

INSTYTUT KONSTRUKCJI I EKSPLOATACJI MASZYN
POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

Raport Serii PRE Nr 013/2002

Rozprawa Doktorska

Wpływ wilgotności na własności
wytrzymałościowe osadów filtracyjnych

Janusz Szymków

Promotor:

Prof. dr inż. Kazimierz Pieczonka

Słowa kluczowe:

filtracja
osad filtracyjny
nienasycony materiał ziarnisty
wytrzymałość na ścinanie
wytrzymałość na rozciąganie

Wrocław, 2002 r.

SPIS TREŚCI

Wykaz oznaczeń i symboli

1. Wprowadzenie.....	1
2. Własności osadów filtracyjnych.....	3
3. Cel pracy.....	7
4. Charakterystyka obszaru badawczego.....	8
4.1. Rola struktury wewnętrznej osadu filtracyjnego.....	8
4.2. Proces filtracji.....	11
4.3. Charakterystyka osadów filtracyjnych jako warstwy ciała ziarnistego.....	14
4.4. Charakterystyka geometryczna cząstek ciała stałego tworzących osady filtracyjne.....	18
4.4.1. Wymiary cząstek.....	18
4.4.2. Kształt cząstek.....	20
4.5. Aspekt zawartości cieczy w osadzie filtracyjnym.....	23
4.6. Literaturowe modele wytrzymałości materiałów ziarnistych.....	27
4.6.1. Wytrzymałość na ścinanie.....	27
4.6.2. Wytrzymałość na rozciąganie.....	30
5. Model funkcji płynięcia osadów filtracyjnych.....	35
6. Badania eksperymentalne ścinania osadów filtracyjnych.....	37
6.1. Opis stanowisk badawczych i stosowanych procedur pomiarowych.....	37
6.1.1. Aparat z prostokątną komorą ścinającą do badań modelowych.....	37
6.1.2. Aparat z pierścieniową komorą ścinającą do badań weryfikacyjnych w skali ćwierćtechnicznej.....	42
6.1.3. Układ pomiarowy.....	45

6.2. Badania rozpoznawcze materiałów ziarnistych.....	46
6.2.1. Charakterystyka materiałów użytych do badań.....	46
6.2.2. Wyznaczanie konturów cząstek z obrazów mikroskopowych.....	46
6.2.3. Wyznaczanie średnicy i parametrów kształtu.....	47
6.2.4. Wyznaczanie charakterystyk odwadniania osadów.....	63
6.2.5. Wnioski z badań rozpoznawczych.....	67
6.3. Testy porównawcze ścinania materiałów ziarnistych na aparacie pierścieniowym i standardowym aparacie Jenika.....	68
6.4. Realizacja głównego planu eksperymentu – wpływ nasycenia osadów filtracyjnych na wytrzymałość na ścinanie.....	73
6.4.1. Opis pomiarów.....	73
6.4.2. Metodyka prowadzenia eksperymentu.....	75
6.5. Metodyka opracowania wyników badań.....	78
6.6. Analiza błędów pomiarowych.....	80
6.7. Wyniki testów bezpośredniego ścinania osadów filtracyjnych.....	82
7. Identyfikacja modelu.....	92
8. Weryfikacja modelu w skali ćwierćtechnicznej.....	100
9. Podsumowanie i wnioski końcowe.....	106
10. Literatura.....	109
Załącznik A	112
Załącznik B.....	126
Załącznik C.....	129

WYKAZ OZNACZEŃ I SYMBOLI

- A – powierzchnia , m^2 ,
AR – elongacja, wydłużenie elipsy aproksymującej kontur cząstki, -,
 b , b_0 , b_1 – współczynniki modelu, Pa,
 b_2 , b_3 – współczynniki modelu, -,
 c – spójność, Pa,
 d – średnica cząstki, m,
 d_a – dłuższa średnica elipsy aproksymującej kontur cząstki, m,
 d_b – krótsza średnica elipsy aproksymującej kontur cząstki, m,
 d_F – średnica Fereta, m,
 d_{Fmax} – maksymalna średnica Fereta, m,
 d_M – średnica Martina, m,
 e – stopień porowatości, -,
 F – siła, N
 G – ciężar odważnika, N,
 h – wysokość, m,
 h_{os} – wysokość osadu, m,
 L – ramię dźwigni, m,
 M_{sp} – moduł sprężystości cząstek stałych, Pa,
 m – masa, kg,
 m_s - masa ciała stałego, kg,
 m_w – masa cieczy, kg,
 m_{ow} – masa osadu wilgotnego, kg,
 N – siła normalna, N,
 p – ciśnienie, Pa,
 p_k – ciśnienie kapilarne, Pa,
 p_m – ssanie matrycowe, Pa,
 R – współczynnik korelacji, -,
 R^2 – wariancja wyjaśniona, %,
 R_{os} – opór warstwy osadu, m^{-1} ,
 R_{wf} - opór warstwy filtrującej, m^{-1} ,
 r – promień bębna prasy taśmowej, m,
 r_k – promień kapilary, m,

r_v – opór właściwy osadu, m^{-2} ,
 S - nasycenie, -,
 T – siła styczna, N,
 t - czas filtracji, s,
 u - uwodnienie, -,
 V – objętość, m^3 ,
 V_f – objętość filtratu, m^3 ,
 V_p - objętość porów, m^3 ,
 V_s – objętość ciała stałego, m^3 ,
 V_w – objętość wody, m^3 ,
 w – wilgotność, -,
 x – wielkość mierzona,
 $x_{\text{śr}}$ – średnia wartość wielkości mierzonej – x ,
 α_{op} – kąt opasania bębna prasy taśmowej, rad,
 γ – ciężar objętościowy, N/m^3 ,
 γ_s - napięcie powierzchniowe przypadające na jednostkę długości obwodu kapilary, N/m,
 ΔL – wydłużenie, m,
 Δp – różnica ciśnień, Pa,
 $\Delta x_{\text{śr}}$ – błąd bezwzględny pomiaru wartości średniej wielkości – $x_{\text{śr}}$,
 $\delta x_{\text{śr}}$ – błąd względny pomiaru wartości średniej wielkości – $x_{\text{śr}}$,
 ε - porowatość, -,
 η - lepkość fazy ciekłej, $Pa \cdot s$,
 Φ - współczynnik kształtu, -,
 φ - kąt tarcia wewnętrznego, rad,
 ρ_o – gęstość objętościowa materiału ziarnistego, kg/m^3 ,
 ρ_s - gęstość ciała stałego, kg/m^3 ,
 σ – naprężenie normalne, Pa,
 σ_1 – największe naprężenie główne, Pa,
 σ_3 – najmniejsze naprężenie główne, Pa,
 σ_c – wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie, Pa,
 σ_n – naprężenie normalne w płaszczyźnie zniszczenia, Pa,
 σ_r – wytrzymałość na rozciąganie, Pa,
 σ_{r1} – wytrzymałość na jednoosiowe rozciąganie, Pa,

τ – naprężenie styczne, Pa,

τ_f – naprężenie styczne w płaszczyźnie zniszczenia, Pa,

ψ - kulistość, - ,

1. WPROWADZENIE

Materiały ziarniste są obiektem badań w wielu dziedzinach nauki, takich jak: geotechnika, geologia, mechanika, inżynieria materiałowa, biotechnologia, inżynieria chemiczna i procesowa.

Tak duże zainteresowanie wynika przede wszystkim z szerokiego zastosowania tych materiałów jako:

a) tworzywa konstrukcyjnego wykorzystywanego w budowie:

- fundamentów,
- ścian oporowych,
- skarp,

b) materiału biorącego udział w licznych procesach jednostkowych w inżynierii chemicznej takich jak:

- filtracja,
- wirowanie,
- sedymentacja,
- flotacja,
- przesiewanie,
- magazynowanie,
- transport,
- fluidyzacja.

Ponadto, zainteresowanie to wynika również z potrzeby doskonalenia maszyn i urządzeń przeróbczych, dla których właściwości materiałów ziarnistych decydują o ich konstrukcji.

Niniejsza praca dotyczy zagadnień wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych, które ze względu na trójfazową budowę zaliczamy do nienasyconych (ang. unsaturated) ośrodków ziarnistych. Trzy fazy tworzące strukturę osadu filtracyjnego to: ciało stałe, ciecz oraz gaz. Pojęcie nienasycony, w odniesieniu do materiałów ziarnistych, oznacza, że faza ciekła (najczęściej woda) wypełnia tylko część wolnej przestrzeni między cząstkami ciała stałego. Pozostałą część zajmuje faza gazowa (najczęściej powietrze).

Wytrzymałość na ścinanie związana jest z wyznaczeniem granicznej wytrzymałości, po osiągnięciu której osad filtracyjny, w określonym stanie naprężenia, doznaje plastycznego płynięcia.

Przyjętym w pracy obiektem badań są więc osady o strukturze powstałej w wyniku procesu filtracji.

O nowości zagadnienia i przedstawianego problemu świadczy to [4], że mechanika gruntów nienasyconych wyodrębniła się jako osobny dział dopiero w latach osiemdziesiątych, a w 1995 roku odbyła się pierwsza międzynarodowa konferencja na temat gruntów nienasyconych. W Polsce pierwszy podręcznik dotyczący omawianego zagadnienia, opublikowano w 1998 r., pod redakcją B. Grabowskiej - Olszewskiej.

Ponieważ w literaturze dotyczącej omawianego tematu spotykamy różne oznaczenia i definicje, w prezentowanej pracy przyjęto ujednoliconą nomenklaturę powszechnie stosowaną w inżynierii chemicznej i procesowej. Szczegółowe wyjaśnienia zamieszczono w rozdziale 4 oraz w spisie oznaczeń.

2. WŁASNOŚCI OSADÓW FILTRACYJNYCH

Jednym z głównych czynników wpływającym na podejmowane decyzje w procesie każdej produkcji jest czynnik ekonomiczny, czyli korzyści wynikające z przyjęcia określonych rozwiązań aparaturowych lub parametrów technologicznych. Mierzalne efekty ekonomiczne uzyskujemy poprzez zwiększenie wydajności urządzeń pracujących w danym procesie lub obniżanie kosztów produkcji.

W procesach mechanicznego rozdziału zawiesziny ciecz - ciało stałe istotną barierą zwiększania wydajności stanowi powstający osad, ponieważ od jego struktury wewnętrznej, to jest od wielkości i kształtu cząstek, sposobu upakowania oraz wytrzymałości zależy opór stawiany przepływającej cieczy. Im grubsza i bardziej upakowana warstwa osadu filtracyjnego tym wydajność procesu filtracji mniejsza, a zużycie energii na kontynuowanie procesu coraz większe. Deformacja struktury pod wpływem ciśnienia, które jest siłą napędową mechanicznych procesów rozdziału może uniemożliwić nawet dalsze prowadzenie filtracji.

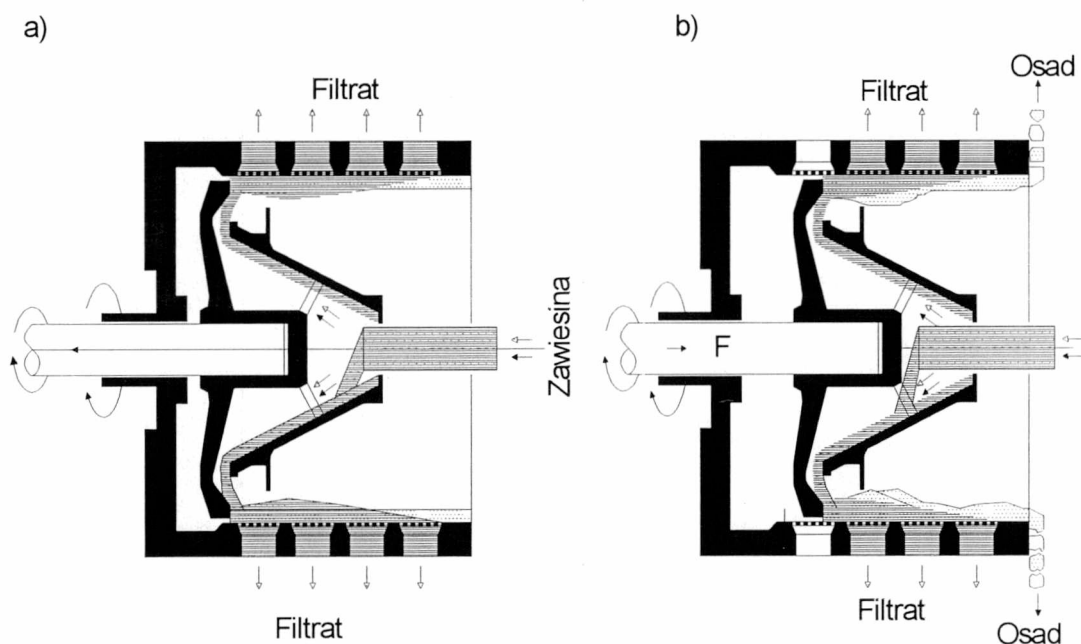
Po rozdzieleniu zawiesziny powstały osad należy odwodnić oraz usunąć z filtra. Mechaniczne metody odwadniania, takie jak: przedmuchiwanie osadu powietrzem, wirowanie lub wyciskanie są energooszczędną alternatywą suszenia termicznego. Porównując efekty odwadniania na prasie filtracyjnej z suszeniem metodą termiczną stwierdzono [1], że odwadnianie na prasie filtracyjnej, daje około 10 razy mniejsze zużycie energii. Stąd też poznanie przebiegu procesów odwadniania umożliwiające opracowanie nowych rozwiązań aparaturowych ma duże znaczenie praktyczne.

Możliwość uzyskania odpowiedniego stopnia odwodnienia osadów filtracyjnych przynosi wymierne korzyści ekonomiczne. Przykładowo, zmniejszenie wilgotności resztkowej szlamów ściekowych z 70% do 60 % powoduje zmniejszenie objętości o więcej niż 35% [1]. Wynikają z tego wprost korzyści w transporcie i składowaniu.

Jak wspomniano powyżej, wytrzymałość struktury osadu ma istotny wpływ na parametry procesu filtracji i odwadniania np. na szybkość filtracji, wilgotność końcową osadu, ściśliwość podczas wyciskania cieczy. Wpływa również na przebieg procesów odwadniania, przemywania, osuszania, a także łatwość i kompletność usuwania osadu [2]. Od wytrzymałości osadu zależy jego podatność na pękanie podczas odwadniania. Pękanie osadów znacznie obniża skuteczność operacji odwadniania i przemywania.

Na rysunkach (1, 2 i 3) pokazano przykłady, najczęściej występujące w mechanicznych procesach rozdziału zawiesin, deformacji oraz niszczenia struktury osadu w różnych aspektach, tzn. kiedy niszczenie jest celowe i uzasadnione oraz kiedy jest to zjawisko niekorzystne z punktu widzenia prowadzenia procesu.

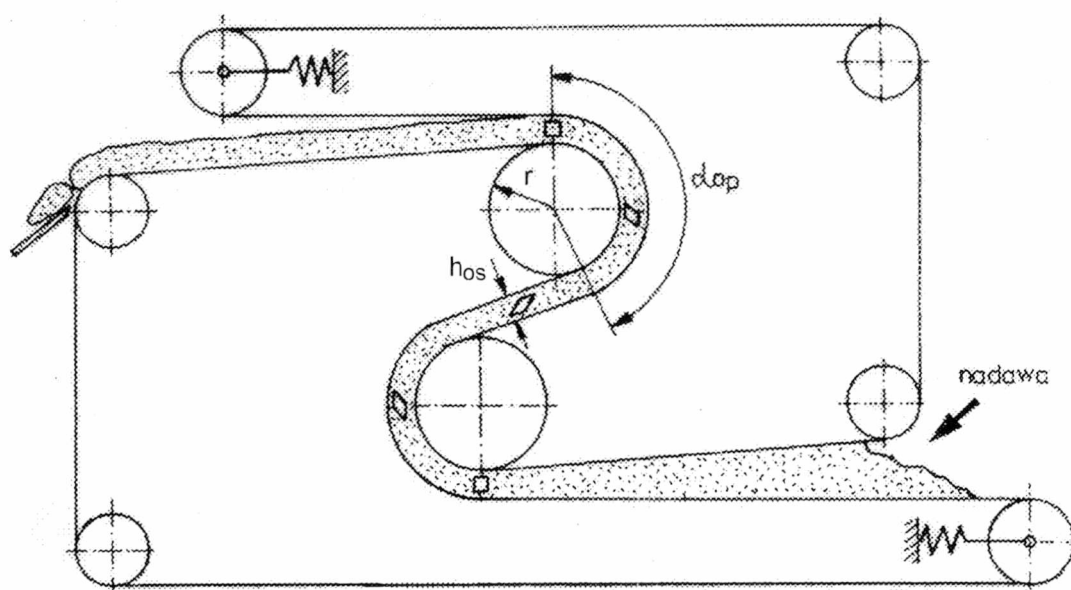
Rysunek (1) przedstawia wirówkę filtracyjną z pulsacyjnym usuwaniem osadu.



Rys.1. Schemat wirówki filtracyjnej z pulsacyjnym usuwaniem osadu.
a) filtracja, b) usuwanie osadu.

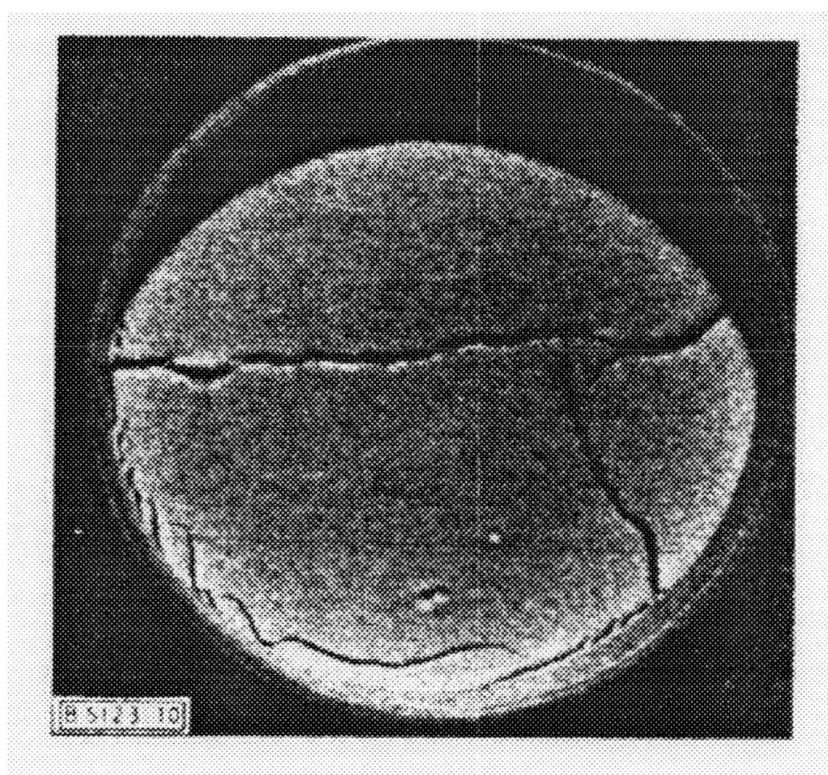
Tłok poruszając się przesuwa powstały osad niszcząc jego strukturę. Siła F poruszająca tłok, musi pokonać opór struktury wewnętrznej osadu oraz jego przyczepności do przegrody filtracyjnej. Oczywiście jest, że takie działanie niszczące jest celowe, ponieważ służy usunięciu gotowego produktu filtracji z wirówki.

Na rysunku (2) pokazano taśmową prasę filtracyjną. Tutaj osad jest zamknięty i ściskany pomiędzy dwoma przepuszczalnymi dla cieczy taśmami, w wyniku czego następuje jego odwadnianie. W trakcie przechodzenia taśm przez układ rolek, osad znajdujący się pomiędzy taśmami jest ścinany, w wyniku różnicy prędkości taśm względem siebie. A więc, podczas przechodzenia przez rolki, powstają w materiale naprężenia ścinające. Deformacja struktury osadu wskutek ścinania powoduje zmniejszenie objętości wolnej materiału, co skutkuje dodatkowym odwodnieniem osadu - czyli jest to zjawisko korzystne. Natomiast, jeżeli siły ścinające wywołają poślizg osadu na taśmie to wystąpi zjawisko niekorzystne, powodujące zalepianie porów tkaniny i utrudnienie odwadniania, a także istotne problemy z regeneracją tkaniny. Odpowiednie ułożenie rolek pozwala na efektywne odwadnianie przy jednoczesnym wyeliminowaniu płynięcia osadu.



Rys.2. Schemat taśmowej prasy filtracyjnej

W ostatnim przykładzie, zilustrowanym na rysunku (3), widzimy powierzchnię placka filtracyjnego po odwadnianiu przez przedmuchiwanie powietrza. W miarę usuwania wilgoci, w wyniku powstającego rozkładu nasycenia wewnątrz osadu, występują naprężenia wewnętrzne powodujące deformacje, a w konsekwencji pęknięcia dochodzące do powierzchni zewnętrznej. Strumień przedmuchiwanego powietrza jest nierównomierny, gdyż jego większa część przepływa przez widoczne szczeliny, przez co osad filtracyjny nie zostaje dostatecznie odwodniony. W tym wypadku przekroczenie naprężeń granicznych jest zjawiskiem niekorzystnym, a osuszanie należałoby zakończyć przy większej wilgotności resztkowej.



Rys.3. Powierzchnia placka filtracyjnego po osuszaniu

Powyższe przykłady pokazują, że znajomość granicznej wytrzymałości osadów filtracyjnych na ścinanie umożliwi prawidłowe modelowanie i prowadzenie procesów odwadniania, jak również modyfikację istniejących urządzeń i aparatów, a także jest ona niezbędna przy opracowywaniu nowych rozwiązań konstrukcyjnych.

3. CEL PRACY

W ramach podjętej tematyki głównym celem pracy jest:

- opracowanie modelu funkcji plastycznego płynięcia dla osadów filtracyjnych z uwzględnieniem stopnia nasycenia osadu cieczą.

Realizację postawionego zadania oparto o postawione cele szczegółowe niniejszej pracy, tj.:

- konstrukcję i budowę aparatu bezpośredniego ścinania umożliwiającego jednocześnie prowadzenie procesu filtracji i odwadnianie powstałego osadu przez przedmuchiwanie powietrzem,
- przeprowadzenie testów ścinania osadów w skali laboratoryjnej, przy różnym stopniu nasycenia,
- opracowanie na podstawie wyników eksperymentów współczynników modelu plastycznego płynięcia osadów,
- weryfikacja modelu na podstawie eksperymentów w skali ćwierćtechnicznej.

4. CHARAKTERYSTYKA OBSZARU BADAWCZEGO

4.1. ROLA STRUKTURY WEWNĘTRZNEJ OSADU FILTRACYJNEGO

Pod pojęciem osadu filtracyjnego (ang. filter cake - placek filtracyjny) rozumiemy zamknięty zespół cząstek składający się z drobnych cząstek ciała stałego, który zawiera w sobie pewną ilość cieczy. Budowa złoża ziarnistego tj. wielkość i kształt cząstek, sposób upakowania determinują charakter przestrzeni porów osadu, a to z kolei wpływa na zachowanie się złoża w procesie filtracji, odwadniania, składowania, a także na własności wytrzymałościowe [2, 3, 4, 5]. Świadczy to o wpływie czynników mikrostrukturalnych na własności osadu obserwowane w skali makro.

Podczas filtracji z tworzeniem osadu, podstawowym parametrem wyrażającym wpływ własności warstwy porowatej na szybkość procesu jest opór właściwy osadu. Parametr ten grupujący wszystkie wielkości charakteryzujące ośrodek porowaty wyznaczany jest najczęściej doświadczalnie na podstawie testów filtracji. Znane są również inne sposoby wyznaczania oporu właściwego osadu [3]. Są to metody oparte na :

- informacji o cząstkach stałych i strukturze wewnętrznej osadu
- własnościach mechanicznych cząstek oraz osadu

Podstawowym równaniem, w którym wykorzystuje się informacje o strukturze osadu jest równanie *Kozeny'ego-Carmana* [3]. Według tego równania opór właściwy osadu jest funkcją porowatości, wielkości i kształtu cząstek.

$$r_v = \frac{k \cdot (1 - \varepsilon)^2}{\psi^2 \cdot d^2 \cdot \varepsilon^3} \quad (1)$$

gdzie: k – stała,

ε - porowatość,

d – średnica cząstki, m

ψ - sferyczność

r_v – opór właściwy osadu, m^{-2} .

Parametry wytrzymałościowe powiązane są z oporem właściwym zależnością [3]:

$$r_v = \frac{r_{h1} \cdot (1 + \frac{f_p}{f_{h1}} \cdot \frac{h_p}{h_1})}{1 - \Delta p / M_{sp}} \quad (2)$$

gdzie:

r_{h1} – opór strukturalny osadu pod działaniem słupa zawiesiny o wysokości 1 m, m^{-2}

f_p – parametr warstwy pulchnej

f_{h1} – parametr warstwy zagęszczonej pod działaniem słupa cieczy o wysokości 1m

h_p – grubość warstwy pulchnej, m

h_1 – grubość warstwy zagęszczonej, m

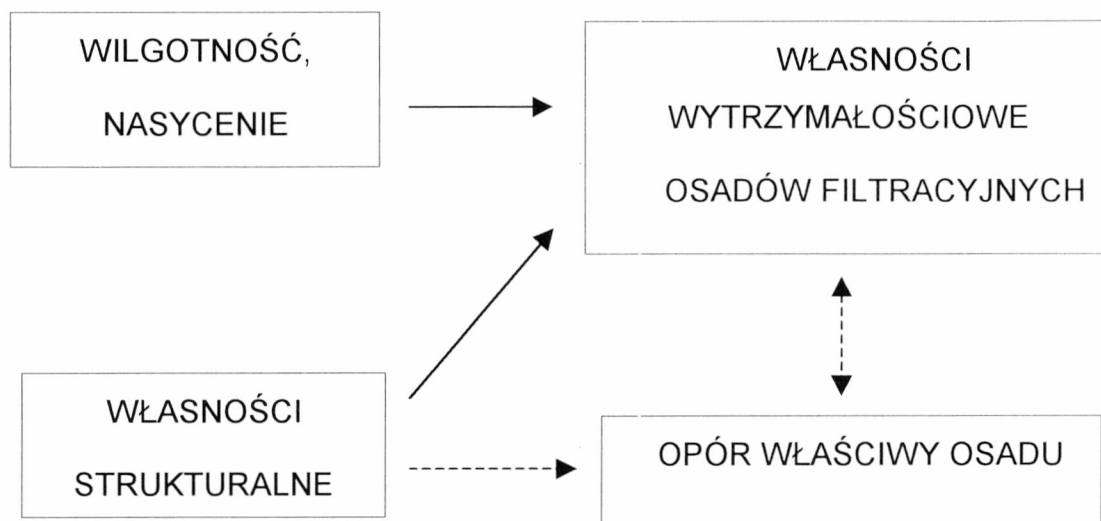
M_{sp} – moduł sprężystości cząstek stałych, Pa,

Δp – spadek ciśnienia, Pa,

r_v – opór właściwy osadu, m^{-2} .

Chociaż wyznaczanie oporu właściwego na podstawie równania (2) nie jest stosowane w zagadnieniach przemysłowych, ze względu na trudności związane z pomiarami parametrów warstwy zagęszczonej i pulchnej, to jednak równanie to wskazuje na związek własności wytrzymałościowych z oporem właściwym osadów filtracyjnych. Związek ten określa wielkość modułu sprężystości cząstek stałych.

Wykorzystując informacje literaturowe oraz dotychczasowe prace własne [6,7,8,14,15], w podsumowaniu można pokazać schemat powiązań, rysunek (4), pomiędzy własnościami strukturalnymi, nasyceniem, własnościami wytrzymałościowymi i oporem właściwym osadu.



Rys.4. Schemat powiązań własności strukturalnych, mechanicznych i przepływu dla osadów filtracyjnych.

4.2. PROCES FILTRACJI

W literaturze [10] dotyczącej własności wytrzymałościowych ośrodków rozdrobnionych zwraca się uwagę na zależność stanów granicznych od sposobu realizacji wymuszeń tzw. drogi obciążeń od historii powstawania danej struktury oraz przebiegu wcześniejszych obciążeń. W związku z tym, iż modelowanie i eksperymenty w prezentowanej pracy dotyczą osadów filtracyjnych należy przybliżyć sam proces filtracji.

Filtracją nazywa się procesy rozdzielania układów niejednorodnych za pomocą przegród porowatych, które zatrzymują jedne fazy tych układów i przepuszczają inne [3]. Jest to ogólna definicja obejmująca rozdzielanie wszystkich układów niejednorodnych. Według Polskiej Normy PN-76/C-01350/010 przez filtrację cieczy rozumie się mechaniczne rozdzielanie mieszaniny ciecz - ciało stałe za pomocą warstw porowatych, które zatrzymują cząstki ciała stałego, a przepuszczają ciecz. Siłą napędową procesu jest różnica ciśnień po obu stronach warstwy filtracyjnej.

Podstawową zależność opisującą filtrację ustalił Darcy w 1856 r., którą dla procesów separacji zawiesin można przedstawić w postaci różniczkowej następująco:

$$\frac{dV_f}{Adt} = \frac{\Delta p}{\eta(R_{os} + R_{wf})} \quad (3)$$

gdzie:

V_f – objętość filtratu, m^3 ,

A – powierzchnia filtracji, m^2 ,

t - czas filtracji, s ,

Δp – różnica ciśnień, Pa ,

η - lepkość fazy ciekłej, $Pa \cdot s$,

R_{os} – opór warstwy osadu, m^{-1} ,

R_{wf} - opór warstwy filtrującej, m^{-1} .

Oznaczając stosunek objętości osadu do objętości filtratu przez x_v

$$\frac{h_{os} \cdot A}{V_f} = x_v \quad (4)$$

opór warstwy osadu możemy napisać jako:

$$R_{os} = r_v h_{os} = r_v x_v \left(\frac{V_f}{A} \right) \quad (5)$$

gdzie:

r_v – opór właściwy objętościowy osadu, m^{-2} .

Ostatecznie otrzymujemy podstawowe równanie różniczkowe filtracji z tworzeniem nieściśliwego osadu

$$\frac{dV_f}{A dt} = \frac{\Delta p}{\eta \left(r_v x_v \frac{V_f}{A} + R_{wf} \right)} \quad (6)$$

Aby uzyskać szczegółowe rozwiązania równania (6) należy uwzględnić warunki panujące podczas filtracji, którą można prowadzić pod stałą różnicą ciśnień, ze zmienną szybkością, lub zmienną różnicą ciśnień i stałą szybkością filtracji.

Jeżeli założymy przebieg procesu pod stałą różnicę ciśnień $\Delta p = \text{idem}$, co ma miejsce w praktyce przemysłowej, to oprócz V_f i t , wszystkie wielkości w równaniu (6) są stałe. Całkując w granicach od 0 do t i od 0 do V_f otrzymujemy równanie filtracji z tworzeniem osadu pod stałą różnicą ciśnień

$$V_f^2 + 2 \frac{R_{wf} A}{r_v x_v} V_f = 2 \frac{\Delta p A^2}{\eta r_v x_v} t \quad (7)$$

Równanie to wygodnie jest sprowadzić do postaci

$$\frac{t}{V_f} = M \cdot V_f + \quad (8)$$

gdzie:

$$M = \frac{\eta r_v x_v}{2\Delta p} \qquad N = \frac{\eta R_{wf}}{\Delta p}$$

skąd

$$r_v = \frac{2M\Delta p}{\eta x_v} \qquad (9)$$

Z wszystkich wielkości stałych wchodzących do równania (6) najważniejszą jest opór właściwy osadu r_v , ponieważ decyduje o szybkości procesu oraz charakteryzuje strukturę powstałego osadu. Wyznaczenie wartości oporu osadu oraz oporu przegrody filtracyjnej wymaga znajomości współczynników M i N występujących w równaniu (8). Wartości tych współczynników szacujemy na podstawie wyników testów filtracji danej zawiesiny przedstawionych na wykresie $t/V_f - V_f$.

4.3. CHARAKTERYSTYKA OSADÓW FILTRACYJNYCH JAKO WARSTWY CIAŁA ZIARNISTEGO

Osad filtracyjny, jako układ składający się z różnej wielkości cząstek, należy do materiałów rozdrobnionych.

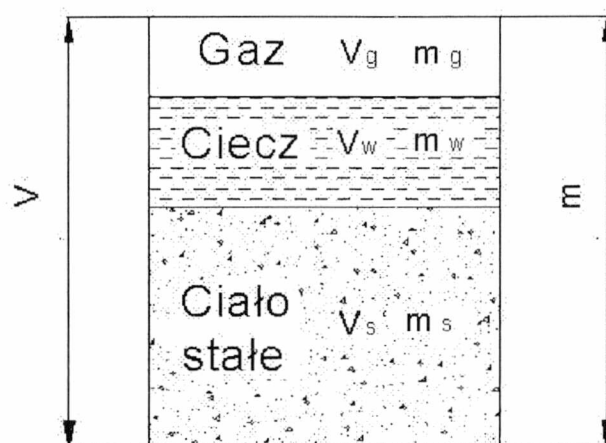
W inżynierii chemicznej i procesowej na określenie takich materiałów najczęściej używa się pojęć: materiał ziarnisty, złożę rozdrobnionych ciał stałych, rozumiane jako substancja dwu lub trójfazowa, w której pory pomiędzy cząstkami wypełnione są gazem i cieczą [6,11].

Z problematyką ośrodków ziarnistych spotykamy się najczęściej przy analizowaniu procesów rozdrabniania, magazynowania, jak również podczas wysypu i transportu pneumatycznego. Jednak w tych procesach mamy do czynienia z materiałem sypkim bądź materiałem o małej zawartości wilgoci, która może być pominięta. Dużo wyższą wilgotność, a zarazem inne własności posiadają osady uzyskane drogą filtracji, wirowania i odstawania.

Potrzeby różnych dyscyplin naukowych doprowadziły do zróżnicowania definicji podstawowych własności fizycznych związanych z materiałem rozdrobnionym oraz stosowanych oznaczeń. Jest to o tyle istotne, ponieważ rozpatrując zjawiska związane zachowaniem się osadów filtracyjnych, i wykorzystując do tego dane literaturowe z różnych dziedzin, można łatwo popełnić błąd, ponieważ pod tymi samymi nazwami kryją się różne definicje.

Poniżej omówiono podstawowe związki objętościowe i masowe, których znajomość jest niezbędna przy badaniu własności materiałów ziarnistych.

Na rysunku (5) przedstawiono przykładowy wycinek osadu filtracyjnego, który składa się z trzech faz: stałej – cząstki stanowiące szkielet osadu, gazowej i ciekłej.



Rys.5. Układ faz w osadzie filtracyjnym

Jednym z parametrów charakteryzującym własności strukturalne jest gęstość objętościowa, którą wyznaczamy ze stosunku masy osadu - m do jej objętości - V .

$$\rho_o = \frac{m}{V} \quad (10)$$

Wskaźnik ten służy do bezpośrednich obliczeń naprężeń pierwotnych, stopnia zagęszczenia, porowatości, gęstości objętościowej szkieletu.

Gęstością ciała stałego nazywamy stosunek masy ciała stałego - m_s do jego objętości - V_s .

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad (11)$$

Znajomość gęstości ciała stałego jest potrzebna przy wyznaczaniu porowatości, składu granulometrycznego, ściśliwości. Powszechnie wyznacza się ją metodą piknometru.

Innymi parametrami, które charakteryzują związki strukturalne rozdrobnionych ciał stałych są: porowatość oraz wskaźnik porowatości.

W przypadku tych parametrów spotykamy się w literaturze z różnymi ich oznaczeniami [5,11,12,13]. Porowatość oznaczana jest przez n lub ε , natomiast stopień porowatości przez e lub ε .

W niniejszej pracy pod pojęciem porowatości złoza rozumie się ułamek objętości wolnej nie zajętej przez materiał stały, przypadający na całkowitą przestrzeń złoza i zostanie oznaczany literą ε .

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V} \quad (12)$$

Stopień porowatości określa nam stosunek objętości porów do objętości cząstek ciała stałego.

$$e = \frac{V_p}{V_s} \quad (13)$$

Oba związki (12) i (13) są w łatwy sposób wzajemnie przeliczalne.

W definicjach zawartości wody w osadach nie bierze się pod uwagę wody związanej chemicznie. Podobnie jak w przypadku porowatości, różne są definicje i oznaczenia określające zawartość wody w materiale. W mechanice gruntów wilgotność - w określa się jako stosunek masy wody - m_w do masy suchego osadu - m_s , podczas gdy w inżynierii procesowej i jednocześnie w niniejszej pracy stosunek ten wyraża uwodnienie, oznaczane literą u , równanie (14).

$$u = \frac{m_w}{m_s} \quad (14)$$

Wilgotność określamy natomiast jako iloraz masy wody – m_w zawartej w materiale ziarnistym do jego całej masy – m .

$$w = \frac{m_w}{m} \quad (15)$$

W tym miejscu należy pokazać wyższość stosowania równania (15) wobec wad stosowania równania (14). Otóż, wyrażenie na wilgotność, równanie (15), które zmienia się w zakresie wartości od 0 do 1, jest bardziej zrozumiałe intuicyjnie i ma lepszą interpretację fizyczną, ponieważ przyjmując wartość $w = 0$ osad jest suchy, natomiast dla wartości $w = 1$ mamy do czynienia z czystą cieczą. W równaniu (14), dla czystej cieczy stosunek ten wprowadza

wielkość nieoznaczoną, $u \approx \infty$. W związku z powyższym, w pracy zastosowano definicję wilgotności wyrażoną przez równanie (15).

Nasycenie S , równanie (16) - określające stopień wypełnienia porów osadu przez ciecz, nazywane jest w mechanice gruntów stopniem wilgotności, a ponadto stosowane są różne oznaczenia S , S_r , S_w

W niniejszej pracy przyjęto oznaczenie stosowane w inżynierii chemicznej. Stosunek objętości wody do objętości porów nazwano nasyceniem i oznaczono literą - S

$$S = \frac{V_w}{V_p} \quad (16)$$

4.4. CHARAKTERYSTYKA GEOMETRYCZNA CZĄSTEK CIAŁA STAŁEGO TWORZĄCYCH OSADY FILTRACYJNE

Mikrostruktura osadów filtracyjnych uzależniona jest od wielkości i kształtu cząstek tworzących osad oraz od sposobu ich upakowania. Osady o identycznym składzie granulometrycznym, w zależności od warunków ich powstawania, mogą różnić się porowatością charakteryzującą sposób upakowania cząstek. Przy zachowaniu zbliżonych warunków tworzenia się osadu decydujący wpływ na jego strukturę wewnętrzną wywierają wymiar i kształt cząstek ciała stałego oraz ich statystyczne rozkłady.

W wielu procesach inżynierii chemicznej w celu scharakteryzowania materiału ziarnistego wystarczy podać rozkład wielkości cząstek, na podstawie którego można wyznaczyć między innymi przeciętną średnicę cząstek w zbiorze. Zakłada się przy tym, że cząstka jest kulista. W rzeczywistości wiemy, iż naturalne materiały odbiegają od kształtu kulistego, dlatego drugim istotnym parametrem jest kształt cząstek biorących udział w danym procesie.

4.4.1. Wymiary cząstek

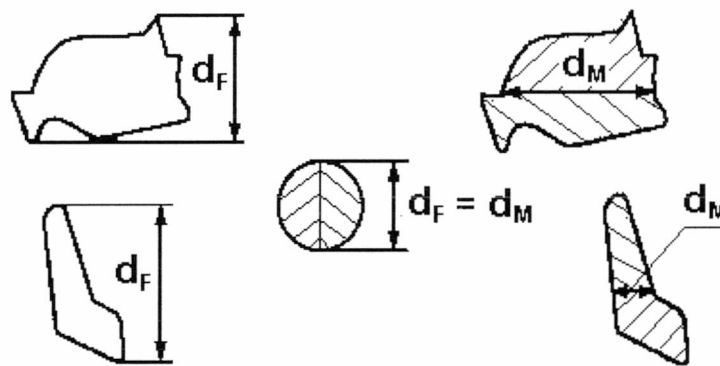
Do określania wielkości cząstek stosuje się wszystkie własności fizyczne jednoznacznie powiązane z geometrycznym wymiarem cząstek. Można wyróżnić cztery podstawowe grupy własności fizycznych spełniające ten warunek:

- charakterystyki geometryczne takie jak: różne wymiary liniowe, pole rzutu cząstki, objętość i powierzchnia cząstki,
- masa cząstki,
- prędkość opadania cząstek w gazie lub cieczy pod wpływem grawitacji lub innych sił masowych,
- zakłócenie pola elektromagnetycznego zwłaszcza dyfrakcja i rozproszenie wiązki światła na cząstkach oraz zakłócenie jednorodnego pola elektrycznego.

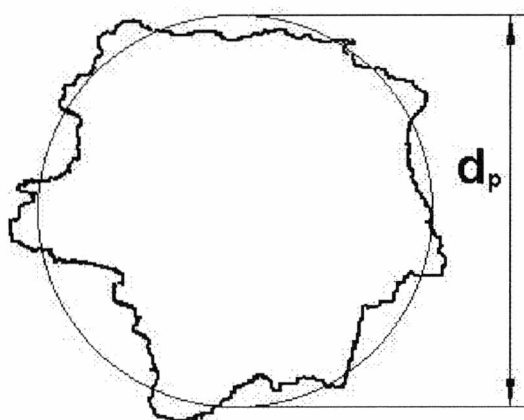
Jeżeli charakteryzujemy cząstkę za pomocą jej średnicy to używamy pojęcia średnicy zastępczej, która zależy od kształtu. W tablicy 1 [16], zamieszczono poszczególne definicje średnic zastępczych.

Ostatnio dużego znaczenia nabiera analiza obrazów mikroskopowych, która umożliwia bezpośrednią obserwację mikro - obiektów. Dzięki temu możemy ocenić kształt i wymiar cząstki w sposób bezpośredni. Wadą tej metody jest operowanie płaskim obrazem. Niemniej jednak metoda ta daje nam możliwość dokładnego wyznaczenia średnicy, kształtu cząstki oraz chropowatości jej powierzchni.

W analizie mikroskopowej często przyjmujemy jako średnicę zastępczą średnicę Fereta - d_F , Martina - d_M oraz średnicę projekcyjną - d_p , rysunek (6 i 7).



Rys.6. Średnica Fereta i Martina.



$$d_p = \sqrt{\frac{4 \cdot A_c}{\pi}}$$

gdzie:

A_c – powierzchnia projekcyjna
cząstki, m^2

Rys.7. Średnica projekcyjna.

Tablica 1. Definicje średnic zastępczych [16].

Symbol	Nazwa średnicy zastępczej	Definicja
d_A	Sitowa	Szerokość minimalnego otworu sita, przez które przejdzie cząstka
d_v	Objętościowa	Średnica kuli mającej taką samą objętość jak cząstka
d_s	Powierzchniowa	Średnica kuli o takiej samej powierzchni jak cząstka
d_{sv}	Powierzchniowa-objętościowa	Średnica kuli o takim samym stosunku powierzchni do objętości jak cząstka
d_{stk}	Stokesa	Średnica kuli wyznaczona z opadania swobodnego cząstki przy ruchu laminarnym (dla $Re < 0,2$)
d_p	Powierzchni projekcyjnej	Średnica koła o takiej samej powierzchni jak powierzchnia projekcyjna cząstki o ustawieniu losowym
d_F	Fereta	Odległość między dwoma równoległymi liniami st stycznymi do zarysu rzutu cząstki
d_M	Martina	Długość linii dzielącej pole powierzchni rzutu cząstki na dwie równe części

4.4.2. Kształt cząstek

Najprostszym sposobem określenia kształtu cząstki jest opis słowny, na podstawie subiektywnej oceny wizualnej. Najczęściej używa się takich określeń jak:

- iglasty,
- ostrokrawędziowy,
- obtoczysty,
- dendrytyczny,
- kulisty.

