2.	Wyniki obliczeń.....	103
4.1.2.1.	Tarcza wzmacniona dwoma żebrami mocowanymi punktowo na swoich końcach.....	104
4.1.2.2.	Analiza wpływu długości i sztywności żebra na współczynnika intensywności naprężenia.....	105
4.2.	Współczynnik intensywności naprężenia – obliczenia za pomocą metody elementów skończonych.....	108
4.2.1.	Tarcza bez wzmacnienia.....	109
4.2.2.	Tarcza wzmacniona.....	111
4.3.	Wpływ wzmacnienia na zachowanie się elementu – nieliniowe obliczenia za pomocą metody elementów skończonych.....	114
4.3.1.	Wpływ wzmacnienia na siłę graniczną wzmacnianej tarczy.....	114
4.3.1.1.	Tarcza wzmacniona żebrami o różnych właściwościach materiałowych.....	116
4.3.1.2.	Tarcza wzmacniana żebrami o zróżnicowanej nośności.....	118
4.3.2.	Wpływ wzmacnienia na wartość całki J	122
4.3.3.	Wnioski wyciągnięte na podstawie analiz numerycznych.....	122
5.	BADANIA MODELOWE	125
5.1.	Wstęp.....	125
5.2.	Właściwości materiałowe stali stosowanej w badaniach.....	125
5.3.	Badania odporności na pękanie na próbkach ze szczeliną centralną (CCT).....	131

5.4.	Badania na próbkach ze szczeliną centralną wzmocnionych przyklejonymi włóknami węglowymi.....	139
5.5.	Badania na próbkach ze szczeliną centralną wzmocnionych płaskownikami stalowymi.....	145
5.5.1.	Opis badań próbki wzmocnionej przyklejonymi płaskownikami.....	145
5.5.2.	Opis badań próbki wzmocnionej przyspawanymi płaskownikami.....	149
5.5.3.	Badania próbek wzmocnionej przyśrubowanymi płaskownikami.....	151
5.6.	Analiza wyników badań.....	157
5.6.1.	Odporność na pękanie ustalona na próbkach typu CCT.....	157
5.6.2.	Nośność na pękanie próbek wzmocnionych włóknami węglowymi.....	162
5.6.3.	Nośność na pękanie próbek wzmocnionych płaskownikami stalowymi...	166
5.7.	Odporność na pękanie ustalona na podstawie próby udarności.....	168
5.8.	Wnioski z analizy wyników badań.....	169
6.	ANALIZY TEORETYCZNE I NUMERYCZNE BADANYCH TARCZ.....	172
6.1.	Wyniki obliczeń MES.....	172
6.2.	Obliczenia całki J metodą ETM – porównanie wyników uzyskanych w badaniach i MES.....	177
6.2.1.	Próbka CCT.....	177
6.2.2.	Obliczenia całki J próbek wzmocnionych włóknami węglowymi.....	180
6.2.3.	Obliczenia całki J próbek wzmocnionych płaskownikami stalowymi.....	183
6.2.4.	Wnioski.....	185
6.3.	Nośność próbek na podstawie FAD.....	186
7.	WNIOSKI KOŃCOWE.....	189
8.	LITERATURA.....	191

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

1.1.1. Pęknięcia w konstrukcjach stalowych

Zniszczenie konstrukcji na skutek kruchego (niestabilnego) pęknięcia stało się przedmiotem zainteresowania naukowców już na początku XX w. Jednak dopiero po serii katastrof będących skutkiem kruchego pęknięcia statków typu „Liberty” zjawisko to stało się przedmiotem szeroko zakrojonych badań wielu ośrodków naukowych.

Błyskawiczne zatonięcie trzech statków z serii „Liberty”, których kadłuby pękły na pół, oraz wiele innych mniej spektakularnych awarii były tragicznymi dowodami na to, że stosowane do tej pory tradycyjne kryteria wytrzymałości materiałów są niewystarczające. Od czasu II wojny światowej poświęcono wiele środków na badania zjawiska kruchego pęknięcia i opracowano metody badania odporności materiałów na pęknięcie. Niestety, żadna z metod nie jest uniwersalna, gdyż dotyczy konkretnych warunków pracy materiału. Stąd też do dziś dnia zdarzają się katastrofy i awarie spowodowane kruchym pęknięciem, jak na przykład katastrofa zbiornika na melasę opisana przez Ziółkę [120].

Stosowane do tej pory tradycyjne kryteria wytrzymałościowe traktują element konstrukcyjny jako continuum materiałowe. Ocena bezpiecznej eksploatacji obiektu polega na wyznaczeniu stanu naprężenia w elemencie i sprawdzeniu jego nośności zgodnie z jedną z hipotez wytrzymałościowych, np. hipotezy największego naprężenia normalnego, hipotezy największego naprężenia stycznego lub największej jednostkowej energii odkształcenia postaciowego. Istnienie imperfekcji materiału w postaci pustek czy nieciągłości uwzględniano poprzez zwiększanie współczynnika bezpieczeństwa. Biorąc jednak pod uwagę fakt, że u końca nieskończonego ostrego pęknięcia, czy ogólniej szczeliny (w pracy obydwie pojęcia używane są zamiennie), o promieniu wyokrąglenia $\rho = 0$, naprężenia, wyliczone zgodnie z teorią sprężystości, dążą do nieskończoności, stosowanie kryteriów wytrzymałości materiałów traci swój sens.

Mechanika pęknięcia wprowadziła do praktyki inżynierskiej nowe kryteria oceny nośności konstrukcji, a mianowicie kryterium odporności na pęknięcie. Mechanika pęknięcia udziela odpowiedzi na pytanie, czy element obciążony imperfekcją w postaci szczeliny (nieciągłości materiału) o określonym kształcie i wymiarach, przy zadanym obciążeniu, ulegnie awarii wskutek niestabilnego rozwoju pęknięcia.

Najczęściej stosowane kryteria odporności na pęknięcie to kryterium współczynnika intensywności naprężenia K oraz kryterium całki J . Wyznaczenie tych wielkości dla konkretnego zadania inżynierskiego jest często bardzo trudnym zagadnieniem matematycznym i w ustaleniu tych wielkości korzysta się z metody elementów skończonych lub też badań modelowych. Wiele podręczników podaje wzory na wymienione wielkości dla różnych przypadków, jednak jest oczywiste, że nie wszystkie przypadki geometrii ciało-szczelina mogły zostać ujęte.

1.1.2. Wzmacnianie elementów z pęknięciem

Wyznaczanie nośności obciążonego ciała, obarczonego defektami w postaci nieciągłości materiału, wzmocnionego poprzez dołączenie dodatkowych elementów, jest zagadnieniem naukowym i technicznym o ogromnym znaczeniu. Zagadnienie to występuje w przemyśle lotniczym i stoczniowym (wzmacnianie powłok kadłubów samolotów i statków), w konstrukcjach żelbetowych, w zagadnieniach geologicznych oraz w bioinżynierii [7].

Stalowe elementy z defektem w postaci szczeliny mogą być wzmacniane poprzez:

- mocowanie żeber stalowych,
- mocowanie łąt stalowych,
- nawiercenie otworów odciażających,
- wywołanie odpowiedniego pola naprężeń własnych zamykających szczelinę,
- naklejanie włókien węglowych.

Wzmocnienia z elementów stalowych mogą być dołączane poprzez spawanie, zgrzewanie punktowe, nitowanie, śrubowanie oraz klejenie. W każdej metodzie wzmacniania konieczne jest wyznaczenie sił w łącznikach. Z rozwiązań połączeń typu zakładkowego wiadomo, że na końcach zakładu występuje spiętrzenie sił kontaktowych. Na ogół są to miejsca początków niszczenia łączników [42]. Wyznaczenie nośności granicznej zakładkowych połączeń spawanych może być utrudnione ze względu na złożony stan naprężenia w spoinie [59]. Metoda łączenia poprzez klejenie ma wiele zalet w stosunku do pozostałych metod. Została ona zweryfikowana 50-letnim okresem eksploatacji kratowego mostu w Niemczech, w którym wszystkie węzły połączono poprzez klejenie. Dokonana pod koniec zeszłego stulecia inspekcja nie wykazała wad w połączeniach klejonych [13]. Metoda wzmacniania poprzez naklejanie włókien węglowych lub innego rodzaju wzmocnienia jest już powszechnie stosowana w przemyśle lotniczym. Naklejenie łąty na pęknięcie, po raz pierwszy zastosowane w roku 1980 w bombowcu F-111 [95], jest efektywną metodą wydłużenia okresu bezpiecznej eksploatacji samolotu [5, 95, 96, 101].

1.1.3. Klejenie konstrukcji stalowych

Klejenie jest jedną z metod łączenia elementów stalowych i zaczęło być stosowane od początku lat pięćdziesiątych. Pomimo rozwoju materiałów epoksydowych do dziś dnia jest to metoda rzadko stosowana w łączeniu elementów stalowych. Bez wątpienia, jedną z przyczyn jest to, że spawane połączenia warsztatowe charakteryzują się dużą nośnością i bezpieczeństwem i nie ulegają zmianie w czasie (brak pękania). Z kolei w połączeniach montażowych najchętniej stosowane są połączenia śrubowe, ze względu na szybkość i łatwość montażu.

Mimo bardzo rzadkiego obecnie stosowania klejenia, jako metody scalania elementów stalowych, należy pamiętać, że metoda ta ma wiele zalet w porównaniu z metodami konwencjonalnymi (spawanie, skręcanie, nitowanie). Wymieńmy podstawowe cechy połączeń klejonych i płynących stąd zalet:

- twardnienie kleju następuje w temperaturze pokojowej względnie przy podgrzaniu do temp 180°C,
- struktura łączonych elementów nie ulega zmianie, np. na skutek hartowania czy starzenia spowodowanych wysoką temperaturą przy spawaniu,
- nie wprowadza się do konstrukcji dodatkowych naprężeń spawalniczych,

- podczas wykonywania połączenia nie następuje spadek nośności elementów, co może mieć duże znaczenie w wypadku realizacji wzmocnień eksploatowanej konstrukcji,
- nie osłabia się konstrukcji oraz nie wprowadza do niej dodatkowej energii poprzez nawiercanie otworów,
- za pomocą klejenia można łączyć ze sobą elementy stalowe o bardzo małych grubościach,
- w połączeniach klejonych łatwo zrealizować szczelność połączenia,
- poprzez klejenie można łączyć ze sobą różne materiały, np. stal i aluminium, szkło, stale niespawalne, włókna węglowe.

Właśnie pojawienie się w latach dziewięćdziesiątych nowych materiałów konstrukcyjnych w postaci włókien węglowych o bardzo dużej wytrzymałości i bardzo małym ciężarze właściwym, które mogą być łączone tylko poprzez klejenie, spowoduje zapewne coraz powszechniejsze stosowanie tej metody łączenia elementów w praktyce inżynierskiej.

Wzmacnianie elementów żelbetowych poprzez naklejanie włókien węglowych jest już zaakceptowane i powszechnie stosowane. Natomiast wzmacnianie naklejanymi włóknami węglowymi konstrukcji obciążonych imperfekcją w postaci szczeliny jest zagadnieniem nowym i zaledwie sporadycznie pojawiającym się w publikacjach naukowych.

1.1.4. Odporność na pękanie

Do tej pory słabo rozpoznana jest odporność na pękanie niskowęglowych stali stosowanych w budownictwie (stali z gatunku St3S), a jedyną metodą oceny odporności na pękanie jest próba udarności.

Ocena nośności elementów ze stali niskowęglowej obciążonych pęknięciami i wzmacnianych włóknami węglowymi jest interesującym i wartym zbadania problemem inżynierskim.

1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem pracy jest równomiernie rozciągany płaski element tarczowy ze stali niskowęglowej (stal o strukturze ferrytyczno perlitycznej), zawierający szczelinę centralną. Rozpatruje się element bez wzmocnienia oraz element wzmocniony dołączonymi elementami w postaci prętów płaskich mocowanych poprzez klejenie, spawanie lub śrubowanie. Jako elementy wzmacniające zastosowano płaskowniki stalowe oraz włókna węglowe (dołączane tylko poprzez klejenie). Obciążenie zadawane jest statycznie.

Celem pracy jest ocena odporności na pękanie wzmocnionych tarczowych elementów stalowych z pęknięciem.

Zakres pracy obejmuje:

- przedstawienie stanu wiedzy oceny odporności na pękanie, ze szczególnym uwzględnieniem cienkich elementów stalowych w płaskim stanie naprężenia,
- postawienie tezy,
- rozwiązanie zagadnienia na drodze analitycznej, numerycznej i doświadczalnej,
- sformułowanie wniosków.

1.3. Podstawowe oznaczenia przyjęte w pracy

a	– długość szczeliny (połowa długości szczeliny w próbkach CCT)
a_0	– początkowa długość szczeliny (połowa początkowej długości szczeliny w próbkach CCT)
a_{eff}	– efektywna długość szczeliny
b	– długość niepękniętego odcinka próbki przed frontem szczeliny
r_p	– długość strefy plastycznej przed frontem szczeliny
B	– grubość próbki
B_N	– efektywna grubość próbki (grubość próbki pomniejszona o głębokość rowków w wypadku próbek rowkowanych)
E	– moduł Younga
E'	– moduł Younga: $E' = E$ w PSN; $E' = E/(1 - \nu^2)$ w PSO
F	– siła
F_Y	– siła graniczna
G	– współczynnikiem uwalniania energii (WUE)
J_e	– sprężysty komponent całki J (sprężysta część całki J)
J_{mat}	– odporność materiału na pękanie wyrażona poprzez całkę J
J_{pl}	– plastyczny komponent całki J (plastyczna część całki J)
K	– współczynnik intensywności naprężenia
K_{eff}	– efektywny współczynnik intensywności naprężenia, uwzględniający obszar uplastycznienia u wierzchołka szczeliny
K_r	– znormalizowany wartością K_{mat} współczynnik intensywności naprężenia
K_{mat}	– odporność materiału na pękanie wyrażona poprzez współczynnik intensywności naprężenia
KV	– udarność oznaczona na próbkach z karbem ostrym Charpy V
L	– długość próbki (połowa długości próbki CCT)
L_r	– znormalizowane obciążenie zewnętrzne (wartością siły granicznej F_Y)
n	– względna sztywność żeber wzmacniających
N	– wykładnik wzmocnienia przyjęty w ETM jako odwrotność zazwyczaj stosowanego wykładnika n ; $N = 1/n$
P	– obciążenie
P_0	– siła graniczna (obciążenie graniczne)
R_e	– granica plastyczności
R_m	– wytrzymałość doraźna na rozciąganie
T	– moduł rozrywania
T	– suma nieosobliwych członów rozwinięcia asymptotycznego dla naprężeń w ciele liniowo sprężystym
T	– moduł pękania $T = dJ/d\Delta a$ będący tangensem kąta nachylenia linii R , służącej doświadczalnemu wyznaczaniu całki J wg PN-88/H-04336
W	– połowa szerokość próbki CCT
α	– stała materiałowa w prawie Ramberga-Osgooda
γ	– jednostkowa energia powierzchniowa pęknięć
Δ	– przemieszczenie punktu przyłożenia obciążenia
δ	– rozwarcie brzegów szczeliny

δ_Y	– rozwarście wierzchołkowe pęknięcia w chwili $F = F_Y$
ε_Y	– odkształcenie odpowiadające σ_Y , $\varepsilon_Y = \sigma_Y/E$
η	– parametr określający kształt próbki do doświadczalnego wyznaczania całki J
κ	– stała Muskhelishvilego: $\kappa = 3 - 4\nu$ dla PSO; $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ dla PSN
λ	– stała Lamego: $\lambda = \nu E/[(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$
μ	– moduł ścinania $\mu = \nu E/2(1 + \nu)$
ν	– współczynnik Poissona
σ_{ij}	– składowe tensora naprężeń
σ_e	– naprężenie efektywne $\sigma_e = (3/2 s_{ij} s_{ij})^{1/2}$
σ_Y	– granica plastyczności
σ_f	– krytyczne naprężenie kruchego pęknięcia

1.4. Najważniejsze skróty stosowane w pracy

CCT	– rozciągana próbka ze szczeliną centralną (<i>centre crack tensile</i>)
CTOD	– rozwarście brzegów szczeliny (<i>crack tip opening displacement</i>)
EFM	– Engineering Fracture Mechanics (czasopismo)
ETM	– metoda oceny nośności elementów z pęknięciem zaproponowana przez Schwalbego i zespół (<i>engineering treatment model</i>)
FAD	– krzywa zniszczenia charakterystyczna dla materiału (<i>failure assessment diagram</i>)
HRR	– pole naprężeń u wierzchołka szczeliny kontrolowane przez całkę J
LMP	– liniowa mechanika pęknięcia (zakres sprężysty)
MES	– metoda elementów skończonych
MPZ	– metoda potencjałów zespolonych
PSN	– płaski stan naprężenia
PSO	– płaski stan odkształcenia
SINTAP	– procedura oceny nośności elementów ze szczeliną (<i>structural integrity assessment procedure</i>)
SSY	– pole naprężeń u wierzchołka szczeliny kontrolowane przez WIN (<i>small scale yielding</i>)
TPB	– próbka trójpunktowo zginana (<i>three point bending</i>)
WIN	– współczynnik intensywności naprężenia
WUE	– współczynnik uwalniania energii

2. PODSUMOWANIE STANU WIEDZY

2.1. Podstawowe parametry i kryteria nośności w mechanice pękania

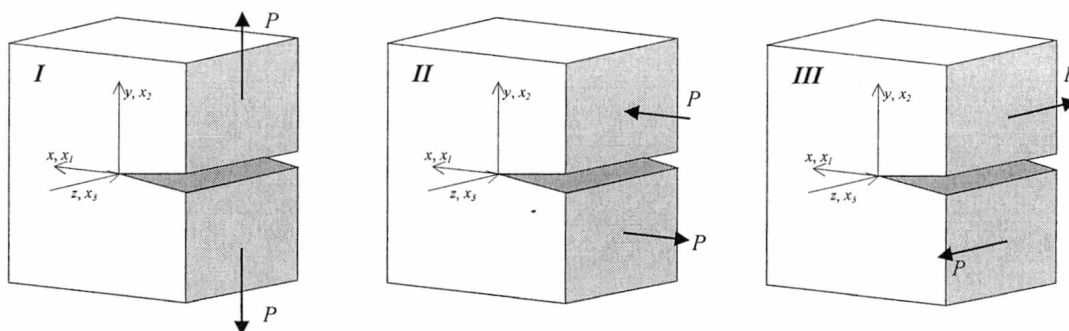
2.1.1. Współczynnik intensywności naprężenia – WIN

Najbardziej rozpowszechnionym kryterium pękania jest kryterium współczynnika intensywności naprężenia. Kryterium to mówi, że niestabilny rozwój pęknięcia w obciążonym układzie ciało-szczelina, nastąpi wtedy, gdy współczynnik intensywności naprężenia K osiągnie wartość graniczną, będącą stałą materiałową. Kryterium to można zapisać równaniem

$$K(P_n, a, Y) = K_{mat}. \quad (2.1-1)$$

Z lewej strony równania mamy wartość współczynnika intensywności naprężenia WIN zależną od obciążenia zewnętrznego P , od długości szczeliny a oraz od geometrii rozpatrywanego elementu. Wpływ geometrii układu ujmuje funkcja Y . Z prawej strony równania mamy stałą materiałową K_{mat} , charakteryzującą odporność na pękanie rozpatrywanego materiału. Stała ta jest ustalana doświadczalnie.

WIN charakteryzuje rozkład naprężeń u czoła szczeliny danego układu: obciążenie-ciało-szczelina. Ustala się go na drodze analitycznej, metodami numerycznymi lub na drodze doświadczalnej.



Rys. 2.1-1. Trzy podstawowe sposoby obciążenia elementu ze szczeliną

Ze względu na to, że istnieją trzy różne modele obciążenia szczeliny, a zatem i trzy różne modele rozwoju szczeliny, wyróżnia się trzy współczynniki intensywności naprężenia, charakteryzujące kolejne sposoby obciążenia szczeliny (rys. 2.1-1). Pierwszy (podstawowy) sposób obciążenia szczeliny ma miejsce, gdy obciążenie zewnętrzne P działa prostopadłe do szczeliny. WIN oznacza się wówczas symbolem K_I . W drugim sposobie obciążenia działa ono równoległe do długości szczeliny, WIN oznacza się wówczas symbolem K_{II} (z indeksem dolnym II). Trzeci sposób obciążenia szczeliny to obciążenie działające prostopadłe do płaszczyzny tarczy (zagadnienie antypłaskie), a WIN oznacza się wówczas symbolem K_{III} . Dla zagadnień płaskich znaczenie mają dwa pierwsze sposoby obciążenia, a współczynniki K_I i K_{II} w pełni cha-

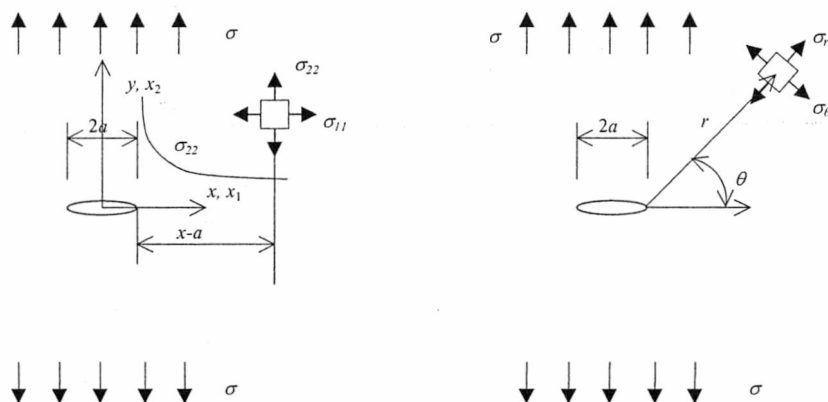
rakteryzują pole naprężeń u czoła szczeliny. Dla zagadnienia analizowanego w pracy wystarczającym parametrem do opisu pola naprężeń i przemieszczeń jest parametr K_I .

Współczynnik intensywności naprężenia definiuje się równaniem:

$$K = \lim_{x \rightarrow a} \sigma_{22}(x, 0) \sqrt{2\pi(x-a)}, \quad (2.1-2)$$

gdzie: σ_{22} – wielkość naprężeń na osi szczeliny poza końcem pęknięcia ($x > a$) w kierunku y

a – połowa długości szczeliny.



Rys. 2.1-2. Nieskończona tarcza ze szczeliną obciążona w nieskończoności naprężeniem σ

Jeżeli przesuniemy układ współrzędnych do końca pęknięcia i zastosujemy biegunowy układ współrzędnych (rys. 2.1-2), to wyrażenie na K zapisze się w postaci

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{\theta}(r, 0) \sqrt{2\pi r}. \quad (2.1-3)$$

Zatem współczynnik K zdefiniowany jest jako granica, do której zmierza iloczyn naprężenia normalnego do powierzchni pęknięcia i pierwiastka kwadratowego z odległości mierzonej od czoła szczeliny, pomnożonej przez 2π . Dokładnie w tej postaci został zdefiniowany współczynnik intensywności naprężenia w polskiej normie PN-87/H-04335 [122]. Stałą materiałową wyznaczoną zgodnie z powyższą normą oznacza się symbolem K_{Ic} .

Dla elementu ze szczeliną granica (2.1-3) jest równa

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}. \quad (2.1-4)$$

gdzie: Y uwzględnia funkcje rozkładu obciążenia σ oraz wpływ geometrii elementu

Zdefiniowany przez Irwina współczynnik intensywności naprężenia K jest jednocześnie amplitudą pola naprężeń u czoła pęknięcia i jako pojedynczy parametr definiuje rozkład naprężeń u czoła pęknięcia. Poszczególne wpływy (sposoby obciążenia) rozpatruje się osobno i uwzględnia w postaci multiplikatywnej.

Naprężenia u czoła pęknięcia dla pierwszego sposobu obciążenia wyrażone są zależnościami:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{11}^I(\theta) + C_I^{(2)} r^0 g_{11}^I(\theta) + C_I^{(3)} r^{1/2} h_{11}^I(\theta) + C_I^{(4)} r^{2/2} i_{11}^I(\theta) + C_I^{(5)} r^{3/2} j_{11}^I(\theta) + \dots \\ \sigma_{22} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{22}^I(\theta) + C_I^{(2)} r^0 g_{22}^I(\theta) + C_I^{(3)} r^{1/2} h_{22}^I(\theta) + C_I^{(4)} r^{2/2} i_{22}^I(\theta) + C_I^{(5)} r^{3/2} j_{22}^I(\theta) + \dots \\ \sigma_{12} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{12}^I(\theta) + C_I^{(2)} r^0 g_{12}^I(\theta) + C_I^{(3)} r^{1/2} h_{12}^I(\theta) + C_I^{(4)} r^{2/2} i_{12}^I(\theta) + C_I^{(5)} r^{3/2} j_{12}^I(\theta) + \dots\end{aligned}\quad (2.1-5)$$

Funkcje: $f_{ij}^I(\theta)$, $g_{ij}^I(\theta)$, $h_{ij}^I(\theta)$, $i_{ij}^I(\theta)$, $j_{ij}^I(\theta)$, ... – to uniwersalne funkcje kąta, niezależne od geometrii i obciążenia, a indeksy ij wskazują na odpowiednią składową. Współczynniki $C_I^{(\beta)}$ to stałe zależne od geometrii i obciążenia (dolny indeks I wskazuje na pierwszy sposób obciążenia).

Pierwszy człon w powyższych wyrażeniach dąży do nieskończoności, gdy promień r zmierza do zera. W ramach liniowej mechaniki pęknięcia (LMP) uwzględnia się tylko pierwszy, osobliwy człon rozwinięcia, a pozostałe odrzuca, jako znacznie mniejsze od pierwszego przy $r \rightarrow 0$.

W zakresie liniowej mechaniki pęknięcia pole naprężeń i przemieszczeń u czoła pęknięcia, wyraża się za pomocą równań Wiliamsa:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{11}^I(\theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right\} \\ \sigma_{22} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{22}^I(\theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right\} \\ \sigma_{12} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{12}^I(\theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right\}\end{aligned}\quad (2.1-6)$$

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{1+\nu}{E} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \left\{ \kappa - 1 + 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right\} \\ u_2 &= \frac{1+\nu}{E} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \left\{ \kappa + 1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right\},\end{aligned}\quad (2.1-7)$$

gdzie: $\kappa = 3 - 4\nu$ w PSO
 $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ w PSN.

2.1.2. Kryterium prędkości uwalniania energii - G

Jest to pierwsze historycznie kryterium pęknięcia wprowadzone w roku 1921, zaś artykuł A. A. Griffitha z tegoż roku uważa się za narodziny mechaniki pęknięcia. Obecnie kryterium prędkości uwalniania energii zostało wyparte z praktyki przez znacznie wygodniejsze kryterium WIN.

Kryterium wprowadzone przez Griffitha mówi, że w kruchym materiale pęknięcie zacznie rozwijać się w chwili, gdy energia (U_o) potrzebna na utworzenie nowej powierzchni pęknięcia jest mniejsza od wyzwolonej przez powstałe pęknięcie energii sprężystej (U_a). Całkowitą energię potencjalną systemu oznaczmy przez U i zapiszmy jako sumę

$$U = U_o - U_a + U_\gamma, \quad (2.1-8)$$

gdzie: U_o – energia sprężysta tarczy bez pęknięcia

U_a – energia sprężysta uwolniona wskutek powstania szczeliny (czyli spadek energii sprężystej ciała wywołany istnieniem szczeliny)

U_γ – powierzchniowa energia sprężysta potrzebna na utworzenie pęknięcia.

Griffith pokazał, że (dla elementu o grubości jednostkowej)

$$U_a = \pi \sigma_{22}^2 a / E \quad (2.1-9)$$

Sprężysta energia powierzchniowa U_γ jest iloczynem powierzchni utworzonego pęknięcia i stałej materiałowej γ_e , będącej energią napięcia powierzchniowego (charakterystycznej dla danego materiału), a zatem U_γ jest równe

$$U_\gamma = 2(2a\gamma_e). \quad (2.1-10)$$

Całkowita energia systemu wyrazi się więc wzorem

$$U = U_o - \pi \sigma_{22}^2 a / E + U_\gamma + 2(2a\gamma_e). \quad (2.1-11)$$

Warunek minimum energii, a zarazem warunek wzrostu szczeliny uzyskamy, różniczkując powyższe równanie względem długości szczeliny a . Otrzymamy wówczas:

$$\sigma \sqrt{a} = \sqrt{2\gamma_e E / \pi}. \quad (2.1-12)$$

Równanie to zapiszmy w płaskim stanie odkształcenia (PSO)

$$a) \quad (1 - \nu^2) \pi \sigma^2 a / E = 2\gamma_e \quad (2.1-13)$$

i w płaskim stanie naprężenia (PSN)

$$b) \quad \pi \sigma^2 a / E = 2\gamma_e, \quad (2.1-14)$$

gdzie: ν – współczynnik Poissona.

Lewa strona równania została nazwana współczynnikiem uwalniania energii (WUE) i przedstawia energię sprężystą na jednostkę powierzchni, która jest niezbędna dla nieskończenie małego przyrostu długości szczeliny. Energia ta oznaczana jest

literą G . Prawa strona równania reprezentuje opór materiału przeciw utworzeniu się nowej powierzchni pęknięcia i jest oznaczana symbolem G_{Ic} .

Kryterium kruchego pęknięcia zapisze się zatem następująco:

$$G \leq G_{Ic} \quad (2.1-15)$$

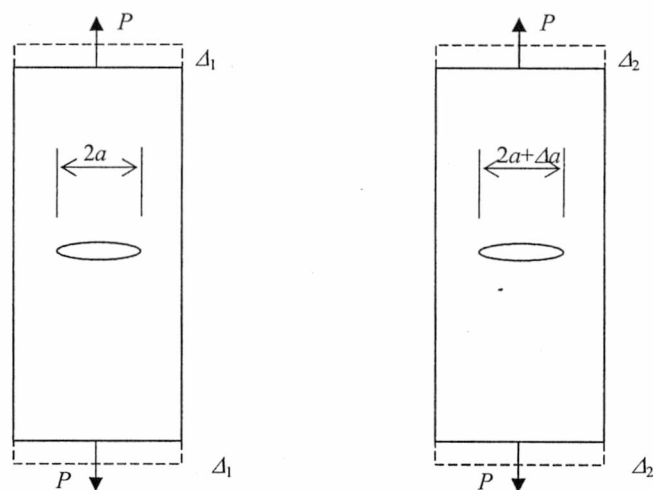
Z porównania równań 2.1-12 oraz 2.1-4 możemy wyprowadzić zależność pomiędzy G i K , a mianowicie w ramach LMP, w płaskim stanie naprężenia (PSN)

$$G = K_I^2 / E, \quad (2.1-16)$$

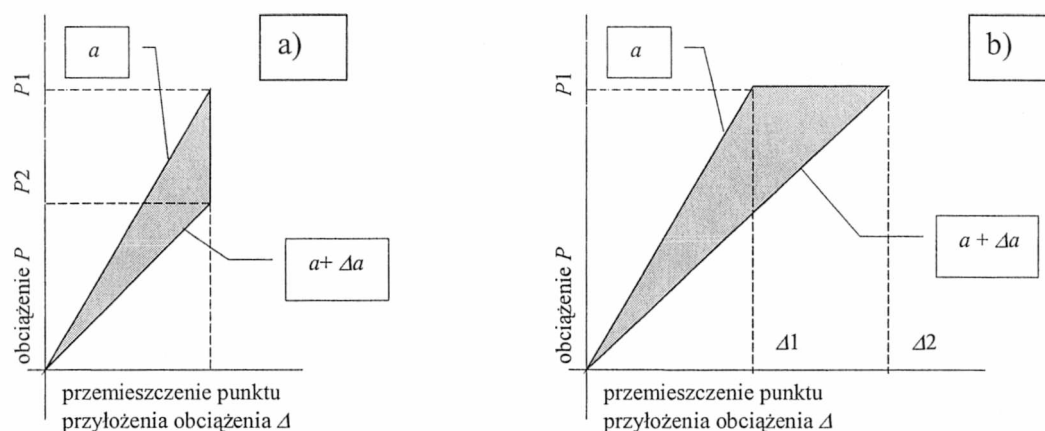
zaś w płaskim stanie odkształcenia (PSO)

$$G = (1 - \nu^2) K_I^2 / E. \quad (2.1-17)$$

Kryterium Griffitha można też wyrazić następująco: jeżeli zmiana energii potencjalnej sił zewnętrznych działających na układ ciało-szczelina, odpowiadająca jednostkowemu przyrostowi szczeliny, jest większa od charakterystyki materiałowej G_{Ic} , to nastąpi niestabilny wzrost pęknięcia. Interpretację fizyczną przedstawiono na ideowym wykresie siła-przemieszczenie ciała sprężystego ze szczeliną (rys. 2.1-4).



Rys. 2.1-3. Dwa identyczne ciała, tak samo obciążone, różniące się jedynie długością szczeliny o wartość Δa



Rys. 2.1-4. Schematyczne wykresy siła-przemieszczenie w warunkach kontrolowanej siły i w warunkach kontrolowanego przemieszczenia

Wykresy na rys. 2.1-4 przedstawiają zależność siła-przemieszczenie (P - Δ) dwóch identycznych ciał, różniących się długością pęknięcia o wartość Δa (rys. 2.1-3). Wykres 2.1-4a przedstawia zależność siła-przemieszczenie w warunkach stałych podpór (kontrolowanego przemieszczenia), natomiast wykres 2.1-4b w warunkach stałej siły (kontrolowanej siły). Dla jednostkowej różnicy długości pęknięcia Δa zakreślane pole na obydwu wykresach jest wartością współczynnika uwalniania energii G (pomnożonego przez grubość próbki i Δa). Tę interpretację fizyczną współczynnika uwalniania energii można wykorzystać do wyliczania tegoż współczynnika, np. przy użyciu metody elementów skończonych (bądź też na drodze doświadczalnej). Tok postępowania zilustrowano poniżej.

Jeżeli obciążymy siłą P ciało ze szczeliną o długości a (rys. 2.1-3), a następnie obciążymy siłą P to samo ciało, ale ze szczeliną o długości $a + \Delta a$, to WUE będzie równy:

$$G = \frac{(P\Delta_1 - P\Delta_2)}{\Delta a B}, \quad (2.1-18)$$

gdzie: B oznacza grubość analizowanej tarczy (zazwyczaj we wzorach przyjmuje się $B = 1$).

Jak widać, jeśli obliczymy, np. przy użyciu MES czy innymi metodami, przemieszczenie od siły P w dwóch modelach różniących się jedynie długością szczeliny, to możemy łatwo ustalić współczynnik uwalniania energii G danego układu geometrycznego.

Dzięki zależnościom pomiędzy K i G (2.1-16 i 2.1-17) jest to także jeden z prostszych sposobów wyznaczania współczynnika intensywności naprężenia K .

Korzystanie z definicji WIN opisanej równaniem 2.1-2 czy 2.1-3 jest trudne i rzadko stosowane do bezpośredniego wyliczania wartości K .

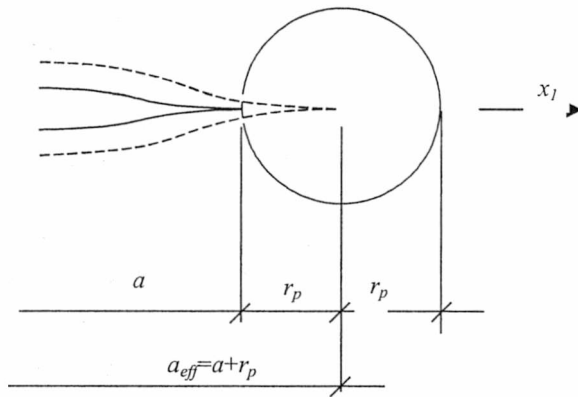
Kryterium WIN – i praktycznie tożsame z nim kryterium WUE – zachowuje ważność i fizyczny sens dla materiałów kruchych względnie quasi-kruchych. Przez te drugie rozumie się materiały, w których strefa uplastycznienia, utworzona na końcu pęknięcia, jest niewielka w stosunku do długości szczeliny a oraz do grubości elementu (B), tak że spełnione są warunki:

$$\begin{aligned} r_p &\leq 0.01a \\ r_p &\leq 0.01B, \end{aligned} \quad (2.1-19)$$

gdzie: r_p – zasięg strefy uplastycznienia
 a – długość pęknięcia
 B – grubość elementu.

Kiedy strefa uplastycznienia jest nieduża w porównaniu z innymi wymiarami elementu oraz w porównaniu z długością szczeliny, to wykres obciążenie-przemieszczenie ($P-\Delta$) zachowuje liniowy charakter. Wpływ uplastycznienia małego zasięgu ujmuje się wówczas poprzez przyjęcie zmodyfikowanej długości pęknięcia o strefę uplastycznienia a_{eff} :

$$a_{eff} = a + r_p. \quad (2.1-20)$$



Rys. 2.1-5. Ilustracja modelu Irwina dla ciał quasi-kruchych

Jeżeli jednak na skutek dużego uplastycznienia wykres obciążenie-przemieszczenie ($P-\Delta$) traci swój liniowy charakter, wówczas kryteria liniowej mechaniki pęknięcia K i G tracą swoją ważność i należy stosować kryteria uwzględniające procesy uplastycznienia u końca pęknięcia.

2.1.3. Kryterium całki J

Całka J zdefiniowana jest przez następujące wyrażenie matematyczne [8, 71, 123]:

$$J = \int_{\Gamma} \left(L dy - \vec{T}_n \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \right) \right) ds, \quad (2.1-21)$$

gdzie: $\vec{T}_n$ – składowa wektora naprężeń, normalna do konturu Γ

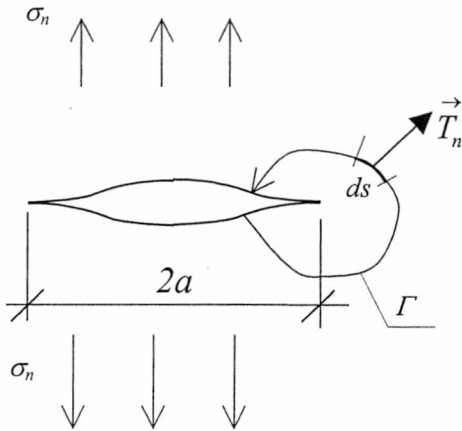
$\vec{u}$ – wektor przemieszczenia

$\vec{T}_n \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \right) ds$ – jednostkowa gęstość energii uwalnianej z pola naprężeń ograniczonego konturem Γ

L – praca obciążenia na jednostkę objętości lub gęstość energii odkształcenia dla ciał sprężystych

ds – element konturu Γ

Γ – droga całkowania wzdłuż konturu zamkniętego, otaczającego wierzchołek pęknięcia w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara od dolnej do górnej powierzchni pęknięcia wg rysunku 2.1-6.



Rys. 2.1-6. Zdefiniowanie konturu Γ

Kryterium pęknięcia przy użyciu całki J ma postać

$$J(P, a, Y) = J_{mat}. \quad (2.1-22)$$

Z lewej strony równania mamy wartość całki J , wyliczoną dla zadanych obciążeń P , zadanej długości szczeliny a oraz funkcji Y , zależnej od geometrii układu ciało-szczelina-obciążenie. Z prawej strony równania mamy stałą materiałową J_{mat} .

Jak wykazał Rice (1968), całka J jest niezależna od drogi całkowania. Całka J jest parametrem, który w pełni charakteryzuje stan naprężenia u wierzchołka szczeliny ciał

sprężysto-plastycznych, pod warunkiem jednak, że w każdym punkcie ciała stan naprężenia (i odkształcenia) jest proporcjonalny do działającego obciążenia i nie dochodzi do spadku naprężeń pomimo wzrostu obciążeń. Oznacza to, że zależność σ - ε dla każdego punktu ciała ma charakter jak na wykresie z rys. 2.1-7, ilustrującym prawo plastycznego płynięcia Ramberga-Osgooda. Prawo to zapisuje się zależnością:

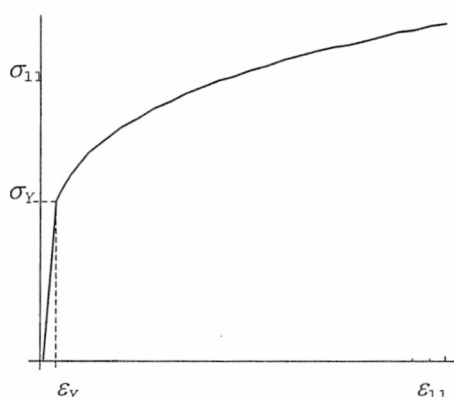
$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_Y} &= \frac{\sigma_{11}}{\sigma_Y} & \text{dla} \quad \varepsilon_{11} \leq \varepsilon_Y \\ \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_Y} &= \alpha \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_Y} \right)^n & \text{dla} \quad \varepsilon_{11} \geq \varepsilon_Y, \end{aligned} \quad (2.1-23)$$

gdzie: σ_Y – granica plastyczności

ε_Y – odkształcenie odpowiadające granicy plastyczności

α – stała

n – wykładnik wzmocnienia.



Rys. 2.1-7. Wykres σ - ε ciała sprężysto-plastycznego z umocnieniem według prawa Ramberga-Osgooda

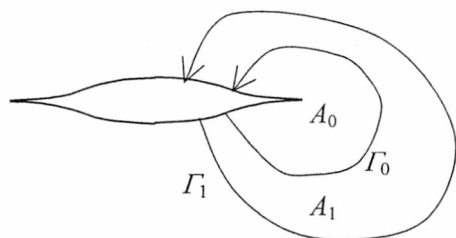
Warunek ten przestaje być spełniony, gdy następuje stabilny wzrost szczeliny i za wierzchołkiem szczeliny powstaje obszar odciążony (w którym nastąpił spadek naprężeń). Wówczas całka J staje się zależna od drogi całkowania.

Niezależność całki J od drogi całkowania łatwo wykazać, zapisując całkę liniową w postaci całki powierzchniowej.

Całkowita praca sił zewnętrznych L jest zdefiniowana wzorem (gęstość energii odkształcenia dla ciał sprężystych)

$$L = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}. \quad (2.1-24)$$

Założmy, że w obszarze pomiędzy Γ_0 i Γ_I (rys. 2.1-8) funkcja naprężeń nie ma osobliwości. Zgodnie z teorią dywergencji wyrażenie na całkę J możemy zapisać w postaci



Rys. 2.1-8. Zdefiniowanie konturu Γ_0 i Γ_1

$$J = \int_{\Gamma_0} \left(L n_1 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds = \int_{\Gamma_1} \left(L n_1 - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds - \int_{A_1 - A_0} \left(\frac{\partial L}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) \right) dA. \quad (2.1-25)$$

Według deformacyjnej teorii plastyczności obowiązują zależności

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_1} = \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_1}; \quad (2.1-26)$$

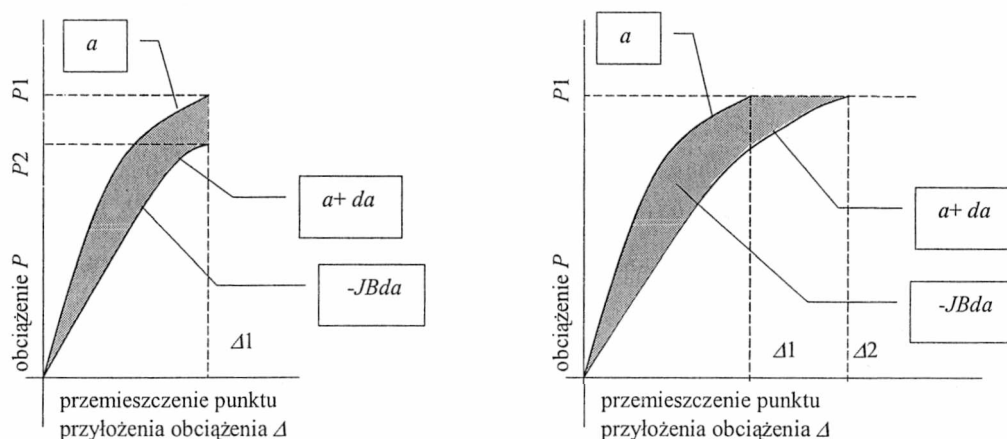
z kolei

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) = \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_1}. \quad (2.1-27)$$

Jak widać, wyrażenie pod całką powierzchniową jest równe zero, zatem wartość całki J istotnie nie zależy od drogi całkowania (przy założeniach deformacyjnej teorii plastyczności).

Fizyczny sens całki J , pomimo abstrakcyjnej matematycznej definicji, jest prosty i zrozumiały. Jeśli przyjmiemy, że droga całkowania jest konturem zewnętrznym analizowanego ciała (całka J zdefiniowana jest dla ciała płaskiego), to całka J jest różnicą energii potencjalnych dwóch identycznie obciążonych ciał, różniących się między sobą jedynie długością szczeliny. Matematycznie powyższe zapiszemy

$$J = - \frac{dU}{Bda}. \quad (2.1-28)$$



Rys. 2.1-9. Całka J jako różnica energii dwóch identycznych ciał, tak samo obciążonych, ale o różnych długościach szczeliny a i $a + da$

Sens fizyczny całki J przedstawiono na rysunku 2.1-9. Rysunek przedstawia zależność obciążenie-przemieszczenie dla ciał jak na rys. 2.1-3. Wartość całki J (pomnożonej przez grubość próbki B i przyrost pęknięcia da) to zakreskowane pole pomiędzy dwoma wykresami. Dla materiałów kruchych czy quasi-kruchych (wykazujących tylko niewielką zdolność do odkształceń plastycznych) wykres ten jest liniowy i identyczny z wykresem na rys. 2.1-4, na którym zobrazowano współczynnik uwalniania energii G .

Fizyczna interpretacja całki J jest identyczna z fizyczną interpretacją współczynnika uwalniania energii G i w zakresie sprężystym obowiązuje zależność

$$J = G. \quad (2.1-29)$$

Całka J rozszerza jednak kryterium WUE na ciała sprężysto-plastyczne.

Wykorzystując zależności pomiędzy współczynnikiem intensywności naprężenia K i współczynnikiem uwalniania energii G , zapiszmy zależności pomiędzy całką J i K – dla płaskiego stanu naprężenia (PSN)

$$K^2 = JE \quad (2.1-30)$$

– dla płaskiego stanu odkształcenia (PSO)

$$K^2 = \frac{JE}{1 - \nu^2}. \quad (2.1-31)$$

Powyższe zależności wykorzystuje się do wyznaczania K_{Ic} , gdy nie jest możliwe wyznaczenie krytycznej wartości WIN ze względu na restrykcje dotyczące grubości próbek.

Hutchison oraz niezależnie od niego Rice i Rosengren [71], pokazali, że pole naprężeń i przemieszczeń u wierzchołka szczeliny opisane jest w pełni przez pojedynczy parametr J :

$$\sigma_{ij} = \sigma_Y \left(\frac{J}{\alpha \sigma_Y \varepsilon_Y I_n r} \right)^{1/(1+n)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \quad (2.1-32)$$

$$\varepsilon_{ij} = \alpha \varepsilon_Y \left(\frac{J}{\alpha \sigma_Y \varepsilon_Y I_n r} \right)^{n/1+n} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \quad (2.1-33)$$

$$u_i - \hat{u}_i = \alpha \sigma_Y r \left(\frac{J}{\alpha \sigma_Y \varepsilon_Y I_n r} \right)^{n/1+n} \tilde{u}_{ij}(\theta, n), \quad (2.1-34)$$

gdzie: σ_Y – granica plastyczności

ε_Y – odkształcenie odpowiadające granicy plastyczności

α – stała we wzorze plastycznego płynięcia Ramberga-Osgooda

n – wykładnik wzmocnienia z prawa Ramberga-Osgooda

I_n – wielkość zależna od wykładnika wzmocnienia, sposobu obciążenia oraz grubości próbki (PSN – PSO).

Pole naprężeń opisane powyższymi związkami nazywane jest polem HRR. Charakter wzorów (2.1-32, 34) jest podobny do wzorów opisujących pole naprężeń w reżimie małego uplastycznienia za pomocą parametru K wzory (2.1-6, 2.1-7). Naprężenia wyliczone na podstawie sprężystego parametru K oznacza się często indeksem SSY (*small scale yielding*), z kolei naprężenia obliczone na podstawie rozwiązania Hutchisona-Rice'a-Rosengrena oznacza się indeksem HRR ($\sigma_{ij}^{SSY}, \sigma_{ij}^{HRR}$).

Zaznaczono już, że całka J zachowuje swoją ważność w ramach deformacyjnej teorii plastyczności, tzn. przy założeniach, że [71]:

- odkształcenia są małe
- materiał jest izotropowy i nieściśliwy w zakresie odkształceń plastycznych
- naprężenia wewnątrz ciała są proporcjonalne, tzn. w żadnym punkcie ciała nie następuje odciążenie, jeśli w innych punktach występuje obciążenie (ciało nieliniowo sprężyste).

W rzeczywistych materiałach sprężystoplastycznych warunek ten nie jest zachowany, gdyż materiały sprężysto-plastyczne wykazują przy pewnym obciążeniu inicjację pęknięcia, a następnie stabilny wzrost szczeliny. W trakcie wzrostu szczeliny z tyłu, za jej wierzchołkiem, pozostaje odciążony obszar, w którym założenia deformacyjnej teorii plastyczności nie są już spełnione.

Si i współpracownicy [53, 71] wykazali na drodze obliczeń numerycznych, że przyrost pęknięcia o 5% nie wpływa znacząco na wielkość całki J . Obliczenia wykonali dla stali A533-B, próbek typu compact 4T. Hutchison i Paris, analizując pole odkształceń HRR, stwierdzili, że całka J kontroluje pole naprężeń u wierzchołka szczeliny, gdy przyrost pęknięcia jest zdecydowanie mniejszy od zasięgu pola zdominowanego przez pole HRR. Zachowanie niezmienniczości całki J (czyli niezależności od drogi całkowania) przy niewielkim wzroście szczeliny jest w pełni zrozumiałe, gdyż jeśli obszar odciążony jest niewielki w stosunku do obszaru kontrolowanego przez całkę J (obszar HRR), to i wpływ tego obszaru (podwójna całka powierzchniowa w wyrażeniu 2.1-26) na wartość całki J jest niewielki. Liczne obliczenia numeryczne i badania potwierdzają spostrzeżenie Siha [107].

Weng i Sun [107] wykonali serię obliczeń całki J przy użyciu MES dla różnych dróg całkowania i zweryfikowali wyniki obliczeń z danymi eksperymentalnymi. Obliczenia wykonywali według deformacyjnej teorii plastyczności oraz według przyrosto-

wej teorii plastyczności, czyli z uwzględnieniem odciążenia za wierzchołkiem rozwijającej się stabilnie szczeliny. Obliczenia wykonywali dla materiału ze wzmocnieniem, korzystając z kryterium uplastycznienia Hubera-Misesa i stowarzyszonego prawa płynięcia. Wartość całki J według deformacyjnej teorii plastyczności wyliczano zgodnie ze wzorem (2.1-21, 2.1-28). Ponieważ w przyrostowej teorii plastyczności stan naprężenia, a więc i wartość całki J , są zależne od historii obciążenia, wartość tej ostatniej wyliczano, wykorzystując następującą zależność

$$\Delta J = \int_{\Gamma} \left(\Delta L n_1 - (t_i + \Delta t_i) \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_1} - \Delta t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds \quad (2.1-35)$$

oraz

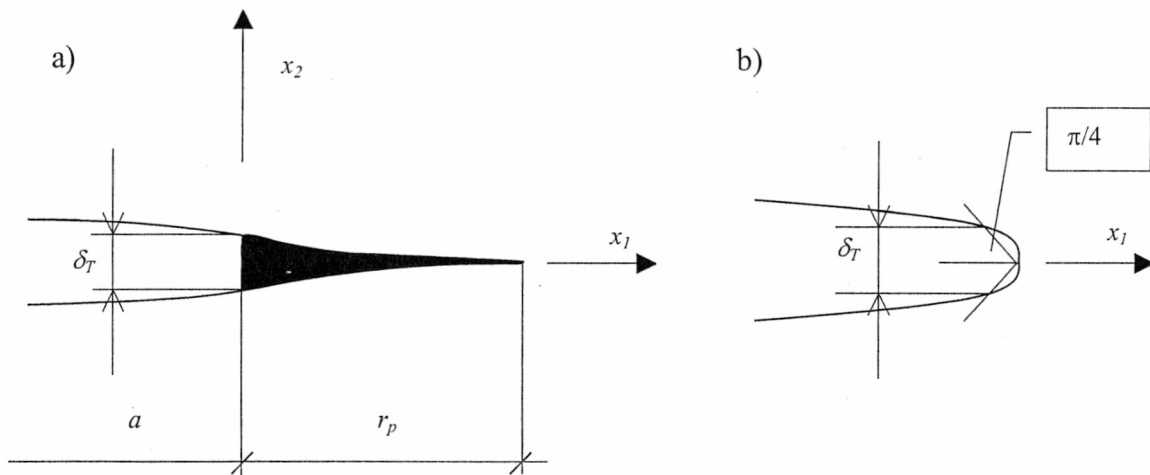
$$J = \sum \Delta J. \quad (2.1-36)$$

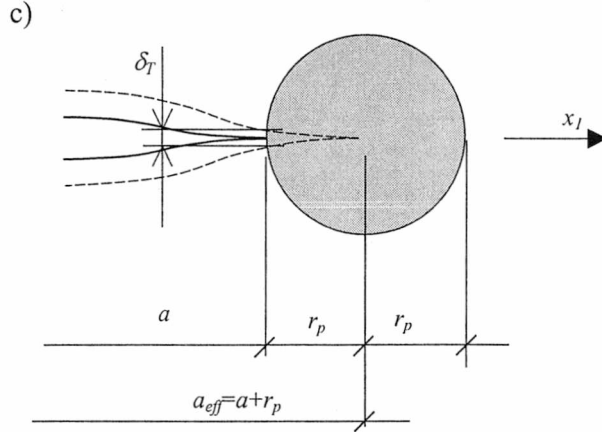
Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że geometria próbek nie ma wpływu na wartość całki J w chwili inicjacji wzrostu szczeliny. Wraz ze wzrostem szczeliny wartości całki J zaczynają się różnić dla różnych próbek, jednak do przyrostu szczeliny o 10 mm różnice te są bardzo małe. Przy dalszym wzroście szczeliny wartości całki J w coraz większym stopniu zależą od geometrii próbki. Obliczenia wykonano dla jednego typu geometrii próbek.

2.1.4. Kryterium rozwarcia wierzchołkowego pęknięcia

Kiedy zasięg uplastycznienia u wierzchołka szczeliny jest nieduży, wpływ uplastycznienia na wartość WIN uwzględnia się poprzez przyjęcie powiększonej długości szczeliny (model Irwina, rys. 2.1-5).

Punkty przecięcia powiększonej szczeliny i okręgu o promieniu r_p (zakres strefy uplastycznienia) oddalają się od siebie na skutek przyłożonego obciążenia zewnętrznego (rys. 2.1-10c).





Rys. 2.1-10. Różne metody pomiaru rozwarcia wierzchołkowej szczeliny
a) w modelu Dudgale'a-Barenblata-Panasjuka
b) wg propozycji Siha
c) w modelu Irwina

Odległość ta (rys. 2.1-10) została oznaczona δ_T i nazywana jest rozwarciem wierzchołkowym szczeliny (CTOD – *crack tip opening displacement*). Ponieważ stan naprężenia u czoła szczeliny w ciele sprężystym zależy tylko od jednego parametru K , także i stan przemieszczenia zależy tylko od tego parametru, czyli wartość δ_T musi dać się wyrazić za pomocą K . Zależność ta ma postać:

– w modelu Irwina:

$$\delta_T = 4/\pi \alpha (K_I/\sigma_Y E)^2, \quad (2.1-37)$$

gdzie: $\alpha = (1-\nu^2)\sqrt{3}$ w płaskim stanie odkształcenia
 $\alpha = 1$ w płaskim stanie naprężenia

– w modelu Dudgale'a-Barenblata-Panasjuka w PSN

$$\delta_T = (K_I/\sigma_Y E)^2 \quad (2.1-38)$$

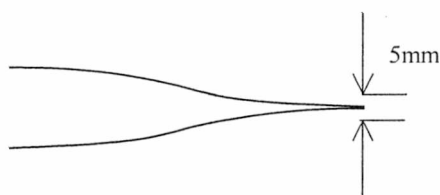
Model Dudgale'a-Barenblata-Panasjuka dotyczy płaskiego stanu naprężenia [19, 71]. Rozszerzenie na płaski stan odkształcenia oraz iteracyjny sposób na obliczenie δ_T podał Neimitz [72, 73].

Kryterium rozwarcia wierzchołkowej szczeliny mówi, że pęknięcie zacznie się rozwijać, gdy rozwarcie wierzchołka szczeliny osiągnie krytyczną wartość i zapisuje się w postaci

$$\delta_T = \delta_{Tc}. \quad (2.1-39)$$

Kryterium to, pomimo prostego fizycznego sensu, jest kłopotliwe w stosowaniu, gdyż trudno jest określić punkty na rzeczywistej szczelinie, w których należy mierzyć krytyczne rozwarcie. Kryterium to nie zostało ujęte w polskich normach.

W ostatnich latach Schwalbe i współpracownicy [84] wprowadzili nowy parametr pęknięcia δ_5 , podobny do rozwarcia wierzchołkowego szczeliny, będący miarą odkształceń plastycznych u wierzchołka szczeliny. Parametr mierzy się u końca szczeliny w oddaleniu o 2.5 mm w kierunku prostopadłym do kierunku szczeliny. Odległość między punktami pomiaru wynosi więc 5 mm. Punkty pomiaru parametru δ_5 pokazano na rysunku 2.1-11.



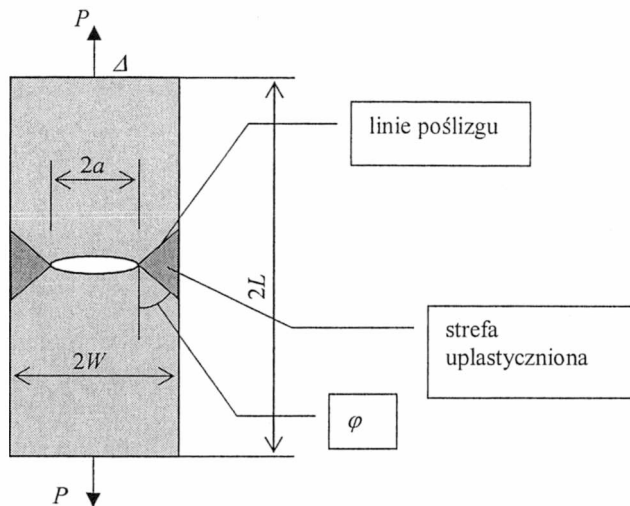
Rys. 2.1-11. Punkty, w których mierzy się parametr δ_5 , nowy parametr pęknięcia zaproponowany przez Schwalbego i wsp. w procedurze EFAM GTP 94 [84]

2.1.5. Kryterium siły granicznej

Kryterium siły granicznej nie jest właściwie kryterium charakterystycznym dla mechaniki pęknięcia, gdyż nie udziela odpowiedzi na pytanie, przy jakiej sile następuje niestabilny rozwój szczeliny. Jednak znajduje zastosowanie w ocenie nośności elementów z pęknięciem, szczególnie w połączeniu z kryteriami charakterystycznymi dla mechaniki pęknięcia, i jest używane do konstrukcji krzywej zniszczenia FAD (*failure assessment diagram*), a także do procedur służących obliczaniu siły uogólnionej działającej na szczelinę (EPRI, ETM).

Siła graniczna F_Y jest to siła obliczana dla modelu ciała z materiału sprężysto-idealnie plastycznego, przy której następuje pełne uplastycznienie elementu. Wzrost siły powyżej F_Y nie jest możliwy [71].

Wartości siły granicznej rozciąganej tarczy o szerokości $2W$ ze szczeliną centralną o długości $2a$ (jak na rysunku 2.1-11), w zależności od rozpatrywanego stanu naprężenia (PSO lub PSN) oraz w zależności od kryterium płynięcia wynosi:



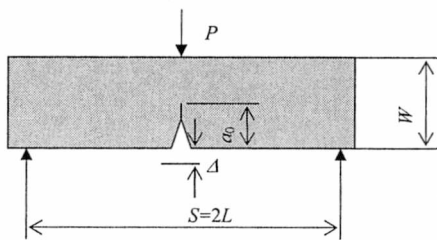
Rys. 2.1-11. Tarcza ze szczeliną centralną, ilustracja obliczania siły granicznej P_0

$$P_0 = \frac{4}{\sqrt{3}} B(W - a)\sigma_Y \quad \text{PSO, materiał HMH} \quad (2.1-40)$$

$$P_0 = 2B(W - a)\sigma_Y \quad \text{PSO, materiał Tresci} \quad (2.1-41)$$

$$\varphi = \pi/4$$

$$P_0 = 2B(W - a)\sigma_Y \quad \text{PSN.} \quad (2.1-42)$$



Rys. 2.1-12. Próbką trójpunktowo zginana

Z kolei dla próbki trójpunktowo zginanej siła graniczna wynosi

$$P_0 = (1.455Bb\alpha\sigma_Y)/S \quad \text{dla PSO} \quad (2.1-43)$$

$$P_0 = (1.072Bb\alpha\sigma_Y)/S \quad \text{dla PSN,} \quad (2.1-44)$$

gdzie: $\alpha = 1$ dla materiału HMH; $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dla materiału Tresci.

2.1.6. Kryteria sformułowane na podstawie WIN i siły granicznej

Wymienione do tej pory kryteria pęknięcia, a mianowicie kryterium WIN, kryterium całki J oraz kryterium rozwarcia wierzchołka szczeliny, należą do jednoparametrowych kryteriów pęknięcia. Oznacza to, że pole naprężeń u końca szczeliny zależy tylko od jednego parametru K dla ciał sprężystych oraz J dla ciał sprężysto-plastycznych. Przyjęcie tak prostego modelu ma swoje zalety, jednak czasem stoi w sprzeczności z doświadczeniem. Kiedy pęknięcie materiału następuje przy dużych naprężeniach nominalnych w stosunku do granicy plastyczności, to powiększenie początkowego pęknięcia o strefy plastyczne powoduje spadek odporności materiału na pęknięcie [79]. Rykaluk przytacza następujące warunki pęknięcia uwzględniające wysokie naprężenia nominalne:

- warunek zaproponowany przez Irwina

$$K_r = \frac{1}{\sqrt{1 + 0.5S_r^2}} \quad (2.1-45)$$

- warunek Morozowa

$$K_r = \sqrt{1 - S_r^2 \left(\frac{R_e}{R_m} \right)^2} \quad (2.1-46)$$

- warunek Machutowa

$$K_r = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{0.5S_r^2}{1 - 0.5S_r^2}}} \quad (2.1-47)$$

- warunek Wellsa-Dugdale'a-Panasjuka

$$K_r = \frac{S_r}{\sqrt{-\frac{8}{\pi^2} \ln \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} S_r \right) \right)}} \quad (2.1-48)$$

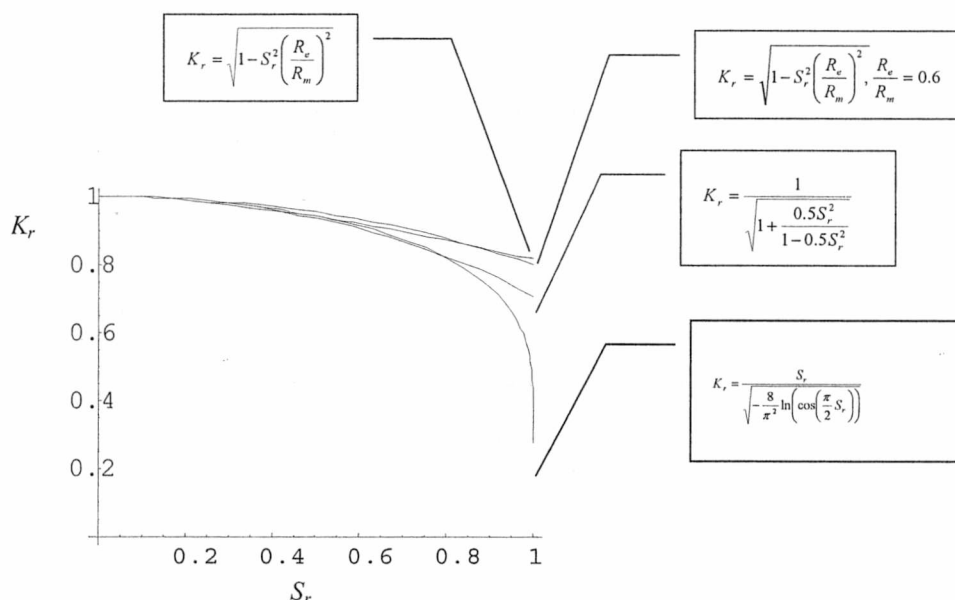
Przez K_r oznaczono stosunek panującego w konstrukcji współczynnika intensywności (przy zadanym poziomie obciążenia) do odporności materiału na pęknięcie, wyrażonej poprzez współczynnik intensywności naprężenia:

$$K_r = \frac{K_I}{K_{Ic}} \quad (2.1-49)$$

Z kolei przez S_r oznaczono stosunek działającego obciążenia zewnętrznego do siły granicznej pełnego uplastycznienia:

$$S_r = \frac{S}{S_0} = \frac{\sigma}{R_e}, \quad (2.1-50)$$

gdzie: σ oznacza naprężenie nominalne.



Rys. 2.1-13. Ilustracja zależności 2.1-51 do 2.1-54

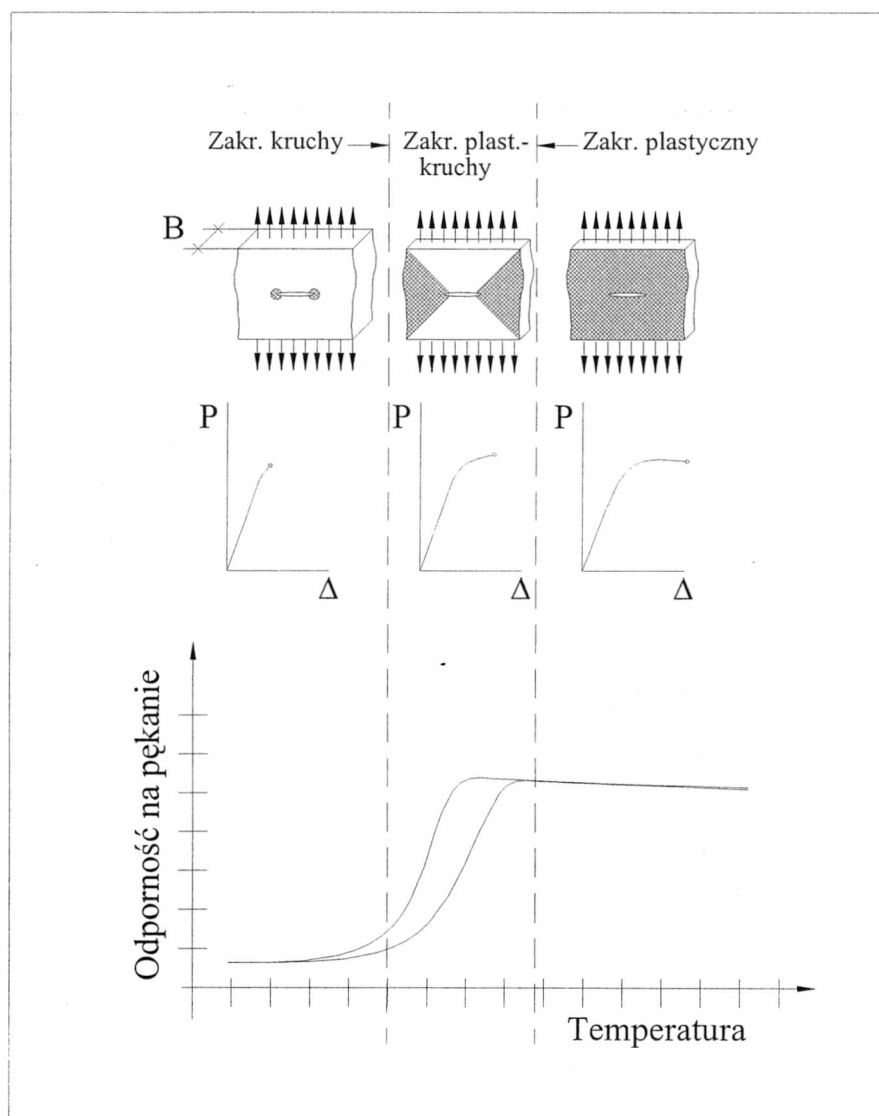
Powyższe kryteria ujmują wpływ wysokich naprężeń panujących w obciążonym elemencie na propagację pęknięcia. Jeżeli będziemy uwzględniać fakt utworzenia się strefy uplastycznienia u wierzchołka szczeliny poprzez przyjęcie powiększonej (efektywnej) długości szczeliny równej $a_{eff} = a + r_p$, to wyliczony dla nowej długości WIN możemy nazwać WIN efektywnym. Należy jednak pamiętać, że zależności te, przynajmniej formalnie, są prawdziwe jedynie dla uplastycznienia małego zakresu. Jeżeli uplastycznienie u wierzchołka szczeliny jest duże, wówczas fakt uplastycznienia nie może być traktowany jako negatywny, a wręcz przeciwnie. Fakt, że energia może być dysypowana na znacznym obszarze elementu, powoduje podniesienie jego odporności na pękanie, a nie osłabienie. Mimo to zależności te znalazły powszechne zastosowanie i zostały użyte do oceny nośności elementów z pęknięciem metodą krzywych zniszczenia (FAD), aczkolwiek do ich konstrukcji używa się parametru K , ustalonego doświadczalnie, nawet gdy warunki małego uplastycznienia nie są zachowane (wartość ta nie jest wtedy – oczywiście – amplitudą pola naprężeń, a jedynie „doraźną miarą odporności na pękanie” [62]).

2.2. Nowoczesne kryteria nośności w mechanice pękania

2.2.1. Specyfika pękania w stalach ferrytyczno-perlitycznych

2.2.1.1. Wpływ temperatury i wymiarów próbek na mierzoną odporność na pękanie

Współczynnik intensywności naprężenia K , całka J oraz rozwarcie wierzchołka szczeliny δ – to trzy podstawowe parametry pękania służące do oceny nośności elementów z pęknięciami. W ciągu trzydziestu lat od ich zdefiniowania (K – 1957, δ – 1961, J – 1968) zostało wykonanych tysiące badań różnych materiałów na różnych geometriach próbek, przy różnych szybkościach obciążenia, w różnych temperaturach,



Rys. 2.2-1. Zależność odporności na pękanie od temperatury

a także w warunkach dodatkowych ciśnień hydrostatycznych (w komorach ciśnieniowych). Jak pokazuje doświadczenie, parametry, które chcemy uważać za stałe materiałowe, niestety, zależą od wyżej wymienionych czynników.

Pokrótkie przedstawimy, jak zmienia się odporność stali ferrytyczno-perlitycznych na pękanie mierzona doświadczalnie w zależności od powyższych czynników:

- temperatura

Odporność na pękanie stali ferrytyczno-perlitycznych charakteryzuje się bardzo dużą wrażliwością na zmianę temperatury. Zależność ta podobna jest do zależności udarności od temperatury.

Na rysunku 2.2-1 pokazano schematycznie wykres zależności odporności na pękanie od temperatury, charakterystycznej dla niskowęglowych stali ferrytyczno-perlitycznych. Na wykresie możemy wyróżnić trzy obszary:

1) Pierwszy obszar, w którym element zachowuje się krucho, tzn. obszar uplastycznienia u czoła pęknięcia, jest nieduży, a procesy uplastycznienia mają niewielki wpływ na odporność elementu na pękanie. W obszarze tym rejestrowana zależność siła-przemieszczenie ma charakter zasadniczo liniowy aż do zniszczenia elementu. W tym obszarze obowiązują zasady liniowej (sprężystej) mechaniki pęknięcia, zaś parametrem opisującym pękanie jest współczynnik intensywności naprężenia K .

2) Drugi obszar to obszar przejścia plastyczno-kruchego. W obszarze tym udział procesów plastycznych jest znaczny, a rejestrowany wykres siła-przemieszczenie wykazuje silną nieliniowość aż do zniszczenia elementu. W obszarze tym szczelina wykazuje stabilny wzrost długości przed zniszczeniem. Mierzone wartości odporności na pękanie charakteryzują się dużym rozrzutem wyników (co pokazano na wykresie podwójną linią). Odporność na pękanie w obszarze plastyczno-kruchym wykazuje dużą zależność od wymiarów próbek, a w szczególności od grubości próbki. W dolnym przedziale tego obszaru parametrem opisującym pękanie są parametry J i δ , tzn. parametry uwzględniające nieliniowy charakter wykresu siła-przemieszczenie. Jeżeli jednak szczelina wykazuje wzrost pęknięcia powyżej 5% długości (praktycznie przyjmuje się 0.2 mm), parametry te tracą ważność jako lokalne parametry pęknięcia (nie są już amplitudą naprężeń u wierzchołka pęknięcia), cała J staje się zależna od drogi całkowania. Parametry te są wykorzystywane do opisu pęknięcia jako parametry globalne, będące miarą dysypowanej energii w procesie wzrostu pęknięcia.

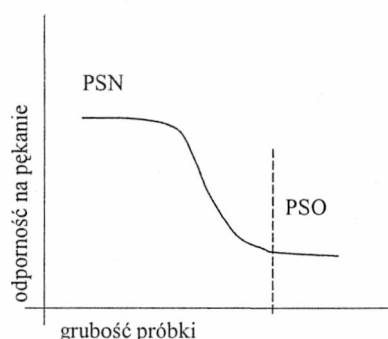
3) Trzeci obszar to zakres temperatur, w którym próbka wykazuje duże przyrosty pęknięcia przed niestabilnym zniszczeniem bądź też niestabilne zniszczenie nie występuje w ogóle. Obszar ten nazywa się obszarem ciągłego zachowania materiału, nazywany też jest często obszarem górnym (*upper shelf*). Burdekin i Moskovic definiują temperaturę obszaru górnego jako temperaturę, w której prawdopodobieństwo kruchego pęknięcia wynosi 5% [16].

Normowe metody badania odporności na pękanie [123, 124] dotyczą jedynie elementów w obszarze kruchym, o grubości zapewniającej panowanie płaskiego stanu odkształcenia w przeważającej grubości elementu (K), względnie niezależność wyników od wymiarów próbki (J).

Zależność odporności na pękanie od temperatury zostanie bliżej przedstawiona w rozdziale poświęconym jej wyznaczaniu na podstawie udarności.

- grubość elementu

Wpływ grubości próbki na odporność na pękanie ilustruje schematyczny wykres:



Rys. 2.2-2. Wpływ grubości próbki na odporność na pękanie

Odporność na pękanie maleje wraz ze wzrostem grubości próbki, do momentu gdy grubość będzie na tyle duża, że w przeważającej grubości próbki będzie panował płaski stan odkształcenia. Normowy warunek na grubość próbki, przy której zapewniony jest płaski stan odkształcenia, ma postać:

$$B \geq 2.5 (K_{Ic}/R_e)^2. \quad (2.2.1-1)$$

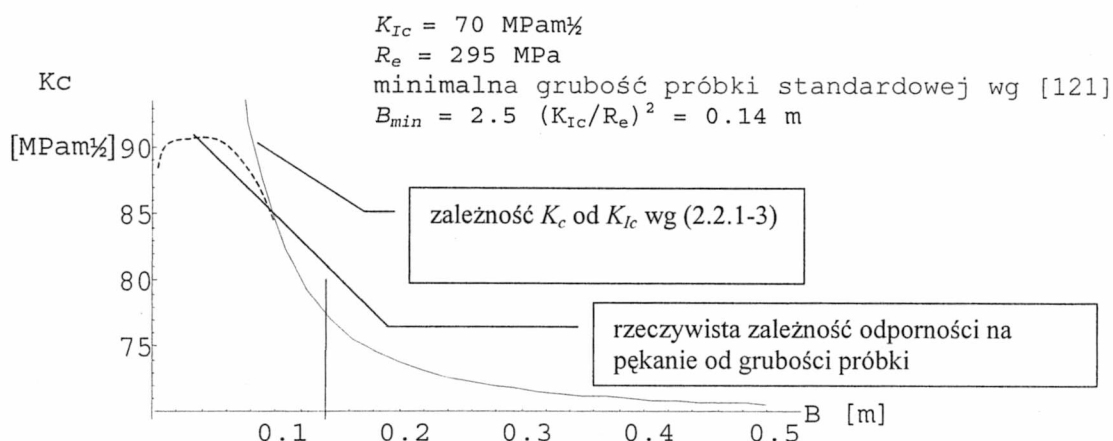
Nieco mniej restrykcyjny jest warunek, gdy wyznaczanym parametrem jest całka J :

$$B \geq 25 (J_{Ic}/R_e)^2. \quad (2.2.1-2)$$

Tylko przy spełnieniu powyższych warunków na grubość elementu WIN K oraz całka J mogą być traktowane jako stałe materiałowe. Jeżeli warunki te nie są spełnione, konieczne jest zastosowanie dodatkowych parametrów opisujących pękanie bądź też ocenę nośności elementu przeprowadza się, opierając się na parametrach pękania ustalonych na geometrii próbki maksymalnie zbliżonej do geometrii elementu (grubość, sposób obciążenia, długość szczeliny) [8].

Wpływ grubości elementu na propagację pęknięcia próbuje się ująć, modyfikując wartość WIN. Krytyczną wartość WIN elementu nie będącego w płaskim stanie odkształcenia oznacza się K_c . Barsom, Rolfe [8] podają doświadczalne wzory na zależność K_c od K_{Ic} :

$$K_c = K_{Ic} \sqrt{1 + \frac{1.4}{(B)^2} \left(\frac{K_{Ic}}{R_e} \right)^4}. \quad (2.2.1-3)$$



Rys. 2.2-3. Ilustracja zależności odporności na pękanie od stosunku grubości badanej próbki do próbki normowej wg Barsoma i Rolfe'a [8].