Najczęściej stosowanym współczynnikiem kształtu jest kulistość Ψ , definiowana jako stosunek pola powierzchni kuli – $(A_k)_v$, mającej taką samą objętość jak cząstka do powierzchni cząstki – A_c .

$$\Psi = \frac{(A_k)_v}{A_c} \leq 1 \quad (17)$$

lub też współczynnik kształtu jako odwrotność kulistości

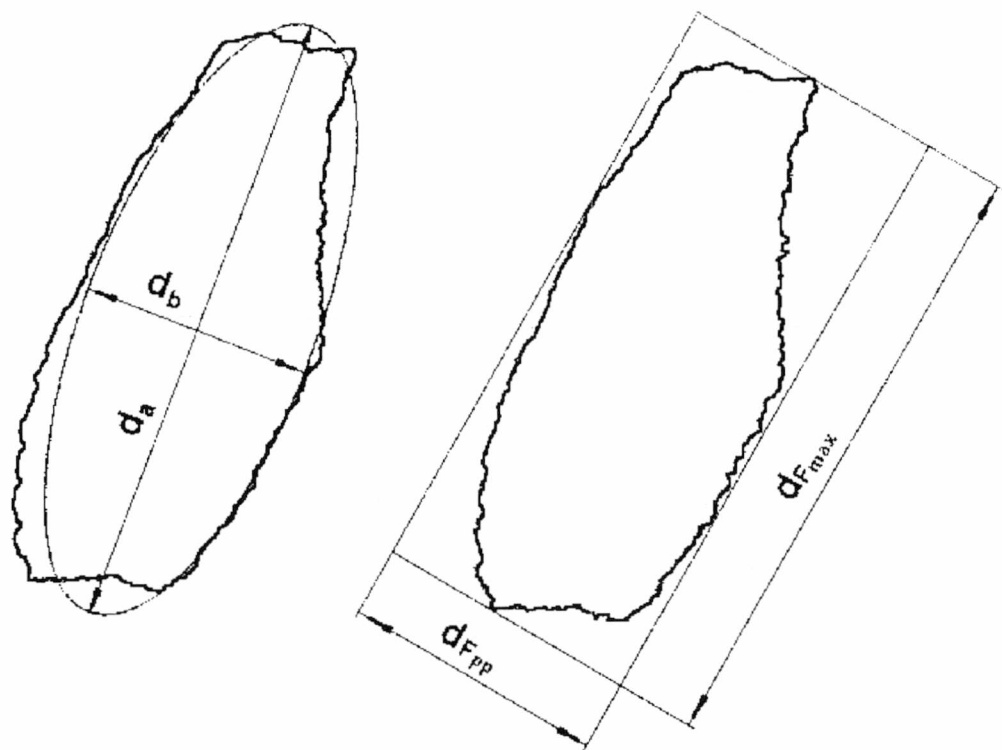
$$\Phi = \frac{1}{\Psi} = \frac{A_c}{(A_k)_v} \geq 1 \quad (18)$$

Coraz częściej stosowany jest parametr charakteryzujący globalny kształt cząstki, wyznaczany na podstawie analizy dwuwymiarowego konturu rzutu projekcyjnego. Parametr ten nazywany elongacją lub wydłużeniem oznaczamy symbolem AR (aspect ratio) i określamy jako stosunek dłuższej osi elipsy – aproksymującej kontur cząstki - do osi krótszej, rysunek (8).

$$AR = \frac{d_a}{d_b} \quad (19)$$

Aby uniknąć czasochłonnej procedury aproksymowania konturu cząstki elipsą, można wyznaczyć elongację jako stosunek maksymalnej średnicy Fereta - d_{Fmax} do średnicy wyznaczonej w kierunku prostopadłym – d_{Fpp} .

$$AR = \frac{d_{Fmax}}{d_{Fpp}} \quad (20)$$



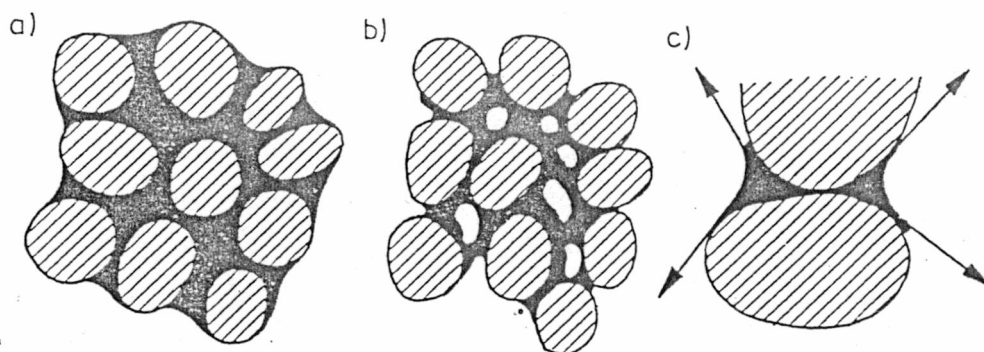
Rys. 8. Kontur cząstki aproksymowany elipsą do wyznaczenia elongacji - AR.

Osobnym zagadnieniem jest charakterystyka powierzchni cząstki, to jest jej chropowatości, gdzie stosuje się analizy prowadzące do wyznaczenia wymiaru fraktalnego konturu lub powierzchni cząstki.

4.5. ASPEKT ZAWARTOŚCI CIECZY W OSADZIE FILTRACYJNYM

Cechą charakterystyczną osadów filtracyjnych jest pozostawanie cieczy w wolnych przestrzeniach międzyziarnowych. Ciecz ta (najczęściej woda) utrzymywana jest w porach osadu dzięki siłom kapilarnym wynikającym z napięcia powierzchniowego występującego na styku fazy gazowej i ciekłej

Na rysunku (9) pokazano przykładowo dwa stany wypełnienia przestrzeni międzyfazowej cieczą. W małych błonkach przylegających do ciała stałego, tworzą się na skutek napięcia powierzchniowego meniski, wywołujące siły, które powodują przyciąganie sąsiadujących ze sobą cząstek.



Rys. 9. Dwa stopnie wypełnienia cieczą porów osadu.
a) pełne, b) stykowe, c) menisk przy wypełnieniu stykowym

Dodatkowe ściskanie cząstek dzięki meniskom zwiększa naturalne tarcie wewnętrzne złoża, które wykazuje wówczas tzw. spójność pozorną.

Pionowe składowe sił, wywołanych przez napięcie powierzchniowe równoważą się z ciężarem słupa cieczy w kapilarze. Wartość napięcia rozciągającego ciecz na poziomie menisków równa się ciężarowi słupa cieczy, natomiast na poziomie zwierciadła równa się zeru, rysunek (10).

Ciężar słupa wody w rurce wynosi $h \cdot \pi \cdot r_k^2 \cdot \gamma$, a siła napięcia powierzchniowego - N_s , przy kącie zwilżania dla czystego szkła bliskim zeru $\cos \alpha \approx 1$, równa się $2 \cdot \pi \cdot r_k \cdot \gamma_s$. Czyli,

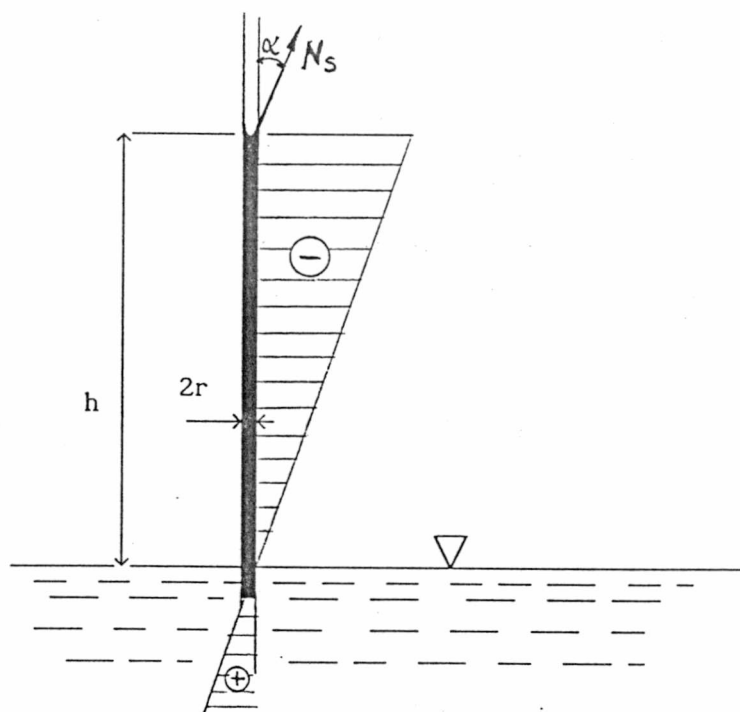
$$h \pi r_k^2 \gamma = 2 \pi r_k \gamma_s$$

$$h = \frac{2\gamma_s}{r\gamma} \quad (21)$$

gdzie:

γ_s – napięcie powierzchniowe przypadające na jednostkę długości obwodu kapilary, N/m

Uziarnienie osadu wpływa na wielkości utworzonych kapilar, a te z kolei na wysokość podnoszenia się cieczy. Jakkolwiek średnica porów w przypadku drobnych frakcji wskazywałaby na możliwość podnoszenia na wysokość kilkudziesięciu metrów, to w rzeczywistości – ze względu na złożoną budowę i nieciągłą budowę złoża – występuje podciąganie na wysokość około dwóch metrów [5]



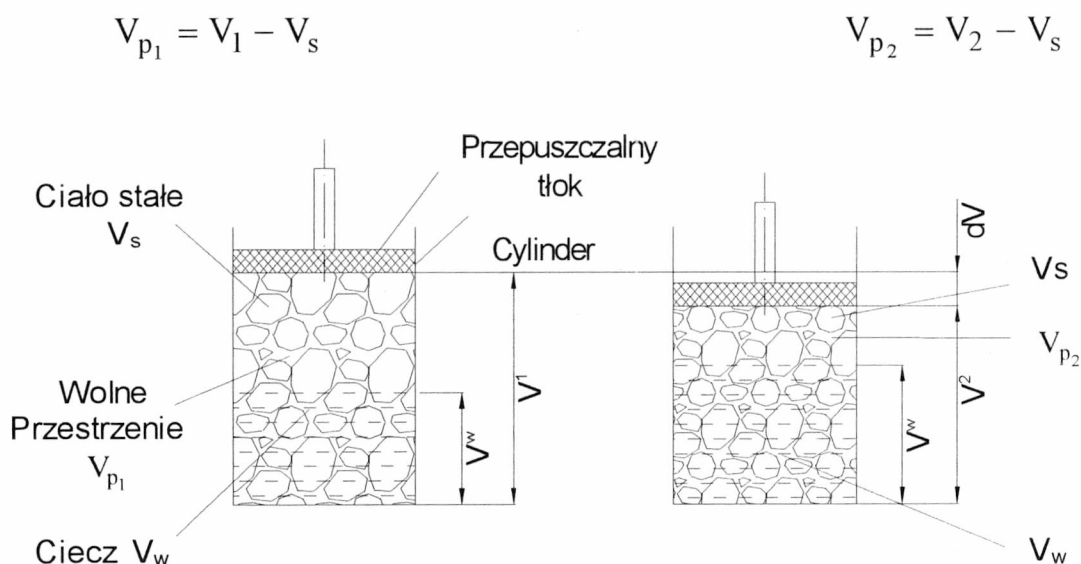
Rys.10. Ilustracja działania sił kapilarnych

Ujemne ciśnienie kapilarne jest siłą utrzymującą określoną ilość cieczy w osadzie. W mechanice gruntów różnicę pomiędzy ciśnieniem atmosferycznym otaczającym złoże a ciśnieniem porowym ($p_a - p_w$) nazywa się ssaniem matrycowym - p_m . Charakteryzuje ono zachowanie się gruntów

nienasyconych poddanych zmianom zawilgocenia. Wielkość ssania matrycowego może powodować deformacje prowadzące do zapadania się gruntu. Szacuje się [4], że koszty związane z usuwaniem szkód budowlanych, spowodowanych przez zmieniającą objętość podłoże są dwukrotnie większe od strat wywołanych przez huragany, powódzie i trzęsienia ziemi.

Rozpatrując zachowanie się osadów filtracyjnych oraz gruntów nienasyconych należy przyjąć, że decydujący wpływ na stany graniczne tych ośrodków ma stopień zapelnienia cieczą wolnych przestrzeni międzyziarnowych. W związku z tym, zdaniem autora pracy, to właśnie nasycenie S zdefiniowane przez równanie (16), a nie uwodnienie u , określone przez równanie (14), jest odpowiednią miarą wyrażającą zawartość wilgoci w osadzie.

Rozpatrzmy pewien, zamknięty w nieprzepuszczalnym naczyniu, obszar złoża o objętości V_1 , w którym woda o objętości V_w nie wypełnia w całości porów osadu. Naczynie zamknięte od góry tłokiem, który jest przepuszczalny dla powietrza, rysunek (11a). Na skutek przyłożenia odpowiedniej siły F powodujemy przesunięcie tłoka o wartość ds i w konsekwencji zmniejszenie objętości osadu o wielkość dV do wartości V_2 , rysunek (11b).



Rys.11. Przykład do obliczenia zawartości cieczy w osadzie:
a) stan początkowy, b) stan po przesunięciu tłoka.

Jeżeli teraz określimy ilościowo względną zawartość masową cieczy w próbce, to dla przypadku a) i b) wielkość masowa - u określona zależnością:

$$u = \frac{m_w}{m_s}$$

będzie stała ponieważ masa wody i masa ciała stałego nie uległa zmianie.

Obliczając nasycenie dla obu przypadków mamy:

$$S_1 = \frac{V_w}{V_{p1}} \qquad S_2 = \frac{V_w}{V_{p2}}$$

ponieważ

$$V_{p2} = V_2 - V_s \tag{22}$$

$$i \qquad V_2 = V_1 - dV \tag{23}$$

otrzymujemy

$$S_2 = \frac{V_w}{V_{p2}} = \frac{V_w}{V_1 - dV - V_s} = \frac{V_w}{V_{p1} - dV} > S_1 \tag{24}$$

widzimy, że $S_2 > S_1$, tzn. nasycenie cieczy w osadzie wzrosło ze względu na zmianę porowatości, chociaż ilość ciała stałego i wilgoci nie uległa zmianie.

Rozważanie te podjęto, aby pokazać, że parametrem dobrze opisującym stan wilgotnych osadów filtracyjnych jest nasycenie, a stosowanie wielkości – u , opisującej uwodnienie nie wpływa na lepsze zrozumienie rozważanego problemu. W literaturze brak jest natomiast modeli opisujących warunek wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych, które uwzględniałyby czynnik nasycenia jako parametr charakteryzujący ich wilgotność.

4.6. LITERATUROWE MODELE WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW ZIARNISTYCH

4.6.1. Wytrzymałość na ścinanie

Matematyczne modele opisujące ciała ziarniste, mimo iż zawierają pewne uproszczenia pozwalają na przewidywanie zachowania się złoża pod wpływem obciążeń. W niniejszej pracy przyjęto model ciała plastycznego ze wzmocnieniem, co oznacza, że jeżeli naprężenia w placku filtracyjnym osiągną wartości graniczne to nastąpi plastyczne płynięcie w płaszczyźnie zniszczenia. Dodatkowo placki filtracyjne posiadają pewną początkową wytrzymałość na ścinanie określoną jako spójność - c .

Podstawową funkcją opisującą stany graniczne jest warunek plastyczności, symbolicznie zapisany w postaci

$$f(\sigma_1, \sigma_3, \rho_0) = 0 \quad (25)$$

gdzie:

σ_1, σ_3 - oznaczają odpowiednio największe i najmniejsze naprężenia główne, Pa,

ρ_0 - gęstość objętościowa materiału ziarnistego, kg/m^3 .

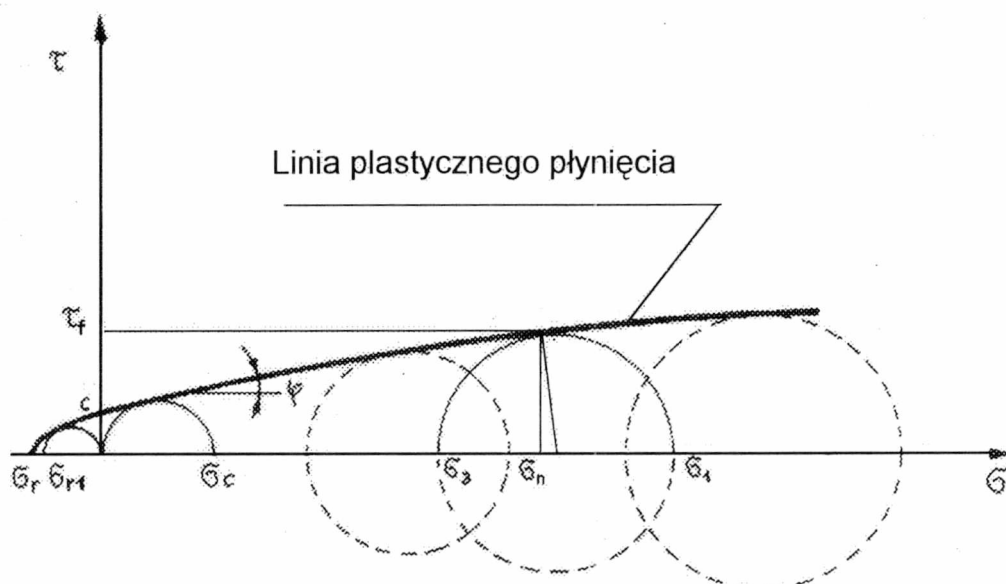
Powyższy warunek plastyczności można zapisać w postaci równania (26) i przedstawić na płaszczyźnie Mohra, rysunek (12)

$$\tau_f = F(\sigma_n, \rho_0) \quad (26)$$

gdzie,

τ_f - naprężenie styczne na płaszczyźnie zniszczenia, Pa,

σ_n - naprężenie normalne do płaszczyzny zniszczenia, Pa.



Rys.12. Warunek plastyczności na płaszczyźnie Mohra.

Zmieniając stan naprężeń σ_1 σ_3 , materiał osiąga stan graniczny i koło Mohra jest styczne do linii plastycznego płynięcia. Naprężenia styczne - τ są wtedy równe wytrzymałości na ścinanie - τ_f . Na rysunku (12) zaznaczono dodatkowe okręgi przechodzące przez początek układu i styczne do warunku plastyczności. Zgodnie z przyjętym oznaczeniem, okrąg odcinający wartość dodatnią przedstawia wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie - σ_c , natomiast okrąg odcinający wartość ujemną przedstawia wytrzymałość na jednoosiowe rozciąganie - σ_{r1} . Linia plastycznego płynięcia odcina na osi ujemnej wartość wytrzymałości na wszechstronne rozciąganie - σ_r .

Najstarszym i najszerzej stosowanym modelem matematycznym opisującym warunek plastyczności i umożliwiającym ilościową ocenę wytrzymałości jest liniowy warunek Coulomba [17]:

$$\tau_f = \sigma_n \operatorname{tg} \varphi + c \quad (27)$$

Parametrami modelu są kąt tarcia wewnętrznego - φ i spójność - c . Stosując kryterium Coulomba należy podać zakres obciążeń, dla którego krzywoliniowy odcinek obwiedni, rysunek (12), został przybliżony prostą spełniającą równanie (27).

Dla materiałów sypkich, dla których wartość spójności jest równa 0 ($c = 0$), równanie (27) przyjmie postać

$$\tau_f = \sigma_n \operatorname{tg} \varphi \quad (28)$$

Modyfikację równania Coulomba, dla gruntów nasyconych przedstawił Terzaghi [10]. W modelu zostało uwzględnione fizyczne oddziaływanie zawartej w porach gruntu wody, i naprężenia normalne zostały podzielone na składową efektywną – przenoszoną przez ciało stałe oraz neutralną - przenoszoną przez wodę. W związku z tym wytrzymałość gruntów zależy wyłącznie od naprężeń efektywnych, a matematyczną postać warunku plastyczności wyraża równanie:

$$\tau_f = (\sigma_n - p_w) \operatorname{tg} \varphi' + c' \quad (29)$$

gdzie:

c' , φ' – efektywna wartość spójności i kąta tarcia wewnętrznego,
 p_w – składowa ciśnienia wody w porach gruntu (przy $S=1$).

W 1978 roku D.G. Fredlund i inni [4,18] sformułowali rozszerzone prawo Coulomba uwzględniające trójfazową budowę gruntu. I tak, dla gruntów nienasyconych, przedstawiono warunek wytrzymałości w postaci równania:

$$\tau_f = (\sigma_n - p_a) \operatorname{tg} \varphi' + (p_a - p_w) \operatorname{tg} \varphi^b + c' \quad (30)$$

gdzie:

p_a – ciśnienie powietrza w porach gruntu, Pa,
 $\sigma - p_a$ – naprężenie netto, Pa,
 $p_a - p_w$ – ssanie matrycowe, Pa,
 φ^b – kąt tarcia równy kątowi nachylenia linii w układzie $\tau - (p_a - p_w)$, rad.

Równanie (30) przybiera postać równania (29), w stanie nasycenia ($S=1$), kiedy $p_a = p_w$,

Przedstawione powyżej równania opisujące wytrzymałość gruntu na ścinanie są najczęściej stosowane przy rozwiązywaniu zagadnień mechaniki gruntów. Inne matematyczne modele warunku plastyczności można znaleźć w pracach [5,10,17].

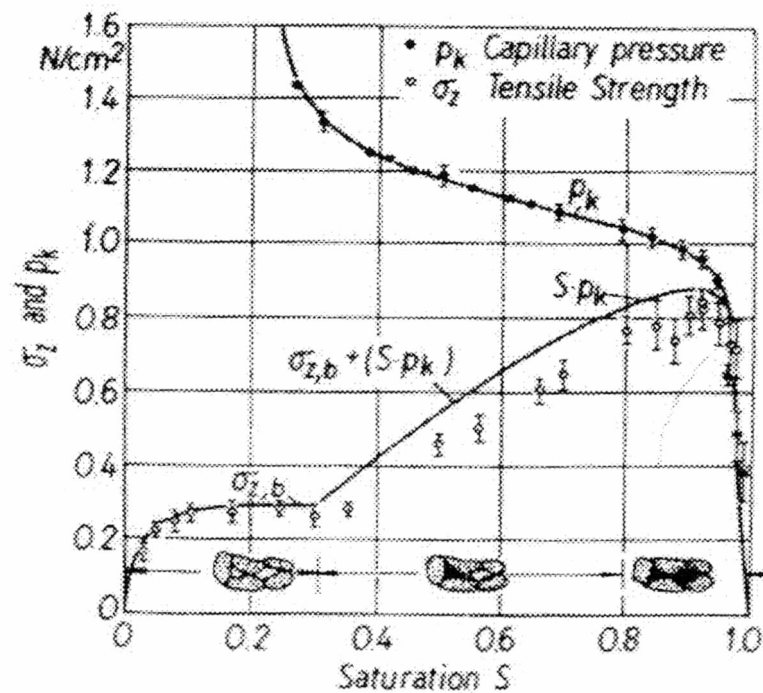
4.6.2. Wytrzymałość na rozciąganie

Analizując przebieg linii granicznej na płaszczyźnie Mohra, rysunek (12), widzimy, że linia ta odcina na osi naprężeń normalnych wartość wytrzymałości danego materiału na rozciąganie. Począwszy od lat siedemdziesiątych rozwijają się prace badawcze dotyczące wytrzymałości na rozciąganie wilgotnych aglomeratów [8,19-23]. Na podstawie tych badań, wykorzystując zależności geometryczne sformułowano modele, w których wytrzymałość na rozciąganie jest funkcją porowatości i sił adhezji. Istotą przedstawionych modeli jest uwzględnienie wpływu siły adhezji występujących w osadach nasyconych cieczą na wytrzymałość na rozciąganie.

W zależności od zawartości wilgoci w złożu wyróżnić można co najmniej cztery stany struktury wewnętrznej osadu:

- obszar mostków – $0 < S < 0.3$ -objętość cieczy w przestrzeni międzyziarnowej wystarcza do utworzenia mostków cieczowych w miejscu styku cząstek. Mostki te mogą przenosić siły przyczepności,
- obszar przejściowy – $0.3 < S < 0.8$ współlistnienie mostków cieczowych i przestrzeni wypełnionych cieczą,
- obszar kapilarny – $0.8 < S < 1$ przestrzeń między cząstkami wypełniona jest cieczą, na powierzchni której tworzą się meniski wklęsłe, ale wewnątrz kapilar panuje podciśnienie.
- obszar nasycenia – $S=1$ przestrzeń między cząstkami wypełniona jest cieczą, na powierzchni której nie występują meniski. Ciśnienie cieczy odpowiada ciśnieniu hydrostatycznemu.

Na rysunku (13) pokazano wpływ nasycenia na wytrzymałość na rozciąganie [21]



Rys.13. Zależność ciśnienia kapilarnego i wytrzymałości na rozciąganie od nasycenia¹ [21].

Poniżej przedstawiono kilka modeli opisujących wytrzymałość na rozciąganie [20].

Obszar mostków cieczowych.

- Ashton:

$$\sigma_r = K g \rho_s (1 - \varepsilon)^n \quad (31)$$

gdzie:

K – współczynnik, m,

n. – współczynnik, -,

g – przyspieszenie ziemskie, m/s²,

ρ_s - gęstość materiału, kg/m³,

ε – porowatość, -.

¹ W związku z przyjętym w pracy oznaczeniem $\sigma_z = \sigma_r$.

- Cheng:

$$\sigma_r = \frac{1}{2} k_i a_s k A_v (1 - \varepsilon) F_A(l) \quad (32)$$

gdzie:

k_i – liczba par cząstek o tej samej powierzchni styku przypadająca na jednostkę objętości, - ,

a_s – stosunek całkowitej powierzchni styku między ziarnami do powierzchni mniejszej z cząstek stykających się, m^2/m^2 ,

k – współczynnik, - ,

A_v – powierzchnia właściwa, m^2/m^3 ,

$F_A(l)$ – siła międzycząsteczkowa na jednostkę powierzchni styku zależna od odległości między ziarnami l , N/m .

- Kocova i Pilpel dla mieszaniny materiałów kohezyjnych wyprowadza równanie na wytrzymałość na rozciąganie w postaci

$$\sigma_r = \frac{1}{2} k_i a_s k A_{vmix} (1 - \varepsilon) k_{mix} F_A(l) \quad (33)$$

gdzie:

A_{vmix} – przeliczone A_v dla zmieszanych materiałów, m^2/m^3 ,

k_{mix} – wskaźnik mieszaniny, - .

- Rumpf przedstawił następujące równania opisujące wytrzymałość na rozciąganie wilgotnych osadów.

a) dla przypadkowego ułożenia cząstek o jednakowych rozmiarach

$$\sigma_r = \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{F_{sr}}{d^2} \quad (34)$$

gdzie:

F_{sr} – średnia siła międzycząsteczkowa, N ,

d – rozmiar cząstki (średnica), m .

b) dla pyłów skonsolidowanych

$$\sigma_r = \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{F(\varepsilon_0, d_0)}{d^2} f_r f_i f_{cr} + p f_{pe} \quad (35)$$

gdzie:

ε_0 – porowatość przed konsolidacją, - ,

d_0 – rozmiar aglomeratu przed konsolidacją, m,

f_r – czynnik zależny od ułożenia cząstek, - ,

f_i – czynnik zależny od stopnia niejednorodności, - ,

f_{cr} – czynnik zależny od rozdrobnienia cząstek, - ,

p – wysokość zastosowanego ciśnienia, Pa,

f_{pe} – czynnik zależny od wpływu oddziaływania między cząstkami na ich deformację, - .

Wszystkie powyższe teorie odnoszą się do ośrodków rozdrobnionych, w których siły przenoszone są przez punkty styku cząstek. W innych mechanizmach wiązania niezbędne są równania, które odnoszą się do konkretnego przypadku. Na przykład dla osadów filtracyjnych należy pamiętać o nasyceniu S , które jest stosunkiem objętości porów wypełnionych cieczą do całkowitej objętości porów.

Obszar przejściowy

Wytrzymałość na rozciąganie zależy od udziału danego typu wiązań cieczowych i stanowi liniową kombinację wytrzymałości dla dwóch sąsiednich obszarów, rysunek (13).

Obszar kapilarny

Schubert [21] wytrzymałość na rozciąganie wyraża iloczynem nasycenia - S i ciśnienia kapilarnego - p_k

$$\sigma_r = S \cdot p_k \quad (36)$$

Na podstawie równania (36), oczywiste jest, że w przypadku pełnego nasycenia osadu cieczą $S=1$, wytrzymałość na rozciąganie materiałów ziarnistych jest równa zero.

Przedstawione powyżej modele wytrzymałości na ścinanie oraz wytrzymałości na rozciąganie stanowią odrębne grupy modeli wytrzymałościowych materiałów ziarnistych. Oznacza to, że nie można z wyznaczonej wytrzymałości na rozciąganie określić charakterystyki plastycznego płynięcia dla osadów filtracyjnych w zakresie naprężeń ściskających.

Model Coulomba-Mohra nie uwzględnia wpływu zawartości wilgoci w złożu na wytrzymałość na ścinanie. Model Terzagiego wyrażony w naprężeniach efektywnych ma zastosowanie dla osadów w pełni nasyconych cieczą ($S=1$). W modelu Fredluna, który uwzględnia charakter oddziaływań wody w osadach nienasyconych, nie można w zastosowaniach praktycznych kontrolować ciśnienia wody zawartej w porach osadu.

Modele rozpatrujące spójność wilgotnych aglomeratów obowiązują w obszarze mostków cieczowych, w wąskim zakresie nasycenia od $S=0$ do 0,3. Ponadto istnieje trudność w określeniu średniej siły adhezji. Model Schuberta, uwzględniający wpływ nasycenia, nie obowiązuje w zakresie naprężeń ściskających linii plastycznego płynięcia.

Problemy te zaproponowano więc rozwiązać nowym modelem opracowanym w niniejszej dysertacji.

5. MODEL FUNKCJI PŁYNIĘCIA OSADÓW FILTRACYJNYCH

Przedstawione w rozdziale 4.6. modele wytrzymałościowe nie znajdują zastosowania w praktyce przemysłowej przy odwadnianiu osadów filtracyjnych.

W związku z powyższym proponowany przez autora pracy model powinien:

- obowiązywać w zakresie naprężeń rozciągających i ściskających,
- spełniać kryterium wytrzymałościowe Coulomba - Mohra,
- być łatwy w zastosowaniach praktycznych w procesach filtracji i odwadniania,
- uwzględniać parametr nasycenia – S .

Dodatkowo autor pracy zakłada, że osady filtracyjne posiadają własności izotropowe i są nieściśliwe tzn., że pod wpływem obciążenia nie zachodzi proces konsolidacji.

W związku z powyższym warunek plastyczności (26) opisujący stany graniczne osadów filtracyjnych powinien mieć postać:

$$\tau_f = F(\sigma_n, \rho_o, S) \quad (37)$$

Wykorzystując kryterium zniszczenia Coulomba - Mohra i podstawiając dla przejrzystości zapisu

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi \quad (38)$$

oczekiwaną postać funkcji możemy zapisać

$$\tau_f = c + c(S) + \sigma_n \cdot (\mu + \mu(S)) \quad (39)$$

Zarówno funkcja $c(S)$ jak i $\mu(S)$ muszą spełniać warunek

$$c(S), \mu(S) = \begin{cases} 0 & \text{dla } S = 0 \\ 1 & \text{dla } S = 1 \end{cases} \quad (40)$$

Przedstawiona funkcja sprowadza się więc też do równania (27), dla osadów w pełni nasyconych cieczą oraz osadów suchych.

W dalszej części pracy zostaną określone klasy funkcji spełniające powyższe założenia oraz zostaną wyznaczone parametry funkcji płynięcia osadów filtracyjnych dla wybranych materiałów ziarnistych.

6. BADANIA EKSPERYMENTALNE ŚCINANIA OSADÓW FILTRACYJNYCH

6.1. OPIS STANOWISK BADAWCZYCH I STOSOWANYCH PROCEDUR POMIAROWYCH

6.1.1. Aparat z prostokątną komorą ścinającą do badań modelowych

W literaturze [13,17,24-26] można znaleźć szereg rozwiązań aparatów do określania parametrów wytrzymałościowych ośrodków ziarnistych. Zaprojektowany i skonstruowany w ramach pracy aparat bezpośredniego ścinania [27] jest aparatem skrzynkowym. Przyjęte rozwiązanie, rysunek (14), oparte jest na podobnych aparatach z wymuszoną płaszczyzną ścięcia, wykorzystywanych do określania wytrzymałości na ścinanie materiałów ziarnistych. Nowością przedstawionego aparatu jest zaś umożliwienie prowadzenia procesu filtracji i odwadniania placka filtracyjnego przez przedmuchiwanie powietrza. Pozwala to badać wytrzymałość na ścinanie osadów o nienaruszonej strukturze. Główną częścią aparatu jest skrzynka dwudzielna składająca się z dwóch ramek o wymiarach 36 x 49,6 mm każda. Ramka dolna (2) ma dno, w którym zamontowano przegrodę filtracyjną (10). Przegroda składa się z dziurkowanej płytki podporowej i tkaniny filtracyjnej. W bocznych ściankach zamontowano króćce umożliwiające odwadnianie osadu przez przedmuchiwanie powietrza, pozwalające na uzyskiwanie różnych stopni nasycenia osadu cieczą. Obciążenie normalne przenoszane jest przez układ dźwigni (11), trzpień (8) oraz pokrywę dociskową (4). Poziome przemieszczenie ramki górnej uzyskujemy w wyniku przesunięcia trzpienia napędowego (7) działającego na blok (12) i czujnik tensometryczny (5). Szczegółowy zapis konstrukcji zamieszczono w załączniku A niniejszej pracy.

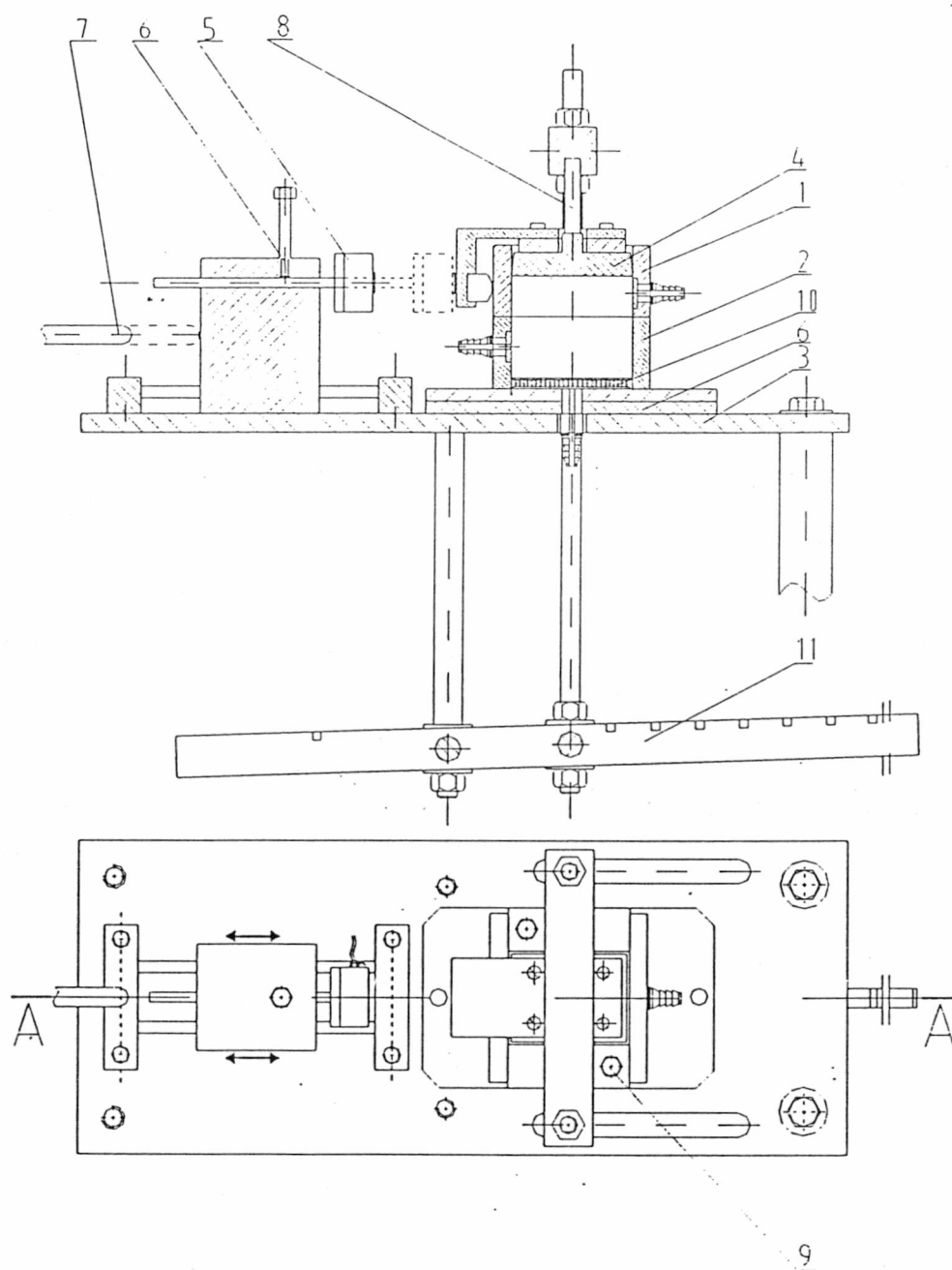
Dane aparatu:

Pole powierzchni płaszczyzny ścięcia, $A = 17,86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$,

Obciążenie normalne $\sigma = 0 \div 2,8 \text{ MPa}$,

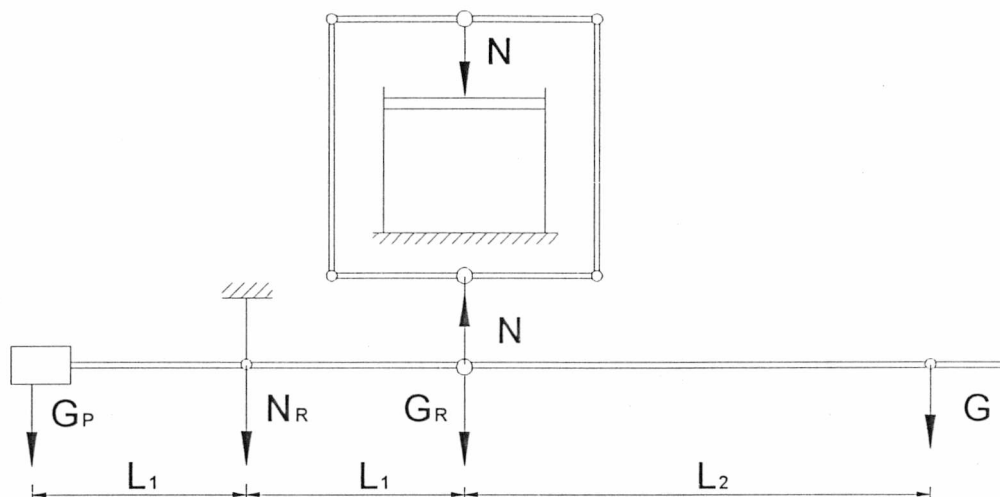
Obciążenie styczne $\tau = 0 \div 2,8 \text{ MPa}$,

Prędkość przesuwu $v_s = 0,005 \div 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ m/sek.}$



Rys. 14. Schemat stanowiska do ścinania osadów filtracyjnych.
 1 - ramka górna, 2 - ramka dolna, 3 - podstawa, 4 - płytka dociskowa, 5 - czujnik tensometryczny do pomiaru naprężeń ścinających, 6 - śruba blokująca tensometr, 7 - trzpień napędowy, 8 - trzpień obciążający, 9 - śruby blokujące, 10 - przegroda filtracyjna, 11 - dźwignia obciążająca, 12 - blok.

Ponieważ siła normalna zadawana jest poprzez układ dźwigni wartość jej obliczamy w zależności od długości ramienia i ciężaru G , według schematu pokazanego na rysunku (15).



Rys. 15. Schemat sił do obliczania naprężeń normalnych σ

$$N = \frac{G \cdot (L_1 + L_2)}{L_1} \quad (41)$$

gdzie:

G – wartość zawieszonego ciężaru, N ,

G_p – ciężar równoważący, N ,

G_R – ciężar własny dźwigni, N ,

N – siła normalna, N ,

L_1 – ramię podparcia, $5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$,

L_2 – ramię dźwigni, m .

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (42)$$

gdzie:

A – powierzchnia ścinania, m^2 ,

Po obliczeniu reakcji z warunków równowagi ułożono tabelę naprężeń normalnych ułatwiającą prowadzenie eksperymentów. Wyniki obliczeń zamieszczono w tablicy 2.

Tablica 2. Tabela naprężeń normalnych.

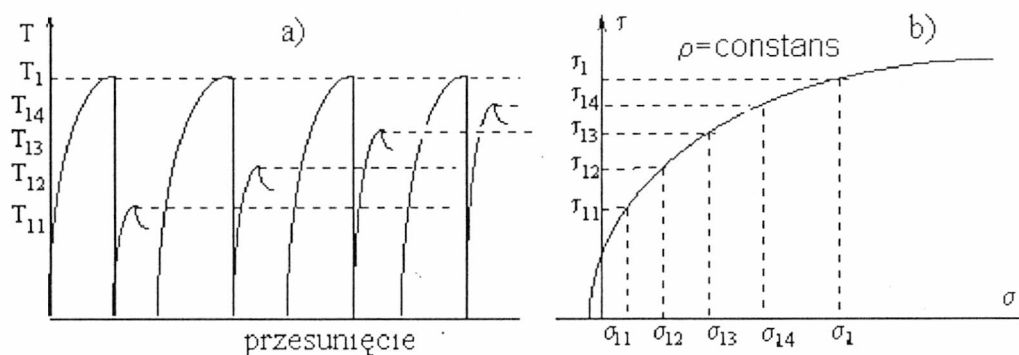
	NAPRĘŻENIA NORMALNE W KOMÓRCE $\times 10^2$ Pa										
Ramie					Sila	$\times 10^1$ N					
$\times 10^{-2}$ m	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	10
2,5	41	82	124	165	206	247	288	330	371	412	824
5,0	55	110	165	220	275	330	385	440	494	549	1099
7,5	69	137	206	275	343	412	481	549	618	687	1373
10,0	82	165	247	330	412	494	577	659	742	824	1648
12,5	96	192	288	385	481	577	673	769	865	961	1923
15,0	110	220	330	440	549	659	769	879	989	1099	2198
17,5	124	247	371	494	618	742	865	989	1113	1236	2472
20,0	137	275	412	549	687	824	961	1099	1236	1373	2747
22,5	151	302	453	604	755	907	1058	1209	1360	1511	3022
25,0	165	330	494	659	824	989	1154	1319	1483	1648	3296

W celu wyznaczenia postaci funkcji plastycznego płynięcia metodą bezpośredniego ścinania, a tym samym parametrów wytrzymałościowych materiału ziarnistego tj.: kąta tarcia wewnętrznego i spójności, testy ścinania materiałów ziarnistych wykonywano według procedury zaproponowanej przez Jenika [28].

Procedura ścinania została podzielona na dwa etapy, rysunek (16a):

1- faza wstępnej konsolidacji, która pozwala uzyskiwać pewne zagęszczenie początkowe materiału, bliskie gęstości krytycznej. Faza wstępnej konsolidacji prowadzona jest do momentu, w którym siła ścinająca T ustala się, i wówczas materiał nie doznaje odkształceń objętościowych;

2 - faza bezpośredniego ścinania, w której wyznaczano maksymalne wartości sił ścinających T dla różnych wartości sił normalnych N_i . Ścinanie bezpośrednie polega na wywołaniu poziomego przemieszczenia ramki górnej ze stałą prędkością, pod obciążeniem normalnym mniejszym niż obciążenie konsolidujące w fazie wstępnej i bezpośredniej rejestracji siły T .



Rys. 16. Zasada wyznaczania krzywej uplastycznienia w aparacie Jenika.
a) charakterystyki ścinania, b) linia plastycznego płynięcia na płaszczyźnie Mohra

Aby uzyskać prawidłową linię plastycznego płynięcia obciążamy materiał ziarnisty siłą pionową N_1 , wywołując naprężenie σ_1 i wykonujemy ścięcie do momentu ustalenia się siły ścinającej T_1 . Po czym zatrzymujemy urządzenie, zmniejszamy obciążenie normalne do wartości N_{11} i ponownie ścinamy próbkę materiału ziarnistego. Procedurę tą powtarzamy 4 razy, za każdym razem zmieniając obciążenie materiału przy drugim ścięciu. Ostatecznie uzyskujemy pięć punktów eksperymentalnych. Po przeliczeniu wartości sił normalnych, zgodnie z równaniem (42), i wartości sił stycznych, równanie (43), na odpowiadające im naprężenia, uzyskujemy punkty τ i σ . Punkty te pozwalają na wykreślenie na płaszczyźnie Mohra ($\tau - \sigma$) krzywej plastycznego płynięcia - dla pewnej gęstości początkowej, rysunek (16b).

$$\tau = \frac{T}{A} \quad (43)$$

W pracy [28] autor zaleca dobór obciążeń normalnych według następującego schematu:

$$N_{11} = 0,25 N_1$$

$$N_{12} = 0,4 N_1$$

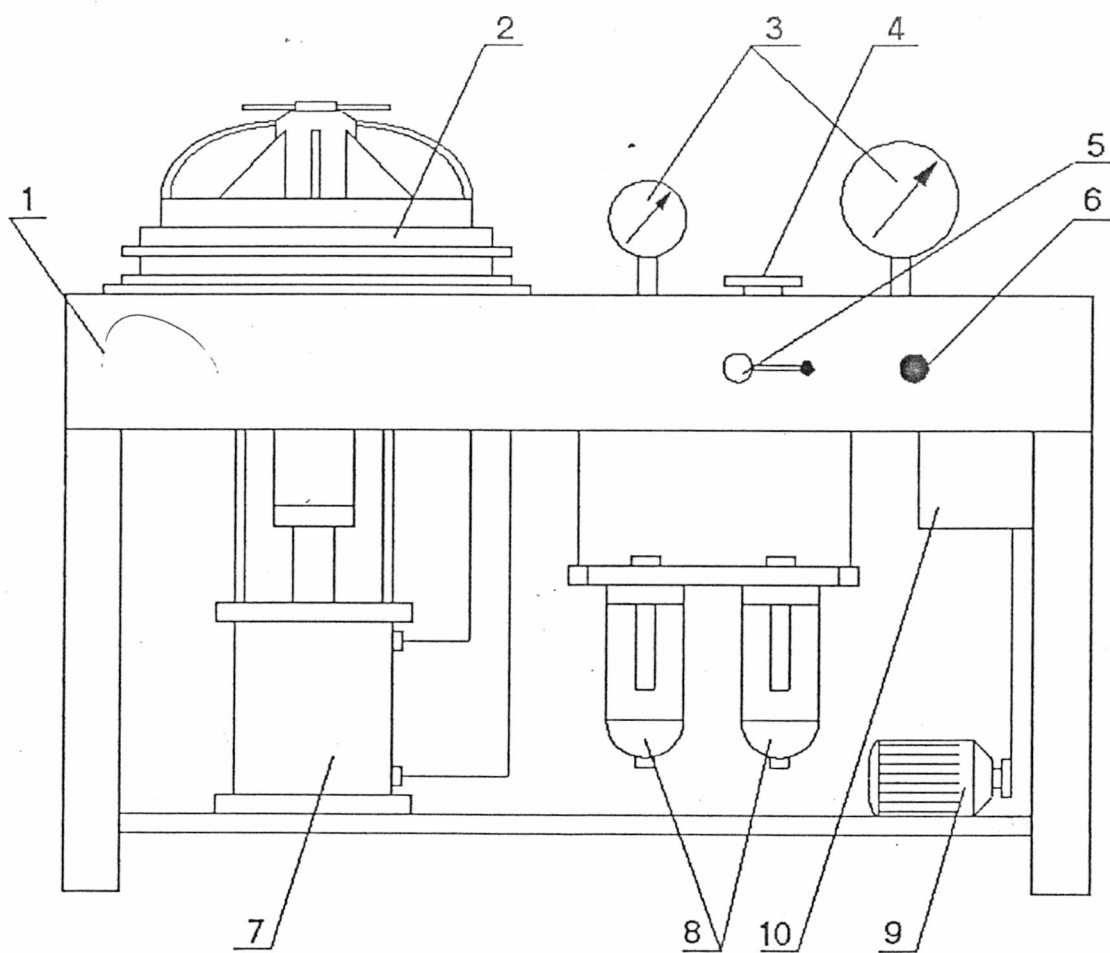
$$N_{13} = 0,6 N_1$$

$$N_{14} = 0,8 N_1$$

6.1.2. Aparat z pierścieniową komorą ścinającą do badań weryfikacyjnych w skali ćwierćtechnicznej

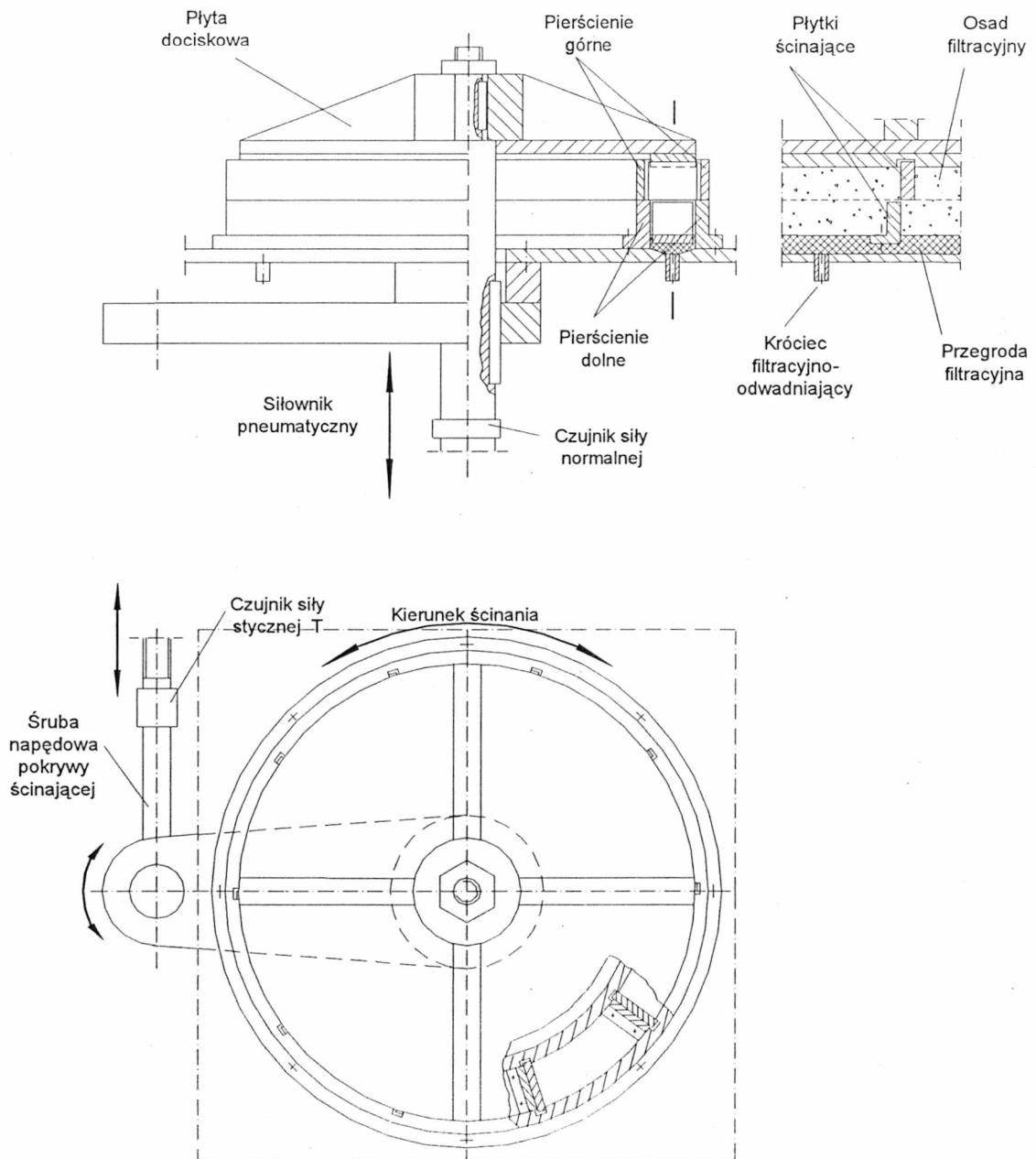
Badania mające na celu weryfikację modelu w skali ćwierćtechnicznej prowadzono na aparacie skonstruowanym i zbudowanym w Zakładzie Aparatury Procesowej PWr [29]. W celu przystosowania aparatu do ścinania osadów filtracyjnych autor pracy wprowadził nową zmodyfikowaną do swoich potrzeb pierścieniową komorę ścinania [30].

Omawiany aparat do testów ścinania rysunek (17 i 18) składa się ze stołu (1), do którego przymocowana jest komora ścinania (2). Siłę normalną wywieraną



Rys.17. Schemat stanowiska pomiarowego z pierścieniową komorą ścinającą: 1-stół aparatu, 2-komora ścinania, 3-manometry, 4-pokrętło regulacji prędkości przesuwu pierścieni, 5-zawór, 6- zawór regulacji ciśnienia powietrza, 7-siłownik pneumatyczny, 8-odolejacz układu zasilania, 9-silnik, 10-przekładnia.

w trakcie pomiaru na osad filtracyjny, wywołuje siłownik pneumatyczny (7). Sprężone powietrze podawane jest do siłownika przez zestaw odolejający (8). Do regulacji i pomiaru ciśnienia służą zawór (5), reduktor (6) oraz manometry (3) i (4). Ścinanie osadu następuje na skutek obrotu talerza dociskowego. Obrót wywołany jest śrubą napędową, której obroty regulowane są przekładnią o przełożeniu od 1:5000 do 1:500000 (10). Przekładnia napędzana jest silnikiem elektrycznym (9).



Rys.18. Schemat przekonstruowanej pierścieniowej komory ścinającej

Autor pracy, w rozwiązaniu konstrukcyjnym elementów tnących, rysunek (18), zastosował częściową analogię z aparatem Jenika. W tym celu zainstalował wewnątrz komory 10 par płytek ścinających wymuszających płaszczyznę ścinania. W dotychczasowych rozwiązaniach [17, 25] pierścieniowych komór ścinających nie można stwierdzić, czy płaszczyzna ta jest prostopadła do zadawanego obciążenia normalnego σ_n oraz, czy mierzone naprężenie styczne - τ_t leży w płaszczyźnie ścinka.

W załączniku B niniejszej pracy zamieszczono zdjęcia aparatu.

Po podniesieniu płyty dociskowej wlewa się do przestrzeni roboczej zawieszoną ciało stałego w cieczy, która jest filtrowana na przegrodzie filtracyjnej zamocowanej w części dolnej komory ścinania. Filtracja następuje wskutek podciśnienia, doprowadzonego do 6 króćców rozmieszczonych na obwodzie.

Po zakończeniu procesu filtracji utworzony osad jest odwadniany przez przedmuchiwanie powietrzem. W zależności od czasu odwadniania uzyskuje się różne stopnie nasycenia osadu cieczą. Tak przygotowany osad poddawano testom ścinania.

Dane techniczne:

Wewnętrzna średnica pierścieni ścinających $D_w = 290 \cdot 10^{-3} \text{ m}$,

Zewnętrzna średnica pierścieni ścinających $D_z = 350 \cdot 10^{-3} \text{ m}$,

Maksymalna wysokość komory $h = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$,

Maksymalne naprężenie styczne $\sigma = 1,3 \cdot \text{MPa}$

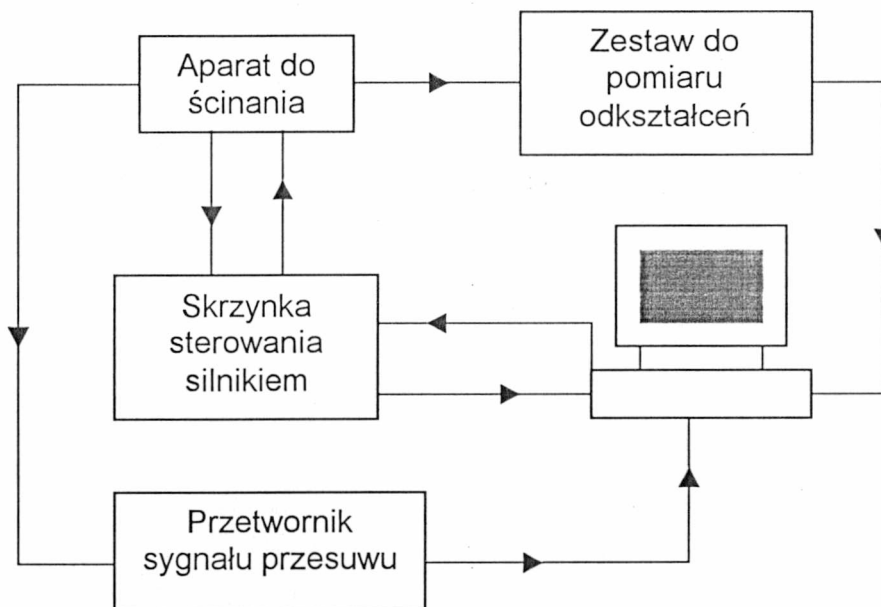
Maksymalne naprężenie normalne $\tau = 0,6 \cdot \text{MPa}$

Prędkość przesuwu pierścienia górnego $v_s = 0,005 \div 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ m/sek.}$

Powierzchnia ścinania $A = 300 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

6.1.3. Układ pomiarowy

Przedstawione powyżej stanowiska badawcze posiadają wspólne elementy układu pomiarowego, dlatego schemat rejestracji danych eksperymentalnych dotyczy obu aparatów, rysunek (19).



Rys.19. Schemat przesyłania sygnałów.

Podczas prowadzenia badań naprężenia styczne mierzono metodą tensometryczną. Elementem pomiarowym jest przetwornik siły Hottinger C9B, z którego sygnał napięciowy jest przekazywany do zestawu pomiarowego odkształceń tensometrycznych. Aparat wyposażony jest w inдуктосyметр do pomiaru drogi ścinania. Odpowiedni kierunek ścinania zapewnia układ elektryczny sterujący obrotami silnika. Wszystkie sygnały wyjściowe są rejestrowane przez komputer wyposażony w odpowiednie karty oraz specjalny program komputerowy, który zapewnia stałą wizualizację rejestrowanych naprężeń. Po przygotowaniu próbki do badań i zadaniu odpowiednich naprężeń normalnych stanowisko może zostać uruchomione automatycznie z komputera, lub ręcznie odpowiednim włącznikiem skrzynki sterowania silnikiem.

6.2. BADANIA ROZPOZNAWCZE MATERIAŁÓW ZIARNISTYCH

6.2.1. *Charakterystyka materiałów użytych do badań*

Do realizacji zadań badawczych zgromadzono jedenaście różnych materiałów:

- Mączka skaleniuowo-kwarcowa i mączka kwarcowa pochodzą ze Strzeblowskich Kopalni Surowców mineralnych w Sobótce. Do badań wzięto frakcje 56-63 μm .
- Bazalt pochodzi z Wrocławskich Kopalni surowców mineralnych S.A. Frakcja 56-63 μm .
- Kobalt, dwutlenek krzemu, węgiel sodowy, węgiel potasowy pochodzą z Sanepidu w Zabkowicach Śląskich.
- Węgiel wapniowy, frakcja 56-63 μm , i materiały o symbolach WN5, EB i F5 pochodzą z laboratorium Wydziałowego Zakładu Aparatury Procesowej Politechniki Wrocławskiej.

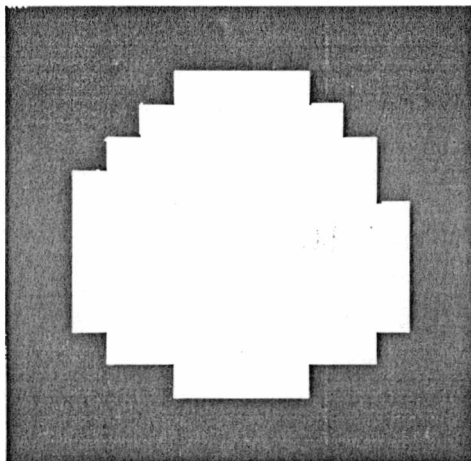
Zdjęcia wszystkich materiałów zostały wykonane na mikroskopie elektronowym skaningowym „JEOL – JSM – 5800LU” w Instytucie Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej PWr.

6.2.2. *Wyznaczanie konturów cząstek z obrazów mikroskopowych*

Uzyskane z badań obrazy zbioru cząstek zostały zapisane na komputerze w formacie JPG. Każdy taki zbiór poddano wstępnej graficznej obróbce komputerowej, w celu uwypuklenia kontrastu. Następnie wybrano po kilkadziesiąt rzutów cząstek z każdego rodzaju materiałów i przetwarzano je na czarno-biały obraz. Tak przygotowane zdjęcia pojedynczych cząstek zapisywano w postaci czarno-białej *BITMAPY*, rysunek (20). W dalszym toku postępowania, w programie Mathcad 7.0, został napisany przez autora pracy program transformujący, w pierwszym kroku, gotowy czarno-biały obraz bitmapy na macierz zero – jedynekową, rysunek (21). W efekcie uzyskiwano opis cząstek w postaci macierzy dogodnej do obliczeń numerycznych. Następnie program redukował wewnątrz zbioru jedynek do zera pozostawiając

jedynki na brzegu zbioru, i taką macierz, opisującą zamknięty kontur cząstki program wykorzystywał do dalszych obliczeń.

Na rysunku (20) przedstawiono symulację czarno - białego obrazu cząstki do testowania programu.



Rys. 20. Symulowany czarno - biały obraz cząstki po obróbce graficznej w formacie BMP.