Należy zauważyć, że aby móc korzystać z tych zależności, konieczna jest znajomość K_{Ic} . Poza tym, jak podaje Barsom [8], zależności te można stosować tylko wtedy, gdy różnica między grubością badanego elementu a grubością próbki standardowej (na której wyznaczono K_{Ic}) jest nieduża.

- wymiary w planie

Landes [44] analizował wyniki wielu badań przeprowadzonych na próbkach o tej samej geometrii, lecz różnych wymiarach w planie. Próbki miały stałą grubość oraz grubości proporcjonalnie wzrastające z innymi wymiarami w planie. Oto wnioski przedstawione przez Landesa [44]:

- odporność na pękanie ustalona na małych próbkach ma większy rozrzut wyników i daje bardziej konserwatywne wyniki w porównaniu z wynikami ustalonymi na próbkach większych
- wzrost wymiarów próbek przy stałej grubości powoduje niewielki przyrost odporności na pękanie
- na próbkach rozciąganych (CCT) uzyskiwano większe wartości odporności w porównaniu z wartościami uzyskanymi na próbkach zginanych (compact); zmiana ta odpowiada różnicy odporności uzyskiwanej na próbkach typu compact w temperaturze -90° i -60°C
- parametr WIN (K_{Ic}) silnie zależy od wymiarów próbki w obszarze przejścia plastyczno-kruchego (pomimo że analizowano tylko wyniki spełniające warunki normowe!) i nie może być w tych temperaturach stosowany [44].

- trójosiowość stanu naprężenia

Trójosiowość stanu naprężenia ma bardzo duży wpływ na inicjację i wzrost pęknięcia. Wychodząc z przesłanek fizyki pękania, wpływ sztywności stanu naprężenia na rozwój kruchego pęknięcia pokazał dobitnie Rykaluk [79]. Jak pokazuje Rykaluk, nośność materiału na kruche pękanie jest tym mniejsza im większa jest sztywność stanu naprężenia.

Sztywność naprężenia charakteryzowana jest ilorazem K_i

$$K_i = \frac{\sigma_1}{\sigma_i}, \quad (2.2.1-4)$$

gdzie: σ_1 – rozciągające naprężenie główne

σ_i – intensywność naprężenia z hipotezy HMM:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2.2.1-5)$$

Kryterium nośności fizyki pęknięcia przytaczane przez Rykaluka ma postać:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \frac{R_f}{R_e}, \quad (2.2.1-6)$$

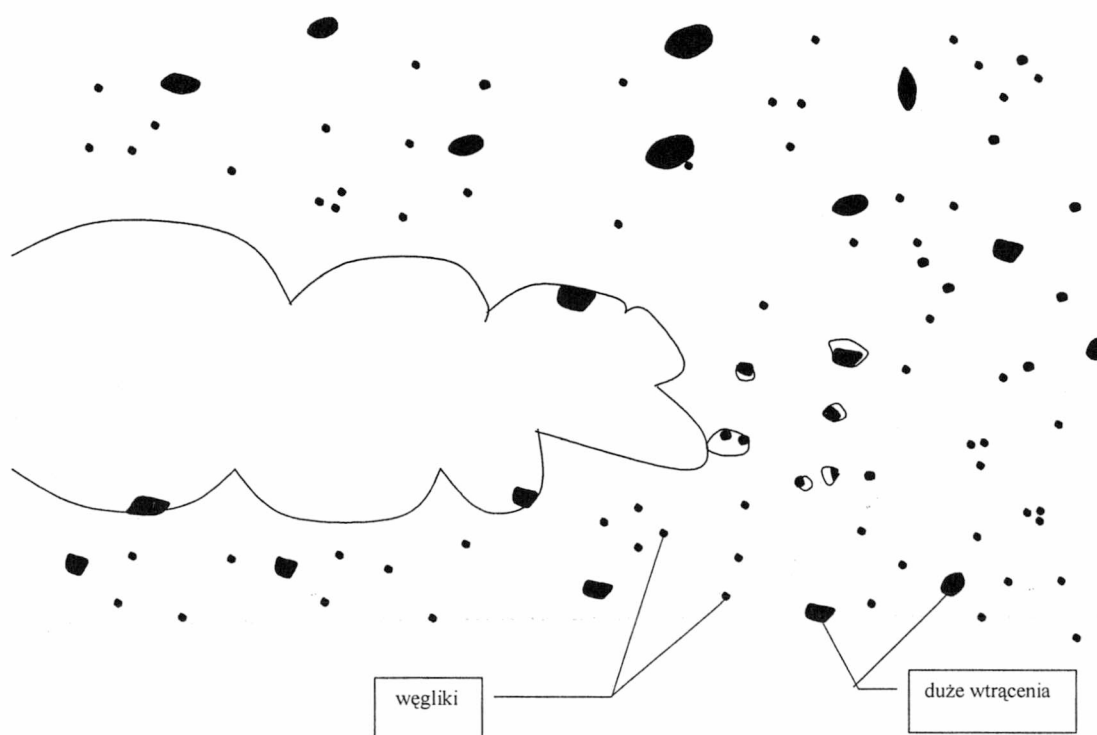
gdzie: R_f – naprężenie krytyczne, zależne od mikrostruktury materiału, będące stałą materiałową, nazywane często naprężeniem kruchego pęknięcia i oznaczane σ_f względnie σ_c (dolne indeksy od słów *fracture*, *cleavage*).

Doświadczalnym wpływem sztywności stanu naprężenia zajmowała się między innymi Biel-Gońska [10]. Biel-Gońska badała rozciągany pręt okrągły z korbami o różnych promieniach wyokrąglenia dna karbu. Pręt został umieszczony w komorze ciśnieniowej i poddawany był ciśnieniu hydrostatycznemu. Przedstawmy wnioski z przeprowadzonych badań.

Stal ferrytyczno-perlityczna wykazywała dwa mechanizmy pęknięcia: ciągliwy i mieszany, mieszany – gdy współczynnik trójosiowości stanu naprężenia σ_m/σ_i (σ_m – naprężenie średnie: $\sigma_m = 1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$, σ_i – naprężenie efektywne z hipotezy HMM) był mniejszy od 0.45. Dla współczynnika większego od 0.45 pęknięcie miało charakter ciągliwy. Pęknięcie ciągliwe jest kontrolowane przez zniszczenie wiązań pomiędzy osnową i wtrąceniami węglików. Naprężenie na granicy wtrącenia i osnowy stanowi kryterium pęknięcia. Dla ujemnych wartości σ_m/σ_i dominującym mechanizmem zniszczenia było ściecie. W wypadku stali bainitycznej zniszczenie następowało zawsze przez ściecie, pewne sygnały zarodkowania i wzrostu pustek były obserwowane, jednak nie decydowały one o mechanizmie zniszczenia.

2.2.1.2. Opis fenomenu pęknięcia w stalach ferrytyczno-perlitycznych

W materiale sprężysto-plastycznym u wierzchołka ostrego pęknięcia na skutek przyłożonego obciążenia wytwarza się strefa wysokich naprężeń. Wraz ze wzrostem naprężeń wokół dużych wtrąceń słabo związanych z osnową zarodkują duże pustki ($\approx 1-10 \mu\text{m}$). Przy dalszym wzroście obciążenia zarodkują drugorzędne pustki ($0.1-1 \mu\text{m}$) wokół drobnych wtrąceń węglików, które mają silne powierzchniowe powiązanie z osnową [9, 51, 71, 79, 109, 110, 111, 114].



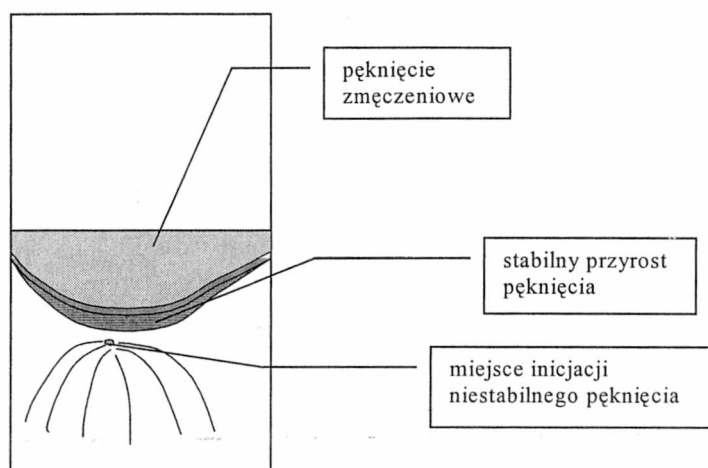
Rys. 2.2-4. Ilustracja mikro - procesów plastycznych zachodzących u wierzchołka pęknięcia

Zarodkowane pustki rosną wraz ze wzrostem obciążenia, a wokół pustek i wokół inkluzji następuje intensyfikacja naprężeń. Z czasem następuje zerwanie mostków pomiędzy pustkami i dochodzi do ich koalescencji. Kiedy pustki łączą się z pęknięciem głównym (magistralnym), dochodzi do stabilnego wzrostu długości pęknięcia. Zniszczenie może nastąpić bądź to na skutek stabilnego rozrywania materiału (typowy dla obszaru ciągliwego – górnego zakresu temperatur), bądź też po pewnym okresie stabilnego wzrostu pęknięcia następuje lawinowe łączenie się pustek i zniszczenia przybiera charakter kruchy (sposób zachowania typowy dla obszaru przejścia plastyczno-kruchego). Opisane procesy zachodzące w materiale w skali mikro zostały opisane modelem Gursona [119]. Na podstawie modelu Gursona możliwe jest wyznaczenie krzywej R danego materiału i wyznaczenie nośności elementu. Obliczenia z wykorzystaniem modelu Gursona wykonuje się przy użyciu MES. Wymagany jest bardzo gęsty podział na elementy przestrzenne, których wielkość musi być porównywalna z wielkością wtrąceń [119].

Uwzględnienie faktu niejednorodności materiału tłumaczy duży rozrzut wyników odporności na pękanie w obszarze przejścia plastyczno-kruchego. Jeżeli wzrost pęknięcia wywołany zostaje zniszczeniem mostków, to niekorzystne położenie słabego mostka u wierzchołka szczeliny spowoduje kruche pęknięcie przy obciążeniach znacznie niższych, niż gdy ów słaby mostek jest położony dalej od wierzchołka szczeliny. Powyższy statystyczny model, wyjaśniający duży rozrzut wyników w obszarze przejścia plastyczno-kruchego, nosi nazwę teorii słabego mostka (*weak link theory* – WLT).

Obserwacja przełomu próbki potwierdza przedstawione powyżej modele zachowania się szczeliny. Na przełomie próbek, które pękły krucho po pewnym

okresie stabilnego wzrostu pęknięcia, można zaobserwować miejsce inicjacji, od którego zapoczątkowany został lawinowy proces łączenia się pustek. Miejsce to zazwyczaj znajduje się w pewnej odległości od czoła stabilnego pęknięcia



Rys. 2.2-5. Przełom próbki charakterystyczny dla obszaru przejścia plastyczno-kruchego

2.2.2. Model RKR – kryterium naprężenia kruchego pęknięcia σ_f

Ritchie, Knott, Rice, Mieszkow stwierdzili, że niestabilny rozwój pęknięcia następuje, gdy naprężenie normalne σ_{22} (naprężenie normalne do kierunku szczeliny) w obszarze u wierzchołka szczeliny osiągnie krytyczną wartość σ_f [60, 104, 109, 114]. Naprężenie to jest niezależne od temperatury ani od szybkości odkształcenia i jest uznawane za parametr kruchego pęknięcia łączący makroskopową odporność na pękanie z mikrostrukturą stali [104]. Lokalne naprężenie kruchego zniszczenia σ_f przejawia następujące właściwości w stalach ferrytyczno-perlitycznych [104]:

- 1) σ_f jest parametrem charakteryzującym odporność na pękanie stali ferrytycznych i jest zdeterminowany przez mikrostrukturę materiału
- 2) σ_f nie zależy od temperatury, szybkości obciążenia, położenia karbu czy szczeliny względem najslabszego ziarna, gdzie pęknięcie zostaje wyzwolone
- 3) σ_f może charakteryzować odporność na pękanie niejednorodnego obszaru, np. spoiny, przez charakterystyczną wartość o małym paśmie rozproszenia
- 4) σ_f może być dokładnie określone poprzez ustalenie rozkładu naprężeń u wierzchołka szczeliny (metodą elementów skończonych), w powiązaniu z wynikami eksperymentu i dokładnej lokalizacji miejsca inicjacji pęknięcia

Tetelman [104] badał wpływ promienia wyokrąglenia karbu r na wartość σ_f . Stwierdził, że dla promieni $r < 0.254$ mm σ_f jest niezmiennie, dla większych promieni uzyskiwano duży rozrzut wartości σ_f . Przyczyną może być fakt, że dla większych promieni większa objętość materiału zostaje poddana działaniu wysokich naprężeń, a zatem wzrasta prawdopodobieństwo, że w strefie wysokich naprężeń znajdzie się cząstka odpowiednia do inicjacji kruchego pęknięcia.

Bowen i Knott [104] analizowali wpływ wielkości próbki na wartość naprężenia σ_f . Stwierdzili, że dla gruboziarnistej stali martenzytycznej σ_f maleje wraz ze wzrostem wielkości próbki, ale jest niezmienna dla drobnoziarnistej stali martenzytycznej.

Yan i wsp. [114] obliczali σ_f dla próbek o różnych promieniach wyokrąglenia (od 0.25 mm do 1.0 mm) na próbkach wykonanych ze stali drobno- i gruboziarnistych. Stwierdzili, że nawet gdy objętość materiału o bardzo wysokich naprężeniach oraz obciążenie niszczące różniły się znacznie dla różnych próbek, to jednak σ_f dla danego materiału pozostawało stałe. Stwierdzono, że kruche pęknięcie jest związane głównie z poziomem naprężeń normalnych u wierzchołka szczeliny (lub karbu), a wartość σ_f jest zdeterminowana przez wielkość ziarna ferrytu. Do takich samych konkluzji doszli Wang i wsp. [104].

Jak wykazują badania, inicjacja ciągłego pęknięcia następuje w pewnej odległości przed wierzchołkiem pęknięcia. Miejsce to da się zaobserwować pod mikroskopem elektronowym przy oględzinach przełomu.

Naprężenie σ_f może zostać powiązane z długością C_0 mikropęknięcia i efektywną energią powierzchniową γ przez wyrażenie [48, 79, 104]:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)C_0}} \quad (2.2.2-1)$$

gdzie: E – moduł Younga, ν – współczynnik Poissona, C_0 – krytyczna długość mikropęknięcia związana z wielkością największego ziarna ferrytu.

Wang, Wang i Chen [104] badali próbki z karbami o różnych promieniach wyokrąglenia, różnych głębokościach i różnych kątach, w temperaturze -190°C . Wyniki porównano z wynikami obliczeń przy użyciu MES. Wnioski, jakie wysnuli ze swoich badań, są następujące:

- Przy zadanym poziomie obciążenia miejsce maksymalnego naprężenia normalnego (σ_{22}) przesuwa się w stronę dna karbu wraz ze wzrostem głębokości karbu. Gdy kąt powierzchni bocznych karbu rośnie, odległość miejsca maksymalnych naprężeń normalnych oddala się od dna karbu.
- Wraz ze zmianą głębokości karbu oraz kątem powierzchni bocznych obciążenie niszczące i kształt obszaru wysokich naprężeń wykazują duże zróżnicowanie, ale σ_f jest stałe.
- Krytyczny dla kruchego zniszczenia jest rozwój szczeliny zlokalizowanej przy ziarnie ferrytu do materiału osnowy, zatem σ_f jest zdeterminowane wielkością ziarna ferrytu.
- Miejsce inicjacji kruchego pęknięcia jest związane z miejscem, w którym naprężenie normalne σ_{22} osiąga maksimum, i jest niezależne od mikrostruktury materiału.

Ostatni wniosek wydaje się stać w sprzeczności z poprzednimi. Tak jednak nie jest. Staje się to jasne, jeśli uświadomimy sobie, że wielkość ziaren ferrytu jest znacznie mniejsza od wymiarów próbki i w strefie wysokich obciążeń zawsze znajdują się ziarna wystarczająco duże dla rozwoju pęknięcia. Zatem miejsce inicjacji kruchego pęknięcia jest niezależne od wielkości ziarna ferrytu (dowiedli tego Curry i Knott 1979, 1980) [114].

Bardzo interesujące badania przeprowadzili Yan i Mai (1997) [114]. Badali oni stal niskowytrzymałą ($\sigma_Y = 322$ MPa w temperaturze -70°C ; $\sigma_Y = 226$ MPa w temperaturze $+30^\circ\text{C}$) w różnych temperaturach od -70°C do $+40^\circ\text{C}$, na próbkach trójpunktowo zginanych, rozciąganych ze szczeliną centralną (CCT) oraz próbkach compact. Przełom próbek był badany pod mikroskopem elektronowym. Dodatkowo przeprowadzono obliczenia przy użyciu MES. Przedstawimy wnioski autorów [114]:

- Współczynnik trójosiowości stanu naprężenia (σ_m/σ_i) osiąga maksimum w pewnym oddaleniu od wierzchołka pęknięcia. Współczynnik ten jest najmniejszy dla próbek rozciąganych ze szczeliną centralną (CCT) i wyniósł $\cong 1.8$, dla porównania: w próbkach compact wyniósł $\cong 3.0$, a w próbkach trójpunktowo zginanych – około 2.4.
- W temperaturach od -70°C do -40°C zniszczenie miało charakter kruchy, bez jakichkolwiek objawów plastycznego przyrostu szczeliny.
- W temperaturach od -30°C do 0°C część próbek ulegała zniszczeniu w sposób kruchy bez przyrostu pęknięcia, w innych kruche zniszczenie poprzedzone było plastycznym przyrostem pęknięcia.
- W temperaturach od 10°C do 20°C wszystkie próbki wykazywały plastyczny przyrost pęknięcia przed kruchym zniszczeniem.
- W temperaturze 30°C i 40°C próbki trójpunktowo zginane oraz rozciągane ze szczeliną centralną (TPB i CCT) ulegały tylko plastycznemu zniszczeniu. W wypadku próbek compact w pełni plastyczne zniszczenie obserwowano dopiero w temperaturze 40°C .
- Na przełomie próbek, które uległy kruchemu pęknięciu, po okresie stabilnego wzrostu (plastycznego wzrostu) można było zaobserwować miejsce inicjacji kruchego pęknięcia (czy raczej lawinowego łączenia się pustek)
- Obliczone za pomocą MES naprężenie w miejscu inicjacji pęknięcia przy obciążeniu niszczącym uznano za naprężenie kruchego zniszczenia σ_f . Średnia wartość naprężenia σ_f wyniosła $\sigma_f = 1167$ MPa (z trzynastu próbek badanych w temperaturach od -70 do -30°C), dolna wartość wyniosła $\sigma_f = 1081$ MPa. Temperatura oraz sposób zniszczenia (kruchy czy plastyczny) nie miały wpływu na wartość σ_f .
- W temperaturze powyżej 30°C maksymalne naprężenie u wierzchołka szczeliny (w próbkach CCT i TPB) było mniejsze (w obliczeniach MES) od naprężenia σ_f , co tłumaczy fakt, że próbki nie ulegały niestabilnemu zniszczeniu. Z drugiej strony, w próbkach typu compact maksymalne naprężenie σ_{22} w chwili inicjacji pęknięcia plastycznego było niższe od σ_f , ale wraz ze wzrostem długości pęknięcia rosło do wartości σ_f .
- Jak wiadomo, naprężenie plastycznego płynięcia σ_Y zależy od temperatury (w badanej przez Yan i Mai stali zmieniał się od $\sigma_Y = 322$ MPa w -70°C do $\sigma_Y = 226$ MPa w $+30^\circ\text{C}$). Obliczana wartość (przy użyciu MES) maksymalnego naprężenia normalnego σ_{22} u wierzchołka szczeliny malała wraz z temperaturą. W temperaturze poniżej 5°C naprężenie σ_{22} osiągało wartość σ_f , zanim nastąpił stabilny wzrost długości pęknięcia. W temperaturze $5-30^\circ\text{C}$ wartość σ_{22} w chwili inicjacji pęknięcia była niższa od wyznaczonej wartości σ_f , ale rosła

wraz ze wzrostem długości pęknięcia, osiągając wartość σ_f . Powyżej 30°C maksymalne naprężenie σ_{22} było zawsze mniejsze od σ_f . Zatem w wypadku badanej stali, poniżej 5°C pęknięcie powinno mieć zawsze charakter kruchy (nie poprzedzony stabilnym wzrostem pęknięcia), w temperaturach 5-20°C niestabilne pęknięcie musi być poprzedzone stabilnym wzrostem pęknięcia. Powyżej 30°C niestabilne pęknięcie nie powinno wystąpić. Wnioski te poparte zostały doświadczeniem.

Z przedstawionych badań wynika jasno, że naprężenie kruchego pęknięcia σ_f ma kapitalne znaczenie w ocenie nośności elementów ze szczeliną. Widać niestety także, że wyznaczenie tego naprężenia jest niezmiernie trudne. Sugerowana gęstość podziału na elementy skończone w celu obliczenia σ_f wynosi 100 μm [114], konieczne jest stworzenie modelu przestrzennego z uwzględnieniem nieliniowego zachowania materiału.

Naprężenie σ_f można także obliczyć przy użyciu dwuparametrowego modelu J - Q opisanego w dalszej części pracy, jednak – jak stwierdza Cotterel (2002) [21] – przydatność modelu J - Q ograniczona jest do przypadków, gdy niestabilne pęknięcie nie jest poprzedzone stabilnym wzrostem pęknięcia. Próby zastosowania modelu J - Q do opisu wzrostu plastycznego szczeliny jak dotąd nie dały zadowalających rezultatów [21], a przecież inicjacja pęknięcia w przypadku stali nisko- i średniowytrzymałych w zakresie przejścia plastyczno-kruchego i w zakresie górnym nie oznacza wyczerpania ich nośności [21].

2.2.3. Kryterium K - T

Badania doświadczalne wskazują, że wielkości parametrów J i K są zależne od geometrii próbki (wymiarów w planie, głębokości szczeliny) nawet przy zapewnieniu wymaganej [121, 122] grubości próbki. Uważa się, że różnice w mierzonych wartościach parametrów K i J wynikają z różnego stopnia trójosiowości stanu naprężenia dla różnych geometrii próbek. Innymi słowy, parametry K i J zależne są od stopnia skrępowania stanu naprężenia. W mechanice pęknięcia mówi się o „efekcie skrępowania” (*constraint effect*) lub sztywności stanu naprężenia.

Okazuje się, że za efekt skrępowania odpowiedzialne są dalsze, nieosobliwe, człony rozwinięcia asymptotycznego rozwiązania pola naprężeń u wierzchołka szczeliny (patrz równania (2.1-6)), których sumę w zakresie sprężystym nazywa się naprężeniem T^1 .

W roku 1973 Larsson i Carlsson [90] zauważyli, porównując różnice pola naprężeń obliczone dla różnych geometrii próbek (obliczone przy użyciu MES), że pole naprężeń (2.1-6) może zostać opisane wyrażeniem [90]:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = Ar^{-1/2} f_{ij}(\theta) + Br^0 g_{ij}(\theta) \text{ dla } r \rightarrow 0. \quad (2.2.3-1)$$

Zatem pole naprężeń w zakresie sprężystym może być opisane przy użyciu tylko dwóch niezależnych parametrów, a wszystkie człony rozwiązania Williamsa

¹ Co ciekawe, naprężenie T odpowiedzialne jest także za kierunek propagacji pęknięcia [26].

(równania 2.1-6) ujęte są za pomocą jednego wyrazu. Naprężenie σ_{II} , prostopadłe do kierunku szczeliny w płaszczyźnie r, θ , wyrazi się zatem zależnością:

$$\sigma_{II}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{II}(\theta) + T \text{ dla } r \rightarrow 0. \quad (2.2.3-2)$$

Wyraz T nazywany jest sprężystym naprężeniem T . Naprężenie to jest proporcjonalne do obciążenia zewnętrznego elementu i jest zależne od jego kształtu i wielkości. Ponieważ parametr K_I jest także proporcjonalny do zewnętrznego obciążenia, to można zapisać:

$$T = \frac{\beta K_I}{\sqrt{\pi a}}, \quad (2.2.3-3)$$

gdzie: K_I jest współczynnikiem intensywności naprężenia dla pierwszego sposobu obciążenia próbki, a – długość szczeliny, β – bezwymiarowy parametr zależny od geometrii próbki i sposobu obciążenia. Wyrażenie to jest podobne do tego, które definiuje współczynnik intensywności naprężenia:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}, \quad (2.2.3-4)$$

gdzie: σ to naprężenie nominalne, Y – funkcja kształtu.
Porównując powyższe zależności, można zapisać:

$$T = VY\sigma \quad (2.2.3-5)$$

Wartości funkcji V można znaleźć w tablicach, podobnie wartości funkcji Y .
Naprężenie T określić można także wykonując obliczenia przy użyciu MES.
Z równania (2.2.4-2):

$$T = \sigma_{II}(r, \theta) - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{II}(\theta), \quad (2.2.3-6)$$

gdzie funkcja $f_{II}(\theta)$ jest dana wzorem (porównaj 2.1-6):

$$f_{II}(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right). \quad (2.2.3-7)$$

Naprężenia $\sigma_{II}(r, \theta)$ można wyznaczyć za pomocą MES w punktach położonych blisko wierzchołka pęknięcia na linii $\theta = \pm\pi$, gdzie funkcja $f_{II}(\theta)$ jest równa zero. Jeżeli wyznacza się naprężenie w innych punktach, konieczna jest znajomość WIN dla danego układu.

Naprężenie T może zostać dwójako wykorzystane do oceny nośności elementów z pęknięciem. Dzięki znajomości naprężenia T możemy ustalić rzeczywisty rozkład naprężeń u wierzchołka szczeliny i obliczyć naprężenie kruchego zniszczenia σ_f . Można także skorygować wartość stałej materiałowej K_{Ic}^1 , ustalonej na próbce

o określonym (znanym) stopniu skrepowania i wyliczyć wartość K_{Ic}^2 dla próbki (elementu) o innym (też znanym) stopniu skrepowania.

2.2.4. Kryterium J - Q

Wartość wyznaczanego w doświadczeniu parametru J jest zależna od geometrii próbki. Uważa się, że różnice uzyskiwanych wyników spowodowane są różnym stopniem skrepowania stanu naprężenia w próbkach o odmiennej geometrii. Wartości parametru J uzyskane w wyniku badania próbek o małym stopniu skrepowania są znacznie niższe od tych uzyskiwanych na próbkach charakteryzujących się dużym stopniem skrepowania stanu naprężenia [2, 24, 36, 61, 89].

Jak pokazano poprzez obliczenia numeryczne, naprężenia uzyskane na podstawie rozwiązania Hutchisona-Rice'a-Rosengrena (2.1-32) dla większości próbek są znacznie wyższe od naprężeń rzeczywistych [24]. Tylko dla geometrii próbek charakteryzujących się bardzo wysokim stopniem skrepowania naprężenia rozwiązania HRR są zgodne z rzeczywistymi.

Różnice wynikają z nieuwzględnienia nieosobliwych członów rozwiązania asymptotycznego w rozwiązaniu HRR.

O'Dowd i Sih (1991) pokazali, że dwuparametrowy opis poprzez całkę J oraz parametr skrepowania Q w pełni charakteryzuje stan naprężenia i odkształcenia u czoła pęknięcia. Parametr Q jest różnicą pomiędzy rzeczywistym naprężeniem a naprężeniem odniesienia uzyskanym na podstawie rozwiązania HRR, normalizowany wartością σ_0 [24, 61].

O'Dowd i Sih pokazali, że ta różnica ma charakter naprężenia hydrostatycznego i pole naprężeń w pobliżu czoła pęknięcia może być przedstawione w postaci:

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij})_{HRR} + Q\sigma_0\delta_{ij}, \text{ dla } r > J/\sigma_0, |\theta| \leq \pi/2. \quad (2.2.4-1)$$

Zatem Q wyraża się następująco:

$$Q = \frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_0} - \left(\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_0} \right)_{HRR}. \quad (2.2.4-2)$$

Jak dowiedli Xia, Wang i Sih (1993), drugi składnik w wyrażeniu (2.2.4-1), czyli $Q\sigma_0\delta_{ij}$, reprezentuje sumarycznie cztery wyrażenia wyższych rzędów z rozwinięcia asymptotycznego [24].

Jeżeli analizowana geometria próbki charakteryzuje się wysokim stopniem skrepowania, to parametr $Q = 0$ (rozwiązanie HRR jest wówczas rozwiązaniem dokładnym), wraz ze zmniejszaniem się skrepowania Q przyjmuje wartości ujemne. Wartość Q zależy od geometrii układu, obciążenia, właściwości materiału (stopnia wzmocnienia) [24]. Wartość Q jest stała w przedziale odległości $5J/\sigma_0 \geq r > 1J/\sigma_0$.

Kryterium pęknięcia zapisane przy użyciu parametrów J i Q ma postać:

$$J \leq J_c = J_{Ic} \left(1 - \frac{Q}{\sigma_f/\sigma_0 - a_0} \right)^\xi, \quad (2.2.4-3)$$

gdzie J_{Ic} jest odpornością na pękanie mierzoną na próbkach o geometrii, dla której naprężenie $Q = 0$, ζ - funkcja wykładnika wzmocnienia (zazwyczaj $\zeta = n+1$), σ_f krytyczne naprężenie kruchego pękania.

Analiza nośności elementów ze szczeliną przy użyciu parametrów T lub Q jest szczególnie polecana w wypadku szczelin powierzchniowych, gdyż spadek skrepowania stanu naprężenia jest dla tych szczelin szczególnie duży (front szczeliny przebiega od wolnej powierzchni w głąb materiału). Użycie pojedynczego parametru K lub J , które są mierzone w standardowych badaniach na próbce z głęboką szczeliną wskrośną ($a/w = 0.45-0.55$), daje bardzo konserwatywne wyniki [87, 2].

Niestety, jak zauważają Cotterel i Landes, model nie nadaje się do opisu stabilnie wzrastającej szczeliny (Cotterel 2002) [21, 61, 89], a jego przydatność ograniczona jest do przypadków, gdy niestabilne zniszczenie nie jest poprzedzone stabilnym wzrostem pęknięcia. Próby zastosowania modelu J - Q do opisu wzrostu plastycznego szczeliny jak dotąd nie dały zadowalających rezultatów.

2.2.5. Aktualnie stosowane inżynierskie metody oceny nośności elementów ze szczeliną w zakresie dużego uplastycznienia

Jeżeli u wierzchołka szczeliny strefa uplastycznienia jest nieduża (promień strefy uplastycznienia jest znacznie mniejszy od wymiarów elementu i szczeliny, tj. $r_p < 0.01a$ oraz $r_p < 0.0B$) i wpływ procesów plastycznych na nośność elementu z pęknięciem jest nieznaczny, wówczas wpływ uplastycznienia ujmuje się poprzez modyfikację długości szczeliny i sprawdzenie nośności elementu wykonuje się w ramach liniowej mechaniki pękania. Długość szczeliny modyfikuje się poprzez przyjęcie do obliczeń powiększonej długości szczeliny o promień uplastycznienia $a_{eff} = a + r_p$.

Jeżeli element zachowuje się w sposób sprężysto-plastyczny, analiza staje się bardzo skomplikowana, gdyż procesy plastyczne silnie wpływają na poszukiwany parametr pękania jako funkcji obciążenia. Tylko dla niewielu geometrii udało się podać zamknięte rozwiązania analityczne. Przez długie lata często wykorzystywano do obliczenia całki J w zakresie dużego uplastycznienia katalog rozwiązań opracowany przez Sih'a, Kumar'a i German'a *An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis* wydany przez Electric Power Research Institut jako EPRI Report NP-1931 (1981). Katalog podaje obliczone numerycznie funkcje służące do obliczania parametru J . Funkcje te wyznaczono dla stosunku obciążenia do siły granicznej równego około 1.2, natomiast gdy obciążenie przybiera wyższe wartości, katalog EPRI może dawać błędne wyniki [113].

Aktualne inżynierskie metody oceny nośności elementu z pęknięciem, uwzględniające efekt dużego uplastycznienia (LSY – *large scale yielding*), stosują dwa odmienne podejścia. Pierwsze podejście, do oceny nośności elementu, używa krzywej zniszczenia FAD (*failure assessment diagram*), w drugim podejściu wyznacza się uogólnioną siłę działającą na szczelinę (CDF – *crack driving force*) [37].

Zanim opisane zostaną te dwa podejścia, zdefiniujmy następujące wielkości:

– współczynnik intensywności naprężenia normalizowany odpornością na pękanie:

$$K_r = K(P, a, \text{geometria})/K_{mat}, \quad (2.2.5-1)$$

– obciążenie normalizowane obciążeniem granicznym (obciążenie graniczne czy obciążenie odniesienia jest różnie definiowane w różnych dokumentach):

$$S_r = P/P_o = \sigma/\sigma_{flow} \quad (2.2.5-2)$$

gdzie: σ – naprężenie nominalne,

Naprężenie plastycznego płynięcia σ_{flow} jest różnie przyjmowane. W metodzie ETM przyjmuje się zazwyczaj granicę plastyczności:

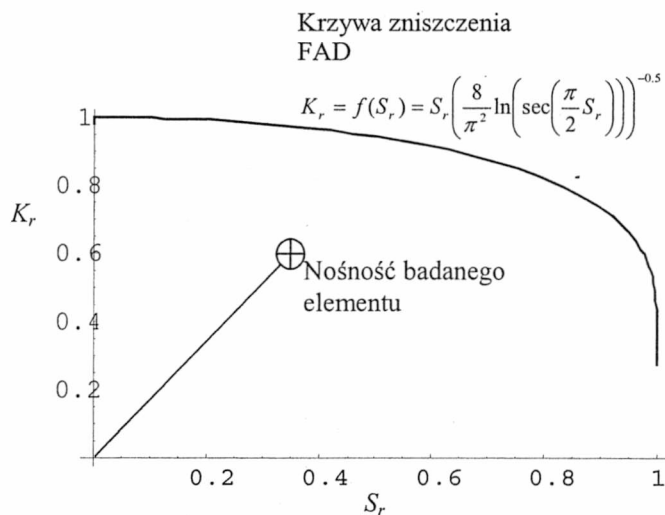
$$\sigma_{flow} = \sigma_Y. \quad (2.2.5-3)$$

W metodzie FAD przyjmuje się albo granicę plastyczności, albo średnią wartość z granicy plastyczności i doraźnej wytrzymałości na rozciąganie

$$\sigma_{flow} = 0.5(\sigma_Y + \sigma_u). \quad (2.2.5-4)$$

2.2.5.1. Ocena nośności na podstawie krzywej FAD

Koncepcję stosowania krzywej FAD do oceny nośności elementu przedstawiono na przykładzie jednej z pierwszych krzywych FAD zbudowanej na podstawie modelu Dugdale'a:



Rys. 2.2.5-1. Krzywa FAD wykreślona na podstawie modelu Dugdale'a

Krzywa zniszczenia to – niezależna od geometrii – linia reprezentująca odporność materiału na pękanie, uzależniona od poziomu obciążenia. Krzywa FAD jest traktowana jak własność materiałowa [79, 116]. Uwzględnia ona negatywny wpływ wysokich naprężeń w przekroju na odporność materiału na pękanie. Aby ocenić nośność elementu konstrukcyjnego, należy wyliczyć parametr $K=K(P, a, \text{geometria})$ jako funkcję obciążenia, długości szczeliny i geometrii układu, następnie nanieść na wykres punkt o współrzędnych (K_r, S_r) . Jeżeli punkt leży pod krzywą FAD (jak na

rysunku), wówczas element jest bezpieczny. Obciążenie normalizuje się bądź granicą plastyczności σ_Y (2.2.5-3), bądź naprężeniem płynięcia plastycznego wyliczanego jako średnia z granicy plastyczności i doraźnej nośności na rozciąganie (2.2.5-4).

Metodologia FAD została wykorzystana w kodzie R6 (najczęściej stosowana na świecie metoda oceny nośności elementów ze szczeliną), w normie brytyjskiej BS7910, amerykańskiej procedurze API 579 i innych. Powstała w ostatnich latach procedura SINTAP także wykorzystuje krzywe FAD do oceny nośności elementów ze względu na pękanie.

Ocena nośności elementu w SINTAP jest dokładnie taka, jak przedstawiono powyżej. Jednak SINTAP definiuje różne krzywe FAD w zależności od poziomu przeprowadzanej analizy.

Procedura SINTAP wyróżnia 7 poziomów analizy nośności elementu ze szczeliną, w zależności od ilości danych dostępnych o materiale, z którego wykonany jest element konstrukcyjny, oraz potrzebnej dokładności obliczeń. Niższe poziomy analizy są prostsze, ale dostarczają bardziej konserwatywnych wyników. Jeżeli nośność elementu sprawdzona wg poziomu niższego jest niewystarczająca, wówczas konieczna jest analiza na wyższym poziomie.

Poziomy analizy w SINTAP przedstawiono za [4].

Poziom 0 (*default level*)

Poziom 0 stosuje się, gdy dostępne są jedynie dane o granicy plastyczności materiału oraz dane o pracy łamania w próbie udarności na próbkach typu Charpy. Doraźna nośność na rozciąganie jest szacowana na podstawie granicy plastyczności, jeżeli spodziewamy się długiej półki plastycznej, obciążenie L_r nie może być przekroczone.

Poziom 1 (poziom podstawowy – *basic level*)

Poziom podstawowy stosuje się, gdy znane są granica plastyczności, doraźna nośność na rozciąganie, odporność materiału na pękanie K_{mat} , ustalona przynajmniej w trzech próbach, charakteryzująca inicjację kruchego pęknięcia lub inicjację plastycznego pęknięcia, bądź też odporność na pękanie w chwili określonego przyrostu długości szczeliny. Poziom 1 można stosować w obecności spoin, gdy różnica między granicami plastyczności materiału rodzimego i spoiny nie przekracza 10% (oczywiście granica plastyczności i doraźna nośność na rozciąganie materiału spoiny też musi być znana).

Poziom 2 (poziom dla zróżnicowanych materiałów – *mismatch level*)

Poziom 2 podobny jest do poziomu 1, może być jednak stosowany w obecności spoiny, gdy różnica granic plastyczności spoiny i materiału rodzimego przekracza 10%. Poziom 2 wymaga dodatkowo (w stosunku do poziomu 1) danych co do odporności na pękanie materiału spoiny.

Poziom 3 (*stress-strain level*)

Zastosowanie poziomu 3 wymaga znajomości całej krzywej naprężenie-odkształcenie w celu ustalenia funkcji $f(L_r)$. Nośność elementów ze szczeliną w pobliżu spoin może być oceniana na tym poziomie, jeżeli znany jest przebieg

krzywej σ - ε materiału rodzimego i spoiny. Dane o odporności na pękanie materiału są takie jak w poziomie 1.

Poziom 4 (*constraint level*)

Ocenę nośności elementu o małym skrępowaniu SINTAP przeprowadza na bazie oszacowanej odporności na pękanie, odpowiadającej rozważanemu stopniowi skrępowania analizowanego elementu. Jak wiadomo, odporność na pękanie odpowiadająca próbce rozciąganej jest większa od ustalonej na próbkach zginanych z głęboką szczeliną. Podobnie się rzecz ma w wypadku szczelin krótkich i powierzchniowych, które charakteryzuje niższy stopień skrępowania stanu naprężenia, a zatem i większa odporność na pękanie.

Poziom 5 (*J-integral analysis*)

Na tym poziomie analizy wymagany jest pełen zakres danych o krzywej naprężenie-odkształcenie, który służy do numerycznego szacowania wartości całki J (całkę J wylicza się przy założeniu, że powyżej obciążenia granicznego krzywa obciążenie-całka J jest proporcjonalna do krzywej naprężenie-odkształcenie). Wyniki analizy mogą zostać użyte do zdefiniowania funkcji $f(L_r)$ (wykorzystując zależność $J = J_e(f(L_r))^{-2}$, J_e – wartość całki J wyliczona zgodnie z LMP dla obciążenia granicznego, $J_e = K^2/E'$, $E' = E$ w PSN i $E' = E/(1 - \nu^2)$ w PSO). Należy mieć świadomość, że funkcja ta będzie specyficzna dla danego materiału, geometrii, kształtu i wielkości defektu (szczeliny). Jeżeli dostępne są dane dla materiału rodzimego i spoiny, wówczas analiza może być stosowana także do oceny nośności elementów z defektem w spoinie.

Poziom 6 („Niech cieknie, zanim pęknie” – *Leak-before-Break*)

W zbiornikach ciśnieniowych szczelina powierzchniowa może propagować w kierunku grubości materiału, powodując w efekcie przeciek przed niestabilnym pęknięciem. Możliwe jest także niekorzystne zachowanie się szczeliny, takie że nastąpi niestabilny rozwój pęknięcia, zanim wystąpi przeciek. Pierwsze opisane zachowanie się pęknięcia jest pożądane ze względu na możliwość inspekcji i uniknięcia awarii. Analiza w poziomie 6 wykonywana jest na podstawie poziomów 0-5, zależnie od dostępnych informacji o materiale oraz od potrzeb (jeżeli analiza prowadzona na poziomie 1 daje negatywną ocenę nośności, można przeprowadzać analizę, opierając się na wyższym, mniej konserwatywnym poziomie).

Równania do wyznaczania krzywej FAD (na podstawie [3, 4])

Obciążenie w procedurze SINTAP jest normalizowane obciążeniem granicznym ustalonym na podstawie granicy plastyczności:

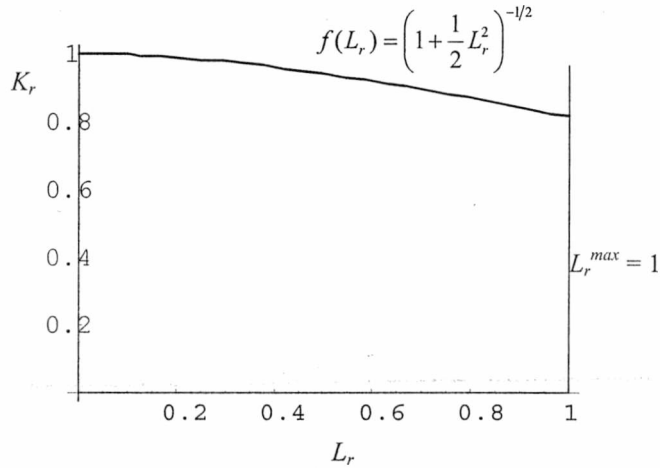
$$L_r = F/F_Y. \quad (2.2.5-5)$$

Poziom 0

- Jeżeli spodziewamy się długiej półki plastycznej:

$$f(L_r) = \left(1 + \frac{1}{2}L_r^2\right)^{-1/2}, \quad (2.2.5-6)$$

przy czym nośność ograniczona jest warunkiem $L_r \leq 1$.



Rys. 2.2.5-2. Krzywa FAD z poziomu 0 dla materiałów o długiej półce plastycznej

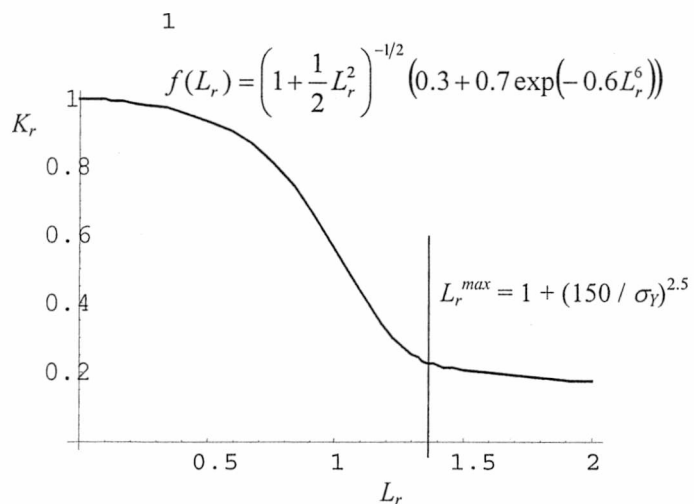
– Jeżeli materiał umacnia się

$$f(L_r) = \left(1 + \frac{1}{2}L_r^2\right)^{-1/2} (0.3 + 0.7 \exp(-0.6L_r^6)), \quad (2.2.5-7)$$

a nośność może być analizowana powyżej $L_r = 1$ do poziomu $L_r \leq L_r^{max}$, gdzie:

$$L_r^{max} = 1 + (150 / \sigma_Y)^{2.5}, \quad (2.2.5-8)$$

σ_Y – granica plastyczności w MPa.



Rys. 2.2.5-3. Krzywa FAD z poziomu 0 dla materiałów umacniających się

Poziom 1

– Jeżeli spodziewamy się półki plastycznej, przy obciążeniu $L_r < 1$, korzystamy z równania poziomu 0. Gdy $L_r = 1$, następuje skokowa zmiana wartości funkcji $f(L_r)$:

$$f(1) = (\lambda + 1/(2\lambda))^{-0.5}, \quad (2.2.5-9)$$

gdzie:

$$\lambda = 1 + E\Delta\varepsilon / \sigma_Y,$$

σ_Y – dolna granica plastyczności (*lower yield strength*) w punkcie wydłużenia $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon$ szacuje się z zależności:

$$\Delta\varepsilon = 0.0375(1 - \sigma_Y/1000), \quad \sigma_Y \text{ w [MPa]}. \quad (2.2.5-10)$$

Wartość $\Delta\varepsilon$ została uzyskana z analizy wielu materiałów jako maksymalna długość półki plastycznej (*maximum yield plateau extension*) w funkcji σ_Y .

Powyżej $L_r = 1$, funkcja $f(L_r)$ jest zdefiniowana:

$$f(L_r) = f(1) (L_r)^{(N-1)/(2N)}, \quad (2.2.5-11)$$

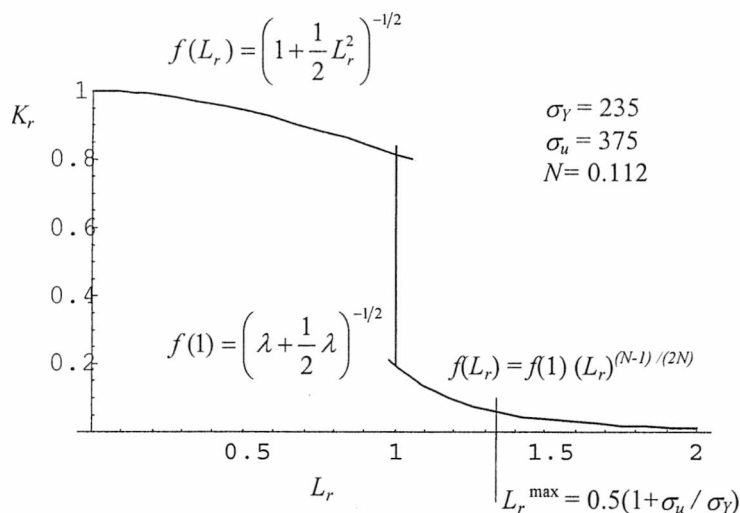
gdzie: N – wykładnik wzmocnienia wg zależności:

$$N = 0.3(1 - \sigma_Y / \sigma_u), \quad (2.2.5-12)$$

σ_u – doraźna wytrzymałość na rozciąganie.

Analiza może być prowadzona do obciążenia (*plastic collapse limit*) $L_r^{\max}$:

$$L_r^{\max} = 0.5(1 + \sigma_u / \sigma_Y), \quad (2.2.5-13)$$



Rys. 2.2.5-4. Krzywa FAD dla materiału z długą półką plastyczną wg poziomu 1

– W wypadku materiałów umacniających się

$$f(L_r) = \left(1 + \frac{1}{2} L_r^2\right)^{-1/2} (0.3 + 0.7 \exp(-\mu L_r^6)), \quad (2.2.5-14)$$

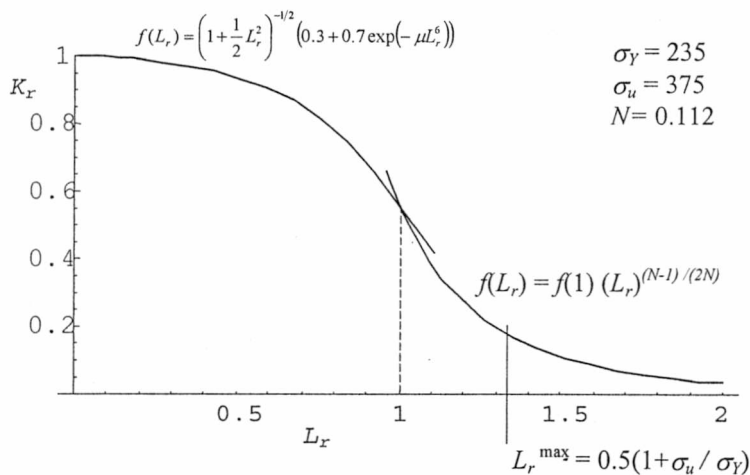
dla $L_r \leq 1$ parametr μ przyjmuje się:

$$\mu = \min[0.001(E/\sigma_Y); 0.6]$$

powyżej obciążenia $L_r = 1$

$$f(L_r) = f(1) (L_r)^{(N-1)/(2N)}, \quad (2.2.5-15)$$

przy czym $f(1)$ oblicza się z równania (2.2.5-14), zaś N z (2.2.5-12), analizę można prowadzić do obciążenia (2.2.5-13).



Rys. 2.2.5-5. Krzywa FAD dla materiału z stale umacniającego się, wg poziomu 1

Poziom 3

Funkcja $f(L_r)$ dla pełnego zakresu $0 \leq L_r \leq L_r^{max}$ dana jest zależnością:

$$f(L_r) = \left(E \frac{\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \frac{L_r^2}{\left(E \varepsilon_{ref} / \sigma_{ref} \right)} \right)^{-1/2}, \quad (2.2.5-16)$$

gdzie: L_r^{max} wg (2.2.5-13). Odkształcenie ε_{ref} otrzymuje się na podstawie krzywej σ - ε danego materiału uzyskanej w próbie rozciągania i odpowiadające naprężeniu σ_{ref} .

$$\sigma_{ref} = L_r \sigma_Y. \quad (2.2.5-17)$$

Przedstawione powyżej równania zastosowane w procedurze SINTAP oparte są głównie na metodach: R6, ETM oraz na normie brytyjskiej BS 7910.

Krzywe FAD podawane w różnych dokumentach czy normach krajowych różnią się nieznacznie między sobą. W kodzie SAQ Kontroll AB (procedura oceny nośności stosowana w Szwecji) krzywa FAD ma postać[11]:

$$f_{R6} = (1 - 0.14L_r^2)[0.3 + 0.7\exp(-0.65L_r^6)], \quad (2.2.5-18)$$

przy czym L_r ogranicza się wartościami:

$$\begin{aligned} L_r^{max} &= 1, & \text{dla materiałów z półką plastyczną} \\ L_r^{max} &= \sigma_f / \sigma_Y, & \text{dla pozostałych materiałów.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_f &= 2.4 S_m & \text{ferrytyczne stale w przemyśle nuklearnym} \\ \sigma_f &= 3.0 S_m & \text{austenityczne stale w przemyśle nuklearnym} \\ \sigma_f &= (\sigma_u + \sigma_Y) & \text{dowolne inne przypadki} \end{aligned}$$

S_m dla stali ferrytycznych przyjmuje się:

$$S_m = \min\left(\frac{2\sigma_Y(20^\circ C)}{3}, \frac{2\sigma_Y(T)}{3}, \frac{\sigma_u(20^\circ C)}{3}, \frac{\sigma_u(T)}{3}\right), \quad (2.2.5-19)$$

dla stali austenitycznych:

$$S_m = \min\left(\frac{2\sigma_Y(20^\circ C)}{3}, 0.9\sigma_Y(T), \frac{\sigma_u(20^\circ C)}{3}, \frac{\sigma_u(T)}{3}\right) \quad (2.2.5-20)$$

T – temperatura eksploatacji.

2.2.5.2. Ocena nośności na podstawie siły uogólnionej działającej na szczelinę

Jeżeli parametr pękania (zazwyczaj całkę J czy też rozwarcie wierzchołka szczeliny δ) obliczamy jako funkcję siły, reprezentuje on wówczas wyężenie szczeliny i jest nazywany siłą uogólnioną działającą na szczelinę (CDF – *crack driving force*).

Warunek nośności elementu obarczonego defektem przy użyciu pojęcia siły uogólnionej ma postać:

$$J \leq J_{mat}, \quad (2.2.5-21)$$

przy czym musi być także spełniony warunek nośności plastycznego zniszczenia (*plastic collapse condition*):

$$P \leq P_o. \quad (2.2.5-22)$$

Wartość J_{mat} to odporność materiału na pękanie wyrażona poprzez całkę J . Lewa strona równania, czyli siła uogólniona wyrażona poprzez całkę J , jest zależna od obciążenia zewnętrznego i geometrii układu. Wg procedury SINTAP zależność ta przedstawia się następująco:

$$J = J_e [f(L_r)]^{-2}. \quad (2.2.5-23)$$

J_e przedstawia sprężystość wyliczoną wartość całki J wg zależności:

$$J_e = \frac{(K_I^p)^2}{E'}, \quad (2.2.5-24)$$

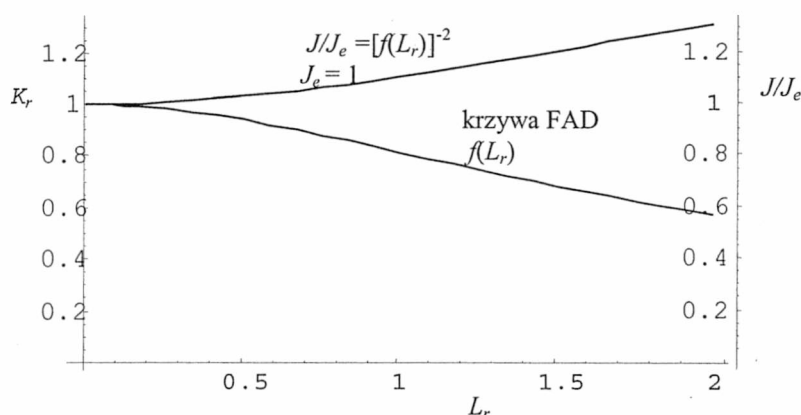
gdzie K_I^p – obliczona wg liniowej mechaniki pęknięcia (LMP) wartość współczynnika intensywności naprężenia od zadanego obciążenia F ,

$E' = E$ w PSN

$E' = E/(1-\nu^2)$ w PSO.

Wpływ geometrii układu i konfiguracji obciążenia na wartość siły uogólnionej J uwzględnia sprężysty komponent J_e .

Na rysunku przedstawiono krzywą FAD dla poziomu 0 oraz zależność siły uogólnionej J od obciążenia L_r , przyjmując $J_e = 1$.



Rys. 2.2.5-6. Krzywa FAD dla poziomu 0 oraz zależność siły uogólnionej rozwierającej szczelinę J od obciążenia normalizowanego siłą graniczną L_r

Obliczanie nośności na podstawie krzywej FAD oraz na podstawie siły CDF daje bardzo zbliżone wyniki [4, 116].

W koncepcji krzywej FAD zmniejszamy odporność materiału na pęknięcie wraz ze wzrostem obciążenia (wg funkcji $f(L_r)$). W koncepcji CDF wartość odporności na pęknięcie przyjmuje się stałą bez względu na poziom obciążeń, ale wartość siły uogólnionej J należy powiększyć wraz ze wzrostem poziomu obciążenia, korzystając z funkcji $f(L_r)$.

Metoda CDF, wykorzystana w SINTAP, oparta jest na koncepcji ETM (*engineering treatment model*) [82], opracowanej w GKSS Forschungscener przez Schwalbego i wsp. (Schwalbe, Cornec 1991). Jak potwierdzają badania, metoda oceny nośności ETM daje dokładne oszacowanie parametru J nawet w porównaniu z wynikami obliczeń numerycznych przy użyciu MES, jednocześnie daje mniej konserwatywne wyniki w ocenie nośności w porównaniu z metodą R6 [15]. Dlatego też metoda ta zostanie przedstawiona w pracy możliwie dokładnie, z uwzględnieniem publikacji, które ukazały się już po opracowaniu raportu końcowego SINTAP (1999).

Metoda siły uogólnionej wg ETM

Opracowana przez Schwalbego i Corneca (1991) [37] metoda ETM opiera się na obserwacji, że parametr pękania J (względnie CTOD) może być powiązany ze stanem odkształcenia.

W metodzie ETM krzywa σ - ε zostaje wykorzystana do wyznaczenia odporności na pękanie J (lub δ_5). Korzysta się z rozwiązania sprężystego i stosuje plastyczną korektę. W zakresie pełnego uplastycznienia odporność na pękanie jest ekstrapolowana poprzez wykładnik wzmocnienia. Metoda ETM, mimo bardzo krótkiego czasu od jej powstania, zdobyła sobie uznanie środowiska naukowego, została potwierdzona licznymi badaniami i została włączona do procedury SINTAP jako metoda alternatywna w stosunku do metody krzywych FAD.

Aby móc skorzystać z modelu ETM, należy krzywą naprężenie-odkształcenie materiału będącego przedmiotem zainteresowania przybliżyć równaniem plastycznego płynięcia. Często stosowanym prawem plastycznego płynięcia jest prawo Ramberga-Osgooda [82, 83]:

$$\begin{aligned}\sigma &= E\varepsilon && \text{dla } \sigma \leq \sigma_Y \\ \frac{\sigma}{\sigma_Y} &= \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} \right)^N && \text{dla } \sigma > \sigma_Y,\end{aligned}\tag{2.2.5-25}$$

gdzie: σ_Y – granica plastyczności i $\varepsilon_Y = \frac{\sigma_Y}{E} + 0.002$,

N – wykładnik wzmocnienia przyjęty w ETM jako odwrotność zazwyczaj stosowanego wykładnika n ; $N = 1/n$.

Ilustrację metodologii ETM można przedstawić następująco: rozwarcie wierzchołkowe pęknięcia δ_5 jest liniowo zależne od stanu odkształcenia, ten jest powiązany ze stanem naprężenia poprzez prawo płynięcia, z kolei ze stanem naprężenia związane jest liniowo obciążenie. W zapisie matematycznym:

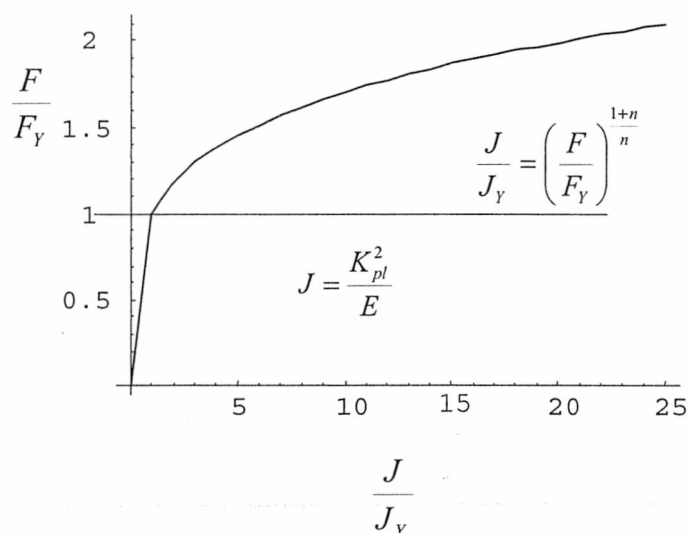
$$\frac{\delta_5}{\delta_Y} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^{1/N} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{1/N} = \left(\frac{J}{J_Y} \right)^{1/(1+N)}.\tag{2.2.5-26}$$

gdzie:

F – przyłożone obciążenie

F_Y – siła graniczna

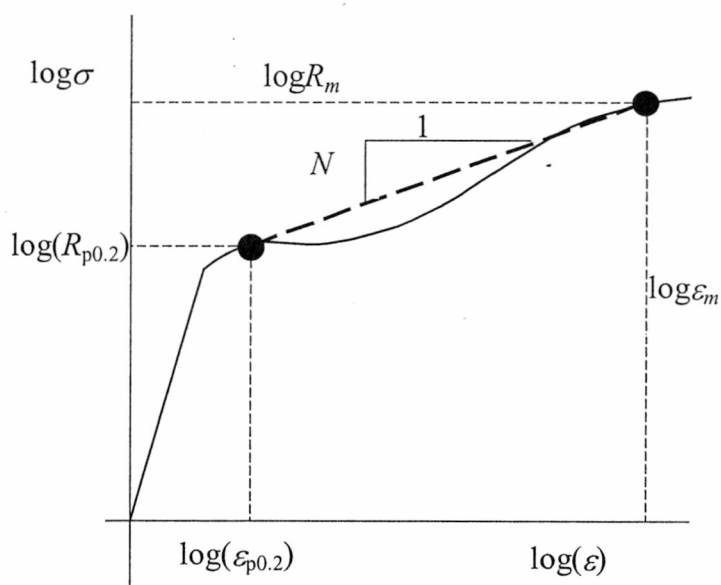
δ_Y – rozwarcie wierzchołkowe pęknięcia w chwili $F = F_Y$.



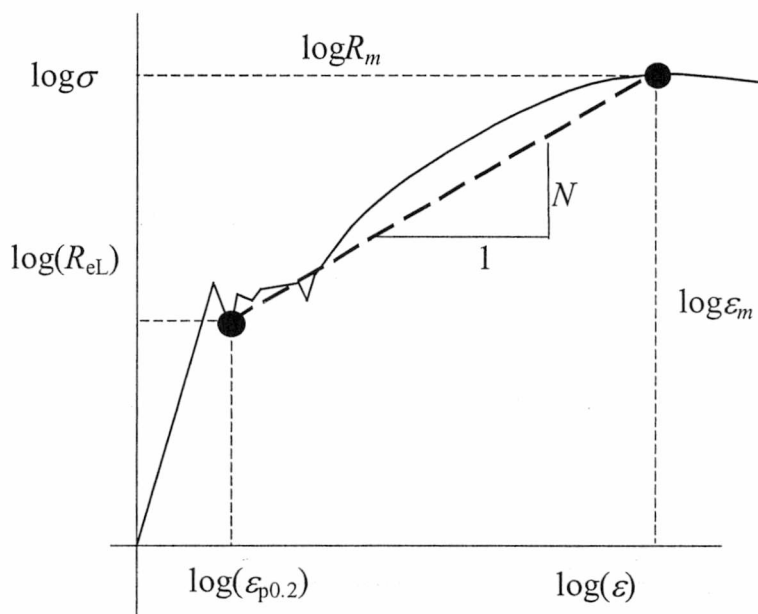
Rys. 2.2.5-7. Wyznaczenie całki siły uogólnionej J w zakresie małego i pełnego uplastycznienia.

Sposób wyznaczenia wykładnika wzmocnienia N zilustrowano na wykresach poniżej.

Zgodnie z propozycją ETM [82, 83] wykładnik wzmocnienia ustala się na podstawie tylko dwóch punktów, a mianowicie $\sigma = \sigma_Y$ i $\sigma = R_m$. (rys. 2.2.5-8). Oszacowanie wykładnika N poprzez aproksymację wykresu σ - ϵ , np. metodą najmniejszych kwadratów, daje podobne, choć nieco wyższe wyniki [37].



Rys. 2.2.5-8. Wyznaczanie wykładnika z prawa plastycznego płynięcia N dla materiałów o stałym wzmocnieniu [82, 83]



Rys. 2.2.5-9. Wyznaczanie wykładnika z prawa plastycznego płynięcia N dla materiałów z półką plastyczną Ludersa [82, 83]

Model ETM wg [82] i [83]

Przedstawimy najpierw model ETM wg prac [82] i [83] – pierwsza z 1991, a druga z 2000 roku. Następnie przedstawimy zmodyfikowany model ETM na podstawie pracy [37] z roku 2001.

- zakres ograniczonego uplastycznienia $F < F_Y$

Należy określić współczynnik intensywności naprężenia K analizowanej geometrii oraz obciążenie graniczne F_Y , np. na podstawie rozwiązań skatalogowanych. W rozwiązaniach tych właściwości materiału reprezentuje σ_Y (granica plastyczności względnie naprężenie plastycznego płynięcia). Zaleca się przyjmować

$$\sigma_Y = 0.9 R_{p0.2} \quad \text{gdy przeważa obciążenie rozciąganiem} \quad (2.2.5-27)$$

$$\sigma_Y = R_{p0.2} \quad \text{gdy przeważa obciążenie zginaniem.}$$

Wraz z rozwojem długości pęknięcia F_Y powinno być na nowo przeliczane.

Należy określić odporność materiału na pękanie w postaci parametrów J_i , $J_{0.2}$, $J_{0.2/BL}$, (względnie δ_i , $\delta_{0.2}$, $\delta_{0.2/BL}$) oraz krzywej R (J - Δa względnie δ_5 - Δa).

W zakresie małego uplastycznienia ($F < F_Y$) całkę J oblicza się na podstawie wartości WIN, skorygowanej o wpływ uplastycznienia:

$$J = \frac{K_{eff}^2}{E}. \quad (2.2.5-28)$$

Dla obciążenia rozciągającego K_{eff} ustala się wg zależności [37, 82, 83]:

$$K_{pl} = K_{eff} = \sigma \sqrt{\pi a} Y(a_{eff}/W), \quad (2.2.5-29)$$

gdzie:

$$a_{eff} = a + \frac{K^2}{2\pi(R_{p,0.2})^2}. \quad (2.2.5-30)$$

Z kolei K przedstawia rozwiązanie liniowej mechaniki pękania:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} Y(a/W). \quad (2.2.5-31)$$

W wypadku zginania K_{eff} ustala się wg zależności:

$$K_{eff} = 0.5(K(a_{eff}) + K(a)). \quad (2.2.5-32)$$

- W stanie pełnego uplastycznienia ($1 \leq F/F_Y \leq R_m/R_{p0.2}$) całka J jest dana zależnością:

$$\frac{J}{J_Y} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{(1+N)/N} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} \right)^{1+N}, \quad (2.2.5-33)$$

gdzie: J_Y oznacza wartość całki J z równania (2.2.5-28) dla F/F_Y .

Jeśli poszukiwanym parametrem pękania będzie δ_5 , wówczas:

- w zakresie ograniczonego uplastycznienia ($0.5 \leq F/F_Y \leq 1$) wg [81]:

$$\delta_5 = \frac{K_{pl}^2}{ER_{p,0.2}} = \frac{J}{R_{p,0.2}}. \quad (2.2.5-34)$$

i wg [82]:

$$\delta_5 = \frac{\beta_1}{E} K + \frac{1}{mE\sigma_Y} K_{eff}^2 \left(\frac{F}{F_Y} \right), \quad (2.2.5-35)$$

gdzie: $\beta_1 = 2.41 [\text{mm}^{1/2}]$, $m = 1$ w PSN
 $\beta_1 = 2.09 [\text{mm}^{1/2}]$, $m = 2$ w PSO.

- w stanie pełnego uplastycznienia ($1 \leq F/F_Y \leq R_m/R_{p0.2}$):

$$\frac{\delta_5}{\delta_Y} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{1/N} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y}. \quad (2.2.5-36)$$

Rozwarcie wierzchołkowe δ_5 jest bezpośrednio związane z całką J :

$$\frac{\delta_5}{\delta_Y} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{1/N} = \left(\frac{J}{J_Y} \right)^{1/(1+N)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y}. \quad (2.2.5-37)$$

Przesunięcie punktu przyłożenia obciążenia [82]

- stan ograniczonego uplastycznienia $F < F_Y$

Jeżeli znane jest rozwiązanie sprężyste (LEFM) rozpatrywanej geometrii elementu, wówczas przesunięcie punktu przyłożenia obciążenia s obliczamy na podstawie tego rozwiązania, podstawiając za długość szczeliny a skorygowaną o wpływ uplastycznionej strefy u wierzchołka pęknięcia długość a_{pl} :

$$a_{pl} = a_{eff} = a + \frac{K^2}{2\pi(R_{p,0.2})^2} \quad \text{przy obciążeniu rozciągającym.} \quad (2.2.5-38)$$

W wypadku obciążenia zginaniem a_{pl} należy ustalać iteracyjnie z (2.2.5-38).

- stan pełnego uplastycznienia ($1 \leq F/F_Y \leq R_m/R_{p0.2}$)

Sprężyste przesunięcie punktu przyłożenia obciążenia s może zostać rozdzielone na dwa składniki:

$$s = s_c + s_{nc}, \quad (2.2.5-39)$$

gdzie: s_{nc} – przesunięcie punktu przyłożenia obciążenia elementu bez pęknięcia.

Jeżeli przez s_{cY} oznaczymy wartość s_c obliczoną przy $F = F_Y$, to przesunięcie całkowite punktu przyłożenia obciążenia w stanie pełnego uplastycznienia wyliczymy z zależności:

$$s = s_{nc} + s_{cY} \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{1/N}. \quad (2.2.5-40)$$

Jeżeli przyłożone obciążenie przekroczy F_{YY} (*gross section yield load*), to s jest dana zależnością:

$$s = s_{ncYY} \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{1/N} + s_{cY} \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{1/N}, \quad (2.2.5-41)$$

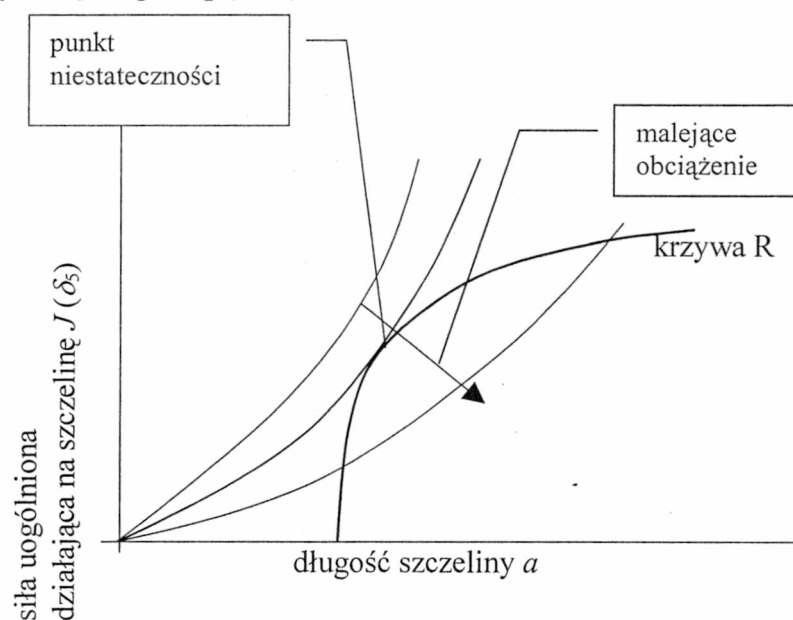
s_{ncYY} – przesunięcie elementu bez szczeliny, gdy $F = F_{YY}$.

Ocena nośności

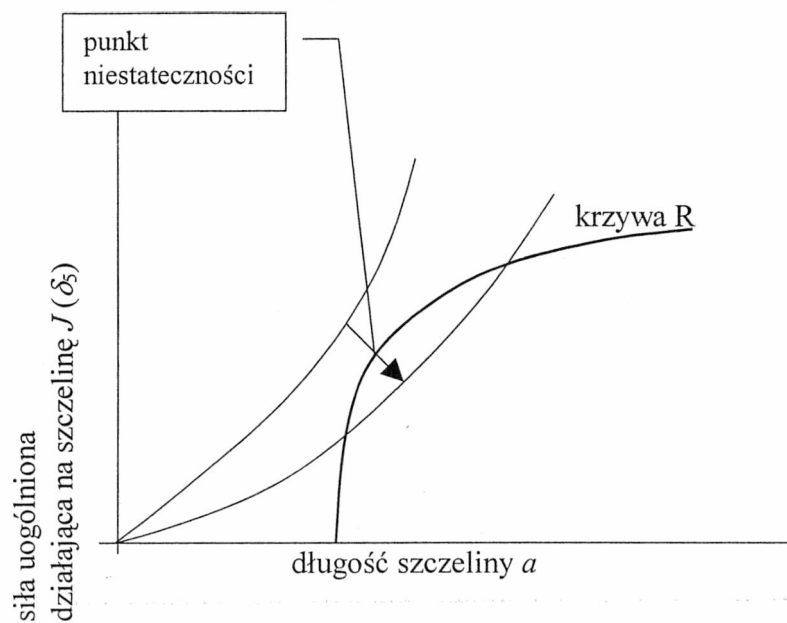
Jeśli odporność na pękanie materiału dana jest wielkością J_{mat} (δ_{mat}) w chwili inicjacji pęknięcia, to obciążenie, przy którym inicjowane jest pęknięcie F_c , dane jest zależnością:

$$F_c = F_Y \left(\frac{J_c}{J_Y} \right)^{N/(1+N)} = F_Y \left(\frac{\delta_c}{\delta_Y} \right)^N. \quad (2.2.5-42)$$

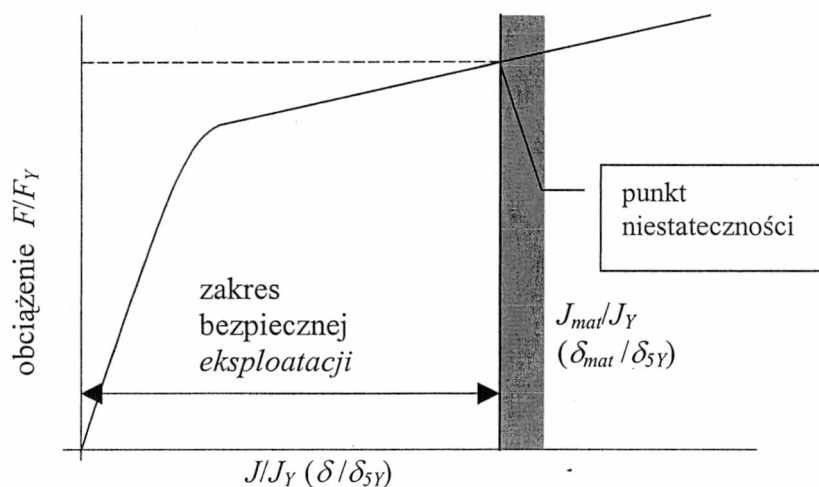
Maksymalne obciążenie F_{max} należy wyznaczyć na podstawie analizy krzywej R (rys. 2.2.5-8), bądź też na podstawie krytycznej wartości parametru pęknięcia J_{mat} (lub δ_{mat}) wg rys. 2.2.5-10. Siła F_Y musi być aktualizowana i wyliczana zgodnie z aktualną długością pęknięcia. Jeżeli warunek styczności pomiędzy krzywą R i całką J nie zostanie osiągnięty dokładnie, punkt styczności należy wyznaczyć przez interpolację zgodnie z rys. 2.2.5-9. Przecięcie linii łączącej dwa punkty, w których krzywe siły pociągowej są równoległe do krzywej R , z krzywą R wyznacza siłę F_{max} oraz krytyczną długość pęknięcia a_c .



Rys. 2.2.5-8. Wyznaczanie nośności F na podstawie krzywej R



Rys. 2.2.5-9. Wyznaczanie nośności F na podstawie krzywej R



Rys. 2.2.5-10. Wyznaczanie nośności F na podstawie krytycznej wartości parametru pękania J_{mat} (δ_{mat})

Zmodyfikowany model ETM wg pracy [47]

Równania ETM dla materiałów Ramberga-Osgooda

- zakres małego uplastycznienia ($F < F_Y$)

Jeżeli obciążenie elementu ze szczeliną jest mniejsze od obciążenia plastycznego (yield load) $F < F_Y$, całkę J wylicza się z zależności:

$$\frac{J}{J_e} = \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{F}{F_Y} \right)^2}{0.3 + 0.7 \exp \left(-2n \left(\frac{F}{F_Y} \right)^6 \right)}. \quad (2.2.5-43)$$

J_e – wartość sprężystej części całki J , która może być wyliczona ze znanej zależności $J_e = K^2/E'$.

- zakres pełnego uplastycznienia ($F \geq F_Y$)

Gdy $F \geq F_Y$, całkę J ustala się z zależności

$$\frac{J}{J_Y} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{(1+N)/N}, \quad (2.2.5-44)$$

J_Y oznacza wartość całki J , gdy $F = F_Y$ wg

$$J_Y = \frac{1.5J_e}{0.3 + 0.7 \exp(-2n)}. \quad (2.2.5-45)$$

Równania ETM dla materiałów Ludersa

Materiały te charakteryzuje długa półka plastyczna.

- zakres małego uplastycznienia ($F < F_Y$)

$$\frac{J}{J_e} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{F}{F_Y} \right)^2. \quad (2.2.5-46)$$

Równanie to jest identyczne z (2) dla materiału bez wzmocnienia $N = 0$.

- zakres pełnego uplastycznienia ($F \geq F_Y$)

Gdy obciążenie plastyczne zostaje osiągnięte, całka J zwiększa swoją wartość aż do $J = J_L$ przy stałym obciążeniu $F = F_Y$.

$$\frac{J}{J_L} = \left(\frac{F}{F_Y} \right)^{(1+N)/N}, \quad (2.2.5-47)$$

gdzie

$$J_L = \frac{3}{2} J_e \left(\lambda + \frac{1}{2\lambda} \right), \quad (2.2.5-48)$$

$\lambda = 1 + \frac{E\varepsilon_L}{2R_{eL}}$, a ε_L to zakres odkształcenia Ludersa (długość półki plastycznej).

Podsumowanie

Metoda ETM pozwala ocenić nośność elementu konstrukcyjnego z defektem w postaci szczeliny na podstawie współczynnika intensywności naprężenia K , uzyskanego z rozwiązania liniowej mechaniki pękania, siły granicznej F_Y oraz wartości wykładnika wzmocnienia N , charakterystycznego dla materiału będącego przedmiotem zainteresowania.

2.3. Wyznaczanie odporności materiału na pękanie

2.3.1. Wyznaczanie odporności materiału na pękanie na podstawie próby udarności

W późnych latach czterdziestych udarnościowa próba na próbkach z karbem ostrym typu Charpy V zaczęła być stosowana jako jakościowa metoda doboru stali na konstrukcje spawane.

Stosowanie badania udarnościowego zostało wymuszone serią katastrofalnych kruchych pęknięć stalowych poszyć statków. Niestabilne pęknięcia następowały przy stosunkowo niskim poziomie naprężeń. Jednak dopiero w latach sześćdziesiątych próba udarności została przyjęta jako wymagana technologiczna próba dla stali stosowanych do budowy mostów, zbiorników ciśnieniowych pracujących w niskich temperaturach i zasobników. Próba udarności umożliwia jakościową ocenę przydatności materiału do pracy w zadanych warunkach pracy (użytkowania), definiowanych przez temperaturę pracy, poziom naprężeń nominalnych oraz grubość elementu. Test charakteryzuje się prostotą i niskimi kosztami wykonania.

Udarnościowa próba stali przeprowadzona w różnych temperaturach wyraźnie pokazuje zmianę mechanizmu zniszczenia wraz z obniżaniem temperatury. Zmiana mechanizmu zniszczenia przejawia się gwałtownym spadkiem absorbowanej energii, wraz z ze zmianą mechanizmu zniszczenia od plastycznego w wyższych temperaturach do kruchego w niskich temperaturach. Temperatura kruchości to temperatura, poniżej której próbka pęka krucho. Przejście materiału w stan kruchy odbywa się stopniowo w pewnym zakresie temperatur, nazywanym zakresem przejścia w stan kruchy [17]. W zakresie przejścia w stan kruchy następuje gwałtowny spadek pochłanianej energii wraz z obniżaniem temperatury.

Temperatura kruchości zależy od szybkości obciążenia, wymiarów próbek, typu karbu. Temperaturę kruchości określa się na standardowych próbkach z karbem ostrym Charpy V. Próba ta służy jednak w zasadzie jedynie do porównania jakości różnych materiałów pod względem wrażliwości na działanie karbu [17].

Projektowanie przeciw kruchemu pękaniu, w normie europejskiej ENV 1993-1-1 [128] polega na doborze właściwej odmiany plastyczności w zależności od warunków użytkowania, szybkości obciążania oraz konsekwencji zniszczenia. Norma podaje także wymaganą odporność na kruche pękanie oraz sposób określania minimalnej temperatury użytkowania.

Obecnie oceny nośności elementu zawierających imperfekcje w postaci nieciągłości dokonuje się na podstawie znajomości współczynnika intensywności naprężenia K_{Ic} i całki J_{Ic} dla elementów pracujących w płaskim stanie odkształcenia oraz K_c i J_c w płaskim stanie naprężenia. Określenie metodą WIN K_{Ic} oraz całki J_{Ic} jest jednak kosztowne, a określenie wartości K_c czy J_c należy przeprowadzać dla konkretnej grubości próbki, gdyż wielkości te są od niej zależne. Dlatego też poszukiwano korelacji pomiędzy wyżej wymienionymi wielkościami a energią pochłanianą w próbie Charpy'ego.

Jako pierwszy zależność pomiędzy udarnością i odpornością na pękanie podali Barsom i Rolfe [8]:

$$\frac{K_{IC}^2}{E} = 2.2 \cdot 10^{-4} (KV)^{3/2} \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-1)$$

Wallin [98] podaje przegląd proponowanych zależności pomiędzy energią absorbowaną w trakcie próby Charpy'ego a odpornością na pękanie. Zależności te przedstawiono za [98]:

$$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 = 0.646 \left(\frac{KV_{US}}{\sigma_y} - 0.01 \right) \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-2)$$

$$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 = 0.18 \frac{KV_{US}}{\sigma_y} - 0.0011 \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-3)$$

$$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 = 0.52 \left(\frac{KV_{US}}{\sigma_y} - 0.02 \right) \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-4)$$

$$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 = 0.893 \left(\frac{KV_{US}}{\sigma_y} - 0.0291 \right) \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-5)$$

$$\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 = 1.23 \left(\frac{KV_{US}}{\sigma_y} - 0.0061 \right) \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-6)$$

$$K_{IC} = (0.068 \times KV_{US} + 9.9)^2 \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}] \quad (2.3.1-7)$$

$$K_{IC} = (18 \times \sqrt{KV_{US}} + 16.6) \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}] \quad (2.3.1-8)$$

$$J_i = 43.37 + \left(\frac{KV_{US}}{12.23} \right)^2 - \left(\frac{KV_{US}}{47.655} \right)^3, \quad [\text{kJ} \cdot \text{m}^{-2}, \text{J}] \quad (2.3.1-9)$$

gdzie KV – udarność oznaczona na próbkach z karbem ostrym Charpy V

KV_{US} – udarność oznaczona na próbkach z karbem ostrym Charpy V, odpowiadająca górnemu zakresowi temperatur (*upper shelf toughness*)

σ_y – granica plastyczności.

Porównanie zestawionych formuł przedstawiono graficznie na wykresie, przy czym dla celów porównawczych wartości K_{IC} zamieniono na całkę J , wg znanej zależności (2.1-32).

Zależności dają duże zróżnicowanie wyników. Związane jest to z faktem, że uzyskane one zostały w wyniku badań różnych gatunków stali, oraz tym, że do badania odporności na pękanie używano próbek różnego typu i różnej wielkości.

Wallin zauważył, że duże zróżnicowanie wyników może być spowodowane tym, że badane próbki wykazywały różne przyrosty długości pęknięcia, co jest przyczyną dużego rozrzutu wyników, a także zawyżania wartości całki J . Wallin proponuje, aby zależność między odpornością na pękanie a pracą pochłanianą w próbie Charpy'ego budować na bazie wartości całki J_{1mm} , tzn. dla wartości całki J odpowiadającej przyrostowi szczeliny o 1 mm. Proponuje także sposób obliczania całki J dla większych przyrostów szczeliny na podstawie wartości J_{1mm} . Zależności przedstawiono poniżej [98]:

$$J_{1mm} = 0.53 \cdot KV_{US}^{1.28} \cdot \exp\left(-\frac{T-20}{400}\right) \quad [\text{kJ} \cdot \text{m}^{-2}, \text{J}, ^\circ\text{C}] \quad (2.3.1-10)$$

$$J = J_{1mm} \cdot \Delta a^m, \quad [\text{kJ} \cdot \text{m}^{-2}, \text{mm}] \quad (2.3.1-11)$$

gdzie

$$m = 0.133 \cdot KV_{US}^{0.256} \cdot \exp\left(-\frac{T-20}{2000}\right) - \frac{\sigma_y}{4664} + 0.03 \quad [\text{J}, ^\circ\text{C}, \text{MPa}] \quad (2.3.1-12)$$

Δa – przyrost długości szczeliny.

Powyższa zależność nie daje zdeterminowanej dolnej wartości, ale odpowiada prawdopodobieństwu zniszczenia 5% i może być stosowana w zakresie temperatur od -100 do $+300^\circ\text{C}$ [99].

Zależność dla ustalenia wartości średniej ma postać:

$$J_{1mm} = 0.74 \cdot KV_{US}^{1.28} \cdot \exp\left(-\frac{T-20}{400}\right) \quad (2.3.1-13)$$

oraz

$$m = 0.133 \cdot KV_{US}^{0.256} \cdot \exp\left(-\frac{T-20}{2000}\right) - \frac{\sigma_y}{4664} + 0.13. \quad (2.3.1-14)$$

Powyższa zależność nie powinna być stosowana do celu oceny nośności elementu, lecz jedynie w celu weryfikacji najlepszego dopasowania [99].

W [99] Wallin podaje także zależności korelacyjne wyznaczania pracy łamania próbki standardowej na podstawie pracy łamania próbki niestandardowej (o grubości mniejszej lub większej niż 10mm, jak w próbie standardowej).

Wallin zaproponował także metodę wyznaczania odporności na pękanie K_{Ic} na podstawie temperatury przejścia udarności. Temperatura przejścia plastyczno-kruche to temperatura, w której praca łamania wynosi 28 J i oznaczana jest T_{28J} . Propozycja Wallina została oparta na koncepcji krzywej wzorcowej (*master curve*) i została włączona do procedury SINTAP, a także uwzględniona w amerykańskiej normie ASTM. Zależność Wallina ma postać [25]:

$$K_{Ic} = 20 + \{11 + 77 \exp(0.019(T - TK_{28J} + 18C + T_K))\} \left(\frac{25}{B_e}\right)^{0.25} \left(\ln \frac{1}{1 - P_f}\right)^{0.25}, \quad (2.3.1-15)$$

gdzie

TK_{28J} – temperatura odpowiadająca pracy łamania próbki Charpy 28 J

P_f – żądane prawdopodobieństwo zniszczenia

B_e – efektywna długość frontu szczeliny (zazwyczaj grubość elementu)

T – temperatura eksploatacji

T_k – opisuje rozrzut korelacji (*describes the correlation scatter*).

Wyznaczanie odporności na pękanie na podstawie pracy łamania KV wg SINTAP

Procedura SINTAP [28, 76, 106] podaje sposób wykorzystania udarności stali w celu oszacowania odporności materiału na pękanie.

Procedura SINTAP stwierdza, że nie można stosować jednej zależności dla różnych obszarów temperatur i wprowadza podział jak niżej:

1. Zależności dla dolnego zakresu temperatur, czyli dla kruchego zachowania się materiału
2. Statystyczna metoda dla obszaru przejścia plastyczno-kruchego (metoda krzywej wzorcowej (*master curve*))
3. Zależności dla górnego zakresu temperatur, czyli dla plastycznego zachowania się materiału.

Korelacje precyzowane przez SINTAP [28] (dla zakresów dolnego, górnego oraz przejścia plastyczno-kruchego) dają konserwatywne oszacowanie materiałowej odporności na pękanie.

Zakres kruchy

$$K_{mat} = \left((12\sqrt{KV} - 20) \left(\frac{25}{B} \right)^{0.25} \right) + 20 \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}, \text{J}, \text{m}] \quad (2.3.1-16)$$

B – grubość próbki lub długość frontu szczeliny (w wypadku próbek rowkowanych)

Zakres górny (*upper shelf*)

$$K_{mat} = K_{J0.2} = \sqrt{\frac{E(0.53KV^{1.28})0.2^{(0.133KV^{0.256})}}{1000(1-\nu^2)}} \quad [\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}] \quad (2.3.1-17)$$

$K_{J0.2}$ – odporność na pękanie odpowiadająca przyrostowi długości szczeliny o 0.2 mm

KV – praca łamania próbki Charpy [J].

Zakres przejścia plastyczno-kruchego

W zakresie przejścia należy korzystać z krzywej wzorcowej [28].

Krzywa wzorcowa (*master curve*)

Koncepcja krzywej wzorcowej jest oparta na obserwacji, że inicjacja pęknięcia w stalach ferrytyczno-perlitycznych, w obszarze przejścia plastycznego do kruchego jest procesem statystycznym. Jak pokazano w [100], traktując pękanie jako fenomen statystyczny, możemy je opisać przy użyciu trójparametrowego rozkładu Weibulla¹. W rezultacie możliwe jest wyznaczenie mediany i odpowiednich granic dla poszukiwanego parametru pękania, charakteryzującego odporność na pękanie. Metoda ta została zastosowana do określenia mediany wartości odporności na pękanie jako funkcji temperatury. Zaobserwowano, że dla stali ferrytyczno-perlitycznych, o granicy plastyczności od 275 do 825 MPa, funkcja ta ma charakterystyczny kształt [77].

Przy użyciu metody krzywej wzorcowej odporność na pękanie jest określana na podstawie pojedynczego parametru, który lokalizuje krzywą wzorcową względem temperatury. Parametr ten oznaczono T_0 i odpowiada on temperaturze, w której mediana odporności na pękanie na próbce 1T (o grubości 24.5 mm) ma wartość $100 \text{ MP}\cdot\text{m}^{1/2}$. Odporność na pękanie w innych temperaturach może zostać określona na podstawie tego jednego parametru, tzn. temperatury odniesienia T_0 . Krzywa wzorcowa ustalona dla wszystkich ferrytycznych stali zostanie przesunięta wzdłuż osi temperatury do punktu o współrzędnych ($K = 100 \text{ MP}\cdot\text{m}^{1/2}$, $T = T_0$).

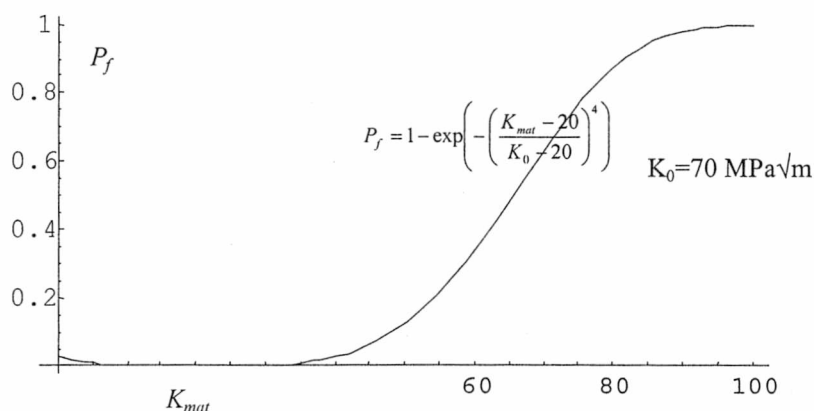
Ponieważ metoda krzywej wzorcowej jest metodą statystyczną, można dzięki niej wyznaczyć także krzywe odpowiadające odpowiedniemu stopniowi ufności. Zazwyczaj przyjmuje się krzywe z 95% stopniem ufności. Znaczy to, że 95% mierzonych wartości powinno osiągać wartości większe od obliczonych.

Prawdopodobieństwo zniszczenia P_f (arbitralnie wybranej próbki) dla $K_I \leq K_{mat}$ zgodnie z propozycją Wallina jest opisane trójparametrowym rozkładem Weibulla:

$$P_f = 1 - \exp\left(-\left(\frac{K_{mat} - K_{min}}{K_0 - K_{min}}\right)^4\right), \quad (2.3.1-18)$$

gdzie: $K_{mat} [\text{MP}\cdot\text{m}^{1/2}]$ – to odporność materiału na pękanie, $K_0 [\text{MP}\cdot\text{m}^{1/2}]$ – parametr skali, zależny od temperatury badania oraz grubości próbki (63. percentyl rozkładu), $K_{min} [\text{MP}\cdot\text{m}^{1/2}]$ – minimalna możliwa odporność na pękanie przyjmowana zazwyczaj $K_{min} = 20 \text{ MP}\cdot\text{m}^{1/2}$ (parametr przesunięcia), wykładnik 4 – współczynnik kształtu rozkładu Weibulla dla małego zakresu uplastycznienia (SSY) [105].

¹ W modelu tym przyjmuje się, że kruche pęknięcie jest wywołane procesem zniszczenia najsłabszego ogniwa (*weakest link theory*) a rozrzut (*scatter*) wyników odporności na pękanie modelowany jest trójparametrowym rozkładem Weibulla. Przyjęcie modelu Weibulla uzasadnione jest tym, że wraz ze wzrostem temperatury i zmniejszaniem się grubości próbki rosną wartości odporności oraz wzrasta rozrzut wyników.



Rys. 2.3.1-2. Rozkład prawdopodobieństwa Weibulla wprowadzony przez Wallina do konstrukcji krzywej wzorcowej (*master curve*)

Ostatnie równanie może zostać przetransformowane tak, by uzyskać wartość K_{mat} przy zadanym prawdopodobieństwie zniszczenia [105]:

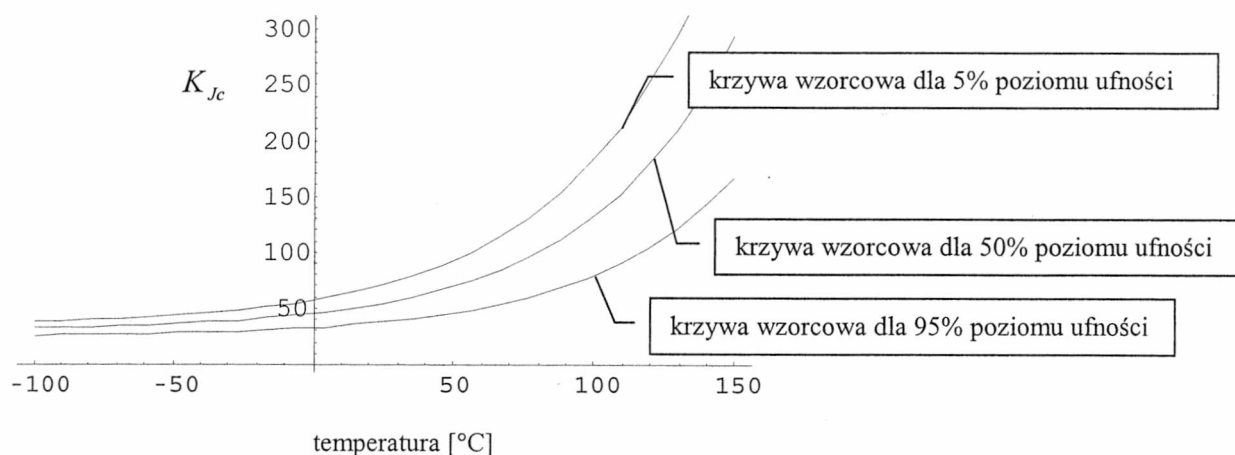
$$K_{mat} = 20 + (K_0 - 20) \left(-\ln(1 - P_f) \right)^{0.25}. \quad (2.3.1-19)$$

Wartość K_0 ustala się na podstawie badań.

Odporność na pękanie w dowolnej temperaturze i dla dowolnej grubości próbki przy zadanym poziomie prawdopodobieństwa wyraża się wzorem [75]:

$$K_{mat} = 20 + (11 + 77 \exp(0.019(T - T_0))) \left(\frac{25}{B} \right)^{0.25} \left(\ln \frac{1}{1 - P_f} \right)^{0.25}. \quad (2.3.1-20)$$

Poniżej przedstawiono przykładową krzywą wzorcową wraz z poziomami ufności 5% i 95%, wyznaczoną dla temperatury odniesienia $T_0 = 80^\circ\text{C}$.



Rys. 2.3.1-2. Przykład krzywej wzorcowej (*Master Curve*)

Ocena odporności materiału na pękanie na podstawie udarności znalazła także zastosowanie przy ocenie nośności eksploatowanych ciśnieniowych zbiorników

w elektrowniach atomowych. Stal poddana promieniowaniu neutronowemu zwiększa swoją kruchość i wymaga periodicznej kontroli. Kontrola polega na badaniu odporności na pękanie materiału poddanego promieniowaniu. W tym celu składa się materiał, czyli próbki do badań, na których co pewien czas wykonuje się badania odporności. Ponieważ badanie odporności na pękanie wymaga dużych próbek, korzystne jest zastosowanie małych próbek Charpy, używanych w próbie uderzeniowej. Metodologia proponowana do stosowania w przemyśle jądrowym jest analogiczna do przedstawionej powyżej [38].

2.3.2. Doświadczalne wyznaczanie odporności materiału na pękanie materiałów sprężysto-plastycznych

Standardowe procedury określania całki J opisują sposób pomiaru całki J_{Ic} (względnie K_{Ic}) na próbkach trójpunktowo zginanych oraz próbkach rozciąganych, zwartych, o grubości zapewniającej dominację płaskiego stanu odkształcenia. Standardowe procedury narzucają bardzo ostre wymagania dotyczące minimalnej grubości próbek. Wymagania te prowadzą do tego, aby uzyskane parametry pękania dotyczyły próbek będących w płaskim stanie odkształcenia i były niezależne od grubości przy spełnieniu warunku grubości minimalnej oraz by pęknięcie próbki miało charakter kruchy przy pomijalnie małym udziale procesów plastycznych. Dla wielu konstrukcyjnych materiałów, a w szczególności stali ferrytycznych, spełnienie tych wymagań jest nierealistyczne lub wprost niemożliwe.

Duża grupa elementów konstrukcyjnych wykonana jest ze stosunkowo cienkich blach stalowych o dobrych własnościach plastycznych i eksploatowanych w wysokich temperaturach. Wykorzystanie normowej odporności na kruche pękanie (K_{Ic} , J_{Ic}) ustalonej w warunkach płaskiego stanu odkształcenia do oceny nośności tych elementów (pracujących głównie w płaskim stanie naprężenia) prowadziłoby do nader konserwatywnego zaniżenia ich nośności [91].

Dodatkowo próbki trójpunktowo zginane oraz zwarte charakteryzują się wysokim stopniem skrzepowania stanu naprężenia, a dominującym obciążeniem szczeliny jest zginanie. Parametry pękania wyznaczone na próbkach rozciąganych przyjmują wyższe wartości od tych ustalonych na próbkach TPB (*three point bending specimen*) czy CT (*compact specimen*) [32, 83]. Potrzeba zmniejszenia konserwatyzmu w ocenie nośności elementów o dominującym obciążeniu rozciągającym była przyczyną zastosowania próbek rozciąganych w celu określenia parametrów pękania [66, 83].

Potrzeba bardziej realistycznej oceny nośności elementów nie pracujących w płaskim stanie odkształcenia doprowadziła do powstania wytycznych wyznaczania odporności na pękanie elementów o grubościach mniejszych niż minimalne grubości w procedurach standardowych i wykazujących duże własności plastyczne. Wytyczne do określania odporności na pękanie na próbkach trójpunktowo zginanych, zwartych, a później także rozciąganych, zostały opracowane w GKSS Forschungscener, pod kierownictwem H.-K. Schwalbego. Wytyczne przedstawiono w publikacji [85], a następnie w [84]. Ostateczną formę wytyczne Schwalbego i współpracowników zdefiniowano w dokumencie *A Procedure for Determining the Fracture Behaviour of Materials – The Unified Fracture Mechanics Test Method EFAM GTP 94* [83]. Procedura EFAM GTP 94 [83] jest rozszerzeniem i uzupełnieniem, a także

w niewielkim zakresie korektą wcześniejszych procedur ESIS P1-90 i ESIS P1-92 [84].

Potrzebę opracowania nowych procedur do określenia parametrów pękania można przedstawić w następujących punktach [83]:

1. Grubość elementów stosowanych w inżynierskich konstrukcjach jest znacznie mniejsza od minimalnej grubości wymaganej dla niezależnych od geometrii procedur normowych
2. Grubość produkowanych materiałów nie daje możliwości wykonania próbek spełniających normowe kryteria
3. Dominującym stanem wytworzenia wielu elementów konstrukcyjnych jest rozciąganie, a nie zginanie, a elementy te mają wyższą odporność na pękanie.

Wyznaczanie odporności na pękanie materiałów ciągliwych wg procedury EFAM GTP 94 [83, 84]

próbki trójpunktowo zginane i zwarte (TPB i CT)

Dla próbek trójpunktowo zginanych i próbek zwartych całka J jest zdefiniowana zależnością:

$$J_0 = \frac{\eta U}{B(W - a_0)}, \quad (2.3.2-1)$$

gdzie U – pole powierzchni pod krzywą siła przemieszczenie punktu przyłożenia obciążenia $P-\Delta$,

$\eta = 2$ dla próbek trójpunktowo zginanych i $\eta = 2 + 0.522(1 - a_0/W)$ dla próbek zwartych

B – grubość próbki

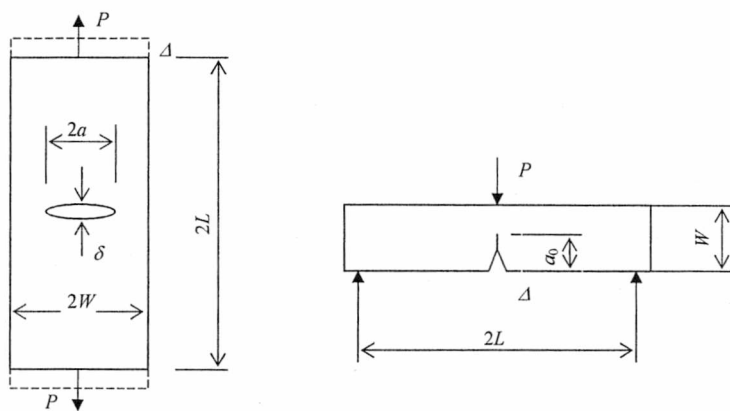
a_0 – długość szczeliny

W – wysokość próbki.

Dla próbek rowkowanych w miejsce grubości próbki B należy podstawić grubość próbki netto B_n .

Równanie (2.3.2-1) może być stosowane dla stabilnie wzrastającej szczeliny, gdy przyrost szczeliny nie przekracza $0.1(W - a_0)$. Jeżeli przyrost szczeliny przekroczy tę wartość, całki J należy skorygować zgodnie ze wzorem:

$$J = J_0 \left(1 - \frac{(0.75\eta - 1)\Delta a}{(W - a_0)} \right). \quad (2.3.2-2)$$



Rys. 2.3.2-1. Geometria próbki rozciąganej ze szczeliną centralną (CCT) oraz próbki trójpunktowo zginanej (TPB)

próbki rozciągane ze szczeliną centralną (CCT)

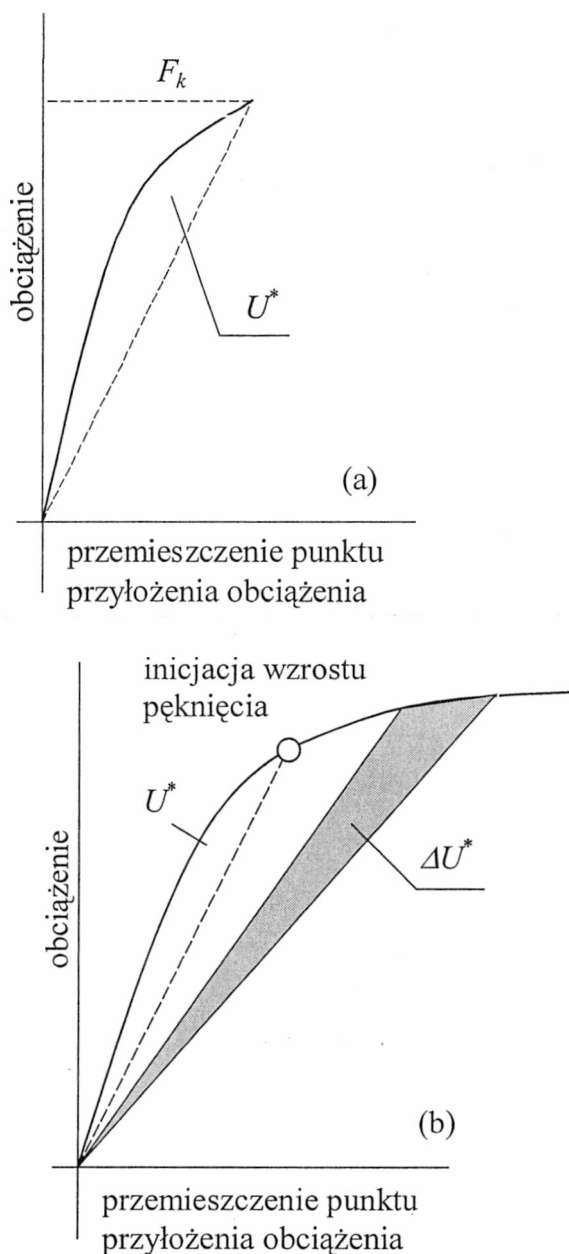
Dla próbek rozciąganych ze szczeliną centralną (CCT) całka J jest zdefiniowana zależnością:

$$J_0 = \frac{K^2}{E} + \frac{U^*}{B(W - a_0)}, \quad (2.3.2-3)$$

gdzie K – współczynnik intensywności naprężenia

U^* – to pole powierzchni pomiędzy wykresem siła-przemieszczenie punktu obciążenia (albo rozwarcie brzegów szczeliny) a linią prostą łączącą początek układu współrzędnych z aktualnym punktem pomiarowym.

Na rysunku pokazano sposób ustalania pola powierzchni U^* .



Rys. 2.3.2-2. Zdefiniowanie: (a) U^* oraz (b) ΔU^*

Zgodnie z EFAM GTP 94 [81] całka J nie może być określona, jeżeli obciążenie P przekroczy wartość:

$$P \geq 1.8 R_{p0.2} BW. \quad (2.3.2-4)$$

Równanie (2.3.2-2) może być stosowane dla przyrostów szczeliny nie większych niż $0.1(W - a_0)$. Wartość całki J dla punktów pomiarowych przekraczających ten warunek należy korygować zgodnie z równaniem (2), przyjmując $\eta = 0.5$.

Przy wyznaczaniu krzywej R zaleca się korzystać przyrostowej formuły na całkę J :

$$J_k = J_{k-1} + \frac{2\Delta U^*}{B(b_{k-1} + b_k)} + \frac{2}{E(b_{k-1} + b_k)} (K_k^2 b_k - K_{k-1}^2 b_{k-1}), \quad (2.3.2-5)$$

gdzie k i $k-1$ to dwa kolejne punkty pomiarowe

b – aktualna długość niepękniętej próbki, $b = W - a$,

ΔU^* – zdefiniowano na rysunku 2.3.2-2.

Charakter wykresu siła-przemieszczenie decyduje o tym, jaki parametr pękania powinien być obliczany.

Jeżeli wykres siła-przemieszczenie ma charakter liniowy do punktu niestabilności, wyznaczony zostanie wówczas parametr K_c . Ten typ wykresu jest charakterystyczny dla liniowej (sprężystej) mechaniki pękania. Jeżeli wartość K_c oraz wymiary próbki spełniają normowe ograniczenia dla krytycznego współczynnika intensywności naprężenia oraz warunki minimalnej grubości, to wartość K_c oznaczmy jako K_{Ic} , i jest to parametr kruchego pękania w płaskim stanie odkształcenia (dotyczy to próbek standardowych trójpunktowo zginanych i zwartych, próbki rozciągane ze szczeliną centralną nie są ujęte w procedurach normowych).

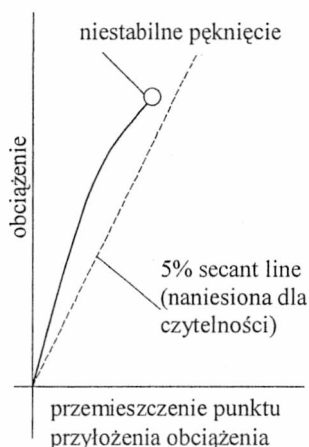
Jeżeli wykres siła-przemieszczenie jest nieliniowy do punktu zniszczenia lub do pierwszego znaczącego *pop-in*², a przyrost szczeliny (bez uwzględnienia tępienia) jest mniejszy od 0.2 mm, to krytyczna wartość całki (wartość całki w chwili niestabilności) jest oznaczana J_c . Ten typ zachowania wykazują materiały w zakresie przejścia plastyczno-kruchego.

Jeżeli przyrost szczeliny w chwili niestabilnego rozwoju lub pierwszego znaczącego *pop-in* przekracza 0.2 mm wraz z tępieniem, wówczas wyznaczoną wartość całki J oznacza się symbolem J_u . Ten typ zachowania się próbki jest zazwyczaj charakterystyczny dla materiału w pobliżu górnego zakresu obszaru przejścia plastyczno-kruchego. Wartość całki J_u należy podawać wraz z zarejestrowanym przyrostem długości pęknięcia Δa .

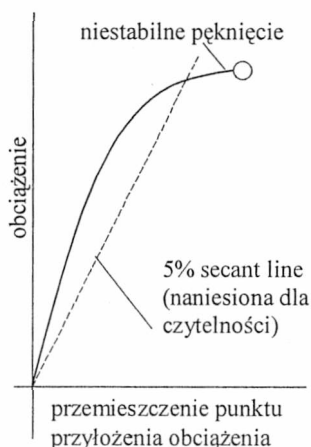
Jeżeli przyrost długości pęknięcia nie mógł być pomierzony w chwili niestateczności lub wyraźnego *pop-in*, parametr pękania należy oznaczać z dolnym indeksem uc , czyli J_{uc} .

² Efektem *pop-in* określa się załamanie na wykresie obciążenie-przemieszczenie, będące wynikiem spadku siły i towarzyszącemu mu wzrostowi przemieszczeń. Dawes podaje, że przyrost pęknięcia powyżej 2% początkowej długości pęknięcia związany ze spadkiem siły jest już znaczącym *pop-in* [22].

a) niestabilne pęknięcie,
wykres siła-przemieszczenie
liniowy
(zakres kruchy)



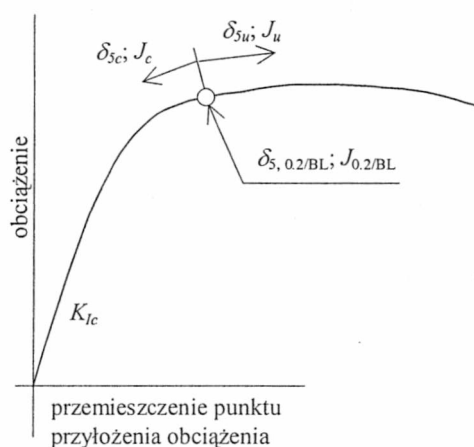
b) niestabilne pęknięcie,
wykres siła-przemieszczenie
nieliniowyliniowy
(zakres plastyczno-kruchy)



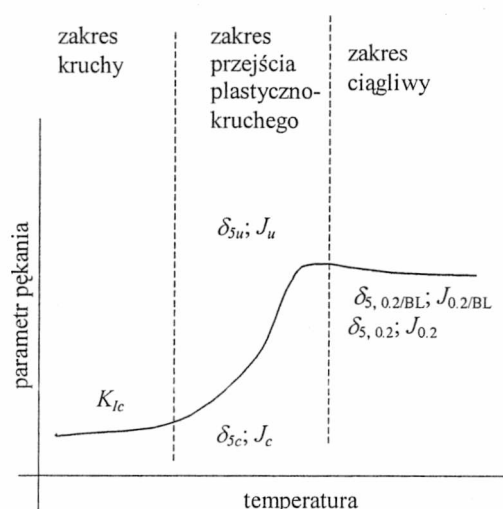
c) stabilny rozwój pęknięcia,
wykres siła-przemieszczenie
nieliniowy
(zakres ciągliwy)



Rys. 2.3.2-3. Schematyczne wykresy siła-przemieszczenie ilustrujące sposoby zachowania się pęknięcia



Rys. 2.3.2-4. Zdefiniowanie parametrów pęknięcia w zależności od miejsca ich pomiaru na wykresie przemieszczenie-obciążenie



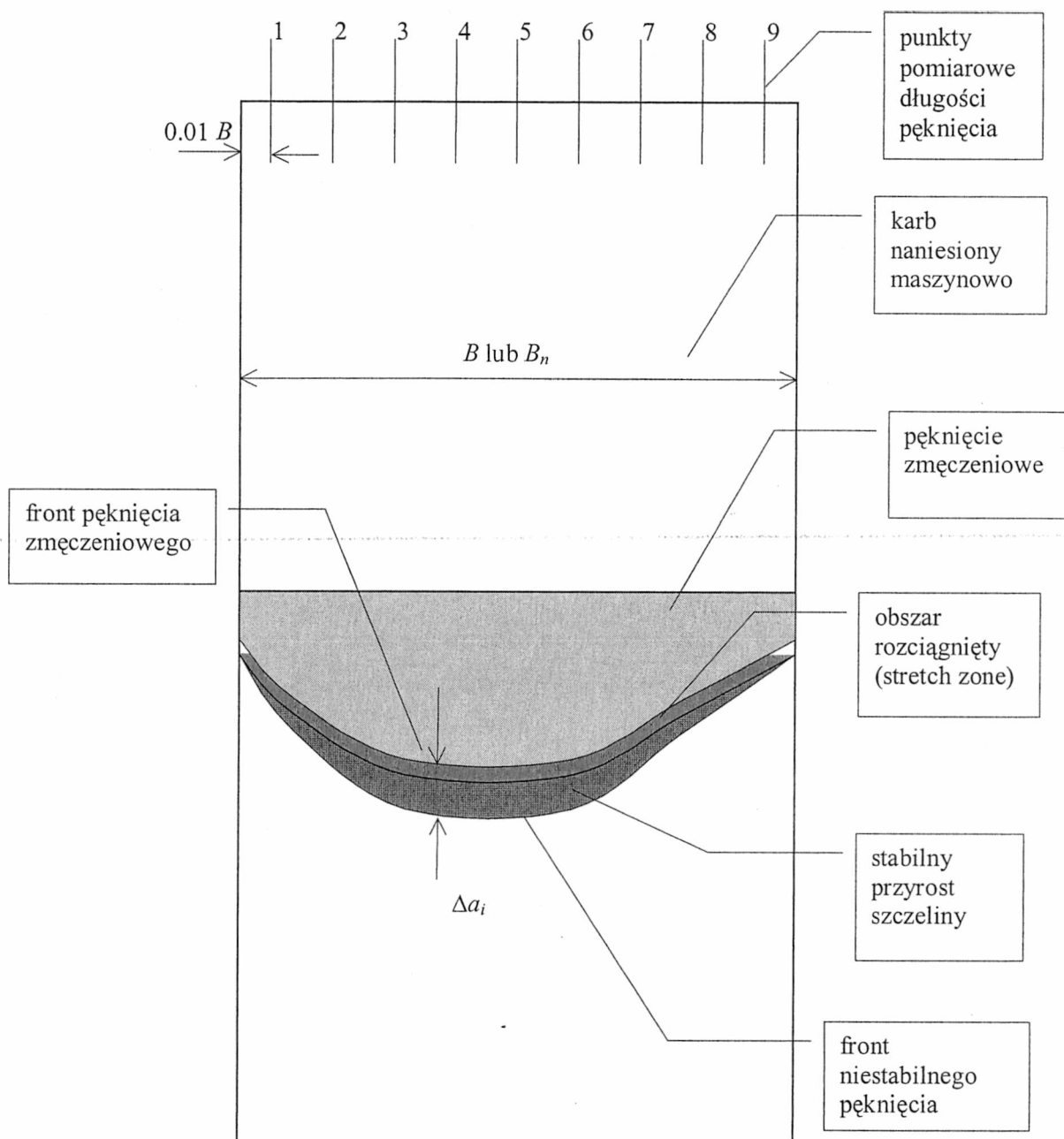
Rys. 2.3.2-5. Zdefiniowanie parametrów pęknięcia w zależności od temperatury pracy dla stali ferrytycznych

Zgodnie z procedurą GTP 94, w wypadku badań przeprowadzanych na próbkach CCT, wartość całki J należy oznaczać z górnym indeksem CCT (np.: J_{uc}^{CCT}). Parametry pękania J_u , J_c , J_{uc} są generalnie zależne od grubości próbki. Jak do tej pory nie istnieją ogólnie akceptowane wymagania, dla ustalenia parametrów pękania, niezależnych od wymiarów próbek [83].

Wyznaczanie krzywej R

W wypadku gdy zależność siła przemieszczenie jest nieliniowa i obserwowany jest stabilny wzrost szczeliny, należy wykreślić krzywą R [83]. Zależność J od Δa (czyli krzywą R) można wyznaczyć za pomocą metody wielu próbek lub na jednej próbce metodą podatności lub spadku potencjału.

Metoda wielu próbek wymaga wykonania kilku identycznych próbek, które należy obciążyć do uzyskania różnych przemieszczeń [83]. Przyrost szczeliny należy oznaczyć (np. poprzez podgrzanie próbki lub przez obciążenie zmęczeniowe próbki), a następnie próbkę należy dołamać, aby umożliwić pomiar długości pęknięcia. Na rysunku 2.3.2-6 pokazano przełom próbki i sposób pomiaru przyrostu pęknięcia [84, 85].



$$\Delta a = \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta a_1 + \Delta a_9}{2} + \sum_{i=2}^8 \Delta a_i \right)$$

Rys. 2.3.2-6. Ilustracja sposobu pomiaru długości pęknięcia w metodzie wielu próbek wg EGF P1 87D [84, 85]

Krzywą R należy wykreślać, wykluczając wyniki, dla których przyrost szczeliny przekroczy wartości:

– dla próbek trójpunktowo zginanych i zwartych:

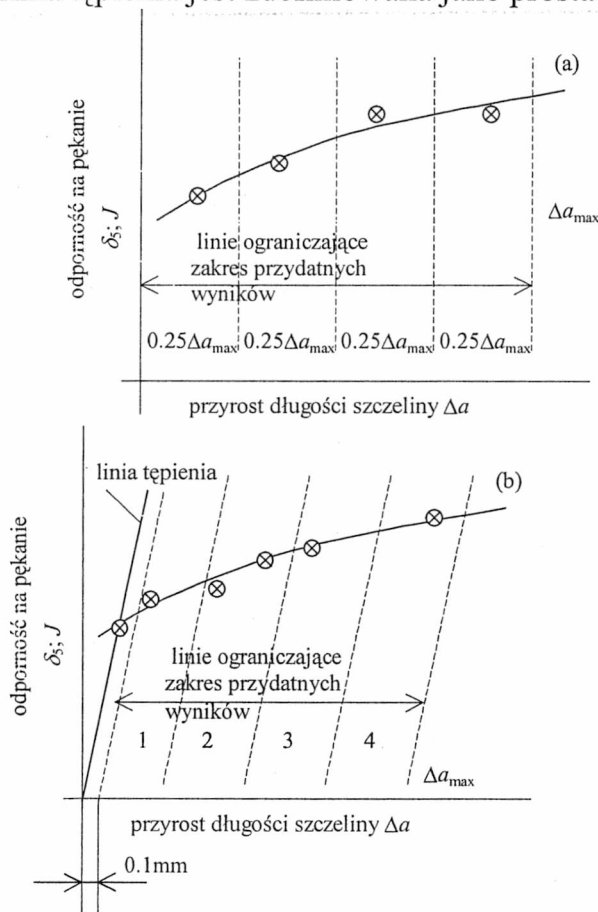
$$\Delta a_{\max} = 0.1(W - a_0) \quad (2.3.2-6)$$

– dla próbek rozciąganych ze szczeliną centralną (CCT):

$$\Delta a_{\max} = 0.4(W - a_0). \quad (2.3.2-7)$$

Analiza wyników badań różnych próbek pokazuje, że krzywa R jest niezależna od wymiarów próbki do wartości rzędnej $\Delta a_{\max}$ [83].

Procedura definiuje cztery regiony w zakresie granicy Δa . Jeżeli ma być wyznaczony parametr pęknięcia opisujący inicjację stabilnego pęknięcia, konieczne jest uzyskanie przynajmniej po jednym punkcie pomiarowym w obszarach 1-4, jak na rys. (2.3.2-7b). Należy zdefiniować linie ograniczające zakres przydatnych wyników, równoległe do linii tępienia i odłożone co 0.1 mm (rys. 2.3.2-7b) oraz o wartość $\Delta a_{\max}$. Linia tępienia jest zdefiniowana jako prosta o nachyleniu $3.75R_m \Delta a$ [66].



Rys. 2.3.2-7. Wymagania dotyczące rozkładu punktów pomiarowych w celu właściwego określenia krzywej R oraz parametrów pęknięcia związanych ze stabilnym wzrostem pęknięcia. Punkty leżące na lewo od linii ograniczającej 0.1 mm należy odrzucić

Pierwsza linia ograniczająca ($\Delta a = 0.1$ mm) ma na celu rozróżnienie pomiędzy przyrostem szczeliny wynikającej z tępienia a stabilnym wzrostem we wczesnym stadium przyrostu szczeliny. Minimum cztery, najlepiej sześć punktów pomiarowych musi być użytych do opisu krzywej R . Jeśli próbka zostanie zniszczona poprzez niestabilny wzrost szczeliny, to przyrosty długości pęknięcia poprzedzające

niestabilny wzrost mogą być wykorzystane do konstrukcji krzywej R , ale moment niestabilnego wzrostu musi być oznaczony na krzywej R .

Na podstawie punktów pomiarowych, leżących pomiędzy liniami ograniczającymi, należy wykreślić krzywą będącą najlepszym dopasowaniem wyników, opisaną równaniem:

$$J = A + C\Delta a^D, \quad (2.3.2-8)$$

gdzie A , C i D oznaczają stałe.

Granice stosowalności (*validity limits*) wartości całki J dla próbek trójpunktowo zginanych oraz próbek zwartych są określone:

$$J_{\max} = \frac{W - a_0}{20} R_f \text{ i } J_{\max} = \frac{B}{20} R_f \quad (2.3.2-9)$$

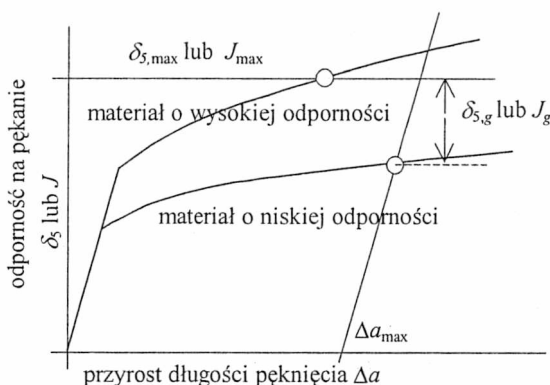
Krzywa R ograniczona przez linie ograniczające: $\Delta a_{\max}$ oraz $J_{\max}$, może być uważana za własność materiału niezależną od wymiarów próbek, gdy $W = 2B$.

Jeżeli $B < 30J/R_f$, wówczas krzywa R może być zależna od grubości próbek. Zaleca się stosowanie przedłużonych próbek spełniających warunek

$$\frac{W - a_0}{B} \geq 4. \quad (2.3.2-10)$$

Dla próbek rozciąganych ze szczeliną centralną (CCT) krzywa R generalnie jest zależna od grubości. Aczkolwiek zastosowanie próbek przedłużonych powinno dawać krzywą R niezależną od wymiarów w planie [83].

Przecięcie się krzywej R z rzędną $J_{\max}$ lub odcietą $\Delta a_{\max}$ definiuje górną granicę J_g ($\delta_{5,g}$), do której wzrost pęknięcia jest kontrolowany przez parametr J (rys. 2.3.2-8).



Rys. 2.3.2-8. Granice stosowalności parametrów δ_5 i J

Cienkościenne konstrukcje z wysokowytrzymałych materiałów są często testowane przy użyciu próbek CCT. W tych wypadkach krzywa R jest definiowana na podstawie WIN, o ile obciążenie nie przekroczy wartości

$$P \geq 1.8 R_{p0.2} BW. \quad (2.3.2-11)$$

Krzywa R jest zdefiniowana wówczas zależnością

$$K_{eff} = \frac{P}{B\sqrt{W}} f\left(\frac{a_{eff}}{W}\right); \quad (2.3.2-12)$$

gdzie:

$$a_{eff} = a + \frac{K^2}{2\pi R_{p0.2}^2} \quad (2.3.2-13)$$

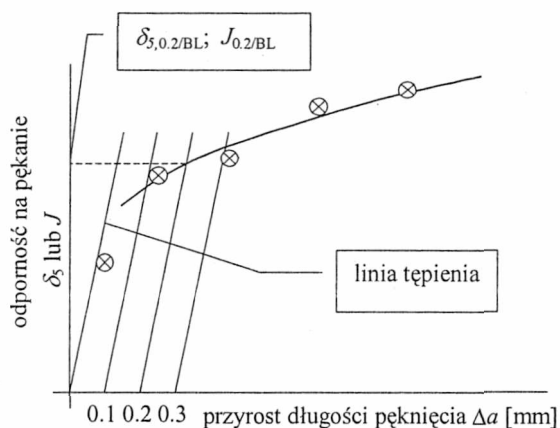
$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.3.2-14)$$

$f\left(\frac{a}{W}\right)$ to funkcja WIN podawana w katalogach WIN.

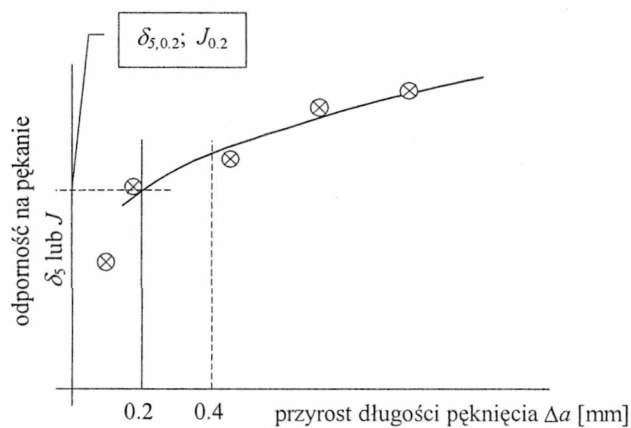
Parametry pękania

Definiuje się trzy parametry pękania bliskie chwili rozpoczęcia wzrostu stabilnego wzrostu szczeliny:

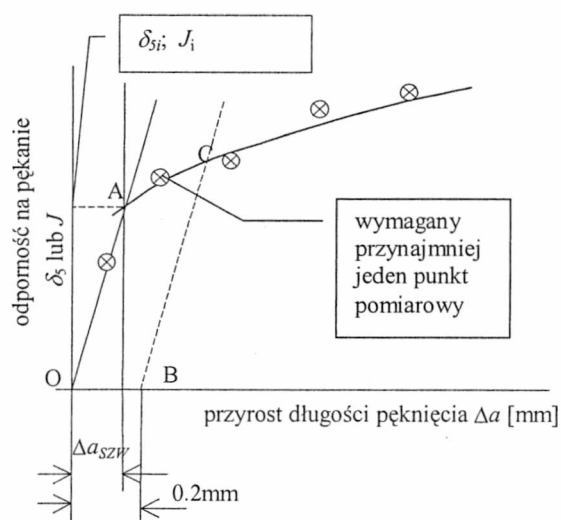
- Parametr $J_{0.2/BL}$ jest miarą odporności materiału na pękanie przy przyroście plastycznym szczeliny o wartość 0.2 mm i jest uznawany za inżynierską definicję inicjacji plastycznego rozwoju pęknięcia (dolny indeks 0.2BL wskazuje, że parametr został określony przy przyroście szczeliny 0.2 mm plus przyrost wynikający z efektu tępienia)
- Parametr $J_{0.2}$ jest miarą odporności materiału na pękanie przy całkowitym przyroście szczeliny o wartość 0.2 mm (włączając efekt tępienia, czyli efekt uplastycznienia końca pęknięcia). Dla wielu materiałów, jak średniowytrzymałe stale, parametr ten daje użyteczną ocenę inicjacji pęknięcia i jest generalnie dolnym oszacowaniem wartości $J_{0.2/BL}$.
- Parametr J_i odpowiada odporności na pękanie w chwili inicjacji pęknięcia (rys. 2.3.2-11). Ustalenie tego parametru wymaga pomiaru długości obszaru rozciągniętego (SZW – *stretch zone width*) przy użyciu mikroskopu elektronowego. Parametr ten jest uważany za najdokładniejszą miarę odporności na pękanie w chwili inicjacji pęknięcia. Nachylenie krzywej R w punkcie powinno być mniejsze niż połowa nachylenia linii OA wg rys. 2.3.2-11.



Rys. 2.3.2-9. Wyznaczanie parametrów pękania $J_{0.2/BL}$ ($\delta_{s, 0.2/BL}$)

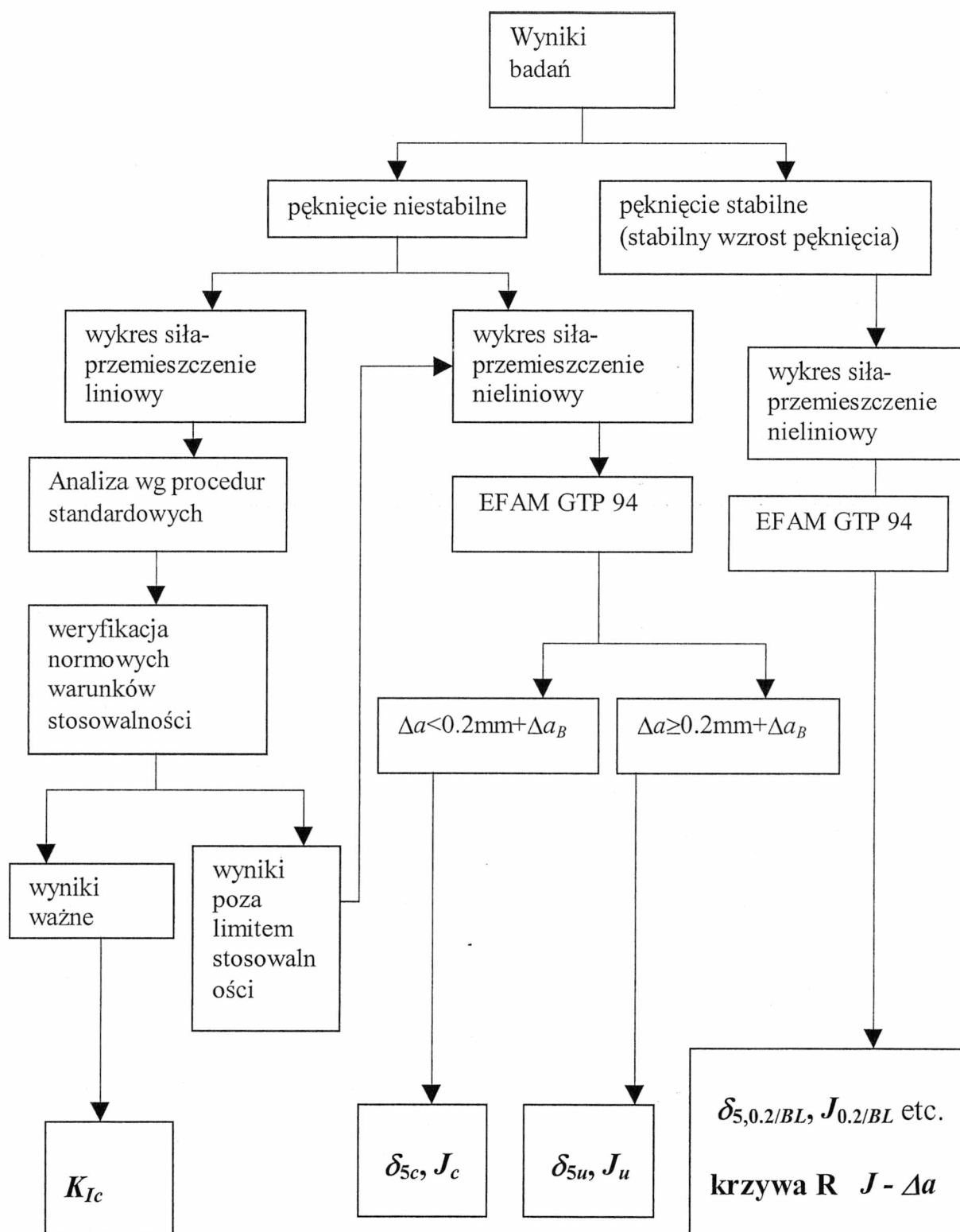


Rys. 2.3.2-10. Wyznaczanie parametrów pękania $J_{0.2}$ ($\delta_{5,0.2}$)



Rys. 2.3.2-11. Wyznaczanie parametrów pękania J_i ($\delta_{5,i}$). Przynajmniej jeden punkt pomiarowy jest wymagany pomiędzy liniami OA i BC

Jeżeli wartości wyżej wymienionych parametrów (dla próbek trójpunktowo zginanych i zwartych) są większe od wartości J_{max} , to parametry te są nieprzydatne (*invalid*) w świetle procedury EFAM GTP 94.



Rys. 2.3.2-12. Schemat blokowy ilustrujący wyznaczanie parametrów pękania w zależności od charakteru wykresu siła-przemieszczenie

Jak zauważają Tarpani i Spinelli [91], a także Cotterel [21], zastosowanie plastycznego parametru pęknięcia J_i tzn. parametru charakteryzującego inicjację plastycznego pęknięcia, do oceny nośności daje nadmiernie konserwatywne wyniki. Autorzy zauważają także, że plastyczne parametry pęknięcia są zadziwiająco mało czułe na zmianę długości pęknięcia. Wnioski te potwierdzają zasadność wprowadzonych przez Schwalbe'go i zespół [66, 83, 84] parametrów pęknięcia oraz przydatność krzywej R do oceny nośności elementów pracujących w temperaturze przejścia plastyczno-kruchego.

Wyznaczanie parametru pęknięcia J na próbkach rozciąganych ze szczeliną centralną CCT

Opierając się na wytycznych procedury EFAM GTP 94, Neale przedstawił nowy sposób wyznaczania parametru pęknięcia J metodą podatności na próbkach rozciąganych ze szczeliną centralną CCT [50, 51, 66, 67].

Neale zauważył, że podatność próbki zmienia się w sposób znaczący wraz ze wzrostem długości szczeliny, co powinno pozwolić na wyliczenie długości pęknięcia jako funkcji podatności. Przedstawiona przez Neale'a metoda umożliwia obliczenie parametru J na podstawie badania jednej próbki. Próbka w trakcie badania zostaje odciażana. Na podstawie podatności sprężystej próbki w trakcie sprężystego odciażenia obliczana zostaje aktualna długość szczeliny. Jeżeli jednak punkty pomiarowe znajdują się poza liniami wykluczającymi, konieczne jest zbadanie następnych próbek w celu uzyskania co najmniej czterech ważnych punktów pomiarowych. Poza tym sposób podany przez Neale'a wykorzystuje pomiar rozwarcia brzegów szczeliny do wyznaczenia parametru pęknięcia J , który to pomiar jest stosunkowo prosty do zrealizowania.

Poniżej zostanie przedstawiona procedura Neale'a za [66], a dyskusja proponowanych wzorów zostanie przedstawiona dalej w celu zachowania klarowności.

Wyznaczanie parametru pęknięcia J oraz krzywej R wg propozycji Neale'a [66]

Procedura przedstawiona przez Neale'a [66] wygląda następująco:

- Wartość całki J w k -tym kroku odciażania oblicza się z zależności:

$$J_k = \frac{K_k^2}{E'} + \frac{U_k^*}{B_n(W - a_0)} \quad \text{dla} \quad 0.25 \leq \frac{a_0}{W} \leq 0.75; \quad (2.3.2-15)$$

gdzie:

K – współczynnik intensywności naprężenia

U_k^* – pole powierzchni pomiędzy krzywą obciążenie-rozwarcie brzegów szczeliny P - δ a linią łączącą początek układu współrzędnych z aktualnym punktem pomiarowym P_k (rys. 2.3.2-14).

δ – rozwarcie brzegów szczeliny (CMOD – *crack mouth opening displacement*) wg rys. 2.3.2-13

E' – moduł Younga: $E' = E$ w PSN i $E' = E/(1 - \nu^2)$ w PSO

ν – współczynnik Poissona

a_0 – początkowa długość szczeliny

B_n – grubość netto próbki rowkowanej (rys. 2.3.2-13)

– Współczynnik intensywności naprężenia K wynosi

$$K_k = \frac{P_k \sqrt{\pi a}}{2W \sqrt{B B_n}} f\left(\frac{a_0}{W}\right), \quad (2.3.2-16)$$

zaś funkcja poprawkowa WIN ma postać

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{2W}\right)} \left\{ 1 - 0.25\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\} \quad \text{dla } L/W \geq 2 \quad (2.3.2-17)$$

– Długość szczeliny a_k odpowiadającej obciążeniu P_k można obliczyć na podstawie podatności próbki, rozwiązując równanie:

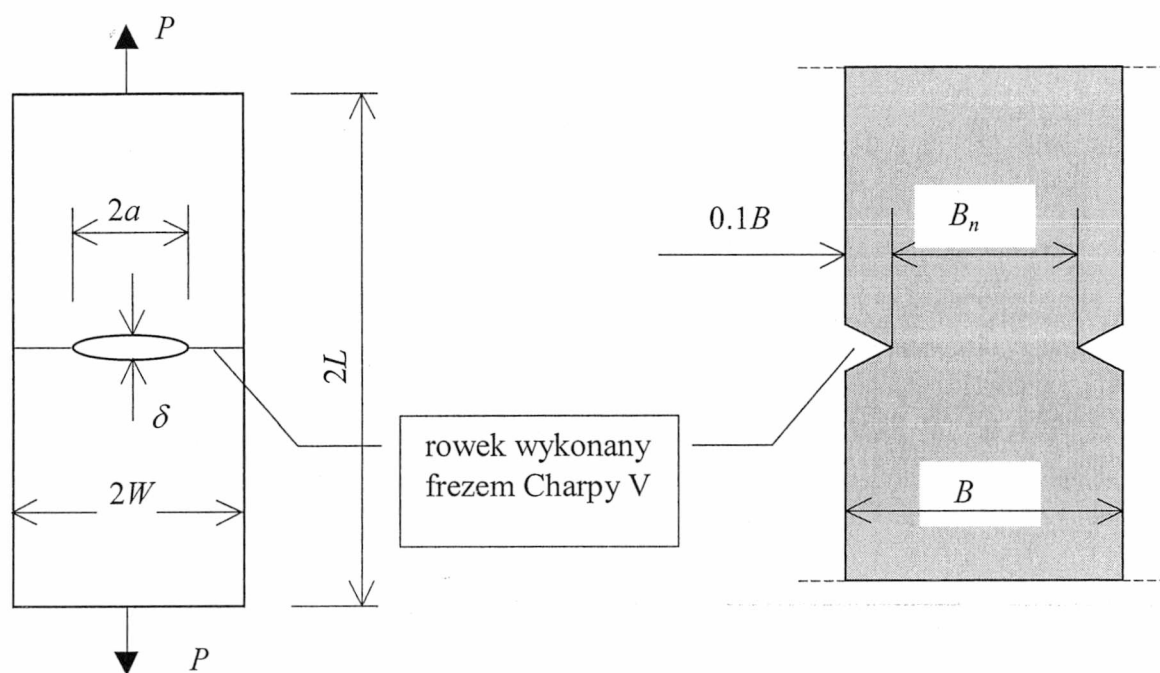
$$2 \frac{a_k}{W} \left\{ 1.00 + 0.065\left(\frac{a_k}{W}\right) - 0.241\left(\frac{a_k}{W}\right)^2 + 3.76\left(\frac{a_k}{W}\right)^3 - 6.63\left(\frac{a_k}{W}\right)^4 + 4.93\left(\frac{a_k}{W}\right)^5 \right\} = E' \sqrt{B B_n} \left(\frac{\delta}{P}\right)_k \quad (2.3.2-18)$$

gdzie $\left(\frac{\delta}{P}\right)_k$ to podatność uzyskana w trakcie sprężystego odciążenia próbki w k -tym kroku. Równanie zachowuje ważność dla $a/W \leq 0.80$. Dla próbek nierowkowanych $B_n = B$.

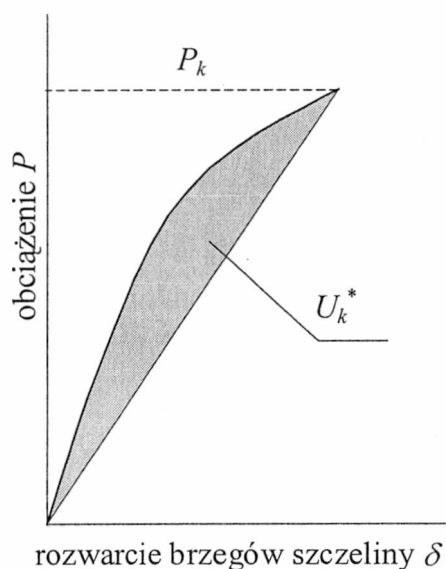
– Przyrost szczeliny w k -tym kroku oblicza się wg równania:

$$\Delta a_k = a_k - a_i, \quad (2.3.2-19)$$

gdzie a_i – to minimalna wartość a_k uzyskana w teście. Obliczona wartość a_i może być używana w powyższych równaniach zamiast pomierzonej wartości a_0 .



Rys. 2.3.2-13. Geometria rozciąganej próbki ze szczeliną centralną (CCT)



Rys. 2.3.2-14. Zdefiniowanie pola powierzchni U_k^*

- wyznaczenie krzywej R

Zgodnie z procedurą EFAM GTP 94 krzywą $R(J-\Delta a)$ dla próbek typu CCT należy wyznaczać, posilując się linią tępienia, liniami wykluczającymi, granicami stosowalności zdefiniowanymi w procedurze. Nachylenie linii tępienia $(J/\Delta a)_B$ wynosi $3.75R_m \Delta a$, gdzie R_m oznacza wytrzymałość doraźną na rozciąganie. Neale zauważa, że nachylenie linii tępienia $3.75R_m \Delta a$ odnosi się do próbek trójpunktowo zginanych i zwartych. Sugeruje, że dla próbek typu CCT bardziej przydatna byłaby linia o nachyleniu $2.25R_m \Delta a$. Taka modyfikacja nachylenia linii tępienia podnosi wartość

parametru $J_{0.2/BL}$. Linie ograniczające są równoległe do linii tępienia i odłożone co 0.1 mm i $0.4(W - a_0)$, co zilustrowano na rysunku. Wartości całki J leżące pomiędzy liniami wykluczającymi należy aproksymować równaniem:

$$J = A + C\Delta a^D, \quad (2.3.2-20)$$

gdzie A , C i D oznaczają stałe.

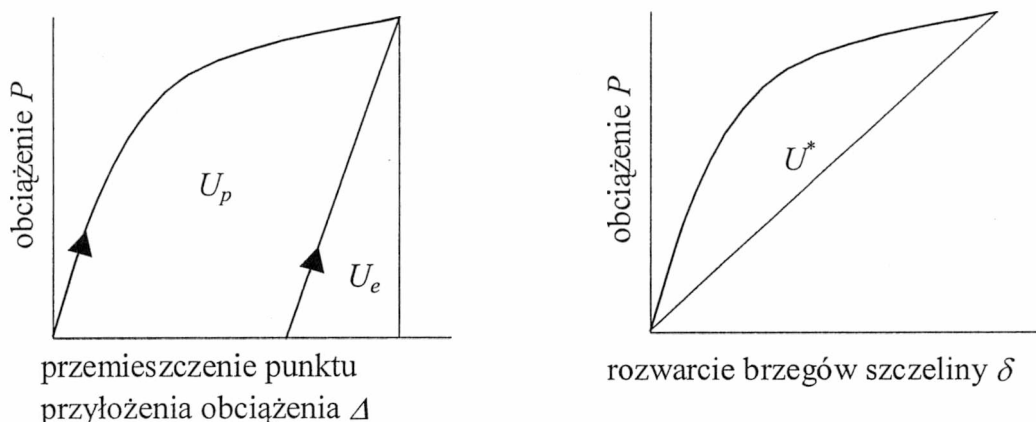
Parametr pękania $J_{0.2/BL}$ jest zdefiniowany jako przecięcie się krzywej $J = A + C\Delta a^D$ z linią równoległą do linii tępienia odłożoną co 0.2 mm przyrostu szczeliny.

Sugerowana wartość J_{max} , będąca granicą stosowalności, wynosi $(W - a_0)R_{p0.2}/10$, gdzie $R_{p0.2}$ oznacza 0.2% *proof test*. Jeżeli wartość $J_{0.2/BL}$ nie przekracza granicy stosowalności J_{max} , to wartość ta może być uznana za właściwą w sensie procedury EFAM GTP 94.

Dyskusja

Wartość parametru J w wypadku ciał sprężysto-plastycznych można wyliczać jako sumę części sprężystej i części plastycznej

$$J = J_e + J_{pl} \quad (2.3.2-21)$$



Rys. 2.3.2-15. Zdefiniowanie U_e , U_p , U^*

Sprężysty składnik całki J może zostać wyliczony bądź to na podstawie współczynnika intensywności naprężenia K , bądź też na podstawie pola powierzchni pod wykresem siła-przemieszczenie.

$$J_e = \frac{K_k^2(1 - \nu^2)}{E'}, \quad (2.3.2-22)$$

$E' = E$ w PSN, zaś $E' = E/(1 - \nu^2)$ w PSO

$$J_e = \frac{\eta_e U}{2WB}. \quad (2.3.2-23)$$

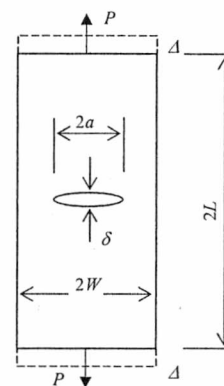
η_e – współczynnik proporcjonalności

U zdefiniowano na rysunku 2.3.2-15.
Z kolei składnik plastyczny całki J , tzn. J_p , wylicza się z zależności:

$$J_p = \eta_p \frac{U}{2WB}, \quad (2.3.2-24)$$

gdzie η_p – współczynnik proporcjonalności,
 U – pole powierzchni zdefiniowane na rysunku.

Na drodze obliczeń numerycznych Lei i Neale pokazali, że całka J wyznaczona na podstawie wykresu obciążenie-przemieszczenie punktu przyłożenia obciążenia $P-\Delta$ daje dokładne wyniki dla stosunkowo długich szczelin, a mianowicie dla $a/W > 0.50$. Poniżej tej wartości całka J nie może być wyznaczana na podstawie zależności obciążenie-przemieszczenie punktu przyłożenia obciążenia ($P-\Delta$). Jednocześnie wskazali, że powinno być możliwe obliczenie całki J na podstawie pola powierzchni U^* z wykresu obciążenie-rozwarcie brzegów szczeliny ($P-\delta$) [50]. Przypuszczenie Lei'a i Neale'a zostało potwierdzone w pracach [49] i [35], a wyrażenie na J_p ma postać:



Rys. 2.3.2-16. Geometria próbki CCT

$$J_p = \eta_p \frac{U^*}{B(W-a)} \quad (2.3.2-25)$$

Współczynnik η_p przyjmuje się jako równy 1 [66]. Aczkolwiek badania i obliczenia numeryczne wskazują, że η_p zależy od wykładnika wzmocnienia n . Lei i Neale [49] oraz Horner i Eripret [35] podają, że dla materiałów umacniających się, o wykładniku wzmocnienia $n > 5$, współczynnik ten można przyjmować równy 1. Wartości współczynnika η_p obliczonego różnymi metodami podają Wilson i Mani [107]. Autorzy proponują własną metodę obliczania η_p i sugerują, aby przyjmować jego wartość równą:

$$\eta_p = m - 1/n, \quad (2.3.2-26)$$

gdzie n – wykładnik wzmocnienia z prawa Ramberga-Osgooda
 m – współczynnik zależny od wykładnika wzmocnienia i geometrii układu.
Wartości m dla próbki CCT w PSN wynoszą [107]:

Tab. 2.3.2-1. Wartości m dla próbki CCT w PSN

n	7	10	13	16	20
m	1.014	1.039	1.033	1.022	1.018
$\eta_p = m - 1/n$	0.871	0.939	0.956	0.960	0.968

Współczynnik intensywności naprężenia podawany przez Neale'a [51, 66] to rozwiązanie z katalogu rozwiązań WIN sprężystej mechaniki pękania [90], dające największą dokładność. Podobnie funkcję podatności (2.3.2-18) podano wg katalogu Murakami.

WIN wg Tady [90] ma postać:

$$K_k = \frac{P}{B2W} \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{W}\right); \quad (2.3.2-27)$$

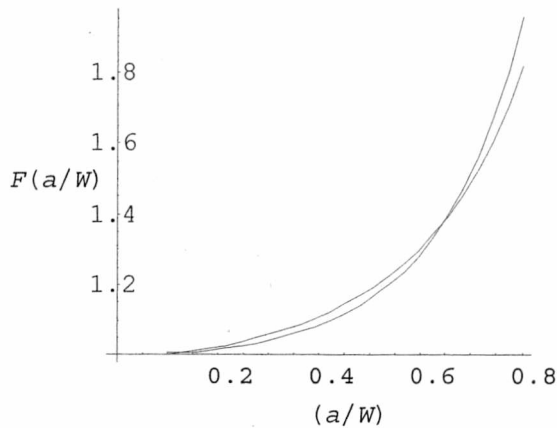
funkcja poprawkowa WIN ma postać:

$$F\left(\frac{a}{W}\right)_{Tada} = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{2W}\right)} \left\{ 1 - 0.025\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.06\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\} \quad \text{dla } L/W \geq 2 \quad (2.3.2-28)$$

Dokładność rozwiązania wynosi 0.1% dla dowolnych a/b . Neale podaje [66, 67] nieco inną postać wzoru, i trudno ocenić, czy jest to błąd, czy weryfikacja formuły Tady. Postać funkcji WIN podawana przez Neale'a i zmodyfikowana tak, by była porównywalna z funkcją wg Tady [90]:

$$F\left(\frac{a}{W}\right) = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{2W}\right)} \left\{ 1 - 0.25\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\} \quad (2.3.2-29)$$

Wykres ilustruje, że różnice między tymi funkcjami są bardzo małe (2% dla $a/W = 0.35$).



Rys. 2.3.2-17. Funkcje WIN za [66] oraz wg Tady [90]

Tada podaje także wzory na rozwarcie brzegów szczeliny oraz wydłużenie całkowite próbki.

Rozwarcie brzegów szczeliny wg Tady [90]:

$$\delta = \frac{4\sigma a}{E'} V_1\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.3.2-30)$$

$$\sigma = \frac{P}{2BW} \quad (2.3.2-31)$$

$$V_1\left(\frac{a}{W}\right)_{Tada} = -0.071 - 0.536\left(\frac{a}{W}\right) + 0.169\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.02\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 1.071\frac{1}{a/W}\ln\left(1 - \frac{a}{W}\right). \quad (2.3.2-32)$$

Przemieszczenie punktu położonego w odległości $y \geq 3W$ od szczeliny wg Tady:

$$\Delta_{total} = \Delta_{crack} + \Delta_{no\ crack} \quad (2.3.2-33)$$

$$\Delta_{no\ crack}(y) = 2y\sigma/E \quad (2.3.2-34)$$

$$\Delta_{crack} = \frac{4\sigma a}{E'} V_2\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.3.2-35)$$

$$V_2\left(\frac{a}{W}\right) = -1.071 + 0.25\left(\frac{a}{W}\right) - 0.357\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.121\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 0.047\left(\frac{a}{W}\right)^4 + \\ + 0.008\left(\frac{a}{W}\right)^5 - 1.071\frac{1}{a/W}\ln\left(1 - \left(\frac{a}{W}\right)\right). \quad (2.3.2-36)$$

Dokładność formuły wynosi 0.6% dla dowolnych a/W .

2.3.3. Ocena dolnej granicy odporności na pękanie J_{LB}

Jak wspomniano, rozrzut wartości odporności na pękanie stali ferrytycznych rośnie wraz ze wzrostem temperatury i zmniejszaniem się grubości próbek. W wyniku przeprowadzenia badań odporności na pękanie na niewielkiej ilości próbek możliwe jest zawyżenie dolnej granicy wartości odporności na pękanie. Opierając się na statystycznym modelu Weibulla, Heerenś i współpracownicy [33, 116, 117] zaproponowali metodę oceny dolnej granicy odporności na pękanie J_{LB} w zakresie przejścia plastyczno-kruchego (dolny indeks LB to skrót od angielskiego: *lower bound toughness*).

Jeżeli odporność na pękanie wyrażona jest poprzez J , to prawdopodobieństwo zniszczenia opisane jest dwuparametrowym modelem Weibulla:

$$P_f = 1 - \exp\left(-\left(\frac{J_c}{J_0}\right)^m\right). \quad (2.3.3-1)$$

Parametr m przyjmuje się zazwyczaj jako równy 2. Jedynym nieznanym parametrem jest parametr skali J_0 .

Przecięcie się linii prostej, będącej aproksymacją funkcji Weibulla, z prostą reprezentującą prawdopodobieństwo zniszczenia równe zero, wyznacza dolną granicę odporności na pękanie J_{LB} .

Funkcja dystrybucji odnosząca się do powyższej procedury wyraża się:

$$P_f = \begin{cases} \frac{\sqrt{\ln 2}}{J_0} (J_c - J_{LB}), & P_f \leq 0.5 \\ 1 - \exp\left(-\left(\frac{J_c}{J_0}\right)^2\right), & P_f \geq 0.5 \end{cases} \quad (2.3.3-2)$$

Jeżeli zapiszemy $J_c = J_0 \sqrt{\ln 2}$, to dla $P_f = 0.5$ można łatwo dowiedzieć, że funkcja P_f jest ciągła i różniczkowalna względem J_c , wtedy gdy J_{LB} zależy od J_0 wg:

$$J_{LB} = \frac{\ln 2 - 0.5}{\sqrt{\ln 2}} J_0 = 0.23 J_0. \quad (2.3.3-3)$$

Z dwóch ostatnich zależności parametr skali może zostać powiązany ze średnią wartością $J_c, \bar{J}_c$, prowadząc do:

$$\bar{J}_c = 0.89 J_0. \quad (2.3.3-4)$$

W rezultacie dolna granica odporności na pękanie dana jest zależnością:

$$J_{LB} = 0.26 \bar{J}_c. \quad (2.3.3-5)$$

Wraz ze wzrostem plastycznych deformacji w badanej próbce maleje skrępowanie. Aby móc ocenić ilościowo efekt wymiarów, wprowadza się ograniczenie:

$$J_{\max} = \frac{1}{30} b \sigma_y. \quad (2.3.3-6)$$

Wartości J większe od $J_{\max}$ są uważane za nieważne. Spadek skrępowanie podnosi radykalnie odporność na pękanie, a funkcja dystrybucji nie uwzględnia tego efektu. Dlatego też dane nie spełniające warunku $J < J_{\max}$ nie mogą być uwzględniane w obliczaniu wartości średniej $\bar{J}_c$.

Nieuwzględnienie danych o wysokiej wartości (powoduje zaniżenie dolnej granicy odporności) przesuwają oszacowanie dolnej granicy odporności w stronę konserwatywną. Aby skompensować ten efekt, wprowadza się współczynnik korekcyjny β

$$J_{LB} = 0.26 \beta \bar{J}_c \quad (2.3.3-7)$$

$$\beta = 1 + 1.286p, \quad (2.3.3-8)$$

gdzie p – stosunek odrzuconych wartości J , z kryterium $J_{\max} = \frac{1}{30} b \sigma_y$, do wszystkich wartości. Jeżeli p przekracza 70%, procedura nie powinna być stosowana.

Na podstawie analizy wyników badań Heerens proponuje wzór na odchylenie standardowe (*standard deviation*):

$$\xi \approx 0.13 \frac{\bar{J}_c}{\sqrt{n}}, \quad (2.3.3-9)$$

gdzie n – liczba ważnych punktów pomiarowych.

Heerens zastosował powyższą procedurę do danych zebranych w projekcie Euro. Stwierdza, że w 12 przypadkach na 23 szacunkowa inżynierska wartość J_{LB} odpowiada najniższej pomierzonej wartości w badaniach. W pozostałych przypadkach oszacowanie wydaje się być nadmiernie konserwatywne (tzn. J_{LB} oszacowane miało wartość niższą od najniższej wartości pomierzonej).