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

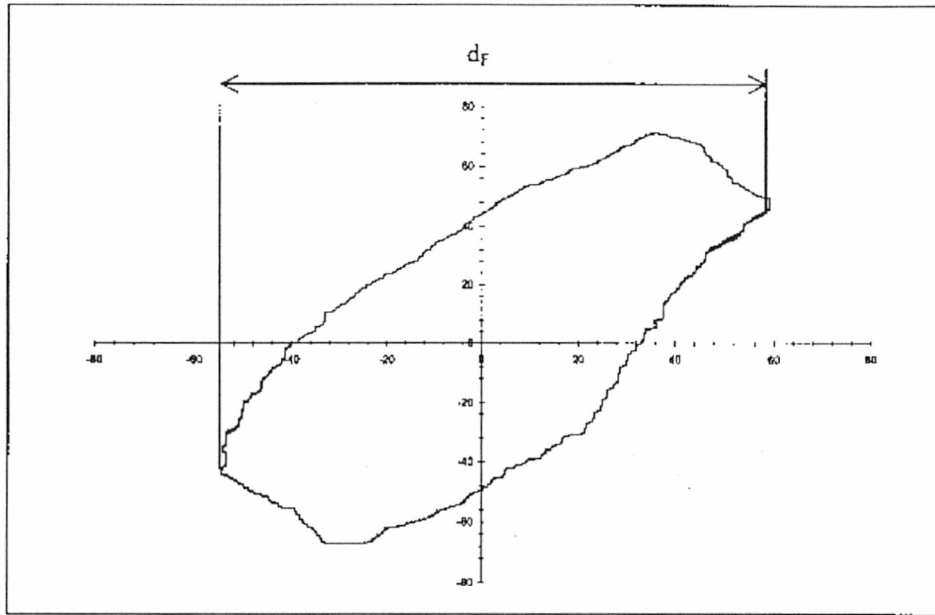
```

Rys. 21. Macierz zero - jedynkowa.

6.2.3. Wyznaczanie średnicy i parametrów kształtu

Do wyznaczania parametrów granulometrycznych wykorzystano wcześniej otrzymany kontur zero - jedynkowy. Obliczono numerycznie rzeczywistą powierzchnię cząstki, wyznaczono współrzędne punktów jej brzegu oraz środka bezwładności. W dalszej kolejności dokonano obliczenia współrzędnych

punktów tworzących kontur w nowym układzie współrzędnych, w którym początkiem był środek bezwładności.



Rys. 22. Rzeczywisty kontur cząstki w nowym układzie współrzędnych z wyznaczoną średnicą Fereta.

W badaniach przyjęto, że wielkość cząstki określać będzie losowo wybrana średnica Fereta, rysunek (22). Założono, że taki parametr jest najbardziej adekwatny w pomiarach mikroskopowych.

Jako parametr kształtu przyjęto wydłużenie elipsy- elongację. Elipsa taka powstawała w oparciu o wyznaczoną średnicę Fereta przy założeniu jednakowej powierzchni, co powierzchnia cząstki tzn.:

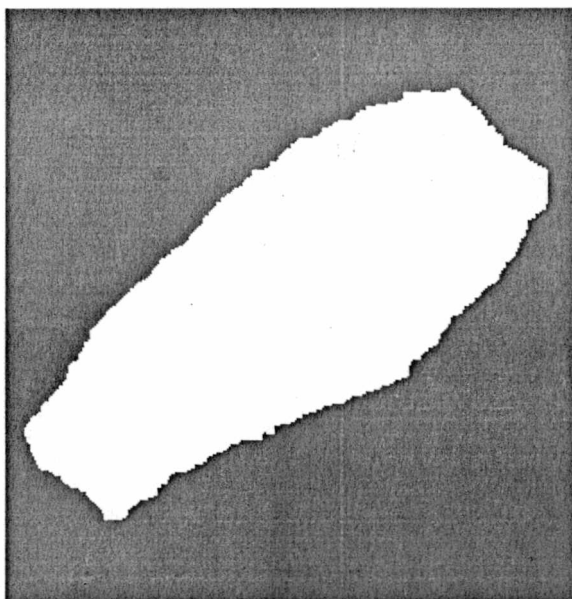
Zakładano, że jedna oś elipsy np. d_a równa się średnicy Fereta ($d_a = d_F$) to oś d_b obliczano ze wzoru

$$d_b = \frac{P_c}{\pi \cdot d_F} \quad (44)$$

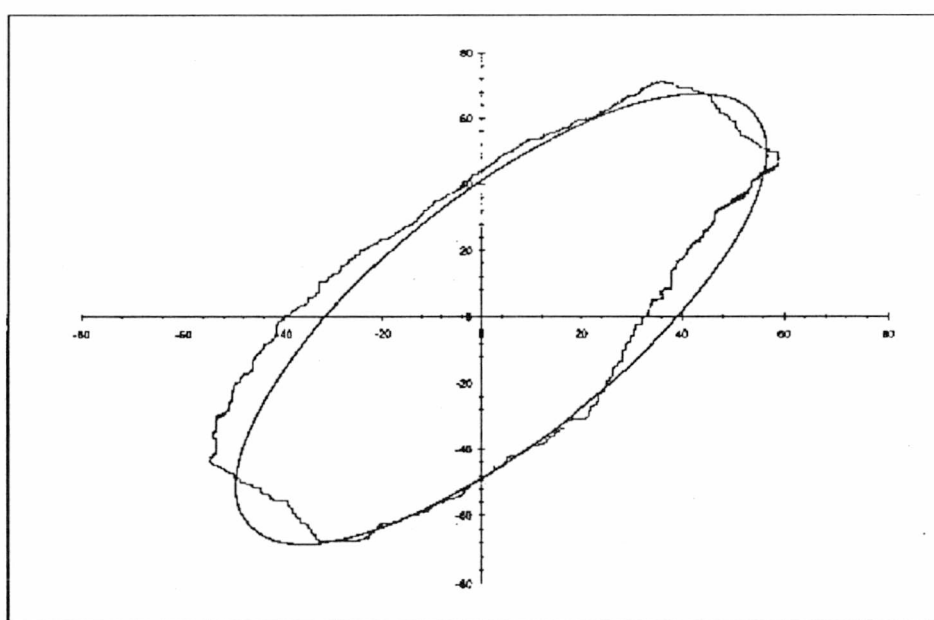
wobec tego elongacja AR równa się

$$AR = \frac{d_a}{d_b} = \frac{d_F}{d_b} \quad (45)$$

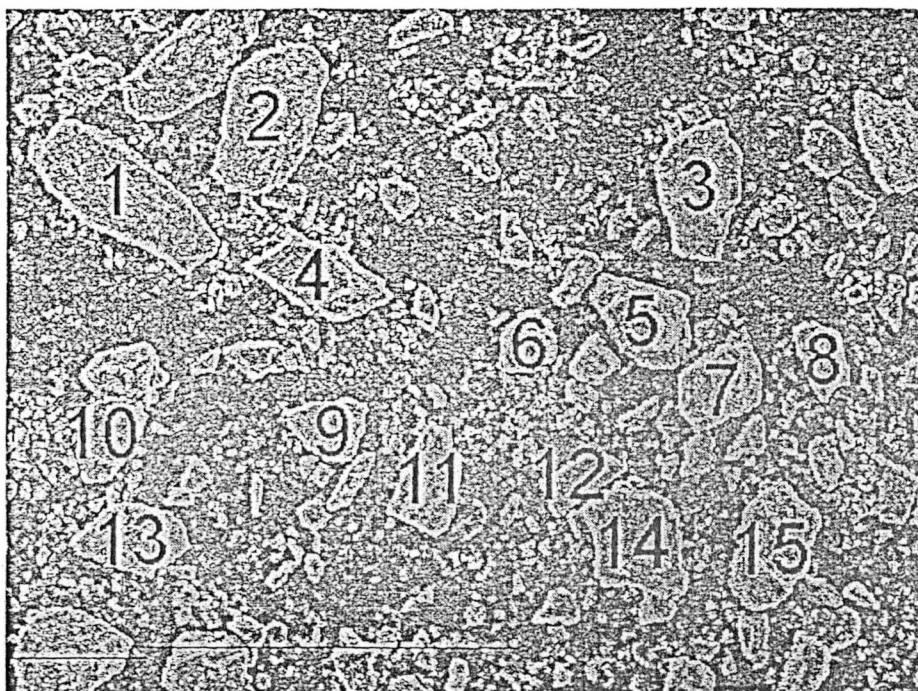
Poniżej zamieszczono przykładowy obraz cząstki i jej kontur, wraz z wygenerowaną elipsą. Na dalszych stronach zamieszczono zdjęcia materiałów z zaznaczonymi cząstkami poddanymi analizie. Otrzymane wyniki dla poszczególnych zbiorów zestawiono w tablicach 3 do 15., a zbiorcze (uśrednione) rezultaty w tablicy 16.



Rys.23. Czarno-biały obraz cząstki



Rys. 24. Rzeczywisty kontur cząstki opisany elipsą



Zdjęcie 1. Mączka skaleniowo kwarcowa. Powiększenie 250x

Tablica 3. Mączka skaleniowo - kwarcowa powiększenie 250x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	114,2	4733	57,1	26,4	2,16
2	108,7	3970	54,4	23,3	2,34
3	104,6	2930	52,3	17,8	2,93
4	66,1	2310	33,1	22,3	1,48
5	68,2	2112	34,1	19,7	1,73
6	44,8	881	22,4	12,5	1,79
7	64,3	1712	32,2	17,0	1,90
8	57,9	882	29,0	9,7	2,98
9	45,5	1151	22,8	16,1	1,41
10	63,3	1362	31,7	13,7	2,31
11	83,1	1642	41,6	12,6	3,30
12	49,4	964	24,7	12,4	1,99
13	54,0	1904	27,0	22,5	1,20
14	87,8	2853	43,9	20,7	2,12
15	94,1	2516	47,1	17,0	2,76

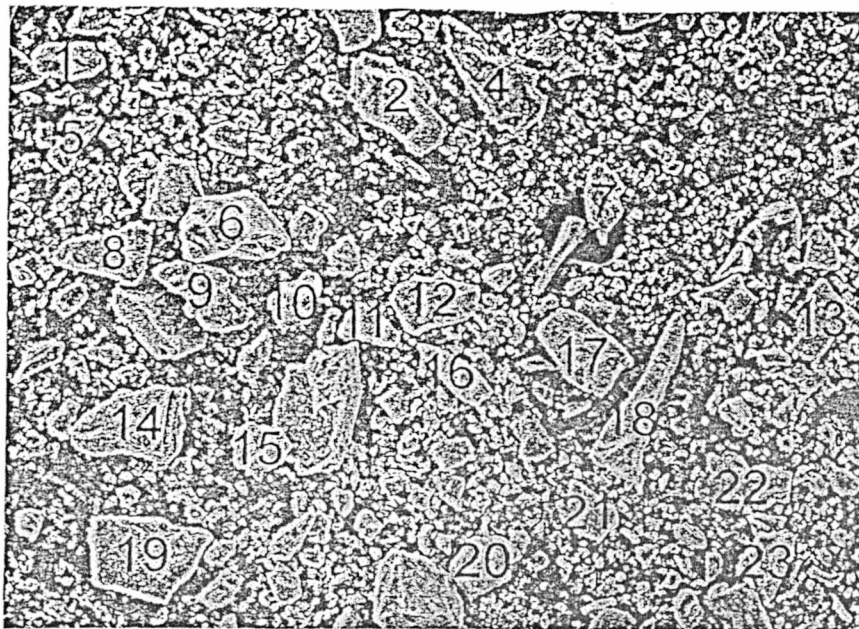


Zdjęcie 2. Mączka skaleniowo kwarcowa. Powiększenie 650x

Tablica 4. Powiększenie 650x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	65,5	1222	32,8	11,9	2,76
2	16,0	134	8,0	5,3	1,50
3	25,9	196	13,0	4,8	2,69
4	32,4	175	16,2	3,4	4,70
5	22,2	205	11,1	5,9	1,89
6	17,7	133	8,9	4,8	1,85
7	20,3	135	10,2	4,2	2,39
8	20,1	235	10,1	7,4	1,35
9	44,9	796	22,5	11,3	1,99
10	16,3	144	8,2	5,6	1,45
11	19,4	121	9,7	4,0	2,43
12	37,3	660	18,7	11,3	1,66
13	19,2	97	9,6	3,2	2,97
14	22,8	193	11,4	5,4	2,11
15	23,1	182	11,6	5,0	2,30
16	26,9	271	13,5	6,4	2,10
17	24,3	144	12,2	3,8	3,22
18	14,3	115	7,2	5,1	1,39
19	30,8	416	15,4	8,6	1,79
20	32,1	332	16,1	6,6	2,44
21	35,4	486	17,7	8,7	2,02

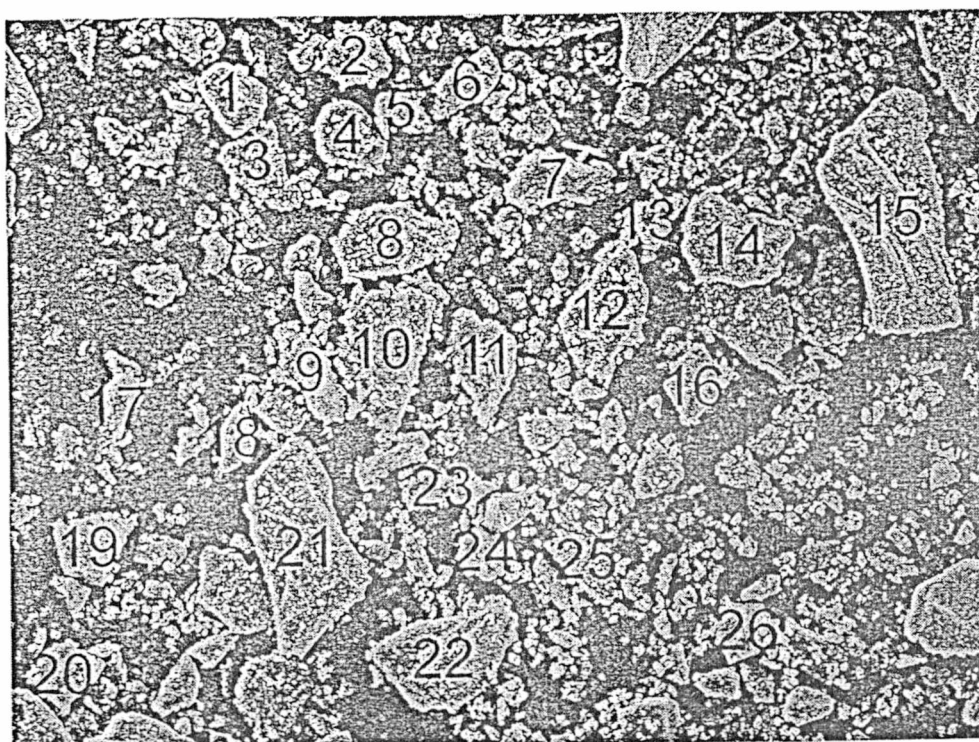
wartosci średnie	46,5	1064	23,2	11,0	2,21
---------------------	------	------	------	------	------



Zdjęcie 3. Mączka kwarcowa. Powiększenie 250x

Tablica 5. Mączka kwarcowa powiększenie 250x

Lp.	Srednica Feret d_F [μm]	Pole cząstki P_c [μm^2]	Osie $a=d_F/2$	elipsy $b=P_c/\pi*a$	Elongacja AR (a/b)
1	30,5	827	15,3	17,3	1,13
2	84,6	2255	42,3	17,0	2,49
3	24,4	441	12,2	11,5	1,06
4	94,8	2308	47,4	15,5	3,06
5	47,7	555	23,9	7,4	3,22
6	56,1	2261	28,1	25,7	1,09
7	67,9	821	34,0	7,7	4,41
8	50,3	1461	25,2	18,5	1,36
9	56,2	1550	28,1	17,6	1,60
10	45,0	742	22,5	10,5	2,14
11	34,3	623	17,2	11,6	1,48
12	47,8	1390	23,9	18,5	1,29
13	84,7	1177	42,4	8,9	4,78
14	57,5	2518	28,8	27,9	1,03
15	45,3	908	22,7	12,8	1,77
16	48,2	730	24,1	9,6	2,50
17	69,4	1802	34,7	16,5	2,10
18	135,9	2060	68,0	9,7	7,04
19	71,5	3057	35,8	27,2	1,31
20	48,3	1081	24,2	14,3	1,69
21	52,9	936	26,5	11,3	2,35
22	46,5	1510	23,3	20,7	1,12
23	60,7	986	30,4	10,3	2,93



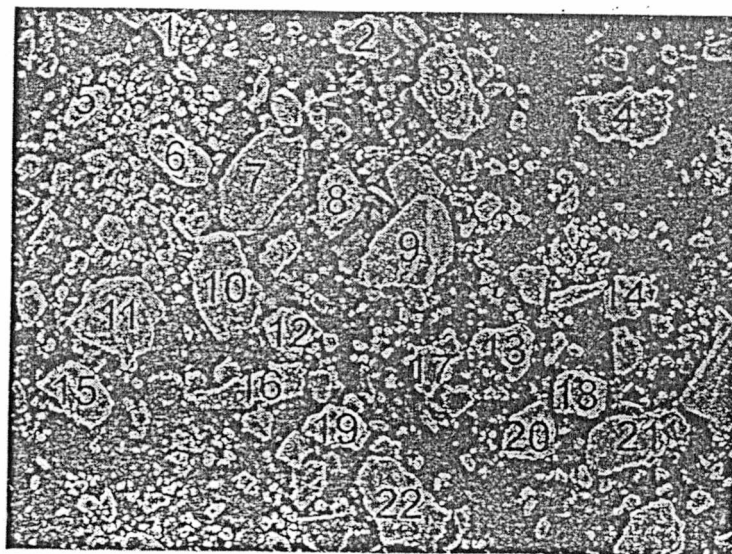
Zdjęcie 4. Mączka kwarcowa. Powiększenie 650x

Tablica 6. Powiększenie 650x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	19,1	143	9,6	4,8	2,00
2	18,3	133	9,2	4,6	1,98
3	24,5	173	12,3	4,5	2,73
4	17,6	150	8,8	5,4	1,62
5	13,9	81	7,0	3,7	1,88
6	18,7	112	9,4	3,8	2,45
7	17,1	198	8,6	7,4	1,16
8	22,3	286	11,2	8,2	1,37
9	23,6	174	11,8	4,7	2,51
10	19,1	420	9,6	14,0	1,47
11	31,4	212	15,7	4,3	3,65
12	38,6	348	19,3	5,7	3,36
13	13,9	81	7,0	3,7	1,88
14	26,4	317	13,2	7,7	1,72
15	66,3	936	33,2	9,0	3,69
16	21,9	139	11,0	4,0	2,72
17	24,6	105	12,3	2,7	4,52
18	18,9	75	9,5	2,5	3,75
19	19,7	168	9,9	5,4	1,81

20	19,3	130	9,7	4,3	2,25
21	59,1	4684	29,6	50,5	1,71
22	31,5	444	15,8	9,0	1,75
23	12,7	107	6,4	5,4	1,18
24	14,1	596	7,1	26,9	3,82
25	26,5	1072	13,3	25,8	1,94
26	17,6	733	8,8	26,5	3,01

wartości średnie	40,8	898	20,4	12,3	2,35
---------------------	------	-----	------	------	------

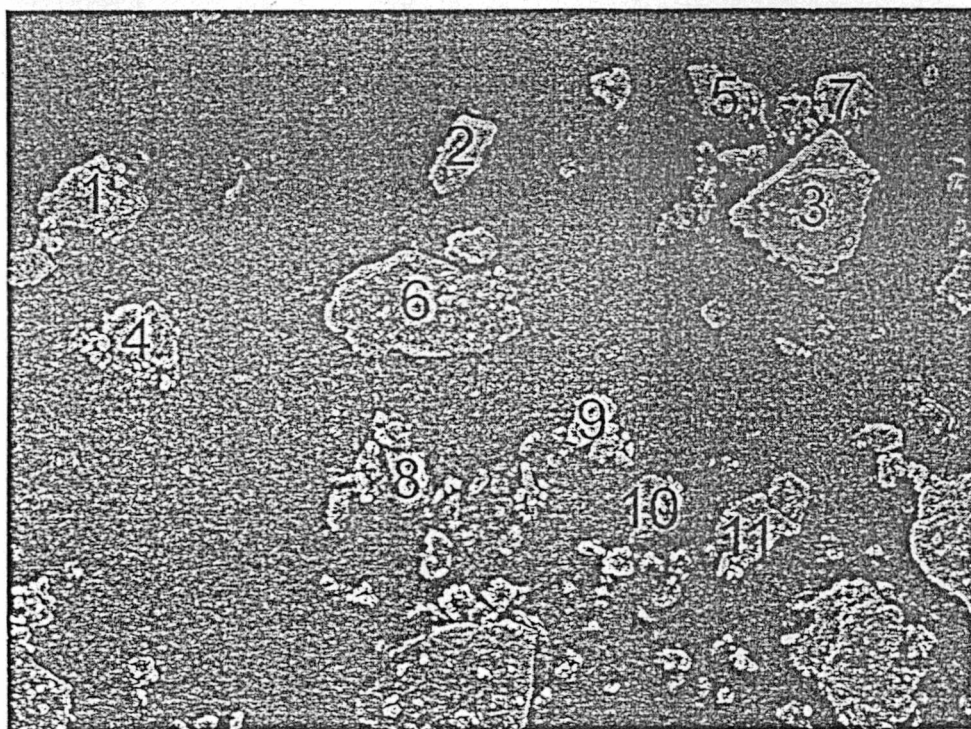


Zdjęcie 5. Bazalt. Powiększenie 250x

Tablica 7. Bazalt powiększenie 250x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie elipsy	Elongacja	
	d _F [μm]	P _c [μm ²]	a=d _F /2	b=P _c /π*a	AR (a/b)
1	39,2	501	19,6	8,1	2,41
2	42,5	1126	21,3	16,9	1,26
3	89,2	2326	44,6	16,6	2,69
4	55,2	2223	27,6	25,7	1,08
5	37,3	551	18,7	9,4	1,98
6	51,8	1223	25,9	15,0	1,72
7	102,5	3079	51,3	19,1	2,68

8	65,7	1145	32,9	11,1	2,96
9	85,4	3135	42,7	23,4	1,83
10	99,7	2748	49,9	17,6	2,84
11	86,5	2898	43,3	21,3	2,03
12	48,6	979	24,3	12,8	1,89
13	54,2	1056	27,1	12,4	2,18
14	41,8	903	20,9	13,8	1,52
15	61,5	1500	30,8	15,5	1,98
16	44,1	1549	22,1	22,4	1,01
17	46,5	700	23,3	9,6	2,42
18	43,7	1075	21,9	15,7	1,40
19	41,2	975	20,6	15,1	1,37
20	53,8	1204	26,9	14,2	1,89
21	62,9	2368	31,5	24,0	1,31
22	90,4	2765	45,2	19,5	2,32

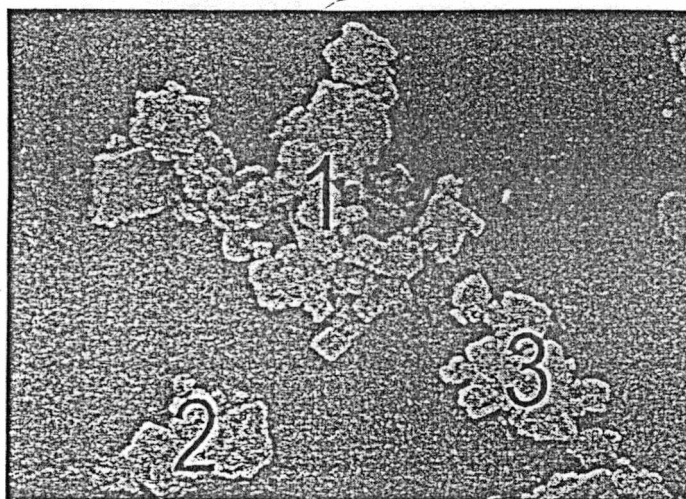


Zdjęcie 6. Bazalt. Powiększenie 1500x

Tablica 8. Powiększenie 1500x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	10,2	46	5,1	2,9	1,78
2	8,6	22	4,3	1,6	2,62
3	17,6	103	8,8	3,7	2,35
4	7,3	25	3,7	2,2	1,70
5	10,1	26	5,1	1,7	3,05
6	12,8	127	6,4	6,3	1,01
7	10,1	40	5,1	2,5	2,02
8	7,3	18	3,7	1,5	2,36
9	5,6	11	2,8	1,2	2,25
10	7,7	16	3,9	1,3	2,89
11	9,9	34	5,0	2,2	2,25

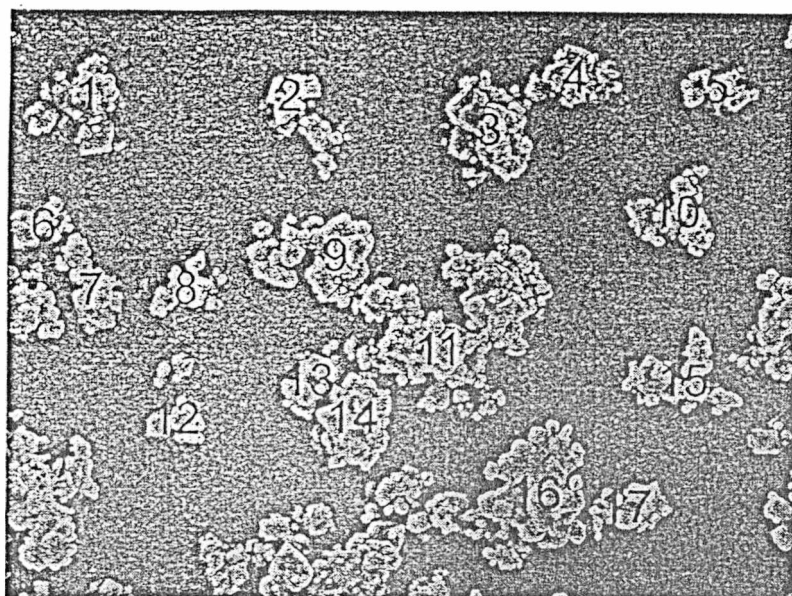
wartości średnie	44,0	1106	22,0	11,7	2,03
---------------------	------	------	------	------	------



Zdjęcie 7. Kobalt. Powiększenie 5000x

Tablica 9. Powiększenie 5000x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	17,1	74	8,6	2,8	3,10
2	6,3	19	3,2	1,9	1,64
3	8,5	21	4,3	1,6	2,65

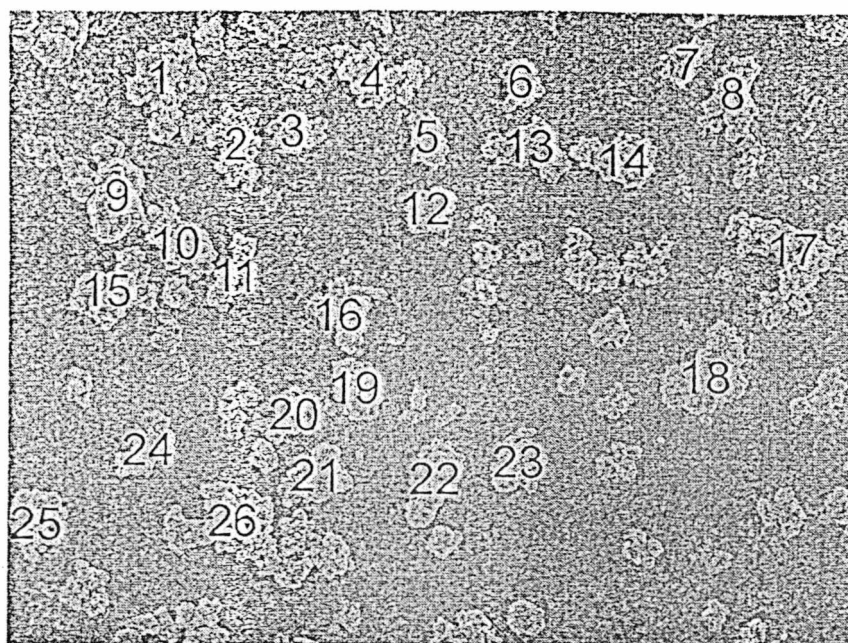


Zdjęcie 8. Kobalt. Powiększenie 2000x

Tablica 10 Kobalt powiększenie 2000x

Lp.	Srednica Fereta $d_F [\mu m]$	Pole cząstki $P_c [\mu m^2]$	Osie $a=d_F/2$	elipsy $b=P_c/\pi*a$	Elongacja AR (a/b)
1	10,4	33	5,2	2,0	2,58
2	10,5	21	5,3	1,3	4,04
3	11,8	43	5,9	2,3	2,56
4	6,5	25	3,3	2,5	1,32
5	4,1	11	2,1	1,7	1,21
6	5,3	13	2,7	1,5	1,76
7	10,3	21	5,2	1,3	3,96
8	6,6	16	3,3	1,5	2,21
9	9,6	48	4,8	3,2	1,52
10	9,3	25	4,7	1,7	2,75
11	16,9	90	8,5	3,4	2,50
12	4,7	10	2,4	1,3	1,76
13	7,2	16	3,6	1,4	2,61
14	10,2	32	5,1	2,0	2,54
15	9,0	28	4,5	2,0	2,24
16	13,6	62	6,8	2,9	2,33
17	6,1	19	3,1	2,0	1,55

wartości średnie	9,2	31	4,6	2,0	2,34
---------------------	-----	----	-----	-----	------

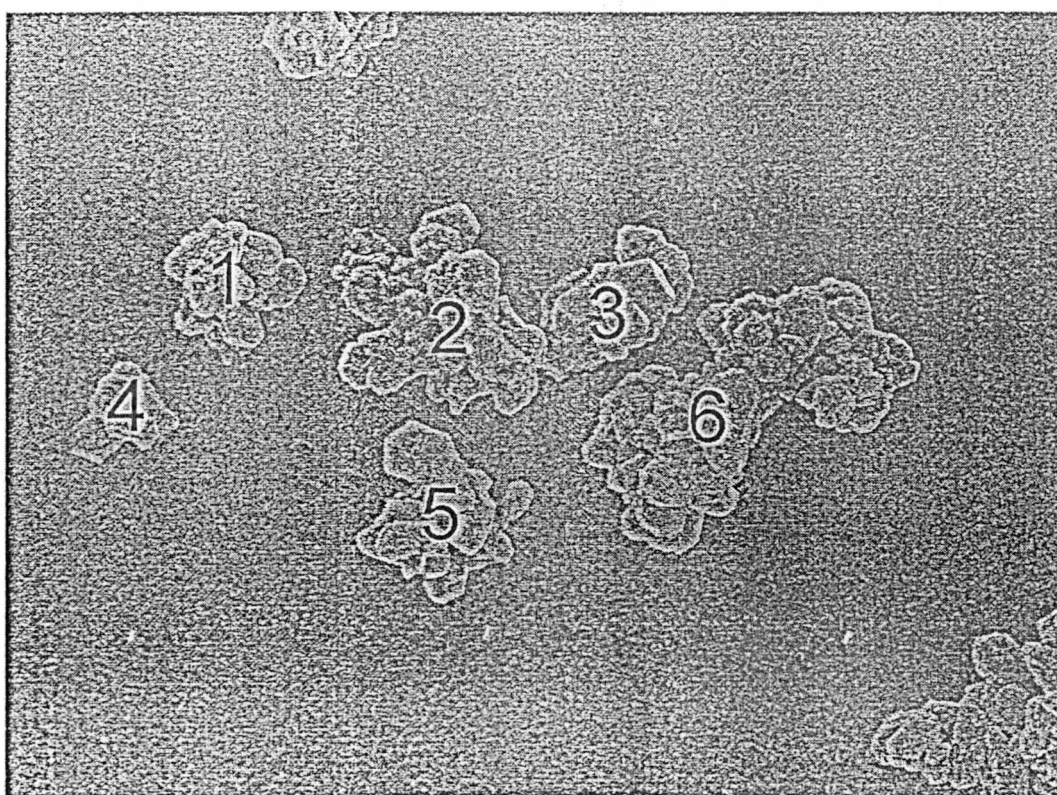


Zdjęcie 9. Węglan wapnia. Powiększenie 300x

Tablica 11 Węglan wapnia powiększenie 300x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	68,2	1259	34,1	11,8	2,90
2	56,4	820	28,2	9,3	3,05
3	26,9	451	13,5	10,7	1,26
4	43,1	1334	21,6	19,7	1,09
5	38,8	405	19,4	6,6	2,92
6	34,4	393	17,2	7,3	2,36
7	35,2	405	17,6	7,3	2,40
8	87,6	1064	43,8	7,7	5,66
9	70,9	1592	35,5	14,3	2,48
10	52,4	829	26,2	10,1	2,60
11	52,3	590	26,2	7,2	3,64
12	38,5	493	19,3	8,2	2,36
13	43,8	691	21,9	10,0	2,18
14	36,2	770	18,1	13,6	1,34
15	55,6	1027	27,8	11,8	2,36
16	50,5	633	25,3	8,0	3,16
17	68,1	1231	34,1	11,5	2,96
18	62,5	1297	31,3	13,2	2,36
19	40,9	606	20,5	9,4	2,17

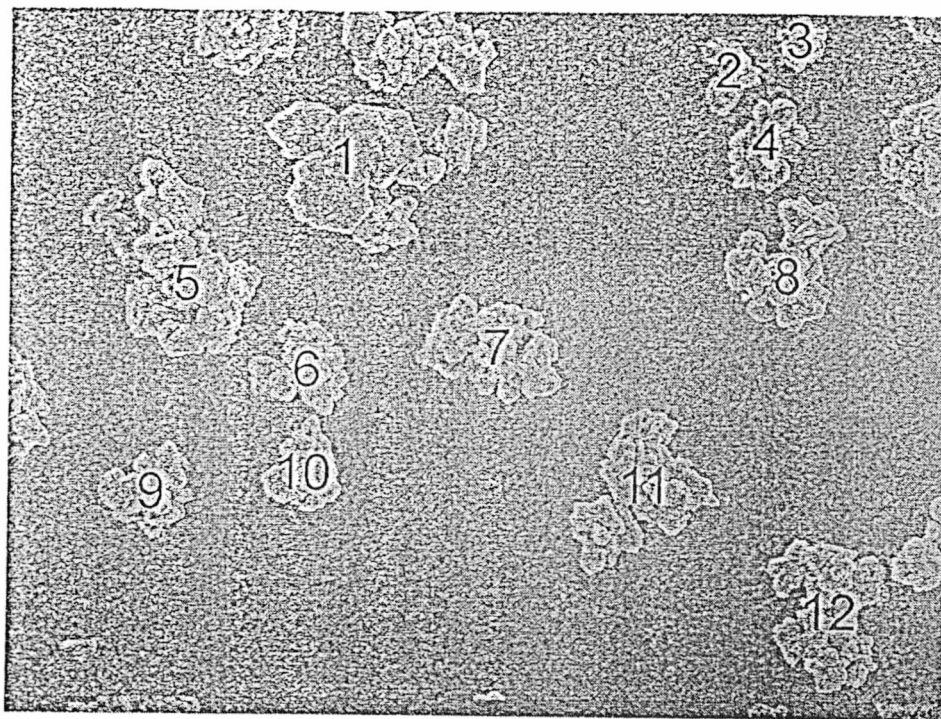
20	39,1	550	19,6	9,0	2,18
21	41,8	746	20,9	11,4	1,84
22	58,5	769	29,3	8,4	3,50
23	42,6	589	21,3	8,8	2,42
24	43,3	564	21,7	8,3	2,61
25	47,2	733	23,6	9,9	2,39
26	69,5	2566	34,8	23,5	1,48



Zdjęcie 10. Węglan wapnia. Powiększenie 1000x

Tablica 12 Powiększenie 1000x

Lp.	Srednica Fereta d_F [μm]	Pole cząstki P_c [μm^2]	Osie $a=d_F/2$	elipsy $b=P_c/\pi*a$	Elongacja AR (a/b)
1	23,2	190	11,6	5,2	2,22
2	33,4	453	16,7	8,6	1,93
3	24,6	222	12,3	5,7	2,14
4	15,9	99	8,0	4,0	2,01
5	28,3	257	14,2	5,8	2,45
6	43,7	681	21,9	9,9	2,20

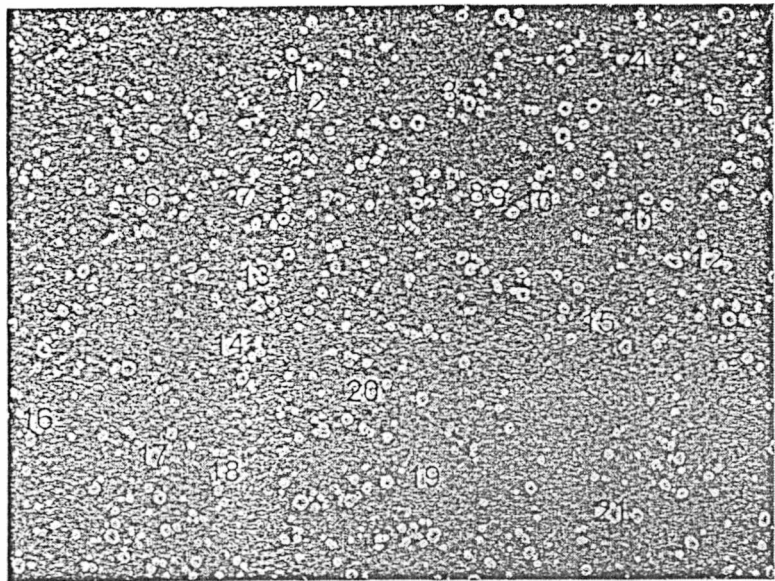


Zdjęcie 11. Węglan wapnia. Powiększenie 600x

Tablica 13 Powiększenie 600x

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	49,2	910	24,6	11,8	2,09
2	22,5	140	11,3	4,0	2,84
3	16,3	104	8,2	4,1	2,00
4	27,3	271	13,7	6,3	2,16
5	59,5	866	29,8	9,3	3,21
6	26,1	311	13,1	7,6	1,72
7	32,3	538	16,2	10,6	1,52
8	39,4	498	19,7	8,0	2,45
9	28,7	301	14,4	6,7	2,15
10	29,2	243	14,6	5,3	2,75
11	50,1	647	25,1	8,2	3,04
12	45,3	634	22,7	8,9	2,54

wartości średnie	43,2	677	21,6	9,2	2,43
---------------------	------	-----	------	-----	------

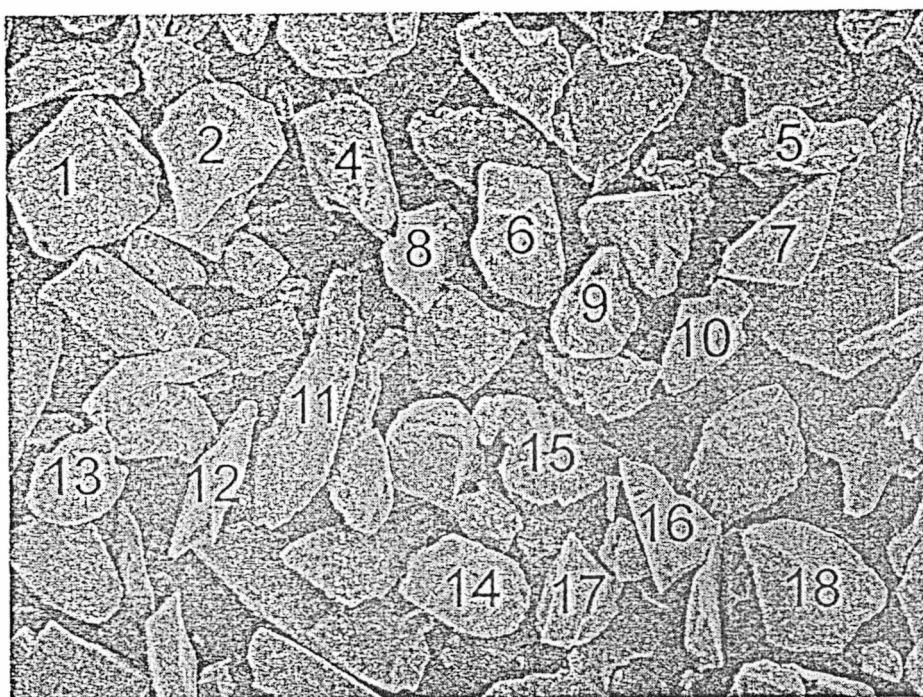


Zdjęcie 12. WN5. Powiększenie 250x

Tablica 14 WN5 powiekszenie 250X:

Lp.	Srednica Fereta	Pole cząstki	Osie	elipsy	Elongacja
	$d_F [\mu m]$	$P_c [\mu m^2]$	$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	AR (a/b)
1	15,2	76	7,6	3,2	2,39
2	13,3	69	6,7	3,3	2,03
3	14,6	74	7,3	3,2	2,26
4	11,0	73	5,5	4,2	1,30
5	11,2	87	5,6	4,9	1,13
6	10,1	51	5,1	3,2	1,56
7	13,8	87	6,9	4,0	1,72
8	12,8	66	6,4	3,3	1,95
9	11,7	65	5,9	3,5	1,66
10	9,6	58	4,8	3,9	1,24
11	13,2	72	6,6	3,5	1,90
12	13,1	106	6,6	5,1	1,27
13	12,2	66	6,1	3,5	1,76
14	13,2	93	6,6	4,5	1,48
15	15,9	128	8,0	5,1	1,56
16	13,2	80	6,6	3,8	1,72
17	13,3	91	6,7	4,4	1,53
18	9,5	68	4,8	4,6	1,04
19	13,7	98	6,9	4,6	1,50
20	11,6	74	5,8	4,1	1,43
21	14,8	94	7,4	4,0	1,84

wartości średnie	12,1	71	6,0	3,7	1,69
---------------------	------	----	-----	-----	------



Zdjęcie 13. EB. Powiększenie 250x

Tablica 15. EB powiększenie 250x :

Lp.	Średnica Feret	Pole cząstki $P_c [\mu m^2]$	Osie elipsy		Elongacja AR (a/b)
	$d_F [\mu m]$		$a=d_F/2$	$b=P_c/\pi*a$	
1	122,2	5637	61,1	29,4	2,08
2	111,5	4095	55,8	23,4	2,38
3	100,7	3035	50,4	19,2	2,62
4	95,6	2697	47,8	18,0	2,66
5	47,5	2097	23,8	28,1	1,18
6	106,8	3318	53,4	19,8	2,70
7	75,3	2505	37,7	21,2	1,78
8	83,7	1837	41,9	14,0	2,99
9	80,5	2257	40,3	17,9	2,25
10	83,6	1975	41,8	15,1	2,78
11	190,5	4748	95,3	15,9	6,00
12	115,2	1873	57,6	10,4	5,56
13	70,4	2097	35,2	19,0	1,86
14	75,3	2931	37,7	24,8	1,52
15	80,5	3253	40,3	25,7	1,56
16	99,2	2195	49,6	14,1	3,52
17	83,5	2106	41,8	16,1	2,60
18	97,4	4297	48,7	28,1	1,73

wartości średnie	94,6	2943	47,3	19,9	2,55
---------------------	------	------	------	------	------

Tablica 16. Zestawienie wartości średnich dla przebadanych materiałów

Lp.	Material	Średnica Fereta d_F [μm]	Elongacja AR (a/b)	Liczba cząstek
1	WN5	12,1	1,69	38
2	Bazalt	44,0	2,03	33
3	Dwutlenek krzemu	40,2	2,13	23
4	F5	20,0	2,14	100
5	Mączka skal-kwarc.	46,5	2,21	36
6	Kobalt	9,2	2,34	20
7	Mączka kwarcowa	40,8	2,35	49
8	Węglan wapnia	43,2	2,43	44
9	Węglan potasu	80,1	2,47	31
10	Węglan sodowy	40,2	2,50	41
11	EB	94,6	2,55	30

Z zamieszczonych w tabeli 16 wyników widać, że przebadaną grupę materiałów można podzielić w zależności od wielkości średnicy Fereta i elongacji. Założony w pracy cel, znalezienia funkcji plastycznego płynięcia uwzględniającej wpływ nasycenia, wymusza selekcję materiałów do dalszych badań. Z przetestowanych materiałów wybrano te, które charakteryzują się zbliżoną wielkością przeciętnej średnicy w zbiorze, ponieważ średnica cząstek ma duży wpływ na wielkość porów w osadach, a tym samym na siły kapilarne - zgodnie ze wzorem (21).

6.2.4. Wyznaczanie charakterystyk odwadniania osadów

Zgodnie z przyjętym celem pracy podstawowym kryterium doboru materiału badawczego była możliwość uzyskania osadów filtracyjnych w szerokim zakresie zmienności nasycenia cieczą.

Przeprowadzono wiele próbných doświadczeń filtracji zawiesin wody destylowanej i wybranych w poprzednim etapie materiałów, na podstawie których stwierdzono, że najbardziej odpowiednimi materiałami do badań odwadniania były węglan wapnia i mączka kwarcowa. Pozostałe materiały: bazalt, dwutlenek krzemu, mączka skaleniowo-kwarcowa i węglan sodu tworzyły zawiesiny trudnofiltrowalne i nie nadawały się do realizacji celów postawionych w pracy.