2.4. Wzmacnianie elementów ze szczeliną

2.4.1. Wstęp

Analizując nośność wzmacnianego elementu należy brać pod uwagę [92]:

- 1) wpływ wzmocnienia na odporność na pękanie (wyrażoną poprzez współczynnik intensywności naprężenia K lub na inny parametr)
- 2) rozkład sił w łącznikach
- 3) naprężenia rozciągające we wzmacnianej łacie (żebrze)
- 4) zmianę całkowitej sztywności wywołaną istniejącą szczeliną i zastosowanym wzmocnieniem
- 5) jeżeli spodziewamy się pęknięcia plastycznego (a nie kruchego), konieczna do oceny nośności jest znajomość siły granicznej.
- 6) w przypadku wzmocnienia jednostronnego uwzględnić należy wpływ zginania [96].
- 7) podatność łączników (kleju, śrub, spoin)

W pracy analizuje się nośność elementu wzmacnianego ze względu na rozwój szczeliny.

2.4.2. Nośność wzmocnionych elementów z pęknięciem – przegląd literatury

Nośność wzmacnianego elementu tarczowego ze szczeliną była analizowana głównie pod kątem wyznaczenia współczynnika intensywności naprężenia. Powodem tego stanu rzeczy jest fakt, że współczynnik intensywności naprężenia (a właściwie amplituda tego współczynnika) jest głównym parametrem służącym do oceny zmęczeniowej nośności elementu ze szczeliną³ [40].

Na podstawie badań i obliczeń MES Vlot i wsp. analizują wpływ zastosowanego kleju na wytrzymałość zmęczeniową rozciąganej tarczy wzmocnionej naklejonymi włóknami węglowymi [97].

³ Wartość amplitudy WIN decyduje o przyroście długości pęknięcia, zgodnie ze wzorem Parisa $da/dN = C(\Delta K)^m$, gdzie C i m stałe, a – długość szczeliny, N ilość cykli obciążenia.

Guo i Wu [30] badali wpływ ilości cykli obciążenia na wielkość obszaru delaminacji naklejonego włókna oraz na przyrost długości szczeliny. Wyznaczają oni WIN wzmacnianego elementu za pomocą funkcji wagowych.

Maiti i Sethuraman badali (za pomocą MES i eksperymentu) wpływ wzmocnienia, a także wpływ usytuowania szczeliny na wartość WIN w rozciąganej tarczy z naklejonym wzmocnieniem [54].

Gungor i wsp. badali rozciąganą tarczę ze szczeliną wzmocnioną żebrami, mocowanym przez nitowanie [29]. Do obliczania WIN autorzy zastosowali metodę elastooptyczną.

Han i wsp. proponują prostą metodę obliczania WIN, w której zakłada się, że wzmacniana tarcza jest odciążona poprzez wzmocnienie w stopniu odpowiadającym ilorazowi podatności wzmocnienia do podatności tarczy wzmacnianej wraz ze wzmocnieniem [31].

Jedną z pierwszych metod obliczania WIN na drodze analitycznej zaproponował Rose (1981). Wg modelu Rose'a nośność wzmocnionego elementu tarczowego ze szczeliną można obliczać, zastępując łatę „wtrąceniem” o tej samej grubości co tarcza, lecz o innych własnościach sprężystych. Następnie obliczone zostają naprężenia we „wtrąceniu”, z pominięciem istnienia szczeliny. Na koniec obliczony stan naprężenia zostaje przyłożony do szczeliny [94, 96].

Obecnie najczęściej prezentowane jest podejście, gdzie oddziaływanie łaty (zeber) zostaje zastąpione nieznanymi siłami, których wartość ustala z równań nierozzerwalności konstrukcji. Stan przemieszczenia w tarczy ze szczeliną można ustalić wykorzystując metodę potencjałów zespolonych Muskhelishvilego [78]. WIN obliczany jest jako suma współczynników od obciążenia zewnętrznego i od obciążenia siłami pochodzącymi od sił kontaktowych [1, 14, 18, 20, 47, 74, 78, 79].

W zakresie plastycznym nośność wzmacnianych elementów ze szczeliną badali Mourad, Maiti [63], Xiao i Dexter [112].

Mourad i Maiti wykonali badania i obliczenia metodą elementów skończonych (MES) wzmacnianej próbki zginanej [63]. Próbka wykonana z aluminium wzmocniona została poprzez przyklejenie zeber z tego samego materiału co próbka podstawowa (aluminium D16AT). W odróżnieniu od innych prac, tutaj autorzy badali próbkę w zakresie plastycznym. Podając wyniki eksperymentu, autorzy ograniczyli się do podania uzyskanych zależności $P-\Delta$. W obliczeniach MES przyrost długości pęknięcia zadawano, gdy wartość kąta rozwarcia wierzchołkowego COA uzyskana w MES przekroczyła krytyczną wartość analizowanego materiału. Badana przez autorów wzmacniana próbka miała dwukrotnie wyższą nośność w porównaniu z próbką bez wzmocnienia.

Xiao i Dexter wykonali badania numeryczne i doświadczalne rozciąganej próbki ze szczeliną (próbka typu CCT). Stalowa próbka wzmacniana była żebrami dwustronnymi wykonanymi również ze stali i mocowanymi przez przyspawanie [112].

Autorzy zauważają, że wartości całki J uzyskane na podstawie EPRI oraz metody ETM są znacznie zawyżone w porównaniu z badaniami i obliczeniami numerycznymi (MES). Zwracają uwagę, że wzory EPRI były testowane dla materiałów o dużym umocnieniu (czyli takich, w których nie dochodzi do dużych przemieszczeń plastycznych) oraz obciążeń niewiele przekraczających siłę graniczną (obliczenia wg EPRI można prowadzić do obciążenia $F/F_Y \leq 1.2$). Na koniec autorzy konkludują, że

MES daje dobre oszacowanie całki J nawet przy stosunkowo rzadkim podziale na elementy skończone.

2.4.3. Podsumowanie

Aktywność naukowców zajmujących się wzmacnianymi elementami z pęknięciem skupiała się do wyznaczania sprężystego parametru pękania WIN.

Poza [112] brak jest publikacji, w których autorzy zweryfikowaliby inżynierskie metody oceny nośności elementów ze szczeliną (FAD, ETM) w odniesieniu do elementów wzmacnianych. W szczególności nie napotkano na publikacje, w których zweryfikowano by przydatność wymienionych metod do oceny nośności elementów ze szczeliną wzmocnionych przymocowanymi elementami wykonanymi z innego materiału aniżeli materiał elementu wzmacnianego.

3. TEZY

W świetle przeprowadzonego rozeznania literaturowego na temat oceny odporności stali na pękanie kruche i ciągliwo – kruche oraz oceny odporności elementów wzmacnianych stawia się następujące tezy:

1. Możliwa jest ocena nośności elementu ze szczeliną wykonanego z niskowęglowej stali St3S metodami mechaniki pękania.
2. Wzmocnienie stalowej tarczy ze szczeliną przy pomocy włókien węglowych może być efektywne.
3. Aktualnie stosowane (procedura SINTAP) inżynierskie metody oceny nośności elementów ze szczeliną ETM i FAD nie nadają się do obliczania nośności elementów ze szczeliną wzmacnianych elementami z materiału o radykalnie odmiennych właściwościach aniżeli materiał, z którego wykonany jest pęknięty element.
4. Ocena nośności metodami ETM i FAD elementu ze szczeliną, wzmocnionego elementami z materiału o odmiennych właściwościach mechanicznych, jest możliwe po odpowiedniej modyfikacji tych metod.

4. BADANIA TEORETYCZNE I NUMERYCZNE

Znajomość współczynnika intensywności naprężenia (WIN) - K elementu ze szczeliną jest niezbędna dla obliczenia wartości całki J na podstawie wyników badań (całka J obliczana jest jako suma części sprężystej i plastycznej, gdzie komponent sprężysty oblicza się na podstawie WIN – patrz wzór 2.3.2-3). Wartości WIN są także niezbędne przy obliczaniu nośności elementu z pęknięciem na podstawie krzywych FAD oraz na podstawie ETM. Także wtedy, gdy całka J jest obliczana na podstawie MES, na podstawie wyników rozwarcie brzegów szczeliny-obciążenie, wówczas też konieczna jest znajomość sprężystego komponentu całki J obliczana na podstawie WIN.

W pracy obliczono WIN w tarczy wzmocnionej żebrami dwiema metodami, a mianowicie za pomocą metody elementów skończonych (MES) oraz na podstawie rozwiązania zamkniętego dla tarczy nieskończonej, przy użyciu potencjałów zespolonych Muskheliszwilego.

4.1. Współczynnik intensywności naprężenia we wzmacnianej tarczy – rozwiązanie teoretyczne.

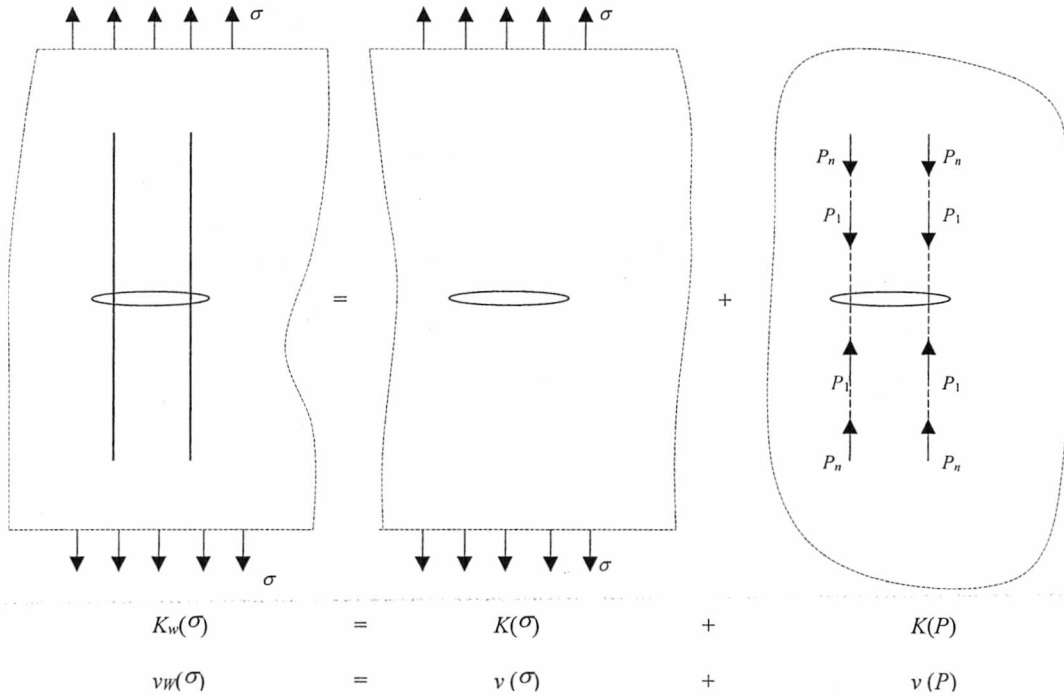
4.1.1. Podstawy teoretyczne

Analityczne rozwiązania tarcz ze szczeliną znane są jedynie dla najprostszych przypadków tarczy nieskończonej lub półnieskończonej. Obliczenie współczynnika intensywności naprężenia tarczy o skończonych wymiarach możliwe jest jedynie na drodze numerycznej (np. MES). Aby obliczyć WIN wzmocnionej tarczy obliczymy WIN tarczy nieskończonej. Uzyskane wyniki zostaną porównane z obliczeniami przy użyciu MES.

Współczynnik intensywności naprężenia K_W we wzmocnionej, nieskończonej tarczy obciążonej w nieskończoności naprężeniem σ , będziemy obliczać jako sumę współczynników w tarczy obciążonej naprężeniem σ i w tarczy obciążonej siłami skupionymi P_i , będącymi reakcjami od wzmocnienia [14, 18, 47, 80, 81].

$$K_W = K_\sigma + K_P \quad (4.1-1)$$

Schemat postępowania przedstawia rysunek 4.1-1.



rys. 4.1-1. Schemat wykorzystania zasad superpozycji do wyznaczania WIN oraz stanu przemieszczenia w tarczy wzmacnianej żebrami.

Nieznane siły od wzmocnienia (będziemy je nazywać siłami kontaktu) zostaną wyznaczone z warunków nierozrywności konstrukcji.

Aby móc sformułować równania ciągłości konstrukcji koniecznym jest znajomość stanu przemieszczenia w tarczy ze szczeliną od obciążenia w nieskończoności naprężeniem σ oraz stan przemieszczenia w tej samej tarczy od obciążenia siłami skupionymi P_i .

Dla tarczy nieskończonej najbardziej efektywną metodą wyznaczania stanów naprężenia i przemieszczenia jest metoda Muskhelishvilego [66].

Stany przemieszczenia i naprężenia w płaskiej tarczy, wyrażony za pomocą potencjałów zespolonych Muskhelishvilego przedstawiają równania:

$$2\mu(u + iv) = \kappa\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)}, \quad (4.1-2)$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}] = 4\operatorname{Re}\varphi'(z) = 4\operatorname{Re}\Phi(z) = 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}] \quad (4.1-3)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2\tau_{xy} = 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)] = 2[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)], \quad (4.1-4)$$

gdzie

$$\Phi(z) = \varphi'(z) \text{ oraz } \Psi(z) = \psi'(z). \quad (4.1-5)$$

$$\kappa = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} = 3 - 4\nu \quad \text{w PSO} \quad (4.1-6)$$

$$\kappa = \frac{\lambda' + 3\mu}{\lambda' + \mu} = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad \text{w wypadku PSN.} \quad (4.1-7)$$

Stałe λ i μ powiązane są z modułem Younga E i współczynnikiem Poissona ν zależnościami:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2+2\nu}, \quad (4.1-8)$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}. \quad (4.1-9)$$

Szczególnym przypadkiem przedstawionych funkcji Muskhelishvilego jest rozwiązanie Westergaarda, który zauważył, że duża liczba płaskich zagadnień teorii sprężystości daje się opisać za pomocą jednej funkcji. Stan naprężenia wyrażony poprzez funkcję Westergaarda Z od zmiennej zespolonej z wyraża się zależnościami:

$$\sigma_x = \operatorname{Re} Z - y \operatorname{Im} Z', \quad \sigma_y = \operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z', \quad \tau_{xy} = -y \operatorname{Re} Z'. \quad (4.1-10)$$

Potencjały zespolone Muskhelishvilego są równe [64]:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} Z(z), \quad \Psi(z) = -\frac{1}{2} z Z'(z). \quad (4.1-11)$$

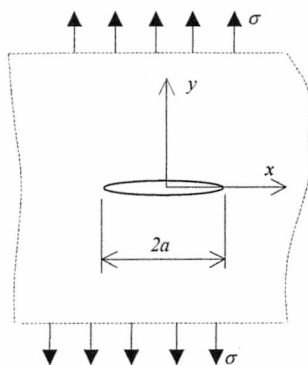
Stan przemieszczenia wyrażony za pomocą funkcji Westergaarda

$$\begin{aligned} 2Gu &= (1-2\nu) \operatorname{Re} Z^* - y \operatorname{Im} Z, \\ 2Gv &= 2(1-\nu) \operatorname{Im} Z^* - y \operatorname{Re} Z. \end{aligned} \quad (4.1-12)$$

Powyższe wyrażenia dotyczą PSO, w wypadku PSN ν należy zastąpić wyrażeniem $\nu/(1+\nu)$.

Funkcja Z Westergaarda nadaje się do opisu przypadków, w których na prostej $y=0$ spełnione są warunki: $\sigma_x = \sigma_y$ oraz $\tau_{xy} = 0$.

Rozważmy najpierw pierwszy przypadek tarczy obciążonej naprężeniem σ (rys. 4.1-1 oraz 4.1-2).



Rys. 4.1-2 Nieskończona tarcza ze szczeliną obciążona w nieskończoności naprężeniem σ .

WIN od naprężenia σ w tarczy bez wzmocnienia wyraża się zależnością (2.1-5) przy czym funkcja kształtu $Y=1$. Funkcje Westergaarda dla tego przypadku podano w katalogu rozwiązań WIN [91]:

$$Z_I(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{z}\right)^2}} \quad (4.1-13)$$

$$Z_I^*(z) = \sigma \sqrt{z^2 - a^2} \quad (4.1-14)$$

gdzie: a – połowa długości szczeliny.

Ze względu na to, że nie są spełnione założenia dotyczące równości naprężeń na osi x , rozwiązanie przy pomocy funkcji Westergaarda danego przypadku jest dokładne tylko w pobliżu wierzchołka szczeliny. Dlatego też wykorzystano w pracy rozwiązanie podane przez Muskhelishvilego [65]. Stan przemieszczenia rozpatrywanej tarczy (rys. 4.1-2) wyraża się zależnością:

$$2\mu(u + iv) = \kappa\phi(z) - \omega(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi(z)}. \quad (4.1-15)$$

Funkcje Φ i Ω dla tarczy ze szczeliną o długości $2a$, obciążonej w nieskończoności mają postać [65]:

$$\Phi(z) = \frac{(2\Gamma + \bar{\Gamma}')z}{2\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{1}{2}\bar{\Gamma}', \quad (4.1-16)$$

$$\Omega(z) = \frac{(2\Gamma + \bar{\Gamma}')z}{2\sqrt{z^2 - a^2}} + \frac{1}{2}\bar{\Gamma}'. \quad (4.1-17)$$

Przy czym

$$\Phi(z) = \phi'(z) \text{ a } \Omega(z) = \omega'(z). \quad (4.1-18)$$

Wprowadzona dla wygody nowa funkcja $\Omega(z)$ powiązana jest z pierwszym i drugim potencjałem zespolonym Muskhelishvilego następującą zależnością:

$$\Omega(z) = \bar{\Phi}(z) + z\bar{\Phi}'(z) + \bar{\Psi}(z). \quad (4.1-19)$$

Stałe Γ i Γ' zależą od warunków brzegowych czyli od obciążenia przyłożonego do nieskończonej tarczy. Ustalamy je wykorzystując następujące zależności:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (\sigma_x + \sigma_y) = 4 \operatorname{Re} \Gamma \quad (4.1-20)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (\sigma_y - \sigma_x + i2\tau_{xy}) = 2\Gamma' \quad (4.1-21)$$

Część urojona stałej Γ można przyjąć równą zero, jako że opisuje obrót całego ciała i nie ma wpływu na wartość naprężeń (tym samym i przemieszczeń).

W wypadku tarczy obciążonej w nieskończoności naprężeniem $\sigma_x = \sigma$, stałe wynoszą:

$$\Gamma = 1/4 \sigma, \quad (4.1-22)$$

$$\Gamma' = 1/2 \sigma. \quad (4.1-23)$$

Zatem poszukiwane funkcje mają postać

$$\Phi(z) = \frac{\sigma z}{2\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{1}{4} \sigma, \quad (4.1-24)$$

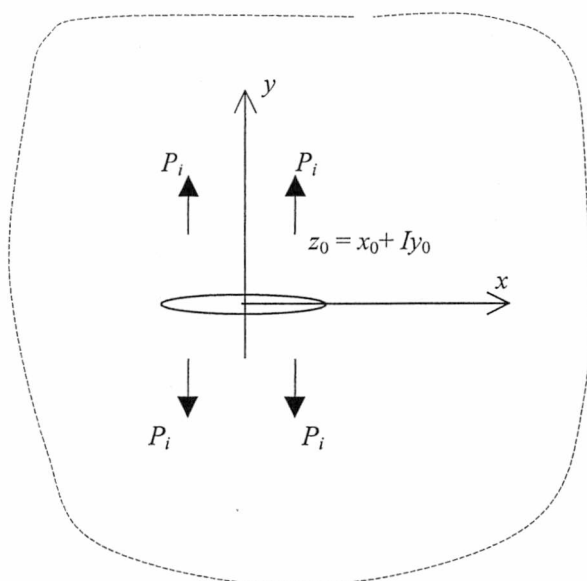
$$\Omega(z) = \frac{\sigma z}{2\sqrt{z^2 - a^2}} + \frac{1}{4} \sigma. \quad (4.1-25)$$

Rozpatrzmy teraz nieskończoną tarczę obciążoną siłami skupionymi P_i (rys. 4.1-1).

WIN tak obciążonej tarczy ze szczeliną długości $2a$ jest równy sumie współczynników K_i od wszystkich sił skupionych

$$K_P = \sum_i^n K_i(P_i). \quad (4.1-26)$$

Ponieważ geometria rozpatrywanego układu ma dwie osie symetrii, siły kontaktu leżące w różnych ćwiartkach układu współrzędnych są sobie równe co do wartości bezwzględnej. Zatem by móc obliczyć K_P wystarczy, że będziemy umieli wyznaczyć WIN dla tarczy obciążonej czterema siłami skupionymi jak na rysunku 4.1-3.



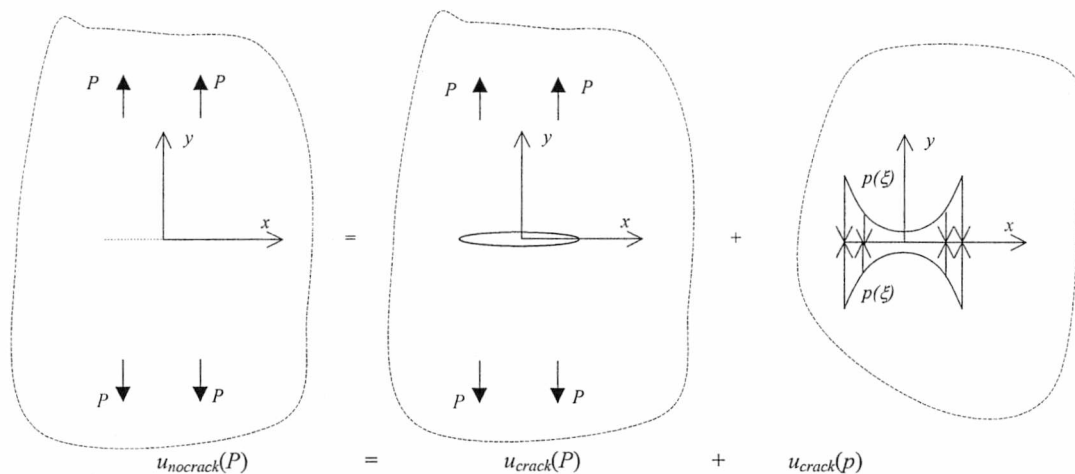
Rys. 4.1-3. Nieskończona tarcza ze szczeliną obciążona czterema siłami skupionymi.

Katalog [91] podaje następującą formułę na WIN dla tarczy ze szczeliną centralną i obciążoną czterema siłami skupionymi (rys. 4.1-3).

$$K_{IP} = P(x_0, y_0) \frac{1}{t\sqrt{\pi a}} \left(1 - \frac{1+\nu}{2} y_0 \frac{\partial}{\partial y_0} \right) \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 - z_0^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 - \bar{z}_0^2}} \right), \quad (4.1-26)$$

gdzie: $z_0 = x_0 - iy_0$ - oznacza współrzędną zespoloną punktu przyłożenia siły skupionej
a $\bar{z}_0 = x_0 + iy_0$ współrzędną stowarzyszoną, t - grubość tarczy.

Stan przemieszczenia w tarczy ze szczeliną centralną długości $2a$ obciążonej czterema siłami skupionymi obliczymy jako superpozycję dwóch stanów przemieszczeń. Przedstawmy sobie tarczę bez szczeliny obciążoną czterema siłami skupionymi P . Stan naprężenia (przemieszczenia) w takiej tarczy jest sumą stanów naprężenia (przemieszczenia) w tarczy ze szczeliną obciążoną siłami skupionymi P oraz obciążoną obciążeniem $p(\xi)$ przyłożonym do brzegów szczeliny i równym tyle, by brzegi szczeliny zwały się ze sobą (rys. 4.1-4).

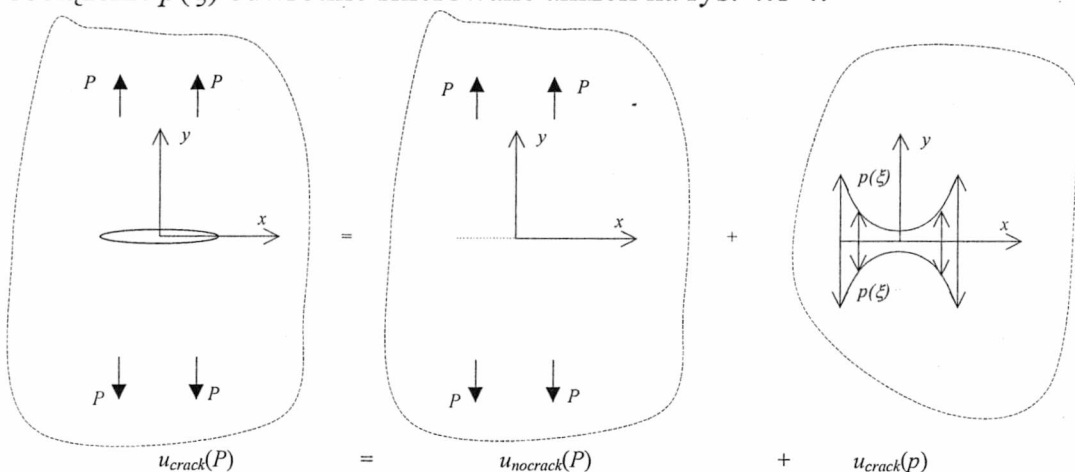


rys. 4.1-4 Stan przemieszczenia tarczy bez szczeliny obciążonej siłami skupionymi jako superpozycja dwóch stanów

Widać z rys. 4.1-4, że stan naprężenia w tarczy ze szczeliną obciążonej czterema siłami skupionym P możemy obliczyć jako różnicę dwóch stanów naprężeń wg zależności

$$u_{crack}(P) = u_{nocrack}(P) - u_{crack}(p) \quad (4.1-27)$$

Powyższe pokazano obrazowo na rys. 4.1-5, przy czym do szczeliny przyłożono obciążenie $p(\xi)$ odwrotnie skierowane aniżeli na rys. 4.1-4.



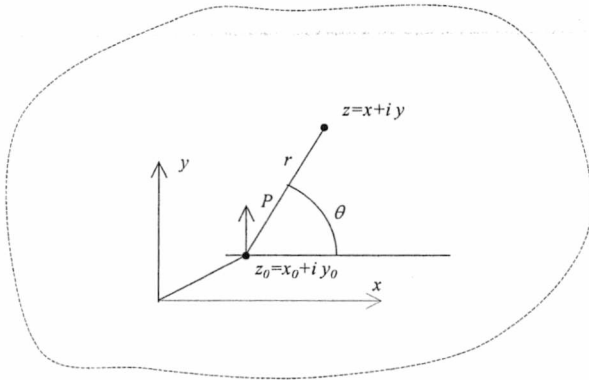
rys. 4.1-5 Stan przemieszczenia tarczy ze szczeliną obciążonej siłami skupionymi jako superpozycja dwóch stanów przemieszczenia.

Obciążenie brzegów szczeliny $p(\xi)$ jest równe naprężeniom σ_y na linii szczeliny i wywołanym w tarczy bez szczeliny, obciążonej czterema siłami skupionymi P .

Rozwiązanie zagadnienia tarczy bez szczeliny obciążonej siłą skupioną podają różne źródła [18, 91]. Tu przytoczymy rozwiązanie na podstawie pracy [18]. Przeszacowania $v(x,y)$ w kierunku y w nieskończonej tarczy obciążonej siłą skupioną P przyłożoną w punkcie (x_0, y_0) wynoszą [18]:

$$v_1(x, y) = -P \frac{(3-\nu)(1+\nu)}{8\pi Et} \ln[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] - P \frac{(1+\nu)^2}{4\pi Et} \frac{(x-x_0)^2}{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \quad (4.1-28)$$

gdzie: t – grubość tarczy.



Rys. 4.1-6 Zdefiniowanie współrzędnych. Współrzędne z indeksem 0 oznaczają punkt przyłożenia siły skupionej P .

Stan przeszacowań w tarczy bez szczeliny obciążonej czterema siłami skupionymi (rys. 4.1-4) jest równy sumie przeszacowań od sił P przyłożonych w punktach (x_0, y_0) i $(-x_0, y_0)$ oraz sił $-P$ przyłożonych w punktach $(x_0, -y_0)$ i $(-x_0, -y_0)$

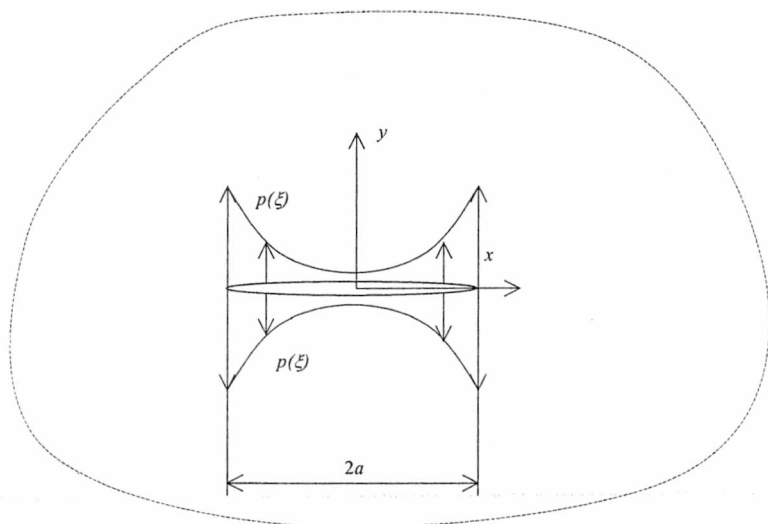
$$v(x, y) = v_1(x, y, x_0, y_0) + v_1(x, y, -x_0, y_0) - v_1(x, y, x_0, -y_0) - v_1(x, y, -x_0, -y_0); \quad (4.1-29)$$

Naprężenia σ_y w nieskończonej tarczy bez szczeliny wywołane działaniem siły skupionej P przyłożonej w punkcie (x_0, y_0) (rys 4.1-6) wynoszą [18]:

$$\sigma_{1y}(r, \theta, x_0, y_0) = -P \frac{\sin \theta}{r} [3 + \nu - 2(1 + \nu) \cos^2 \theta] \quad (4.1-30)$$

$$\sigma_{1y}(x, y, x_0, y_0) = -P \frac{1}{4\pi t} \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \left[3 + \nu - 2(1 + \nu) \frac{(x - x_0)^2}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \right] \quad (4.1-31)$$

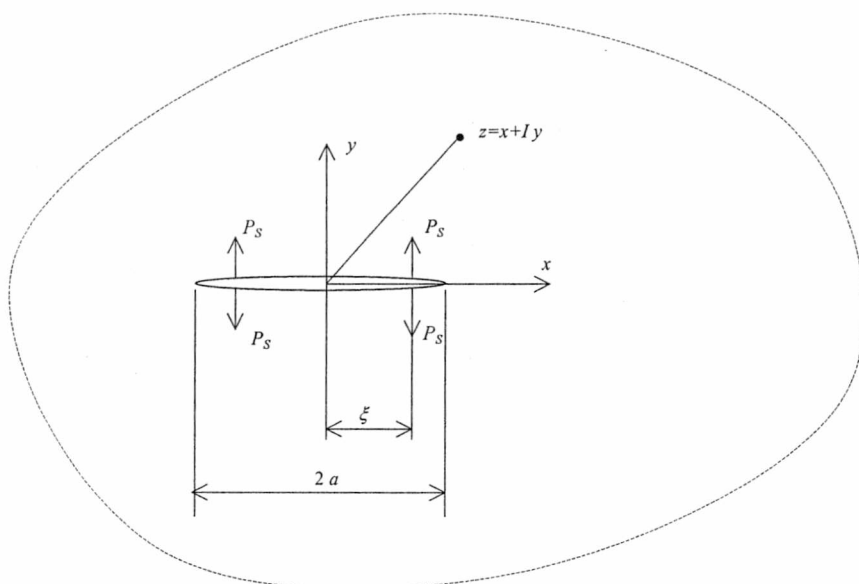
Naprężenia od czterech sił skupionych są sumą naprężeń od sił $+P$ przyłożonych w punktach (x_0, y_0) i $(-x_0, y_0)$ oraz sił $-P$ przyłożonych w punktach $(x_0, -y_0)$ i $(-x_0, -y_0)$:



Rys. 4.1-7. Nieskończona tarcza ze szczeliną, której brzegi obciążone są ciśnieniem $p(\xi)$

$$\sigma_y(x, 0, x_0, y_0) = \sigma_y(x, 0, x_0, y_0) + \sigma_y(x, 0, -x_0, y_0) - \sigma_y(x, 0, x_0, -y_0) - \sigma_y(x, 0, -x_0, -y_0) \quad (4.1-32)$$

Stan przemieszczenia w tarczy ze szczeliną, której brzegi obciążone są ciśnieniem $p(\xi)$ (rys. 4.1-7) obliczymy na podstawie rozwiązania tarczy, której brzegi obciążone czterema siłami skupionymi P_S (rys. 4.1-8), jako całkę po długości szczeliny.



Rys. 4.1-8. Nieskończona tarcza ze szczeliną, której brzegi obciążone są siłami skupionymi P_S .

Funkcje Westergaarda dla szczeliny obciążonej jak na rys. 4.1-8 mają postać [91]:

$$Z_I(z, \xi) = P_S \frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{a^2 - \xi^2}}{(z^2 - \xi^2) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{z}\right)^2}} \quad (4.1-33)$$

$$Z_I^*(z, \xi) = P_S \frac{2}{\pi} \arctan \left(\sqrt{\frac{z^2 - a^2}{a^2 - \xi^2}} \right) \quad (4.1-34)$$

ξ - współrzędna punktu przyłożenia obciążenia P_S (w kierunku y , współrzędna w kierunku x wynosi oczywiście 0).

Znając funkcje Westergarda możemy obliczyć stan przemieszczenia w tarczy ze szczeliną obciążoną czterema siłami skupionymi wg zależności (4.1-12).

Stan przemieszczenia w tarczy ze szczeliną obciążoną na swoich brzegach ciśnieniem $p(\xi)$ będzie równy całce z wyrażenia (4.1-12), po podstawieniu za siłę P_S wyrażenia na $p(\xi)$.

$$2Gv = \int_0^a \left[2 \left(1 - \frac{\nu}{1+\nu} \right) \text{Im} Z_I^* - y \text{Re} Z_I \right] d\xi \quad (4.1-35)$$

Rykaluk wyprowadził potencjały zespolone w postaci jawnej. Potencjały zespolone Muskheliszwilego w tarczy ze obciążonej siłą skupioną $P = X + iY$, w punkcie $z_0 = x_0 + y_0$ wyprowadzone przez Rykaluka (jak do tej pory nie publikowane) mają postać:

$$\begin{aligned} \varphi(z) = & \frac{\kappa-1}{2} F \ln \frac{(z-z_0)(z+\bar{z}_0)}{(z+z_0)(z-\bar{z}_0)} + 2iy_0 Fz \left(\frac{1}{z^2 - z_0^2} + \frac{1}{z^2 - \bar{z}_0^2} \right) - \\ & - 2iy_0 Fz \sqrt{z^2 - a^2} \left[\frac{1}{(z^2 - z_0^2) \sqrt{z_0^2 - a^2}} + \frac{1}{(z^2 - \bar{z}_0^2) \sqrt{\bar{z}_0^2 - a^2}} \right] + \\ & + \frac{1+\kappa}{4} F \ln \left\{ \frac{(zz_0 + a^2 + \sqrt{(z^2 - a^2)(z_0^2 - a^2)})(zz_0 - a^2 + \sqrt{(z^2 - a^2)(z_0^2 - a^2)})}{(zz_0 + a^2 - \sqrt{(z^2 - a^2)(z_0^2 - a^2)})(zz_0 - a^2 - \sqrt{(z^2 - a^2)(z_0^2 - a^2)})} \right. \\ & \left. \frac{(z\bar{z}_0 + a^2 - \sqrt{(z^2 - a^2)(\bar{z}_0^2 - a^2)})(z\bar{z}_0 - a^2 - \sqrt{(z^2 - a^2)(\bar{z}_0^2 - a^2)})}{(z\bar{z}_0 + a^2 + \sqrt{(z^2 - a^2)(\bar{z}_0^2 - a^2)})(z\bar{z}_0 - a^2 + \sqrt{(z^2 - a^2)(\bar{z}_0^2 - a^2)})} \right\}; \end{aligned} \quad (4.1-36)$$

$$\phi(z) = (\kappa-1)F \left(\frac{z_0}{z^2 - z_0^2} - \frac{\bar{z}_0}{z^2 - \bar{z}_0^2} \right) - (1+\kappa)F \left(\frac{z_0}{z^2 - z_0^2} \sqrt{\frac{z_0^2 - a^2}{z^2 - a^2}} - \frac{\bar{z}_0}{z^2 - \bar{z}_0^2} \sqrt{\frac{\bar{z}_0^2 - a^2}{z^2 - a^2}} \right) -$$

$$-2iy_0 F \left\{ \frac{z^2 + z_0^2}{(z^2 - z_0^2)^2} \left(1 - \sqrt{\frac{z_0^2 - a^2}{z^2 - a^2}} \right) + \frac{z^2 + \bar{z}_0^2}{(z^2 - \bar{z}_0^2)^2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{z}_0^2 - a^2}{z^2 - a^2}} \right) - \frac{z_0^2}{z^2 - z_0^2} \frac{1}{\sqrt{(z^2 - a^2)(z_0^2 - a^2)}} - \frac{\bar{z}_0^2}{z^2 - \bar{z}_0^2} \frac{1}{\sqrt{(z^2 - a^2)(\bar{z}_0^2 - a^2)}} \right\}. \quad (4.1-37)$$

Funkcja F ma postać:

$$F = \frac{P}{2\pi(1+\kappa)t}. \quad (4.1-38)$$

Stan przemieszczenia w tarczy ze szczeliną centralną, obciążonej siłą skupioną wyrażony poprzez funkcje φ i ϕ ma postać:

$$u + iv = \frac{1}{2G} \{ \varphi(z) - \varphi(\bar{z}) - 2iy\bar{\phi}(z) \}, \quad (4.1-39)$$

gdzie: u to przemieszczenia w kierunku x , a v w kierunku y .

A zatem uzyskaliśmy wszystkie niezbędne równania do obliczenia stanu przemieszczenia w tarczy nieskończonej ze szczeliną centralną długości $2a$ i obciążoną czterema siłami skupionymi.

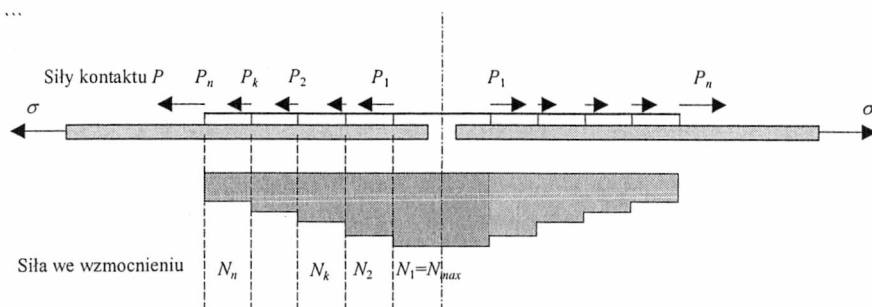
Zauważmy, że znając rozwiązanie tarczy ze szczeliną, której brzegi obciążone są czterema siłami skupionymi oraz znając funkcję $p(\xi)$ możemy zweryfikować poprawność formuły na WIN podawaną przez Tadę [91]. WIN dla tarczy obciążonej jak na rys. 4.1-8 jest często publikowany [14, 53, 91] i wynosi:

$$K_I = \frac{2P_s}{t\sqrt{\pi a}} \frac{a}{\sqrt{a^2 - \xi^2}}. \quad (4.1-40)$$

WIN dla tarczy ze szczeliną obciążoną naprężeniem $p(\xi)$ (rys. 4.1-7) wyniesie

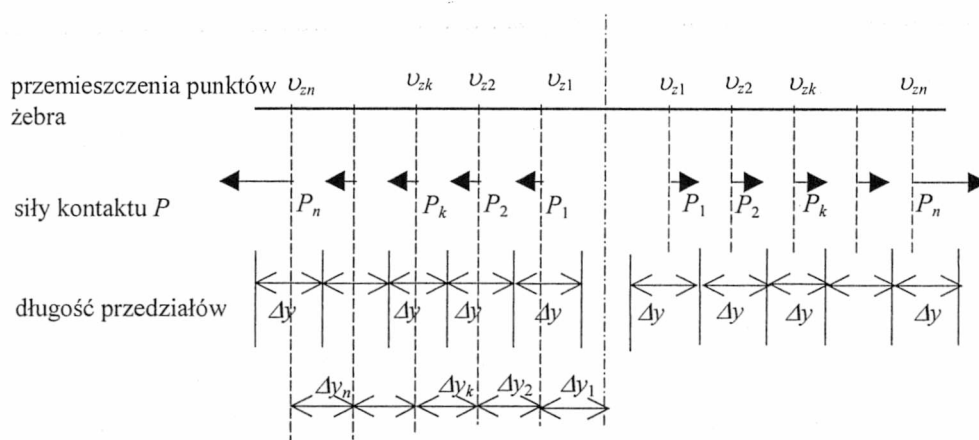
$$K_I = \frac{2}{\sqrt{\pi a}} \int_0^a p(\xi) \frac{a}{\sqrt{a^2 - \xi^2}} d\xi \quad (4.1-41)$$

Rozwiązanie zagadnienia wzmacnianej tarczy wymaga także ustalenia przemieszczeń żebra. Załóżmy, że zebró łączone jest do tarczy w punktach oddległych od siebie o Δy . Siły kontaktu P to wypadkowe naprężeń tnących pomiędzy wzmocnieniem a żebrzem na odległości Δy_i (rys. 5.1-9). Maksymalna siła rozciągająca w żebrze (w środku długości) będzie równa sumie sił kontaktu P_i . W kolejnych przedziałach siła w żebrze maleje wraz z oddalaniem się od środka żebra. Oznaczenie sił w żebrze oraz przemieszczeń punktów żebra przedstawiono na rysunkach 4.1-9 i 4.1-10.



rys. 4.1-9. Siły kontaktu P i siły w żebrze N

Linia kreska - kropka oznacza oś symetrii żebra (środek żebra). Jest to także oś symetrii szczeliny wzmacnianej tarczy.



rys. 4.1-10. Ilustracja oznaczeń przyjętych we wzorze 4.1-45

Siły w żebrze w poszczególnych przedziałach (rys. 4.1-9) wyniosą:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \sum_{i=1}^{i=n} P_i, \\
 N_2 &= \sum_{i=1}^{i=n} P_i - P_1, \\
 N_k &= \sum_{i=1}^{i=n} P_i - \sum_{j=1}^{j=k-1} P_j, \\
 N_{il} &= \sum_{i=1}^{i=n} P_i - \sum_{j=1}^{j=n-1} P_j = P_n.
 \end{aligned}
 \tag{4.1-42}$$

Przez n oznaczono ilość punktów dyskretyzacji połączenia żebra z tarczą czyli ilość sił kontaktu.

Przemieszczenia punktów żebra wyniosą:

$$u_{z(1)} = \frac{N_1}{E_z A_z} (\Delta y_{(1)}),$$

$$u_{z(2)} = u_{z(1)} + \frac{N_{(2)}}{E_z A_z} (\Delta y_{(2)}), \quad (4.1-43)$$

$$u_{z(k)} = u_{z(1)} + \frac{N_{(2)}}{E_z A_z} (\Delta y_{(2)}) + \dots + \frac{N_{(k)}}{E_z A_z} (\Delta y_{(k)})$$

Przyjmujemy, że punkty dyskretyzacji rozmieszczone są równomiernie poza pierwszym punktem, który będziemy chcieli umiejscowić w pewnej odległości (Δy_1) od środka żebra (czyli w pewnej odległości od osi szczeliny).

Odległość między punktami szczytowania oznaczmy Δy :

$$\Delta y = \Delta y_2 = \Delta y_k = \Delta y_n \quad (4.1-44)$$

Przemieszczenia punktów żebra wyniosą teraz:

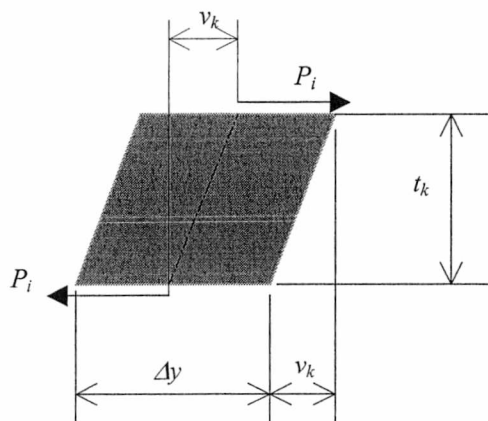
$$u_{z(1)} = \frac{N_1}{E_z A_z} (\Delta y_{(1)})$$

$$u_{z(k)} = u_{z(1)} + \frac{\Delta y}{E_z A_z} \sum_{j=2}^k N_{(j)} \quad (4.1-45)$$

Założyliśmy, że element szepny (np. spoiny pachwinowe lub warstwa kleju) jest nieodkształcalny postaciowo, zatem punkty żebra przemieszczają się razem z punktami tarczy. Możemy łatwo zmodyfikować równania ciągłości konstrukcji i uwzględnić podatność elementów szepnych. Załóżmy, że elementem szepnym jest warstwa kleju o grubości t_k . Siła kontaktu P_i jest całką z naprężeń tnących w warstwie kleju z powierzchni Δy_i i szerokości żebra wzmacniającego s . Przemieszczenie punktu żebra w miejscu przyłożenia siły P i po uwzględnieniu podatności warstwy kleju wyniesie $v_t + v_k$. Przez v_k oznaczono przemieszczenie żebra spowodowane podatnością postaciową warstwy kleju. Przemieszczenie to jest równe

$$v_k = \frac{P}{(\Delta y \times s) G_k} t_k \quad (4.1-46)$$

gdzie: G_k oznacza odkształcalność postaciową kleju.



Rys. 4.1-11. Ilustracja sposobu uwzględnienia podatności kleju.

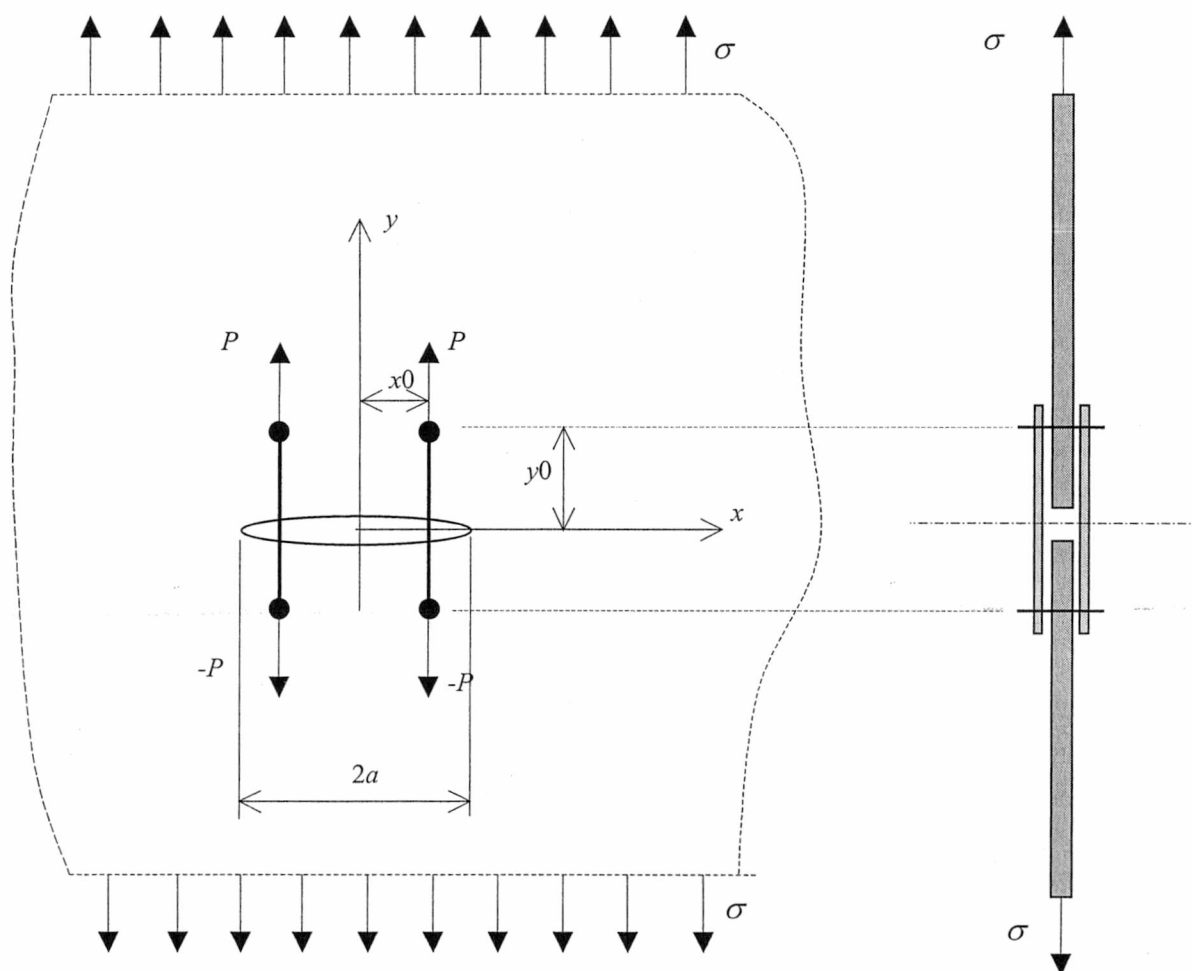
Zatem przemieszczenie punktu i żebra po uwzględnieniu podatności kleju wyraża się następująco:

$$u_{z(i)} = \frac{N_1}{E_z A_z} (\Delta y_{(i)}) + \frac{P_1}{(s \times \Delta y) G_k} t_k,$$

$$u_{z(j)} = u_{z(i)} + \frac{\Delta y}{E_z A_z} \sum_{j=1}^k \left(N_{(j)} + \frac{P_{(j)}}{(s + \Delta y) G_k} t_k \right). \quad (4.1-47)$$

Widać zatem, że zagadnienie zostanie rozwiązane jeżeli będziemy umieli ustalić siły kontaktu P_i , będącymi oddziaływaniami elementu wzmacniającego na rozpatrywaną tarczę. Te nieznane siły skupione P (siły kontaktu pomiędzy wzmacnieniem a wzmacnianą tarczą) zostaną ustalone na podstawie równania nierozrywności konstrukcji.

Rozważmy najpierw najprostszy przypadek tarczy wzmacnionej dwoma żebrami, przymocowanymi do tarczy punktowo na swoich końcach (rys. 4.1-12)



Rys. 4.1-12. Tarcza wzmocniona żebrami mocowanymi punktowo na swoich końcach.

Oznaczmy przez $v_t(\sigma)$ przemieszczenia w tarczy ze szczeliną od obciążenia w nieskończoności naprężeniem σ , przez $v_t(P)$ przemieszczenia w tej samej tarczy od obciążenia czterema siłami skupionymi P oraz przez $v_w(P)$ przemieszczenie żebra wzmocniającego od obciążenia siłą P . W punkcie mocowania żebra przemieszczenie końca żebra oraz odpowiedniego punktu tarczy muszą być sobie równe.

$$v_t(\sigma) + v_t(P) = v_w(P) \quad (4.1-48)$$

Z powyższego równania obliczymy nieznane siły kontaktu P .

Jeżeli żebro mocowane jest do tarczy nie w jednym punkcie ale na pewnej długości należy wówczas napisać różniczkowe równanie zgodności przemieszczeń w przypadku połączenia ciągłego lub ułożyć układ równań postulujących równość przemieszczeń punktów wzmocnienia i odpowiednich punktów tarczy w przypadku połączeń dyskretnych.

4.1.2. Wyniki obliczeń

Na podstawie przedstawionych w punkcie 4.1 wyrażeń napisano program (w języku Mathematica Wolfram) do obliczania współczynnika intensywności

naprężenia K_I nieskończonej tarczy, wzmacnianej żebrami. Program pozwala obliczyć WIN w tarczy nieskończonej, obciążonej w nieskończoności naprężeniami σ_y i wzmocnionej dyskretnie mocowanymi żebrami (jak na rys. 4.1-1). Żebra rozmieszczone są tak by układ miał dwie osie symetrii. Należy zadeklarować ilość żeber, rzędne mocowania żeber, odciętą pierwszego punktu mocowania żebra, odciętą ostatniego punktu mocowania oraz gęstość dyskretyzacji odcinka, na którym mocowane jest żebro. W programie wszystkie żebra muszą być mocowane na tej samej długości. Należy zadeklarować właściwości materiałowe tarczy i żebra oraz grubość tarczy, długość szczeliny oraz przekrój pojedynczego żebra.

4.1.2.1. Tarcza wzmocniona dwoma żebrami mocowanymi punktowo na swoich końcach

Korzystając z programu własnego wykonano obliczenia tarczy pokazanej na rysunku 4.1-12. Przyjęto żebra mocowane punktowo na swoich końcach, wszystkie żebra mają tę samą sztywność a sztywność sumaryczna żeber jest równa:

$$\sum E_z A_z = 2E_t a t \quad (4.1-49)$$

gdzie::

$E_z A_z$ - sztywności podłużna jednego żebra

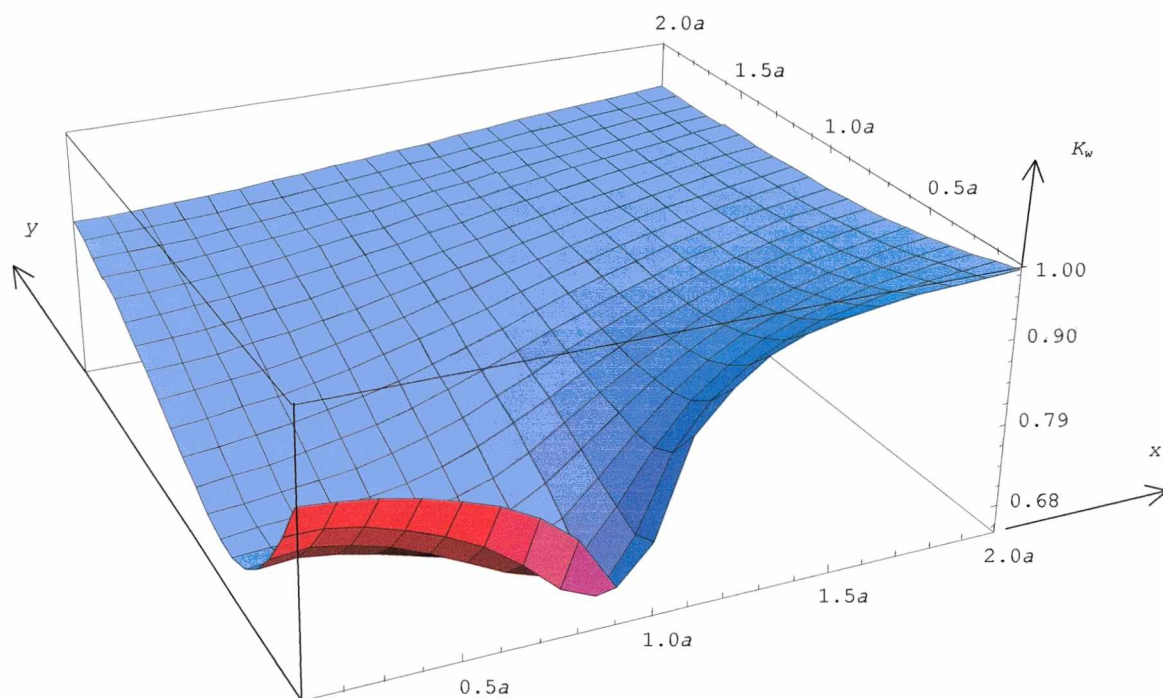
E_t - moduł Younga materiału tarczy

a - połowa długości szczeliny

t - grubość tarczy

Zatem przyjęto wzmocnienie o sztywności odpowiadającej różnicy sztywności tarczy bez pęknięcia i sztywności tarczy ze szczeliną długości $2a$.

Na wykresie 4.1-13 pokazano wyniki obliczenia WIN w zależności od punktu mocowania żebra. Punkt mocowania żebra określają rzędne x_0 i y_0 . Podano wartość WIN normalizowaną wartością K odpowiadającą tarczy bez wzmocnienia.



Rys. 4.1-13. Wartości WIN w tarczy wzmocnionej czterema żebrami (rys. 4.1-12) jako funkcja współrzędnych mocowania żeber (x_0, y_0).

Jak widać najkorzystniejsze wzmocnienie dają żebra długości $2a$ mocowane w środku szczeliny ewentualnie żebra krótsze mocowane bliżej wierzchołka szczeliny. Wpływ żeber mocowanych poza szczeliną na wartość WIN szybko spada.

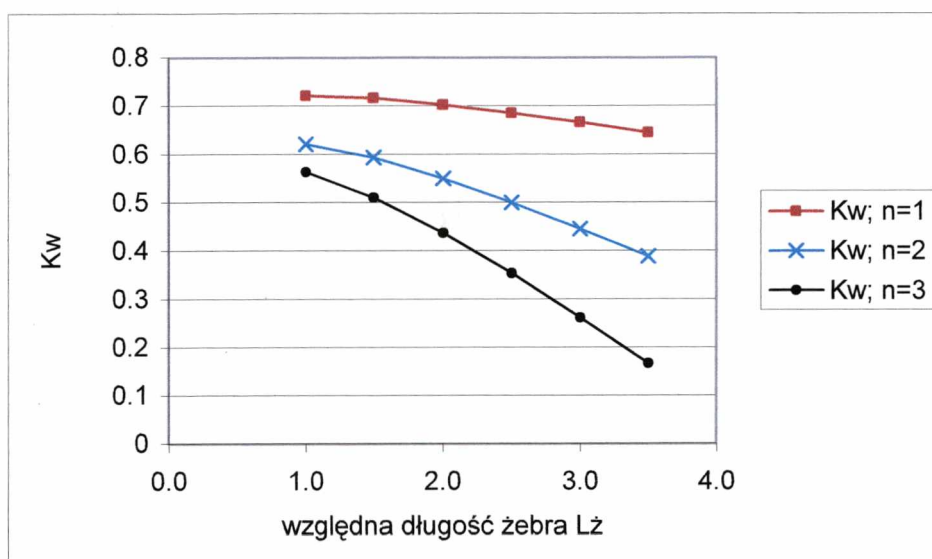
4.1.2.2. Analiza wpływu długości i sztywności żebra na WIN

W celu zbadania wpływu długości żebra a także wpływu sztywności żebra na WIN wykonano obliczenia współczynnika intensywności naprężenia K w tarczy wzmocnianej żebrami o różnej długości i sztywności. Analizowany model przedstawiono na rysunku 4.1-14. Wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach 4.1-15 i 4.1-16. Sztywność wzmocnienia normalizowana jest wartością $2atE$:

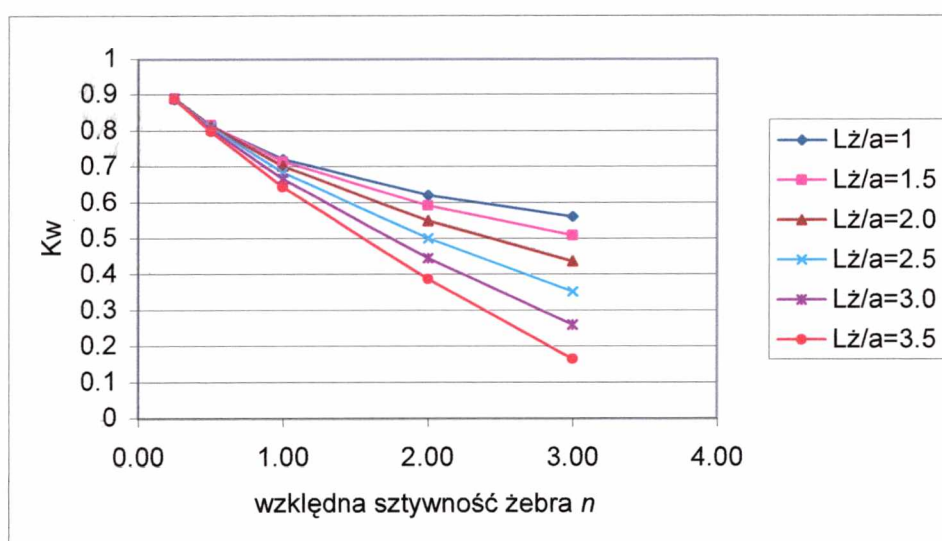
$$n = \frac{\sum E_z A_z}{2E_t at}, \quad (4.1-50)$$

oznaczenia jak w (4.1-49).

Siła we wzmocnieniu normalizowana jest wartością $2at\sigma$. WIN normalizowany jest wartością $\sigma\sqrt{\pi a}$, czyli współczynnikiem intensywności naprężenia w tarczy nie wzmocnionej.



Rys. 4.1-16. WIN w tarczy wzmocnionej żebrami o różnej sztywności jako funkcja długości żebra wzmacniającego.



Rys. 4.1-17. WIN w tarczy wzmocnionej żebrami o różnej długości jako funkcja sztywności wzmocnienia.

Analizując wykresy 4.1-15 do 4.1-17 można stwierdzić że, dla małych sztywności wzmocnienia wpływ długości żebra na WIN jest nieduży i zaczyna być widoczny dla sztywności porównywalnych z różnicą sztywności tarczy całej (bez pęknięcia) i tarczy ze szczeliną ($n=1$) i większych. Zatem żebra o małej sztywności powinny być możliwie krótkie gdyż ich wydłużenie nie daje dużego spadku WIN ale skutkuje wzrostem siły w żebrze.

4.2. Współczynnik intensywności naprężenia we wzmacnianej tarczy – obliczenia za pomocą metody elementów skończonych

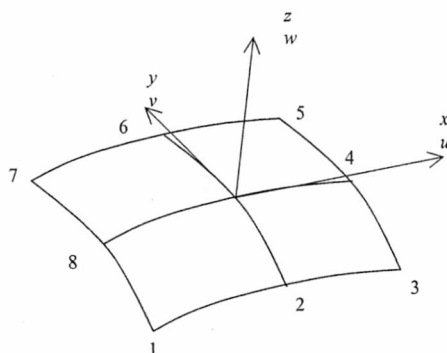
Metoda elementów skończonych pozwala obliczyć współczynnik intensywności naprężenia w dowolnie obciążonym elemencie o dowolnym kształcie. Sposób obliczania WIN przy pomocy MES przedstawiono w rozdziale 2.1.2. W celach porównawczych wykonano obliczenia WIN przy użyciu MES oraz metody Muskhelishwilego w tarczy bez wzmocnienia oraz w tarczy wzmocnionej żebrami. Metodą elementów skończonych analizowano tarczę o skończonych wymiarach (rys. 4.2-4), natomiast metodą potencjałów zespolonych (MPZ) analizowano tarczę nieskończoną tej samej grubości i tak samo wzmocnioną. Badano WIN w tarczy wzmacnianej żebrami wykonanymi z dwóch różnych materiałów. Obliczano WIN w tarczy wzmacnianej włóknami węglowymi oraz żebrami stalowymi. Przyjęte właściwości materiałowe przedstawiono w tabeli 4.2-1.

Tab. 4.2-1 Właściwości materiałowe przyjęte do obliczeń MES.

MATERIAŁ	CARBODUR S	STAL
moduł Younga [GPa]	165	205
współczynnik Poissona ν	0.0	0.30

Współczynnik Poissona włókien węglowych przyjęto równy zero. Taśmy z włókien węglowych to nitki wysokowytrzymałego materiału zatopione w żywicy, zatem wydłużenie jednej „nitki” nie wpływa na przemieszczenia sąsiedniej nitki. Można dodać, że w rozpatrywanym modelu przyjęcie współczynnika Poissona równego 0.3 nie wpłynęło na uzyskiwane wyniki.

Analizowany model oraz podział na elementy skończone pokazano na rysunkach. 4.2-2, 4.2-3 i 4.2-4. Model tarczy bez wzmocnienia oznaczono symbolem CCT. Modele wzmocnione włóknami węglowymi oznaczono DUR16 i DUR 30, model wzmocniony żebrami stalowymi oznaczono Stal40. Pierwsze litery oznaczenia próbek wskazują na materiał, z którego wykonano wzmocnienie. Przyjęto czworokątne (rys. 4.2-1) i trójkątne elementy powłokowe w płaskim stanie naprężenia. Elementy czworokątne opisane są ośmioma węzłami (cztery narożne i cztery wewnętrzne), elementy trójkątne sześcioma węzłami (trzy narożne i trzy wewnętrzne). W węzłach narożnych sprawdzana jest zgodność trzech stopni swobody u , v , w (przemieszczenia w kierunkach x , y , z), w węzłach wewnętrznych sprawdzana jest zgodność przemieszczenia w kierunku z oraz kąty obrotu normali do powierzchni elementu (w , θ_x , θ_y). Elementy tego typu dają dużą dokładność wyników przy stosunkowo rzadkiej siatce [130]. Elementy trójkątne zastosowano jako elementy pomocnicze pozwalające na zmniejszenie gęstości podziału siatki.



rys. 4.2-1. Element powłokowy czworokątny zdefiniowany ośmioma węzłami.

Gęstość podziału na elementy skończone została zweryfikowana poprzez porównanie wyników MES z wynikami uzyskanymi na podstawie dokładnego rozwiązania WIN w tarczy o skończonych wymiarach wg [91]. Dla wymiarów tarczy podanych na rys. 4.2-4 wymiary najmniejszego elementu (u wierzchołka szczeliny) wynoszą 1.25mm x 1.25mm. Różnica wyników uzyskanych w wyniku obliczeń MES i na podstawie rozwiązania dokładnego wyniosła poniżej 2% (tabela 4.2-2).

Obliczenia za pomocą MPZ wykonano przyjmując tę samą długość żeber, i ich sztywność jak w modelu MES. Przyjęto dyskretny sposób przymocowania żebra do tarczy, przedstawiony na rys. 4.2-5. Pierwszy punkt mocowania przyjęto (podobnie jak w modelu MES) w odległości 10mm od szczeliny. Punkty mocowania żebra do tarczy przyjęto co 6.25mm (0.25a).

Przed przystąpieniem do obliczeń tarczy wzmocnionej wykonano obliczenia tarczy niewzmocnionej.

4.2.1 Tarcza bez wzmocnienia

Wykonano obliczenia WIN przy pomocy MES tarczy o skończonych wymiarach ze szczeliną centralną o długości $2a$. Przyjęto wymiary tarczy (oznaczenia symboli patrz rys. 5.1-1):

szerokość: $2W = 150$ mm;

długość: $2L = 320$ mm;

długość szczeliny: $2a = 50$ mm;

grubość tarczy $B = 8$ mm;

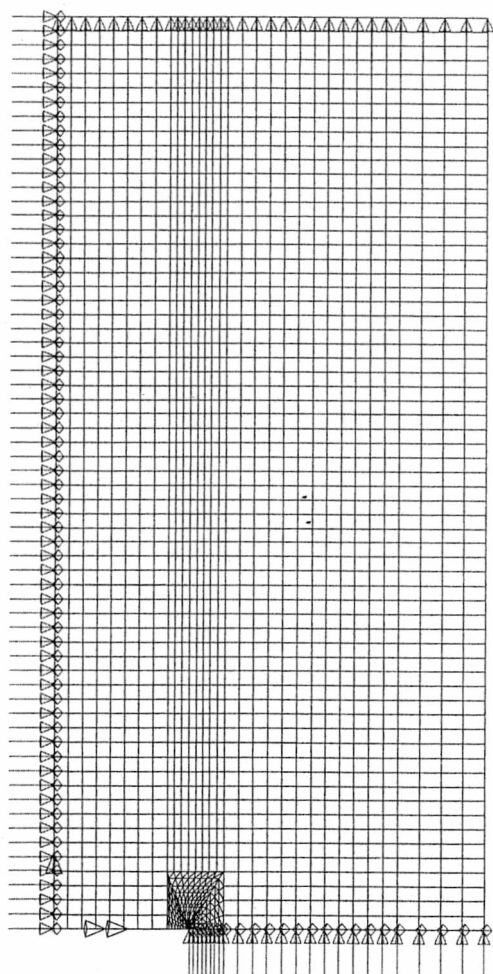
Podział na elementy skończone przedstawiono na rys. 4.2-2.

Obliczono także WIN na podstawie dokładnego rozwiązania dla tarczy skończonej wg [91] z zależności (2.3.2-27) oraz w tarczy nieskończonej o długości szczeliny i grubości jak podano powyżej wg zależności (2.1-5), (funkcja kształtu Y jest równa 1.0). Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 4.2-2. Obliczenia wykonano dla obciążenia $P = 2\sigma WB = 100$ kN.

Tab. 4.2-2 Porównanie WIN tarczy nie wzmocnionej uzyskanych na podstawie różnych metod obliczeniowych.

METODA OBLICZENIOWA	rozwiązanie tarczy skończonej wg MES	rozwiązanie dokładne tarczy skończonej wg katalog WIN [91]	rozwiązanie tarczy nieskończonej wg zależności (2.1-5)
$K \text{ [MPa}\cdot\text{m}^{1/2}]$	22.35	21.98	20.89
różnica względna w stosunku do rozwiązania katalogowego [%]	1.6	-	5.0

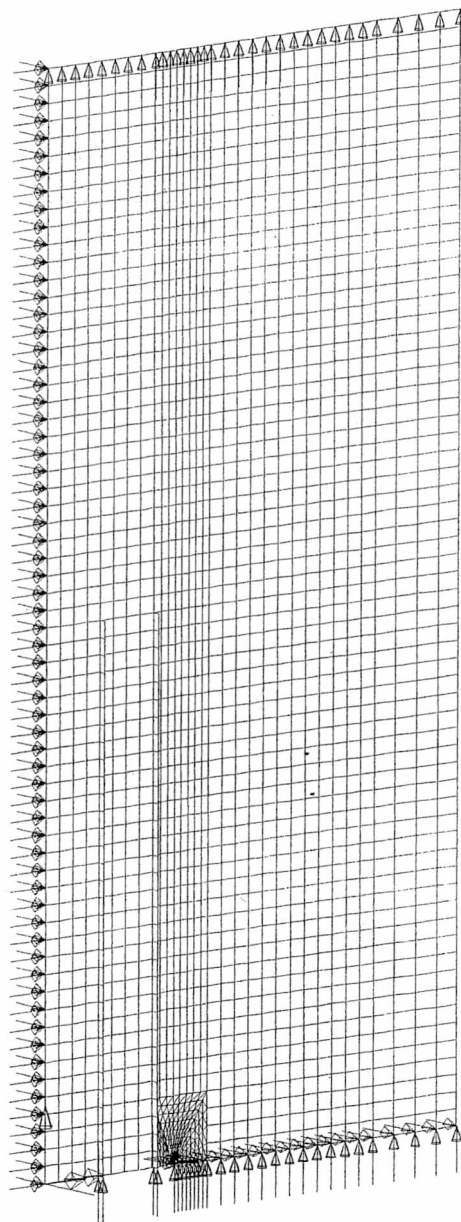
Można stwierdzić bardzo dobrą zgodność wyniku uzyskanego metodą MES z dokładnym rozwiązaniem wg [91], co świadczy o poprawności przyjętego modelu.



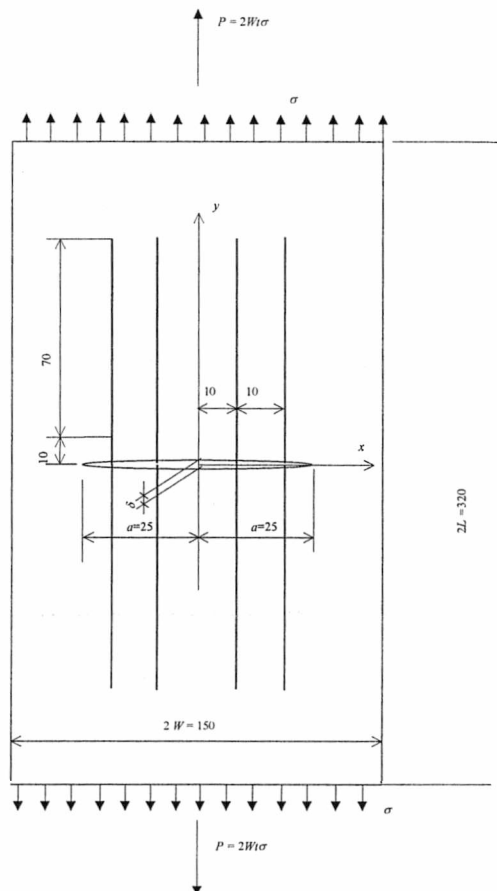
rys. 4.2-2 Model MES tarczy nie wzmocnionej (próbka typu CCT)

4.2.2 Tarcza wzmocniona

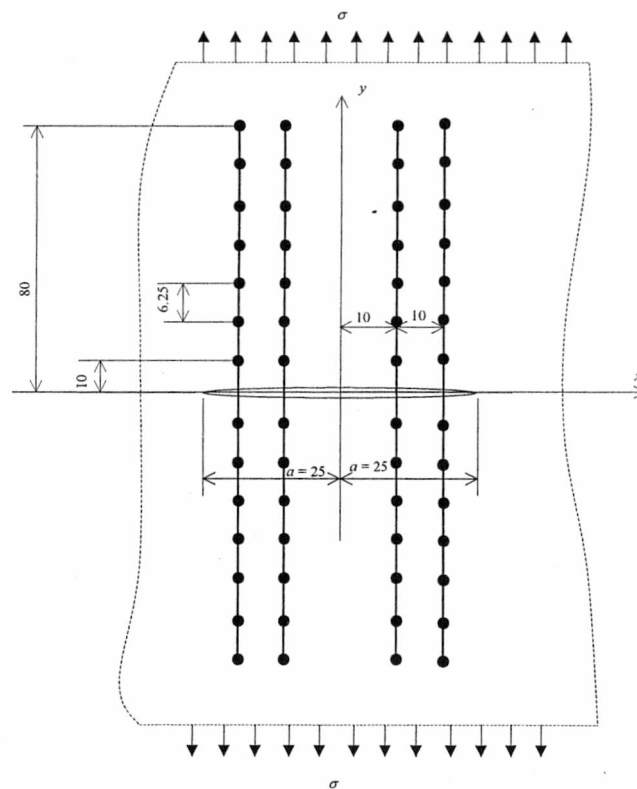
Wykonano obliczenia tarczy wzmocnionej jak na rys. 4.2-4 żebrami o parametrach przedstawionych w tabeli 4.2-1 i 4.2-3. Podział na elementy skończone przedstawiono na rysunku 4.2.3.



rys. 4.2-3. Model MES tarczy wzmocnionej czterema żebrami (próbki DUR16, DUR30)



rys. 4.2-4. Model tarczy wzmacnianej ośmioma żebrami zastosowany w analizie MES



rys. 4.2-5. Model tarczy wzmacnianej ośmioma żebrami (po dwóch stronach tarczy) mocowanymi dyskretnie, zastosowany w analizie metodą Muskheliszwilliego

W obliczeniach MES wykorzystano fakt, że analizowana geometria ma dwie osie symetrii i zamodelowano tylko jedną ćwiartkę elementu. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 4.2-3. W tabeli przedstawiono także wyniki obliczeń teoretycznych tarczy nieskończonej przy pomocy metody potencjałów zespolonych Muskhelishvilego.

Tab. 4.2-3 Porównanie WIN uzyskanych na podstawie obliczeń numerycznych MES oraz obliczeń dla tarczy nieskończonej z wykorzystaniem metody potencjałów zespolonych Muskhelishvilego

SYMBOL MODELU	DUR16	DUR30	STAL40
materiał żebra	CarboDurS	CarboDurS	Stal
pole powierzchni 1 go żebra [mm ²]	16	32	240
WIN [MPa·m ^{1/2}]	<i>K</i>	<i>K</i>	<i>K</i>
MES	18.68	15.57	6.35
Metoda potencjałów zespolonych	19.20	17.92	6.89
różnica w %	2.8	15.1	8.5

Największa różnica uzyskanych wyników wynosi 15.1%. Trudno jednak jest tutaj wnioskować o dokładności obliczeń. MES wymaga kolejnego zagęszczania siatki podziału, metoda potencjałów zespolonych charakteryzuje się dużym gradientem poszukiwanych wielkości ze względu na człony logarytmiczne w miarę zbliżania się do punktów przyłożenia sił skupionych.

4.3. Wpływ wzmocnienia na zachowanie się elementu – nieliniowe obliczenia za pomocą MES

Podstawowym parametrem służącym ocenie nośności elementu z pęknięciem jest całka J . Do dziś nie opracowano teoretycznych metod obliczania tego parametru w zakresie plastycznym (w zakresie sprężystym parametr ten jest tożsamy z WUE – patrz wzór 2.1-30). Całka J obliczana jest bądź to numerycznie (np. MES), bądź też na podstawie metod empirycznych (ETM). Oceny nośności elementu z pęknięciem, w zakresie plastycznym, można też dokonać na podstawie metody FAD. W przypadku metod ETM i FAD skorzystanie z MES jest konieczne w celu ustalenia siły granicznej, której wartość dla prostych przypadków można znaleźć w katalogach, niestety, dla złożonych geometrii, konieczne jest odwołanie się do nieliniowych obliczeń MES.

4.3.1. Wpływ wzmocnienia na siłę graniczną wzmacnianej tarczy

W pracy wykonano obliczenia (MES) siły granicznej tarczy ze szczeliną centralną, wzmocnionej żebrami. Celem obliczeń była analiza wpływu wzmocnienia, wykonanego z różnych materiałów, na wartość siły granicznej oraz odpowiedź na pytanie, czy możliwe jest ustalenie siły granicznej analizowanego przypadku bez korzystania z MES.