Do dalszych badań wybrano węglan wapnia i mączkę kwarcową. Dodatkowym materiałem przyjętym do testów odwadniania były kulki szklane o przeciętnej średnicy w zbiorze $d_f = 63 \mu\text{m}$. Wybrane materiały mają zbliżoną średnicę, a różnią się współczynnikiem kształtu od 1 dla kulek do 2,4 dla węglanu wapnia.

Nasycenie osadów filtracyjnych cieczą zależy głównie od czasu odwadniania. Odwadniając osady przez przedmuchiwanie powietrzem uzyskuje się pewne średnie nasycenie, którego wartość zależy od czasu odwadniania i własności filtracyjnych osadu. Dlatego mając wyznaczone charakterystyki uzyskujemy informację o zakresie zmienności nasycenia dla określonego materiału, które są niezbędne do planowania i realizacji głównych eksperymentów pracy.

Badania odwadniania prowadzono na aparacie ścinania opisanym w rozdziale 6.1.1. Po nafiltrowaniu osadu, w momencie istnienia jeszcze pełnego nasycenia ($S = 1$) rozpoczynano proces odwadniania. W tym celu, do jednego króćca umieszczonego w bocznej ścianie, doprowadzano próżnię. Powietrze atmosferyczne dopływające drugim króćcem powodowało odwadnianie osadu. Testy odwadniania prowadzono pod stałą różnicą ciśnień $\Delta P = 0,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Zmieniając czas odwadniania od 3 do 7000 sekund uzyskiwano różne stopnie nasycenia od $S = 0,93$ do minimalnego w danych warunkach.

Nasycenie osadu wyznaczono metodą wagową. Polegała ona na pomiarze wysokości osadu po odwadnianiu – h_{os} , oraz na pomiarze masy osadu wilgotnego – m_{ow} , suszeniu w temperaturze 105°C i ważeniu placka wysuszonego m_s . Przy znanej powierzchni osadu – $A = 17,86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ średnie nasycenie wyznaczano z przekształconego równania (16).

$$S = \frac{V_w}{V_p} = \frac{m_{ow} - m_s}{\rho_w (A \cdot h_{os} \cdot \varepsilon)} \quad (46)$$

gdzie:

V_w – objętość wody, m^3 ,
 V_p – objętość porów, m^3 ,
 ρ_w – gęstość wody, kg/m^3 ,
 ε – porowatość, - .

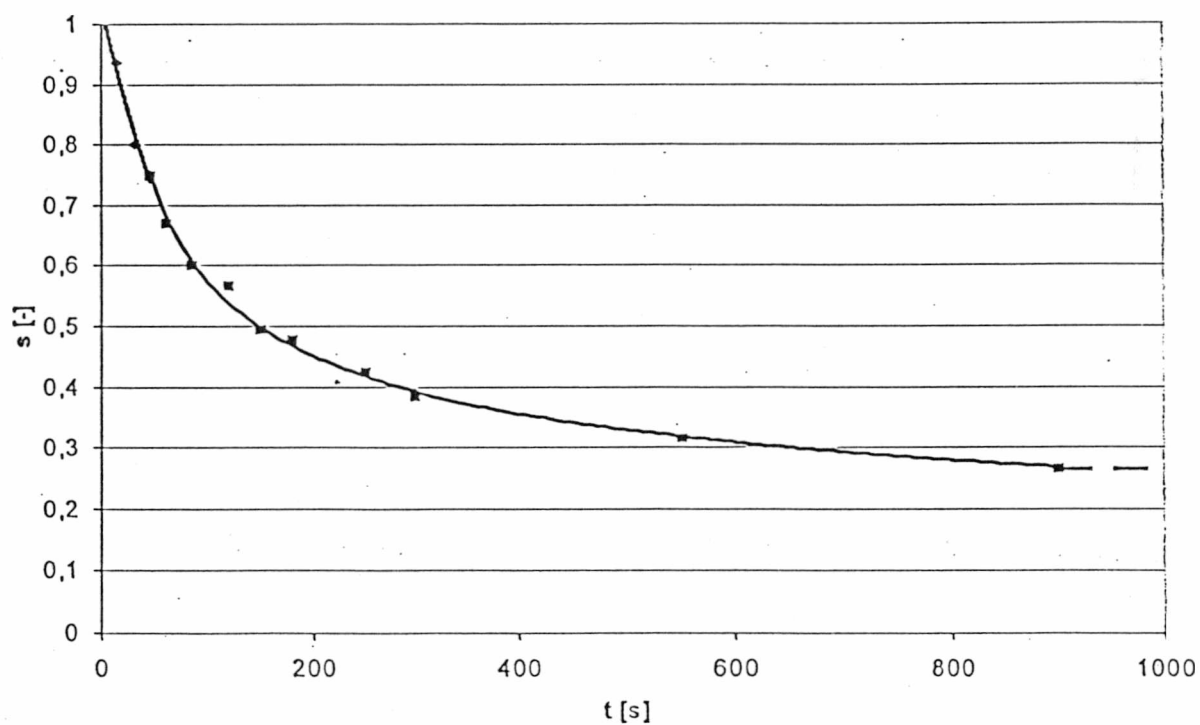
Porowatość osadu wyznaczano z równania (12) na podstawie znanej masy ciała stałego - m_s w każdej porcji zawiesiny.

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V} = 1 - \frac{m_s}{A \cdot h_{os} \cdot \rho_s} \quad (47)$$

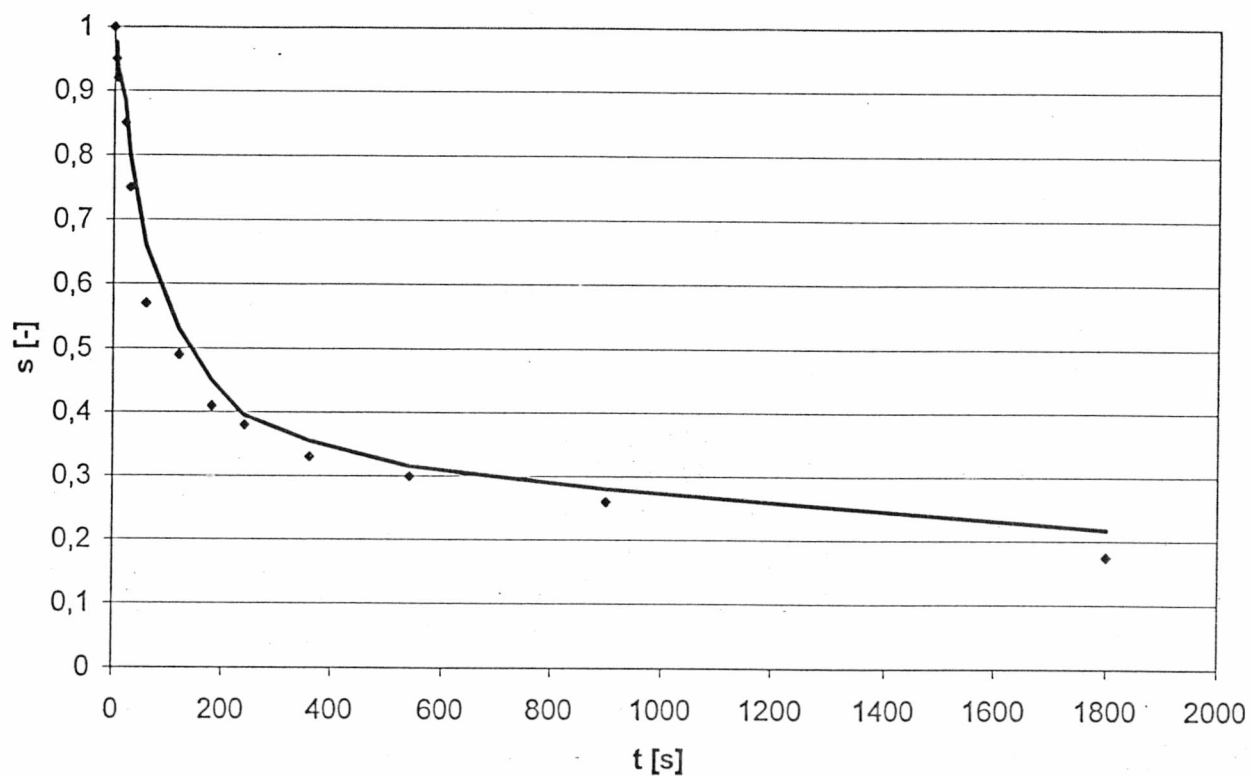
gdzie:

ρ_s – gęstość ciała stałego, kg/m^3 .

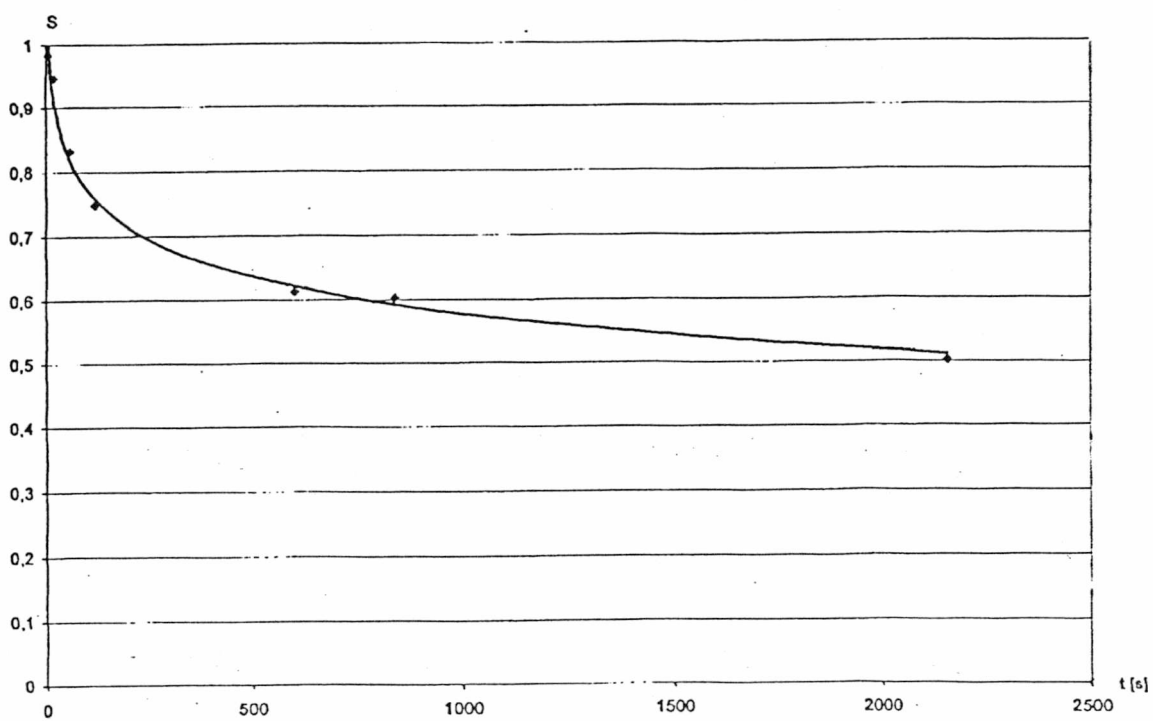
Uzyskane charakterystyki odwadniania przedstawiono na rysunkach (25, 26 i 27).



Rys.25. Krzywa odwadniania węgla wapnia.



Rys. 26. Krzywa odwadniania kulek szklanych



Rys. 27. Krzywa odwadniania mączki kwarcowej

6.2.5. Wnioski z badań rozpoznawczych.

Na podstawie badań granulometrycznych wykonanych metodą analizy obrazu, przeprowadzonych testów filtracji i odwadniania sformułowano następujące wnioski:

1. Na podstawie analizy obrazów mikroskopowych cząstek badanych materiałów stwierdzono:
 - zakres zmienności przeciętnej średnicy Fereta w zbiorze wynosi od 9 do 94 μm ,
 - współczynnik kształtu, wyrażony przez wydłużenie elipsy opisującej cząstkę, równanie (45), przyjmuje wartości od 1,47 do 2,45,
 - spośród przebadanych materiałów najliczniejszą grupę reprezentują materiały charakteryzujące się przeciętną wielkością ziarna $d_F \approx 40 \mu\text{m}$.
2. Z założenia modelu o nieściśliwości osadu filtracyjnego wynika wybór materiałów do dalszych testów. Materiały takie powinny charakteryzować się przeciętną średnicą cząstki większą od 40 μm [3].
3. Przeprowadzone testy filtracji i odwadniania pozwoliły na wybór najlepszego materiału dla tej grupy, tj. węgla wapnia. Uzyskany zakres nasycenia osadu cieczą $S = 1 - 0,2$, zapewnia realizację głównego celu badawczego w szerokim zakresie wielkości wejściowej. Pozostałe materiały były trudno filtrowalne i nie uzyskano właściwego osadu filtracyjnego. Dla mączki kwarcowej, rysunek (27), po 40 minutach odwadniania, najniższa wartość uzyskanego nasycenia wynosiła tylko 0,5.
4. Na podstawie testów odwadniania kulek szklanych o przeciętnej średnicy 63 μm , stwierdzono zmienność nasycenia osadu w zakresie $S = 0,2 - 1$. Zawiesina utworzona z wody i kulek szklanych była dobrze filtrowalna. W związku z powyższym do realizacji badań wpływu nasycenia na wytrzymałość na ścinanie osadów filtracyjnych wybrano też ten materiał.

6.3. TESTY PORÓWNAWCZE ŚCINANIA MATERIAŁÓW ZIARNISTYCH NA APARACIE PIERŚCIENIOWYM I STANDARDOWYM APARACIE JENIKA

W celu sprawdzenia opracowanej konstrukcji pierścieniowej komory, którą przyjęto do badań weryfikacyjnych modelu, przeprowadzono testy ścinania materiałów ziarnistych na aparacie pierścieniowym, rysunek (17 i 18), i standardowym aparacie bezpośredniego ścinania – Jenika,

Badania przeprowadzono dla różnych wąskich frakcji materiałów ziarnistych:

kulki szklane: 71 -80 μm , 100-125 μm , 80-90 μm , 160-225 μm ,

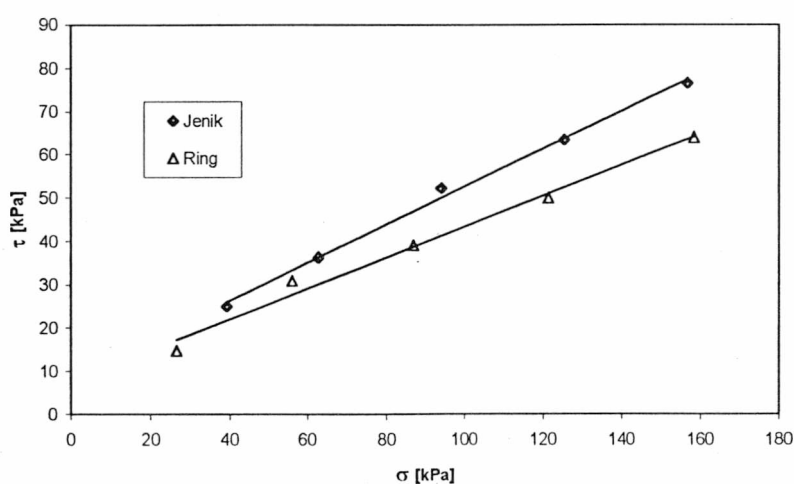
piasek - 200 μm ,

agalit - 800 μm ,

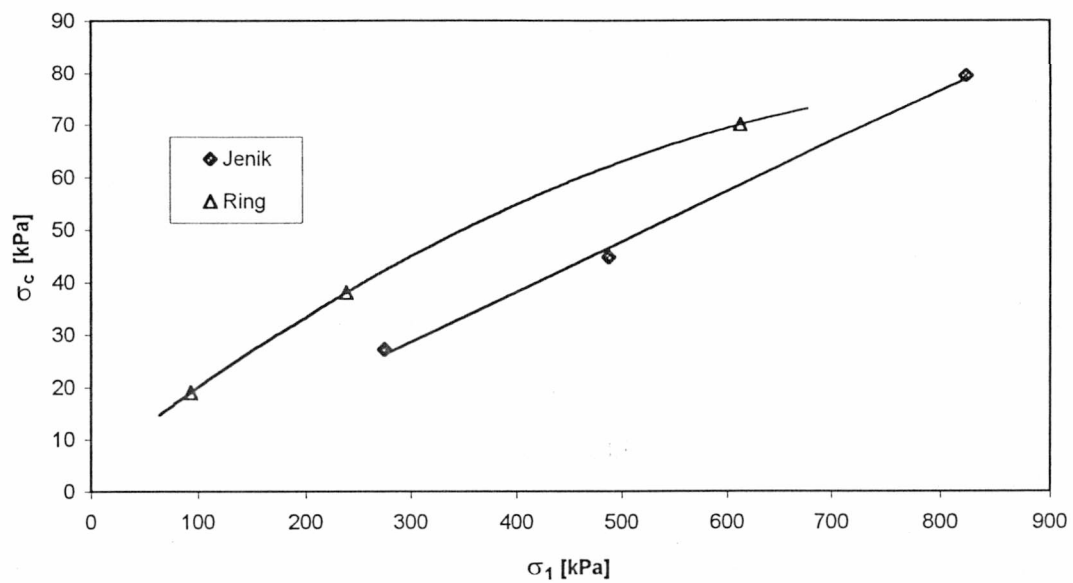
dla trzech obciążeń konsolidacyjnych w zakresie od 70 do 550 kPa.

Wyniki porównań pokazano na rysunkach (28 ÷ 35) w dwóch aspektach.

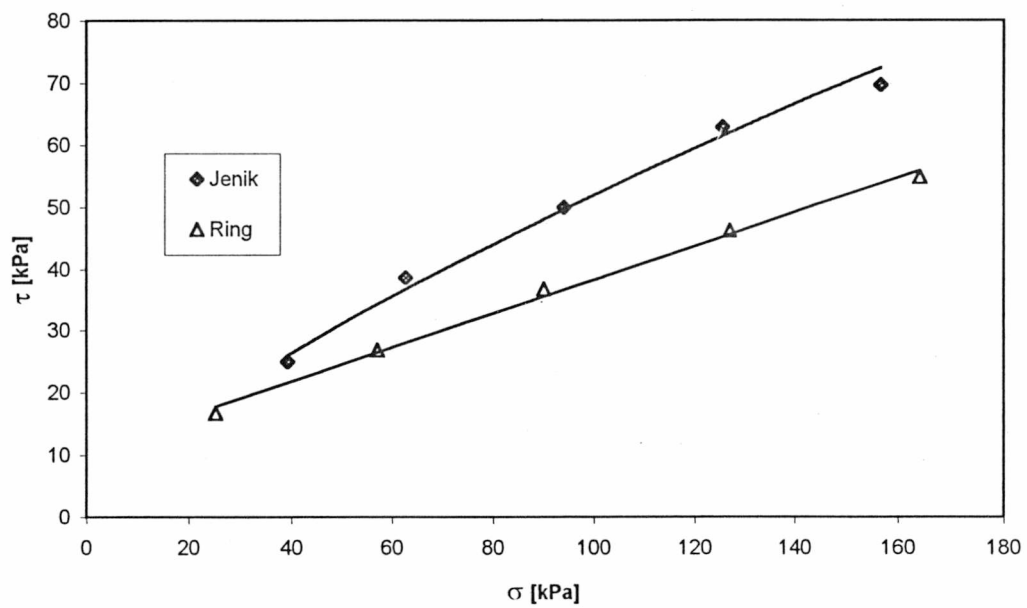
Po pierwsze - linie plastycznego płynięcia pokazują rezultaty na płaszczyźnie Mohra, dla badanych materiałów, przy jednej gęstości początkowej. Po drugie - wykresy funkcji $\sigma_c = f(\sigma_1)$ obrazują wytrzymałość na ściskanie badanych materiałów w funkcji największego naprężenia głównego, tj. dla różnych gęstości początkowych.



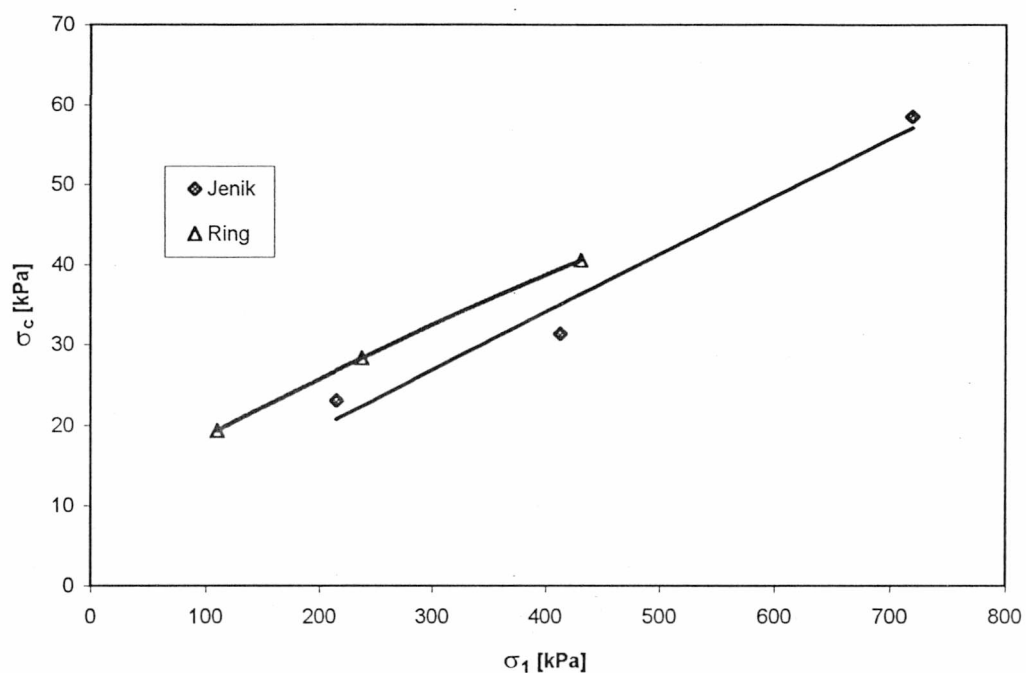
Rys.28. Linie plastycznego płynięcia: kulki szklane $d=71 - 80 \mu\text{m}$, $\sigma_k = 160 \text{ kPa}$



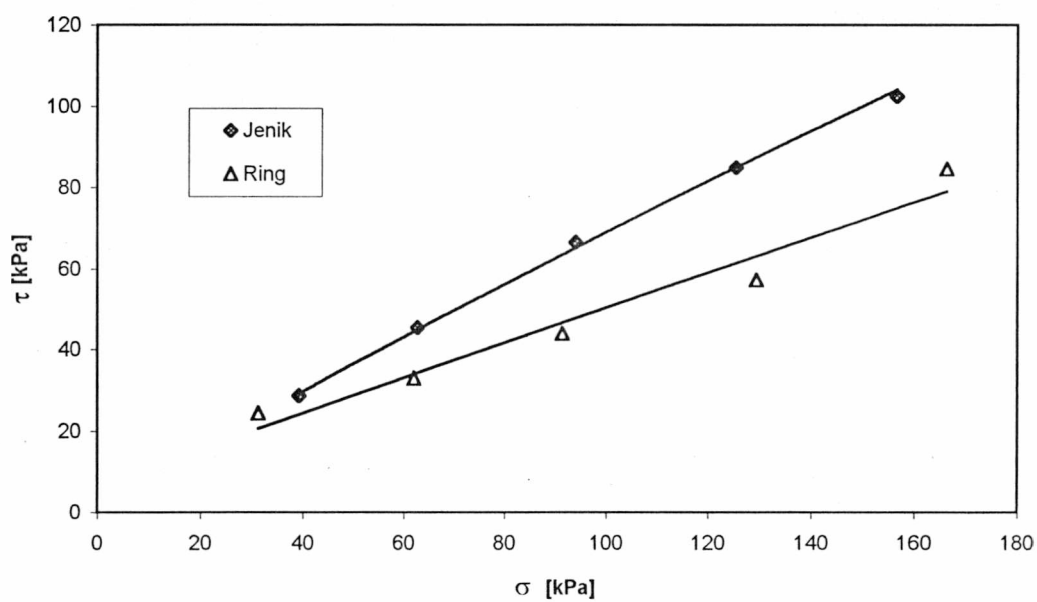
Rys. 29. Wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie: kulki szklane $d=71 - 80 \mu\text{m}$



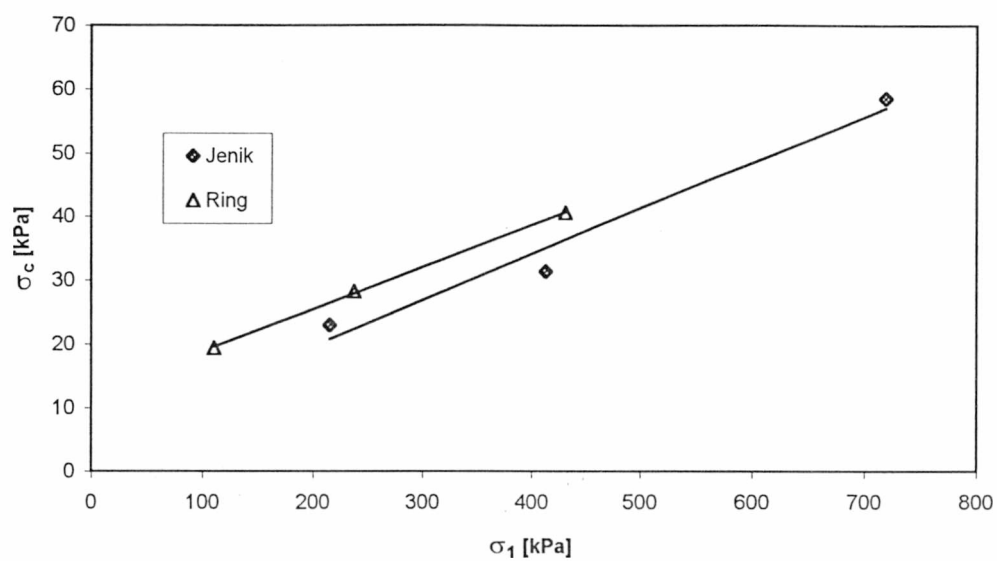
Rys.30. Linie plastycznego płynięcia: kulki szklane $d=100 - 125 \mu\text{m}$, $\sigma_k = 160$ [kPa]



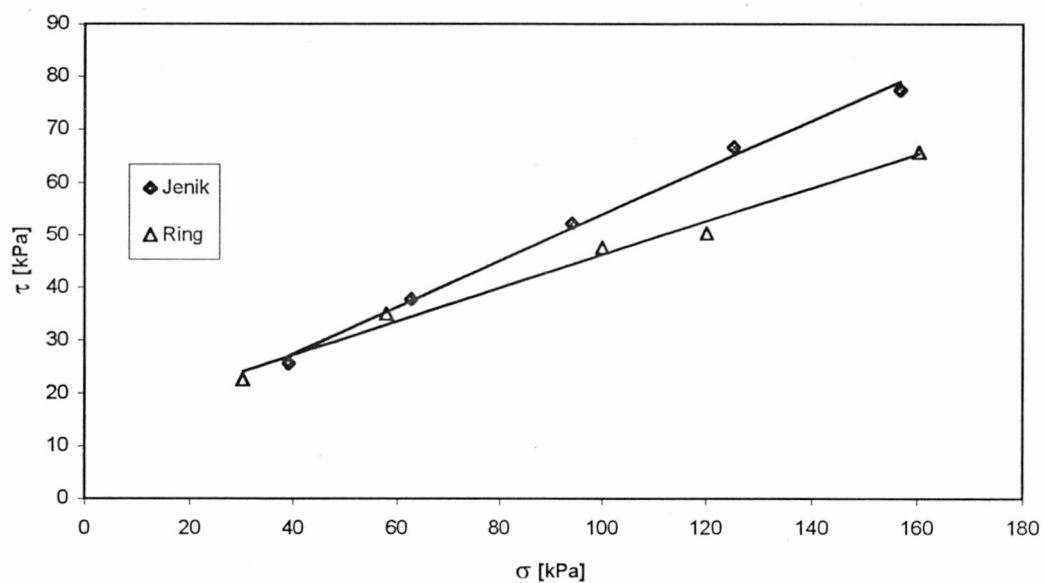
Rys. 31. Wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie: kulki szklane $d=100 - 125 \mu\text{m}$



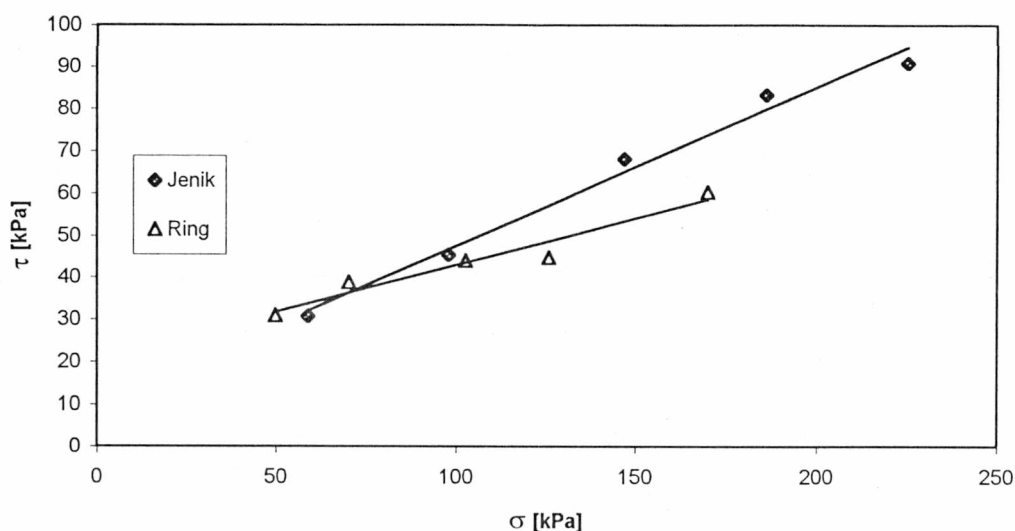
Rys.32. Linie plastycznego płynięcia: kulki szklane $d=160 - 225 \mu\text{m}$, $\sigma_k = 160$ [kPa]



Rys. 33. Wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie: kulki szklane $d=160 - 225 \mu\text{m}$



Rys.34. Linie plastycznego płynięcia: piasek $d=200 \mu\text{m}$ $\sigma_k = 160$ [kPa]



Rys.35. Linie plastycznego płynięcia: agalit $d=800 \mu\text{m}$, $\sigma_k = 160 \text{ [kPa]}$

Przeprowadzone badania porównawcze wykazały dobrą zbieżność wyników uzyskanych na aparacie Jenika oraz aparacie z pierścieniową komorą ścinającą. Analizując linie plastycznego płynięcia widać pewne rozbieżności wynikające z nieuniknionych błędów osiągania gęstości początkowej. Uzyskiwane w trakcie badań niższe wartości wytrzymałości na ścinanie w aparacie pierścieniowym, mogły być spowodowane, zdaniem autora pracy, większym (sumarycznym) tarcie materiału o płytki ścinające, a w konsekwencji zmniejszeniem gęstości materiału w pobliżu ścianek.

Otrzymane rezultaty poddano analizie błędów [35], na podstawie której stwierdzono, że maksymalne błędy względne wyznaczenia, metodą najmniejszych kwadratów, parametrów prostych Mohra wyniosły:

- dla $\text{tg}\varphi$ - 5 %,
- dla spójności c - 7 %

Maksymalne błędy względne średnich ważonych z pomiarów wykonanych na obu aparatach wyniosły:

- dla $\text{tg}\varphi$ - 7 %,
- dla spójności c - 14 %

Uzyskane rezultaty są zadowalające i nie odbiegają od prezentowanych w literaturze [36].

6.4. REALIZACJA GŁÓWNEGO PLANU EKSPERYMENTU – WPŁYW NASYCENIA OSADÓW FILTRACYJNYCH NA WYTRZYMAŁOŚĆ NA ŚCINANIE

6.4.1. Opis pomiarów

Naprężenie styczne

Przed przystąpieniem do eksperymentów głównych przeprowadzono cechowanie tensometrycznego przetwornika siły. W tym celu zadawano obciążenie znana siłą - F i rejestrowano wartość napięcia wyjściowego - U . Następnie obliczano wartość naprężenia, dzieląc zastosowaną siłę przez powierzchnię ścinania, $A = 17,86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Punkty eksperymentalne $\tau = f(U)$ aproksymowano linią prostą uzyskując równanie:

$$\tau = 665,6 U + 5,49 \cdot 10^2 \text{ [Pa]}, \quad (48)$$

gdzie:

U = napięcie [V]

Na podstawie równania (48) obliczano naprężenie styczne.

Wysokość placka filtracyjnego - h_{os} mierzono suwmiarką o dokładności

$$\Delta h = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Gęstość właściwą materiałów badanych określono metodą piknometru:

- węglan wapnia $\rho_s = 2580 \cdot \text{kg/m}^3$
- kulki szklane $\rho_s = 2440 \cdot \text{kg/m}^3$

Wilgotność osadu wyznaczano metodą wagową, poprzez pomiar masy osadu wilgotnego - m_{ow} , suszenie osadu w temperaturze 105°C oraz zważeniu suchego ciała stałego - m_s . Obliczenia prowadzono według równania (15).

Sposób obliczania nasycenia i porowatości osadów opisano w rozdziale 6.2.4., a średnie wyniki zestawiono w tablicach 17 i 18.

Tablica 17. Węglan wapnia

Lp.	Masa naczynia m_n	Masa osadu wilgotnego m_{ow}	Masa osadu suchego m_s	Wilgotność w	Wysokość osadu h_{os}	Porowatość ε	Nasycenie S
	10^{-3} [kg]	10^{-3} [kg]	10^{-3} [kg]	[%]	10^{-2} [m]	[-]	[-]
1	74,91	98,02	66,96	31,7	3,2	0,551	1,00
2	45,92	97,59	66,87	31,5	3,3	0,561	0,93
3	54,34	97,86	68,69	29,8	3,3	0,561	0,88
4	57,35	92,86	68,85	25,9	3,3	0,556	0,74
5	46,91	89,96	68,87	23,4	3,3	0,559	0,64
6	59,05	88,32	68,92	22,0	3,2	0,549	0,62
7	54,76	85,9	68,66	20,1	3,3	0,556	0,53
8	56,33	83,77	68,63	18,1	3,2	0,541	0,50
9	59,02	80,64	67,32	16,5	3,3	0,552	0,42
10	111,15	80,31	68,67	14,5	3,3	0,549	0,37
11	61,95	79,82	69,17	13,3	3,3	0,557	0,33
12	90,52	78,35	69,12	11,8	3,3	0,553	0,29
13	78,09	75,06	68,72	8,4	3,3	0,559	0,19
14	77,71	72,64	68,34	5,9	3,3	0,555	0,13
15	62,04	71,08	69,02	2,9	3,3	0,547	0,06
16	78,12	99,84	67,56	31,7	3,3	0,556	1,00
17	62,04	97,39	67,07	31,5	3,3	0,552	0,93
18	80,88	94,16	68,29	29,8	3,3	0,546	0,81
19	61,89	93,86	68,85	25,9	3,3	0,561	0,76
20	54,76	91,66	69,37	23,4	3,3	0,556	0,69
21	56,33	86,82	68,02	22,0	3,2	0,541	0,62
22	90,52	85,9	68,76	20,1	3,3	0,553	0,54
23	78,09	84,07	68,49	18,1	3,3	0,559	0,47
24	114,7	81,24	68,32	16,5	3,2	0,553	0,42
25	111,19	80,11	68,12	14,5	3,3	0,559	0,37
26	61,88	79,92	69,47	13,3	3,3	0,549	0,33
27	62,66	78,06	68,96	11,8	3,2	0,556	0,28
28	62,06	74,93	68,62	8,4	3,3	0,541	0,20
29	59,05	72,44	68,17	5,9	3,2	0,552	0,14
30	78,09	71,58	69,02	2,9	3,2	0,549	0,08
Średnia wartość porowatości osadu						0,553	

Tablica 18. Kulki szklane

Lp.	Masa naczynia m_n	Masa osadu wilgotnego m_{ow}	Masa osadu suchego m_s	Wilgotność w	Wysokość osadu h_{os}	Porowatość ε	Nasylenie S
	10^{-3} [kg]	10^{-3} [kg]	10^{-3} [kg]	[%]	10^{-2} [m]	[-]	[-]
1	62,67	102,72	79,02	23,1	3,2	0,424	1,00
2	114,63	103,28	80,8	21,8	3,2	0,412	0,97
3	61,91	103,61	81,86	21,0	3,2	0,409	0,94
4	78,12	102,48	82,96	19,0	3,2	0,407	0,84
5	111,14	97,91	80,78	17,5	3,2	0,425	0,70
6	59,06	94,75	80,97	14,5	3,3	0,431	0,55
7	80,89	93,98	82,89	11,8	3,2	0,402	0,49
8	77,73	92,71	83,32	10,1	3,2	0,403	0,41
9	62,71	89,97	81,55	9,4	3,2	0,409	0,36
10	61,95	90,92	82,86	8,9	3,3	0,417	0,33
11	114,73	89,6	82,73	7,7	3,2	0,412	0,29
12	111,22	89,22	83,12	6,8	3,2	0,405	0,26
13	62,04	81,46	80,25	1,5	3,2	0,425	0,05
14	114,7	103,6	79,81	23,0	3,2	0,419	1,00
15	111,19	105,73	82,26	22,2	3,3	0,424	0,95
16	61,88	104,26	81,88	21,5	3,3	0,422	0,91
17	62,66	102,44	82,23	19,7	3,2	0,413	0,85
18	62,06	101,81	83,07	18,4	3,3	0,417	0,77
19	59,05	96,56	82,9	14,1	3,2	0,406	0,59
20	80,91	93,75	82,47	12,0	3,2	0,411	0,48
21	77,71	93,13	83,06	10,8	3,3	0,414	0,42
22	111,15	89,97	81,35	9,6	3,1	0,400	0,39
23	62,05	89,73	82,52	8,0	3,2	0,407	0,31
24	80,89	88,91	81,76	8,0	3,2	0,414	0,30
25	77,74	88,27	82,27	6,8	3,2	0,401	0,27
26	78,09	83,82	82,35	1,8	3,2	0,413	0,06
Średnia wartość porowatości osadu						0,413	

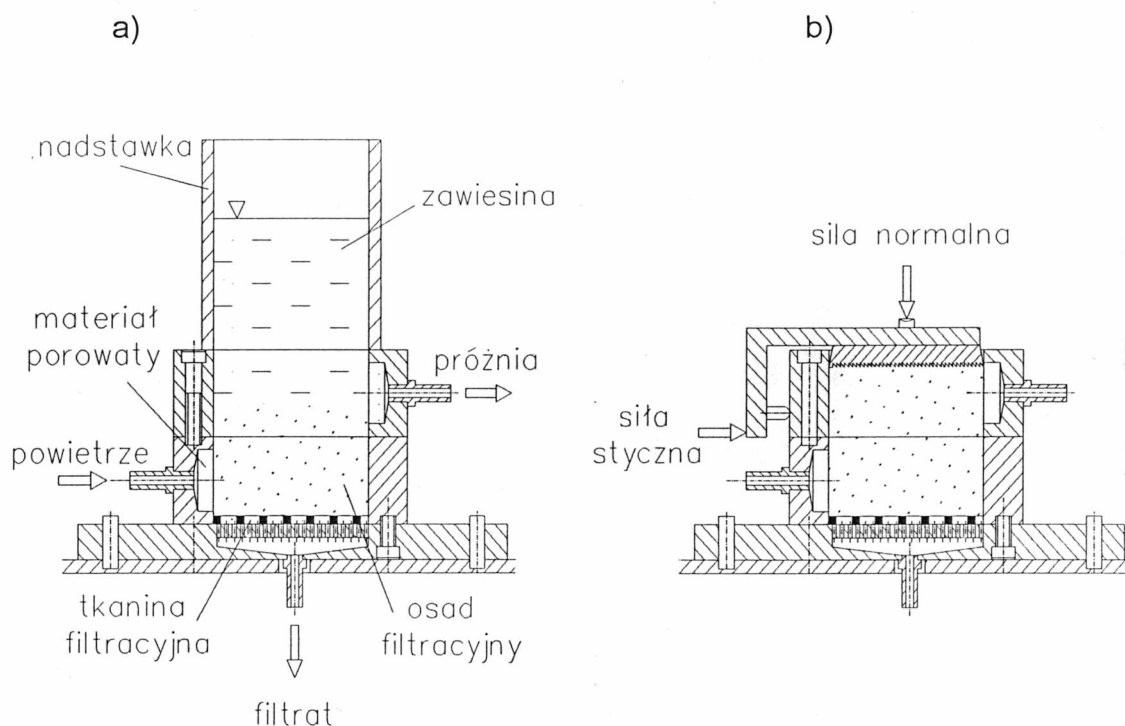
6.4.2. Metodyka prowadzenia eksperymentu

Badania eksperymentalne prowadzono na stanowisku opisanym w rozdziale 6.1.1. Na rysunku (36), przedstawiono schemat komory ścinającej. Do celów badawczych użyto węgla wapnia o średniej średnicy Fereta 43 μm .

oraz kulek szklanych o średniej średnicy $63\ \mu\text{m}$. Proces filtracji próżniowej oraz odwadnianie osadu przez przedmuchiwanie powietrzem prowadzono przy podciśnieniu $P = 0,4 \cdot 10^5\ \text{Pa}$. Badania prowadzono dla 17 wartości stopnia nasycenia osadu cieczą oraz pięciu wartości naprężeń normalnych $\sigma = 0, 47, 97, 122\ \text{i}\ 152 \cdot 10^2\ \text{Pa}$.