Analizuje się tarczę o wymiarach $B = 8$ mm, $W = 75$ mm, $a = 25$ mm, wykonaną ze stali o module Younga $E = 205$ GPa, granicy plastyczności $R_e = 215$ MPa i współczynnika Poissona $\nu = 0.3$. Zakłada się materiał sprężysto-idealnie plastyczny. Kryterium uplastycznienia przyjęto wg hipotezy Hubera-Hencky-Misesa (materiał HMH). Zastosowano taki sam model jak przedstawiony w rozdziale 4.2 i na rysunkach 4.2-3, 4.2-4. Wprowadzono jedynie modyfikację dotyczącą właściwości materiałowych

Wzmocnienia zostaną zamodelowane ze stali oraz z włókien węglowych trzech typów. Właściwości materiałowe włókien węglowych przyjęte do przedstawiono w tabeli 4.3-1

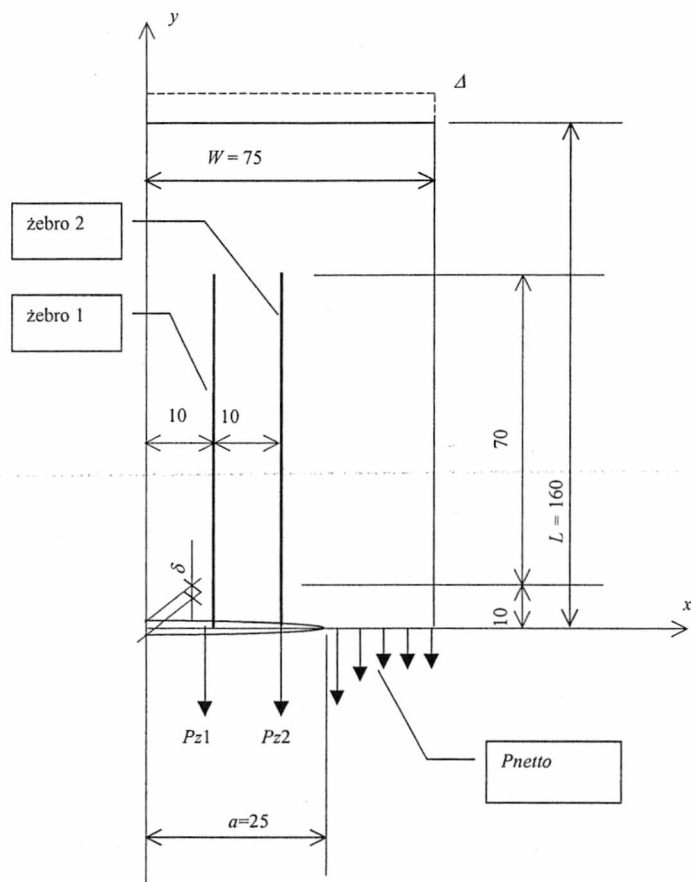
Tab. 4.3-1. Właściwości materiałowe elementów wzmacniających

MATERIAŁ ŻEBRA (WZMOCNIENIA)	MODUŁ YOUNGA	WSP. POISSONA	GRANICA PLASTYCZNOŚCI
	E [GPa]	ν	R_e [MPa]
Sika CarboDurS	165	0	2800
Sika CarboDurM	210	0	2400
Sika CarboDurH	300	0	1300
stal	205	0.3	215

Dla włókien węglowych przyjęto współczynnik Poissona $\nu = 0$. Założenie to oddaje prawdziwy charakter pracy włókien węglowych, gdyż te są cienkimi włoskami zatopionymi w żywicy i należy przyjąć, że pracują niezależnie.

Przemieszczenia pomiędzy wzmocnieniem a tarczą zostaną zaniedbane (zakłada się, że wzmocnienie jest sztywno połączone z tarczą). Obliczenia wykonano za pomocą programu FEA LUSAS.

Geometrię analizowanego układu oraz podział na elementy przedstawiono na rysunku 4.3-1.



Rys. 4.3-1. Model tarczy wzmacnianej ośmioma żebrowymi.
Pokazano jedną ćwiartkę elementu.

W obliczeniach MES wykorzystano symetrię układu – analizuje się jedną ćwiartkę tarczy. Tarcza jest zamocowana u dołu, a obciążenie zadawane jest poprzez wymuszenie przemieszczeń Δ . Żebra długości 80 mm zamocowane są do tarczy na długości 70 mm. Na długości 10 mm, przy szczelinie, żebro nie jest mocowane do tarczy.

4.3.1.1. Tarcza wzmocniona żebrami o różnych właściwościach materiałowych

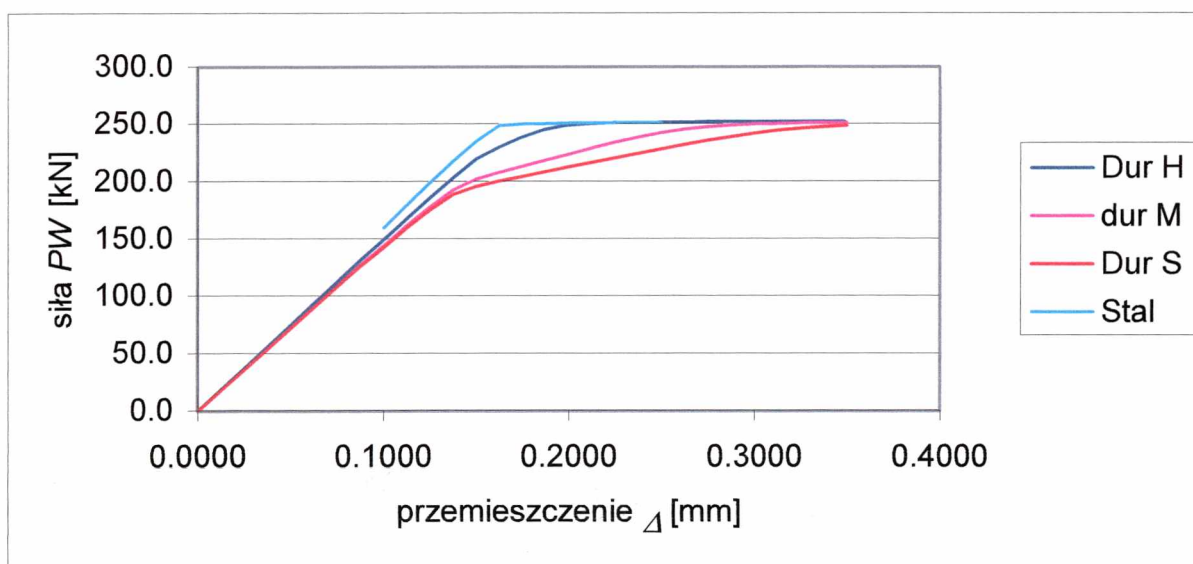
Analizuje się tarczę wzmocnioną włóknami węglowymi albo płaskownikami stalowymi o nośności równej iloczynowi powierzchni szczeliny i wytrzymałości obliczeniowej stali ($2aBR_e = 86 \text{ kN}$).

Przyjęte do obliczeń powierzchnie żeber oraz właściwości materiału pokazano w tabeli 4.3-2. Symbol n – oznacza stosunek sztywności podłużnej wzmocnienia do wartości $2atE$.

Tab. 4.3-2. Właściwości geometryczne i materiałowe żeber przyjęte do analizy MES.

	E	R_e	A_z	$A_z R_e$	EA_z	$n = E_z A_z / 2atE_{stal}$
	[GPa]	[MPa]	[mm ²]	[kN]	[kN]	
Sika CarboDurS	165	2800	30.714	86	5067.9	0.062
Sika CarboDurM	210	2400	35.833	86	7525.0	0.092
Sika CarboDurH	300	1300	66.158	86	19847.4	0.242
Stal	205	215	400	86	82000	1.000

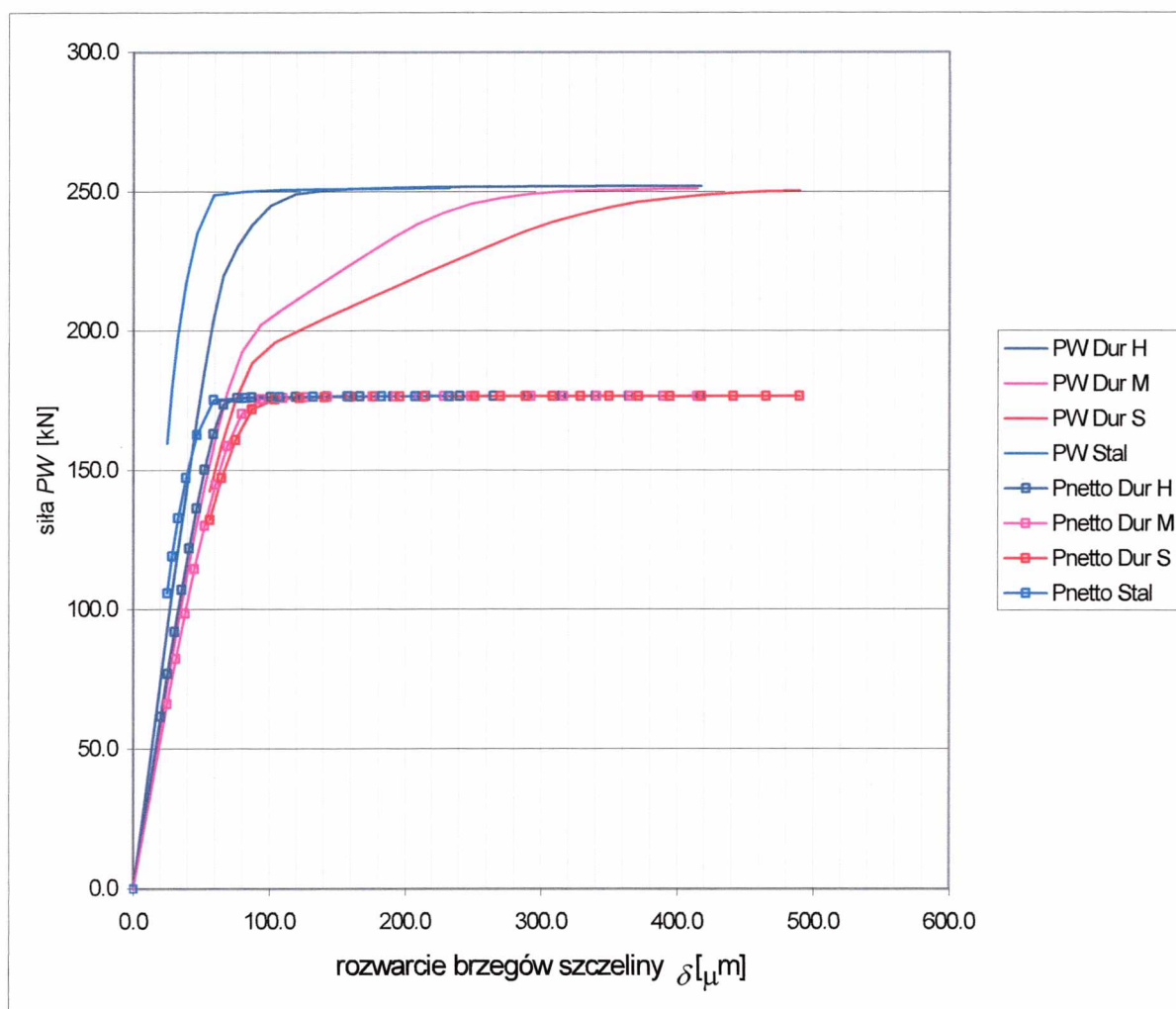
Na wykresie nr 4.3-2 pokazano zależności siła-przemieszczenie punktu przyłożenia obciążenia $P-\Delta$ czterech różnie wzmocnionych tarcz.



Rys. 4.3-2. Siła w próbce P_w w zależności od zadawanych przemieszczeń Δ .

Widać, że niezależnie od zastosowanego materiału żebra siła graniczna jest praktycznie ta sama, jednak podatność próbek wzmocnianych włóknami węglowymi jest znacznie większa w stosunku do próbek wzmocnianych żebrami stalowymi. Można zaobserwować nagły spadek sztywności rozciąganego elementu. Ten nagły spadek sztywności związany jest z osiągnięciem stanu pełnego uplastycznienia w przekroju netto próbki, co pokazano na rys. 4.3-3.

Przy zastosowaniu wzmocnienia o sztywności podłużnej, odpowiadającej sztywności materiału, siła graniczna zostaje osiągnięta w chwili, gdy przekrój netto ulega całkowitemu uplastycznieniu. Inaczej dzieje się, gdy sztywność wzmocnienia jest wielokrotnie mniejsza od sztywności odpowiadającej sztywności usuniętego materiału. Wówczas przekrój netto ulega całkowitemu uplastycznieniu, na długo zanim zostanie osiągnięta siła graniczna. Opisany efekt można zaobserwować na wykresie 4.3-3. Wykres nr 4.3-3 przedstawia razem zależności siły całkowitej ($P_w = P_{netto} + \sum P_z$) oraz siły w przekroju netto (P_{netto}) od rozwarcia brzegów szczeliny δ .



Rys. 4.3-3. Zależności siły całkowitej w przekroju oraz siły w przekroju netto (po odjęciu siły w żebrach) od rozwarcia brzegów szczeliny czterech analizowanych typów próbek

W tabeli 4.3-3 przedstawiono wartości całkowitej siły P_w w przekroju rozciąganej próbki, w chwili gdy przekrój netto ulega całkowitemu uplastycznieniu.

Tabela 4.3-3. Siła całkowita w przekroju próbki w chwili uplastycznienia przekroju netto

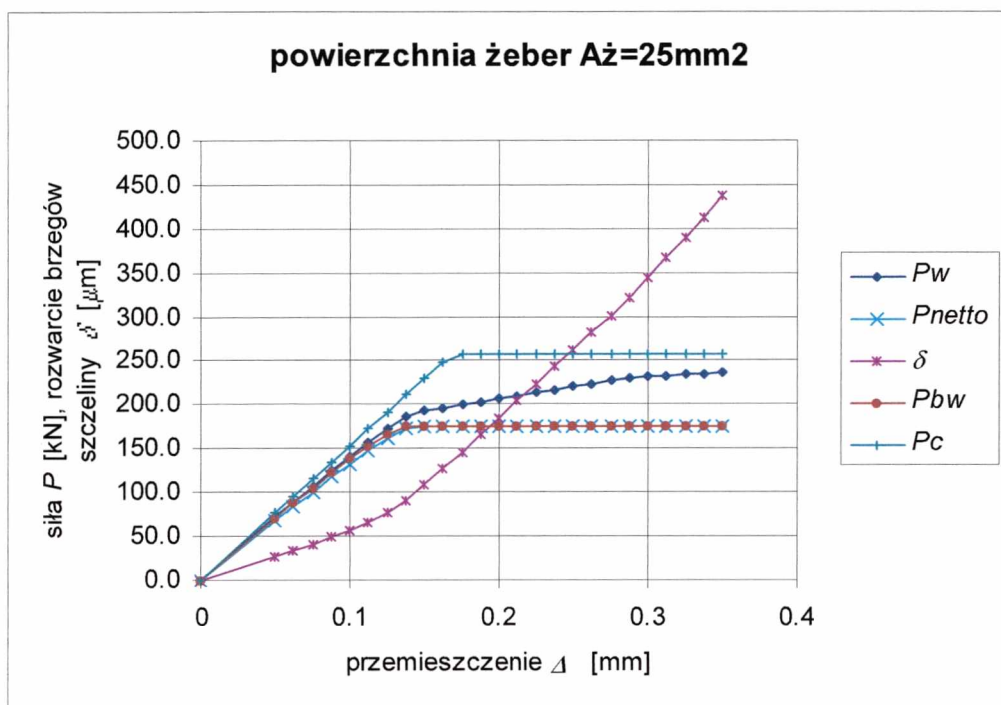
MATERIAŁ ŻEBRA	SZTYWNOŚĆ WZGLĘDNA WZMOCNIENIA	SIŁA W PRZEKROJU NETTO	SIŁA W CHWILI UPLASTYCZNIENIA PRZEKROJU NETTO
	n_1	P_{netto}	P_w
		[kN]	[kN]
Dur S	0.062	175.70	196.10
Dur M	0.092	175.70	202.40
Dur H	0.242	176.03	230.30
Stal	1.000	176.00	250.00

4.3.1.2. Tarcza wzmocniana żebrami o zróżnicowanej nośności

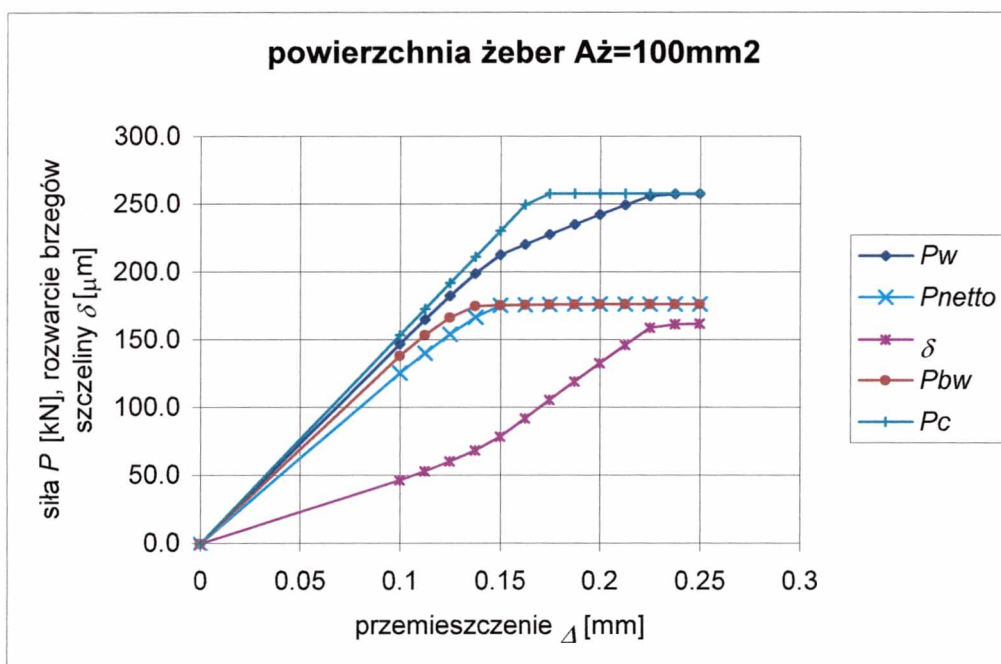
Wykresy 4.3-4 – 4.3-8 przedstawiają wyniki obliczeń numerycznych tarczy wzmocnianej włóknami typu CarboDurS, o różnej powierzchni przekroju poprzecznego. Powierzchnia przekroju poprzecznego zmienia się od $A_z = 25 \text{ mm}^2$ do $A_z = 400 \text{ mm}^2$. W tabeli 4.3-4 zestawiono pola powierzchni żeber przyjęte do analizy oraz podano odpowiadające tym polom względne sztywności wzmocnienia n_1 .

Tab. 4.3-4. Powierzchnie żeber wzmocniających i odpowiadające im sztywności względne wzmocnienia n przyjęte do analiz numerycznych, których wyniki przedstawiono na wykresach 4.3-5 do 4.3-9

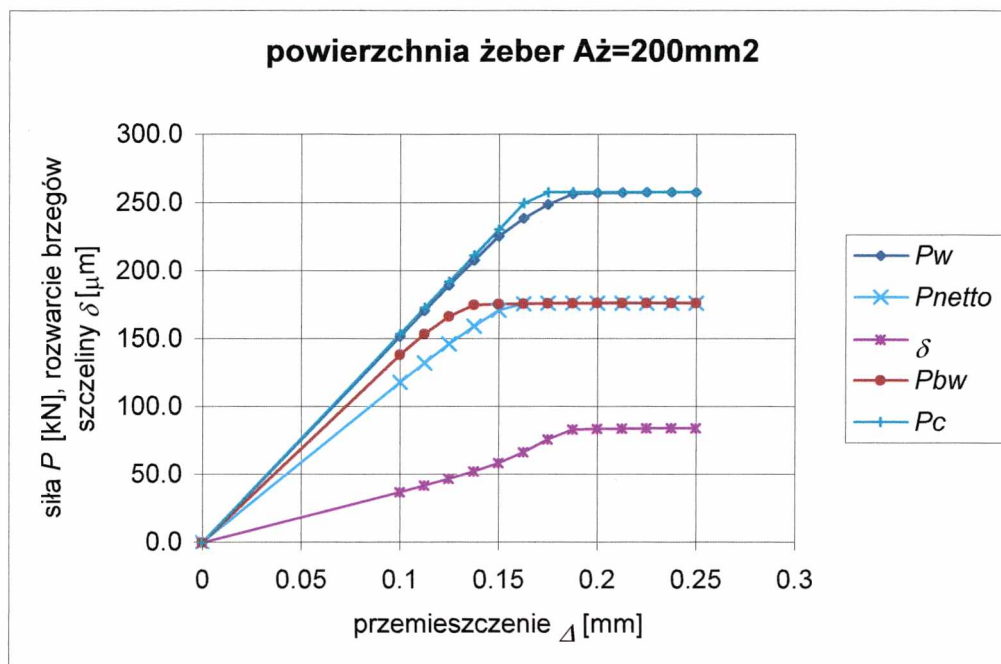
A_z	25	100	200	400
n	0.0503	0.20122	0.40244	0.800



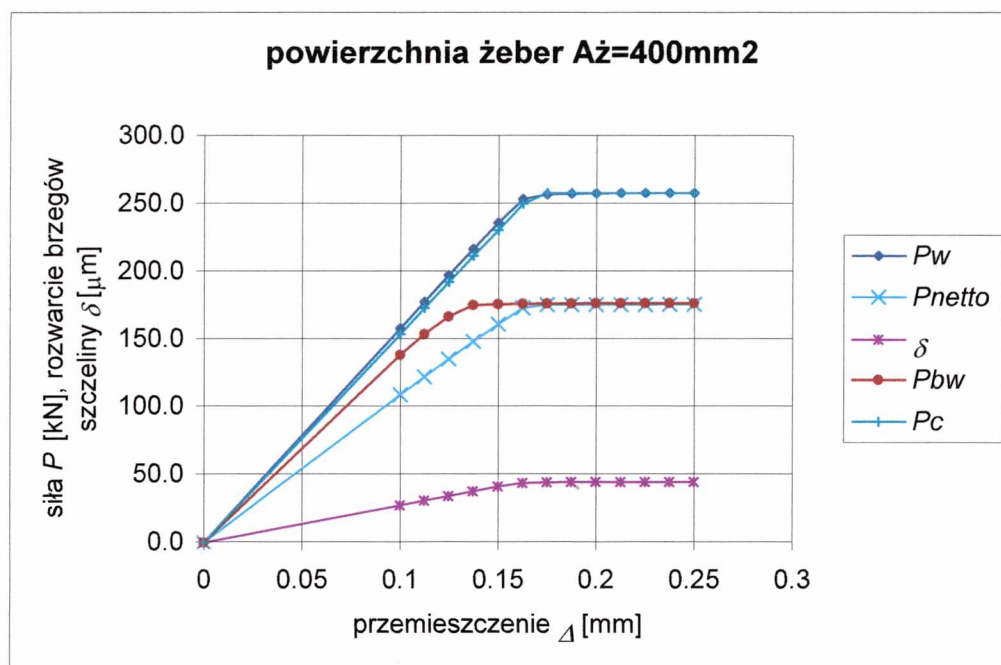
Rys. 4.3-4. Wyniki analiz numerycznych tarczy wzmocnionej żebami z materiału CarboDurS o łącznej powierzchni $A_z = 25 \text{ mm}^2$. Sztywność względna wzmocnienia $n = 0.05$



Rys. 4.3-5. Wyniki analiz numerycznych tarczy wzmocnionej żebami z materiału CarboDurS o łącznej powierzchni $A_z = 100 \text{ mm}^2$. Sztywność względna wzmocnienia $n = 0.20122$



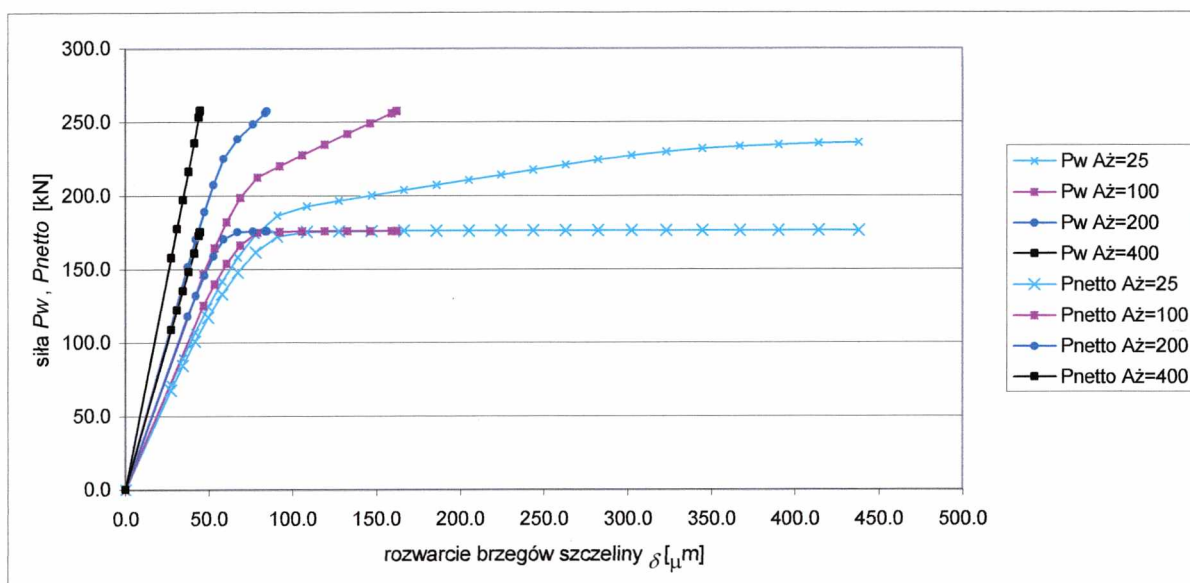
Rys. 4.3-6. Wyniki analiz numerycznych tarczy wzmocnionej żebrami z materiału CarboDurS o łącznej powierzchni $A_z = 200 \text{ mm}^2$. Sztywność względna wzmocnienia $n = 0.40244$



Rys. 4.3-7. Wyniki analiz numerycznych tarczy wzmocnionej żebrami z materiału CarboDurS o łącznej powierzchni $A_z = 400 \text{ mm}^2$. Sztywność względna wzmocnienia $n = 0.800$

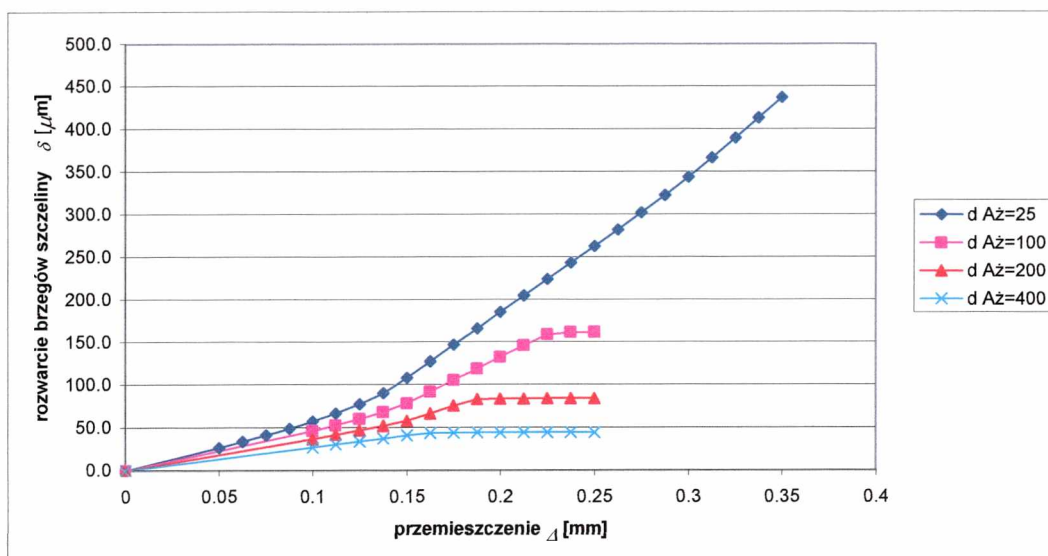
Na wykresach widać, że przekrój netto ulega pełnemu uplastycznieniu zanim zostanie osiągnięta całkowita siła graniczna.

Wykres 4.3-8 przedstawia zależność siły w przekroju od rozwarcia brzegów szczeliny dla tarcz wmacnianych żebrami (z materiału CarboDurS) o różnej powierzchni przekroju poprzecznego zmieniającej się od 25 do 400 mm².



Rys. 4.3-8. zależność siły w przekroju od rozwarcia warg szczeliny dla tarcz wzmacnianych żebrami (z materiału CarbDurS) o różnej powierzchni przekroju poprzecznego zmieniającej się od 25 do 400 mm²

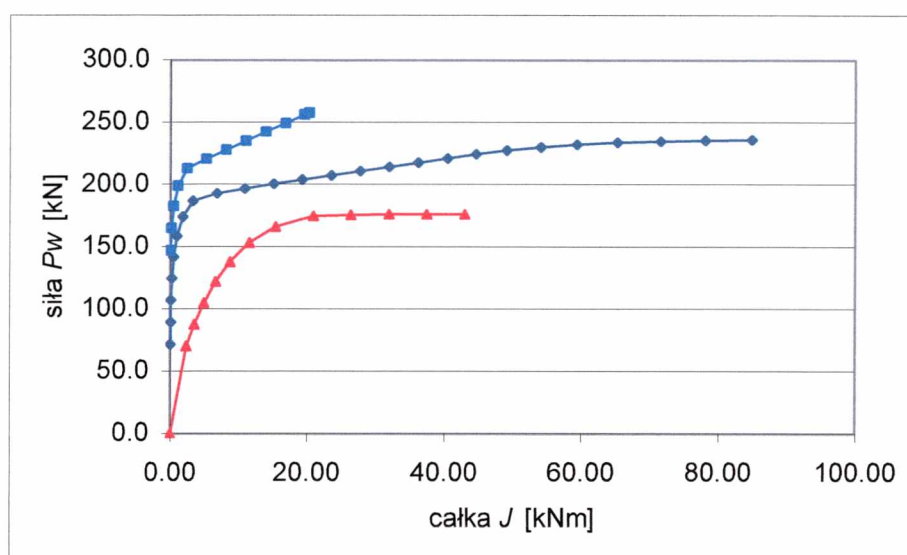
Ciekawe jest, że w wypadku mocnego wzmocnienia brzegi szczeliny po osiągnięciu siły granicznej nie rozwierają się więcej. Dzieje się tak, gdyż w chwili gdy cały materiał tarczy powyżej wzmocnienia jest już uplastyczniony, to żebra pracują cały czas w zakresie sprężystym. Plastyczne odkształcenia tarczy nie pozwalają na wzrost obciążenia, zatem żebra utrzymują rozwarcie brzegów szczeliny na stałym poziomie. Widać to dobrze na wykresie rozwarcia względem wymuszanych przemieszczeń (rys. 4.3-9).



Rys. 4.3-9. Rozwarcie brzegów szczeliny tarczy wzmacnianej żebrami o różnej powierzchni w zależności od obciążenia zadawanego poprzez wymuszanie przemieszczenia

4.3.2. Wpływ wzmocnienia na wartość całki J

Na wykresie 4.3-10 przedstawiono wartości całki J w tarczy jak na rys. 4.3-1 uzyskane na podstawie obliczeń MES. Całkę J obliczano z zależności 2.3.2-15. Wykonano obliczenia tarczy wzmocnionej żebrami o powierzchni łącznej $A_z = 25\text{mm}^2$ oraz $A_z = 100\text{mm}^2$ oraz tarczy nie wzmocnionej (CCT). Kształt krzywej J - P (całka - obciążenie) jest podobny do krzywej δ - P (rozwarcie brzegów szczeliny - obciążenie). W wypadku próbki wzmocnionej żebrami o małej powierzchni wartości całki J , po osiągnięciu obciążenia granicznego, rosną bez przyrostu siły. W tarczy wzmocnionej żebrami, których nośność jest większa od „ubytku” nośności wywołanego istnieniem szczeliny, wartości całki J po osiągnięciu pewnej wartości nie wzrastają więcej, podobnie jak rozwarcie brzegów szczeliny. Takie zachowanie się badanego parametru związane jest z faktem, że do obliczeń przyjęto materiał idealnie sprężysto – plastyczny bez wzmocnienia.



Rys. 4.3-10. Wartości całki J w tarczy wzmocnionej żebrami o powierzchniach $A_z = 25\text{mm}^2$ i $A_z = 100\text{mm}^2$ oraz próbki nie wzmocnionej.

4.3.3. Wnioski wyciągnięte na podstawie analiz numerycznych

Analizując wyniki obliczeń numerycznych można stwierdzić, że:

1. Siła graniczna tarczy wzmacnianej żebrami jest równa sumie siły granicznej przekroju tarczy oraz siły granicznej wzmocnienia, przy czym siła ta limitowana jest nośnością graniczną tarczy powyżej wzmocnienia.

$$P_0 = (\Sigma(A_z \times \sigma_{zy}) + A_{\text{netto}} \times \sigma_Y) \quad (4.3-1)$$

2. W tarczy wzmacnianej włóknami węglowymi (żebra o małej sztywności i dużej nośności) uplastycznienie przekroju netto następuje, zanim zostanie osiągnięta siła

graniczna. W chwili uplastycznienia przekroju netto następuje spadek sztywności elementu.

3. Nawet wzmocnienie o małej sztywności podłużnej ma bardzo duży wpływ na rozwarcie brzegów szczeliny i znacznie zmniejsza wartość całki J we wzmocnionej próbce.

Nie budzi wątpliwości, że siłę graniczną tarczy wzmocnionej żebrami wykonanymi z tego samego materiału co tarcza można wyliczyć z zależności (4.3-1), na jej podstawie wyznaczać nośność za pomocą krzywych FAD czy metody ETM. W wypadku tarczy wzmacnianej włóknami węglowymi, gdy przekrój tarczy netto ulega uplastycznieniu, na długo zanim zostanie osiągnięta siła graniczna, taki tok postępowania musi budzić wątpliwości. Pojawia się pytanie, czy korzystając z metod ETM czy FAD, nie należy raczej przyjmować siły granicznej odpowiadającej momentowi, w którym przekrój netto ulega pełnemu uplastycznieniu. Jeśli tak to wyznaczenie tej siły możliwe jest tylko za pomocą MES, wówczas jednak stosowanie metody ETM czy FAD traci sens, gdyż jeśli przeprowadzamy skomplikowane i czasochłonne obliczenia, by obliczyć siłę we włóknach, możemy od razu policzyć wartość całki J . Zaletami metod FAD i ETM jest ich prostota i możliwość uzyskania oszacowania nośności bez skomplikowanych obliczeń numerycznych.

Proponuje się prosty model służący obliczaniu tej siły, bez odwoływania się do obliczeń numerycznych.

Jeżeli założymy równość odkształceń elementu wzmacnianego i włókien,

$$\frac{\sigma_{stal}}{E_{stal}} = \frac{\sigma_{wzm}}{E_{wzm}} \quad (4.3-2)$$

E_{stal} – moduł Younga stali

E_{wzm} – moduł Younga materiału wzmocnienia,

to podstawiając za σ_{stal} granice plastyczności stali, otrzymamy siłę we wzmocnieniu równą:

$$N_{wzm} = \frac{E_{wzm} \sigma_{Ystal}}{E_{stal}} A_{wzm}, \quad (4.3-3)$$

gdzie: A_{wzm} – pole przekroju poprzecznego wzmocnienia.

Zatem siła rozciągająca próbkę w chwili uplastycznienia przekroju netto będzie równa

$$P_w = N_{wzm} + 2B(W - a)R_e. \quad (4.3-4)$$

W tabeli 4.3-5 przedstawiono wartości siły odpowiadające chwili całkowitego uplastycznienia przekroju netto tarczy obliczone na podstawie MES oraz zależności (4.3-4). Wzmocnienia przyjęto jak w tabeli 4.3-3.

Tab. 4.3-5. Wartości siły odpowiadające chwili całkowitego uplastycznienia przekroju netto tarczy obliczone na podstawie MES oraz zależności (4.3-4). Wzmocnienia przyjęto jak w tabeli 4.3-3

MATERIAŁ ŻEBRA	WZGLĘDNA SZTYWNOŚĆ WZMOCNIENIA	SIŁA ROZCIĄGAJĄCA PRÓBKĘ NA PODSTAWIE (4.3-5)	SIŁA ROZCIĄGAJĄCA PRÓBKĘ NA PODSTAWIE MES
	n_1	P_w	P_w
		[kN]	[kN]
CarboDurS	0.062	177.3	196.1
CarboDurM	0.092	179.9	202.4
CarboDurH	0.242	192.8	230.3

Z porównania wyników przedstawionych w tabeli 4.3-5 można stwierdzić, że oszacowanie siły, przy której przekrój netto wzmacnianej tarczy ulega pełnemu uplastycznieniu na podstawie wzoru (4.3-4) daje zaniżone wyniki. Jest to oczywiste wzięwszy pod uwagę, że wyprowadzając przybliżony wzór 4.3-4 przyjęto, iż tarcza nie jest osłabiona szczeliną i ma zatem większą sztywność niż w rzeczywistości. Zatem stwierdzenie należy uznać za ogólne.

5. BADANIA MODELOWE

5.1. Wstęp

Podstawowe cele przeprowadzonych przez autora badań to:

- weryfikacja metod mechaniki pęknięcia jako narzędzia do oceny nośności elementów wykonanych ze zwykłej, niskowytrzymałej stali stosowanej w budownictwie (St3S),
- ocena wpływu wzmocnienia na wartości całki J we wzmocnionej próbce rozciąganej, ze szczeliną centralną, w stosunku do próbki nie wzmocnionej,
- ocena jakości różnych metod wzmocniania elementu obarczonego szczeliną.

W celu realizacji podstawowego celu przeprowadzono następujące badania:

- określenie cech wytrzymałościowych stali stosowanej w badaniach,
- analizę składu chemicznego oraz pomiar wielkości ziarna stali,
- próbę udarności stali,
- badanie odporności na pęknięcie rozciąganych próbek ze szczeliną centralną (typu CCT),
- badanie odporności na pęknięcie różnie wzmocnionych, rozciąganych próbek ze szczeliną centralną.

Próbki wzmocniano doklejonymi włóknami węglowymi, płaskownikami stalowymi przyklejonymi, przyspawanymi oraz przyśrubowanymi. Geometrie zastosowanych próbek pokazano na rys. 5.1-1 do 5.1-9.

Wyniki badań zostaną wykorzystane do weryfikacji metod ETM i FAD a także do weryfikacji podawanych w literaturze zależności korelacyjnych pomiędzy odpornością na pęknięcie stali a udarnością.

5.2. Właściwości materiałowe stali stosowanej w badaniach

W tabeli 5.2-1 przedstawiono charakterystyki wytrzymałościowe badanej stali ustalone na próbkach płaskich pięciokrotnych (A5).

Tab. 5.2-1. Charakterystyki wytrzymałościowe stali określone na próbkach A5

GRANICA PLASTYCZNOŚCI	WYTRZYMAŁOŚĆ DORAŻNA	WYDŁUŻENIE PRZY ZERWANIU
R_e	R_m	A_5
MPa	MPa	%
260	406.6	33.7

Wykonano próbę udarności stali stosowanej w badaniach (Laboratorium Wytrzymałości Materiałów na Wydziale Mechanicznym, Politechnika Wrocławska). Próby przeprowadzono w czterech temperaturach, zgodnie z normą PN-EN 10045-1 (1994) oraz PN-79/H-04371, na młocie uderowym o energii początkowej 150 J, na

standardowych próbkach z karbem ostrym typu Charpy V. Wyniki badania przedstawiono w tabeli 5.2-2.

Tab. 5.2-2. Wyniki próby udarności stali

temperatura	°C	20	0	-20	-40
KCV 150	J/cm ²	51	16	8	6
odchylenie standardowe		11.9	1.8	1.6	2.1
KV 150	J	40	13	7	5
odchylenie standardowe		9.4	1.3	1.2	1.6

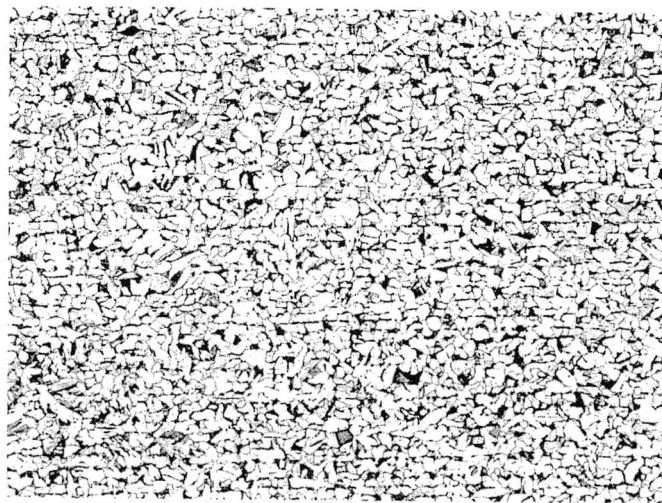
Analizę chemiczną stali oraz pomiar wielkości ziarna wykonano w Instytucie Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej Politechniki Wrocławskiej. Wyniki przedstawiono w tabeli 5.2-3 oraz na zdjęciu 5.2-1.

Tab. 5.2-3. Wyniki analizy chemicznej stali

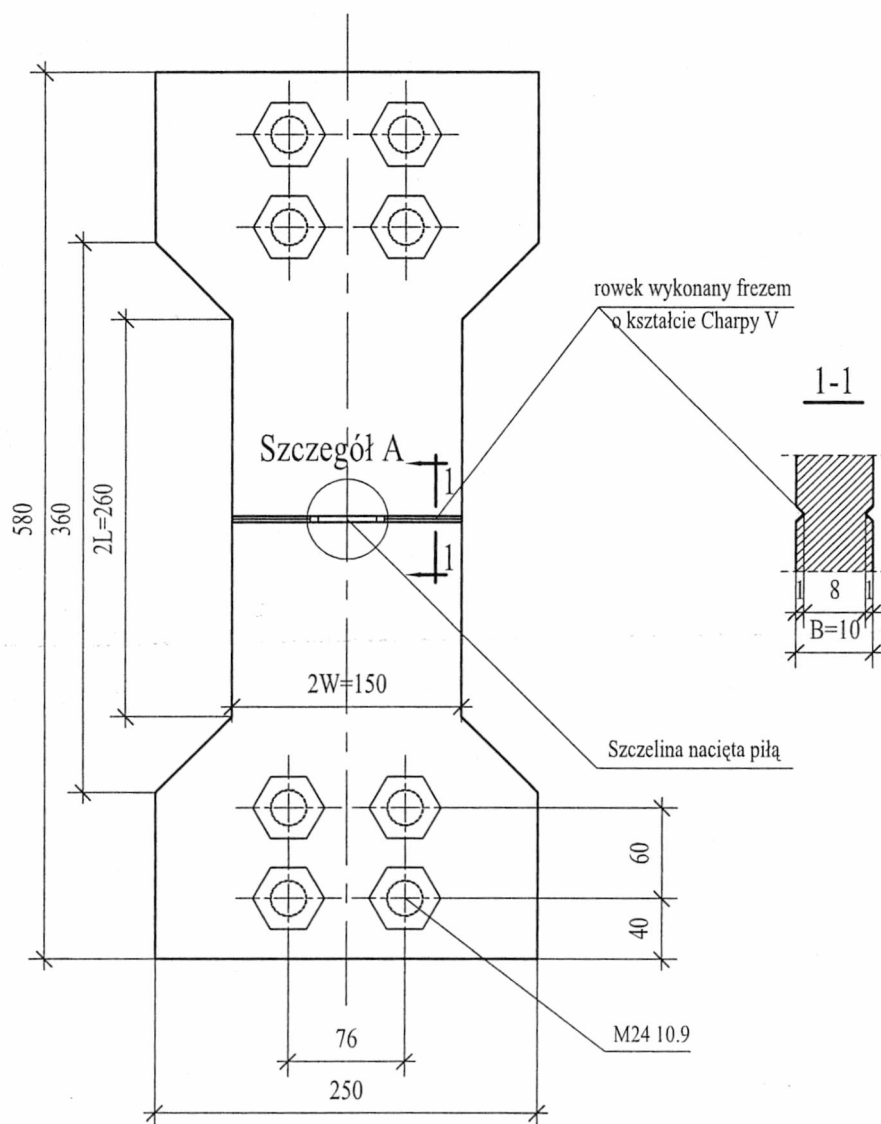
PIERWIASTEK	ZAWARTOŚĆ [% WAG.]
C	0.200
Mn	0.50
Si	0.03
P	0.015
S	0.024
Cr	0.07
Ni	0.05
Cu	0.05

Skład chemiczny stali, a przede wszystkim znikoma zawartość krzemu, wskazują, że jest to gatunek St3SX.

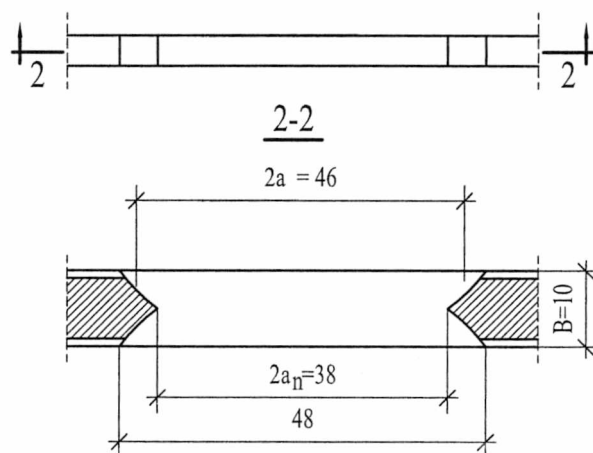
Wielkość ziarna określona metodą porównawczą zgodnie z [126] odpowiada wzorcowi 8 w skali A. Stopień pasmowości określony zgodnie z normą [127] odpowiada wzorcowi 1 w skali 2. Zdjęcie (rys. 5.2-1) przedstawia mikrostrukturę badanej stali.



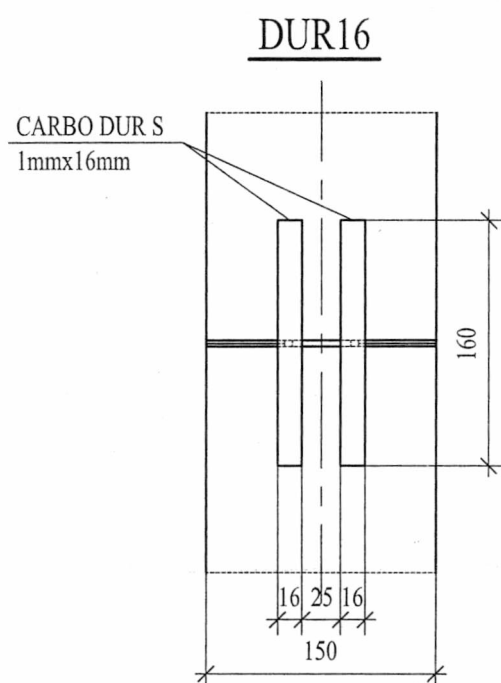
Rys. 5.2-1. Droбноziarnista struktura ferrytyczno-perlityczna o niewielkim nasileniu pasmowości. Powiększenie $\times 100$. Traw. 3% nital.



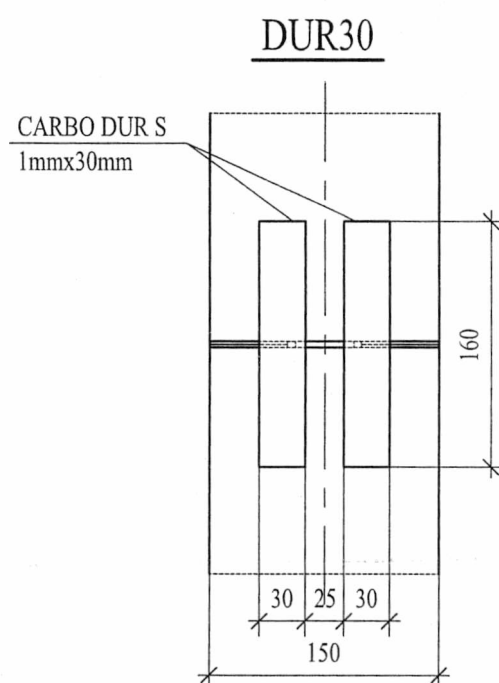
Szczegół A



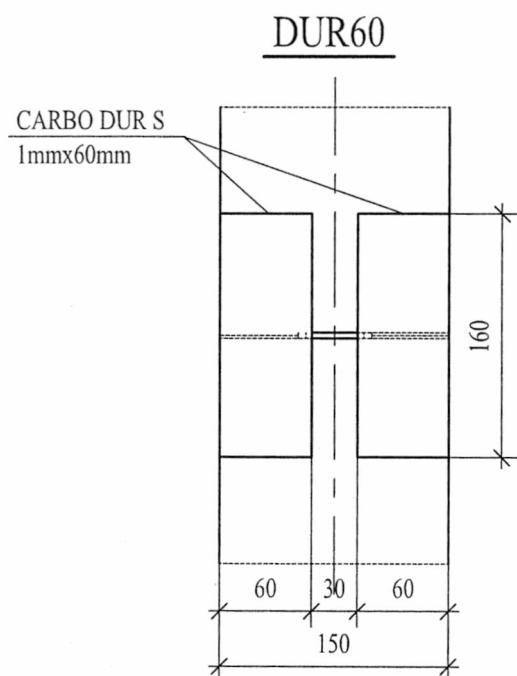
Rys. 5.1-1. Geometria próbki niewzmocnionej - CCT.



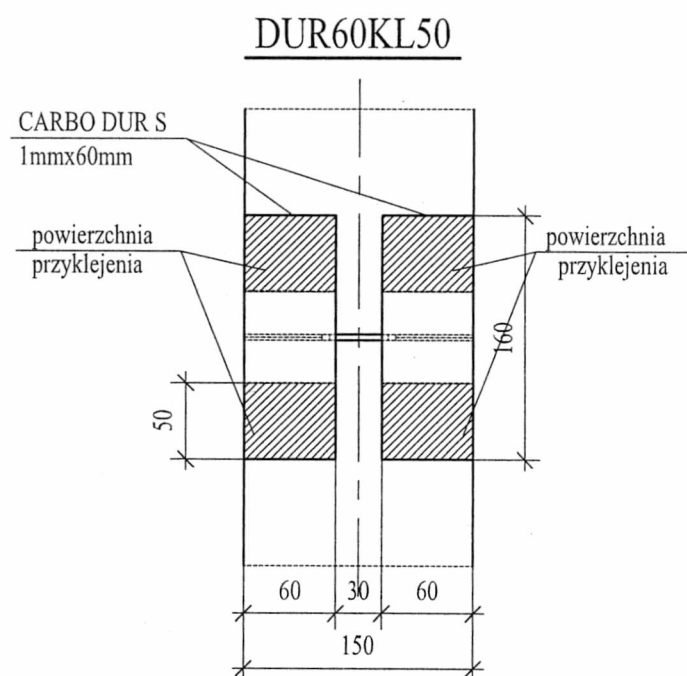
Rys. 5.1-2. Geometria próbki DUR16
Taśmy przyklejone na całej długości



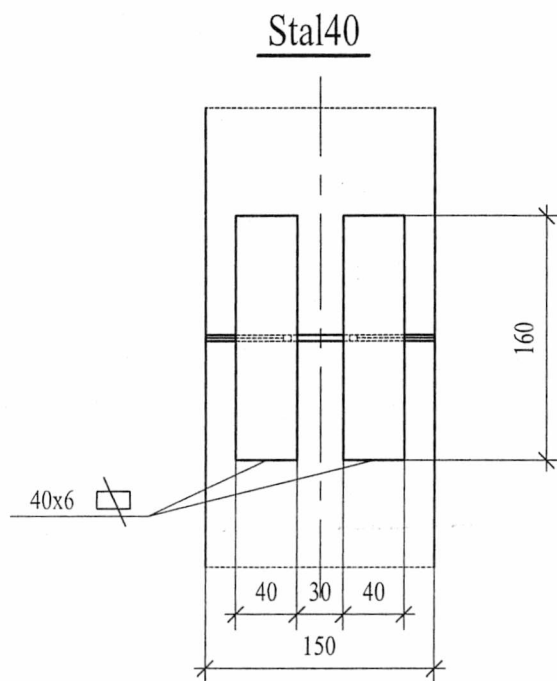
Rys. 5.1-3. Geometria próbki DUR30
Taśmy przyklejone na całej długości



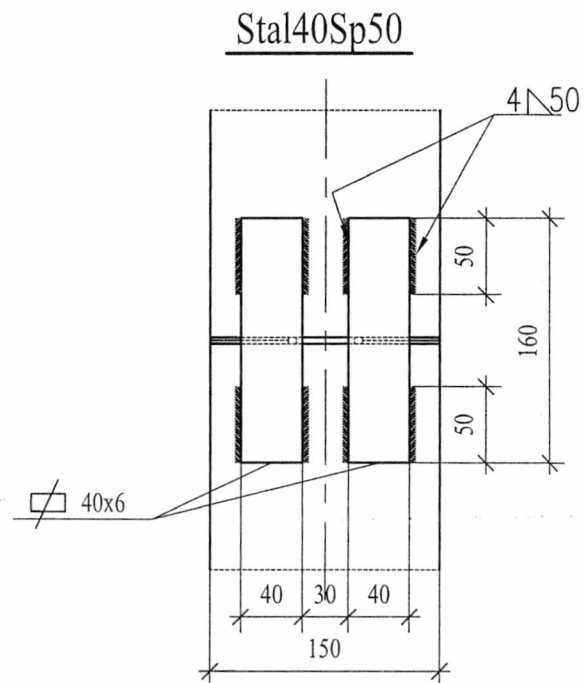
Rys. 5.1-4. Geometria próbki DUR60
Taśmy przyklejone na całej długości



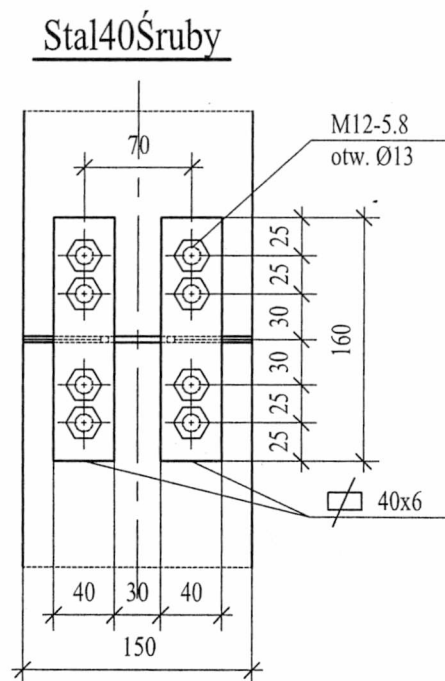
Rys. 5.1-5. Geometria próbki DUR60KL50
Taśmy przyklejone na długości 50mm



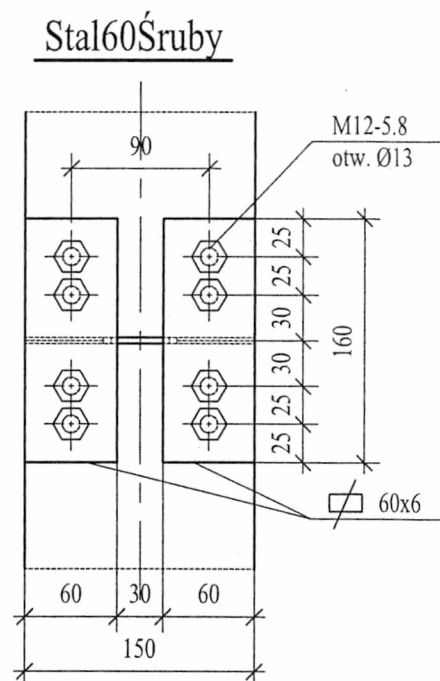
Rys. 5.1-6. Geometria próbki Stal40
Płaskowniki przyklejone na całej długości



Rys. 5.1-7. Geometria próbki Stal40Sp50



Rys. 5.1-8. Geometria próbki Stal40Śruby



Rys. 5.1-9. Geometria próbki Stal60Śruby

5.3. Badania odporności na pękanie na próbkach ze szczeliną centralną (CCT)

Badania przeprowadzono na próbkach o wymiarach (patrz rys. 5.1-1):

$$2W = 150 \text{ mm},$$

$$B = 10 \text{ mm},$$

$$2L = 260 \text{ mm},$$

$$a = 23 \text{ mm}.$$

Szczelinę wykonano poprzez nacięcie piłką o średnicy 50 mm i grubości 0.8 mm. Na przełuzeniu osi szczeliny wykonano rowek na głębokość 1 mm po obu stronach próbki, przy użyciu frezu używanego do wykonywania karbu Charpy V. Geometrię próbki pokazano na rysunku 5.1-1 oraz zdjęciu fot. 5.3-3.

Próbki poddawane były rozciąganiu. W trakcie próby mierzono rozwarcie brzegów szczeliny δ czujnikami indukcyjnymi typu PD20. Czujniki zostały przykręcone do próbki w odległości 0.5cm od brzegu szczeliny (fot. 5.3-3 i następne). Stanowisko badawcze pokazano na fot. 5.3-1.

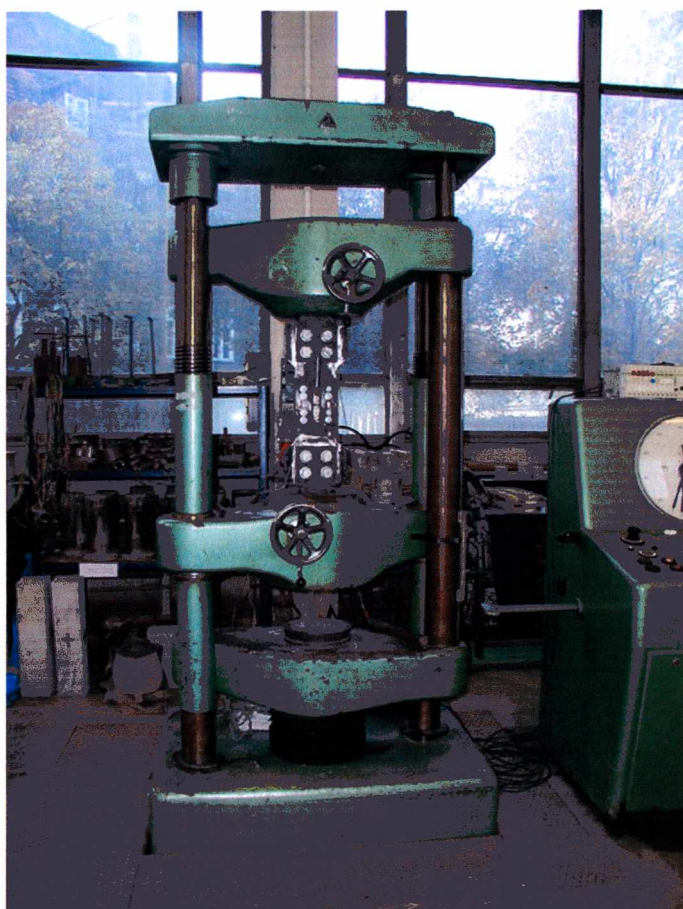
Trzy próby (łączna ilość prób wynosi cztery) przeprowadzono na maszynie ZD100, zakres ustawiono na 400 kN, obciążenie zadawano, sterując siłą. Jedną próbę (badanie nr 2) wykonano na maszynie UFP400, a obciążenie zadawano, kontrolując przemieszczenia szczęk. W celu obliczenia długości szczeliny wg [67], próbka była odciażana do wartości około 30% obciążenia.

Wyniki badań nr 1 i nr 2 nie pozwoliły na obliczenie długości pęknięcia na podstawie sprężystego odciażenia próbek. Zastosowano za małe odciażenia, a odstępy czasowe pomiędzy kolejnymi cyklami wzrostu obciążenia były za krótkie. Zbyt krótki czas pomiędzy chwilą przyłożenia obciążenia i odciażeniem skutkował wzrostem rozwarcia brzegów szczeliny przy spadającym obciążeniu względnie nieadekwatnie małymi spadkami rozwarcia brzegów szczeliny. Podobny efekt miał miejsce w próbie drugiej, pomimo że znacznie wydłużono czas oczekiwania po dociążeniu próbki. Neale [67] zaleca dwuminutowe odstępy czasowe pomiędzy przyłożeniem obciążenia a odciażeniem. W badaniach autora, po osiągnięciu granicy plastyczności, po każdym wzroście obciążenia, należało czekać od 10 do 40 minut na ustabilizowanie się wskazań czujników mierzących rozwarcie brzegów szczeliny. Dopiero wykonując próby nr 3 i 4, pozostawiano obciążoną próbkę na dostatecznie długie okresy czasu, pozwalając na ustabilizowanie się wskazań czujników. W próbie nr 4, po ostatnim zwiększeniu obciążenia z 319 do 327 kN, rozwarcie brzegów szczeliny wzrastało nieustannie przez okres około 1 godz., po czym nastąpił niestabilny rozwój pęknięcia.

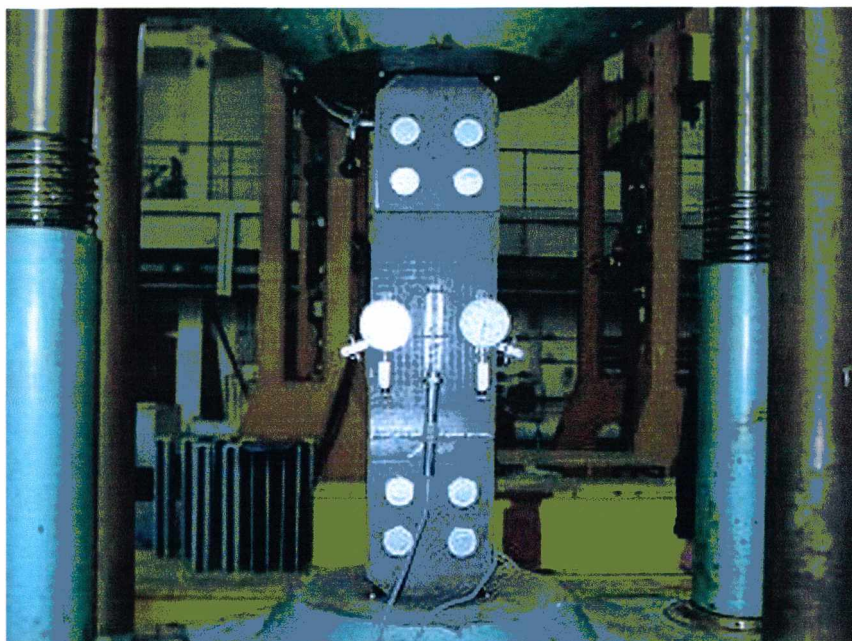
Wierzchołek szczeliny wraz ze wzrostem obciążenia wyokrąglał się. Widoczny początek wzrostu pęknięcia zaobserwowano (w próbie nr 4) przy rozwarcu brzegów szczeliny o wartość 0.9 mm i przy sile wynoszącej 266 kN. Widoczne gołym okiem nowopowstała rysa miała długość około 1 mm. Nowo utworzona długość pęknięcia miała kształt ostrego klina, który ulegał wyokrągleniu wraz ze wzrostem obciążenia. Następnie w wyokrąglonym wierzchołku szczeliny tworzył się kolejny klin, jego długość wzrastała, po czym klin ulegał stępieniu i wyokrągleniu (rys. 5.3-1). Proces ten powtórzył się kilka razy, zanim nastąpiło ostateczne zniszczenie próbki.



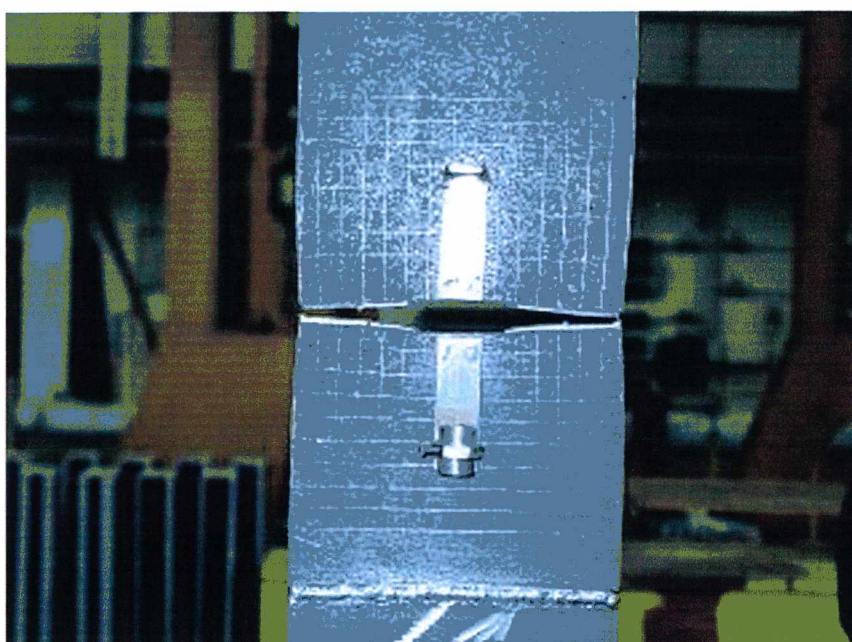
Fot. 5.3-1. Stanowisko badawcze



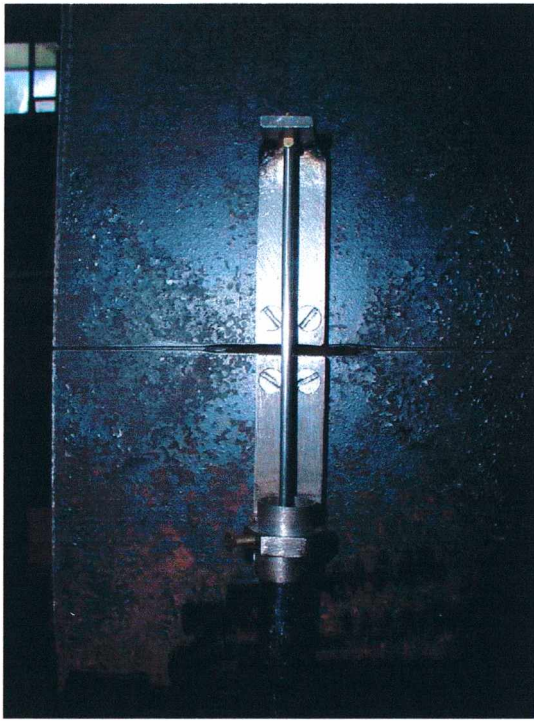
Fot. 5.3-2. Widok na maszynę
wytrzymałościową z próbką
przygotowaną do badań.



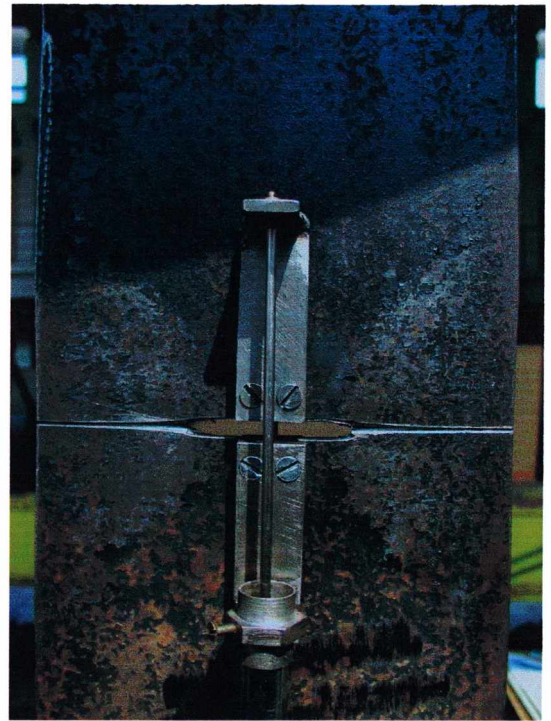
Fot. 5.3-3. Próbką niewzmocnioną (typ CCT) przygotowana do badań



Fot. 5.3-4. Próbką CCT po zniszczeniu. Obciążenie niszczące wyniosło 326 kN



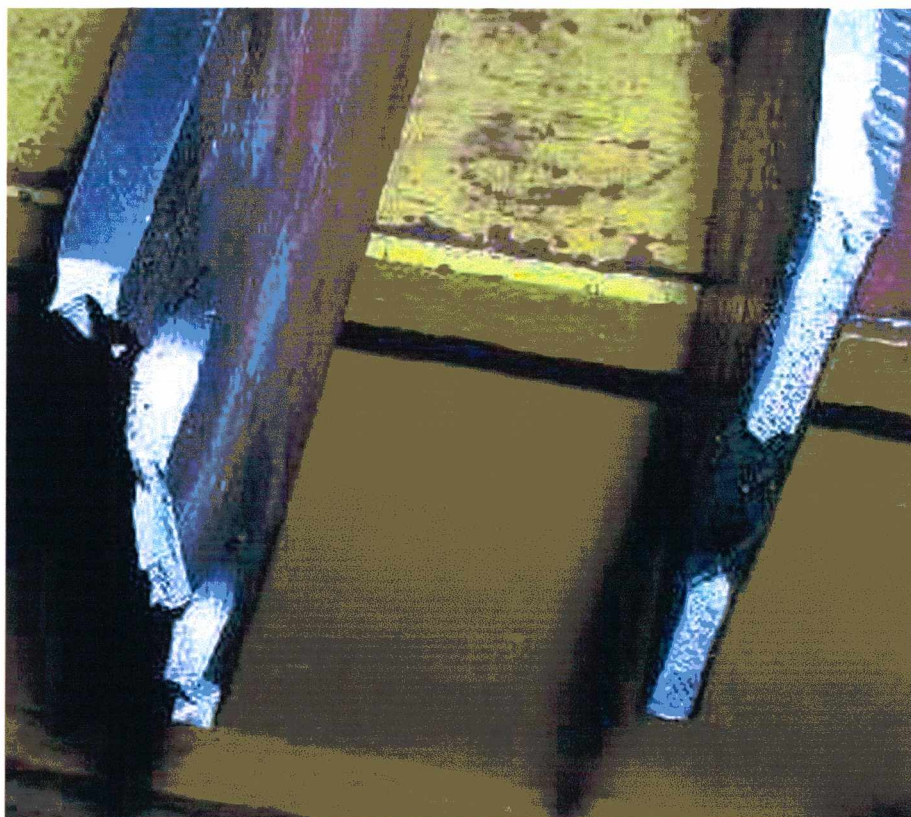
Fot. 5.3-5. Próbką CCT obciążona siłą $P = 225 \text{ kN}$. Widoczny obszar uplastycznienia w kształcie dwóch trójkątów z wierzchołkami w końcach szczeliny



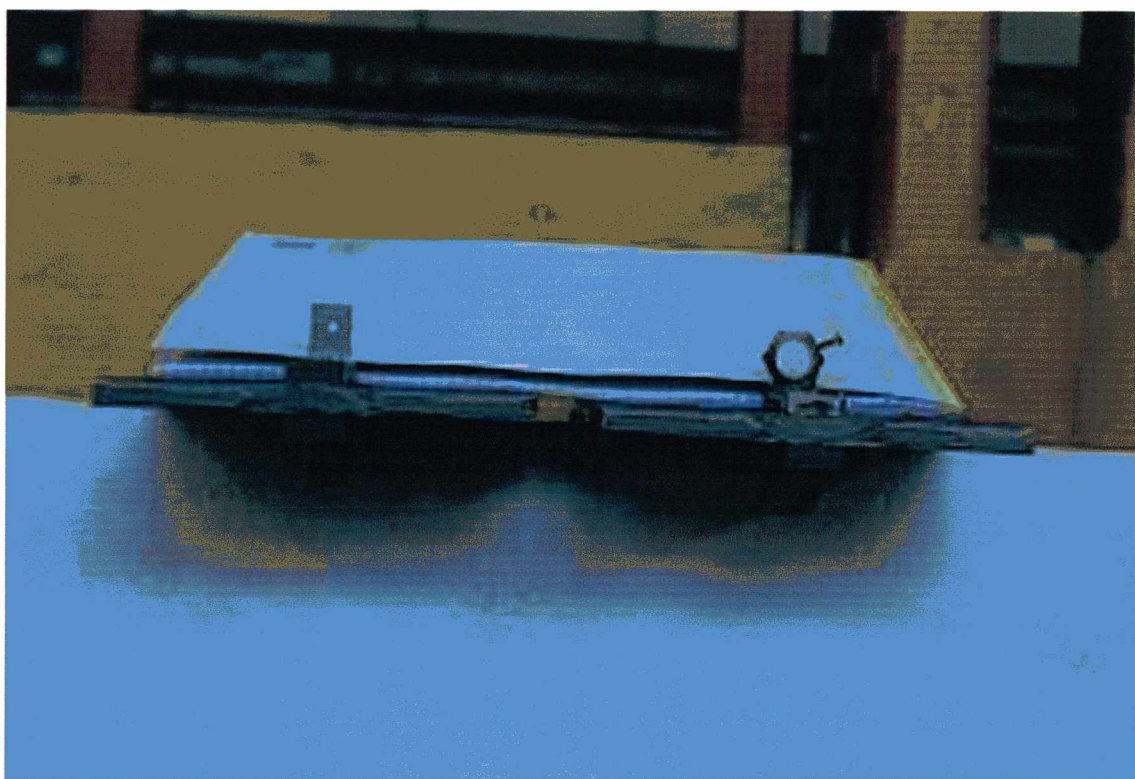
Fot. 5.3-6. Próbką CCT obciążona siłą $P = 302 \text{ kN}$



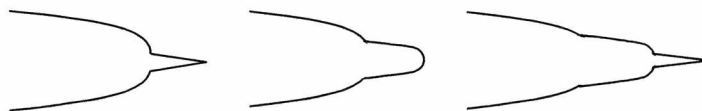
Fot. 5.3-7. Próbką CCT obciążona siłą 314 kN . Szczelina zwiększyła swoją długość o około 20 mm



Fot. 5.3-8. Przełom próbki bez szczeliny, osłabionej dwoma otworami o średnicy 24 mm (zniszczenie w płaszczyźnie największych naprężeń stycznych) oraz przełom próbki CCT (zniszczenie w płaszczyźnie największych naprężeń rozciągających). Ostra szczelina spowodowała zablokowanie procesów plastycznych w próbce CCT.



Fot. 5.3-9. Przełom próbki CCT.

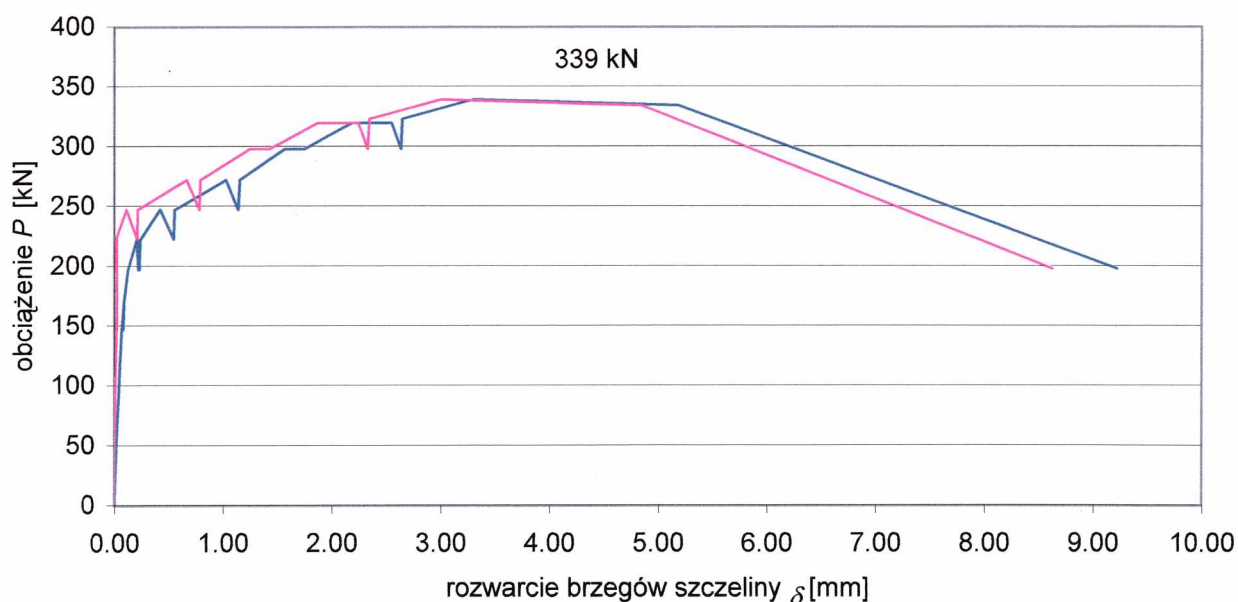


Rys. 5.3-1. Kształt wierzchołka szczeliny obserwowany w trakcie rozciągania próbek typu CCT

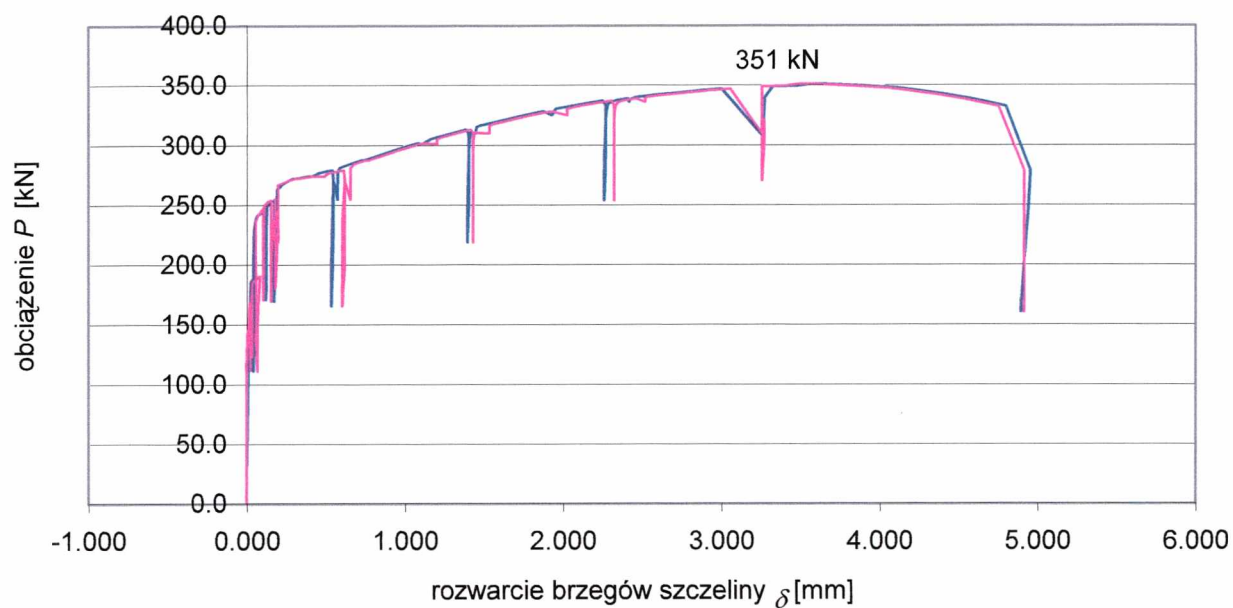
Kiedy siła osiągnęła wartość równą sile granicznej, na próbce można było zaobserwować wyraźny obszar uplastycznienia (odpadająca zendra) w kształcie klina, o początku w wierzchołku szczeliny i kącie rozwarcia 90° (jak na rysunku 2.1-11). Kształt obszaru uplastycznienia nieznacznie się powiększał w trakcie eksperymentu (fot. 5.3-5 i 5.3-6).

Przełom próbek z naciętą szczeliną był płaski, zatem miał charakter makroskopowo kruchy. W celach porównawczych zniszczono także próbkę, w której nawiercono dwa otwory o średnicy 25 mm (próbki miały ten sam przekrój netto). W próbce z dwoma otworami przełom miał kształt klina (fot. 5.3-8), a zniszczenie nastąpiło w płaszczyźnie największych naprężeń stycznych (płaszczyzn położonych pod kątem 45° do płaszczyzny głównej tarczy). Płaski kształt przełomu w próbce ze szczeliną wskazuje na zablokowanie procesów plastycznych u wierzchołka szczeliny. Na płaskim przełomie rozciąganej próbki ze szczeliną można zaobserwować drobne „igiełki” i wklęsnięcia, co świadczy o zachodzeniu procesów plastycznego płynięcia w skali mikroskopowej. Zatem rozdzielenie powierzchni miało charakter mikroskopowo ciągły, lecz makroskopowo kruchy. Taki rodzaj przełomu w obecności ostrej szczeliny jest charakterystyczny dla materiałów o dobrych właściwościach plastycznych [8].

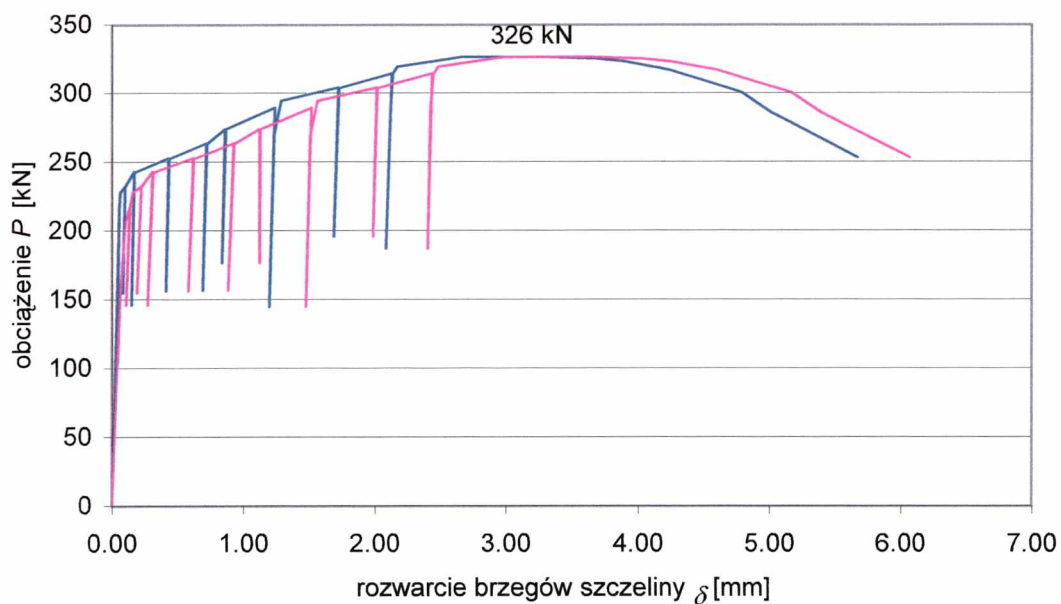
Wyniki badania w postaci zależności rozwarcie brzegów szczeliny-obciążenie (δ - P) przedstawiono na rys. od 5.3-2 do 5.3-6. Przedstawiono wartości rozwarcia brzegów szczeliny uzyskane z dwóch czujników.



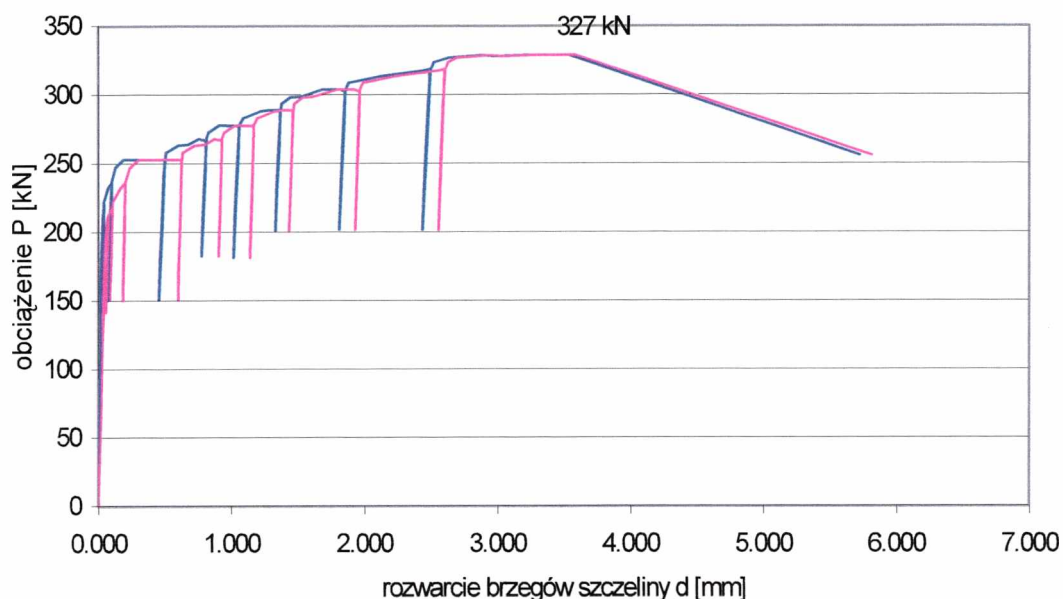
Rys. 5.3-2. Wyniki badania nr 1 tarczy ze szczeliną centralną (próbka typu CCT)



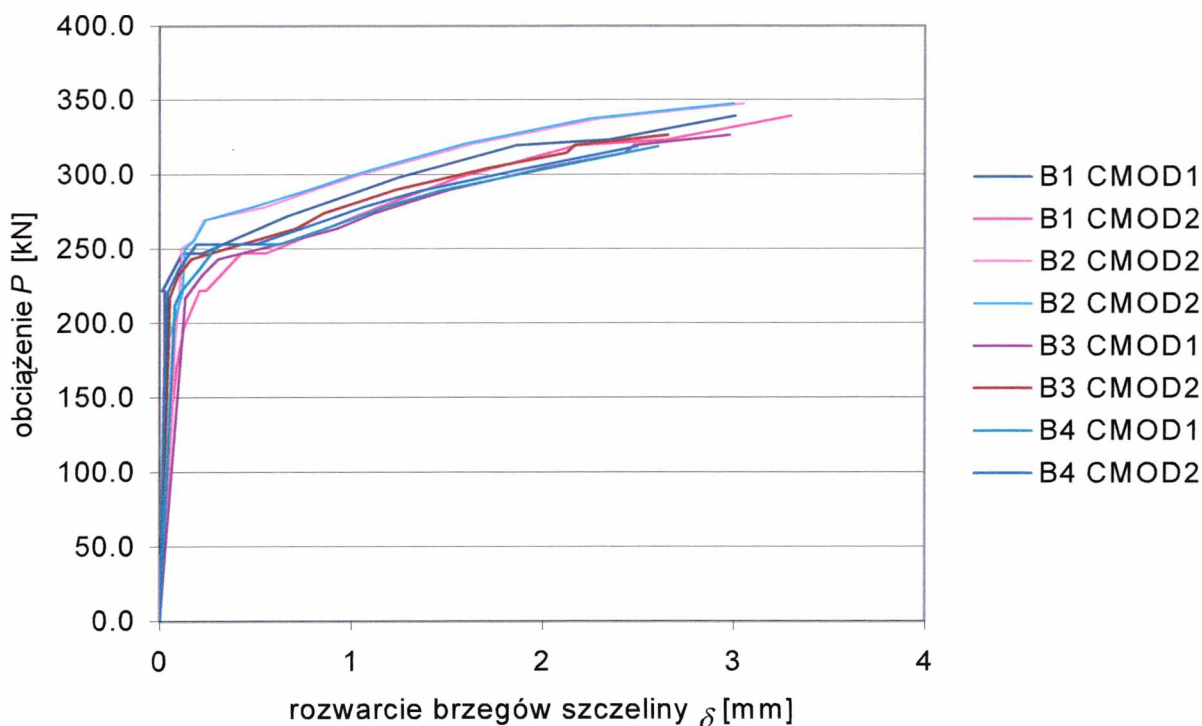
Rys. 5.3-3. Wyniki badania nr 2 tarczy ze szczeliną centralną (próbka typu CCT)



Rys. 5.3-4. Wyniki badania nr 3 tarczy ze szczeliną centralną (próbka typu CCT)



Rys. 5.3-5. Wyniki badania nr4 tarczy ze szczeliną centralną (próbka typu CCT)



Rys. 5.3-6. Wyniki badań próbek typu CCT. Usunięto punkty pomiarowe odpowiadające odciążaniu próbek

Wykres nr 5.3-6 przedstawia zbiorczo zależności obciążenie-rozwarcie brzegów szczeliny uzyskane w czterech próbach (usunięto punkty pomiarowe uzyskane w trakcie odciążania próbek). Wyniki uzyskane w badaniu nr 2 są, jak widać, nieco większe od pozostałych. W próbie tej, inaczej niż w pozostałych, obciążenie zadawano poprzez wymuszenie przemieszczeń. Rozwarcia brzegów szczeliny uzyskane

w wyniku pierwszego badania są nieco niższe od uzyskanych w trakcie badań nr 3 i 4. Wpływ na uzyskane wyniki miała szybkość obciążania próbek.

5.4. Badania na próbkach ze szczeliną centralną wzmocnionych przyklejonymi włóknami węglowymi

Próbki przygotowano w ten sam sposób jak próbki typu CCT. Powierzchnie próbek oczyszczono przez szlifowanie. Włókna węglowe naklejono zgodnie z instrukcją producenta włókien i kleju firmy „Sika”. Zastosowano włókna typu CarboDur S oraz klej SikaDur30. Właściwości materiałowe włókien przedstawiono w tabeli 4.3-1 (na podstawie danych producenta). Powierzchnie tarczy stalowej oraz włókien odtłuszczono preparatem IsoPrimer. Włókna naklejano po dwóch stronach tarczy. Aby umożliwić pomiar rozwarcia brzegów szczeliny pozostawiono około 25 – 30 mm przerwy pomiędzy taśmami. Długość naklejonych włókien była stała i wynosiła 160 mm a grubość 1 mm. Taśmy przyklejono do tarczy stalowej na całej ich powierzchni z jednym wyjątkiem. Wykonano jeden typ próbek, w których włókna nie przyklejono na całej ich długości. Próbki te oznaczono DUR60KL50. Wykonano próbki wzmocnione włóknami o różnych polach powierzchni przekroju poprzecznego. Zastosowano wzmocnienia o polach powierzchni przekroju poprzecznego $A_z = 64 \text{ mm}^2$, $A_z = 120 \text{ mm}^2$ oraz $A_z = 240 \text{ mm}^2$. Badane próbki nazwano DUR16, DUR30, DUR60 wskazując na materiał, z którego wykonane jest wzmocnienie oraz szerokość zastosowanej taśmy. Wykonano też próbkę, na której włókna naklejono centralnie, nie mierzono wówczas rozwarcia brzegów szczeliny, a jedynie siłę niszczącą. Pole powierzchni naklejonych włókien wyniosło 60 mm^2 (dwie taśmy o szerokości 32 mm – próbka DUR16-1).

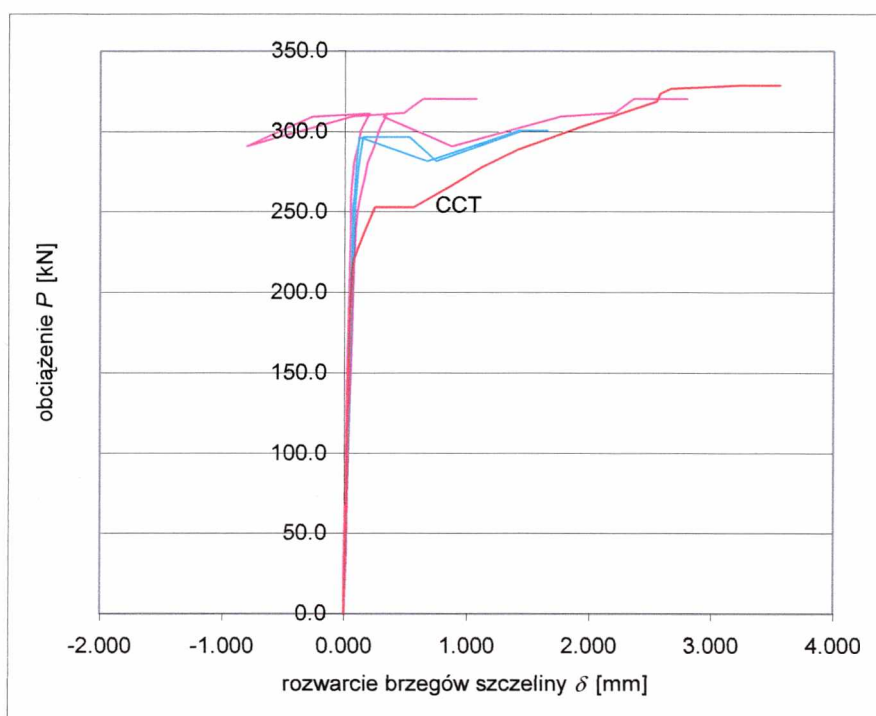
Próbki poddano rozciąganiu. Pomiędzy kolejnymi krokami obciążenia czekano, aż ustabilizują się wskazania rozwarcia brzegów szczeliny. Obciążenie sterowano siłą.

Opis i wyniki badań próbek DUR16

Próbka została wzmocniona włóknami o polu powierzchni przekroju poprzecznego $4 \times 16 \times 1 = 64 \text{ mm}^2$ (rys. nr 5.1-2, fot. nr 5.4-1). Zastosowano (po dwie taśmy na jedną stronę tarczy. Odległość między włóknami wynosiła 22 mm. Wykonano dwie próbki o tej samej geometrii.

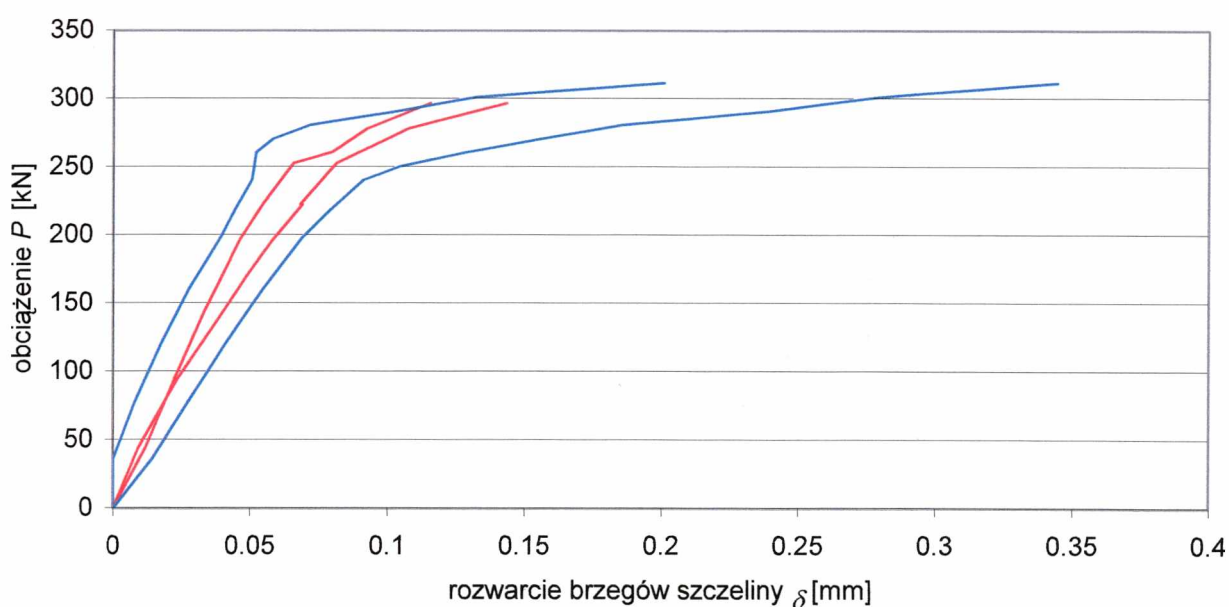
W trakcie obciążania próbki aż do chwili odspojenia się włókien węglowych, co nastąpiło w wypadku jednej próbki przy sile 297 kN, w wypadku drugiej próbki – przy sile 309 kN, nie zaobserwowano żadnych efektów, np. miejscowego odpadania zendry. Rozwarcie brzegów szczeliny było nieznaczne. Dopiero w momencie odpadnięcia włókien węglowych rozwarcie brzegów szczeliny gwałtownie wzrosło. Odspojenie się kleju miało charakter bardzo gwałtowny. Jeden pasek włókna w całości „odskoczył” od tarczy. Wszystkie cztery włókna odspoiły się od tarczy niemal jednocześnie. Po odspojeniu się włókien węglowych badania pierwszej próbki przerwano, drugą próbkę badano do zniszczenia. Zupełne zniszczenie próbki (tzn. niestabilny rozwój szczeliny) nastąpiło przy sile 331 kN. Ostatnie stabilne obciążenie próbki wyniosło 321 kN. Od chwili przyłożenia obciążenia równego 331 kN do niestabilnego rozwoju szczeliny upłynęło 35 minut. W tym czasie powoli narastało

rozwarcie brzegów szczeliny, szczelina zwiększała swoją długość, a wartość siły utrzymywała się na stałym poziomie. Wykres 5.4.-1 przedstawia wyniki dwóch badań próbek typu DUR16 oraz próbki bez wzmocnienia (typu CCT – kolor czerwony).



Rys. 5.4.-1. Wyniki badań próbek typu DUR16 oraz wynik badania próbki CCT (wyniki z czwartej próby)

Wykres 5.4.-2 przedstawia wyniki badań obydwu próbek do chwili odpadnięcia włókien. Wykres ma charakter quazi liniowy, a załamanie następuje prawdopodobnie w chwili pełnego uplastycznienia przekroju stalowego tarczy.



Rys. 5.4.-2. Wyniki badań próbek typu DUR16 do chwili odpadnięcia włókien

W wypadku próbki DUR16-1 włókna odpadły przy obciążeniu 307 kN, zatem rozsuniecie taśm od środka szczeliny nie wpłynęło znacząco na wartość obciążenia niszczącego.

Opis i wyniki badań próbek DUR 30

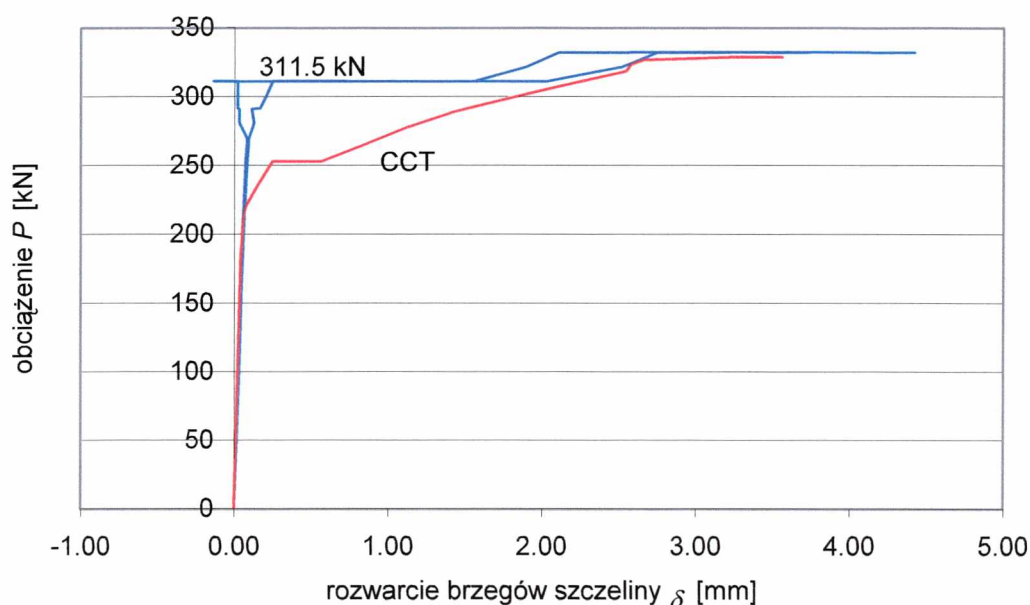
W próbce DUR30 zastosowano włókna szerokości 30 mm (rys. 5.1-3). Odległość pomiędzy taśmami wyniosła 22 mm. Podobnie jak przy badaniu próbki DUR16, do chwili odpadnięcia włókien węglowych na próbce nie zaobserwowano żadnych efektów. Zdjęcia nr 5.4-4 i 5.4-5 przedstawiają próbki w trakcie badań. Rozwarcie brzegów szczeliny było bardzo małe, nie zaobserwowano miejscowego odpadania zendry. Taśmy z włókien węglowych odskoczyły przy sile równej 311 kN. Najpierw odpadły taśmy z jednej strony tarczy, a po dwóch minutach (przy stałej sile) odspoiły się taśmy z drugiej strony tarczy. Po odspojeniu włókien rozwarcie brzegów szczeliny zaczęło gwałtownie rosnać, jednak ustabilizowało się po kilku minutach. Po odpadnięciu włókien nie przerwano badań, próbka była dalej poddawana rozciąganiu. Pomimo wzrostu obciążenia nie zaobserwowano miejscowego odpadania zendry (wskazującego na obszar uplastycznienia). Wraz ze wzrostem obciążenia można było zaobserwować przyrost długości szczeliny. Wzrost ten miał odmienny charakter niż ten obserwowany w trakcie rozciągania próbek bez wzmocnienia. Nie zaobserwowano efektu wyokrąglenia się końca pęknięcia. Wierzchołek pęknięcia miał cały czas kształt ostrego klina. Po obciążeniu do siły 332 kN wskazania czujników mierzących rozwarcie brzegów szczeliny nie stabilizowały się przez okres jednej godziny, lecz pokazywały przyrost mierzonej wielkości. W ciągu tego czasu można było zaobserwować sferyczne wgłębienie u wierzchołka szczeliny. Po okresie jednej godziny od chwili przyłożenia obciążenia 332 kN rozwarcie brzegów szczeliny zaczęło gwałtownie wzrastać i nastąpił niestabilny rozwój szczeliny.

Przełom pęknięcia miał charakter nieco odmienny niż przełom próbek nie wzmocnianych. A mianowicie, u wierzchołka szczeliny na długości około 3-5 mm można było zaobserwować wargi pęknięcia. Przełom, zatem nie był w całości płaski.

Poczynione obserwacje mogą wskazywać na nieco odmienny w obydwu wypadkach rozkład naprężeń i w konsekwencji na odmienny charakter zniszczenia. W rozciąganej próbce bez wzmocnienia powstawała strefa uplastycznienia u wierzchołka szczeliny, która wraz z osiągnięciem siły granicznej przybierała kształt klina. Przypuszcza się, że w próbce wzmocnionej naprężenia rozkładały się bardziej równomiernie w przekroju netto a uplastycznieniu podlegał obszar o powierzchni większej niż w wypadku próbki bez wzmocnienia.

Przeprowadzono jedno badanie na próbce DUR30. Wyniki przedstawiono na wykresie 5.4.-3. Czerwoną linią pokazano wyniki uzyskane w wyniku badania próbki bez wzmocnienia (typ CCT)

Jak widać na wykresie, jeden z czujników mierzący rozwarcie brzegów szczeliny wskazywał ujemne wartości. Można wnosić, że nastąpiło odspojenie się jednej taśmy wzmacniającej i próbka była rozciągana mimośrodowo.



Rys. 5.4-3. Wyniki badań próbek typu DUR30 oraz wynik badania próbki CCT (wyniki z czwartej próby)

Opis i wyniki badań próbek DUR60 i DUR60KL50

Do próbki oznaczonej symbolem DUR60 zastosowano wzmocnienie z taśm o szerokości 60 mm. Taśmy przyklejono (rys nr 5.1-4), licując zewnętrzne krawędzie taśmy z krawędzią tarczy stalowej. Odległość między taśmami wynosiła zatem 30 mm. Wykonano cztery próbki o tej samej geometrii przyklejone na całej powierzchni (DUR60) oraz dwie próbki przyklejone na długości 50 mm, pozostawiając po 30 mm bez kleju (DUR60KL50) jak na rys. 5.1-5.

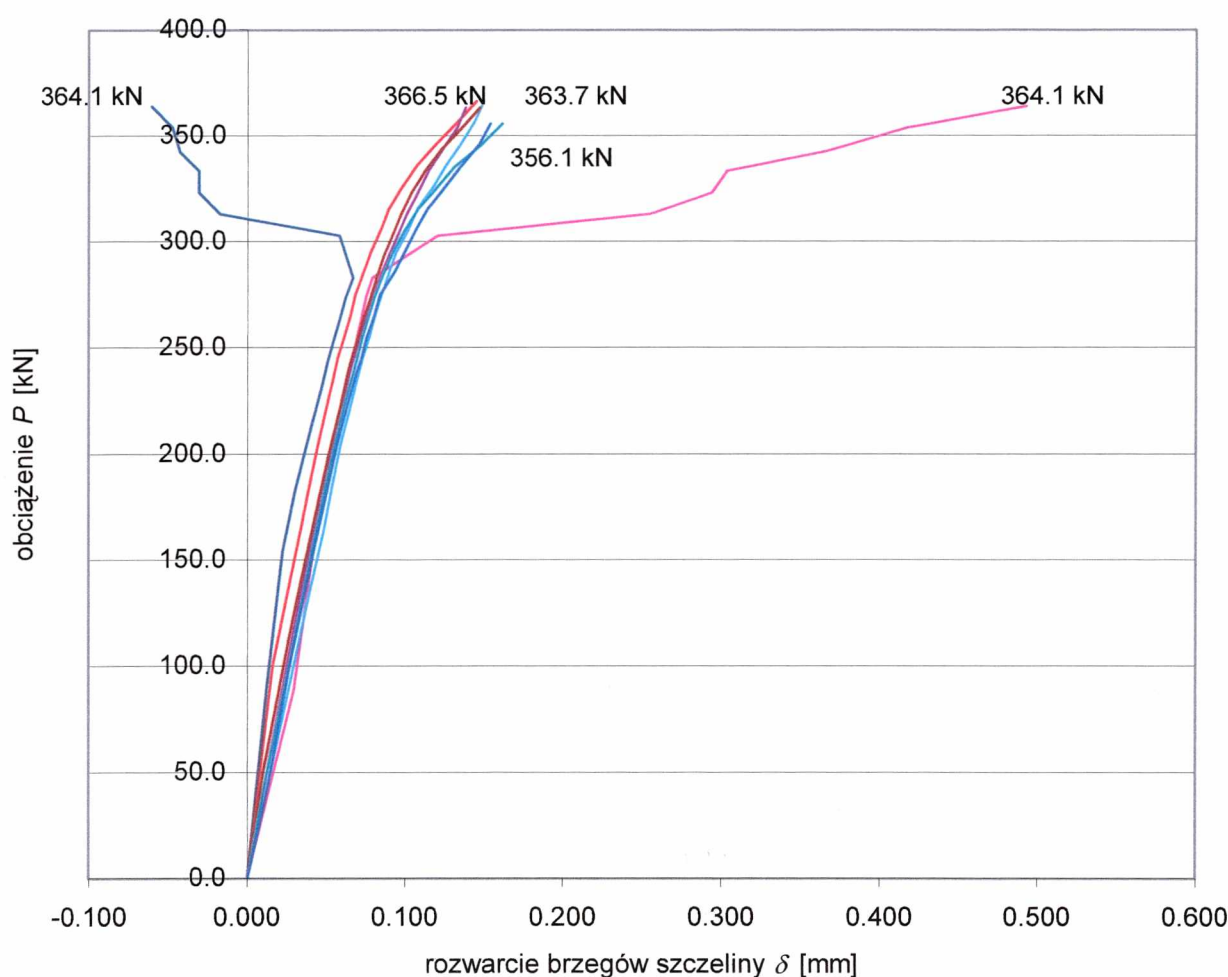
Próbki o wzmocnieniu naklejonym na całej powierzchni taśmy – DUR60

Próbki w trakcie rozciągania zachowywały się bardzo podobnie. Do obciążenia wynoszącego 275 kN wskazania czujników stabilizowały się bardzo szybko po przyłożeniu obciążenia, tzn. nie dłużej niż 0.5 min. Przy obciążeniach większych od 275 kN należało czekać od 2 do 10 minut na ustabilizowanie się wskazań. Przy obciążeniu tym można było także zaobserwować nieznaczną zmianę nachylenia wykresu rozwarcie brzegów szczeliny-obciążenie (δ - P).

Do chwili odpadnięcia włókien węglowych, które jak poprzednio miało charakter gwałtowny (włókna odskakiwały od tarczy), nie obserwowano żadnych efektów na powierzchni próbek (np. odpadania zendry), a rozwarcie brzegów szczeliny było stosunkowo nieduże. Odpadnięcie włókien następowało przy sile równej 356-364 kN. Po odpadnięciu włókien próbka ulegała natychmiastowemu zniszczeniu wskutek niestabilnego wzrostu szczeliny. Na zdjęciach 5.4-6 i 5.4-7 pokazano próbki po zniszczeniu (sfotografowana próbka nie uległa zniszczeniu tylko dzięki temu, że natychmiast w chwili odpadnięcia włókien zmniejszono przykładane obciążenie). Obciążenie niszczące było o około 40 kN (12 %) większe w porównaniu z próbkami bez wzmocnienia. Jedna z badanych próbek zachowała się w sposób odmienny od

pozostałych. Z czterech naklejonych taśm – jedna taśma odpadła przy sile równej 303 kN. Jednak pozostałe taśmy odpadły dopiero przy obciążeniu wynoszącym 364 kN. Po odpadnięciu jednej taśmy czujnik indukcyjny umieszczony po tej stronie tarczy, na której odpadła taśma, zaczął wskazywać zmniejszanie się rozwarcia brzegów szczeliny, podczas gdy drugi wskazywał na zwiększanie się rozwarcia brzegów szczeliny. Świadczy to o tym, że tarcza była rozciągana mimośrodowo. Podobnie jak w trakcie badania próbki DUR30 nastąpiło odspojenie się jednej taśmy badanej próbki. Niezwykle ciekawe jest, że pomimo odspojenia się jednego włókna zniszczenie tej próbki nastąpiło przy takim samym obciążeniu jak pozostałych trzech próbek.

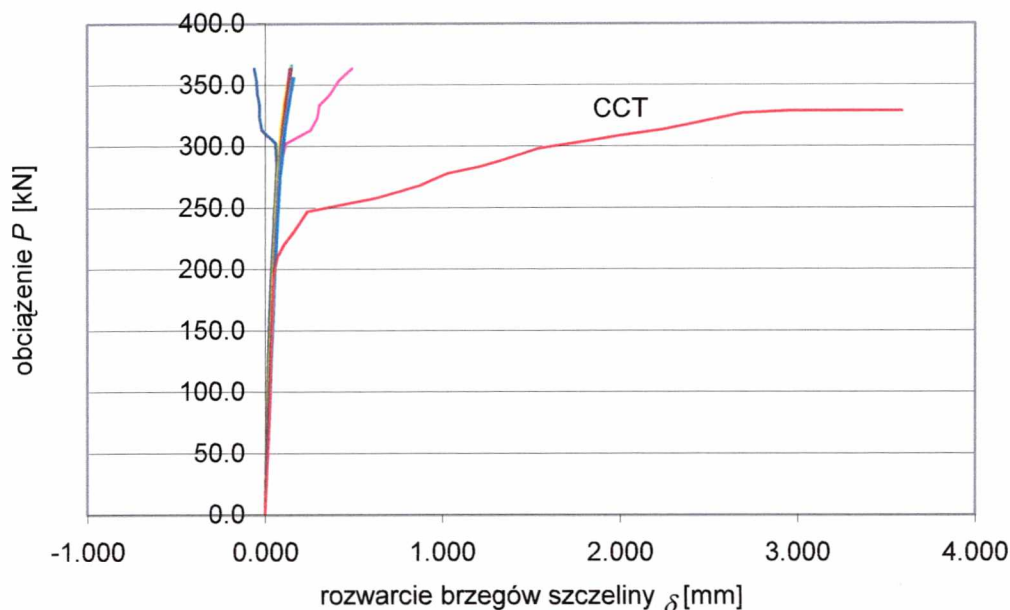
Wyniki czterech prób przedstawiono na wykresach 5.4-4 i 5.4-5. Odpadnięcie włókien i natychmiastowe zniszczenie próbek następowało przy obciążeniu 356.1; 363.7; 366.5; 364.1 kN. Na wykresie nr 5.4-5 pokazano zależność δ - P badanych próbek, razem z zależnością uzyskaną dla próbki bez wzmocnienia (typu CCT).



Rys. 5.4-4. Wyniki czterech badań próbek typu DUR60

Widoczne jest, że rozwarcie brzegów szczeliny jest bardzo małe nawet przy bardzo wysokich obciążeniach. Naklejone taśmy z włókien węglowych uniemożliwiły wzrost

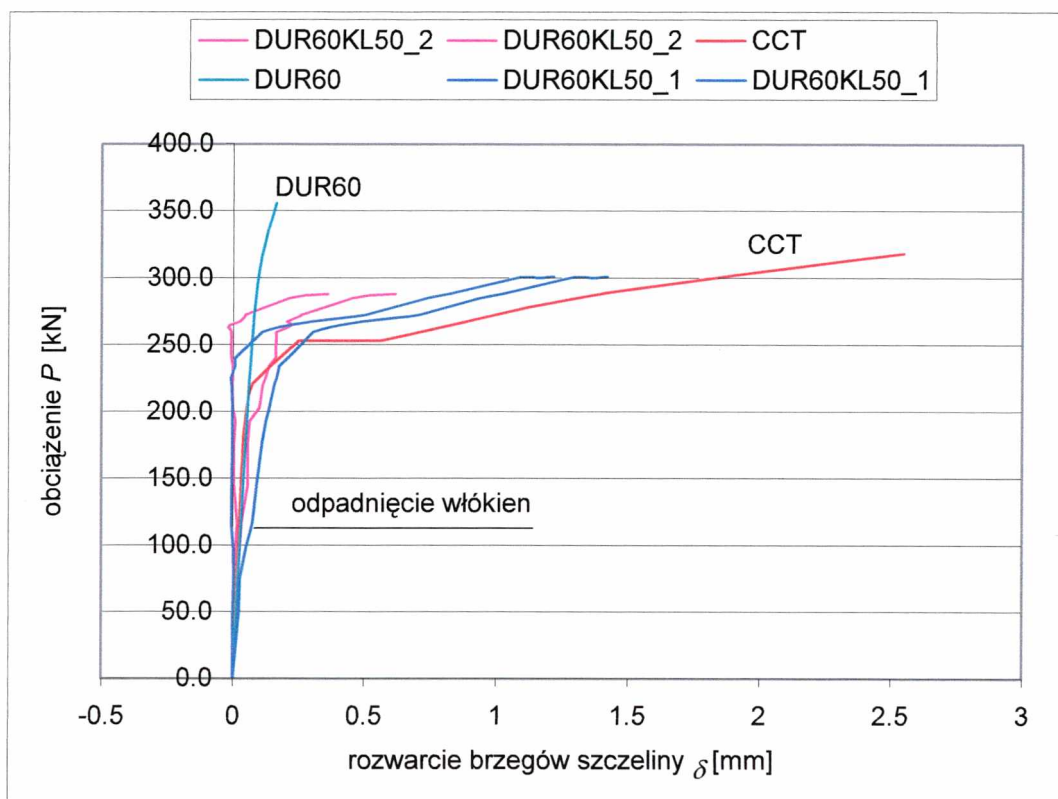
długości szczeliny i do odpadnięcia włókien, szczelina nie powiększyła się. Świadczy to o wysokiej skuteczności wzmocnienia.



Rys. 5.4-5. Wyniki badań próbek typu DUR60 oraz wynik badania próbki CCT (wyniki z czwartej próby).

Próbki o wzmocnieniu naklejonym nie na całej powierzchni (DUR60KL50)

Próbki wykonano podobnie jak próbki DUR 60, zmieniono jednak długość skleiny patrz rys. 5.1-5. Na wykresie 5.4-6 pokazano zależności δ - P próbek typu DUR60KL50. Wykonano dwie próbki tego typu. Dodatkowo zamieszczono zależności uzyskane dla próbek CCT (bez wzmocnienia) oraz dla próbki przyklejonej na całej powierzchni. Taśmy z włókna węglowego odpadały już przy obciążeniu 100 kN. Dlatego też charakter wykresu δ - P tych próbek jest podobny do wykresu uzyskanego dla próbki nie wzmocnionej. Badania przzerwano zanim nastąpiło zniszczenie.



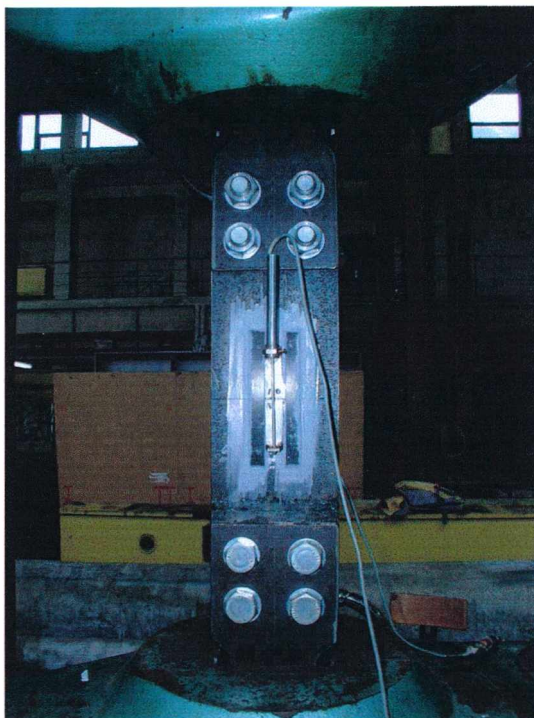
Rys. 5.4-6. Wyniki badań próbek typu DUR60KL50 (próbki, w których włókna węglowe przyklejono nie na całej ich długości) oraz wyniki badań próbek DUR60 i CCT

5.5. Badania na próbkach ze szczeliną centralną wzmocnionych płaskownikami stalowymi

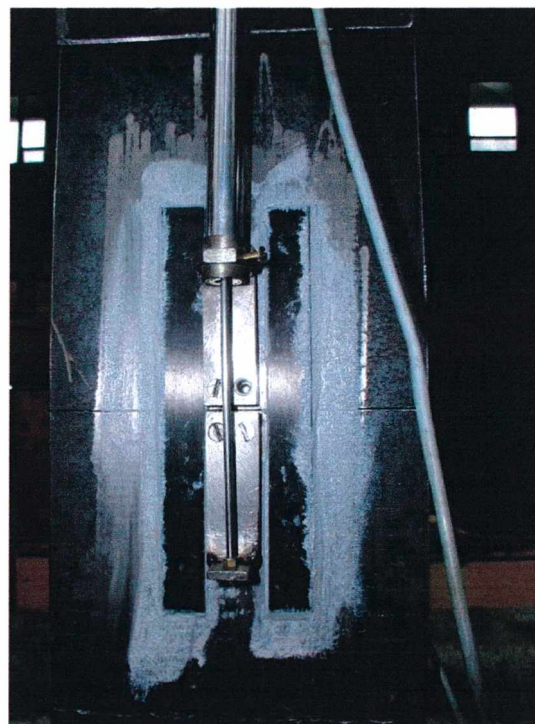
5.5.1. Opis badań próbek wzmocnionych przyklejonymi płaskownikami

Tarcza ze szczeliną wzmocniona została przyklejonymi płaskownikami o wymiarach 40×6 i długości 160 mm. Zastosowano płaskowniki ze stali St3S i klej SikaDur30, stosowany do klejenia włókien węglowych. Geometria próbek pokazana jest na rys. 5.1-6 oraz na zdjęciach 5.5.1-1 do 5.5.1-3.

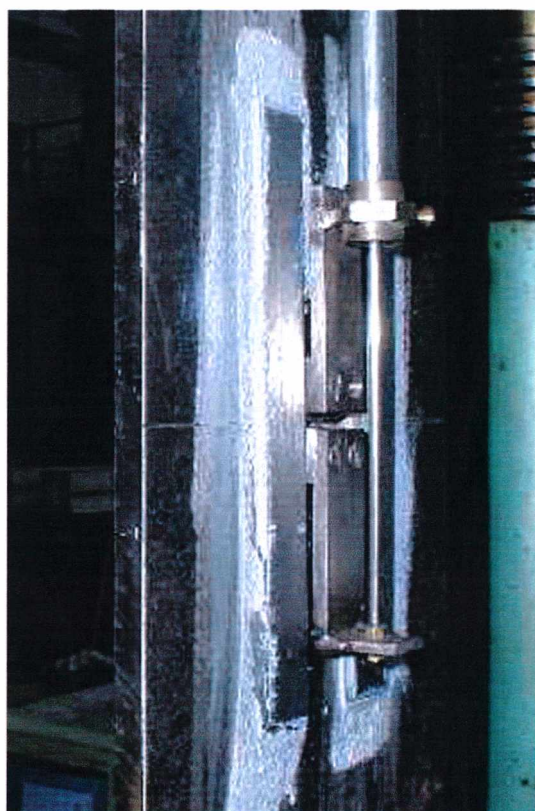
Płaskowniki odpadły przy obciążeniu 281kN, czyli niższym aniżeli w wypadku próbek DUR30, w których powierzchnia przyklejenia taśm była przecież mniejsza niż w próbkach Stal40. Tłumaczyć to należy większą sztywnością wzmocnienia wykonanego z płaskowników stalowych, a więc automatycznie i większą siłą w żebrach i sił tnących w warstwie kleju. Z tego punktu widzenia można powiedzieć, że wzmocnienie o małej sztywności jest korzystniejsze.



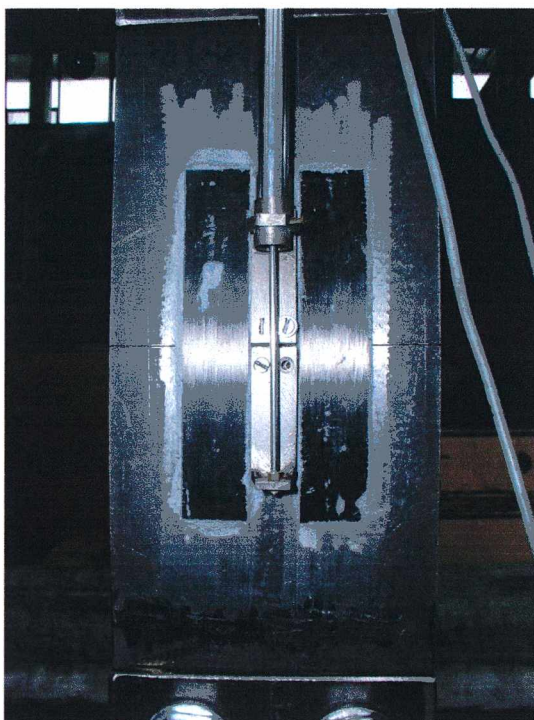
Fot. 5.4-1. Próbką DUR16 (wzmocnienie przyklejonymi włóknami węglowymi SikaCarboDurS) przygotowana do badań



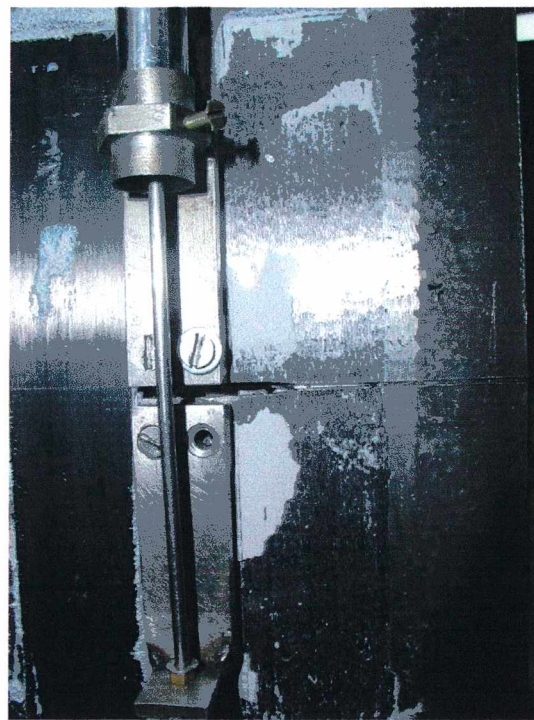
Fot. 5.4-2. Próbką DUR16 obciążona siłą $P = 291 \text{ kN}$



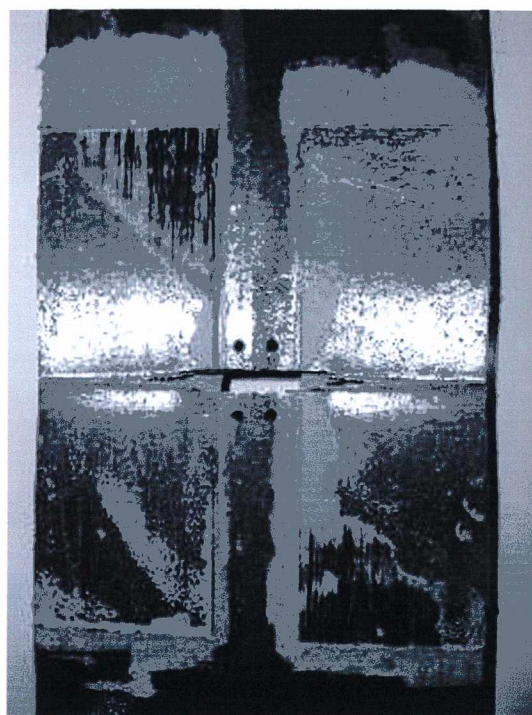
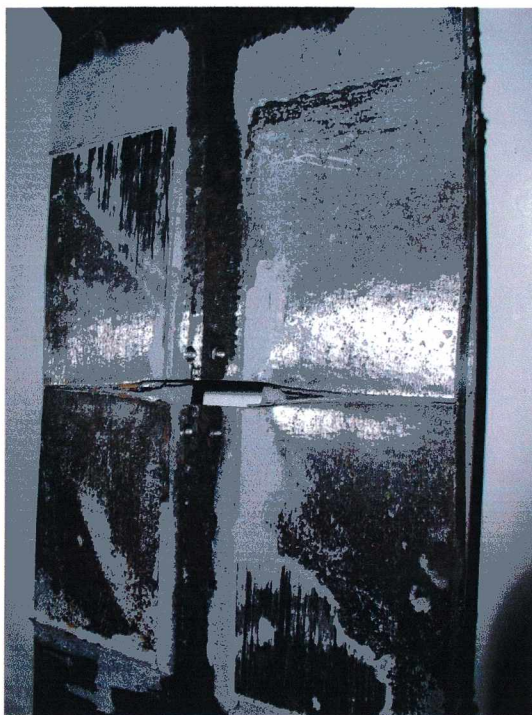
Fot. 5.4-3. Obciążenie $P = 309 \text{ kN}$ spowodowało odspojenie się taśm z włókien węglowych.



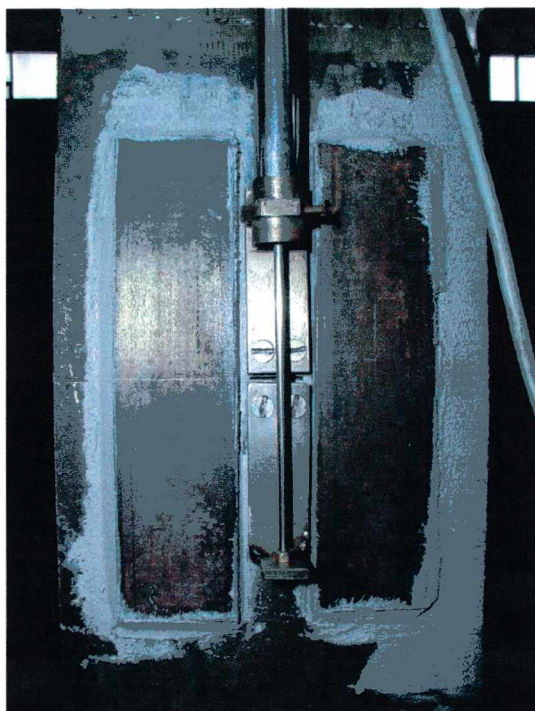
Fot. 5.4-4. Próbką DUR30



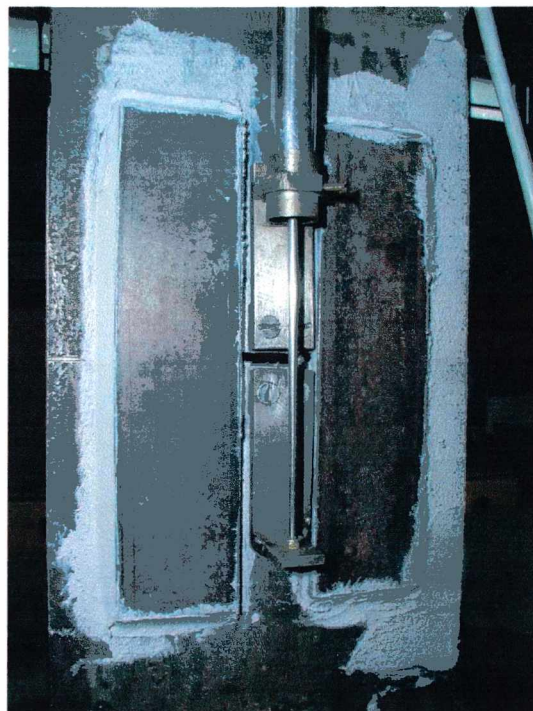
Fot. 5.4-5. Próbką DUR30 po odpadnięciu włókien (odpadnięcie włókien nastąpiło przy obciążeniu $P = 311 \text{ kN}$)



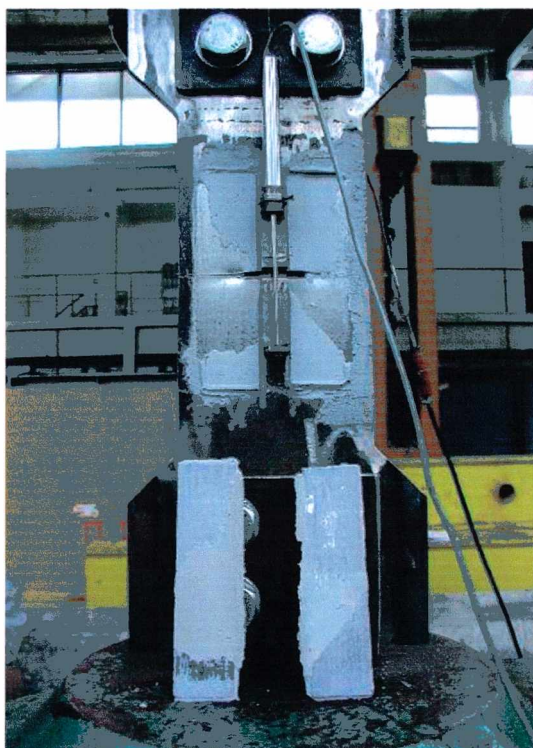
Fot. 5.4-6. i 5.4-7. Próbką DUR60 po odpadnięciu włókien (odpadnięcie włókien nastąpiło przy obciążeniu $P = 365 \text{ kN}$).



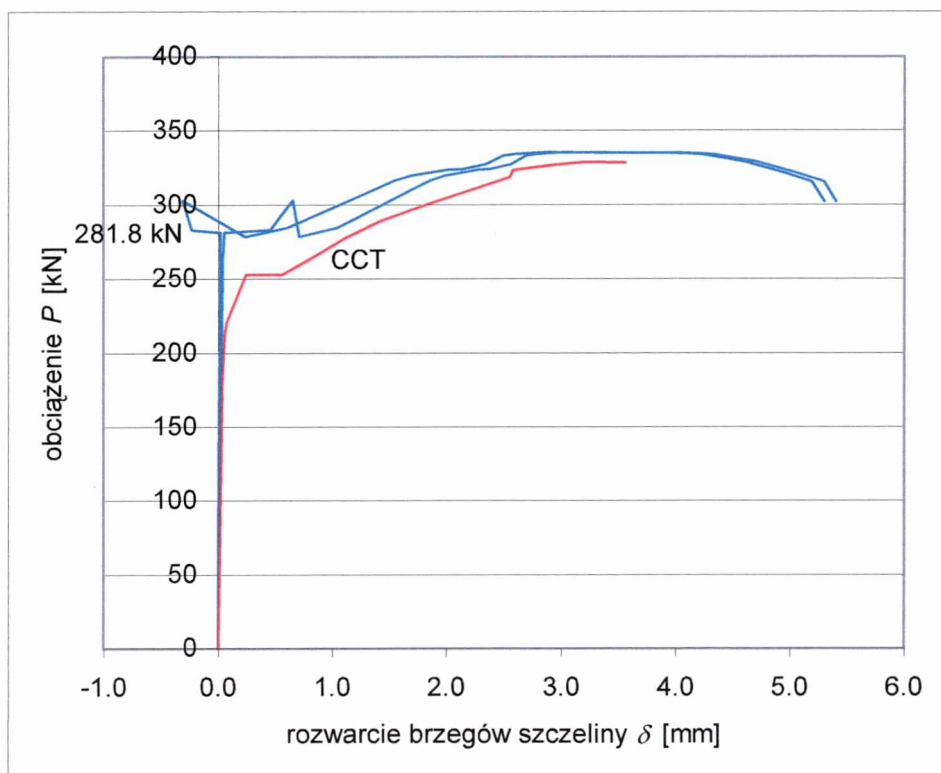
Fot. 5.5.1-1. Próbką Stal40 przed obciążeniem.
Wzmocnienie przyklejonymi
płaskownikami stalowymi



Fot. 5.5.1-2. Próbką Stal40 obciążona siłą
 $P = 280 \text{ kN}$



Fot. 5.5.1-3. Próbką Stal40 po odpadnięciu
płaskowników (przy obciążeniu
 $P = 281 \text{ kN}$)

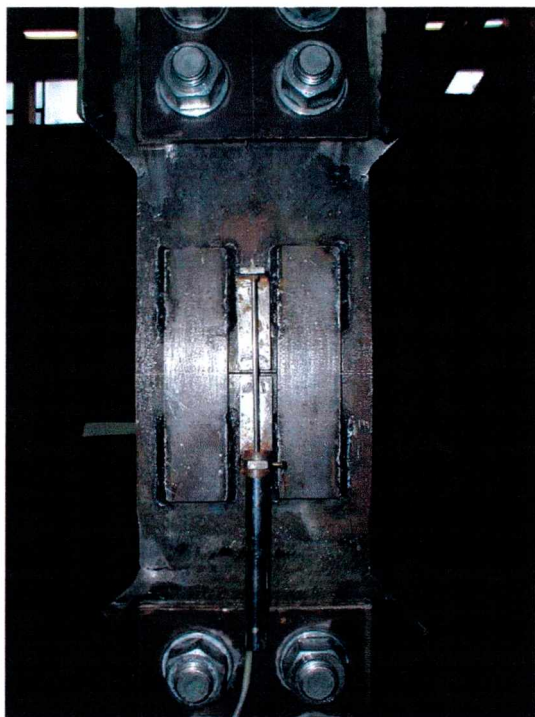


Rys. 5.5.1-1. Wyniki badania próbki typu Stal40 oraz wyniki badania próbki typu CCT

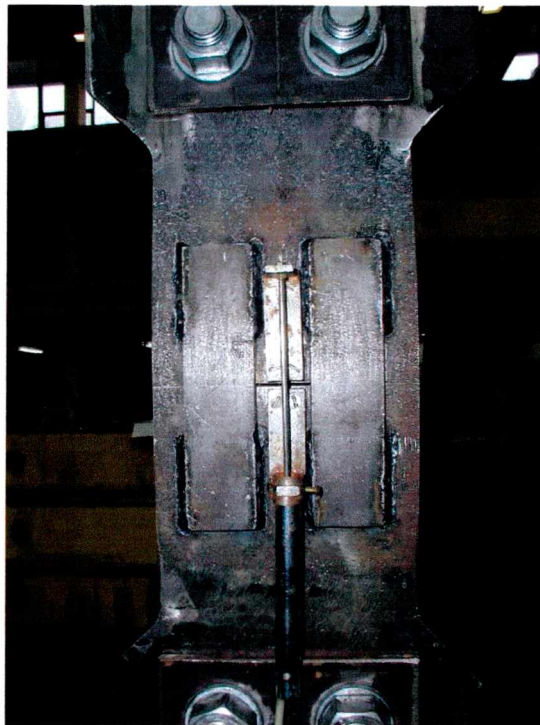
5.5.2. Opis badań próbek wzmocnionych przyspawanymi płaskownikami

Geometrię próbek Stal40Sp50 pokazano na rys. 5.1-7 oraz na zdjęciach nr 5.5.2-1 do 5.5.2-4. Płaskowniki ze stali St3S 40×6 (takie same jak w próbkach Stal40) zostały przymocowane do tarczy spoiną pachwinową grubości 4 mm. Wykres utracił liniowy charakter przy obciążeniu 472 kN. Powyżej obciążenia wynoszącego 484 kN zaobserwowano efekty uplastycznienia, najpierw na spoinie pachwinowej łączącej płaskowniki z tarczą, nieco później na samych płaskownikach, ale też i na tarczy powyżej wzmocnienia. Próbka uległa zniszczeniu powyżej wzmocnienia przy obciążeniu 540.4 kN ($\sigma = 360$ MPa), poprzez pełne uplastycznienie w przekroju, w którym wykonana była spoina czołowa. Spoina miała widoczne gołym okiem wady.

Wyniki badania próbek wzmocnionych przyspawanymi płaskownikami pokazano na wykresie 5.5.2-1. Wykres przedstawia zależność obciążenia od mierzonego rozwarcia brzegów szczeliny. Przedstawiono odczyty obydwu czujników. W celach porównawczych pokazano także wykres uzyskany w trakcie badania próbki bez wzmocnienia (czerwona linia).



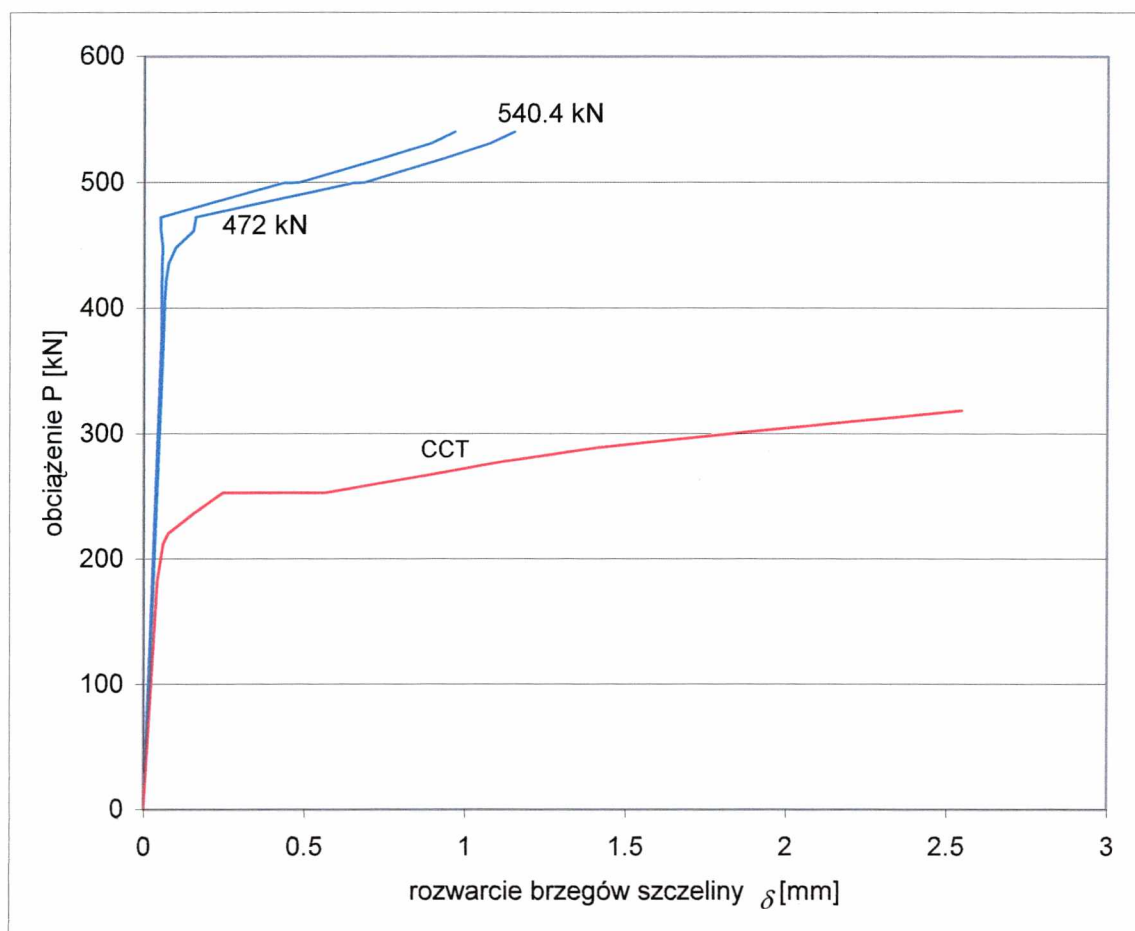
Fot. 5.5.2-1. Próbką Stal40Sp50 przed obciążeniem. Wzmocnienie przyspawanymi płaskownikami stalowymi



Fot. 5.5.2-2. Próbką Stal40Sp50 obciążona siłą 499kN



Fot. 5.5.2-3. i 5.5.2-4. Próbką Stal40Sp50 po zniszczeniu (540 kN). Odcięto płaskowniki, aby pokazać szczelinę. Wzrost rozwarcia szczeliny jest bardzo mały



Rys. 5.5.2-1. Wyniki badań próbek typu Stal40Sp50 oraz wynik badania próbki CCT

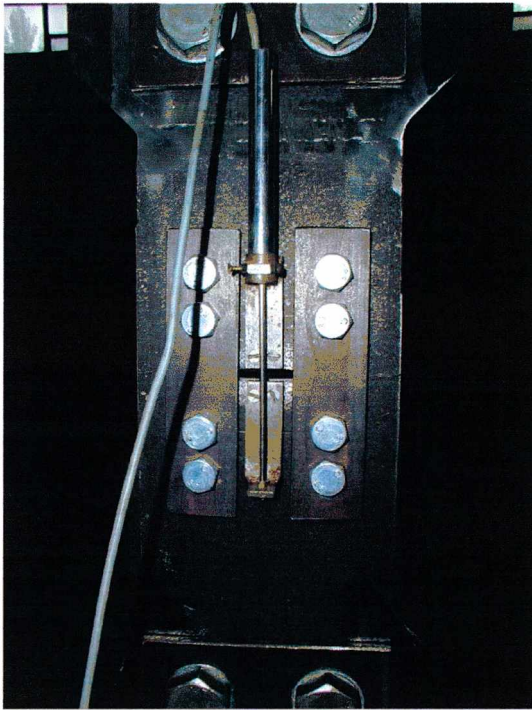
5.5.3. Badania próbek wzmocnionych przyśrubowanymi płaskownikami

Wykonano dwie różne próbki wzmocnione przyśrubowanymi płaskownikami. Próbki różnią się przekrojem poprzecznym zastosowanych płaskowników wzmacniających.

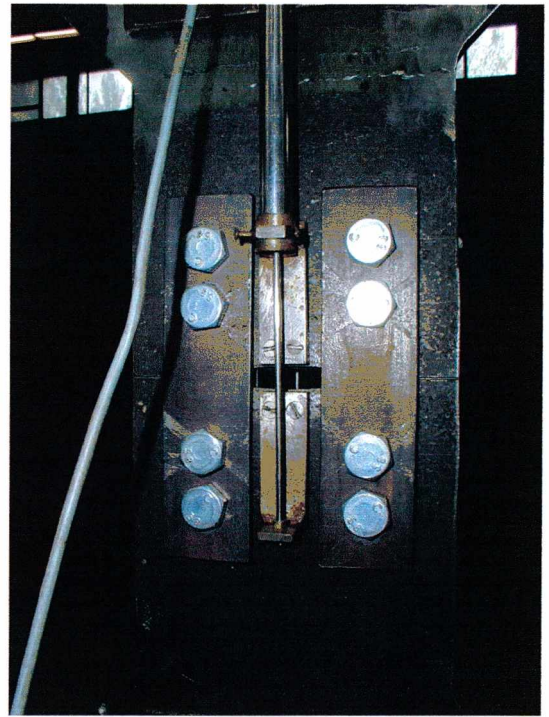
Opis i wyniki badań próbki typu Stal40Sruby

W pierwszym badaniu zastosowano płaskowniki (ze stali St3S) o przekroju 40×6 mm. Płaskowniki przymocowano na śruby zwykłe M12, a otwory wywiercono o średnicy 13 mm. Geometrię próbki pokazano na rys. 5.1-8 oraz na zdjęciach 5.5.3-1 do 5.5.3-4.

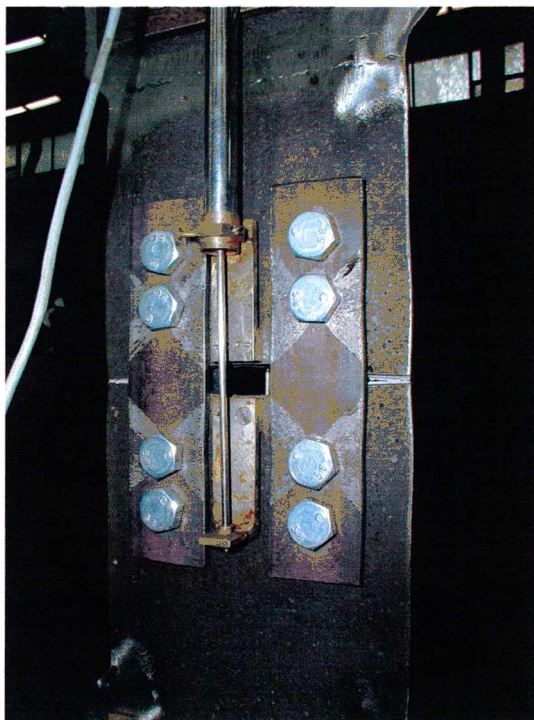
Próbka uległa zniszczeniu wskutek plastycznego wzrostu szczeliny. Rozwój szczeliny nastąpił po całkowitym uplastycznieniu płaskowników wzmacniających. Płaskowniki uplastyczniły się przy otworach, co dobrze ilustrują zdjęcia 5.5.3-3 i 5.5.3-4. Otwory na śruby uległy owalizacji wskutek docisku trzpienia do ścianki otworu, co zostało stwierdzone już po zniszczeniu próbki i odkręceniu płaskowników. Próbka przed zniszczeniem miała trzy szyjki (zwężenia), w przekroju szczeliny, oraz w przekrojach otworów położonych bliżej szczeliny. Wszystko to świadczy o tym, że energia była rozpraszana w wielu różnych procesach uplastycznienia. Próbka w początkowej fazie obciążania zachowywała się podobnie jak próbka bez wzmocnienia (widać to na wykresie 5.5.3-1). Wzmocnienie zaczęło działać, dopiero gdy próbka doznała stosunkowo dużych odkształceń. W trakcie obciążania następował



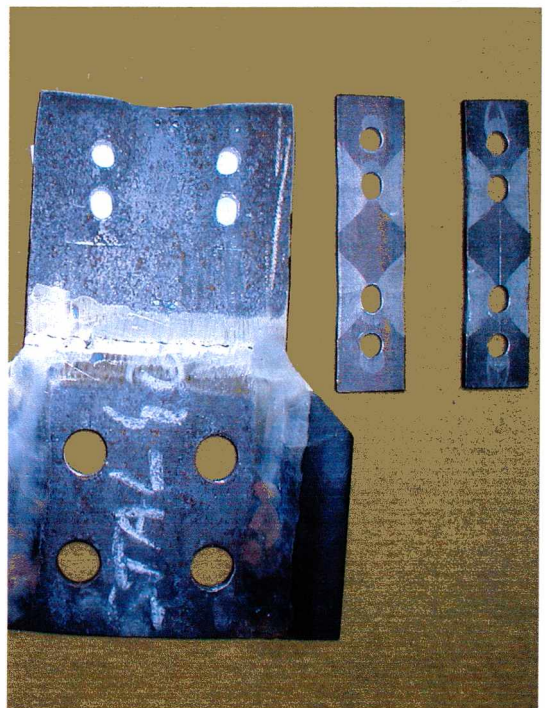
Fot. 5.5.3-1. Próbka Stal40Sruby obciążona siłą $P = 300 \text{ kN}$



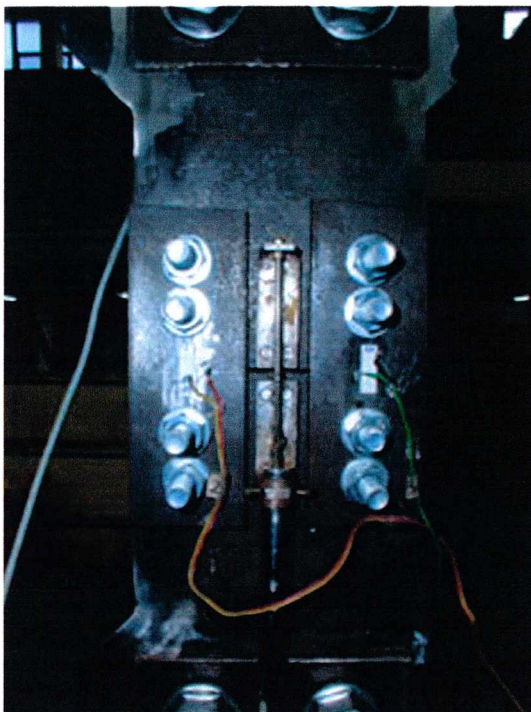
Fot. 5.5.3-2. Próbka Stal40Sruby obciążona siłą $P = 424 \text{ kN}$. Widoczne objawy uplastycznienia płaskowników



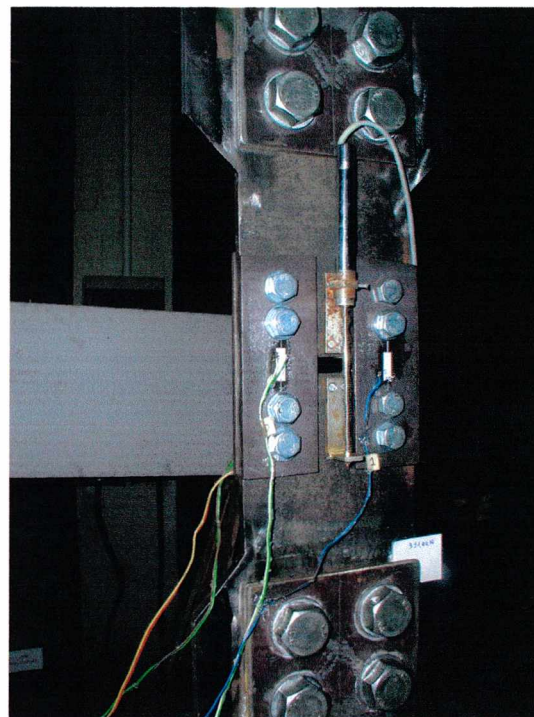
Fot. 5.5.3-3. Próbka Stal40Sruby po zniszczeniu. Największe obciążenie wyniosło $P = 454 \text{ kN}$



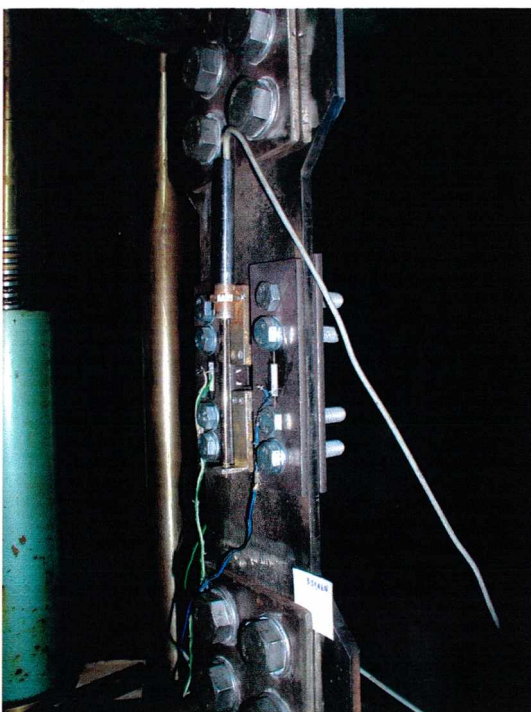
Fot. 5.5.3-4. Próbka Stal40Sruby po zniszczeniu. Widoczna jest owalizacja otworów w tarczy oraz stref uplastycznionych w płaskownikach (jaśniejszy kolor)



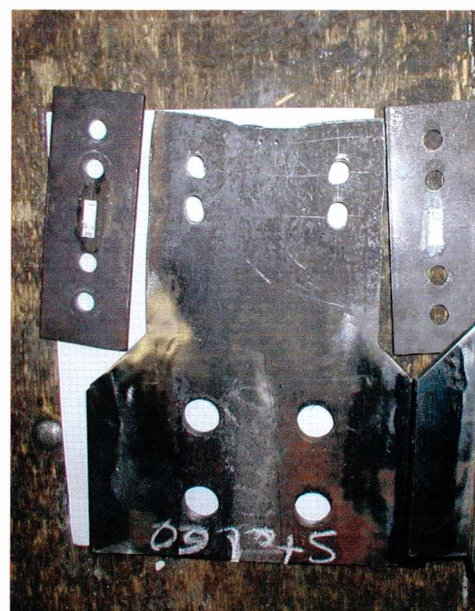
Fot. 5.5.3-5. Próbką Stal60Śruby
przygotowana do badań



Fot. 5.5.3-6 Próbką Stal60Śruby.
Obciążenie 391 kN.

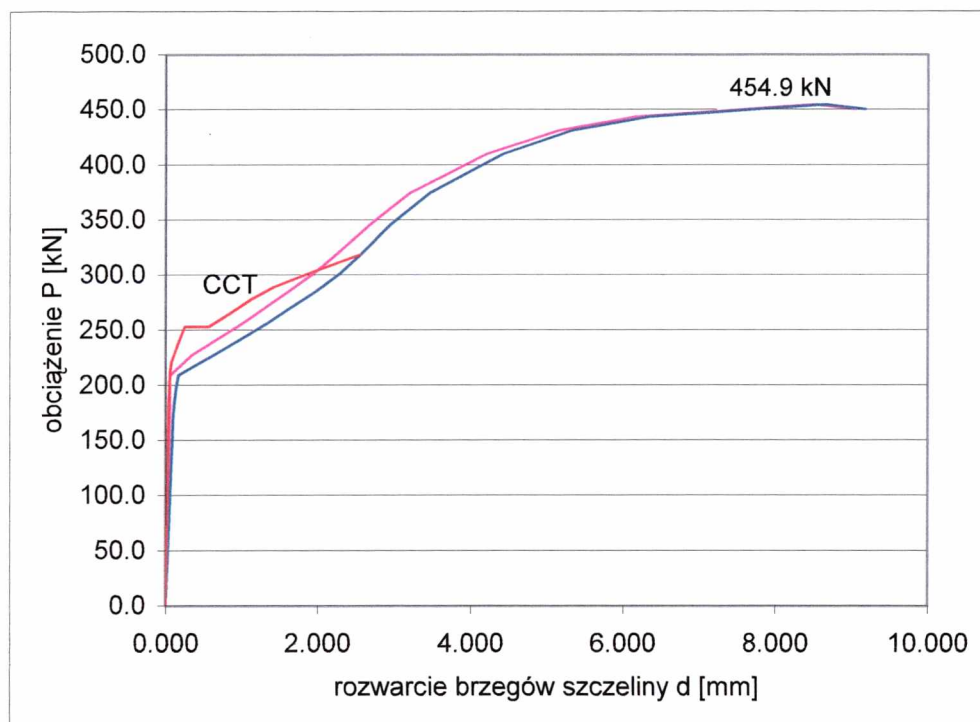


Fot. 5.5.3- 7. Próbką Sta60Śruby.
Obciążenie wynosi 391 kN.
Widoczne rozwarcie
w wierzchołku szczeliny



Fot. 5.5.3-8. Próbką Stal60Śruby po zniszczeniu.
Widoczna owalizacja otworów w tarczy

stabilny przyrost długości szczeliny. Próbka uległa zniszczeniu przy stosunkowo wysokim obciążeniu (454.9 kN) i przy bardzo dużym rozwarciu brzegów szczeliny (10 mm). Wskazania czujników rejestrujących rozwarcie brzegów szczeliny przez bardzo długi okres czasu nie stabilizowały się po wzroście obciążenia. Przy obciążeniu 390 kN badanie przerwano. Próbka została odciążona. Na drugi dzień badanie kontynuowano. Niestety, względy czasowe nie pozwoliły na przeprowadzenie próby w tak długim czasie, który pozwoliłby na ustabilizowanie się wskazań czujników. Obciążenie zwiększano, gdy przyrost rozwarcia szczeliny wynosił około 0.001 mm na 1 min. Można przypuszczać, że szybkość obciążania miała znaczący wpływ na osiągnięte wyniki. Zdecydowano się powtórzyć doświadczenie. Ze względu na to, że trudno było określić, czy przyczyną zniszczenia próbki jest rozwój szczeliny i zniszczenie przekroju netto, a w następstwie tego uplastycznienie płaskowników, czy też odwrotnie (tzn. czy uplastycznienie płaskowników spowodowało rozwój szczeliny), postanowiono zwiększyć przekrój płaskowników.