Badania eksperymentalne prowadzono w dwóch etapach opisanych poniżej.

W zlewce przygotowywano zawiesinę badanego materiału i wody destylowanej, o tak dobranej masie ciała stałego, aby osad utworzony w wyniku filtracji, zajmował żądaną w eksperymencie objętość.



Rys. 36. Schemat komory ścinania osadów filtracyjnych
a) proces filtracji zawiesiny, b) ścinanie placka filtracyjnego

Na komórkę ścinającą zakładano nadstawkę, rysunek (36a), i przy odciętych króćcach odwadniających, umieszczonych w bocznych ściankach, wlewano zawiesinę i prowadzono proces filtracji. W momencie, kiedy na powierzchni utworzonego osadu zostawała już tylko warstewka cieczy proces filtracji przerywano, odcinając dolny króciec doprowadzający podciśnienie pod przegrodę filtracyjną. Taki tok postępowania zapewniał pełne nasycenie osadu

cieczą $S = 1$, przed przystąpieniem do odwadniania, co było warunkiem koniecznym do uzyskiwania odpowiedniego nasycenia po odwadnianiu i powtarzalności wyników, rozdział 6.2.4. rysunek (25 i 26).

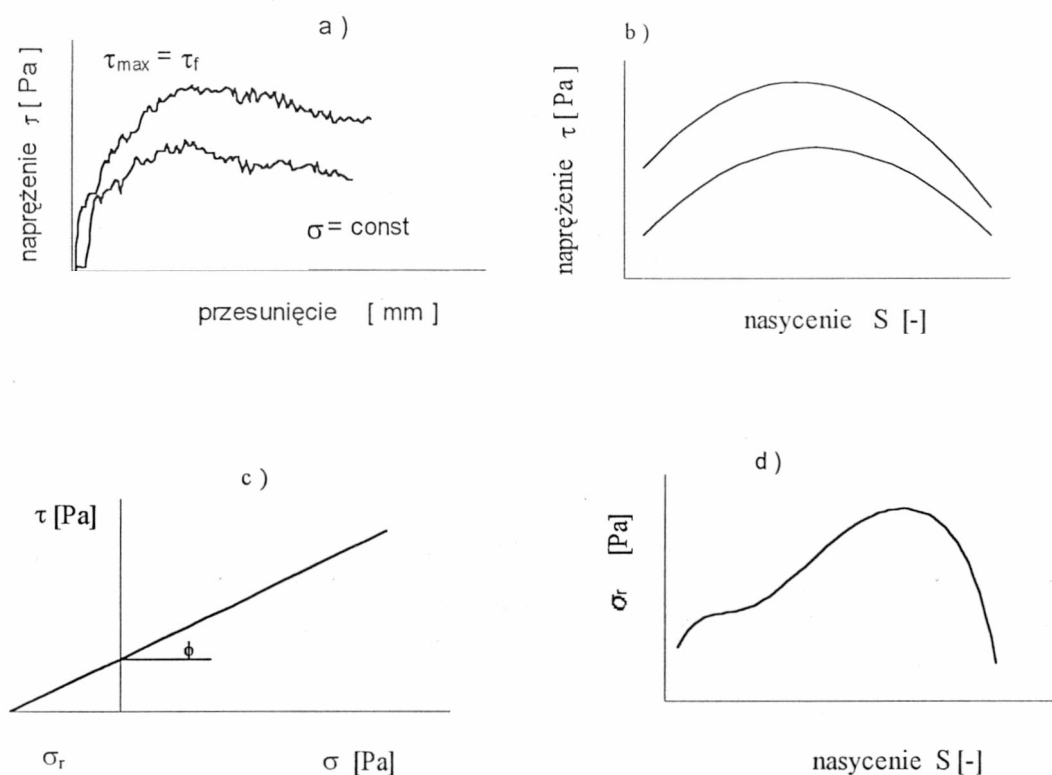
Po nafiltrowaniu osadu, w stanie pełnego nasycenia $S = 1$, rozpoczynano proces odwadniania. W tym celu, do jednego króćca umieszczonego w bocznej ścianie, doprowadzano podciśnienie. Powietrze atmosferyczne dopływające drugim króćcem powodowało osuszanie osadu. Czas odwadniania dobierano na podstawie rezultatów uzyskanych z badań rozpoznawczych.

Po odwodnieniu mierzono w czterech punktach wysokość placka i przystępowano do ścinania osadu, rysunek (36b), według procedury właściwego ścinania opisanej szczegółowo w rozdziale 6.1.1.

Na komórkę ścinającą zakładano pokrywkę, obciążano osad określonym naprężeniem normalnym, i wywoływano przesuw skrzynki górnej. W trakcie ścinania rejestrowano wartość siły stycznej oraz drogę ścinania. Proces przerywano po przesunięciu skrzynki górnej od 4 do 6 mm. Cały placek filtracyjny usuwano z komórki, ważono i suszono w suszarce, w celu sprawdzenia wartości nasycenia. Następnie przygotowywano kolejną zawiesinę i powtarzano procedurę od początku.

6.5. METODYKA OPRACOWANIA WYNIKÓW BADAŃ

Wykonując ścinanie osadu filtracyjnego uzyskiwano w układzie siła ścinająca ÷ przesunięcie lub naprężenie ścinające ÷ odkształcenie charakterystyki ścinania, rysunek (37a). Otrzymywano w ten sposób punkt maksymalnej wytrzymałości na ścinanie - $\tau_{\max} = \tau_f$.



Rys. 37. Schemat procedury opracowywania wyników badań
a) charakterystyki ścinania, b) wytrzymałość na ścinanie osadów w funkcji nasycenia, c) linia uplastycznienia na płaszczyźnie Mohra, d) wpływ nasycenia na wytrzymałość na rozciąganie

Wykonując ścięcia przy innym obciążeniu normalnym – σ oraz różnym nasyceniu – S uzyskiwano zbiór linii w układzie $\tau - S$, rysunek (37b).

Odczytując z tego wykresu wartości naprężeń stycznych – τ , odpowiadające stałemu nasyceniu, $S = \text{const}$, przedstawiano je na płaszczyźnie Mohra, rysunek (37c). Uzyskano punkty, aproksymowane prostą, zgodnie ze stosowanym w mechanice liniowym warunkiem plastyczności Coulomba - Mohra, równanie (27). Aproksymację dokonywano metodą

najmniejszych kwadratów. Z parametrów prostej otrzymywano kąt tarcia wewnętrznego – φ i spójność - c oraz wyznaczano wartość wytrzymałości na rozciąganie – σ_r . Powtarzając procedurę dla kolejnych wartości nasycenia uzyskiwano zbiór linii plastycznego płynięcia oraz zbiór punktów określających wytrzymałość na rozciąganie osadów filtracyjnych w zależności od nasycenia, rysunek (37d).

6.6. ANALIZA BŁĘDÓW POMIAROWYCH

Pomiary przeprowadzone w trakcie eksperymentów obarczone były zarówno błędami systematycznymi i przypadkowymi. W celu wyeliminowania poważniejszych błędów systematycznych każdą wielkość określano w początkowym etapie eksperymentów co najmniej kilkakrotnie. Głównym źródłem błędów była niedokładność odczytu wysokości osadu, a stąd obliczonej porowatości i nasycenia.

Błędy wynikające z dokładności użytych przyrządów pomiarowych:

$\Delta h = \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ – dokładność suwmiarki

$\Delta m = \pm 1 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ – dokładność użytej wagi do pomiaru masy

$\Delta F = \pm 0,75 \text{ N}$ – dokładność przetwornika siły

Błędy wynikające z dokładności użytych przyrządów pomiarowych były o rząd wielkości mniejsze niż błędy przypadkowe.

Podczas eksperymentu oszacowano błędy pomiarów bezpośrednich, a następnie obliczono błędy pomiarów pośrednich.

Średnie błędy wartości zmierzonej bezpośrednio wyznaczono z równania (49), jako średni błąd kwadratowy.

$$\Delta x_{\text{śr}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{\text{śr}} - x_i)^2}{n(n-1)}} \quad (49)$$

gdzie:

$\Delta x_{\text{śr}}$ – błąd bezwzględny wartości średniej – $x_{\text{śr}}$,

x_i – kolejny pomiar wartości – x

n – ilość pomiarów.

Graniczne błędy bezwzględne pomiarów pośrednich obliczano metodą różniczki zupełnej z równania (50).

$$\Delta x_{\text{śr}} = \pm \sum_{k=1}^j \left| \frac{\partial x}{\partial z_{k\text{śr}}} \cdot \Delta z_{k\text{śr}} \right| \quad (50)$$

gdzie:

$z_{k\text{śr}}$ – średnia wartość wielkość zmierzonej – z_k ,

Znając wartość błędów bezwzględnych obliczono graniczne błędy względne, równanie (51).

$$\delta x_{\dot{s}r} = \frac{\Delta x_{\dot{s}r}}{x_{\dot{s}r}} \cdot 100 \% \quad (51)$$

Ostatecznie uzyskano:

1. Graniczny błąd względny wyznaczenia gęstości ciała stałego – ρ_s

$$\delta \rho_{\dot{s}r} = 0,46 \%$$

2. Graniczny błąd względny wyznaczenia porowatości – ε

$$\delta \varepsilon_{\dot{s}r} = 4,6 \%$$

3. Graniczny błąd względny wyznaczenia nasycenia osadu – S

$$\delta S_{\dot{s}r} = 7,2 \%$$

Główną przyczyną błędu nasycenia była niedokładność określenia wysokości osadu oraz niedokładność ustalenia warunku początkowego, jakim było pełne nasycenie placka filtracyjnego, $S = 1$. Było to szczególnie istotne przy krótkich czasach odwadniania osadów, $t = 3$ i 6 sekund, dla których błąd wyznaczania nasycenia wynosił od 11 do 15%.

4. Graniczny błąd względny wyznaczenia naprężenia stycznego – τ_f

$$\delta \tau_{\dot{s}r} = 9,3 \%$$

Błąd pomiaru naprężenia stycznego, wynikał, zdaniem autora, głównie z powodu niepowtarzalności otrzymywania struktury osadu filtracyjnego. Zgodnie z celem pracy, badania wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych o nienaruszonej strukturze, każdą ścinaną próbkę przygotowywano z nowej zawiesiny. W związku z tym podczas procesu filtracji mogły powstawać struktury o odmiennym upakowaniu cząstek.

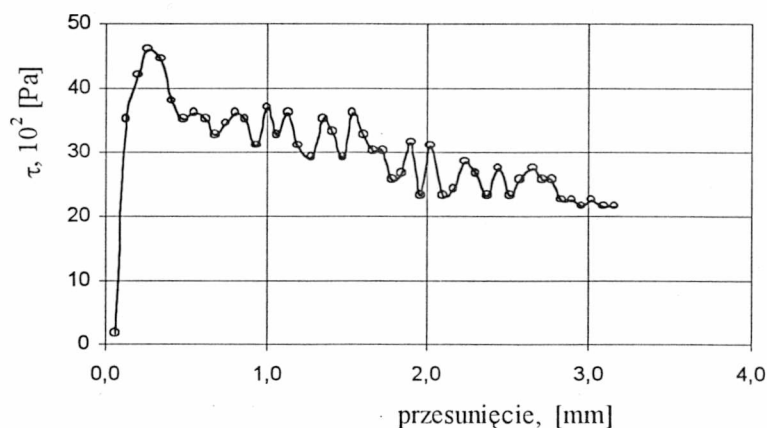
6.7. WYNIKI TESTÓW BEZPOŚREDNIEGO ŚCINANIA OSADÓW FILTRACYJNYCH

Poniżej na rysunkach (38 ÷ 52) przedstawiono przykładowe krzywe ścinania osadów filtracyjnych, a graniczne wartości naprężeń ścinających - τ_f zestawiono w tabelicy 19. Pozostałe rezultaty zamieszczono w dodatku C.

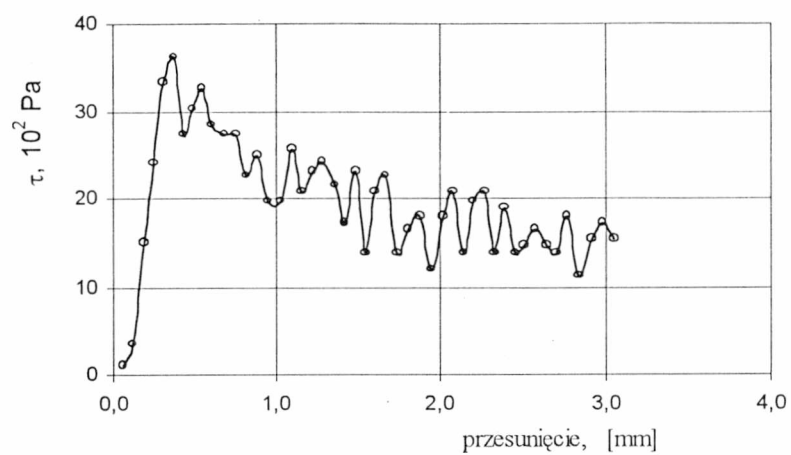
Następnie na rysunkach (53 i 56) przedstawiono wytrzymałość placków filtracyjnych na ścinanie w funkcji nasycenia, dla wszystkich przebadanych wartości naprężeń normalnych - σ_n . Na wykresach zaznaczono również linie trendu uzyskanych punktów pomiarowych. W dalszej kolejności w tablicach 20 i 21 zestawiono parametry wytrzymałościowe badanych materiałów: tangens kąta tarcia wewnętrznego - $\tan \varphi$, spójność - c oraz wytrzymałość na rozciąganie - σ_r , obliczone z linii plastycznego płynięcia, rysunki (55 i 58).

Charakterystyki ścinania dla węglanu wapnia,

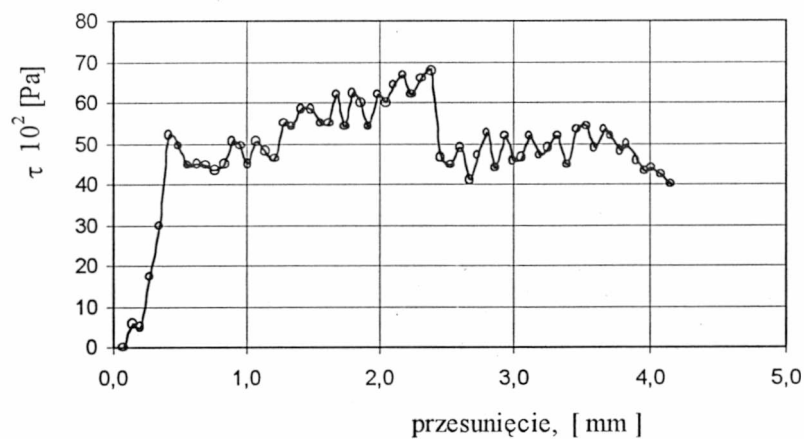
Naprężenie normalne $\sigma_n = 0$ Pa, rysunki 38 - 52



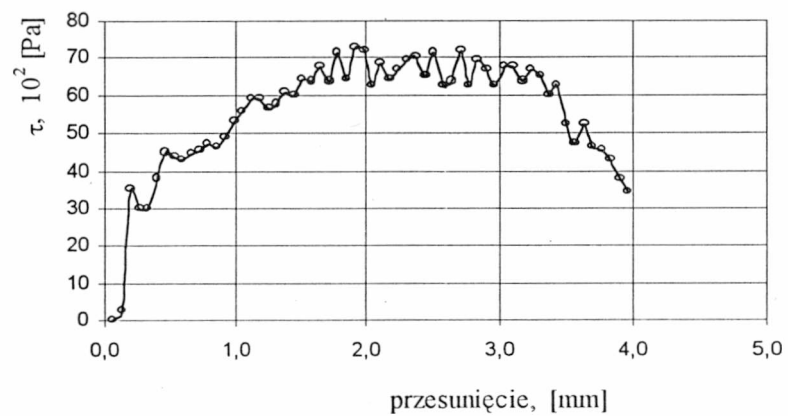
Rys.38. Nasycenie $S = 1$



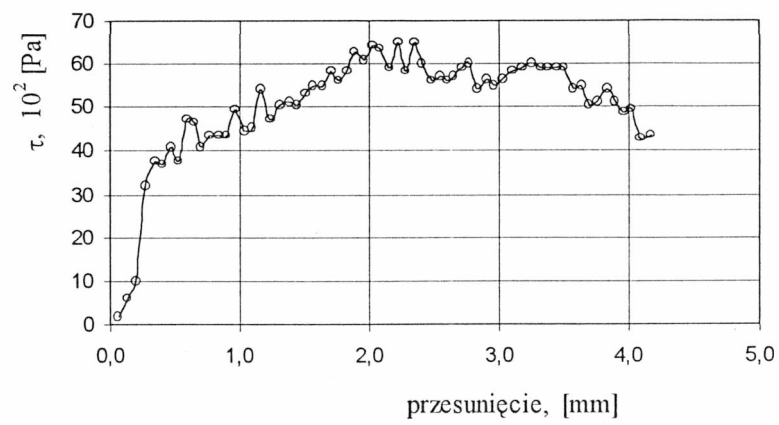
Rys.39. Nasycenie $S = 0,93$



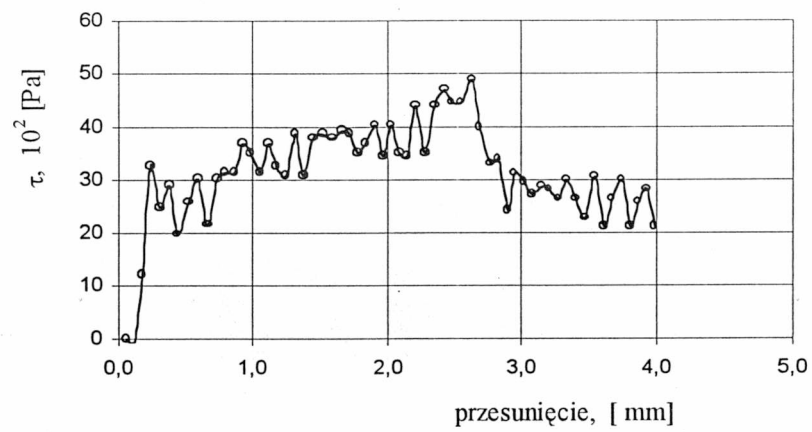
Rys.40. Nasycenie $S = 0,81$



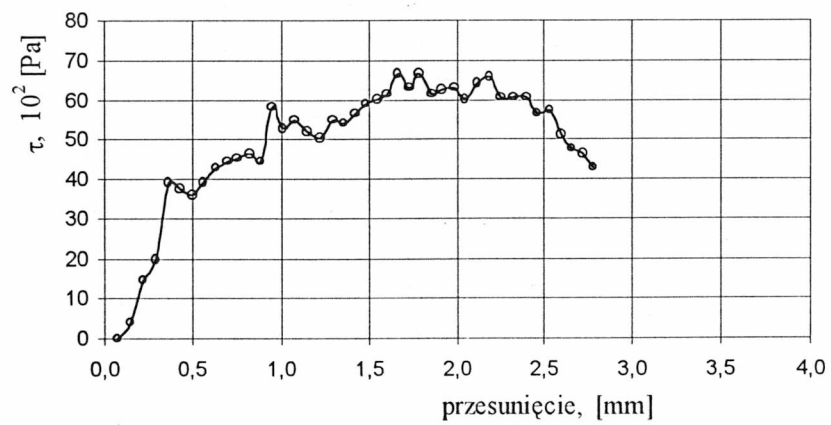
Rys.41. Nasycenie $S = 0,76$



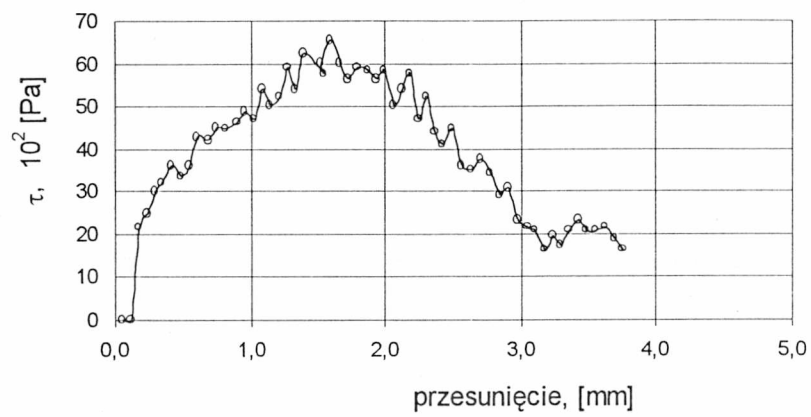
Rys.42. Nasycenie $S = 0,69$



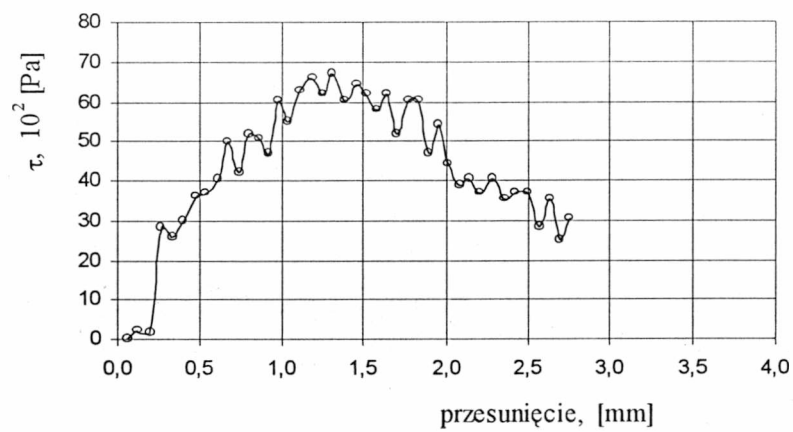
Rys.43. Nasycenie $S = 0,62$



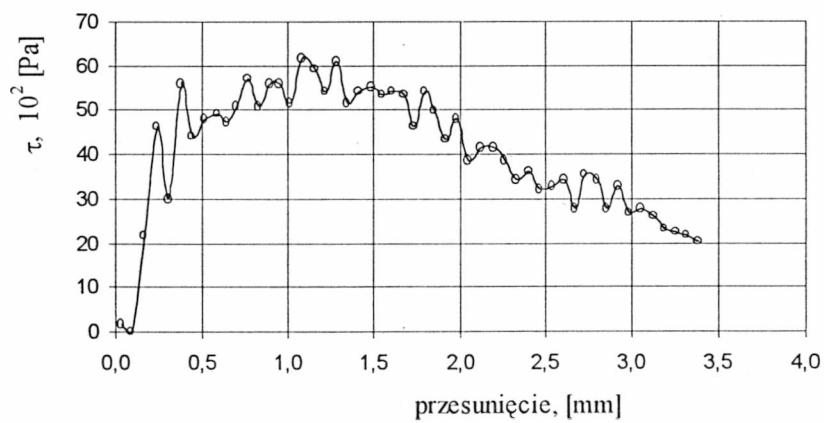
Rys.44. Nasycenie $S = 0,54$



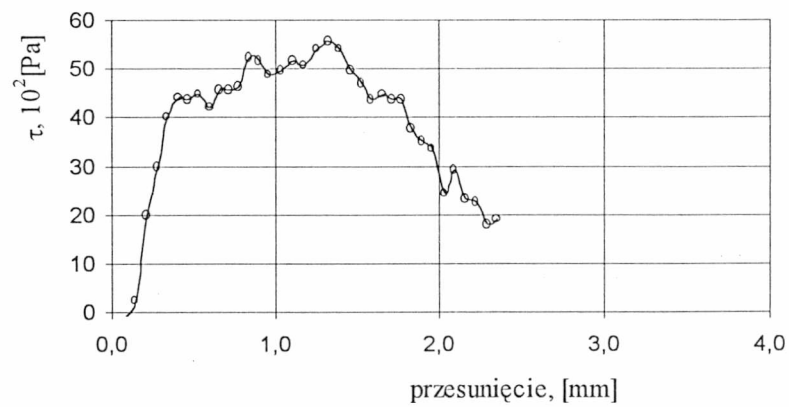
Rys.45. Nasycenie $S = 0,47$



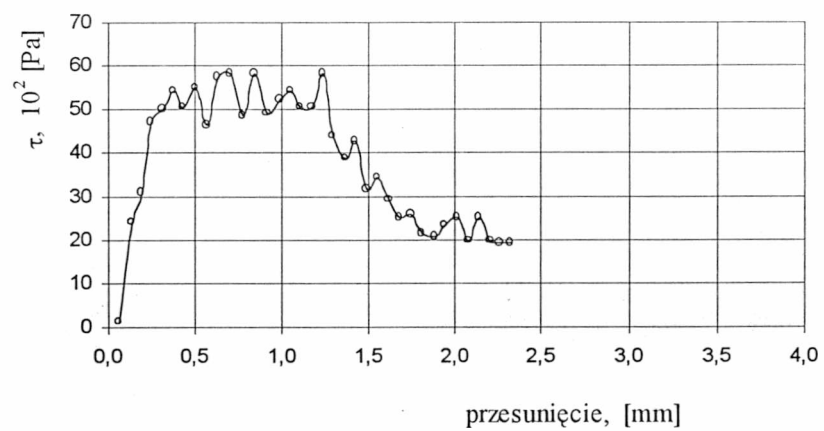
Rys.46. Nasycenie $S = 0,42$



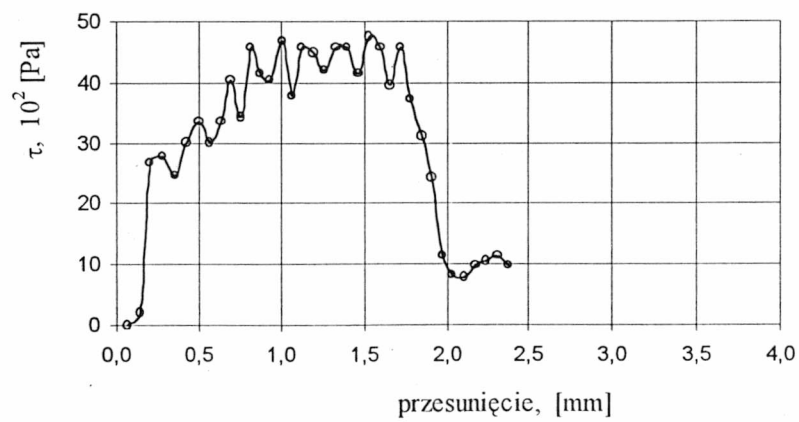
Rys.47. Nasycenie $S = 0,37$



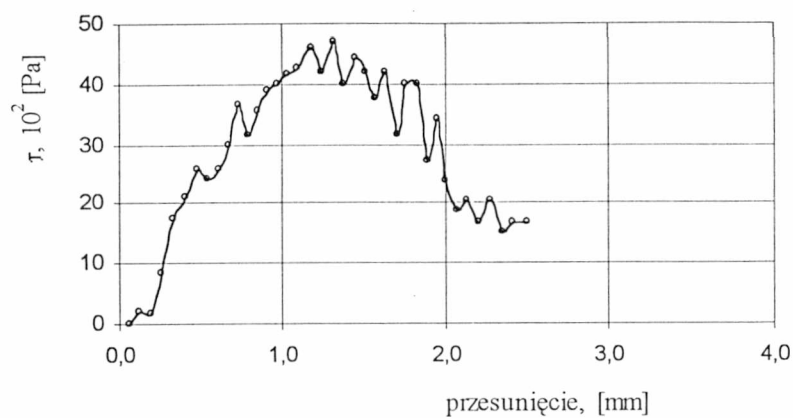
Rys.48. Nasycenie $S = 0,32$



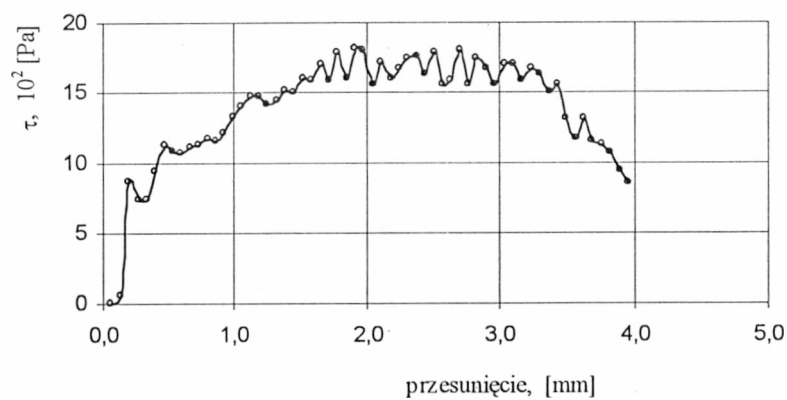
Rys.49. Nasycenie $S = 0,28$



Rys.50. Nasycenie $S = 0,20$



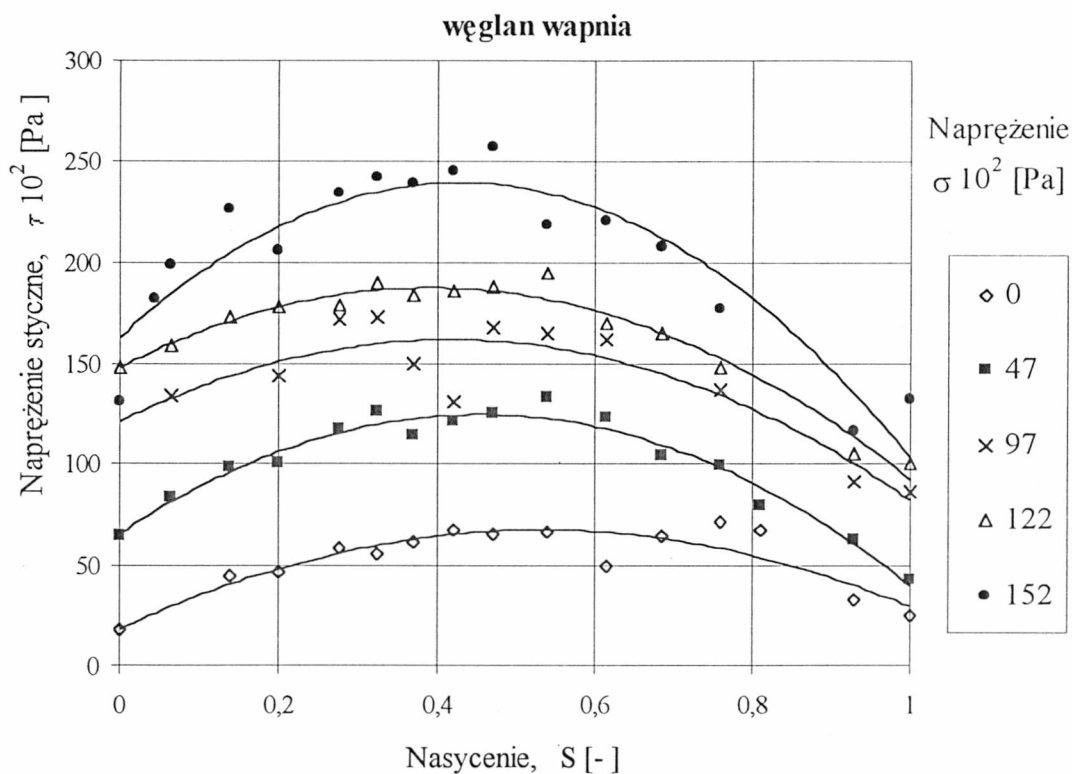
Rys.51. Nasycenie $S = 0,13$



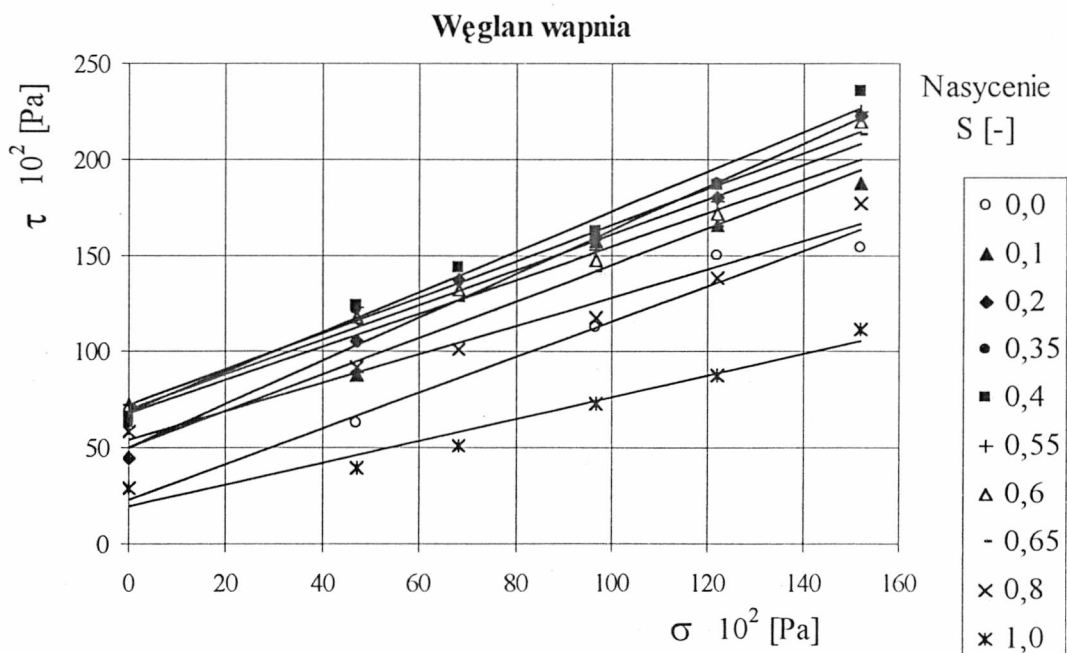
Rys.52. Nasycenie $S = 0$

Tablica 19. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla węgla wapnia, naprężenie normalne $\sigma_n = 0$ Pa

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	$[-]$	10^2 [Pa]
1	0	17,5
2	0,13	45,0
3	0,20	47,5
4	0,28	58,3
5	0,33	55,8
6	0,37	61,8
7	0,42	67,1
8	0,47	65,3
9	0,54	66,7
10	0,62	48,8
11	0,69	64,9
12	0,76	72,7
13	0,81	67,8
14	0,93	36,2
15	1,00	46,0



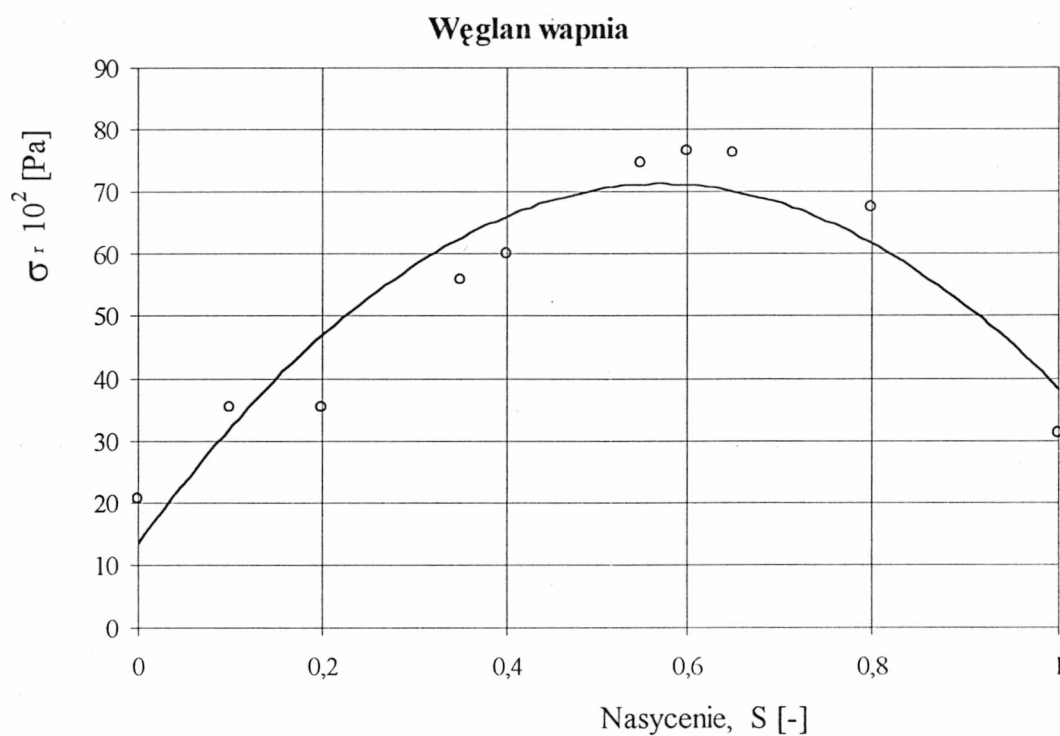
Rys.53. Przebieg zmian naprężeń ścinających wraz ze zmianą stopnia nasycenia dla różnych naprężeń normalnych.



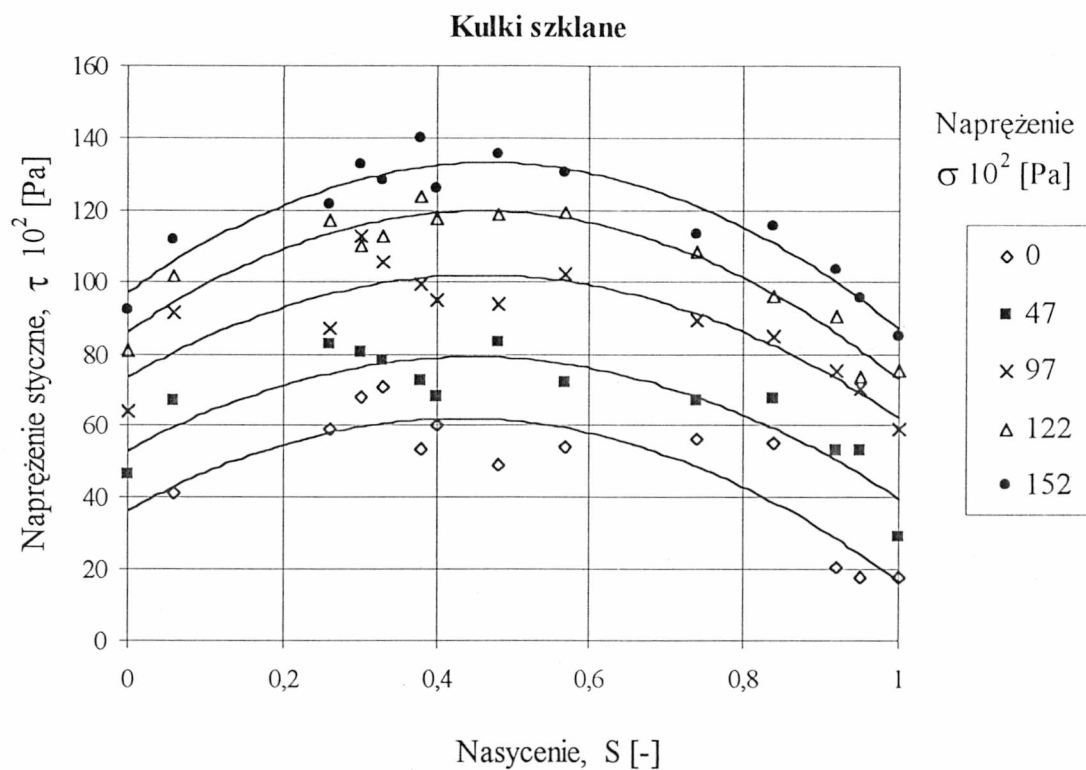
Rys.54. Linie plastycznego płynięcia na płaszczyźnie Mohra dla różnych wartości stopnia nasycenia.

Tablica 20. Parametry wytrzymałościowe węgla wapnia wyznaczone z prostych Mohra.

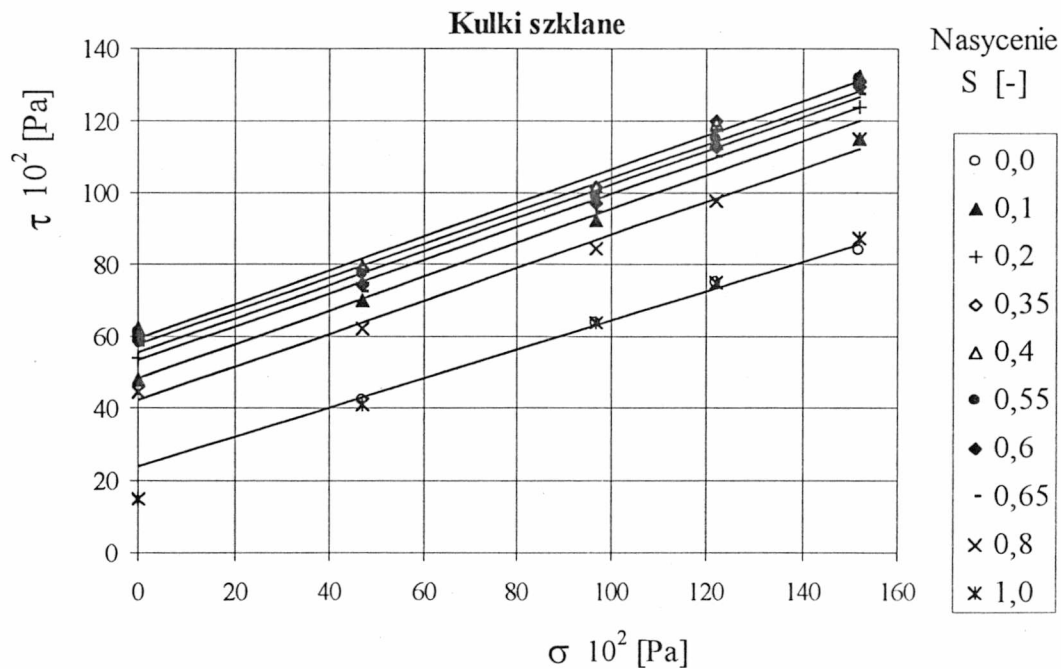
Lp.	Nasycenie	Tangens kąta tarcia wewnętrznego	Spójność	Wytrzymałość na rozciąganie
-	S	$\operatorname{tg} \varphi$	c	σ_r
-	[-]	[-]	10^2 [Pa]	10^2 [Pa]
1	0,0	0,84	24	21
2	0,10	0,98	42	35
3	0,20	1,21	49	35
4	0,35	1,01	68	56
5	0,40	0,97	71	60
6	0,55	0,79	77	74
7	0,60	0,74	76	77
8	0,65	0,70	73	76
9	0,80	0,59	59	68
10	1,0	0,45	24	31



Rys. 55. Wytrzymałość na rozciąganie osadu filtracyjnego obliczona z parametrów linii plastycznego płynięcia.



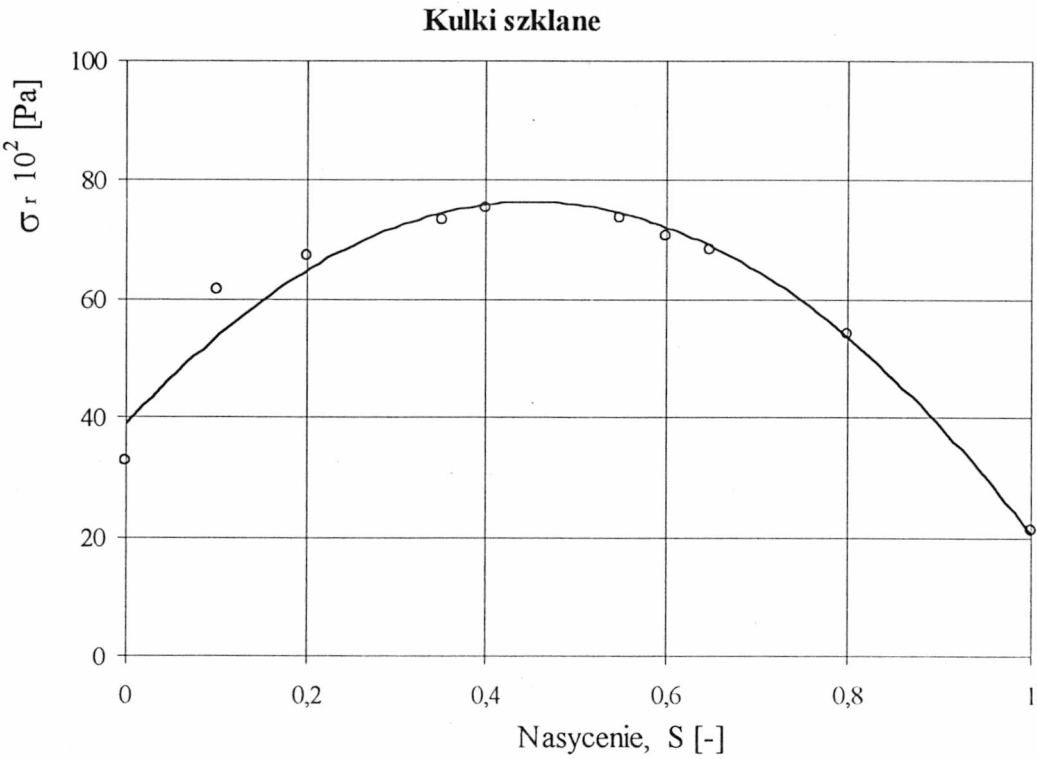
Rys.56. Przebieg zmian naprężeń ścinających wraz ze zmianą stopnia nasycenia dla różnych naprężeń normalnych.



Rys.57. Linie plastycznego płynięcia na płaszczyźnie Mohra dla różnych wartości stopnia nasycenia.

Tablica 21. Parametry wytrzymałościowe kulek szklanych wyznaczone z prostych Mohra.

Lp.	Nasycenie	Tangens kąta tarcia wewnętrznego	Spójność	Wytrzymałość na rozciąganie
-	S	tgφ	c	σ _r
-	[-]	[-]	10 ² [Pa]	10 ² [Pa]
1	0,0	0,40	18	32
2	0,10	0,47	49	62
3	0,20	0,48	53	67
4	0,35	0,48	58	73
5	0,40	0,47	60	75
6	0,55	0,47	58	74
7	0,60	0,47	56	71
8	0,65	0,46	53	68
9	0,80	0,46	42	54
10	1,0	0,47	17	21



Rys. 58. Wytrzymałość na rozciąganie osadu filtracyjnego obliczona z parametrów linii plastycznego płynięcia.

7. IDENTYFIKACJA MODELU

Dane uzyskane w trakcie eksperymentów pokazały nieliniową postać warunku plastyczności - $\tau_f = f(\sigma_n, S)$. Oznacza to, że funkcje $c(S)$ i $\mu(S)$, równanie (39), są również nieliniowe.

Tak jak podano w rozdziale 5., funkcja plastycznego płynięcia powinna mieć postać:

$$\tau_n = c + c(S) + \sigma_n \cdot (\mu + \mu(S))$$

W celu zidentyfikowania funkcji - $c(S)$ i $\mu(S)$, w oparciu o dane eksperymentalne, przeprowadzono numeryczne testowanie wybranych funkcji, spełniających równanie (40), przy wykorzystaniu programu obliczeniowego Statistica 5.5.

Do wyznaczenia parametrów zaproponowanego modelu zastosowano estymację nieliniową. Jako funkcję celu przyjęto:

$$\sum_{i=1}^n [\tau_{\text{eksp}} - \tau_{\text{mod}}]^2 \rightarrow \min \quad (52)$$

gdzie:

τ_{eksp} – wartość uzyskana z eksperymentu

τ_{mod} – wartość przewidywana modelem

Po wstępnym testowaniu danych eksperymentalnych wytypowano trzy klasy funkcji dobrze opisujących dane eksperymentalne przebadanych materiałów. Poniżej, w tablicach 22 – 27, zamieszczono wspomniane funkcje wraz z wyznaczonymi współczynnikami. W tablicach oznaczono:

R^2 – wariancja wyjaśniona, %,

R – współczynnik korelacji

Tablica 22

węglan wapnia

$\tau_f = b_0 + b_1 S(1-S) + \sigma_n(b_2 S(0,5-S) + b_3)$			
<u>MODEL A</u>			
R = 0,98 R ² = 96,2%			
b ₀ = 19	b ₁ = 204	b ₂ = 0,88	b ₃ = 1,03

Tablica 23

$\tau_f = b_0 + b_1 S(1-S) + \sigma_n(b_2 S \log(1-S) + b_3)$			
<u>MODEL B</u>			
R = 0,96 R ² = 93,0%			
b ₀ = 14	b ₁ = 232	b ₂ = 0,04	b ₃ = 1,02

Tablica 24

$\tau_f = b_0 + b_1 S(1-S) + \sigma_n(b_2 S(1-S) + b_3)$			
<u>MODEL C</u>			
R = 0,96 R ² = 91,5%			
b ₀ = 21	b ₁ = 189	b ₂ = 1,05	b ₃ = 0,81