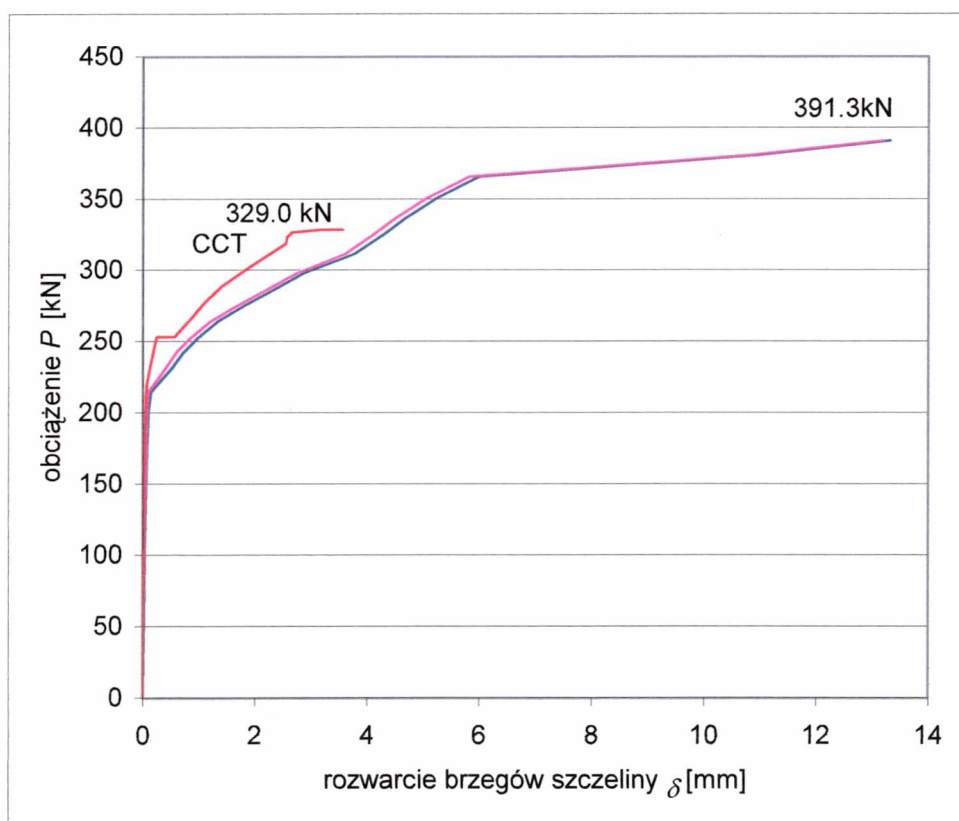
Rys. 5.5.3-1. Wyniki badań próbek typu Stal40Srubby oraz wynik badania próbki CCT

Opis i wyniki badań próbki typu Stal60Srubby

W drugiej próbie (próbka Stal60Suby) zastosowano płaskowniki o przekroju 60×4 mm (rys. 5.1-9). W celu oceny wartości siły w płaskownikach naklejono na nich tensometry. Wydłużono znacznie czas oczekiwania pomiędzy kolejnymi cyklami obciążenia próbki. W ostatniej fazie obciążania okres oczekiwania na ustabilizowanie się czujników wynosił ponad dwie godziny. W sumie całe badanie trwało prawie jednaście godzin. Próbka uległa zniszczeniu wyraźnie wskutek rozwoju szczeliny. W chwili gdy nastąpił niestabilny wzrost szczeliny, śruby zostały ścięte, a na płaskownikach nie zaobserwowano żadnych efektów uplastycznienia. Zanim doszło do niestabilnego rozwoju szczeliny, gołym okiem można było obserwować (pod płaskownikami) bardzo duży przyrost długości pęknięcia. Rozwarcie brzegów

szczeliny, podobnie jak w pierwszej próbie, osiągnęło bardzo duże wartości (13 mm). Jednak obciążenie, przy którym nastąpił niestabilny wzrost pęknięcia, było znacznie niższe niż w pierwszej próbie. Wyniosło ono 391.1 kN. Świadczy to dobitnie o tym, że czas przeznaczony na badanie w próbie pierwszej był za krótki. Zdjęcia 5.5.3-5 do 5.5.3-8 przedstawiają próbkę w trakcie badania oraz po zniszczeniu.

Wyniki badania próbki Stal60Srubby przedstawiono na wykresach 5.5.3-2 i 5.5.3-3. Wykres 5.5.3-2 przedstawia wartości obciążenia w zależności od mierzonego rozwarcia brzegów szczeliny uzyskane w trakcie badania próbki Stal60Srubby oraz tę samą zależność uzyskaną w wyniku badania próbki typu CCT. Jest nieco zaskakujące, że rozwarcie brzegów szczeliny rośnie szybciej aniżeli w próbce bez wzmocnienia. Nieoczekiwane jest także to, że wykres traci liniowy charakter przy obciążeniach nieco niższych aniżeli ten uzyskany na próbce bez wzmocnienia. Podobny efekt można też zaobserwować w wypadku próbki Stal40Srubby. Zapewne powodem takiego zachowania się elementu jest osłabienie tarczy otworami na śruby.

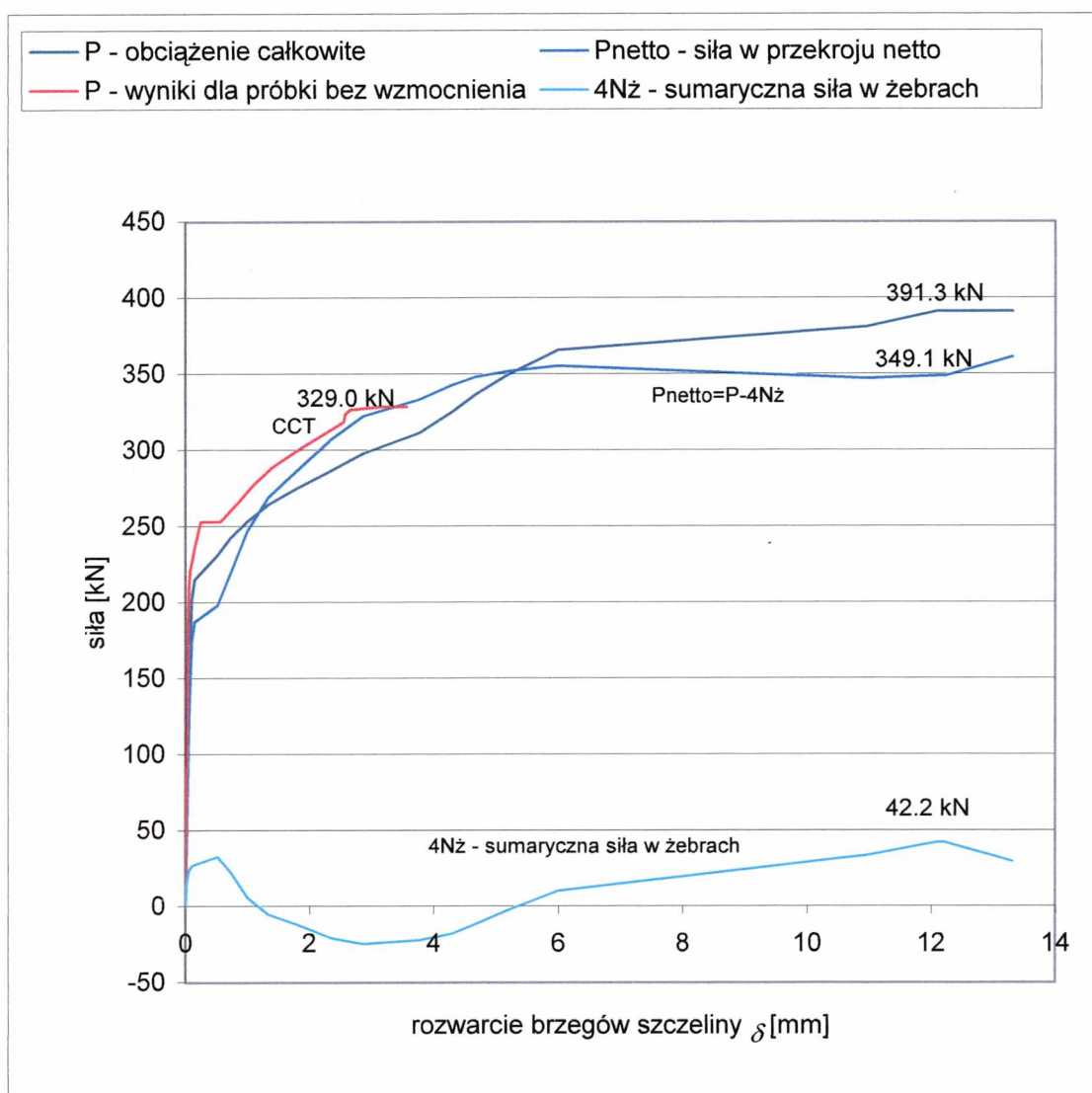


Rys. 5.5.3-2. Zależność δ - P uzyskana w wyniku badania próbki typu Stal60Srubby oraz próbki CCT

Wykres 5.5.3-3 przedstawia obciążenie całkowite, siłę w płaskownikach wzmacniających oraz siłę w przekroju tarczy netto w zależności od rozwarcia brzegów szczeliny. W celach porównawczych pokazano także wyniki uzyskane dla tarczy bez wzmocnienia (próbka CCT).

Zaskakuje fakt, że siła we wzmocnieniu po początkowym okresie wzrostu spada do wartości ujemnych i dopiero po pełnym uplastycznieniu przekroju netto znowu

rośnie. Należy jednak pamiętać, że tensometry przyklejone były na powierzchniach płaskowników i wskazywały odkształcenia właśnie tej powierzchni, a nie odkształcenia średnie w środku płaskownika.



Rys. 5.5.3-3. Wyniki badania próbki typu Stal60Sruby oraz próbek CCT.

Płaskowniki zapewne były zginane poprzez śruby i zewnętrzne powierzchnie płaskowników mogły być ściskane, a wewnętrzne rozciągane. Zatem nie można tych wskazań traktować jako średnich naprężeń w elementach wzmacniających. Ze względu na to, co powiedziano, także obliczenie siły w przekroju netto (jako różnicy przyłożonego obciążenia i siły w płaskownikach obliczonej na podstawie wskazań tensometrów) można traktować jedynie jako przybliżone i zapewne zawyżone.

5.6. Analiza wyników badań

5.6.1. Odporność na pękanie ustalona na próbkach typu CCT

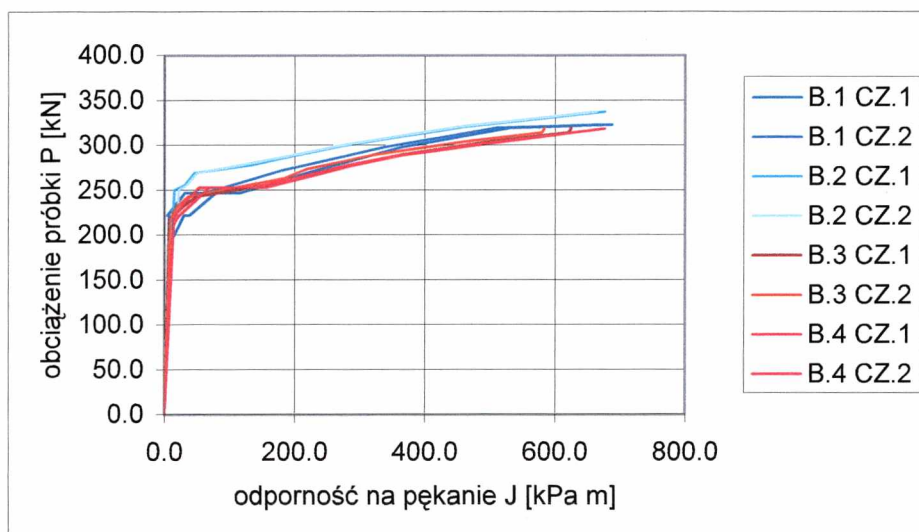
W wyniku badań rozciąganej tarczy wzmocnionej i bez wzmocnienia, otrzymano zależności rozwarcie brzegów szczeliny – obciążenie. Na podstawie uzyskanych wyników obliczono wartości całki J , którą obliczano zgodnie z procedurą zaproponowaną przez Schwalbe'go i Neale'a [67, 84] (wzór 2.3.2-3, wykresy 2.3.2-2 i 3). Całka J jest sumą komponentu sprężystego (J_{el}) i plastycznego (J_{pl}). Jako, że komponent sprężysty J_{el} jest tożsamy ze współczynnikiem uwalniania energii sprężystej (G), do jego obliczania zastosowano procedurę przedstawioną w rozdziale 2.1.2, i skorzystano z zależności (2.1-19).

Aby móc skorzystać ze wzoru (2.1-19) koniecznym było uzyskanie wyników siła przemieszczenie rozpatrywanych próbek uzyskanych dla różnych długości szczeliny. Obliczenia wykonano za pomocą metody elementów skończonych (program FEA LUSAS). W wypadku próbki CCT (tarcza bez wzmocnienia) wyniki uzyskane z analiz numerycznych porównano z wynikami obliczeń na podstawie Katalogu WIN [91] – patrz tabela 4.2-2. Różnica uzyskanych wartości nie przekroczyła 2% co świadczy o poprawności przyjętego modelu MES. Zastosowane modele, przyjęte dane materiałowe oraz wyniki analiz przedstawiono w rozdziale Analizy przy pomocy metody elementów skończonych.

W pracy [84] zaleca się obliczanie J_{el} na podstawie efektywnej długości szczeliny, z kolei w pracy [67] na podstawie długości początkowej. Biorąc pod uwagę fakt, że wartość sprężystego komponentu całki J jest bardzo mała (3% w chwili zniszczenia), a różnice między G i G_{eff} są także małe (10-15%), zastosowane w [67] uproszczenie jest w pełni uzasadnione i zostało zastosowane w pracy.

Wykres nr 5.6-1 przedstawia wartości obciążenia P w zależności od całki J dla próbki typu CCT (bez wzmocnienia). Na wykresie pokazano wartości całki J uzyskane we wszystkich czterech przeprowadzonych badaniach i obliczone na podstawie wartości rozwarcia brzegów szczeliny z dwóch czujników

Obliczone wartości całki J ze wszystkich badań są do siebie zbliżone. Jedynie próbka nr 2 wykazuje nieco mniejsze wartości całki J . Powodem jest fakt, że w tej próbie obciążenie zadawano za pomocą przemieszczeń.



Rys.5.6.1-1. Wartości całki J od obciążenia P ustalone dla próbek bez wzmocnienia (CCT). Oznaczenie B.3 CZ2 wskazuje nr badania (3) i nr czujnika 2.

W tabeli 5.6.1-1 przedstawiono krytyczne wartości całki J uzyskane w trakcie badań. Podano wartości całki J , obliczone przy obciążeniu, przy którym szczelina była jeszcze stabilna.

Tabela 5.6.1-1. Maksymalne wartości całki J uzyskane w badaniach próbek CCT.

BADANIE NR 1		BADANIE NR 2		BADANIE NR 3		BADANIE NR 4	
czujnik 1	czujnik 2	czujnik 1	czujnik 2	czujnik 1	czujnik 2	czujnik 1	czujnik 2
J	J	J	J	J	J	J	J
[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]
673.2	687.5	676.8	664.1	625.4	583.8	676.5	675.5

Tabele 5.6.1-2 i 5.6.1-3 przedstawiają wyniki badań próbki nr 4 wraz z obliczonymi długościami szczeliny. Długość szczeliny obliczono na podstawie podatności sprężystego odciążenia próbki [67]. Pomierzona długość szczeliny przed doświadczeniem wynosiła $2a_n = 38.4\text{mm}$ (rys. 5.1-1).

Tabela 5.6.1-2. Wartości całki J oraz długości szczeliny obliczone na podstawie na podstawie wyników z badania 4 i czujnika 1.

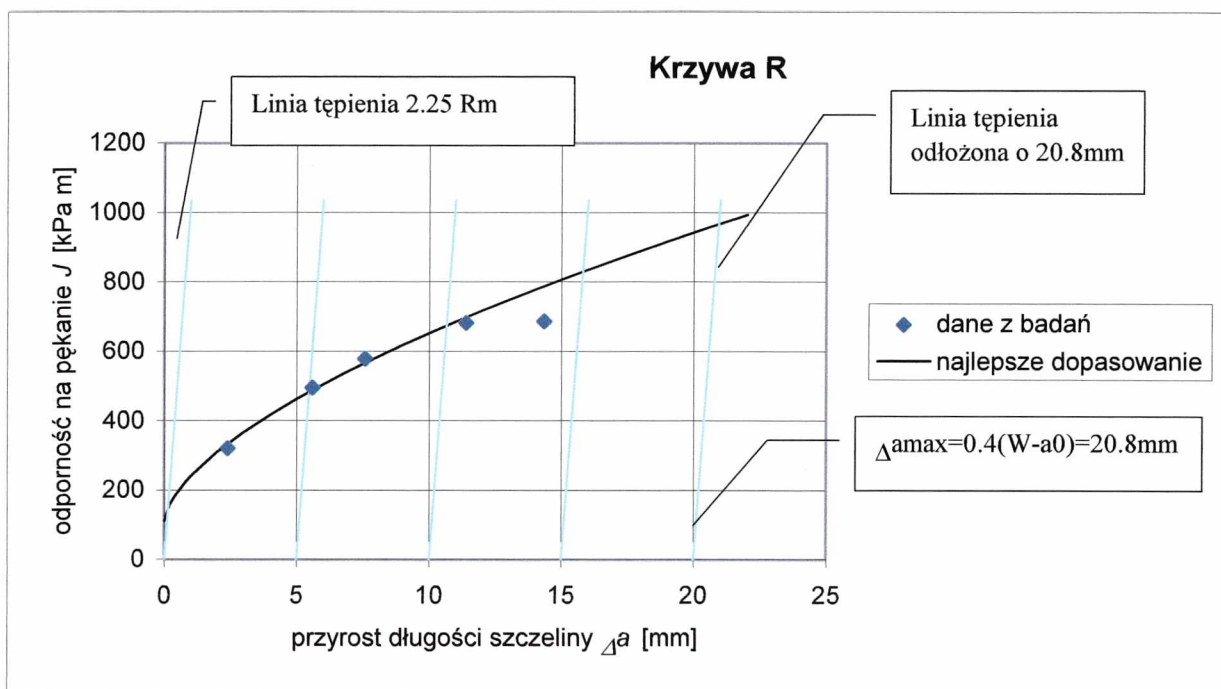
δl	P	J	a odciążenie	a obciążenie
[mm]	[kN]	kN/m	[mm]	[mm]
0.000	0.0	0.0		
0.079	212.6	7.8	18.5	17.0
0.109	221.16	14.8	18.8	18.4
0.208	236.8	38.6	17.0	16.9
0.626	253.4	147.0	17.8	18.0
0.931	266.88	225.3	18.8	19.7
1.170	278.16	286.2	20.3	20.2
1.463	289.28	364.0	20.7	22.2
1.966	302.76	506.3	23.0	22.7
2.602	318.88	676.5	24.0	26.9

Tabela 5.6.1-3. Wartości całki J oraz długości szczeliny obliczone na podstawie na podstawie wyników z badania 4 i czujnika 2.

δl	P	J	a odciążenie	a obciążenie
[mm]	[kN]	kN/m	[mm]	[mm]
0.000	0.0	0.0		
0.035	182.24	5.7	24.7	19.2
0.043	221.16	8.5	25.0	23.0
0.101	236.8	23.5	24.8	25.9
0.498	253.4	128.3	27.5	28.6
0.809	266.88	210.3	27.8	29.5
1.058	278.16	275.6	27.9	28.9
1.366	289.28	359.2	26.7	28.1
1.852	302.76	497.6	28.0	28.7
2.492	318.88	675.5	29.1	31.6

Ciekawym jest, że pomimo różnych szybkości obciążania próbek (jednak zawsze bardzo wolnych) we wszystkich próbach uzyskano zbliżone wartości całki J (wykres). W wyniku rozciągania próbek nr 1 i 2 uzyskano większe wartości obciążenia jednak wartość całki J jest zbliżona do wartości uzyskanych w próbach nr 3 i 4. Nie zaobserwowano zjawiska przedstawianego przez Kolednika [41] dużych różnic w wartościach całki J w zależności od sposobu wymuszania obciążenia. Za to stwierdza się dużą różnicę obciążenia niszczącego. Najpewniejsze wyniki uzyskano w próbie nr 4.

Na podstawie arbitralnie wybranych wyników z prób nr 3 i 4 wykreślono krzywą R . Odrzucono punkty pomiarowe, dające nierealistyczne przyrosty długości szczeliny. Wyznaczoną krzywą R przedstawiono na wykresie. Prezentowana krzywa R nie może być traktowana jako własność materiałowa badanej stali.



Rys. 5.6.1-2. Krzywa R wyznaczona na podstawie arbitralnie wybranych punktów pomiarowych uzyskanych w badaniach 3 i 4 próbek CCT.

Punkty pomiarowe opisano krzywą o równaniu:

$$J = 110 + 130 (\Delta a)^{0.62} \quad (5.6.1-1)$$

Na wykresie naniesiono linię tępienia opisaną równaniem proponowanym przez Neale'a [67]:

$$J = 2.25 R_m \Delta a. \quad (5.6.1-2)$$

Naniesiono także linie równoległą do linii tępienia odłożoną o wartość:

$$\Delta a_{\max} = 0.4(W - a_0) = 20.8 \text{ mm}.$$

Linia ta ogranicza punkty pomiarowe przydatne do wyznaczenia krzywej R . W badaniach nie uzyskano tak dużego przyrostu długości pęknięcia. Przyrost długości pęknięcia nie przekraczał 15 mm.

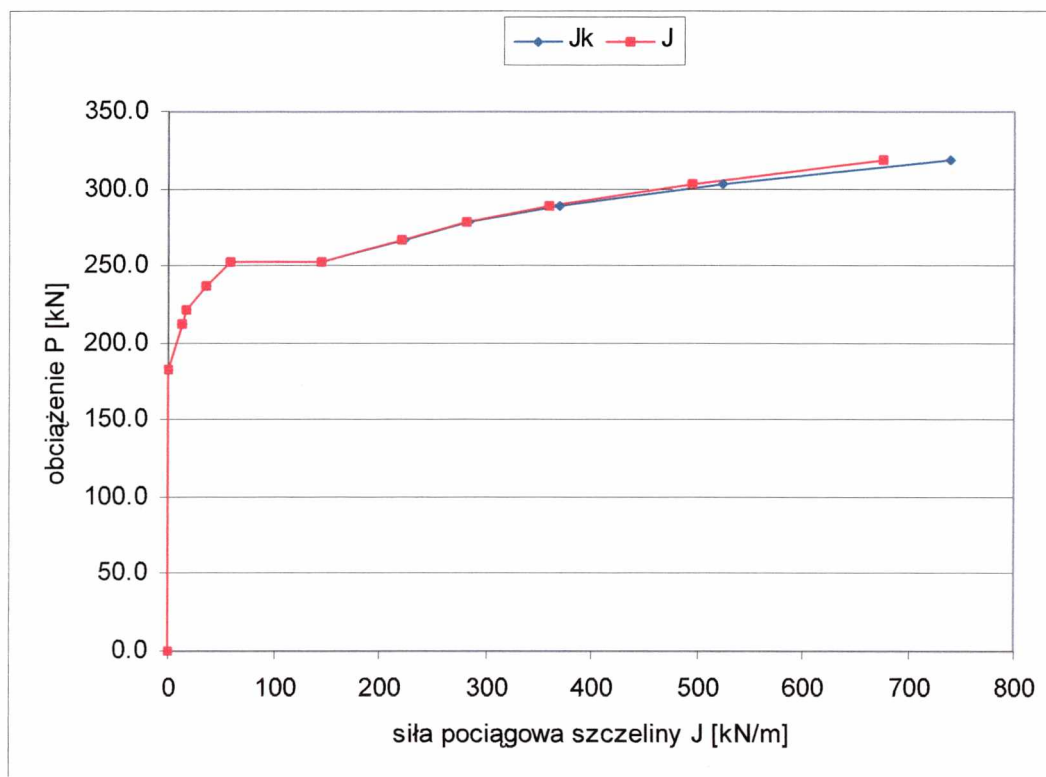
Wartość całki $J = 149 \text{ kPa m}$ (przecięcie się linii tępienia i krzywej R) wskazywałaby na moment inicjacji pęknięcia. W badaniach nie udało się ustalić momentu inicjacji pęknięcia. Wyraźny przyrost długości szczeliny o około 1 mm (w próbie nr 4) zaobserwowano przy sile 266 kN, co odpowiada wartości całki J około 210 kPa m.

Procedura EFAM GTP 94 [84] nie określa górnej wartości całki J dla próbek typu CCT a jedynie dla próbek typu TPB i CT. Procedura określa maksymalną siłę, do której można wyznaczać całkę J (2.3.2-4)

Jeżeli za $R_{p0.2}$ przyjmiemy 260 Mpa to wartość ta wynosi 351 kN i jest równa maksymalnemu obciążeniu uzyskanemu w badaniu nr 2 (wymuszenie obciążenia

przemieszczeniem). W próbach 3 i 4 uzyskano niższe wyniki maksymalnego obciążenia (ostatnie stabilne obciążenie wynosiło odpowiednio 320 i 319 kN).

Schwalbe i Neale [84] zalecają wyznaczać krzywą R na podstawie inkrementalnej formuły na całkę J (wzór 2.3.2-5) zamiast (2.3.2-3). Wzór 2.3.2-5 uwzględnia wpływ przyrostu długości pęknięcia na wartość całki J . Wykres 5.6.1-3 przedstawia wartości całki J obliczone wg obydwu wzorów. Różnica uzyskanych wartości dla najwyższego stabilnego obciążenia (319 kN) nie przekracza 10%.



Rys. 5.6.1-3. Całka J wyliczona wg formuły inkrementalnej (2.3.2-5) – J_k , oraz wg formuły (2.3.2-3) – J . Formuła (2.3.2-5) uwzględnia wpływ przyrostu długości szczeliny na wartość całki J .

Wnioski z badań próbek typu CCT

Na podstawie analizy wyników badań próbek CCT można stwierdzić, że :

1. materiał badany był w górnym zakresie odporności na pękanie, gdyż niestabilny rozwój szczeliny poprzedzony był stabilnym wzrostem długości pęknięcia, a niestabilny rozwój następował przy zbliżonych do siebie wartościach całki J .
2. Krytyczna wartość parametru J (tzn. wartość parametru, ustalona dla ostatniego obciążenia, przy którym szczelina zachowywała się stabilnie) badanego materiału wynosi $J=676\text{kN/m}$. Odpowiadająca mu wartość przyrostu długości pęknięcia wynosi około $\Delta a = 10\text{-}14\text{mm}$. Wartość ta została wyliczona zgodnie z propozycją Neale'a [67] i odpowiada przyrostowi długości pęknięcia obserwowanemu gołym okiem . Ze względu na mało dokładny sposób określenia przyrostu długości pęknięcia krytyczną wartość parametru J oznaczać należy symbolem (zgodnie z wytycznymi EFAM GTP 94 [87]) jako J_{uc}^{CCT} .

3. Szacunkowa wartość parametru J , przy którym zachodzi inicjacja pęknięcia wynosi $J=149$ kN/m. Wartość ta została wyznaczona jako przecięcie się krzywej R i linii tępienia. Wartość tą można traktować jedynie jako szacunkową, gdyż sposób jej określenia nie spełnia wymagań sprecyzowanych w EFAM GTP 94 [84], a w szczególności w wyniku badań nie określono chwili inicjacji pęknięcia a przy wyznaczaniu krzywej R , żaden punkt pomiarowy nie znalazł się w przedziale 0.1 – 0.3mm. Zauważmy jednak, że wartość całki $J=149$ kN/m odpowiada obciążeniu $P=255$. W następnym kroku obciążenia, przy sile równej 266 kN (całka $J=210-220$ kN/m) można było już zaobserwować wyraźny przyrost długości pęknięcia o około 1mm, co świadczy o wiarygodności powyższego przyjęcia.

5.6.2. Nośność na pękanie próbek wzmocnionych włóknami węglowymi

Próbka DUR16

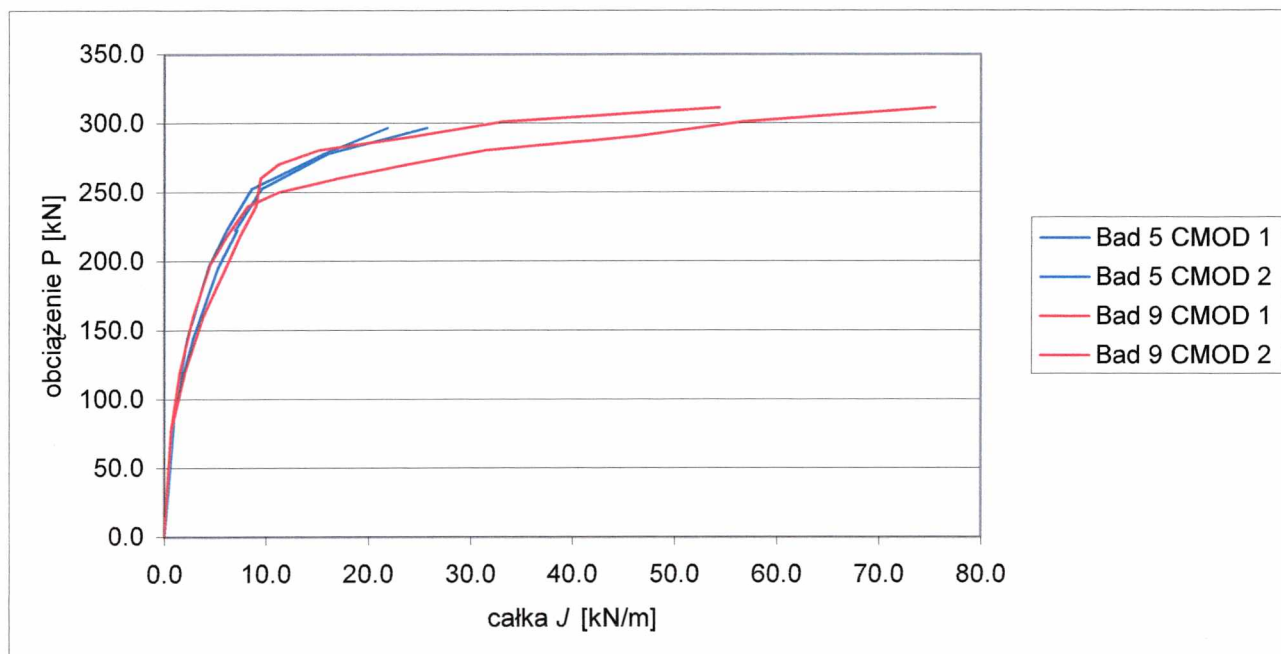
W tabeli 5.6.2-1 oraz na wykresie 5.6.2-1 przedstawiono wyniki obliczeń całki J w próbce DUR16. Tabelarycznie przedstawiono jedynie obliczenia dla jednego badania i czujnika, który wskazywał większe wskazania rozwarcia brzegów szczeliny. Na wykresie przedstawiono wyniki uzyskane na podstawie wskazań obydwu czujników dla dwóch przeprowadzonych prób.

Tabela 5.6.2-1. Wyniki obliczeń parametru J próbki DUR 16.

P	δ	$J_{el}=G_{DUR16}$	J_{pl}	$J=J_{el}+J_{pl}$	G_{CCT}	K_{DUR16}	K_{CCT}
[kN]	[mm]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[MPa√m]	[MPa√m]
0,0	0,000	0,0	0,00	0,0	0,00	0,0	0,00
77,5	0,027	0,67	0,00	0,7	1,84	11,7	19,44
119,8	0,040	1,61	-0,10	1,5	4,41	18,1	30,05
160,3	0,055	2,88	-0,03	2,8	7,89	24,3	40,23
198,5	0,069	4,41	0,18	4,6	12,10	30,1	49,81
219,0	0,079	5,37	0,86	6,2	14,73	33,2	54,96
240,5	0,091	6,47	1,82	8,3	17,77	36,4	60,35
250,7	0,105	7,04	4,28	11,3	19,31	38,0	62,91
260,8	0,128	7,62	9,52	17,1	20,90	39,5	65,46
270,9	0,156	8,22	15,86	24,1	22,55	41,0	67,99
281,1	0,185	8,84	22,65	31,5	24,27	42,6	70,53
291,0	0,239	9,48	36,86	46,3	26,02	44,1	73,03
301,3	0,279	10,17	46,53	56,7	27,90	45,7	75,62
311,7	0,345	10,88	64,60	75,5	29,85	47,2	78,23

W tabeli 5.6.2-1 przedstawiono wartości sprężystego komponentu całki J : $J_{el}=G$ obliczonego przy użyciu MES tarczy wzmocnionej i oznaczono G_{DUR16} , podano wartości plastycznej części całki J_{pl} (obliczonej na podstawie zależności (2.3.2-3) oraz

sumę części sprężystej i plastycznej (czyli $J = J_{el} + J_{pl}$). W celach porównawczych podano także wartości WUE (G_{CCT}) i WIN (K_{CCT}) tarczy nie wzmocnionej.



Rys. 5.6.2-1. Zależność J - P ustalona dla próbek typu DUR 16.

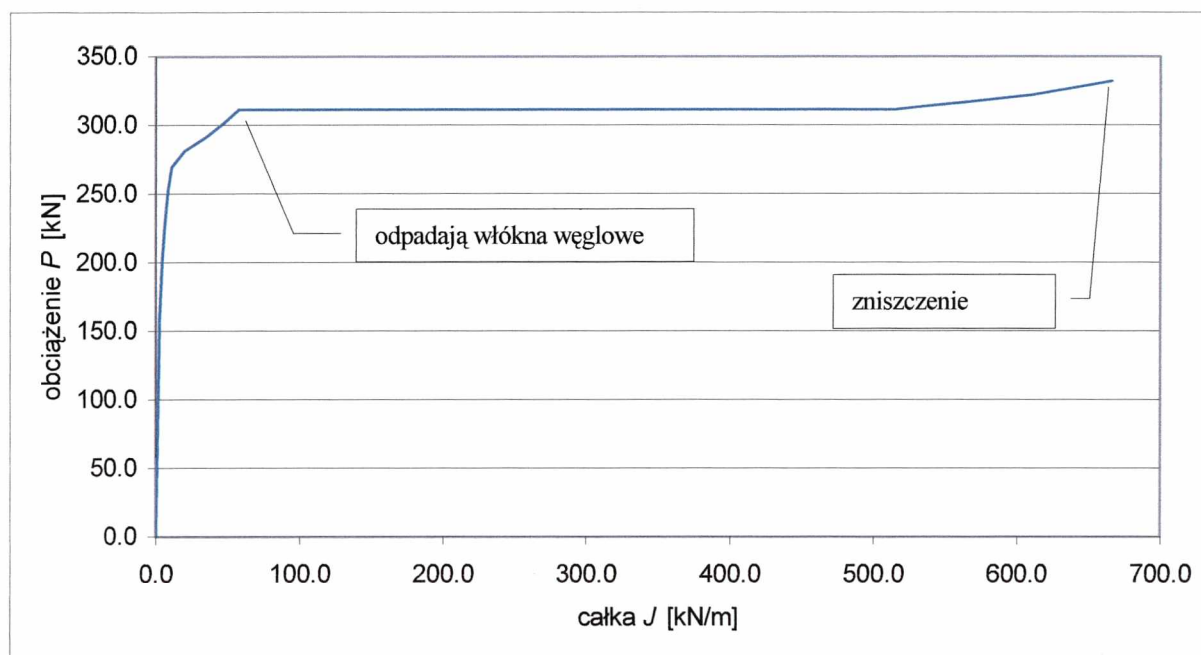
Tabela 5.6.2-2. Wyniki obliczeń parametru J próbki DUR 30.

P	δ	$G_{DUR30}=J_{el}$	J_{pl}	$J=J_{el}+J_{pl}$	G_{CCT}	K_{DUR30}	K_{CCT}
[kN]	[mm]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]	[MPa√m]	[MPa√m]
0,0	0,000	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
159,2	0,045	2,5	0,0	2,5	7,8	22,5	40,0
201,1	0,058	3,9	0,3	4,2	12,4	28,4	50,5
225,1	0,069	4,9	1,0	6,0	15,6	31,8	56,5
241,0	0,076	5,7	1,6	7,3	17,8	34,1	60,5
253,2	0,082	6,2	2,1	8,3	19,7	35,8	63,5
269,9	0,093	7,1	3,6	10,7	22,4	38,1	67,7
281,5	0,125	7,7	11,7	19,4	24,3	39,8	70,6
291,7	0,178	8,3	26,5	34,7	26,1	41,2	73,2
301,6	0,221	8,9	37,8	46,7	27,9	42,6	75,7
311,8	0,260	9,5	48,0	57,5	29,9	44,1	78,2
311,5	1,567	9,5	483,5	513,3	29,8	44,1	78,2
321,9	1,905	10,1	578,4	610,3	31,8	45,5	80,8
332,2	2,121	10,7	631,9	665,8	33,9	46,9	83,4

Próbka DUR30

W tabeli 5.6.2-2 oraz na wykresie 5.6.2-2 przedstawiono wyniki obliczeń parametru J dla próbki typu DUR 30. Przedstawiono wartości parametru J obliczone

także dla obciążeń wyższych od tych które spowodowały odpadnięcie włókien węglowych.. Obliczając wartość całki J już po odpadnięciu wzmocnienia wykorzystano wartości sprężystego komponentu całki J ustalone dla tarczy bez wzmocnienia.

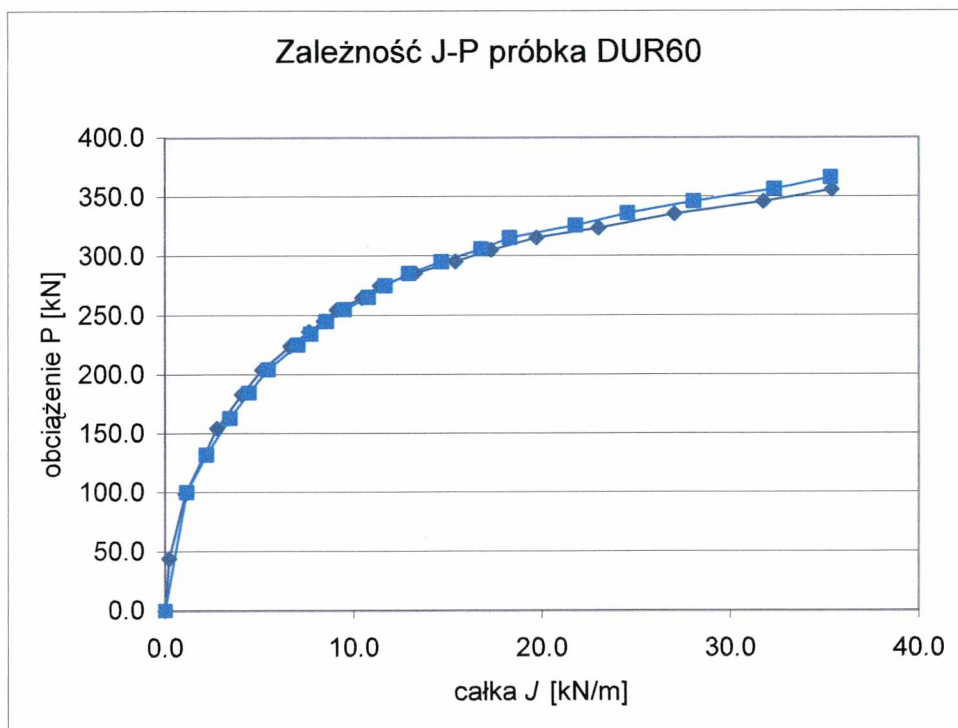


Rys. 5.6.3-2. Zależność J - P ustalona dla próbek typu DUR 30.

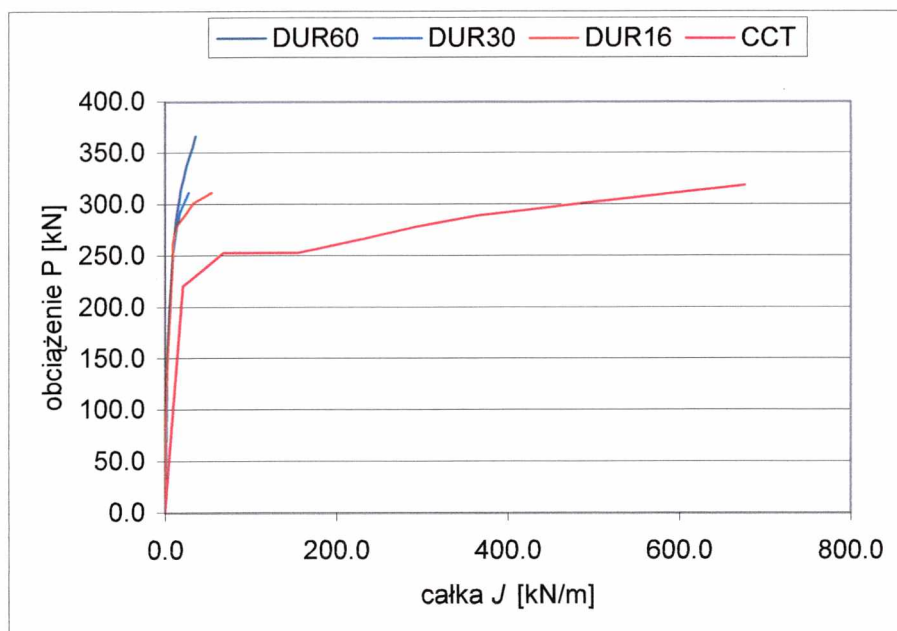
Próbka DUR 60

Rys. 5.6.2-3. przedstawia zależność J - P ustaloną dla próbek typu DUR60. Wykres 5.6.2-4 przedstawia zależność J - P trzech typów zbadanych próbek wzmocnianych przy pomocy włókien węglowych oraz próbki bez wzmocnienia. Przedstawiono wyniki uzyskane do obciążenia, przy którym następowało odpadnięcie włókien. Całka J w próbkach wzmocnionych osiągała bardzo niskie wartości w porównaniu z próbką nie wzmocnioną. Można było się tego spodziewać już po małych wartościach rozwarcia brzegów szczeliny. Wartości te są znacznie niższe od szacunkowej wartości parametru J odpowiadającego inicjacji pęknięcia. Zatem wzmocnienie skutecznie uniemożliwiło rozwój szczeliny. I chociaż nie udało się wzmocnić próbkę na tyle by próbka uległa zniszczeniu poza przekrojem osłabionym to i tak wzmocnienie w dużym stopniu spełniło pozytywną rolę. Wyliczmy podstawowe widoczne korzyści:

1. próbka w trakcie obciążania zachowuje wysoką sztywność
2. nie dochodzi do wzrostu długości pęknięcia



Rys. 5.6.2-3. Zależność J - P ustalona dla próbek typu DUR 60.

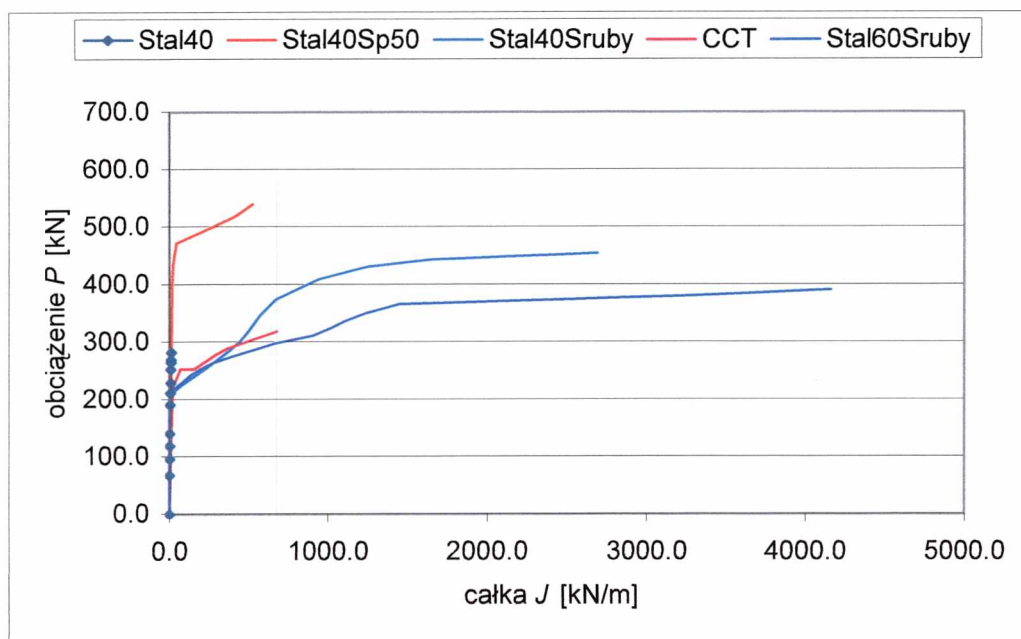


Rys. 5.6.2-4. Zależności J - P uzyskane dla próbek DUR16, DUR30, DUR60 oraz CCT

5.6.3. Nośność na pękanie próbek wzmocnionych płaskownikami stalowymi

Przebadano cztery typy próbek ze wzmocnieniem z płaskowników stalowych. W próbce Stal40 płaskowniki przyklejono, w próbce Stal40Sp50 przyspawano a w próbkach Stal40Srubby i Stal60Srubby przykręcono śrubami zwykłymi (połączenie kategorii A).

Wykres 5.6.3-1 przedstawia zależności J - P uzyskane na podstawie badania wyżej wymienionych próbek.



Rys. 5.6.3-1. Zależności J - P uzyskane dla próbek Stal40, Stal40Sp50, Stal40Srubby, Stal60Srubby oraz CCT

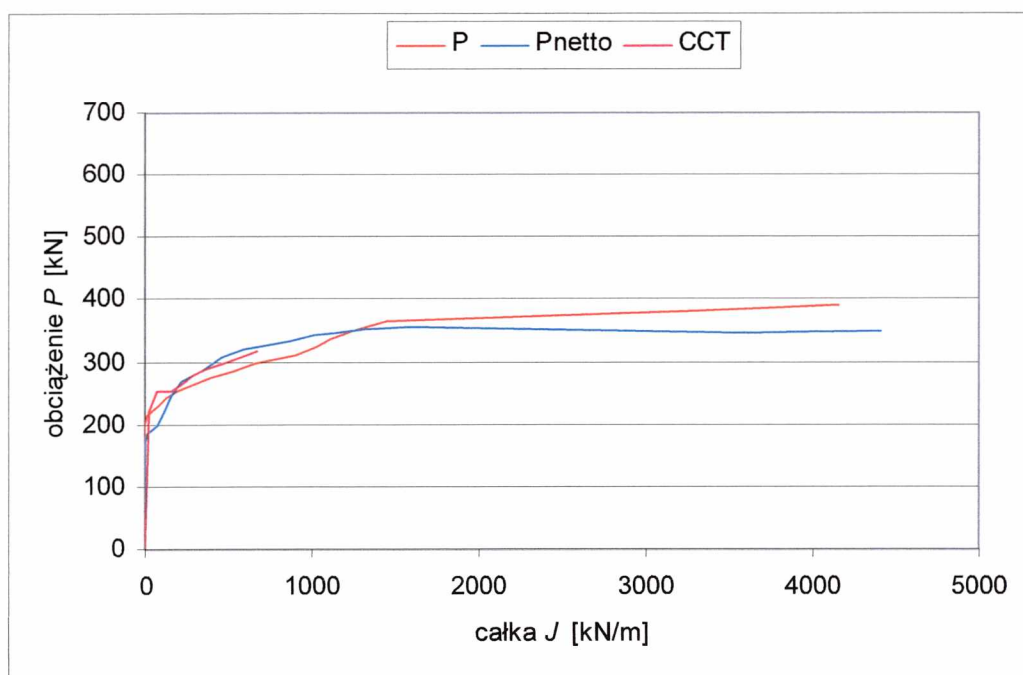
W trakcie badania próbki z przyklejonymi płaskownikami (Stal40), odpadnięcie płaskowników nastąpiło przy stosunkowo niskich obciążeniach. Wartości całki J są bardzo niskie i zbliżone do wartości całki J uzyskanych w wyniku badania próbki z przyspawanymi płaskownikami (dla odpowiednich poziomów obciążenia).

W wypadku próbki z przyspawanymi płaskownikami, wartości całki J , do chwili osiągnięcia siły granicznej, są bardzo niskie i gwałtownie narastają dopiero po uplastycznieniu się elementów wzmacniających jednak nie osiągają wartości całki krytycznej J_{uc}^{CCT} wyznaczonej w badaniach na próbkach CCT. Zniszczenie nastąpiło wskutek uplastycznienia przekroju brutto (tzn. powyżej wzmocnienia) a nie niestabilnego rozwoju szczeliny.

Zachowanie się próbek wzmacnianych śrubami wymaga dokładniejszego komentarza. Wykonano dwie próby, w których wzmocnienie realizowane było za pomocą śrub. W pierwszym badaniu wzmocnienie wykonano z płaskowników 40x6 (Stal40Srubby).

Całkę J dla tych próbek wyliczono z pominięciem komponentu sprężystego. Obliczenia WUE przy pomocy MES bez uwzględnienia osłabienia otworami oraz problemu kontaktu trzpień śruby – płaskownik, należałoby uznać za nieadekwatne. Mimo tego co powiedziano powyżej całka J osiągnęła zdumiewająco duże wartości znacznie przekraczając ustaloną wartość krytycznej całki J_{uc}^{CCT} . Zniszczenie próbki Stal40Śruby nastąpiło gdy całka J wyniosła 2690 kN/m a obciążenie wyniosło $P=454.9$ kN.

O ile nie budzi zdziwienia fakt, że próbka ulega wcześniej uplastycznieniu (zastosowano połączenie na śruby zwykłe kategorii A), to jednak spodziewano się, iż niestabilny rozwój szczeliny powinien nastąpić gdy całka J przekroczy wartość J_{uc}^{CCT} , ustaloną w badaniach próbek typu CCT. Wartość ta została jednak znacznie przekroczona. Gdyby próbka wzmocniona uległa zniszczeniu po osiągnięciu wartości J_{uc}^{CCT} wówczas obciążenie krytyczne wyniosłoby około 390 kN. Wyjaśnieniem uzyskania tak wysokich wartości może być za duża szybkość obciążania próbki oraz to, że po przekroczeniu pewnej granicy całka J rośnie bardzo szybko przy niedużym wzroście obciążenia. Mimo tego tak duża wartość całki J jest zaskakująca. Zdecydowano się powtórzyć badanie. Także w drugim badaniu (próbka Stal60Śruby) wartości całki J liczonej na podstawie rozwarcie brzegów szczeliny osiągnęły bardzo duże wartości znacznie przekraczające wartość J_{uc}^{CCT} . Zbiegiem okoliczności jest, że próbka uległa zniszczeniu przy obciążeniu równym 391.3kN.



Rys. 5.6.3-2. Wartości całki J dla próbki Stal60Śruby obliczone na podstawie wykresu δP oraz na podstawie wykresu δP_{netto} . Pokazano także wartości uzyskane dla próbki CCT.

Pojawia się wątpliwość czy wartości całki J próbek wzmacnianych można ustalać na podstawie wykresu rozwarcie brzegów szczeliny – obciążenie (δP). Być może należałoby całkę liczyć jako pole powierzchni pod wykresem δP_{netto} (P_{netto} siła

w przekroju netto – czyli równa różnicy całkowitego obciążenia P i siły w elementach wzmacniających). Jednak i tak obliczana całka osiąga bardzo duże wartości (patrz wykres 5.6.3-2). Przypuszcza się, że wzmocnienie działa korzystnie na możliwość rozwoju szczeliny nie tylko poprzez odciążenie tarczy w obszarze szczeliny ale również poprzez korzystną zmianę rozkładu naprężeń u wierzchołka szczeliny. Ta zmiana rozkładu naprężeń wywołana jest obciążeniem ściskającym (zamykających szczelinę) pochodzącym od sił kontaktu (działanie tych sił kontaktu pokazano na rysunku 4.1-1 i 4.1-9).

5.7. Odporność na pękanie ustalona na podstawie próby udarności

Udarność stali użytej w badaniach, w temperaturze 20°C wyniosła 40 J (tabela 5.2-2). Ponieważ, w trakcie badań odporności na pękanie, wszystkie próbki ulegały zniszczeniu wskutek plastycznego rozwoju szczeliny i żadna z nich nie zachowała się w sposób kruchy można stwierdzić, że próbki badano w górnym zakresie temperaturowym (*upper shelf region*). W związku z tym, odporność na pękanie będzie ustalana na podstawie zależności podawanych właśnie dla górnego zakresu temperaturowego.

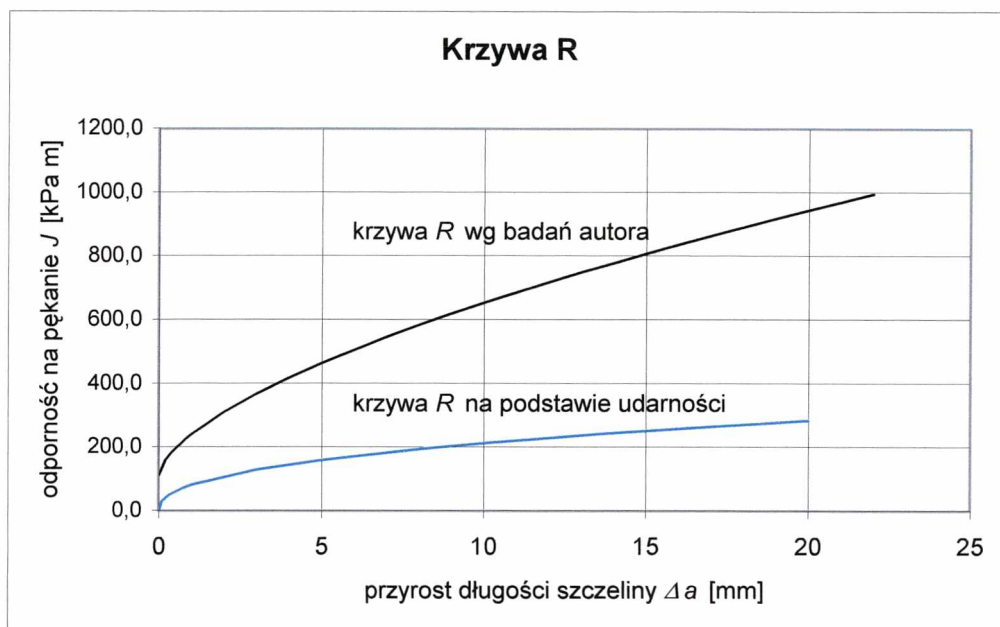
W tabeli przedstawiono wartości całki J obliczone na podstawie zależności 2.3.1-2 od 2.3.1-9 oraz zależności podawanej przez procedurę SINTAP 2.3.1-17. Wartości całki J obliczano na podstawie K korzystając z zależności (2.1-31).

Tabela 5.7-1. Wartości całki J obliczone na podstawie pracy łamania KV

NR ZALEŻNOŚCI	J
	kN/m
2.3.1-2	30.3
2.3.1-3	8.7
2.3.1-4	22.7
2.3.1-5	36.3
2.3.1-6	59.3
2.3.1-7	122.7
2.3.1-8	82.3
2.3.1-9	53.2
2.3.1-17	31.2

Wartości całki J obliczone na podstawie zależności korelacyjnych z pracą łamania KV dają znacznie niższe wartości w stosunku do wartości otrzymanej w badaniach na próbkach CCT ($J_{uc}^{CCT} = 676$ kN/m). Zauważyć należy, że zależność 2.3.1-7 dała wartość bliską szacunkowej wartości całki J odpowiadającej inicjacji pęknięcia (149 kN/m).

Na wykresie 5.7-1 pokazano krzywą R obliczoną na podstawie zależności proponowanej przez Wallina (2.3.1-13) oraz ustaloną doświadczalnie na próbkach CCT.



Rys. 5.7-1. Krzywa R obliczona na podstawie pracy łamania KV oraz krzywa wyznaczona doświadczalnie.

Zależność proponowana przez Wallina dała znacznie niższe wartości odporności na pękanie od ustalonych w trakcie badań. Porównując krzywą R ustaloną w badaniach i wg propozycji Wallina należy pamiętać, że:

1. krzywą R ustalono na rozciąganych próbkach typu CCT (odporność ustalana na próbkach zginanych jest znacznie niższa)
2. wzór Wallina (2.3.1-13) nie uwzględnia grubości materiału

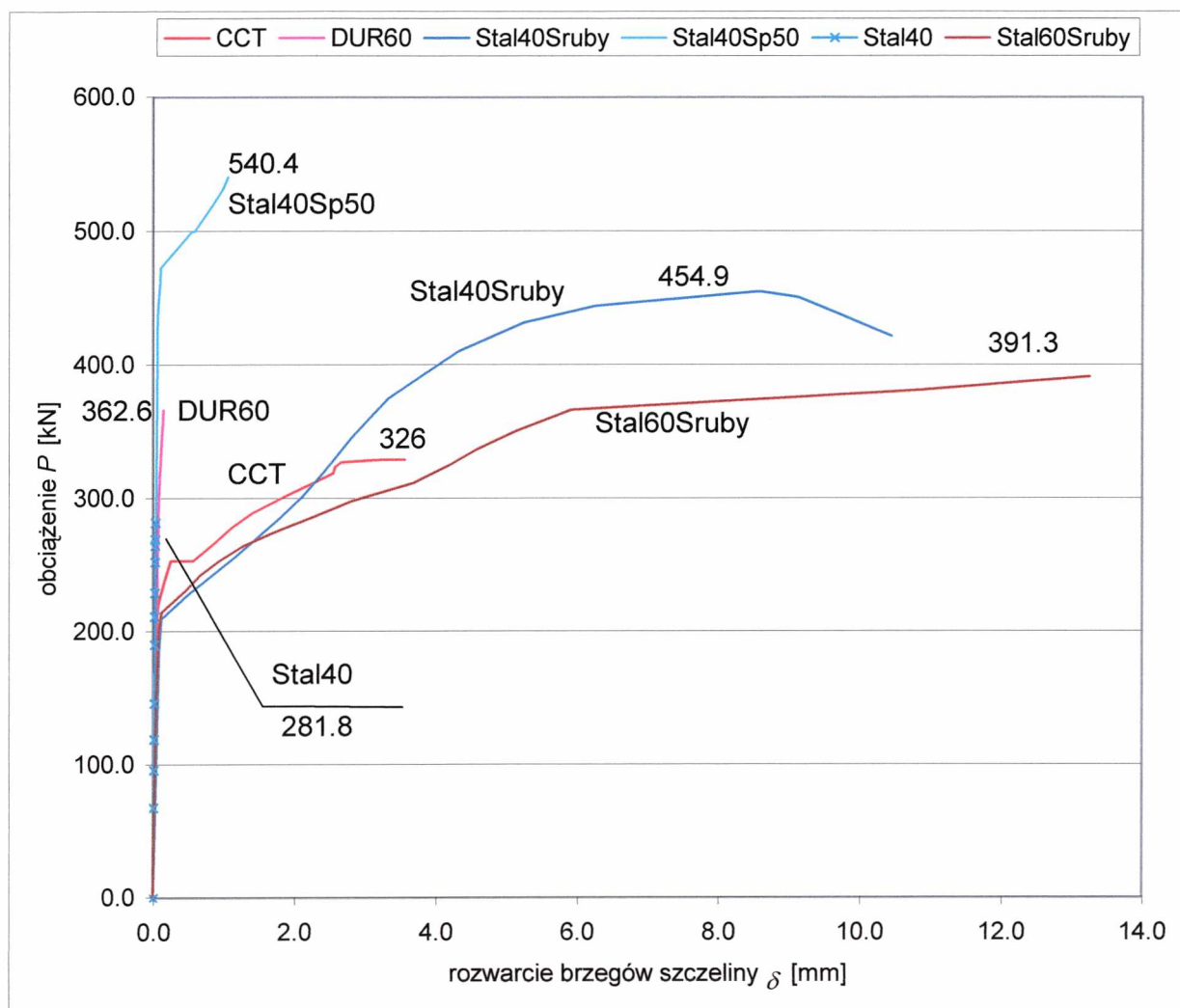
Wnioski

Podawane w literaturze zależności korelacyjne między odpornością na pękanie (K_I , J) a pracą łamania KV zostały ustalone dla pewnych konkretnych gatunków stali, będących przedmiotem zainteresowania badaczy. Nie powinny być stosowane do ustalania odporności na pękanie stali produkowanych w Polsce.

Z zależności 2.3.1-7 uzyskano wartość odporności na pękanie zbliżone do oszacowanej w badaniach odporności związanej z chwilą inicjacji pęknięcia. Jednak bez szerszych badań (uwzględniających różne temperatury i grubości) stwierdzenie, że jest ona właściwa dla badanej stali byłoby ryzykowne.

5.8. Wnioski z analizy wyników badań

Wykres nr 5.8-1 przedstawia wyniki badań wszystkich próbek w postaci wykresu δ - P (rozwarcie brzegów szczeliny – obciążenie). Pominięto wyniki badań próbek DUR16 i DUR30, gdyż byłyby zupełnie niewidoczne, (wyniki te pokrywają się z wynikami badań próbek Stal40 i DUR60).



Rys. 5.8-1. Zestawienie wyników badań rozciąganej tarczy stalowej ze szczeliną centralną z różnie wykonanymi wzmocnieniami

Na podstawie wyników badań oraz przeprowadzonych obliczeń całki J można wysnuć następujące wnioski:

1. Próbkę wzmocnioną naklejonymi włóknami węglowymi charakteryzują się wysoką sztywnością pomimo, niskiej sztywności wzmocnienia
2. Nośność próbek wzmocnianych naklejanymi włóknami limitowana jest nośnością warstwy kleju
3. Naklejenie płaskowników jest mniej skutecznym wzmocnieniem w stosunku do wzmocnienia włóknami węglowymi ze względu na powstanie większych naprężeń tnących w warstwie kleju, a co za tym idzie, odpadnięcie wzmocnienia przy niższych obciążeniach
4. Wzmocnienie przyspawanymi płaskownikami okazało się najskuteczniejszą metodą wzmocnienia o czym zadecydowała wysoka nośność połączenia spawanego
5. Wzmocnienie za pomocą przyśrubowanych płaskowników (połączenie kategorii A) należy uznać za bardzo mało efektywne. Wzmocnienie to nie zapobiega wzrostowi rozwarcia brzegów szczeliny oraz wzrostowi długości szczeliny. Podatność próbki jest nawet większa w porównaniu z podatnością próbki nie

- wzmocnionej. Niekorzystny wpływ na zachowanie się próbki mają nawiercone w tarczy otwory oraz uplastycznianie się tych otworów w trakcie wzrostu obciążenia.
6. Badania na próbkach wzmacnianych przyśrubowanymi płaskownikami mogą wskazywać, że metoda obliczania całki J , na podstawie rozwarcia brzegów szczeliny jest niewłaściwa.

6. ANALIZY TEORETYCZNE I NUMERYCZNE BADANYCH TARCZ

Analiza nośności elementu ze szczeliną w zakresie dużego uplastycznienia możliwa jest obecnie jedynie za pomocą MES lub za pomocą inżynierskich metod empirycznych (ETM i FAD). MES oraz metoda ETM umożliwiają obliczenie uogólnionej siły działającej na szczelinę (siła ta może być wyrażona w postaci całki J czy też za pomocą innego parametru pęknięcia). Ocena nośności polega na przyrównaniu obliczanej siły uogólnionej do krytycznej wartości danego parametru.

W pracy wykonano obliczenia całki J dla geometrii próbek użytych w badaniach za pomocą metod MES oraz ETM i wyniki porównano z uzyskanymi na podstawie badań. Wykonano także obliczenia nośności badanych elementów przy pomocy krzywych FAD i porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie metody ETM. W wypadku próbki nie wzmocnionej wyniki obliczenia nośności ze względu na rozwój pęknięcia porównano z wynikami badań.

6.1. Obliczenia MES

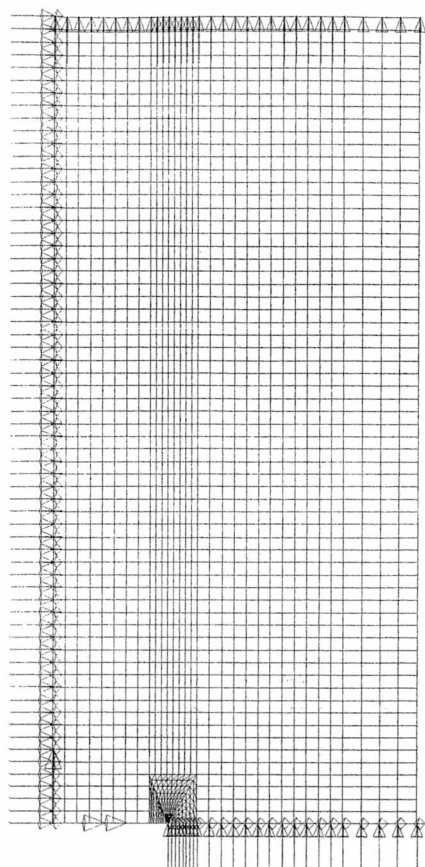
Wykonano obliczenia MES geometrii próbek użytych w badaniach. Nie wykonano obliczeń próbek wzmocnianych przyśrubowanymi płaskownikami. Model taki musiałby uwzględniać zjawisko kontaktu co wymaga modelowania elementami przestrzennymi. Wykonanie takiego modelu wymaga dużego nakładu pracy a obliczenia nieliniowe wymagają bardzo dużej pamięci komputera.

Właściwości materiałowe przyjęte do analizy MES przedstawiono w tabeli 6.1-1.

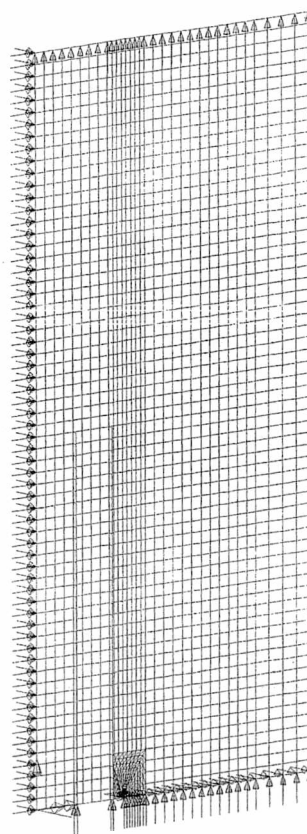
Tab. 6.1-1 Właściwości materiałowe przyjęte do analizy MES

materiał	moduł Younga	wsp. Poissona	granica plastyczności	wytrzymałość doraźna na rozciąganie	odkształcenie odpowiadające osiągnięciu maks. wytrzymałości na rozciąganie (rys. 2.2.7-9)
	E	ν	R_e	R_m	ε_m
	GPa		MPa	MPa	MPa
stal	205	0.3	260	406.6	22
CarboDurS	165	0.0	2800		

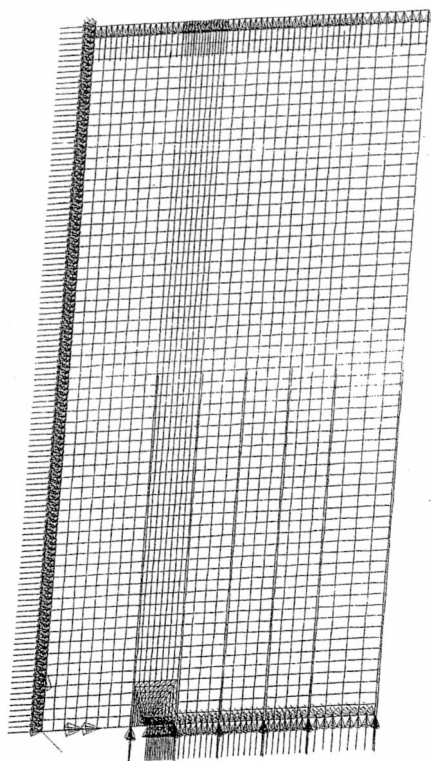
Modelując elementy stalowe przyjęto materiał sprężysto – plastyczny z liniowym umocnieniem, modelując elementy z włókien węglowych przyjęto materiał sprężysto - idealnie plastyczny bez umocnienia. Zastosowany podział na elementy skończone analizowanych próbek pokazano na rysunku 6.1-1. Obciążenia zadawano za pomocą wymuszanych przemieszczeń. Na podstawie uzyskanych w obliczeniach MES



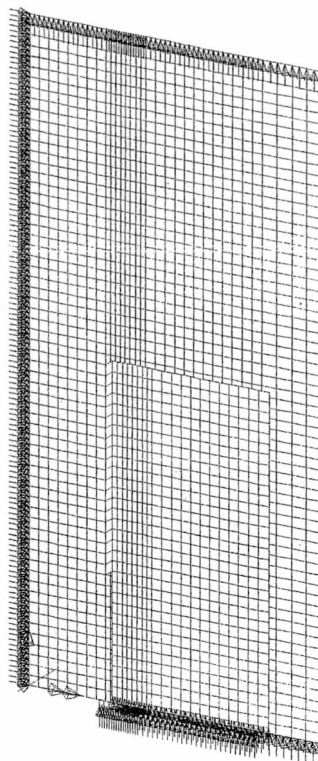
CCT



DUR16, DUR30, Stal40

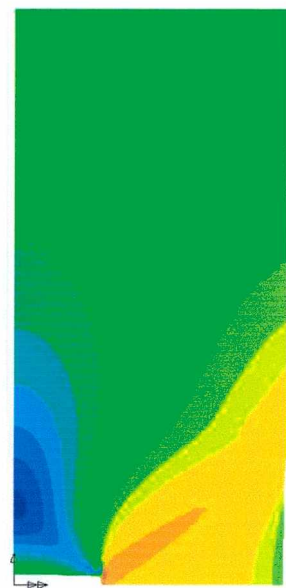
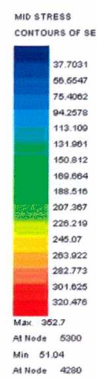
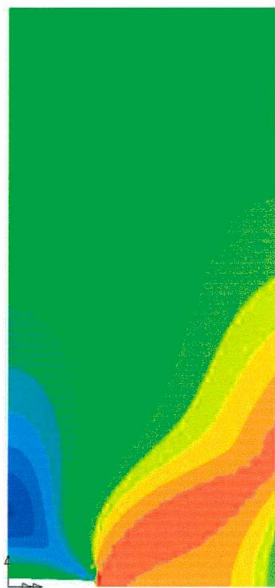
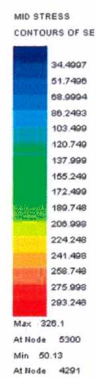
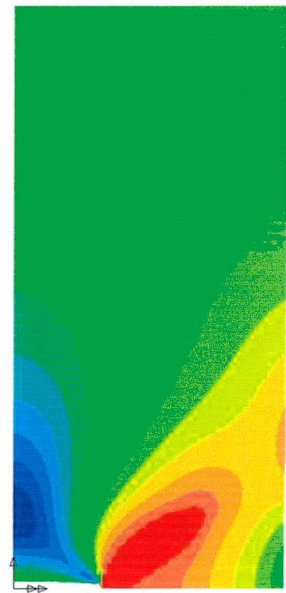
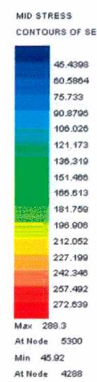
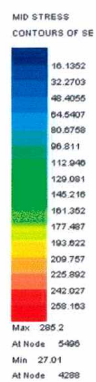


DUR60

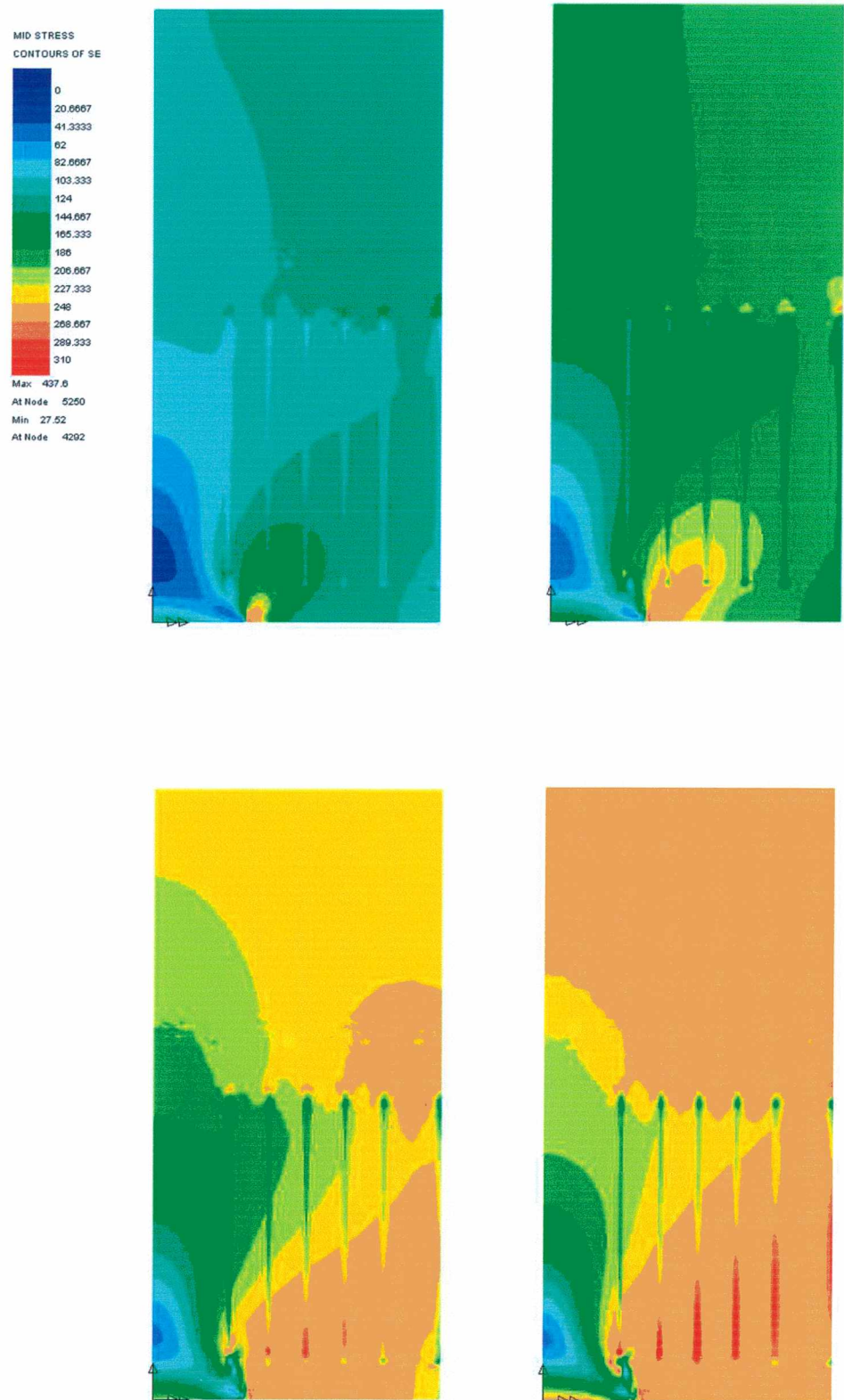


Stal40Sp50

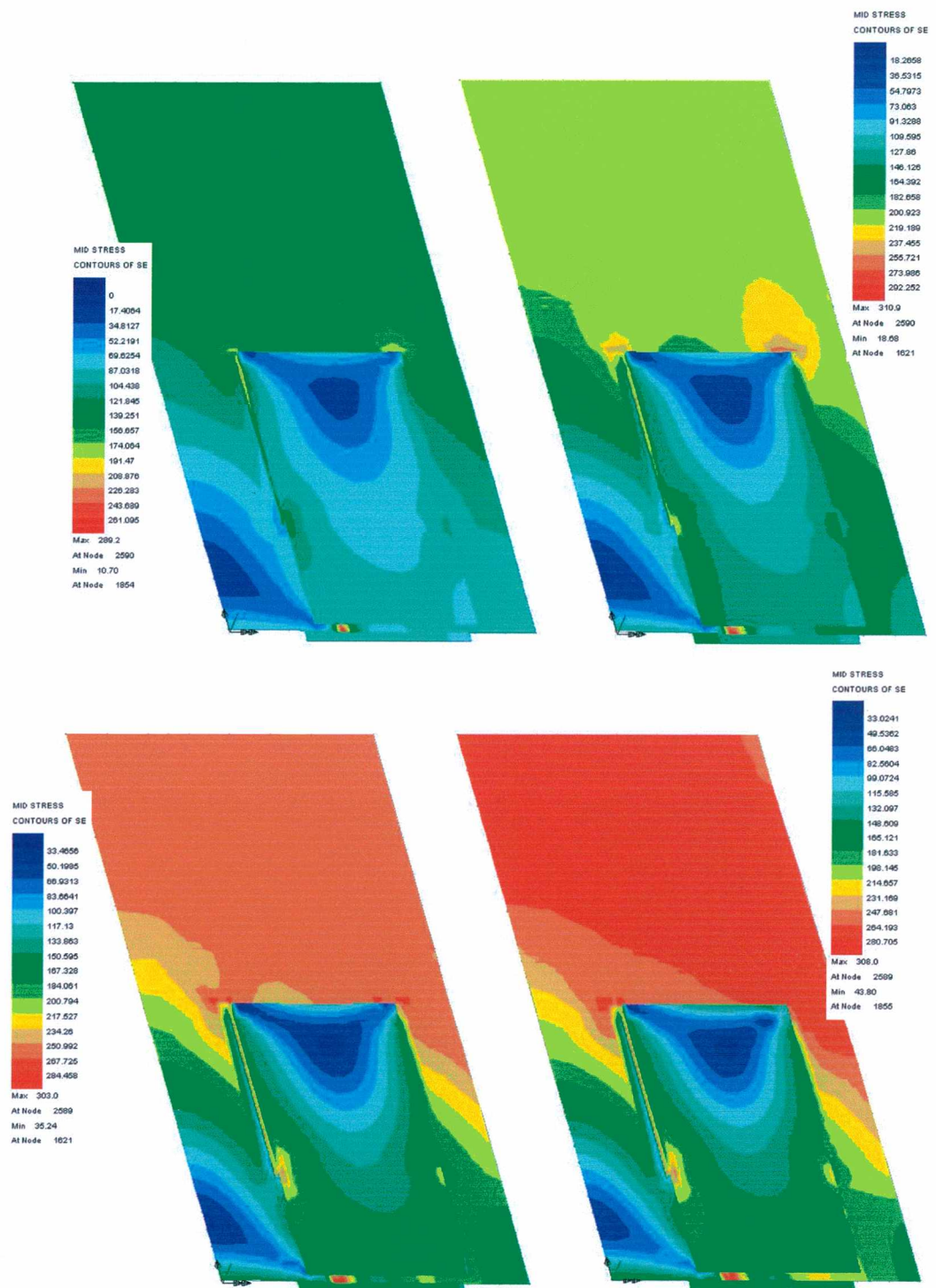
Rys. 6.1-1. Modele MES analizowanych próbek. Dla modeli typu DUR16, DUR30 oraz Stal40 wykonano taki sam podział na elementy skończone



Rys. 6.1-2. Model próbki niewzmocnionej (CCT). Warstwy naprężeń zastępczych z hipotezy Hubera - Misesa σ_E . Zamodelowano jedną ćwiartkę elementu. Obciążenie wzrastające aż do pełnego uplastycznienia.