Tablica 25

kulki szklane

$\tau_f = b_0 + b_1 S(1-S) + \sigma_n(b_2 S(0,5-S) + b_3)$			
<u>MODEL A</u>			
R = 0,97 R ² = 93,2 %			
b ₀ = 27,7	b ₁ = 117	b ₂ = 0,25	b ₃ = 0,50

Tablica 26

$\tau_f = b_0 + b_1 S(1-S) + \sigma_n(b_2 S \log(1-S) + b_3)$			
<u>MODEL B</u>			
R = 0,96 R ² = 92,7 %			
b ₀ = 26	b ₁ = 129	b ₂ = 0,02	b ₃ = 0,49

Tablica 27

$\tau_f = b_0 + b_1 S(1-S) + \sigma_n(b_2 S(1-S) + b_3)$			
<u>MODEL C</u>			
R = 0,95 R ² = 91,6%			
b ₀ = 21	b ₁ = 157	b ₂ = 0,01	b ₃ = 0,47

Wszystkie powyższe funkcje, pomimo bardzo dużej zgodności z danymi eksperymentalnymi, są bardzo szczegółowymi rozwiązaniami ogólnego modelu i mają szereg wad:

- duża ilość współczynników, które należy wyznaczać eksperymentalnie, dla konkretnych osadów filtracyjnych,
- w modelu A - człon b_2S ($0,5-S$), uwzględniający wpływ nasycenia na wartość kąta tarcia wewnętrznego, może być zastosowany tylko do węglanu wapnia i po wykonaniu wielu doświadczeń. Weryfikacji dokonano na podstawie obliczonej wytrzymałości na rozciąganie,
- w modelu B, występuje funkcja logarytmiczna, która przy wartościach nasycenia $S \approx 1$, wprowadza wielkość nieoznaczoną,

W związku z powyższymi uwagami ostatecznie zdecydowano, że powierzchnię płynięcia osadów filtracyjnych uwzględniającą wpływ nasycenia na wytrzymałość na ścinanie opisywać będzie model postaci:

$$\tau_f = c + b \cdot S(1-S) + \sigma_n \cdot (\operatorname{tg} \varphi \cdot S(1-S) + \operatorname{tg} \varphi) \quad (53),$$

w którym spójność – c i kąt tarcia wewnętrznego – φ są parametrami wyznaczonymi dla materiałów suchych. W przyjętym modelu funkcje:

$$c(S) = b \cdot S(1-S)$$

uwzględniająca wpływ nasycenia na spójność osadu

i

$$\mu(S) = \operatorname{tg} \varphi \cdot S(1-S)$$

uwzględniająca wpływ nasycenia na kąt tarcia wewnętrznego, mają wspólny człon $S(1-S)$. Dzięki temu zaproponowany model wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych, równanie (53),

- zawiera jeden niewiadomy współczynnik – b
- jest prosty i łatwy do zastosowań praktycznych. Równanie (53) można matematycznie uprościć, wyłączając $\operatorname{tg} \varphi$ przed nawias, ale zdaniem

Wszystkie powyższe funkcje, pomimo bardzo dużej zgodności z danymi eksperymentalnymi, są bardzo szczegółowymi rozwiązaniami ogólnego modelu i mają szereg wad:

- duża ilość współczynników, które należy wyznaczać eksperymentalnie, dla konkretnych osadów filtracyjnych,
- w modelu A - człon $b_2S (0,5-S)$, uwzględniający wpływ nasycenia na wartość kąta tarcia wewnętrznego, może być zastosowany tylko do węglanu wapnia i po wykonaniu wielu doświadczeń. Weryfikacji dokonano na podstawie obliczonej wytrzymałości na rozciąganie,
- w modelu B, występuje funkcja logarytmiczna, która przy wartościach nasycenia $S \approx 1$, wprowadza wielkość nieoznaczoną,

W związku z powyższymi uwagami ostatecznie zdecydowano, że powierzchnię płynięcia osadów filtracyjnych uwzględniającą wpływ nasycenia na wytrzymałość na ścinanie opisywać będzie model postaci:

$$\tau_f = c + b \cdot S(1-S) + \sigma_n \cdot (\operatorname{tg} \varphi \cdot S(1-S) + \operatorname{tg} \varphi) \quad (53),$$

w którym spójność – c i kąt tarcia wewnętrznego – φ są parametrami wyznaczonymi dla materiałów suchych. W przyjętym modelu funkcje:

$$c(S) = b \cdot S(1-S)$$

uwzględniająca wpływ nasycenia na spójność osadu

i

$$\mu(S) = \operatorname{tg} \varphi \cdot S(1-S)$$

uwzględniająca wpływ nasycenia na kąt tarcia wewnętrznego, mają wspólny człon $S(1-S)$. Dzięki temu zaproponowany model wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych, równanie (53),

- zawiera jeden niewiadomy współczynnik – b
- jest prosty i łatwy do zastosowań praktycznych. Równanie (53) można matematycznie uprościć, wyłączając $\operatorname{tg} \varphi$ przed nawias, ale zdaniem

autora, zgubiłoby to czytelną informację dotyczącą udziału nasycenia w oporze wewnętrznym osadów filtracyjnych

W celu estymacji parametru – b, przyjęto wyznaczone wartości – c i $\text{tg}\varphi$, dla suchych materiałów, rozdział 6.7., tablice 20 i 21:

- węglan wapnia: $c = 24 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, $\text{tg}\varphi = 0,84$
- kulki szklane: $c = 18 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, $\text{tg}\varphi = 0,40$

Uzyskano następujące rezultaty:

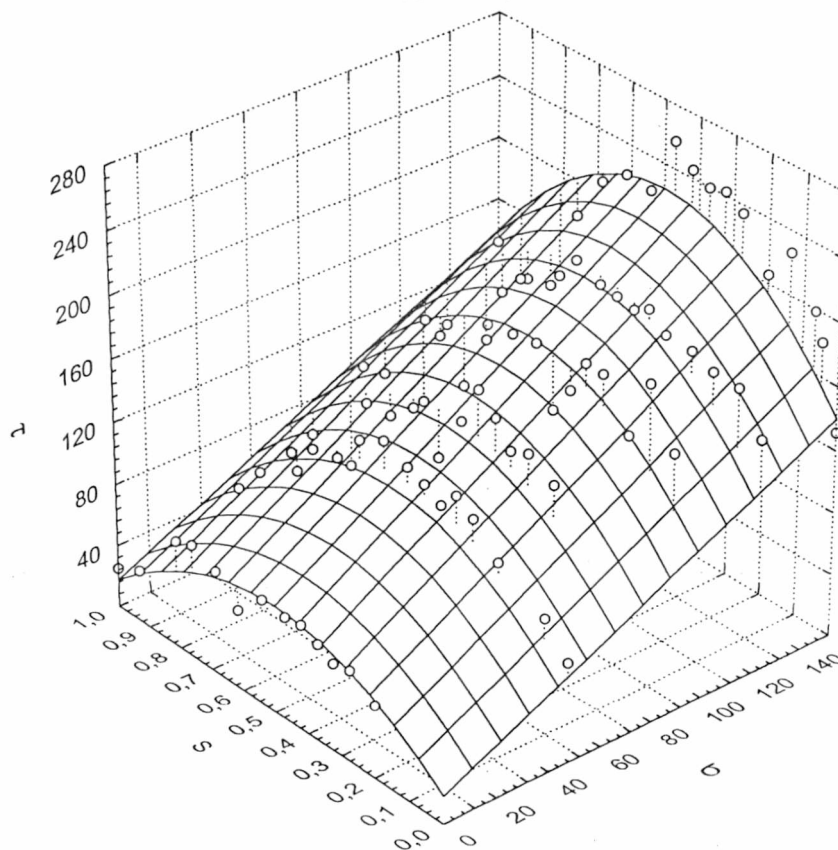
- węglan wapnia - $b = 207 \cdot 10^2 \text{ Pa}$
- kulki szklane - $b = 123 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Poniżej na rysunkach (59 ÷ 66) przedstawiono porównanie wyników eksperymentalnych z wartościami wyznaczonymi z modelu.

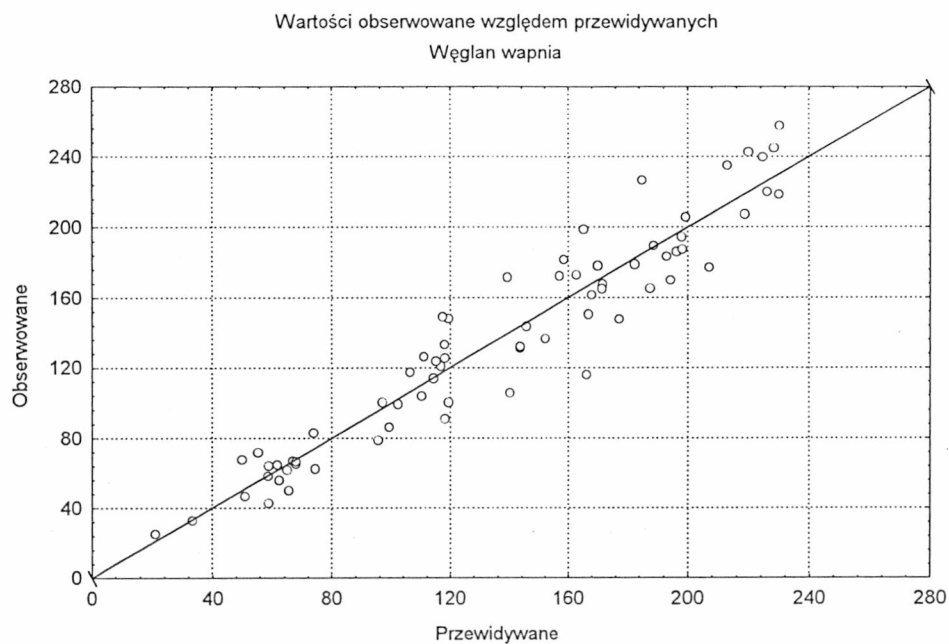
$$\tau_f = 24 + 207 \cdot S(1 - S) + \sigma_n \cdot (0,84 + 0,84 \cdot S(1 - S))$$

$$R = 0,96 \quad R^2 = 91,5\%$$

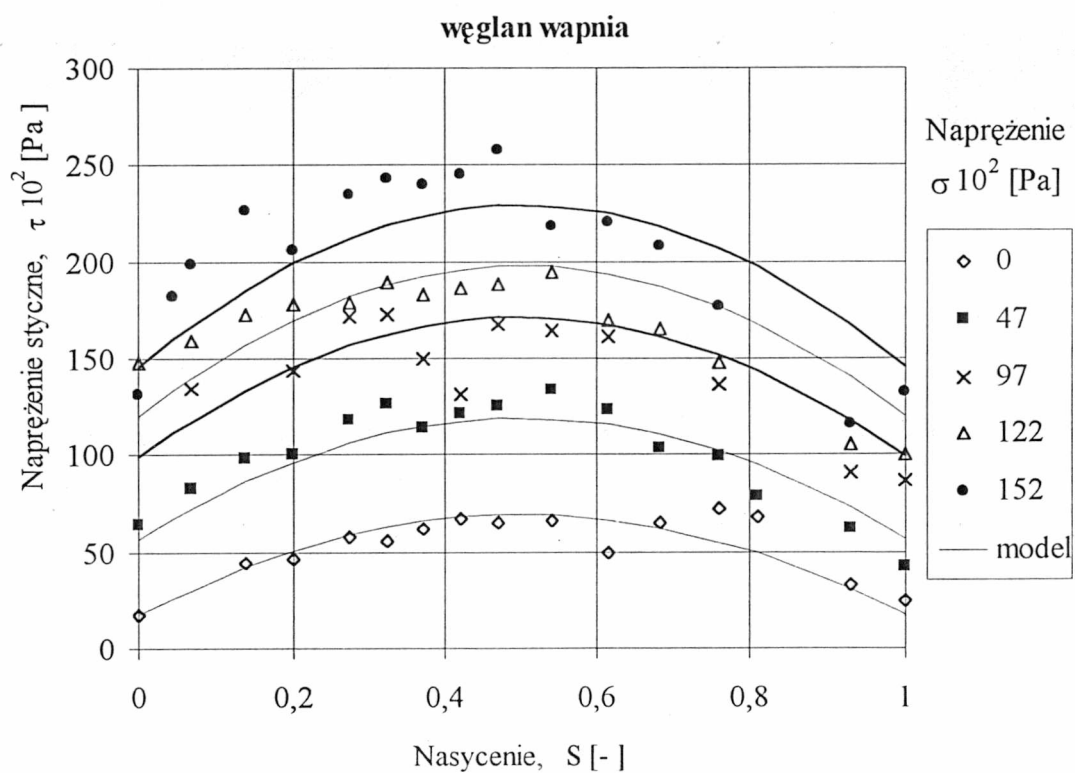
Węglan wapnia



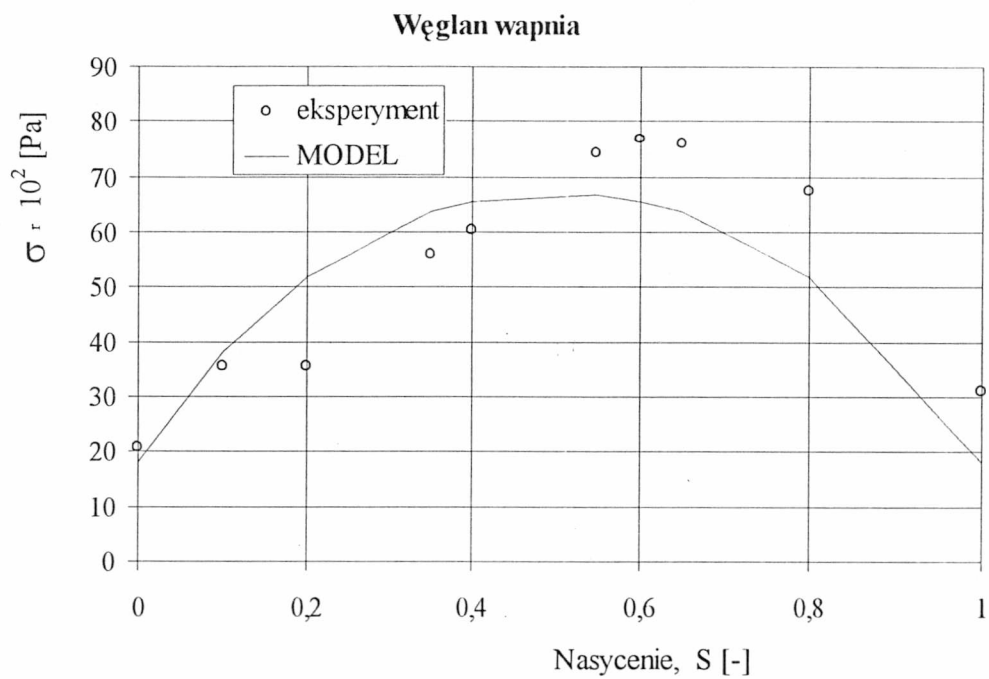
Rys. 59. Powierzchnia płynięcia węglanu wapnia.



Rys. 60.



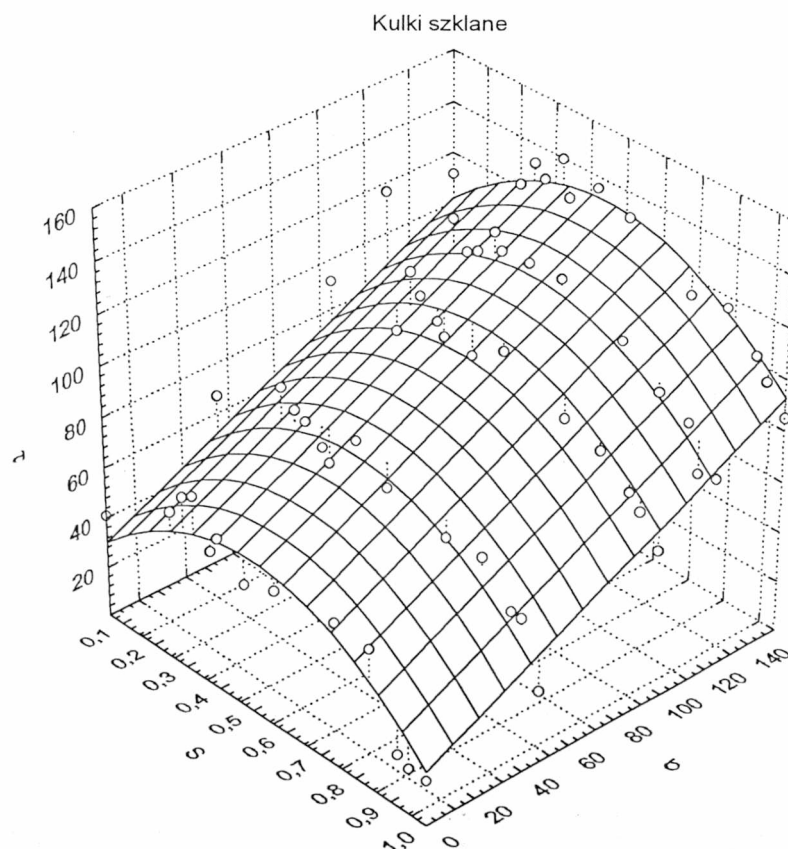
Rys. 61. Porównanie punktów eksperymentalnych z wartościami obliczonymi z modelu.



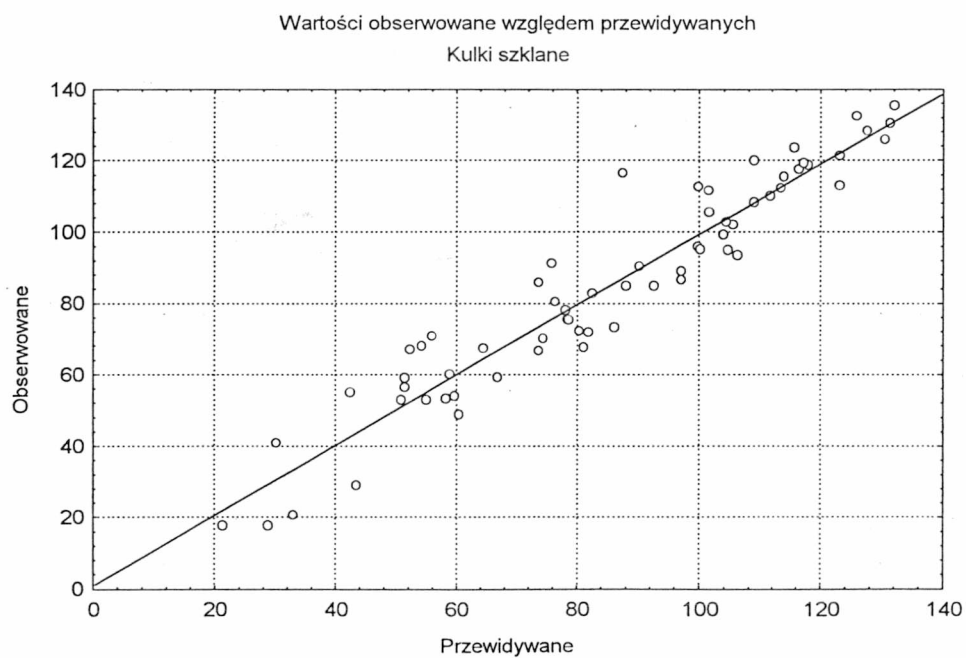
Rys. 62. Wytrzymałość na rozciąganie. Porównanie punktów eksperymentalnych z modelem.

$$\tau_f = 18 + 123 \cdot S(1 - S) + \sigma_n \cdot (0,4 + 0,4 \cdot S(1 - S))$$

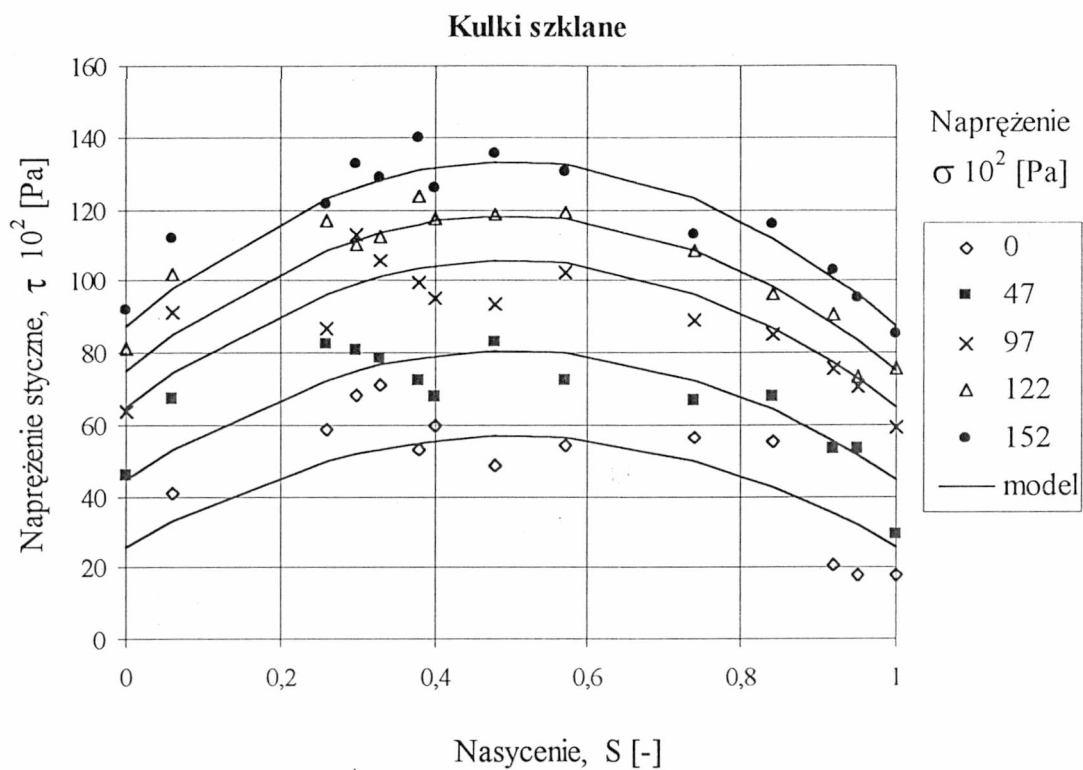
$$R = 0,96 \quad R^2 = 91,6\%$$



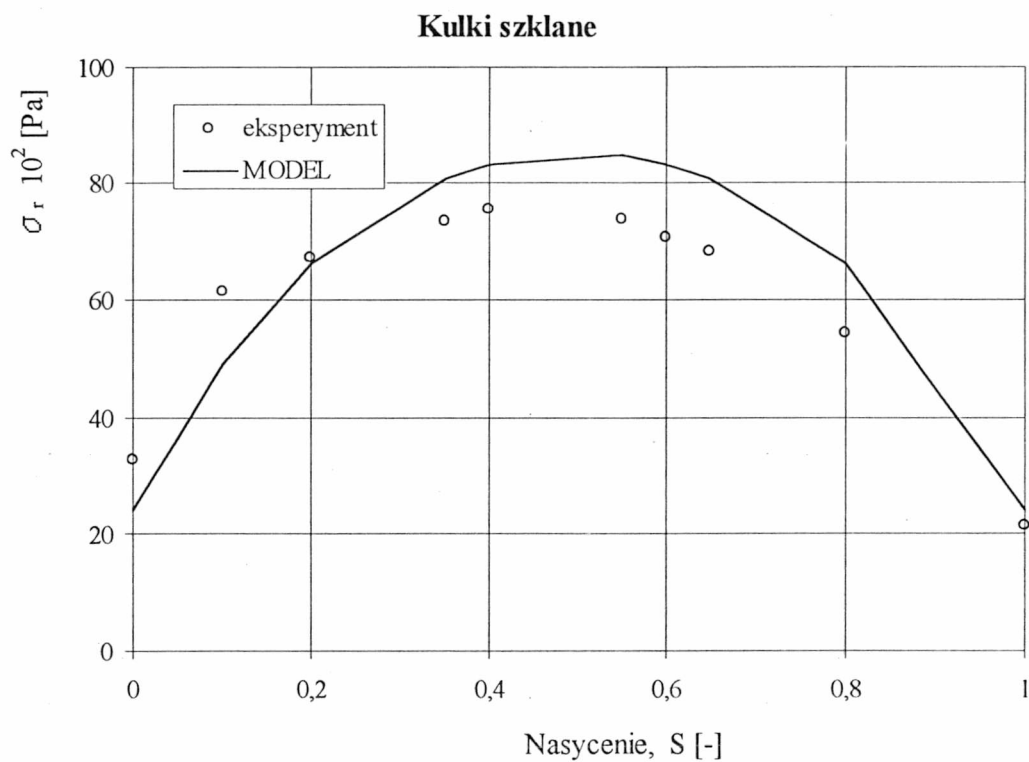
Rys. 63. Powierzchnia pływnięcia kulek szklanych.



Rys. 64.



Rys. 65. Porównanie punktów eksperymentalnych z wartościami obliczonymi z modelu.



Rys. 66. Wytrzymałość na rozciąganie. Porównanie punktów eksperymentalnych z modelem.

8. WERYFIKACJA MODELU W SKALI ĆWIERĆTECHNICZNEJ

W celu weryfikacji modelu w skali ćwierćtechnicznej do badań zastosowano aparat z pierścieniową komorą ścinającą przystosowaną do filtracji i odwadniania nafiltrowanych osadów, o powierzchni ścinania $A = 300 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Stanowisko zostało opisane w rozdziale 6.1.2., rysunek (17 i 18).

Filtrację zawiesiny i odwadniania osadu prowadzono, podobnie jak w badaniach laboratoryjnych, rozdział 6.4.2., przy podciśnieniu $P = 0,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Zawiesinę sporządzano z węglanu wapnia, kulek szklanych oraz wody destylowanej. Przed przystąpieniem do ścinania, powierzchnię placka znajdującego się w komorze ścinania wyrównywano, w celu zapewnienia równomiernego rozkładu obciążenia normalnego na całej powierzchni.

Realizację eksperymentów prowadzono dla następujących zmiennych wartości wejściowych:

- napężenie normalne - $\sigma_n = 300, 800, 1200, 1500 \cdot 10^2 \text{ Pa}$
- nasycenie

	Nasycenie - S						
węglan wapnia	0	0,09	0,16	0,3	0,39	0,76	0,81
kulki szklane	0	0,26	0,49	0,58	0,71		

W trakcie badań określano następujące wielkości:

- napężenie ścinające osad – τ_r
- wartość przesunięcia pierścieni górnych – s
- wysokość osadu – h_{os}
- porowatość osadu – ε
- nasycenie osadu - S

Po procesie ścinania pobierano cztery próbki osadu filtracyjnego, które ważono, suszono w suszarce w temperaturze 105°C i po wysuszeniu powtórnie ważono, w celu określenia średniej zawartości wilgoci w placku filtracyjnym. Znając wysokość osadu oraz gęstość materiału ziarnistego i wody obliczano porowatość i nasycenie osadu, stosując równania (46 i 47), rozdział 6.2.4.

W celu wyznaczenia powierzchni modelowej, a tym samym krzywych w układzie τ - S:

- współczynniki – b przyjęto zgodnie z wyznaczonymi w badaniach modelowych, rozdział 7, odpowiednio:

$$\text{dla węgla wapnia} \quad b = 207 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

$$\text{dla kulek szklanych} \quad b = 123 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

- spójność – c i kąt tarcia wewnętrznego – $\text{tg}\varphi$ wyznaczono na podstawie parametrów prostej plastycznego płynięcia, rysunki (67 i 70), uzyskanej z badań na aparacie pierścieniowym dla materiałów suchych, $S = 0$, według równania (27):

$$\tau_f = \sigma_n \text{tg}\varphi + c$$

stąd

$$\text{dla węgla wapnia} \quad c = 87 \cdot 10^2 \text{ Pa}, \quad \text{tg}\varphi = 0,57$$

$$\text{dla kulek szklanych} \quad c = 116 \cdot 10^2 \text{ Pa}, \quad \text{tg}\varphi = 0,23.$$

Porównanie punktów eksperymentalnych i tak uzyskanych krzywych teoretycznych - $\tau_f = f(S)$ przedstawiono na rysunkach (68 i 71)

Błąd względny dopasowania:

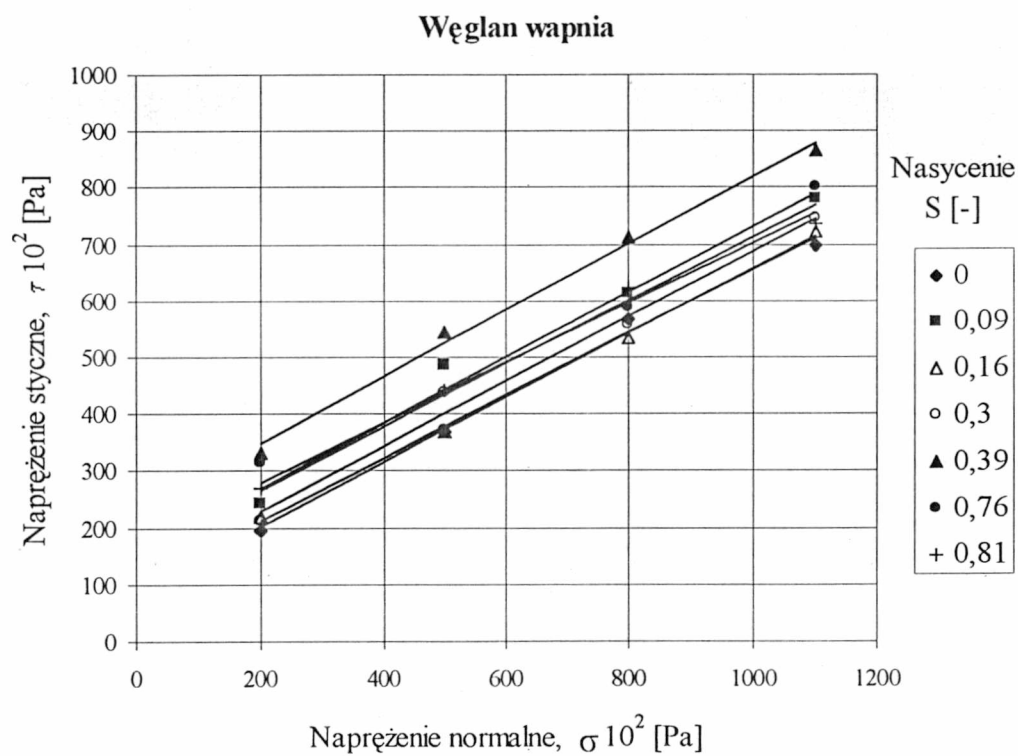
$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\tau_{\text{eksp}} - \tau_{\text{mod}}}{\tau_{\text{eksp}}} \right]_i \approx 17\%$$

Na rysunkach (69 i 72) przedstawiono na płaszczyźnie Mohra punkty eksperymentalne uzyskane z badań modelowych i weryfikacyjnych, które pokazują stany graniczne badanych materiałów w całym zakresie stosowanych obciążeń normalnych.

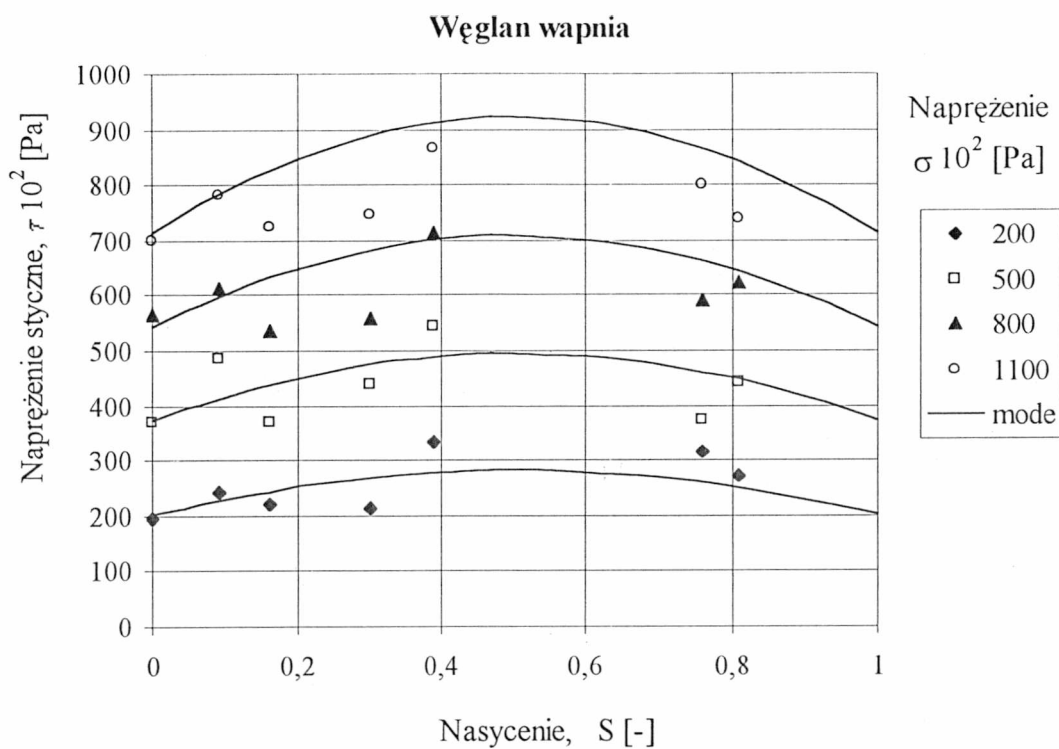
Zaprezentowane poniżej wyniki są wykazaniem ogólnej zgodności krzywych eksperymentalnych i modelowych w warunkach procesów przemysłowych.

Tablica 28. Wyniki ścinania węgla wapnia na aparacie pierścieniowym.

Napężenie normalne $\sigma \cdot 10^2$ [Pa]		200	500	800	1100
Lp.	Nasycenie S	Napężenie styczne τ_f			
-	[-]	10^2 [Pa]			
1	0,00	195	371	567	700
2	0,09	243	486	614	781
3	0,16	220	370	535	723
4	0,30	212	438	557	745
5	0,39	333	543	714	867
6	0,76	314	373	590	801
7	0,81	271	443	624	738

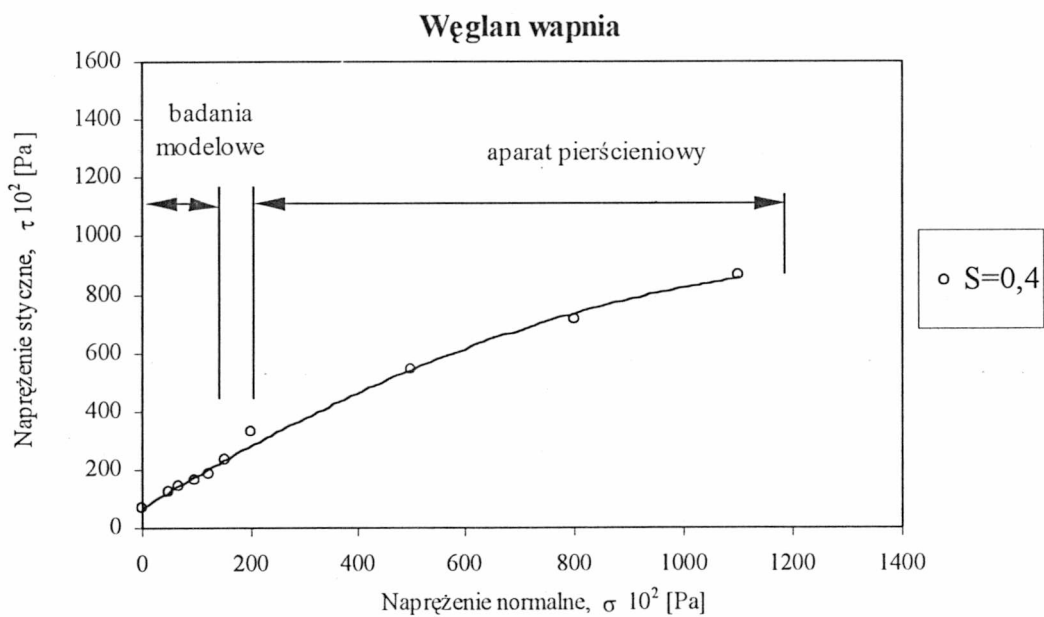


Rys. 67. Linie plastycznego płynięcia z badań aparatem pierścieniowym dla różnych wartości nasycenia.



Rys. 68. Porównanie wyników eksperymentalnych w skali ćwierćtechnicznej z modelem:

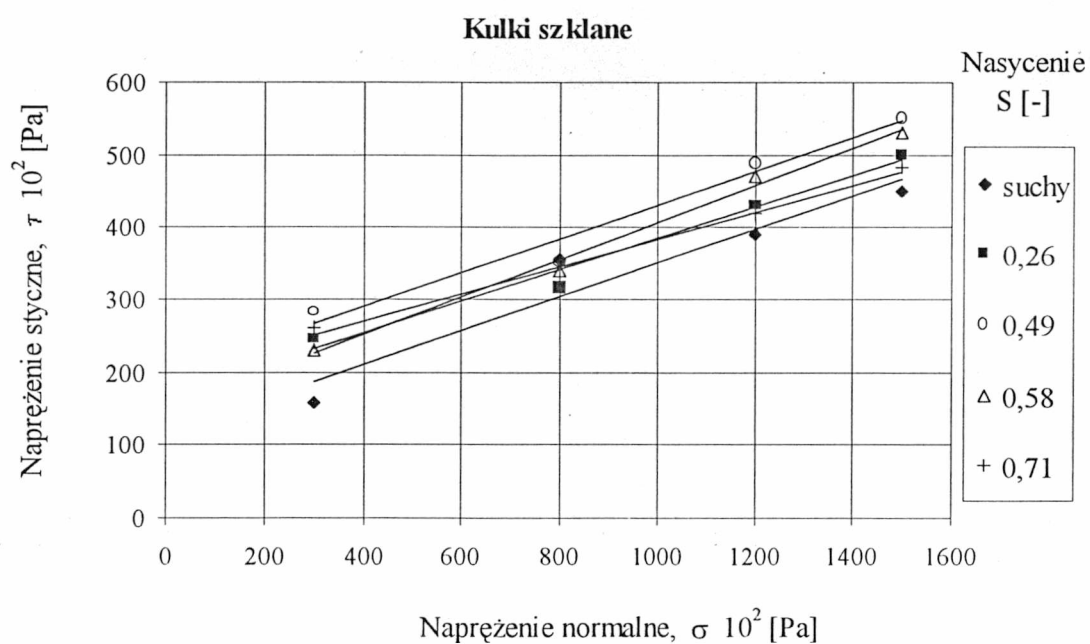
$$c = 87 \cdot 10^2 \text{ Pa}, \quad \text{tg}\varphi = 0,57, \quad b = 207 \cdot 10^2 \text{ Pa}.$$



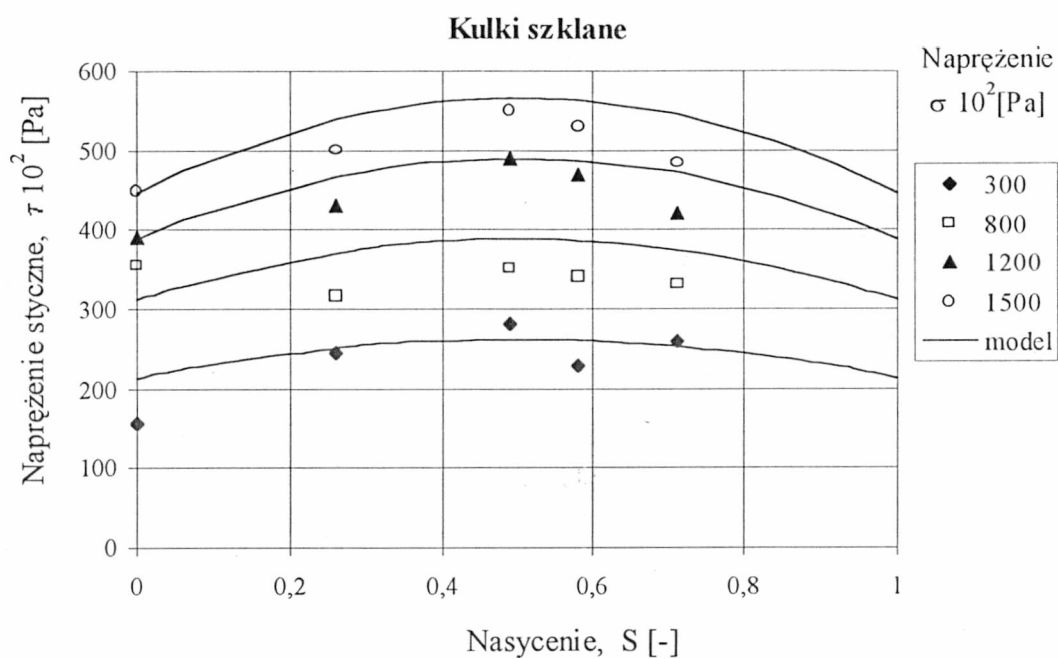
Rys. 69. Przedstawienie na płaszczyźnie Mohra wyników ścinania osadów w skali laboratoryjnej i ćwierćtechnicznej.

Tablica 29. Wyniki ścinania kulek szklanych na aparacie pierścieniowym.

Napężenie normalne $\sigma \cdot 10^2$ [Pa]		300	800	1200	1500
Lp.	Nasycenie S	Napężenie styczne τ			
-	[-]	10^2 [Pa]			
1	0	158	355	391	450
2	0,26	245	317	430	500
3	0,49	282	350	490	550
4	0,58	230	340	470	530
5	0,71	260	330	420	483

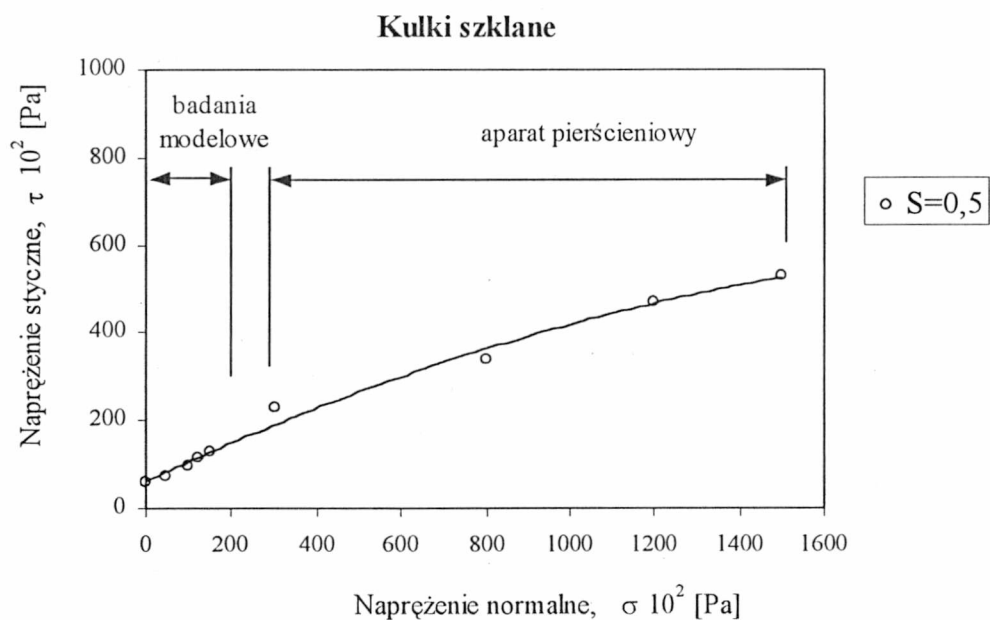


Rys.70. Linie plastycznego płynięcia z badań aparatem pierścieniowym dla różnych wartości nasycenia.



Rys. 71. Porównanie wyników eksperymentalnych w skali ćwierćtechnicznej z modelem:

$$c = 116 \cdot 10^2 \text{ Pa}, \text{tg}\varphi = 0,23, b = 123 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$



Rys. 72. Przedstawienie na płaszczyźnie Mohra wyników ścinania osadów w skali laboratoryjnej i ćwierćtechnicznej.

9. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Niniejsza praca dotyczy zagadnień wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych. Jej głównym celem było opracowanie modelu opisującego funkcje plastycznego płynięcia uwzględniającego wpływ nasycenia osadów filtracyjnych cieczą.

Poniżej przedstawiono krótkie podsumowanie całości pracy.

Podsumowanie:

1. Dokonano przeglądu stanu wiedzy literaturowej w zakresie wytrzymałości na ścinanie i wytrzymałości na rozciąganie nienasyconych osadów filtracyjnych oraz literatury w zakresie metod analizy i opisu własności mikrostrukturalnych złoża materiału ziarnistego.
2. Zaproponowano koncepcję ogólnego modelu wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych, rozdział 5.
3. Zaprojektowano i wykonano własne, oryginalne aparaty bezpośredniego ścinania zarówno do badań laboratoryjnych jak i w skali ćwierćtechnicznej, rozdział 6.1.1., 6.1.2. Uzyskane rozwiązania konstrukcyjne umożliwiają prowadzenie procesu filtracji, odwadniania placków filtracyjnych przez przedmuchiwanie powietrzem oraz ścinania osadów o nienaruszonej strukturze.
4. Opracowano metodykę komputerowej analizy obrazu cząstek umożliwiającą wyznaczanie wielkości i kształtu mikroobiektów. Ogółem analizie poddano 455 cząstek z jedenastu materiałów. Pozwoliło to dobrać odpowiedni materiał badawczy.
5. Wykonano około 300 zawiesin, z których po przefiltrowaniu, na aparacie bezpośredniego ścinania, uzyskano osady do testów odwadniania i ścinania. Przebadano dwa materiały: węgiel wapnia i kulki szklane.
6. Przeprowadzono analizy błędów wyników badań, rozdział 6.3., 6.6. i 7.
7. Opracowano metodykę wyznaczania wytrzymałości na rozciąganie na podstawie badań bezpośredniego ścinania.