Rys. 6.1-3. Model próbki wzmocnionej włóknami węglowymi (DUR60).
Warstwie naprężeń zastępczych σ_E z hipotezy Hubera-Misesa.
Zamodelowano jedną ćwiartkę elementu.
Obciążenie wzrastające aż do pełnego uplastycznienia.



Rys. 6.1-4. Model próbki wzmocnionej przyspawanymi płaskownikami (Stal40Sp50).
 Warstwie naprężeń zastępczych z hipotezy Hubera-Misesa σ_E .
 Zamodelowano jedną ćwiartkę elementu.
 Obciążenie wzrastające aż do pełnego uplastycznienia

zależności rozwarcie brzegów szczeliny - siła ($\delta - P$) obliczano siłę uogólnioną J działającą na szczelinę. Wyniki obliczeń siły uogólnionej J przedstawiono na wykresach w rozdziale 6.2 razem z wynikami obliczeń metodą ETM. Na rysunkach 6.1-2 do 6.1-45 przedstawiono warstwy naprężeń zastępczych z hipotezy Hubera – Misesa w próbkach CCT, DUR60 oraz Stal40Sp50. Warstwy wykonano dla obciążeń wzrastających aż do pełnego uplastycznienia. Prezentowane wykresy dobrze ilustrują różnicę pomiędzy dwoma typami zastosowanych wzmocnień. W modelu tarczy bez wzmocnienia (próbka CCT) obserwujemy pojawienie się i wzrost strefy uplastycznienia u wierzchołka szczeliny. Strefa ta powiększa się wraz ze wzrostem obciążeń, by przyjąć kształt klina jak na rys. 2.1-11. Podobnie rozwija się strefa uplastycznienia w tarczy wzmocnianej włóknami węglowymi (wzmocnienie o dużej nośności i małej sztywności podłużnej). Strefa uplastycznienia również przybiera kształt klina a następnie obejmuje swoim zasięgiem całą tarczę. Strefa uplastycznienia w tarczy wzmocnianej płaskownikami stalowymi przybiera zgoła odmienny kształt. W początkowej fazie obciążenia tworzy się owalna strefa uplastycznienia u wierzchołka szczeliny, jednak inaczej niż we wcześniej omówionych próbkach strefa ta nie powiększa się w kierunku swobodnych brzegów tarczy, lecz pozostaje ograniczona do obszaru u wierzchołka szczeliny. Osiągnięcie siły granicznej związane jest uplastycznieniem powyżej wzmocnienia. Taki rozkład naprężeń w tarczy wzmocnianej jest bardzo korzystny ze względu na możliwość niestabilnego rozwoju szczeliny a także ze względu na wytrzymałość zmęczeniową (wysoko- jak i niskocyklową).

6.2. Obliczenia całki J metodą ETM – porównanie wyników uzyskanych w badaniach i metodą elementów skończonych

W obliczeniach metodą ETM przyjęto właściwości materiałowe stali uzyskane w badaniach (tabela 5.2-1). Współczynnik wzmocnienia $N = 0.105$ ustalono na podstawie wykresu rozciągania próbki A5. Przyjęto 22% wydłużenia w chwili gdy wykres $\sigma - \varepsilon$ osiąga maksimum. Całkę J obliczano jako sumę komponentu sprężystego i plastycznego. Część plastyczną całki J obliczano na jako pole powierzchni pod wykresem $J - \delta$ (rys. 2.3.2-2). Część sprężystą całki J obliczono ze wzoru (2.1-31). Sprężysty parametr K w zależności (2.1-31) uzyskano na podstawie liniowych (w zakresie sprężystym) obliczeń przy użyciu MES.

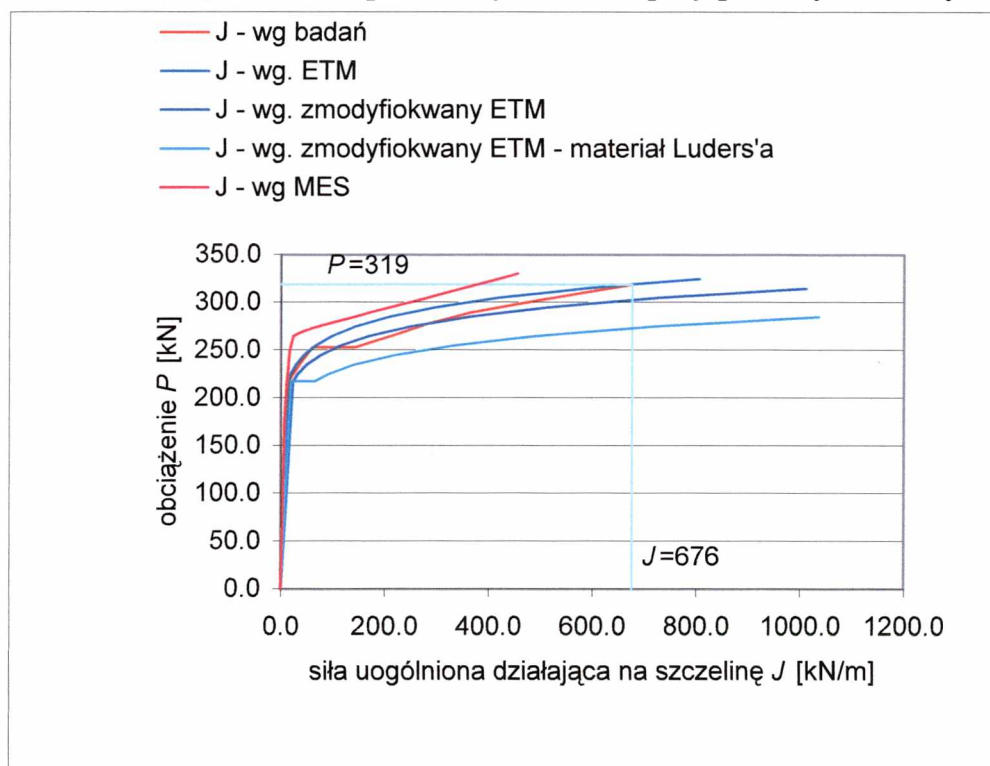
6.2.1. Próbką CCT

Wykres 6.2.1-1 przedstawia wartości całki J próbki CCT obliczone metodą ETM, na podstawie obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie badań. Wykorzystano trzy różne propozycje metody ETM, a mianowicie równania (od 2.2.7-27 do 33) opisujące pierwotny model ETM, równania (2.2.7-44 i 45), będące modyfikacją pierwotnego modelu ETM, oraz równania (od 2.2.7-46 do 48), pozwalające obliczyć całkę J dla materiałów Ludersa (materiały z długą półką plastyczną). Siłę graniczną obliczono wg zależności 2.1-43, przy czym zamiast grubości B przyjęto zastępczą grubość równą pierwiastkowi z iloczynu grubości próbki rowkowanej i pełnej $\sqrt{BB_n}$.

Obciążenie krytyczne wyznaczone z warunku $J = J_{cu}^{CCT}$ wynosi wg pierwotnego modelu ETM $P_{kr} = 317$ kN, wg modelu zmodyfikowanego 301 kN, a wg modelu zmodyfikowanego dla materiału Ludersa wynosi 272 kN. Obciążenie krytyczne uzyskane w badaniach wyniosło 319 kN. Oszacowanie nośności próbki CCT przy użyciu pierwotnego modelu ETM okazało się być niezwykle precyzyjne.

Wynik uzyskany za pomocą MES może zaskakiwać, gdyż bardzo odbiega od wyniku eksperymentu, a oszacowana w ten sposób nośność byłaby nierealistycznie zawyżona. Obliczenia za pomocą MES wykonano, nie uwzględniając stabilnego przyrostu długości szczeliny a także rowkowania próbki w przekroju szczeliny. Jak widać, takie zaniedbanie jest absolutnie niedopuszczalne i konieczne jest uwzględnienie przyrostu długości pęknięcia oraz osłabienia rowkami. Należałoby obliczać wartość całki J w każdym kroku obciążenia i zwalniać podpory odpowiednio do krzywej R . Na wykresie 6.2.1-2 przedstawiono wyniki obliczeń MES, jednak

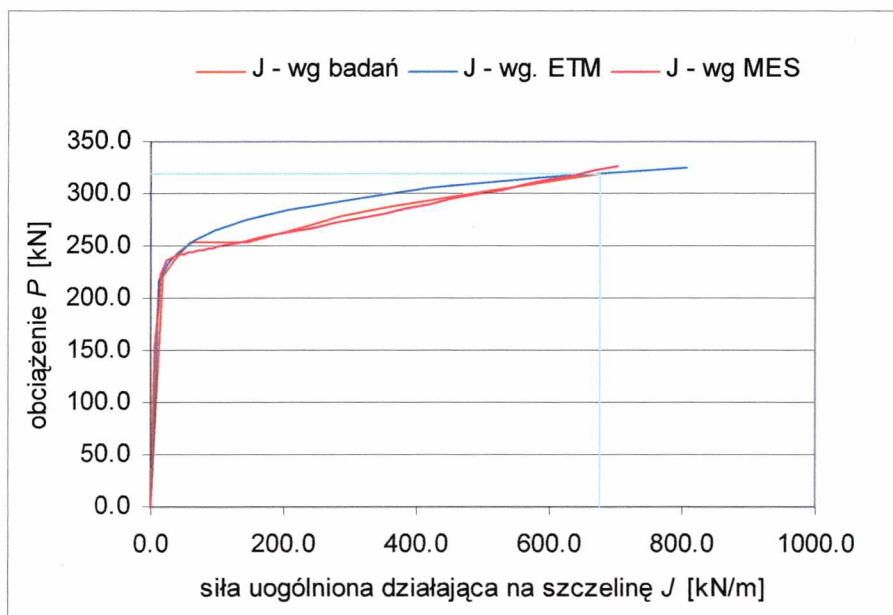
wartości siły przemnożono przez wyrażenie $\frac{\sqrt{BB_n}}{B}$. Zabieg ten ma służyć uwzględnieniu rowkowania badanej próbki, czego nie udało się uwzględnić w modelu MES. Jak widać na wykresie taka korekta wyników MES daje wyniki zbliżone do doświadczenia, a nośność próbki wyznaczona przy pomocy MES wynosi 317 kN.



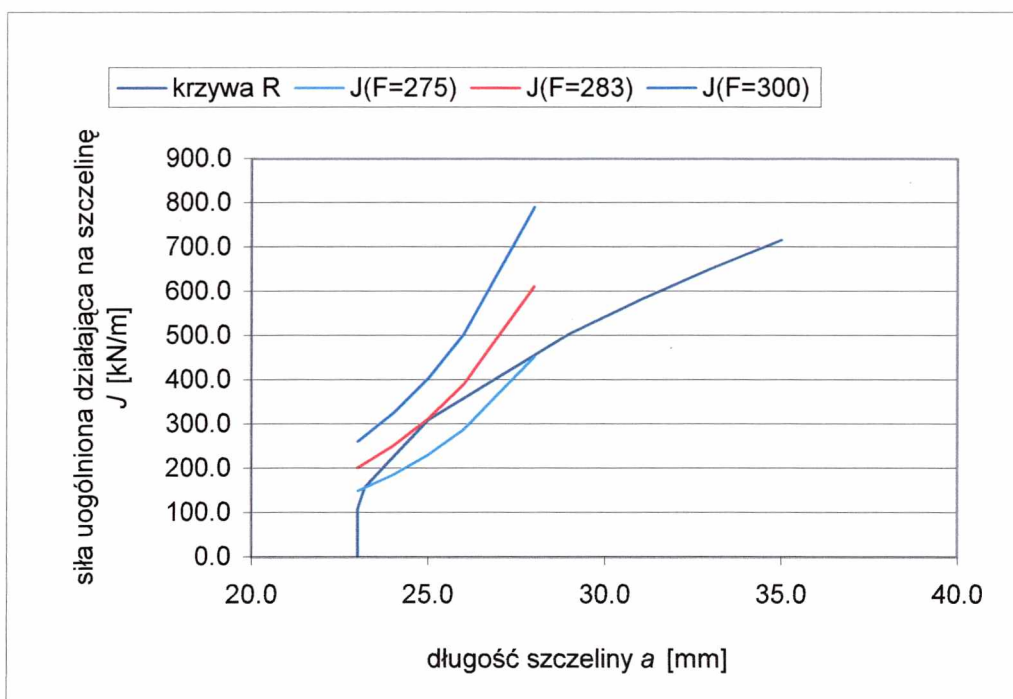
Rys. 6.2.1-1. Całka J na podstawie badań, obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM

W metodzie ETM nośność można także obliczać na podstawie krzywej R . Na wykresach 6.2.1-3 i 6.2.1-4 pokazano krzywą R ustaloną w badaniach oraz wartości całki J dla różnych poziomów obciążenia. Na wykresie 6.2.1-3 obliczano wartości całki J zgodnie z pierwotnym modelem ETM, na wykresie 6.2.1-4 zgodnie z modelem zmodyfikowanym. Obciążenie krytyczne to obciążenie, przy którym krzywa $J(F)$ jest styczna do krzywej R . Obciążenie krytyczne wg modelu pierwotnego wynosi

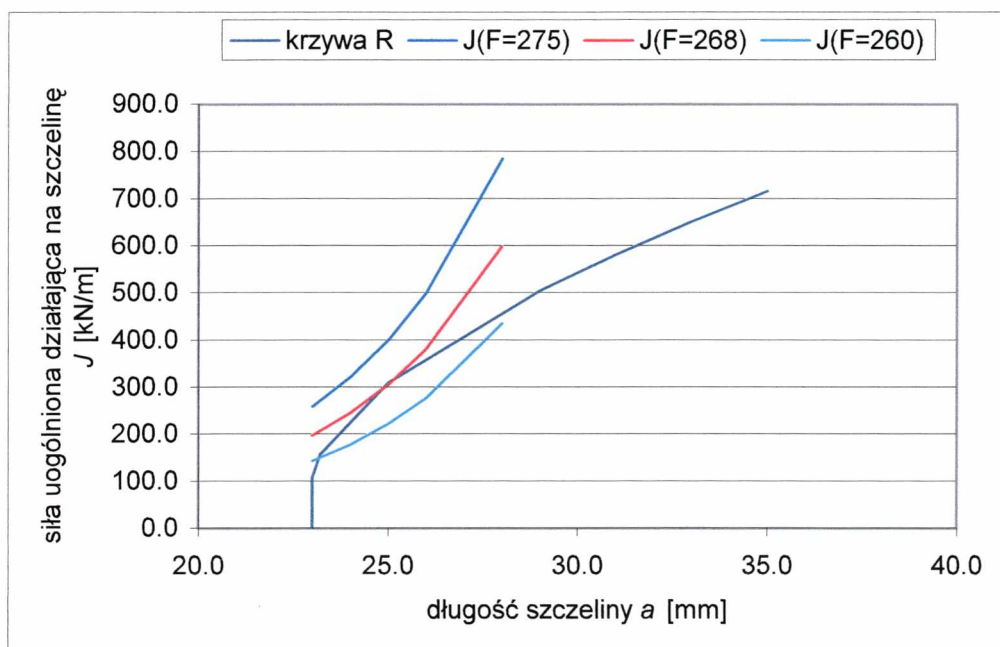
$P_{kr} = 283 \text{ kN}$, a wg zmodyfikowanego 268 kN . Ustalone w ten sposób nośności są niższe od nośności ustalonej w badaniach (319 kN).



Rys. 6.2.1-2. Całka J na podstawie badań, obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM



Rys. 6.2.1-3. Krzywa R oraz wartości całki J dla różnych poziomów obciążenia wg pierwotnego modelu ETM. Obciążenie krytyczne (krzywa J styczna do krzywej R) wynosi 283 kN (w badaniach uzyskano 319 kN)



Rys. 6.2.1-4. Krzywa R oraz wartości całki J dla różnych poziomów obciążenia wg zmodyfikowanego modelu ETM. Obciążenie krytyczne (krzywa J styczna do krzywej R) wynosi 268 kN (w badaniach uzyskano 319 kN)

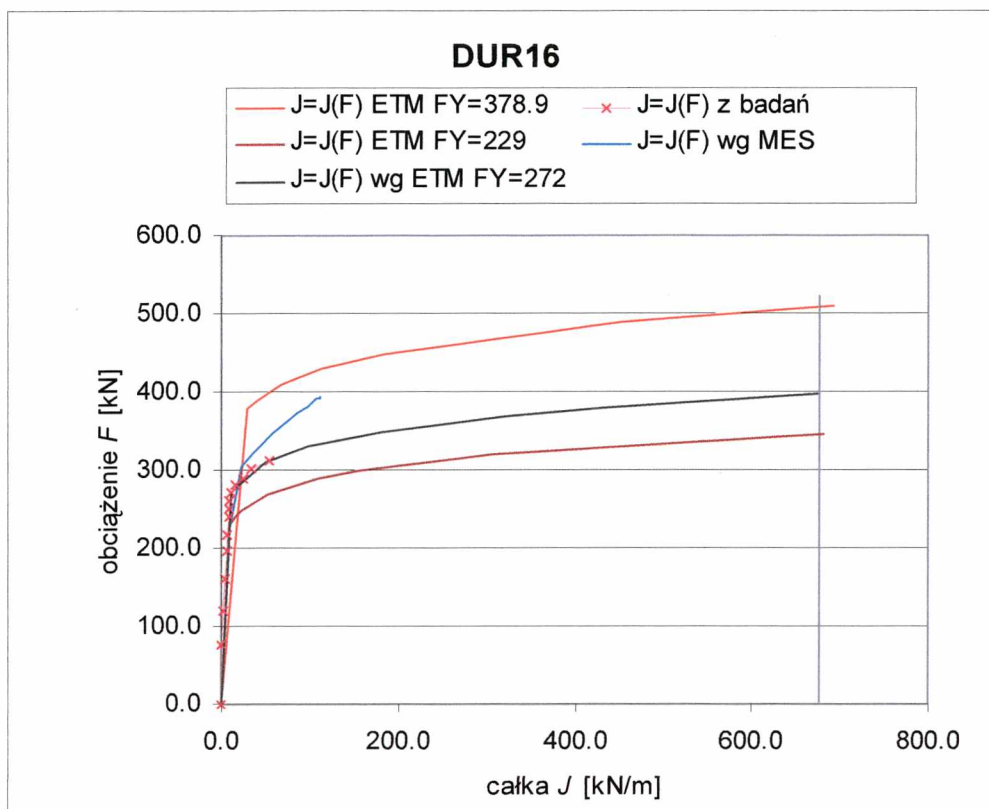
6.2.2. Obliczenia całki J próbek wzmocnionych włóknami węglowymi

Metoda ETM pozwala obliczyć wartości całki J jako funkcję obciążenia dla zadanej geometrii układu. Metoda zakłada podobieństwo zależności $J-P$ do zależności $\varepsilon-\sigma$ analizowanego materiału. Pojawia się wątpliwość, czy metoda może być stosowana do elementów składających się z dwóch materiałów o różnych właściwościach mechanicznych. W celu weryfikacji metody ETM wykonano obliczenia całki J wszystkich badanych próbek i porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie eksperymentu oraz obliczeń numerycznych (MES). Obliczenia wykonano wg pierwotnego modelu ETM, jako że dał on najlepsze oszacowanie nośności próbki niewzmocnionej.

Wyznaczając całkę J próbek wzmocnianych włóknami węglowymi metodą ETM, siłę graniczną F_Y wyznaczono trzema różnymi sposobami, a mianowicie:

- 1) jako sumę sił granicznych próbki bez wzmocnienia i siły granicznej żeber wzmocniających wg (4.3-1),
- 2) obliczoną numerycznie (MES) siłę w elemencie odpowiadającą chwili uplastycznienia przekroju tarczy stalowej w miejscu szczeliny (przekrój netto),
- 3) na podstawie zależności (4.3-4).

Wyniki obliczeń całki J wzmocnianych próbek przedstawiono na wykresach od 6.2.2-1 do 6.2.2-6.



Rys. 6.2.2-1. Zależności J - F próbki DUR16 uzyskane w badaniach w wyniku obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM. Obliczenia metodą ETM wykonano dla różnych sił granicznych. Pionową linią zaznaczono krytyczną wartość całki J

Na podstawie wykresu 6.2.2-1 wyraźnie widać, że przyjęcie w metodzie ETM siły granicznej jako sumy sił granicznych tarczy i wzmocnienia prowadzi do bardzo dużego zawyżenia nośności. Z kolei przyjęcie siły granicznej wg zaproponowanej przez autora zależności 4.3-4, daje konserwatywne oszacowanie nośności. Wykres J – F uzyskany metodą ETM, gdy jako siłę graniczną F_Y przyjmie się siłę, w której przekrój netto ulega całkowitemu uplastycznieniu (na podstawie obliczeń MES) bardzo dobrze pokrywa się z wynikami doświadczenia. Model MES, na podstawie którego obliczano siłę graniczną nie uwzględnia rowkowania próbki. Fakt ten uwzględniono poprzez przemnożenie wartości uzyskanej wg MES przez wartość:

$$\sqrt{B \times B_n} . \quad (6.2.2-1)$$

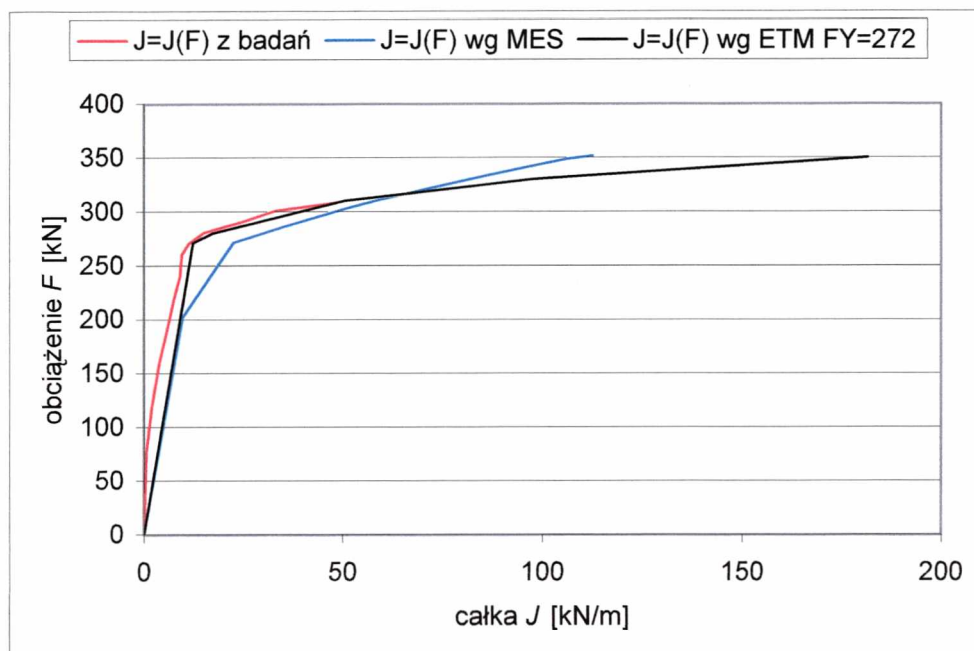
Zatem przyjęto siłę graniczną równą:

$$F_Y = F_{YMES} \sqrt{B \times B_n} \quad (6.2.2-2)$$

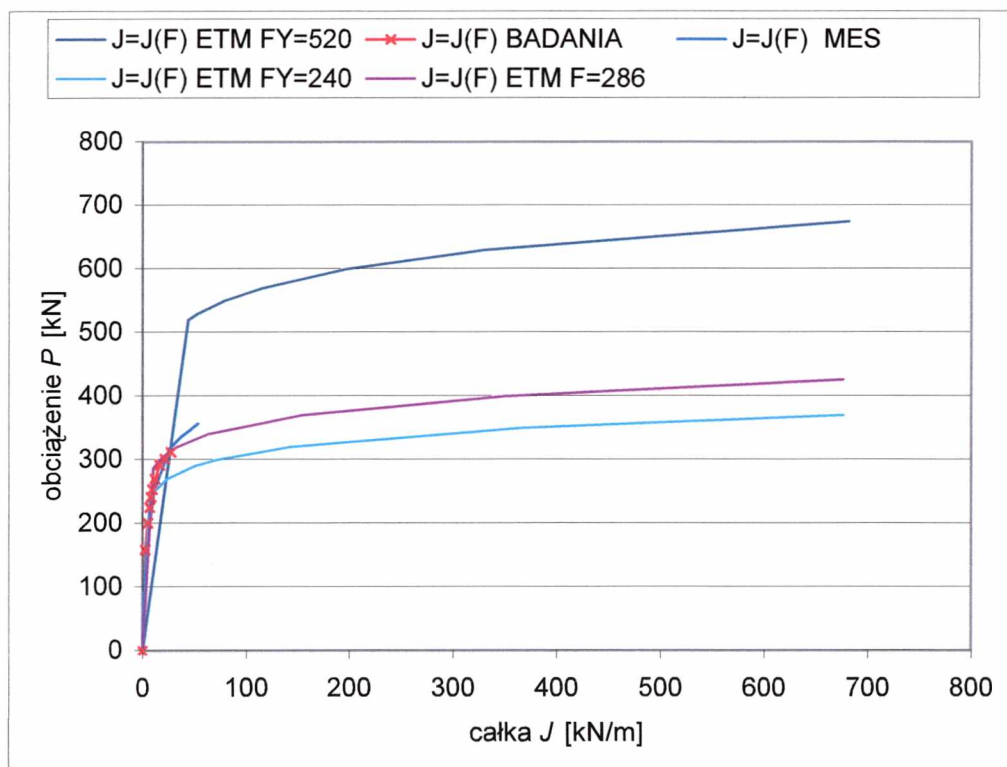
Nie dziwi zaniżenie obliczanych wartości całki J na podstawie obliczeń MES w stosunku do wyniku doświadczenia. Powodem jest nie uwzględnienie rowkowania próbki. Gdyby wyniki obliczeń MES skorygować podobnie jak w wyrażeniu (6.2.2-2), tzn. wartość siły F przemnożyć o pierwiastek z iloczynu grubości próbki rowkowanej

i pełnej otrzymamy wówczas zależność J - F pokrywającą się z doświadczeniem. Zależność tę pokazano na rys. 6.2.2-2.

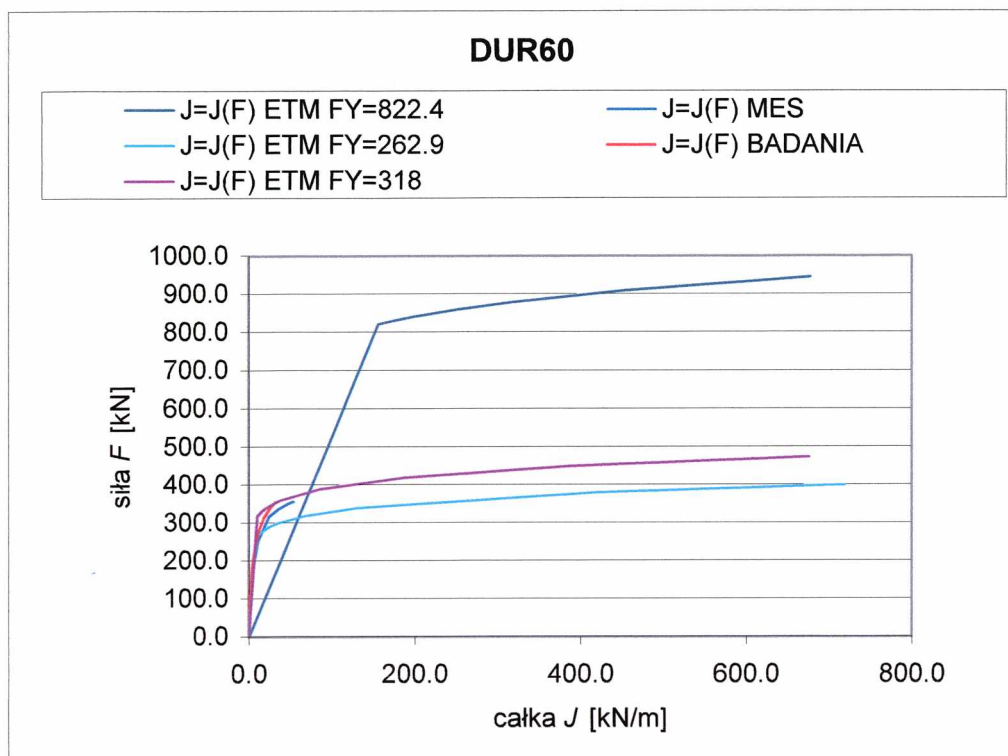
Na wykresach 6.2.2-3 i 6.2.2-4 przedstawiono wyniki obliczeń całki J próbek DUR30 i DUR60, uwzględniając korektę związaną z rowkowaniem próbek..



Rys. 6.2.2-2. Zależności J - F próbki DUR16 uzyskane w badaniach w wyniku obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM.



Rys. 6.2.2-3. Zależności J - F próbki DUR30 uzyskane w badaniach, w wyniku obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM. Obliczenia metodą ETM wykonano dla różnych sił granicznych



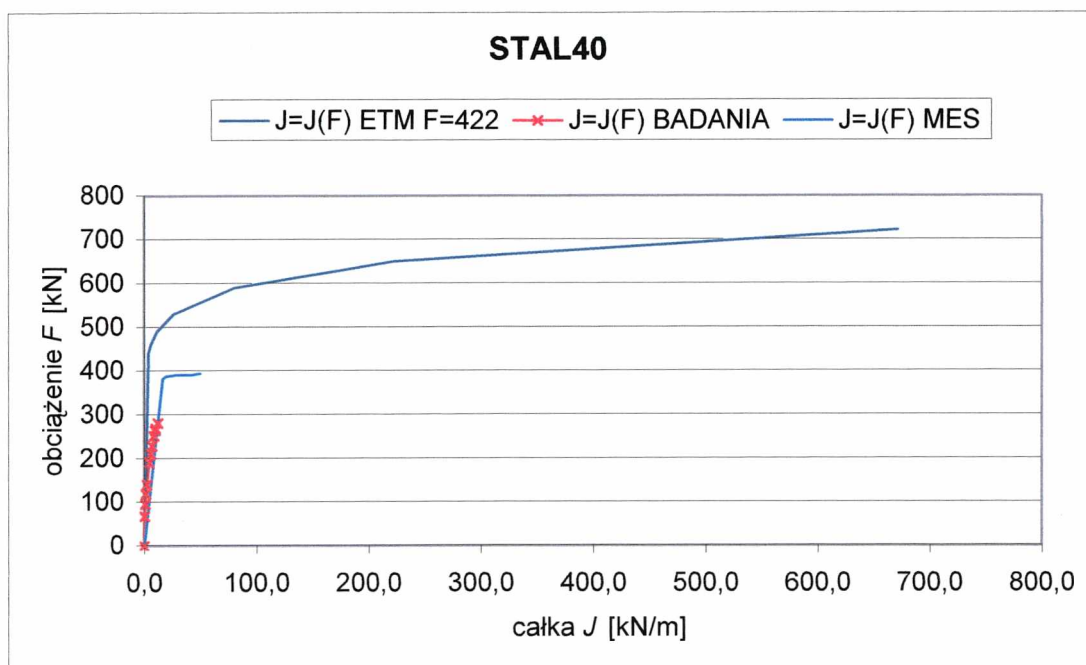
Rys. 6.2.2-4. Zależności J - F próbki DUR60 uzyskane w badaniach, w wyniku obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM. Obliczenia metodą ETM wykonano dla różnych sił granicznych

Z porównania zależności $J - F$ uzyskanych na podstawie badań, obliczeń numerycznych oraz modelu ETM widać, że zarówno obliczenia wg MES i ETM dobrze oddają zachowanie się badanych próbek. W wypadku obliczeń metodą ETM zasadniczy wpływ na dokładność obliczeń ma właściwe przyjęcie siły granicznej.

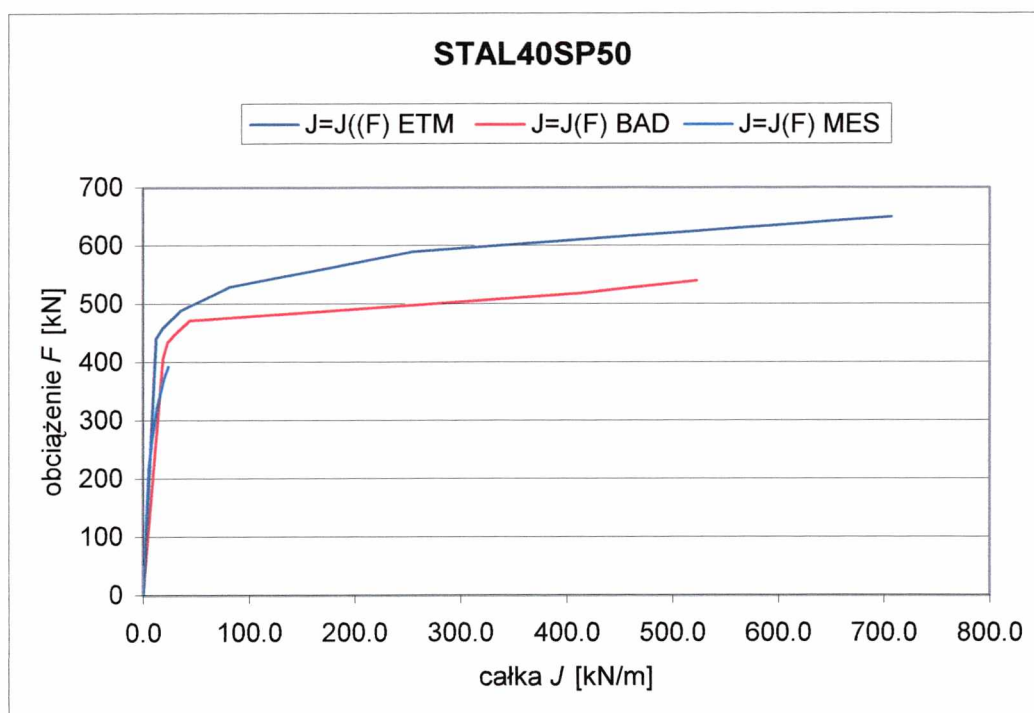
6.2.3. Obliczenia całki J próbek wzmocnionych płaskownikami stalowymi

Wykresy 6.2.3-1 i 6.2.3-2 przedstawiają wyniki obliczeń całki J wykonane na podstawie badań, obliczeń MES oraz metodą ETM. Wykres 6.2.3-1 wykonano dla próbki wmacnianej przyklejonymi płaskownikami. Ze względu na to, że płaskowniki odpadły przy stosunkowo niskich obciążeniach nie można porównać ze sobą uzyskanych wyników. Obliczenia na podstawie MES także nie dają interesujących wyników ze względu na to, że siła graniczna próbki w przekroju szczeliny jest znacznie większa od siły granicznej próbki powyżej wzmocnienia. Podobnie dzieje się w wypadku próbek wzmocnionych przyspawanymi płaskownikami. Wyniki uzyskane na podstawie MES nie przekraczają wartości siły granicznej powyżej wzmocnienia. W rzeczywistości próbce powyżej żeber dochodzi do bardzo dużych odkształceń plastycznych (rzędu 20%) i wzmocnienia materiału, zjawiska te nie znalazły odbicia w wynikach MES.

W wypadku próbki wmacnianej przyspawanymi płaskownikami (rys. 6.2.3-2) zaskakuje bardzo duża rozbieżność pomiędzy wynikami uzyskanymi wg ETM i z doświadczenia.



Rys. 6.2.3-1. Zależności J - F próbki Stal40 (wzmocnienie przyklejonymi płaskownikami) uzyskane w badaniach, w wyniku obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM



Rys. 6.2.3-2. Zależności J - F próbki Stal40Sp50 (wzmocnienie przyspawanymi płaskownikami) uzyskane w badaniach, w wyniku obliczeń numerycznych (MES) oraz na podstawie metody ETM

W wyniku obliczeń metodą ETM geometrii próbek Stal40Sp50 uzyskano znacznie niższe wartości całki J aniżeli te uzyskane na podstawie badań. Kształt krzywej J - F uzyskanej w badaniach nie jest podobny do krzywej σ - ε badanej stali. Przyczyną uzyskania wysokich wartości całki J w badaniach jest – obserwowane w trakcie badań – uplastycznienie spoin łączących płaskowniki wzmacniające z tarczą. Podatność połączenia wpłynęła na mierzone wartości rozwarcia brzegów szczeliny, a zatem także na zawyżenie wartości całki J .

Zależność J - F uzyskana w wyniku obliczeń numerycznych (MES) urywa się na wartości obciążenia 393 kN. Jest to siła graniczna przekroju brutto (powyżej wzmocnienia).

6.2.4. Wnioski

1. Pierwotny model ETM dał niezwykle dokładną ocenę nośności próbki niewzmocnionej. Zmodyfikowany model ETM dał niższe nośności od uzyskanych w badaniach.
2. Przy ustalaniu krzywej J - F na podstawie MES powinno uwzględniać się stabilny przyrost długości pęknięcia.
3. Próbki wzmocnione włóknami węglowymi ulegały zniszczeniu wskutek odpadnięcia wzmocnienia i oszacowanie nośności metodą ETM oraz MES ze względu na niestabilny rozwój szczeliny nie może być zweryfikowane z doświadczeniem.
4. Metoda ETM wydaje się być dobrym narzędziem do oceny nośności elementów ze szczeliną wzmacnianych włóknami węglowymi, jeżeli zamiast siły granicznej stosować się będzie siłę wywołującą uplastycznienie przekroju netto tarczy. Siłę tę można ustalić numerycznie (MES). Stosowanie siły granicznej daje bardzo duże zawyżenie nośności. Zastosowanie siły obliczonej wg proponowanej przez autora zależności (4.3-4) daje konserwatywne oszacowanie całki J .
5. Ocenę nośności elementu wzmocnionego metodami ETM i MES można prowadzić do wartości siły granicznej próbki powyżej wzmocnienia. Wniosek taki jest oczywisty z inżynierskiego punktu widzenia.

Nie wykonano obliczeń całki J próbek wzmacnianych przyśrubowanymi płaskownikami. Model MES musiałby być niezwykle skomplikowany, a model ETM nie oddaje charakteru pracy takiego elementu, gdyż nie uwzględnia się wszystkich procesów plastycznych zachodzących w próbce (uplastycznienie otworów wskutek docisku trzpienia, uplastycznienie tarczy w przekroju otworów). Zachodzenie w/w procesów istotnie wpływa na kształt krzywej J - F i krzywa ta staje się nie podobna do krzywej σ - ε .

6.3. Nośność próbek na podstawie FAD

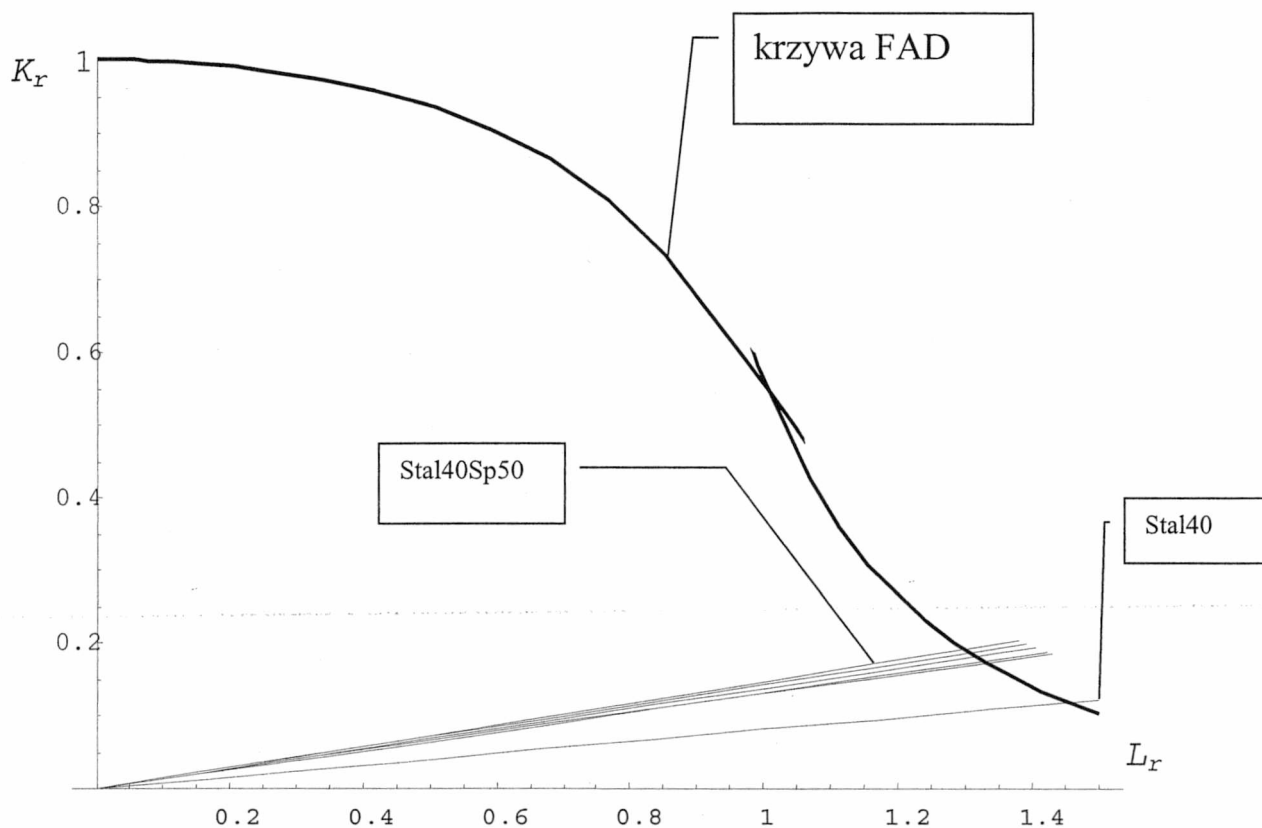
Obliczone zostaną nośności badanych próbek ze względu na możliwość niestabilnego rozwoju szczeliny przy użyciu krzywych FAD. Przyjęto krzywą FAD wg poziomu 1, dla materiału umacniającego się daną zależnościami (2.2.7-14) oraz (2.2.7-15). Do obliczeń przyjęto właściwości materiałowe przedstawione w tabeli 6.2-1. Odporność materiału na pękanie przyjęto na podstawie badań próbek typu CCT. K_{mat} przyjęto na podstawie $J_{uc}^{CCT} = 676$ wg zależności (2.1-32). Wykładnik umocnienia przyjęto $N = 0.108$, na podstawie zależności (2.2.7-12).

Próbki zastosowane w doświadczeniu były rowkowane w osi szczeliny. W obliczeniach WIN uwzględniono ten fakt przyjmując zastępczą grubość próbki (zgodnie z propozycją Neale'a [67]) równą $\sqrt{B \times B_n}$. B oznacza grubość próbki nie rowkowanej, B_n – grubość próbki pomniejszoną o głębokość rowków. Siłę graniczną ustalono na podstawie MES analogicznie jak wykonując obliczenia metodą ETM.

W celu określenia nośności elementu o zadanej geometrii na wykres krzywej FAD nałożymy prostą linię przechodzącą przez punkt 0,0 oraz punkt $\left(\frac{K_{CCT}(P)}{K_{mat}}, \frac{P}{P_Y} \right)$. Nośność elementu wyznaczy przecięcie się naniesionej prostej z krzywą FAD. W wypadku próbki CCT prosta ta dane jest równaniem:

$$f_{CCT}(L_r) = \frac{K(P)/K_{mat}}{P/P_Y} L_r = \frac{212.38 \times P/K_{mat}}{P/P_Y} L_r \quad (6.3-1)$$

Podobnie wyznaczymy proste odpowiadające próbkom wzmocnionym. Wartości współczynnika intensywności naprężenia próbek wzmocnionych $K(P)$ wyznaczono posiłkując się metodą elementów skończonych. Współczynnik WIN obliczono na podstawie równań (2.1-9) oraz (2.1-14). Wartości WIN odpowiadające badanym próbkom, przy przyjęciu długości szczeliny $a=23\text{mm}$ i obliczone dla siły $P=100\text{kN}$ przedstawiono w tabeli 6.3-1.

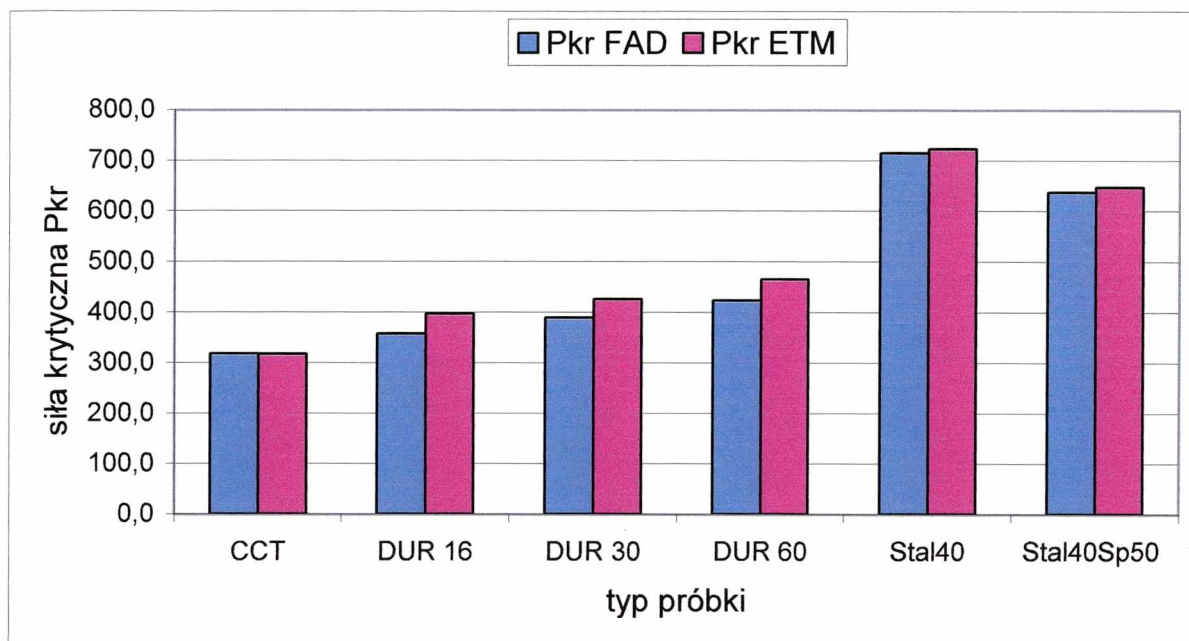


Rys. 6.3-1. Krzywa FAD z naniesionymi prostymi odpowiadającymi badanym próbkom

Na wykresie 6.3-1 przedstawioną krzywą FAD oraz proste opisane równaniem 6.3-1, odpowiadające badanym próbkom. Wyniki obliczeń nośności metodą FAD przedstawiono w tabeli 6.3-1. Podano także współczynniki intensywności naprężenia oraz siły graniczne analizowanych próbek uzyskane na podstawie MES i przyjęte jako dane wyjściowe do obliczeń nośności. Podano wartość $L_r^{\max}$ czyli maksymalną wartość obciążenia, do którego (zgodnie z wytycznymi SINTAP) można prowadzić

Tab. 6.3-1. Dane wyjściowe oraz wyniki obliczeń nośności badanych próbek metodą FAD oraz ETM.

TYP PRÓBKII		CCT	DUR 16	DUR 30	DUR 60	STAL40	STAL40SP50
K	$\text{kNm}^{-0.5}$	21.24	18.25	15.13	15.03	6.20	11.18
P_Y FAD	kN	241.9	272.0	286	318.0	491.5	491.5
F_Y ETM	kN	217.7	272.0	286.0	318.0	442.3	442.3
L_r		1.313	1.324	1.36	1.33	1.454	1.296
P_{kr} FAD	kN	317.5	357.5	389.0	422.9	714.6	636.9
P_{kr} ETM	kN	317.1	396.5	425.8	465.2	722.5	647.3
$L_{r\max}$		1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28
$P_{\max}$	kN	309.6	345.6	366.1	407.0	629.1	629.1



Rys. 6.3-2. Wartości obciążenia krytycznego ze względu na niestabilny rozwój szczeliny obliczone metodą ETM oraz FAD

analizę w poziomie 1 (2.2.7-13). WIN podano obliczony dla siły $P=100\text{kN}$. Na wykresie słupkowym rys. 6.3-2 porównano wyniki obliczeń nośności metodą FAD i ETM.

Wnioski

Obciążenia krytyczne próbek CCT, obliczone dwiema metodami są bardzo bliskie sobie (317.1 i 317.5 kN) i zgodne z doświadczeniem (319 kN).

Nośności krytyczne próbek wzmacnianych nakładkami stalowymi obliczane dwiema metodami są zbliżone do siebie (różnice wynoszą do 2%).

Zaskakiwać może duża zgodność pomiędzy wynikami obliczeń FAD i ETM próbek CCT, STAL40 i STAL40SP50 i niezgodność wyników próbek DUR16, DUR30 i DUR60. Wyjaśnienie różnic jest bardzo proste. Obliczając siłę graniczną F_Y jako podstawę do obliczeń nośności metodą ETM przyjmowano $\sigma_Y = 0.9 R_e$ (zgodnie z 2.2.5-27) i otrzymano wartości tej siły mniejsze o 10% w stosunku do siły granicznej będącej podstawą do obliczeń wg FAD. Przyjmując siłę graniczną do obliczeń nośności próbek wzmacnianych włóknami węglowymi wg MES przyjęto takie same wartości. Jak widać jest to powodem rozbieżności w wynikach uzyskanych metodami ETM i FAD. Trudno powiedzieć, które wyniki są bliższe rzeczywistej nośności, jako że próbki nie ulegały zniszczeniu w skutek niestabilnego rozwoju szczeliny.

7. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Ocena nośności ze względu na niestabilny rozwój szczeliny elementów obarczonych pęknięciem a wykonanych z niskowęglowych stali perlityczno – ferrytycznych, stosowanych w budownictwie, może być dokonywana przy użyciu inżynierskich metod FAD i ETM. Wysoka dokładność oceny nośności elementu z pęknięciem uzyskana na podstawie wymienionych metod została potwierdzona doświadczalnie. Wniosek ten dowodzi prawdziwości pierwszej tezy postawionej w pracy.
2. Odporność na pękanie obliczona na podstawie, podawanych w literaturze, zależności korelacyjnych z pracą łamania uzyskaną w próbie Charpy’ego okazała się być znacznie niższa od odporności na pękanie uzyskanej w badaniach próbek CCT. Przyczynami uzyskania bardzo konserwatywnych wartości są: stosunkowo mała grubość badanej próbki, wysoka temperatura badania oraz zastosowanie próbek typu CCT, które wykazują większą odporność na pękanie od próbek zginanych. Wykorzystanie znajomości pracy łamania do oceny nośności elementu ze względu na niestabilny rozwój szczeliny wymagałoby wykonania rozległych badań stali stosowanych w budownictwie i sporządzenie charakterystycznych dla tych stali zależności korelacyjnych pomiędzy pracą łamania a odpornością na pękanie.
3. Zastosowanie włókien węglowych jako wzmocnienia rozciąganego elementu tarczowego ze szczeliną centralną okazało się być skuteczne. Wysoka jakość wzmocnienia przejawia się całkowitym zablokowaniem wzrostu długości szczeliny. Uzyskano skuteczne wzmocnienie pomimo bardzo małej sztywności względnej elementów wzmacniających. Mała sztywność wzmocnienia (stosunek sztywności podłużnej wzmocnienia do iloczynu powierzchni szczeliny i modułu Younga stali) nie ma dużego znaczenia na jakość wzmocnienia, gdyż element wzmacniany pracuje w zakresie plastycznym i dochodzi w nim do dużych odkształceń plastycznych, podczas gdy elementy wzmacniające z włókien węglowych pracują cały czas w zakresie sprężystym. Nośność wzmacnianego elementu limitowana była wytrzymałością ścinanej warstwy kleju. Powyższy wniosek dowodzi tezę drugą.
4. Zastosowanie wzmocnienia o małej sztywności podłużnej daje stosunkowo niewielki spadek współczynnika intensywności naprężenia – K . Zgodnie ze wzorem Parisa szybkość przyrostu długości szczeliny obciążonej cyklicznie zależy głównie od tego parametru, zatem należy przypuszczać, że zastosowanie takiego wzmocnienia tylko w niewielkim stopniu może poprawić wytrzymałość zmęczeniową.
5. Ocena nośności elementów stalowych wzmacnianych włóknami węglowymi nie może być dokonywana przy pomocy metod ETM czy FAD. Jednakże przy pewnych modyfikacjach tychże metod mogą być one wykorzystane do oceny nośności elementów z pęknięciem i wzmacnianych elementami o odmiennych właściwościach materiałowych. Powyższy wniosek dowodzi tezy trzeciej i czwartej. Modyfikacja metod polega na przyjęciu wartości siły granicznej wg

MES, będącej siłą przy której następuje uplastycznienie stalowego przekroju tarczy (a nie zgodnie z definicją siłę, do której można maksymalnie obciążyć dany element). Bardziej konserwatywną ocenę nośności można uzyskać na podstawie zaproponowanego przez autora pracy wzoru (4.3-4).

6. W obliczenia nośności elementów ze szczeliną przy użyciu MES konieczne jest uwzględnianie podkrytycznego wzrostu szczeliny. W przeciwnym razie uzyskuje się zawyżoną ocenę nośności.
7. Wśród przebadanych typów próbek wzmocnienie za pomocą przyspawanych płaskowników okazało się być najskuteczniejsze. O wysokiej skuteczności wzmocnienia zdecydowała wysoka wytrzymałość złącza spawanego.
8. Bardzo duży wpływ na podkrytyczny wzrost szczeliny ma podatność łączników pomiędzy wzmocnieniem a tarczą. Uwidocznili się to szczególnie w elementach wzmacnianych dokręconymi płaskownikami ale także w przypadku próbki wzmacnianej płaskownikami przyspawanymi. Bardzo duże uplastycznienie ścianek otworów miało bardzo duży wpływ na osiągnięte wyniki. Żebra wzmacniające powinno się zatem mocować na połączenie cierne bądź też należy zastosować takie łączniki by wyeliminować uplastycznienie otworów wskutek docisku trzpienia. i związane z tym przemieszczenia
9. Całka J obliczana na podstawie zależności rozwarcie brzegów szczeliny – obciążenie w próbkach wzmacnianych przyśrubowanymi płaskownikami osiągnęła bardzo wysokie wartości znacznie przekraczające krytyczną wartość całki J_{uc}^{CCT} ustaloną w badaniach. Otrzymane wyniki budzą wątpliwości co do poprawności przyjętej metody obliczania całki J we wzmacnianych elementach.

8. LITERATURA

- [1] Agajan K. A., *Ob odnoj kontaktnej zadacze dla beskoniecznoj plastyiny s trieszczinoj is plennoj uprugimi nakładkami*. Pp. 3 – 15, Izv. A. N. Arm SSR. *Mechanika* No. 4, 1976.
- [2] Ainsworth R. A., Sattari-Far I., Sherry A. H., Hooton D. G., Hadley I., *Methods for including constraint effects within the SINTAP procedures*. EFM 67 (2000) 563-571.
- [3] Ainsworth R. A., Bannister A. C., Zerbst U., *An overview of the European flaw assessment procedure SINTAP and its validation*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 77 (2000) 869-876.
- [4] Ainsworth R. A., Gutierrez-Solana F., Ruiz Ocejo J., *Analysis levels within the SINTAP defect assessment procedures*. EFM 67 (2000) 515-527.
- [5] Baker A. A., *Repair efficiency in fatigue-cracked aluminium components reinforced with boron/ epoxy patches*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No.7, pp. 753 - 765, 1993.
- [6] Bannister A. C., Ruiz Ocejo J., Gutierrez-Solana F., *Implications of the yield stress/tensile stress to the SINTAP failure assessment diagrams for homogeneous materials*. EFM 67 (2000) 547-562.
- [7] Bardzokas D., Exadaktylos G. E., Anastaselos G., *The effect of stringers and patches on the stress intensities around cracks in plates*. EFM, Vol. 55, No. 6, pp. 935-955, 1996.
- [8] Barsom J. M., Rolfe S. T., *Fracture and Fatigue Control in Structures. Applications of Fracture Mechanics*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1987
- [9] Benzerga A. A., *Micromechanics of coalescence in ductile fracture*. J. Mech. Phys. Solids 50 (2000) 1331-1362.
- [10] Biel-Gońska M., *Analysis of cast steel fracture mechanisms for different states of stress*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 21 (1998) 965-975.
- [11] Brickstad B., Bergman M., Andersson P. A., Dahlberg L., Sattari-Far I., Nilsson F., *Procedures used in Sweden for safety assessment of components with cracks*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 77 (2000) 877-881.
- [12] Broberg K. B., *Critical review of some methods in non linear fracture mechanics*. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 50, No. 2, pp. 157-164, 1995.
- [13] Brockmann W., Neeb T., *Stand der Klebtechnik im Stahlbau*, Stahlbau 70 (2001), Heft 2.
- [14] Broek D. *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, Sijthoff & Noordhoff 1978.
- [15] Budden P. J., Sharples J. K., Dowling A. R., *The R6 procedure: recent developments and comparison with alternative approaches*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 77 (2000) 895-903.
- [16] Burdekin F. M., Lidbury D. G. P., Moskvic R., *On the upper shelf transition temperature behaviour in ferritic steels*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 76 (1999) 875-877.

- [17] Butnicki S., *Spawalność i kruchość stali*, WNT, Warszawa 1991.
- [18] Chandra R., Murthy M. V. V., Ramamurthy T. S., Rao A. K., *Analytical estimation of stress intensity factors in patched cracked plates*. EFM, Vol. 21, No. 3, pp. 479-494, 1985.
- [19] Chen X. G., Wu X. R., Yan M. G., *Dugdale model for strain hardening materials*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures Vol. 4, No. 6, pp. 843-871, 1992.
- [20] Collins R. A., Cartwright D. J., Gregson P. J., *A direct complex stress function approach for modelling stiffened panels containing multiple site damage*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 31, pp. 105-117, 1999
- [21] Cotterell B., *The past, present, and future of fracture mechanics*. Engineering Fracture Mechanics 69 (2002) 533-553.
- [22] Dawes M. G., *Quantifying POP-IN severity in fracture toughness tests*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 14, No. 10, pp. 1007 - 1014, 1991.
- [23] Dexter R. J., Pilarski P.J., *Crack propagation in welded stiffened panels*. Journal of constructional steel research No. 58, pp. 1081-1102, 2000.
- [24] Dowd N. P., *Applications of two parameter approaches in elastic-plastic fracture mechanics*. EFM, Vol. 52, No. 3, (1995) pp. 445-465.
- [25] Folch L. C. A., Burdekin F. M., *Application of coupled brittle-ductile model to study correlation between Charpy energy and fracture toughness values*. EFM 63 (1999) pp. 57-80.
- [26] Fu Dong-Shan, Zhang X., *Analytical-variational method of analysis about a finite plate with a cracked hole stiffened by a ring with rivet joints*. EFM, Vol. 50, No. 3, pp. 325-344, 1995.
- [27] Gołaski L., *Elementy doświadczalnej mechaniki pękania*, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 1992.
- [28] Gubeljak N., Zerbst U., Kocak M., *Prediction of the maximum load of pre-cracked welded bars using Charpy data according to the default level of the European SINTAP procedure*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 79 (2002) 89-98.
- [29] Gungor S., Nurse A. D., Patterson E. A., *Experimental determination of stress intensity factors of cracks in sheet structures with bolted stiffeners*. EFM, Vol. 53, No. 4, pp. 561-569, 1996.
- [30] Guo Y. J., Wu X. R., *A theoretical model for predicting fatigue crack growth rates in fibre-reinforced metal laminates*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, No.21, pp. 1133 - 1145, 1998.
- [31] Han M. S., Smith R. A., Kim S. C., *The use of compliance to investigate fatigue crack retardation by cover plates*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 13, No. 6, pp. 579 - 584, 1990.
- [32] Heerens J., Zerbst U., Schwalbe H.-K., *Strategy for characterising fracture toughness in the ductile to brittle transition regime*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No. 11, pp. 1213 - 1230, 1993.
- [33] Heerens J., Pfuff M., Hellmann D., Zerbst U., *The lower bound toughness procedure applied to the Euro fracture toughness dataset*. EFM 69, (2002), pp. 483-495.

- [34] Hertzberg K. W., *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, John Wiley & Sons, Inc.1983.
- [35] Horner P., Eripret C., *Experimental J evaluation from a load-displacement curve for homogeneous and overmatched SENB or CCT specimens*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 18, No. 16, pp. 679 - 692, 1995.
- [36] Joyce J. A., Link R. E., *Application of two parameter elastic-plastic fracture mechanics to analysis of structures*. EFM Vol. 57, No. 4 pp. 431-446, 1997.
- [37] Kim Y. J., Schwalbe H.-K., Ainsworth R. A., *Simplified J-estimation based on the Engineering Treatment Model for homogeneous and mismatched structures*. EFM 68 (2001) 9-27.
- [38] Kim S. H., Park Y. W., Kang S. S., Chung H. D., *Estimation of fracture toughness transition curves of RPV steels from Charpy impact data*. Nuclear Engineering and Design 212 (2002) 49-57.
- [39] Kirk M., Mitchell M., *Potential roles for the Master Curve in regulatory application*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 78 (2001) 111-123.
- [40] Kocańda S., *Zmęczeniowe niszczenie metali*. WNT, Warszawa 1978.
- [41] Kolednik O., *Loading conditions may influence the shape of J- Δa curves*. EFM, Vol. 41, No. 2, pp. 251-255, 1992.
- [42] Krasnow L. A., Mkasimienko W. N., Pawszok W. N., Tyrin W. P., *Opriedelienie koeficientow intensiwnosti naprizaenii dla treszczin w panelach, podkrieplennych priklejenymi nakładkami*. Problemy procznosti, pp. 73-76, No. 5, 1989.
- [43] Kowal Z., Rykaluk K.: *Ultimate State of Discs Contacts in a Double – Tee System of Elements*, Biulletin de l'Academie Polonaise des Sciences, serie des sciences techniques, vol. XX, 1972, No 7-8, s. 203-212.
- [44] Landes J. D., *Size, thickness and geometry effects on transition fracture*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials- & Structures. Vol. 16, No. 11, pp. 1135-1146, 1993.
- [45] Landes J. D., *J-Q model for predicting fracture in the ductile-brittle transition*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 19, (1996) 869-877.
- [46] Laukkanen A., *The Engineering Treatment Model and comparison to R6 revision 3*, EFM 67(2000) 367-380.
- [47] Lee K. Y., Kim O. W., *Stress intensity factor for sheet-reinforced and cracked plate subjected to remote normal stress*. EFM, No. 61, pp. 461-468, 1998.
- [48] Lei W. S., Dahl W., *Short Communication. Weakest-link statistic of cleavage fracture*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 74 (1994), 259-261.
- [49] Lei Y., Neale B. K., *J-integral function for a center-cracked tensile specimen*, International Journal of Pressure Vessels and Piping 71 (1997) 129-138.
- [50] Lei Y., Neale B. K., *The Fracture Behaviour of a Center Cracked Tensile Specimen*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 20, No. 2, pp. 201 - 216, 1997.

- [51] Li G. C., Liu H. Q., Du M. L., Hong Y. S., Zhang X., *Crack tip behaviour and crack propagation in ductile materials*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures Vol. 15, No. 2, pp. 187-202, 1992.
- [52] Li Z., Brocks W., Schwalbe H.-K., *The Engineering Treatment Model (ETM) for pure power law and non-power law hardening materials*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 1998; 21: pp. 1233-1248.
- [53] Liebowitz H., *Fracture An Advanced Treatise*, Izdatelstwo MIR Moskwa 1975.
- [54] Maiti S. K., Sethuraman R., *A higher order element for finite element analysis of stiffened panels subjected to in-plane loading and a study on efficient arrangement of doubly bonded strip crack stiffeners*. EFM, Vol. 41, No. 3, pp. 349-365, 1992.
- [55] Margolin B. Z., Shvestova V. A., Gulenko A. G., Ilyin A. V., Nikolaev V. A., Smirnov V. I., *Fracture toughness predictions for a reactor pressure vessel steel in the initial and highly embrittled states with the Master Curve approach and a probabilistic model*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 79 (2002) 219-231.
- [56] Margolin B. Z., Kostylev V. I., Ilyin A. V., Minkin A. I., *Simulation of J_R -curves for reactor pressure vessels steels on the basis of a ductile fracture model*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 78, (2001), pp. 715-725.
- [57] Marie S., Chapuliot S., *Ductile tearing simulation based on a local energetic criterion*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 21, pp. 215- 227, 1998.
- [58] Mehmard D., Brocks W., Fricke S., *Characterization of ductile tearing resistance by energy dissipation rate*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No. 10, pp. 1109 - 1124, 1993.
- [59] Mendera Z., *Zagadnienia stanów granicznych konstrukcji stalowych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej nr 7, Budownictwo Lądowe, z. 33, 1969.
- [61] Mieszkow Ju. Ja., *Fizicheskiye osnovy razrusznija stalnykh konstrukcji*, Naukowa Dumka, Kijew 1981.
- [61] Miranda C. A. J., Landes J. D., *Estimating cleavage stress using J-Q model*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 24 (2001) 391-404.
- [62] Morozow E. M., *An ultimate crack resistance concept*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 22 (1999) 997-1001.
- [63] Moskovic R., *Modelling of fracture toughness data in the ductile to brittle transition temperature region by statistical analysis*. EFM 69 (2002) 511-530.
- [64] Mourad A.-H. I., Maiti S. K., *Mode I and mixed-mode stable crack extensions through stiffened three-point bend specimens*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 18, No. 6, pp. 645 - 652, 1995.
- [65] Muskhelishvili N. I., *Einige Grundaufgaben zur mathematischen Elastizitätstheorie*. Carls Hanser Verlag Munchen 1971.
- [66] B. Nageswara B. R., Acharya A. R., *A comparative study on evaluation of fracture toughness from Charpy V-notch impact energy and reduction-in-area*. EFM Vol. 41, No. 1 pp. 85-90, 1992.

- [69] Neale B. K., *On the best fit curve through crack growth fracture resistance data*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No.4, pp. 465 - 472, 1993.
- [70] Neale B. K., *An Assessment of fracture toughness in the ductile to brittle transition regime using the Euro fracture dataset*. EFM 69 (2002) 497-509.
- [71] Neimitz A., *Mechanika pękania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.
- [72] Neimitz A., *A phenomenological model of the elastic-plastic CCT specimen containing a growing crack*. Engineering Fracture Mechanics, 68 (2001), 1219-1239.
- [73] Neimitz A., *Dugdale model modification due to the geometry induced plastic constraints*. Engineering Fracture Mechanics 67 (2000) 251-61.
- [74] Nilsson F., Faleskog J., Zaremba K., Oberg H., *Elastic-Plastic Fracture Mechanics for pressure vessel design*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 15, No. 1, pp. 73 - 89, 1992.
- [75] Nishimura T., *Stress intensity factors of a center cracked finite width sheet attached to a separate finite width sheet*. EFM, 67, (2000), pp. 383-396.
- [76] Pisarski H. G., Wallin K., *The SINTAP fracture toughness estimation procedure*. EFM, 67 (2000) 613-624.
- [77] Rosiński S. T., Server W. L., *Application of the Master Curve in the ASME Code*, International Journal of Pressure Vessels and Piping 77 (2000) 591-598.
- [78] Ruggieri C., Dodds R. H. JR, Wallin K., *Constraint effects on reference temperature, T_0 , for ferritic steels in the transition region*. EFM Vol. 60, No. 1, pp. 19-36, 1998.
- [79] K. Rykaluk. *Pęknięcia w konstrukcjach stalowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 1999.
- [80] K. Rykaluk, A. Kowal, *Wzmacnianie elementów pękniętych za pomocą żeber*. Materiały Konferencji Naukowej w Krynicy 1999, t. III, s. 127-134.
- [81] Schijve J., *Some consideration on the Eftis-Liebowitz equation for the COD compliance of a center cracked sheet specimen*, EFM Vol. 55, No 3, pp. 341-346, 1996.
- [82] Schwalbe H.-K., Cornec A., *The Engineering Treatment Model (ETM) and its practical application*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 14, No. 4, pp. 405-412, 1991.
- [83] Schwalbe H.-K., Zerbst U., *The Engineering Treatment Model*, International Journal of Pressure Vessels and Piping 77 (2000) 905-918.
- [84] Schwalbe H.-K., B. Neale, *A procedure for determining the fracture behaviour of materials – the unified fracture mechanics test method EFAM GTP 94*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 18, No. 4, pp. 413-424, 1995.
- [85] Schwalbe H.-K., Hayes B., Baustian K., Cornec A., Gordon R., Homayun M., Voss B., *Validation of the fracture mechanics test method EGF P1-87D (ESIS P1-90/ESIS P192) Analysis of an experimental round robin*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No. 11, pp. 1231-1284, 1993.
- [86] Schwalbe H.-K., Neale B. K., Ingham T., *Draft recommendation for determining the fracture resistance of ductile materials : EGF Procedure EGF*

- [85] Schwalbe H.-K., Hayes B., Baustian K., Cornec A., Gordon R., Homayun M., Voss B., *Validation of the fracture mechanics test method EGF P1-87D (ESIS P1-90/ESIS P192) Analysis of an experimental round robin*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No. 11, pp. 1231-1284, 1993.
- [86] Schwalbe H.-K., Neale B. K., Ingham T., *Draft recommendation for determining the fracture resistance of ductile materials : EGF Procedure EGF P1-87D*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 11, No. 6, pp. 409 - 420, 1988.
- [87] Schwalbe H.-K., Heerens J., *R-curve testing and its relevance to structural assessment*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1998, 21, 1259-1271.
- [88] Selvarathinam A. S., Goree J. G., *T-stress based fracture model for cracks in isotropic materials*. EFM, Vol. 60, No. 5-6, pp. 543-561, 1998.
- [89] Shehu S., Nilsson F., *Two parameter description of crack growth initiation including thickness effect through probabilistic modelling*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. Vol. 20, No. 2, 179-199, 1997.
- [90] Sherry A. H., France C. C., Goldthorpe M. R., *Compendium of T-stress solutions for two and three dimensional cracked geometries*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. Vol. 18, No. 1, 1995.
- [91] Tada H., Paris P. C., Irwin G. R., *The stress analysis of cracks. Handbook*, DEL Research Corporation, Hellertown, Pennsylvania, 1973.
- [92] Tarpani J. R., Spinelli D., *Linear elastic vs elastic-plastic fracture mechanics in nuclear vessel integrity assessments*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 74 (1997) 97-103.
- [93] Tsamasphyros G. J., Kanderakis G. N., Karalekas D., Rapti D., Gdoutos E. E., Zacharopoulos D., Marioli-Riga Z. P., *Study of composite patch repair by analytical and numerical methods*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 24, pp. 631 - 636, 2001.
- [94] Tsamasphyros G., Dimou G., *Stress intensities in a strip reinforced by stiffeners at the edges*. EFM, Vol. 51, No. 6, pp. 897-914, 1995.
- [95] Turaga V. R. S., Ripudaman Singh R., *Modelling of patch repair to a thin cracked sheet*. EFM 62, (1999), pp. 267-289.
- [96] Turner C. E., Kolednik O., *A simple test method for energy dissipation rate, CTOA and the study of size and transferability effects for large amounts of ductile crack growth*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 20, No. 11, pp. 1507 - 1528, 1997.
- [97] Vlot A., Verhoeven S., Ipenburg G., Siwipersad D. R. C., Woerden H. J. M., *Stress concentrations around bonded repairs*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 23, pp. 263 - 276, 2000.
- [98] Vlot A., Massar J. M. A., Guijt C. B., Verhoeven S., *Bonded aircraft repairs under variable amplitude fatigue loading and at low temperatures*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, No. 23, pp. 9 - 18, 2000.
- [99] Wallin K., *Low-cost J-R curve estimation based on CVN upper shelf energy*. 2001, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 24, 537-549.
- [100] Wallin K., *Upper shelf energy normalisation for sub-sized Charpy-V specimens*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 78 (2001) 463-470.

- [101] Wallin K., *Master curve analysis of the 'EURO' fracture toughness dataset*. EFM 69 (2002) 451-481.
- [102] Wang C. H., Rose L. R. F., *Crack-tip plastic blunting under gross section yielding and implications for modelling physically short cracks*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 22, 1999, 761-773.
- [103] Wang C. H., *Fatigue crack closure analysis of bridged crack representing composite repairs*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 23, pp. 477 - 488, 2000.
- [104] Wang G. Z., Wang H. J., Chen J. H., *Effects of notch geometry on the local cleavage fracture stress σ_f* . Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 22, 849-858.
- [105] Wang T. J., *An engineering approach to remove the specimen geometry constraint dependence of elastic-plastic fracture toughness*. EFM, Vol. 51, No. 5, pp. 701-706, 1995.
- [106] Webster S., Bannister A., *Structural Integrity assessment procedure for Europe – of the SINTAP programme overview*. EFM 67 (2000) 481-514.
- [107] Weng T. L., Sun C. T., *A study of fracture criteria for ductile materials*. EFM 7 (2000) 101-125.
- [108] Wilson C. D., Mani P., *Plastic J-integral calculation using the load separation method for the center cracked tension specimen*, EFM 69 (2002) 887-898.
- [109] Wu S. X., Mai Y. W., *Prediction of the initiation of ductile fracture*. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 43, No. 5, pp. 793-810, 1995.
- [110] Xia L., Shih C. F., *Ductile crack growth-I. A numerical study using computational cells with microstructurally based length scale*. J. Mech. Phys. Solids. Vol. 43, pp. 233-259, 1995.
- [111] Xia L., Shih C. F., *Ductile crack growth-II. Void nucleation and geometry effects on macroscopic fracture behaviour*. J. Mech. Phys. Solids. Vol. 43, No. 12, pp. 1953-1981, 1995.
- [112] Xia L., Shih C. F., *Ductile crack growth-III. Transition to cleavage fracture incorporating statistics*. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 44, No. 4 pp. 603-639, 1996.
- [113] Xiao D., Dexter R. J., *Finite element calculation of applied J- integral for cracked ship structural details*. EFM, Vol. 60, No. 1, pp. 59-82, 1998.
- [114] Yan C., Mai Y. W., *Effect of constraint on ductile crack growth and ductile-brittle fracture transition of a carbon steel*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 73 (1997) 167-173.
- [115] Yuh-Jin C., Poh-Sang L., *On the use of constraint parameter A_2 determined from displacement in predicting fracture event*. EFM 61 (1998) pp. 487 – 502.
- [116] Zerbst U., Ainsworth R. A., Schwalbe H.-K., *Basic principles of analytical flaw assessment methods*. International Journal of Pressure Vessels and Piping 77 (2000) 855-867.
- [117] Zerbst U., Heerens J., Pfuff M., Wittkowsky U., Schwalbe H.-K., *Engineering estimation of the lower bound toughness in the transition regime of ferritic steels*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1998, 21, pp. 1273 - 1278.

- [118] Zerbst U., Heerens J., Schwalbe H.-K., *Estimation of lower bound fracture resistance of pressure vessel steel in the transition regime*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 16, No. 11, pp. 1147 - 1160, 1993.
- [119] Zhang Z. L., Thaulow C., Odegard J., *A complete Gurson model approach for ductile fracture*. Engineering Fracture Mechanics 67 (2000) pp. 155-168.
- [120] Ziółko J., *Zbiorniki metalowe na ciecze i gazy*. Arkady 1986.
- [121] PN-91/H-04310. *Próba statyczna rozciągania metali*.
- [122] PN – 87/H – 04335. *Metoda badania odporności na pękanie w płaskim stanie odkształcenia*.
- [123] PN – 88/H – 04336. *Metoda badania odporności na pękanie przez wyznaczanie krytycznej wartości całki J , J_{IC}* .
- [124] PN-79/H-04370. *Próba udarności w temperaturze pokojowej*.
- [125] PN-66/H-04505. *Mikrostruktura stalowych wyrobów hutniczych. Wzorce i oznaczenia*.
- [126] PN-84/H-04507 oraz PN-66/H-04515-04517. *Ziarno stali, metali nieżelaznych i ich stopów*.
- [127] PN-63/H-04504 *Badanie mikrostruktury stalowych wyrobów hutniczych. Cementyt trzeciorzędowy. Pasmowość. Struktura Widmannstaettena*.
- [128] PN – ENV 1993-1-1/AK Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych*.
- [129] *Informacje techniczne systemu Sika CarboDur firmy SIKA*
- [130] *LUSAS Finite Element System – Theory Manual*, FEA Ltd.