8. Na podstawie wyników badań osadów filtracyjnych, wyznaczono 6 rozwiązań szczegółowych, tablice 22 – 27, ogólnego modelu ich wytrzymałości na ścinanie, które były podstawą do przyjęcia ostatecznej postaci analitycznej modelu opisującego stany graniczne osadów filtracyjnych, równanie (53).
9. Przeprowadzono eksperymentalną weryfikację opracowanego modelu w skali ćwierćtechnicznej na aparacie z pierścieniową komorą ścinającą, rozdział 8.

Wnioski końcowe:

Wnioski szczegółowe dotyczące poszczególnych etapów zamieszczono w rozdziałach 6.2.5., 6.3.

Na podstawie analizy porównawczej wyników badań eksperymentalnych i modelowych sformułowano następujące wnioski końcowe:

1. Zaproponowany w pracy model analityczny, równanie (53), ujmuje wpływ nasycenia na wytrzymałość na ścinanie osadów filtracyjnych w całym zakresie wartości ich nasycenia, $S = 0 - 1$. Parametry modelu dla przebadanych materiałów przyjmują realne wartości fizyczne i są w łatwy sposób wyznaczalne. Występujący pewien rozrzut danych eksperymentalnych, wynika, zdaniem autora, głównie z niepowtarzalności struktury wewnętrznej badanych osadów tworzonych podczas procesu filtracji.
2. Obliczone z zaprezentowanego modelu wartości wytrzymałości na rozciąganie osadów filtracyjnych, przy założeniu wartości naprężeń stycznych $\tau_f = 0$, zostały potwierdzone doświadczalnie i są zgodne z danymi literaturowymi [21].
3. Wykazano słuszność postawionej tezy, że model wytrzymałości na ścinanie osadów filtracyjnych winien uwzględniać wpływ ich nasycenia cieczą.

4. Zaprojektowany i zbudowany aparat bezpośredniego ścinania osadów filtracyjnych wykazał swoją przydatność w prowadzeniu eksperymentów. Jest to nowe narzędzie badawcze umożliwiające prowadzenie eksperymentów filtracji, odwadniania oraz ścinania osadów filtracyjnych.
5. Wstępna weryfikacja modelu przeprowadzona na aparacie pierścieniowym w skali ćwierćtechnicznej potwierdziła jego przydatność w zastosowaniach w skali technicznej, takich jak: optymalizacja energochłonności procesów filtracji i odwadniania oraz konstrukcja urządzeń stosowanych do tych procesów.
6. Jako dalsze kierunki prac proponuje się:
 - a) rozszerzenie obszaru badań przeprowadzonych w niniejszej pracy m.in. na inne układy badawcze o większym rozkładzie wielkości cząstek ciała stałego,
 - b) badanie wpływu wielkości, kształtu i rozkładu wielkości cząstek materiału ziarnistego na wytrzymałość na ścinanie osadów filtracyjnych,
 - c) badanie wpływu rozkładu nasycenia na proces pękania placków filtracyjnych podczas odwadniania przedmuchiwaniem powietrza,
 - d) opracowanie metod optymalizacji całego cyklu filtracji wykorzystując wyniki uzyskane w trakcie badań modelowych.
 - e) opracowanie nowych konstrukcji urządzeń filtracyjno odwadniających wykorzystujących siły ścinające do zwiększenia efektywności odwadniania.

10. LITERATURA

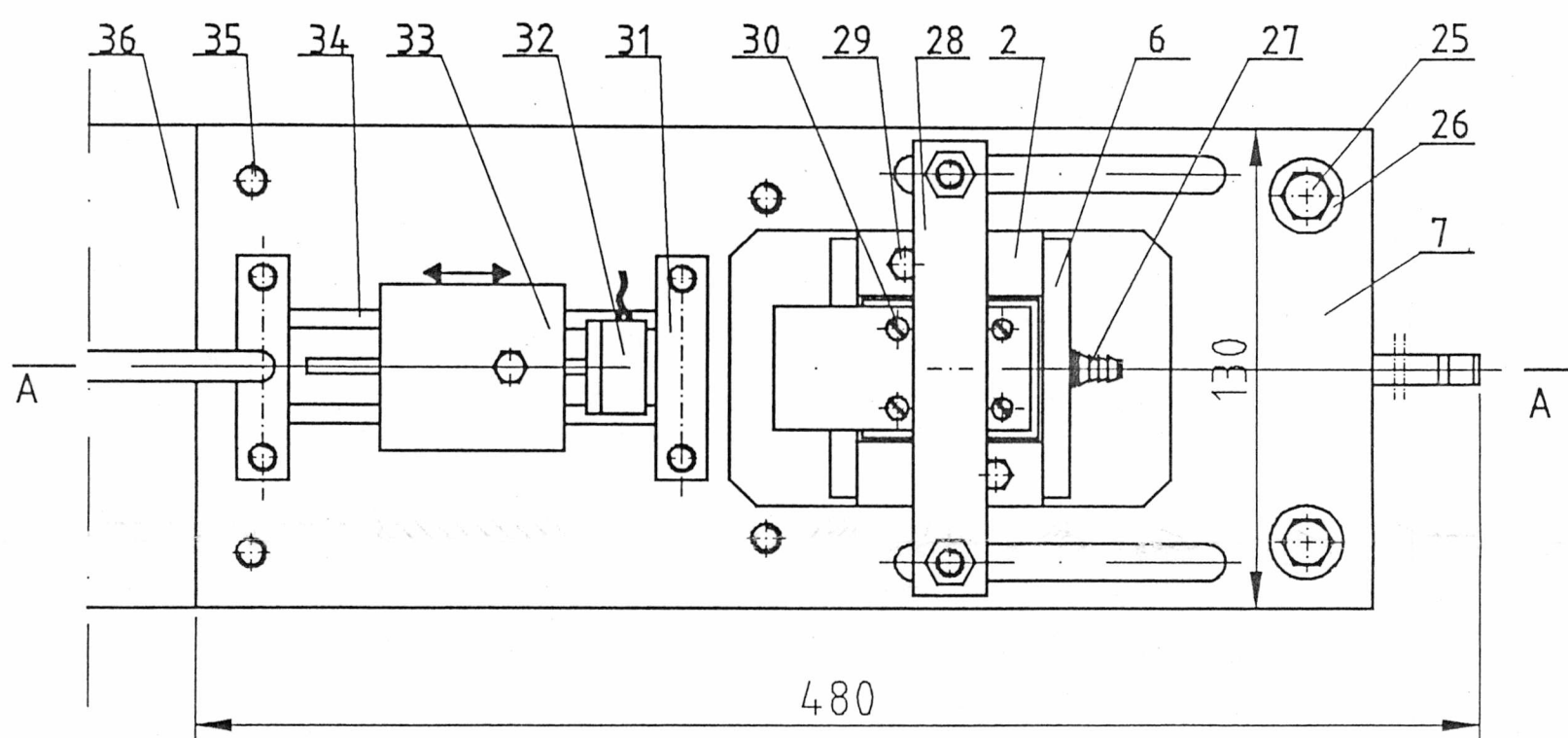
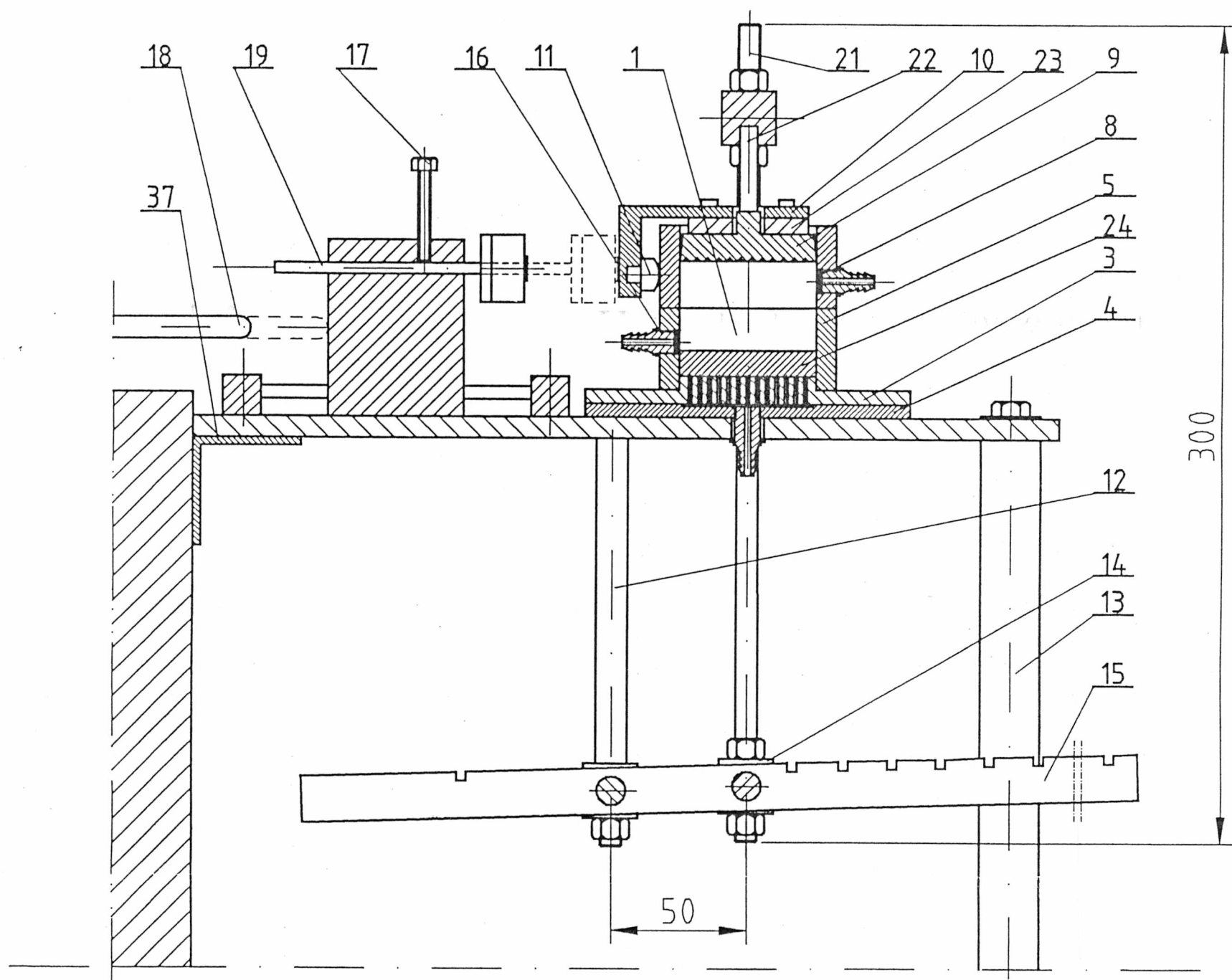
1. Ch. Alt, *Schlammmentwässerung mit Preßfiltern*. Chem. Ing. Tech. 48, 1974/Nr2.
2. Malinowskaja T.A. i inni, *Rozdzielanie zawiesin w przemyśle chemicznym*. WNT, Warszawa 1986.
3. Żużikow W. A., *Filtracja. Teoria i praktyka rozdzielania zawiesin*. WNT, Warszawa 1985.
4. Grabowska-Olszewska B. i inni., *Geologia stosowana. Właściwości gruntów nienasyconych*. PWN, Warszawa 1998.
5. Lambe T., Whitman R., *Mechanika gruntów*. Arkady, Warszawa 1977.
6. Koch R., Noworyta A., *Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej*. WNT, Warszawa 1992
7. Haba J., Leibnitz R., Składzień J., *Rola naprężeń i odkształceń zachodzących w odwadnianych osadach*. III Ogólnopolskie Seminarium nt.: Rozdzielanie zawiesin ciał stałych w płynach, Warszawa 1987.
8. Rumpf H., *Zur Theorie der Zugfestigkeit von Agglomeraten bei Krafteübertragung an Kontaktpunkten*, Chem. Ing. – Tech, 42 /1970
9. Szymków J., *Własności reologiczne zagęszczanych osadów*. PWr, raport SPR 24/94
10. Suchnicka H., *Problemy określania wytrzymałości gruntów*. Prace Nauk. Inst. Geotech. PWr, Seria Monografie, Wrocław 1979.
11. Malczewski J., *Mechanika materiałów sypkich. Operacje jednostkowe*. OWPW, Warszawa 1994.
12. Waluk J., *Laboratorium z mechaniki gruntów*. PWr., Wrocław 1973.
13. Myślińska E. *Laboratoryjne badania gruntów*. PWN, Warszawa 1992.
14. Szymków J., Kozioł A., *Wytrzymałość wilgotnych osadów na ścinanie*, Zesz. Nauk. Pol. Łódzkiej, Seria "Inż. Chem. i Proces.", 22/1997.

15. Szymków J., Koziół A., *Porównanie różnych metod wyznaczania parametrów wytrzymałościowych materiałów ziarnistych*. XVI Ogól. Konf. Inż. Chem. I Proces., Muszyna 1998.
16. Baczewski K., Hebda M., *Filtracja płynów eksploatacyjnych*, Tom 1/2, MCNEMT, Radom 19991/1992.
17. Glazer Z., *Mechanika gruntów*, Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa 1985.
18. Fredlund D.G., Morgerstern N. R., Widger R.A., *The shear strength of unsaturated soils*, Canadian Geotech. Journ., Vol 15, No.3, The National Research Council of Canada 1978.
19. Schubert H., Herrmann W., Rumpf H., *Deformation Behaviour of Agglomerates under Tensile Stress*, Powder Technology, 11/1975.
20. Schubert H., *Tensile Stress of Agglomerates*, Powder Technology, 11/1975.
21. Schubert H., *Capillary Forces modeling and application in Particulate Technology*, Powder Technology, 37/1984.
22. Molerus O., *Effect of Interparticle Cohesive Forces on the Flow Behaviour of Powders*, Powder Technology, 20/1978.
23. Molerus O., Nywelt M., *The Influence of the Fine Particle Content on the Flow Behaviour of Bulk Materials*, Powder Technology, 37/1984.
24. Polska Norma, PN-88/B-04481, *Grunty budowlane. Badania próbek gruntu*, WN Alfa, 1988.
25. Schulze D., *Powder testers and software*, www.dietmar-schulze.de
26. Johanson J.R., , *Bulk Solids Handling*, 2 12/1992.
27. Szymków J., Składzień J., Walerian J., *Wpływ kąta tarcia wewnętrznego na opór właściwy osadów*, PWR, Raport SPR 6/99.
28. Korzeń Z., *Zasady kształtowania lejów wysypowych w silosach i zbiornikach na materiały pyłaste i sproszkowane. Część 2: Wyznaczanie parametrów*

plastycznego płynięcia i tarcia kontaktowego materiałów miękich w aparacie Jenikego, CWG 1-2/92.

29. Haba J., Składzień J., *Doświadczalne wyznaczanie krzywych płynięcia dla złoża ziarnistego o różnej wilgotności*, PWr, Raport SPR 85/88
30. Koziół A., Szymków J., *Reologia wilgotnych zawiesin*, PWr, Raport SPR 17/96.
31. Wilms H., Schwedes J., *Comparative shear tests with ring shear tester and Jenike shear tester*, Aufbereitungs-Technik 2/1988
32. Raschka K., Buggisch H., *Determination of Flow Properties of Moist Bulk Materials and Pastes by Means of a Ring Shear Tester*, Aufbereitungs-Technik 33/1992.
33. Szymków J., *Wytrzymałość na rozciąganie osadów filtracyjnych*, Inżynieria Chemiczna i Procesowa, 22, 3E, 2001.
34. Zaleski J., Składzień J., Prusinowski W., Szymków J., *Przestrzenny opis wielkości i kształtu mikroobiektów*, PWr, Raport SPR 21/93,
35. Hansel h., *Podstawy rachunków błędów*, WNT, Warszawa 1965
36. Behres M., i inni, *Vergleichsmessungen an einem neuartigen Ringschergerät und dem Jenike-Schergerät*, Schüttgut 3/1997, Nr 2.

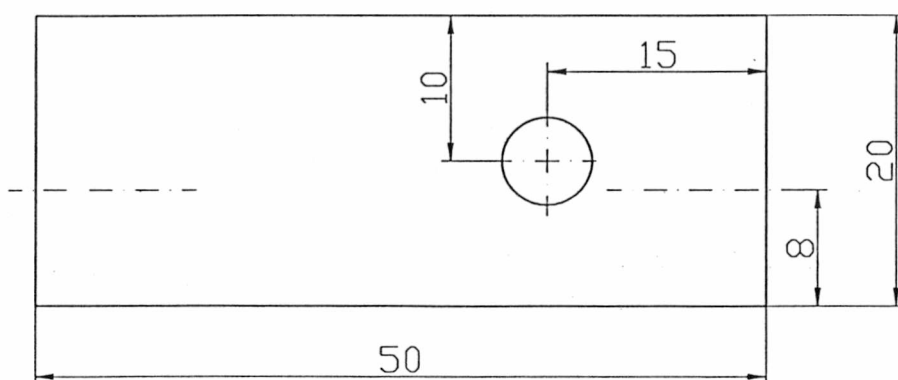
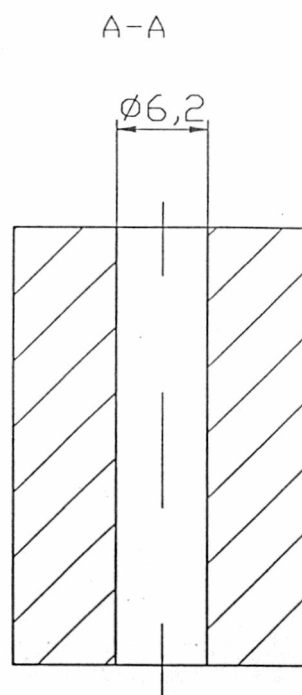
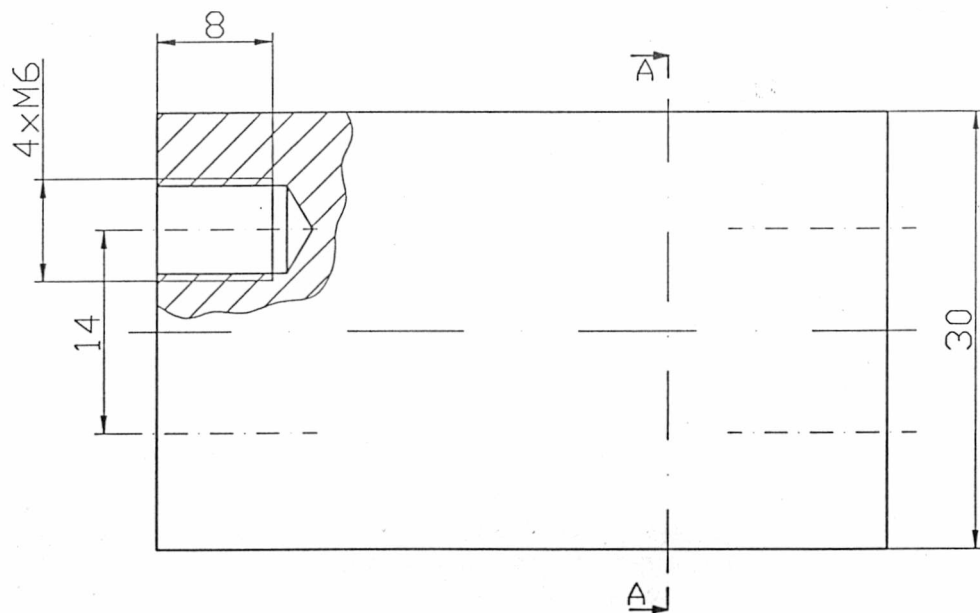
ZAŁĄCZNIK A



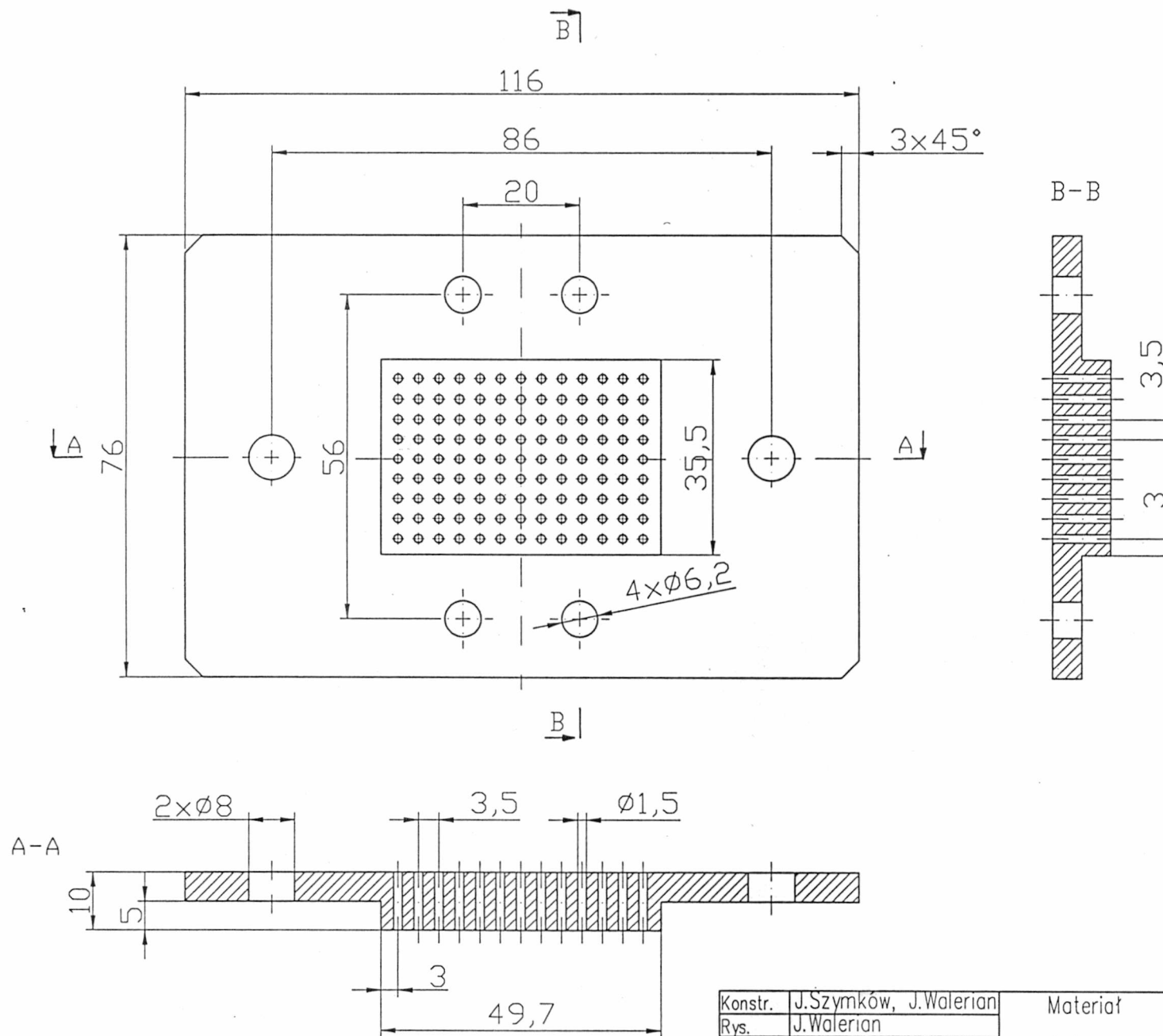
Konstr.			Materiał	Nazwa	Masa
Rys.	M. Lisiewicz			Komórka do ścinania	
Spr.	mgr J. Szymków			osadów filtracyjnych	
Zatw.					
podz.	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13			Nr. rys	Arkusz
1:2				01.00	A3

37	Kątownik 40x40		1			
36	Urządź. napędzające		1			
35	Śruba mocująca M6x10		2			
34	Szyna	01.34	2	St3S		
33	Przesuw. wspor. tensom.	01.33	1	St3S		
32	Tensometr		1			
31	Wspornik szyn	01.31	2	St3S		
30	Śruba M4x15		4			
29	Śruba M6x40		2			
28	Ramię docisku	01.28	1	St3S		
27	Króciec		3			
26	Podkładka Ø12		2			
25	Śruba M10x30		2			
24	Podpora z tkaniny filtr.		1			
23	Nakładka dystansowa	01.23	1	mosiądz		
22	Palec dociskowy	01.22	1	St3S		
21	Pręt dociskowy	01.21	2	St3S		
20	Nakrętka M8		10			
19	Ramię tensometru	01.19	1	St3S		
18	Tłoczysko	01.18	1	55		
17	Śruba M6x40		1			
16	Uszczelka Ø6		3			
15	Dźwignia	01.15	1	St3S		
14	Łącznik	01.14	2	St3S		
13	Noga	01.13	2	St3S		
12	Wspornik dźwigni	01.12	2	St3S		
11	element płytki przesuwu	01.11	1	mosiądz		
10	Płytką przesuwu poziomego	01.10	1	mosiądz		
9	Płytką dociskową	01.09	1	mosiądz		
8	Filtr	01.08	2	spiek z brązu		
7	Podstawa	01.07	1	St3S		
6	Ściana filtracyjna	01.06	2	mosiądz		
5	Płytką oporową	01.05	2	mosiądz		
4	Dno	01.04	1	mosiądz		
3	Przegroda filtracyjna	01.03	1	mosiądz		
2	Płytką górną	01.02	2	pleksi		
1	Płytką dolną	01.01	2	pleksi		

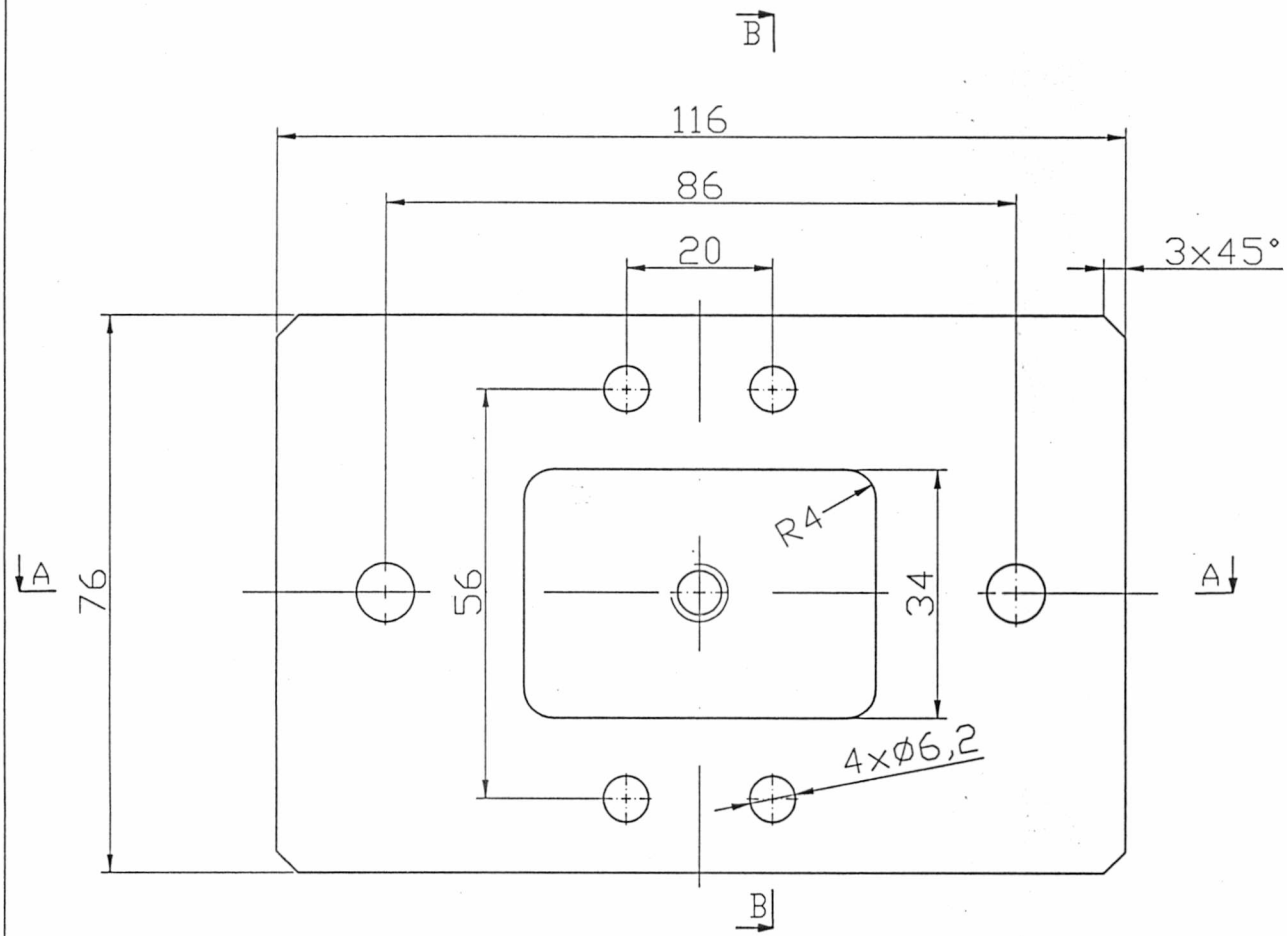
L.p	Nazwa części	Nr. normy	Ilość	Materiał	Ciężar	Uwagi
Konstr.	J. Szymków		Material:		Nazwa: Komórka do ścinania osadów filtracyjnych	Ciężar:
Rys.	M. Lisiewicz					
Spr.						
Zatw.						
1:2	Politechnika Wrocławska I-13			Nr.rys.	01.00	Ark.



Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał pleksi	Nazwa	L.sztuk
Rys.	J.Walerian		płytko górna	2
Spr.	mgr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 2:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.2	Arkusz A4

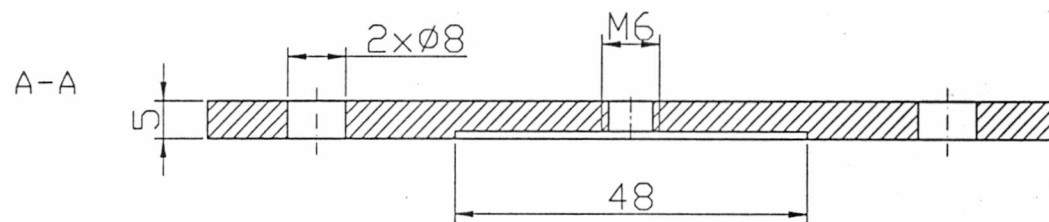
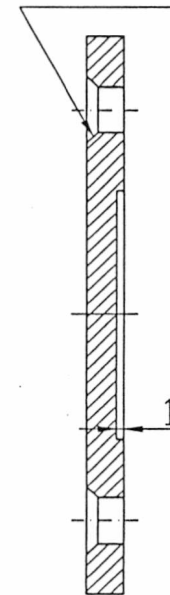


Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiǳ	Nazwa przegroda filtracyjna	L.sztuk 1
Rys.	J.Walerian			
Spr.	mgr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 1:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.3	Arkusz A4

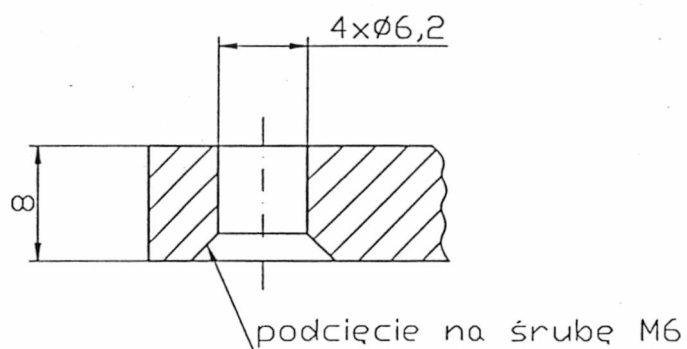
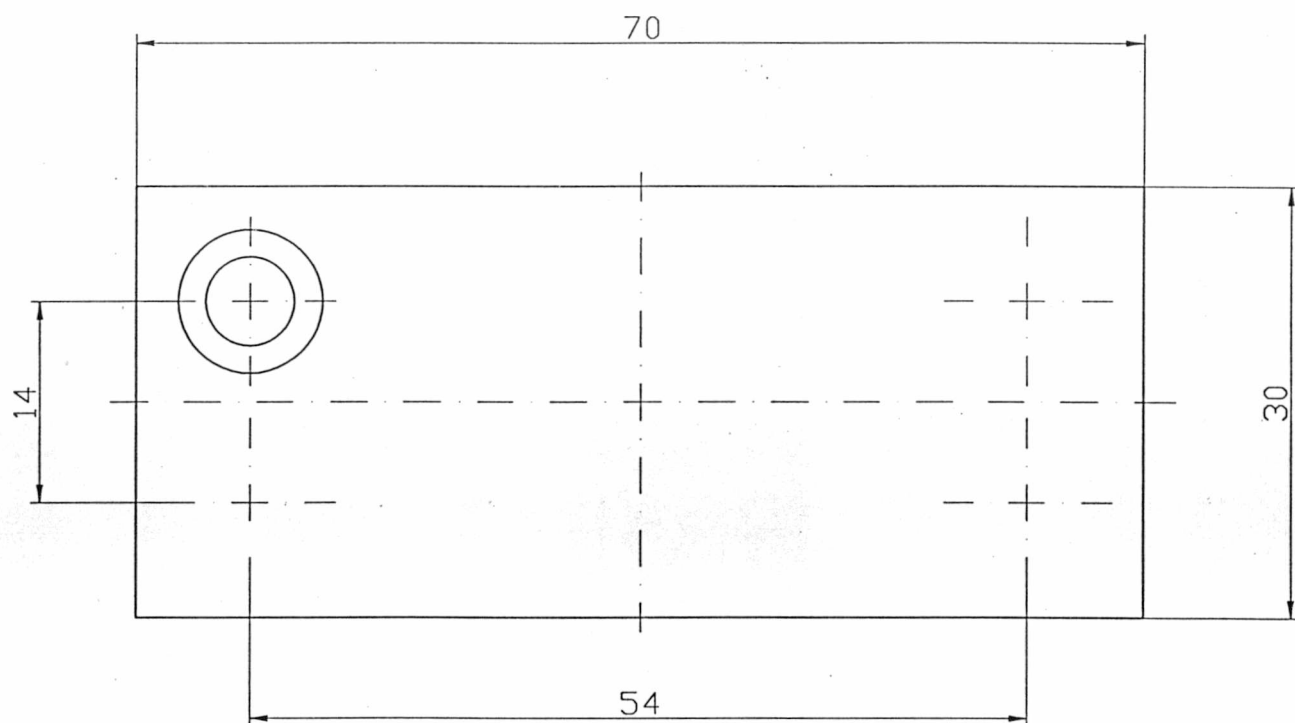


B-B

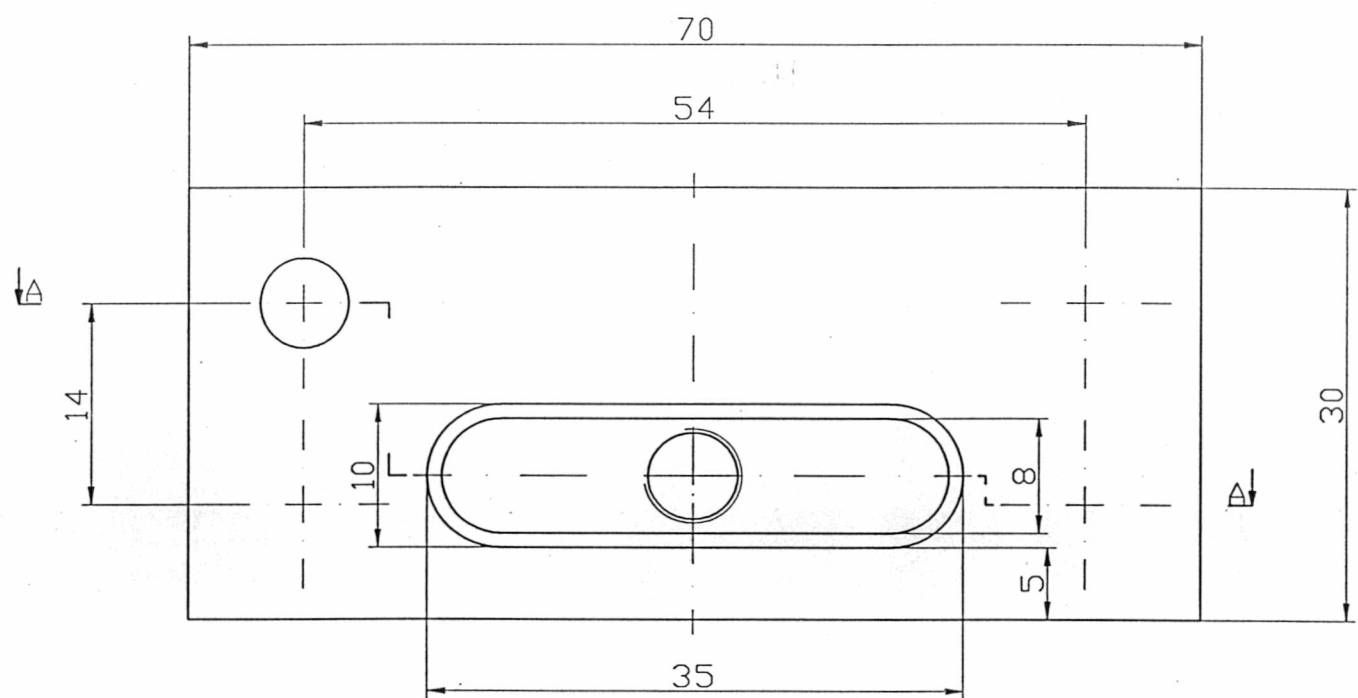
podcięcie na śrubę M6



Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiądz	Nazwa dno	L.sztuk 1.
Rys.	J.Walerian			
Spr.	mqr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 1:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.4	Arkusz A4

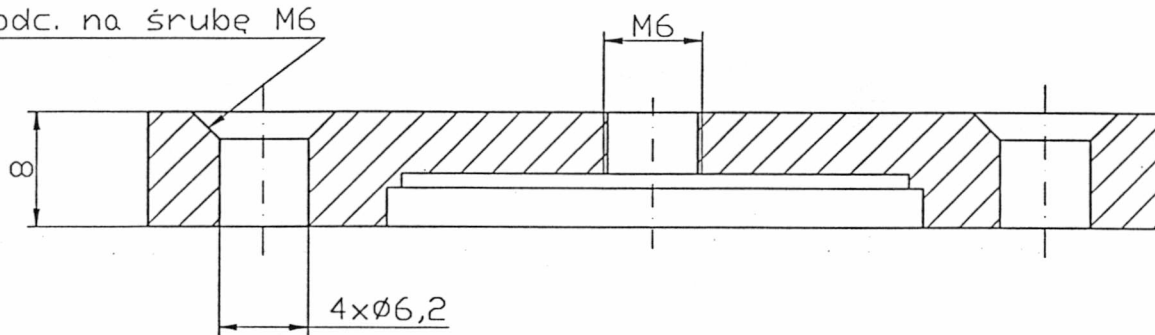


Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiądz	Nazwa płytko oporowa	L.sztuk 2
Rys.	J.Walerian			
Spr.	mqr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 2:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.5	Arkusz A4

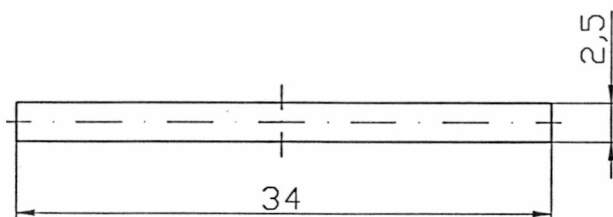
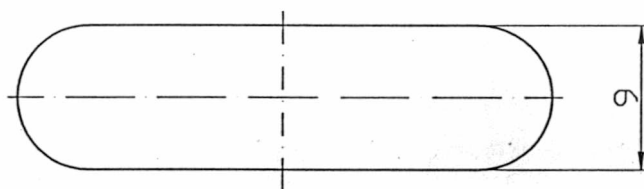


A-A

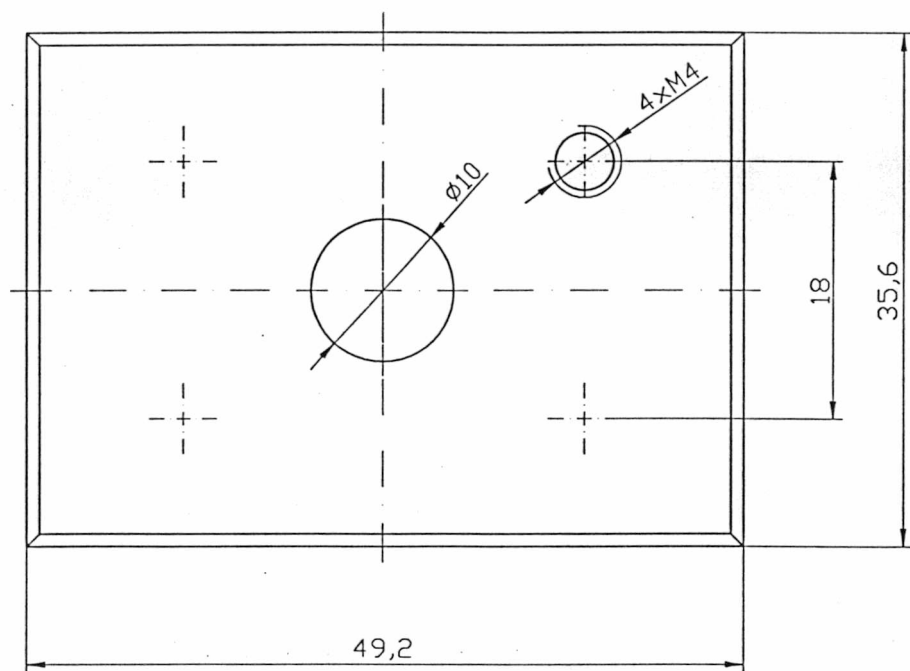
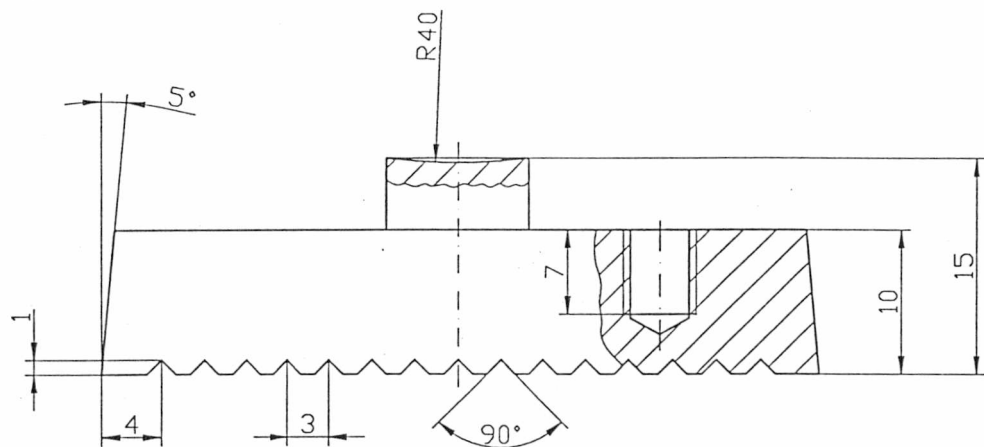
podc. na śrubę M6



Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiądz	Nazwa przegroda filtracyjna	L.sztuk 2
Rys.	J.Walerian			
Spr.	mgr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 2:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.6	Arkusz A4

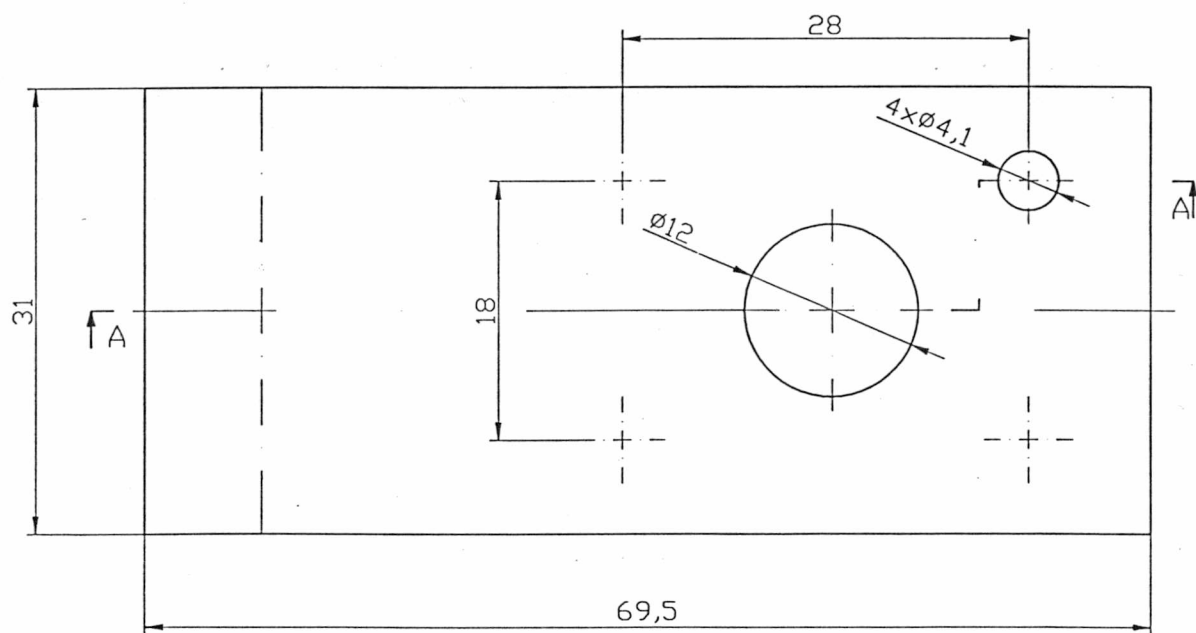
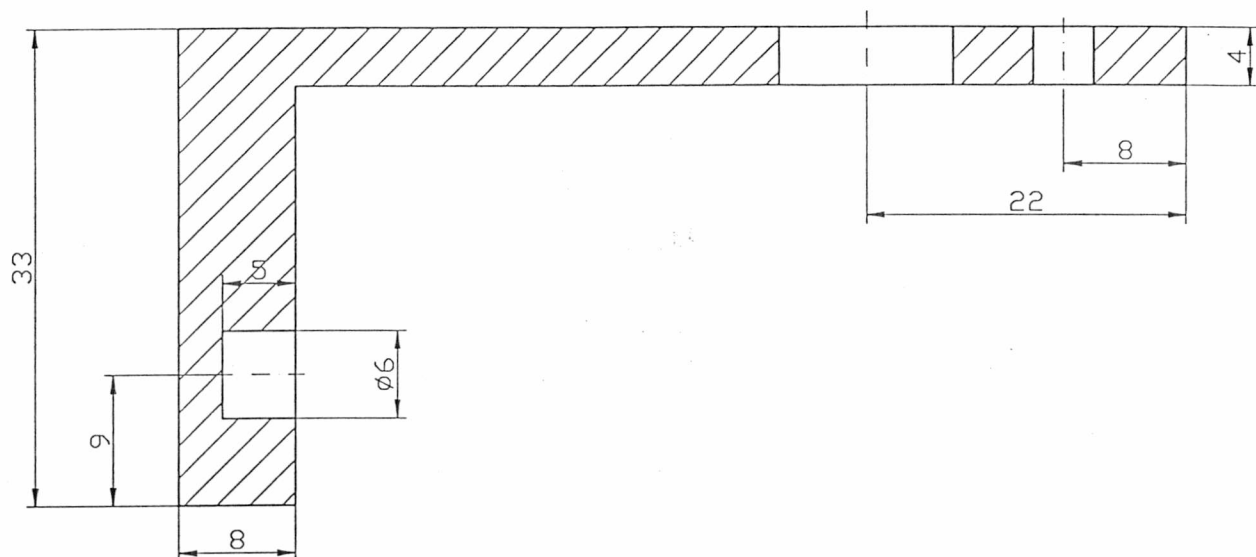


Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał spiek z brązu	Nazwa filtr	L.sztuk 2
Rys.	J.Walerian			
Spr.	mqr J.Szymków			
Zotw.				
podz. 2:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.8	Arkusz A4

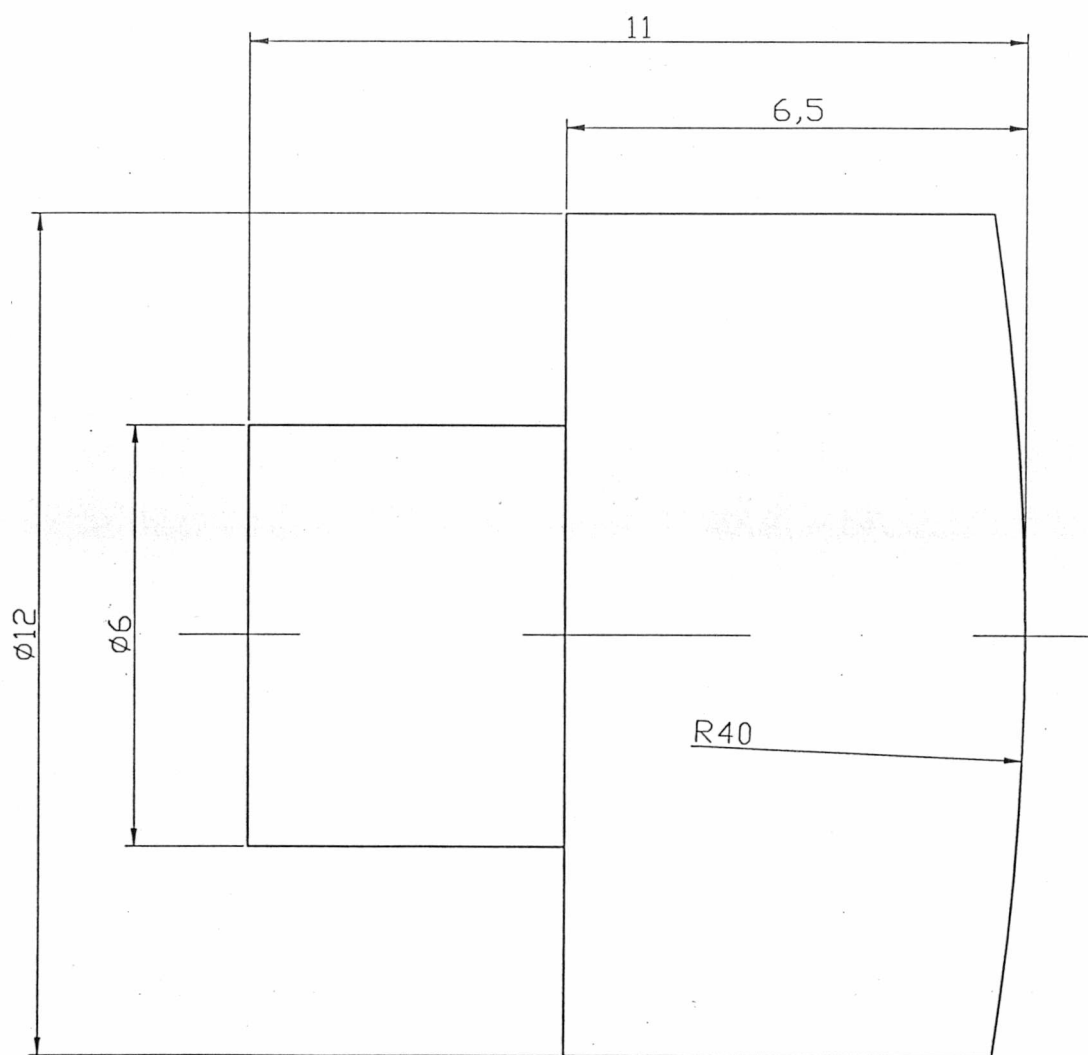


Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiądz	Nazwa	L.sztuk 1
Rys.	J.Walerian		płytko dociskowa	
Spr.	mgr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 2:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.9	Arkusz A4

A-A

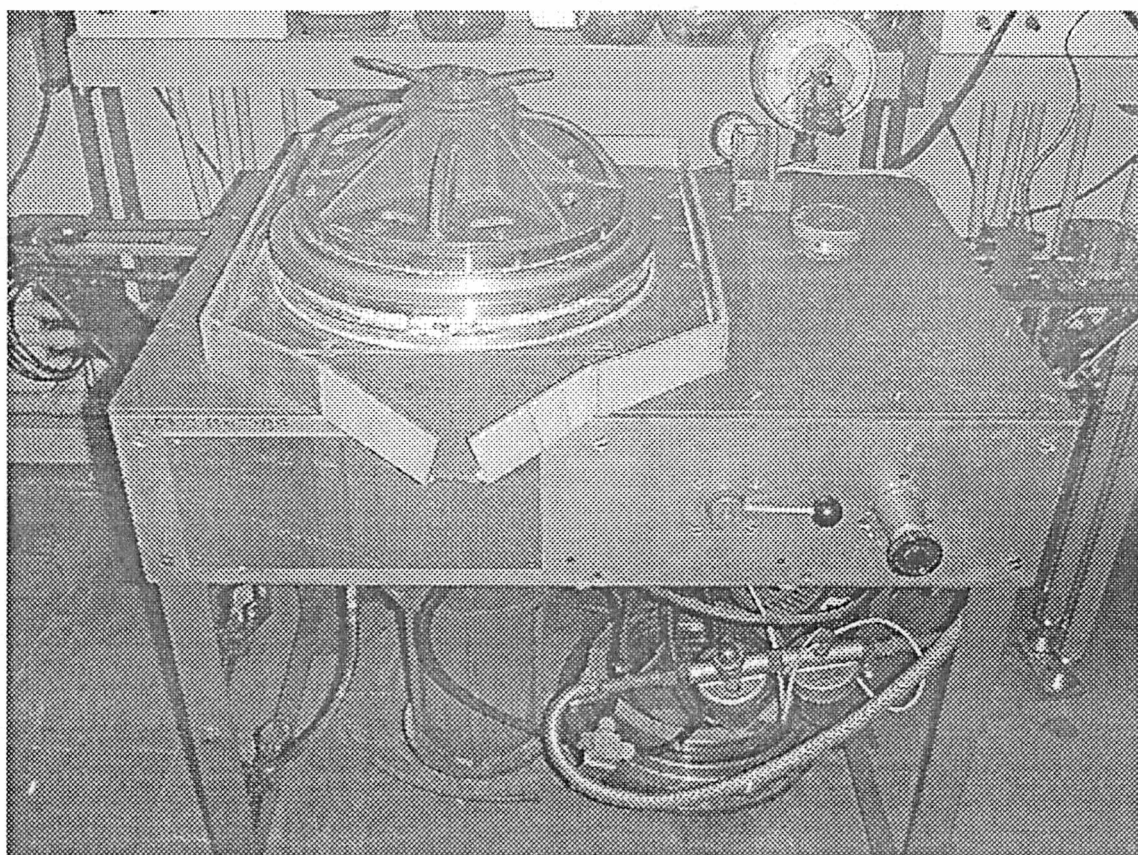


Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiędź	Nazwa płytki przesuwu poziom	L.sztuk 1
Rys.	J.Walerian			
Spr.	mgr J.Szymków			
Zatw.				
podz. 2:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.10	Arkusz A4

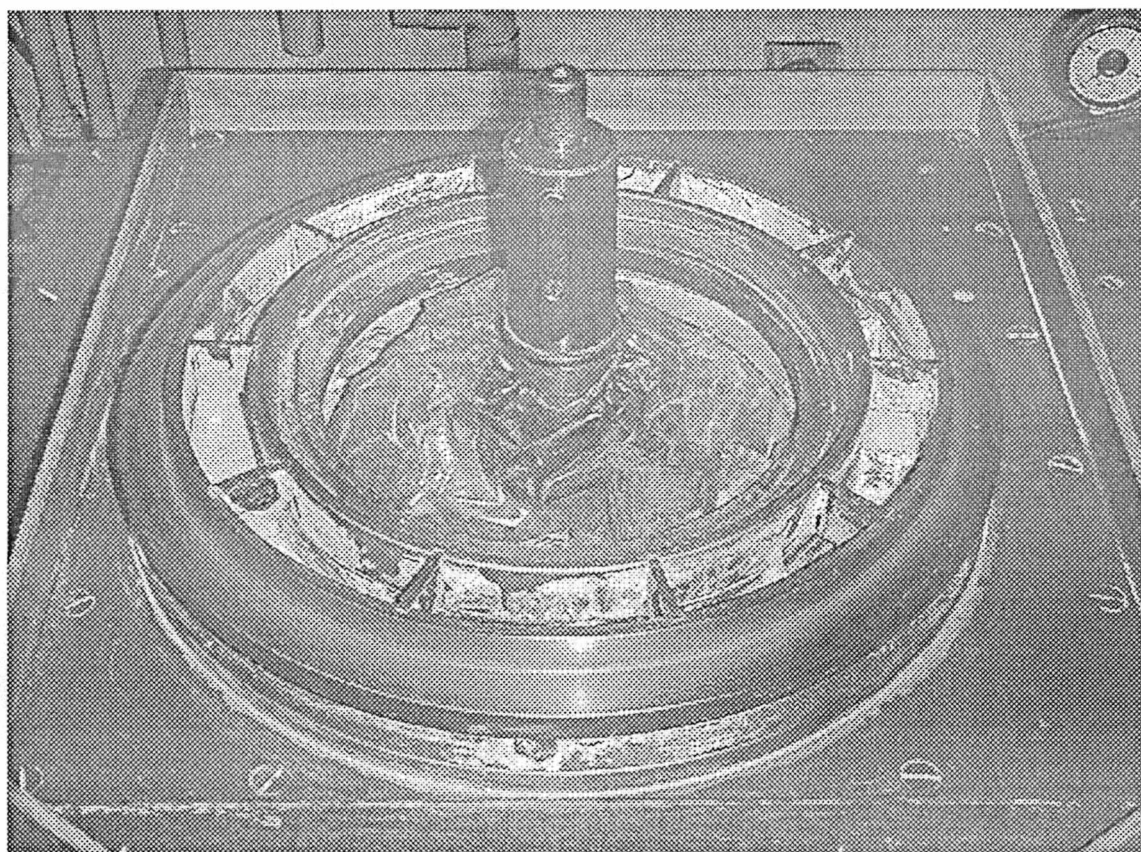


Konstr.	J.Szymków, J.Walerian	Materiał mosiądz	Nazwa	L.sztuk 1
Rys.	J.Walerian		element	
Spr.	mgr J.Szymków		płytki przesuwu poziom	
Zatw.				
podz. 10:1	POLITECHNIKA WROCLAWSKA I-13		Nr.rys 0.11	Arkusz A4

ZAŁĄCZNIK B



Widok aparatu bezpośredniego ścinania z pierścieniową komorą
ścinającą



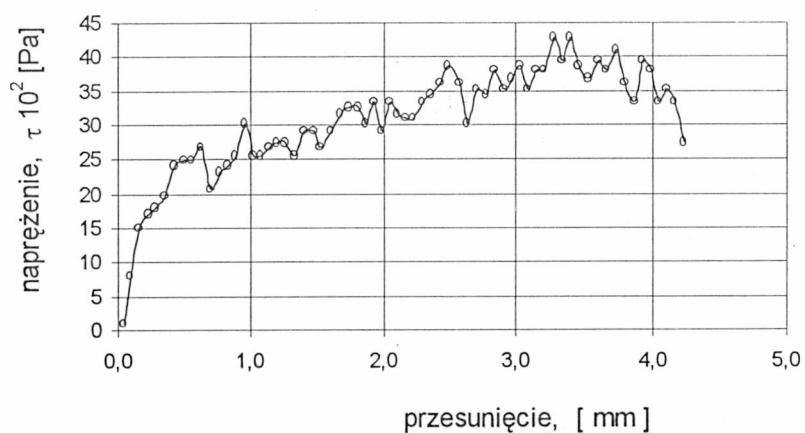
Widok pierścieniowej komory ścinającej

ZAŁĄCZNIK C

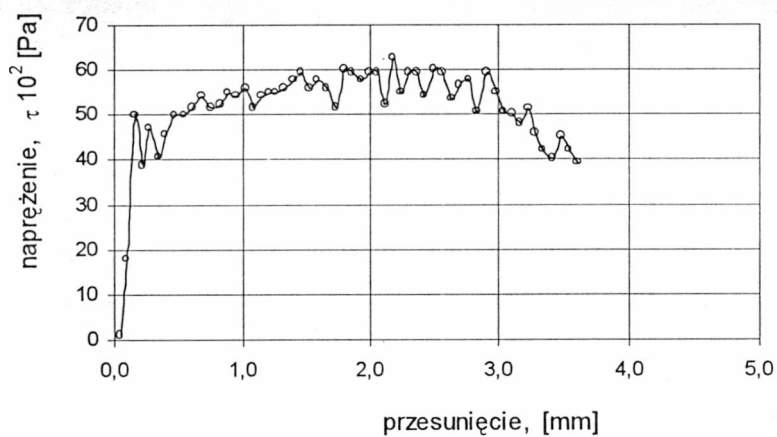
WYNIKI TESTÓW BEZPOŚREDNIEGO ŚCINANIA OSADÓW FILTRACYJNYCH

Charakterystyki ścinania dla węglanu wapnia,

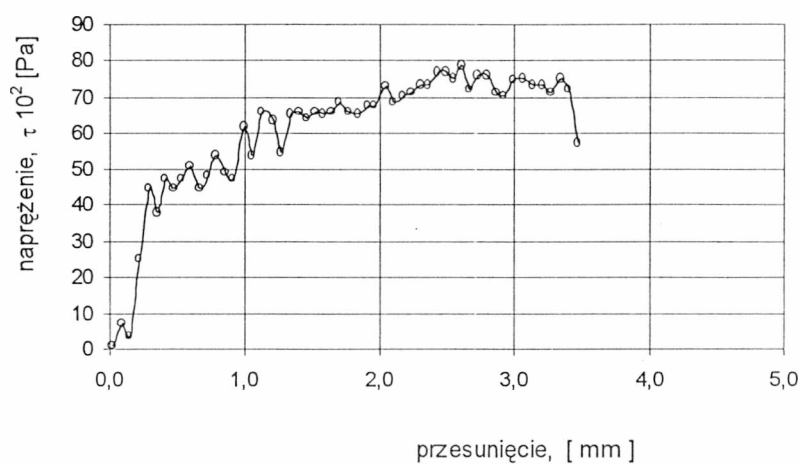
Napężenie normalne $\sigma_n = 47 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C1 – C16



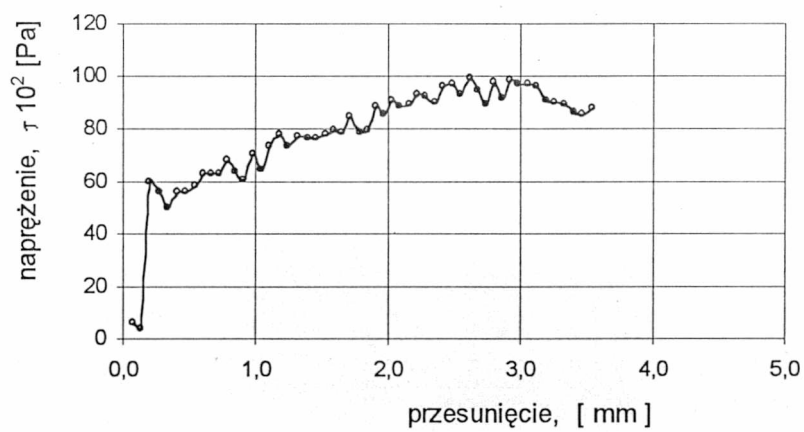
Rys.C1. Nasycenie $S = 1$



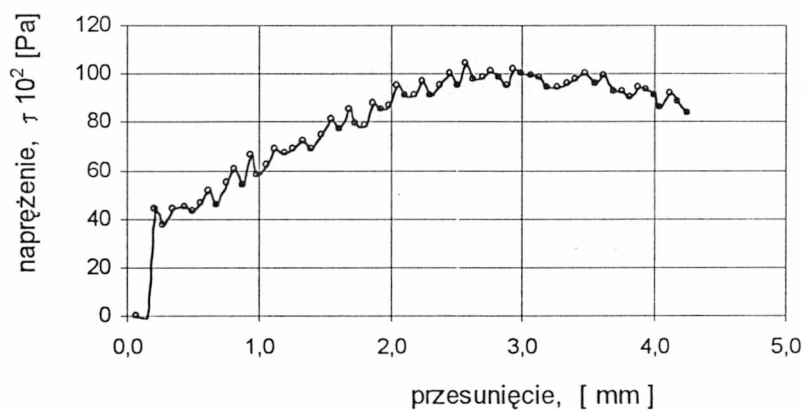
Rys.C2. Nasycenie $S = 0,93$



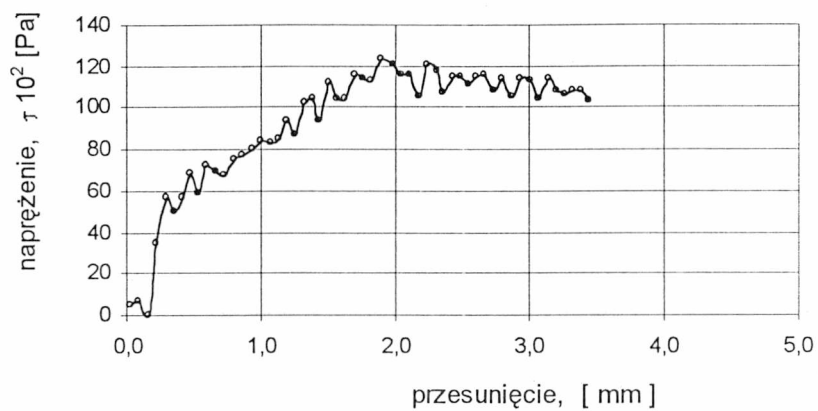
Rys.C3. Nasycenie $S = 0,81$



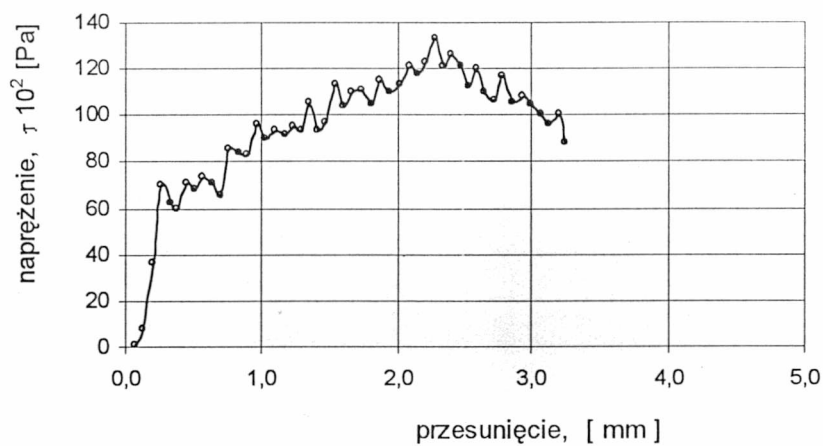
Rys.C4. Nasycenie $S = 0,76$



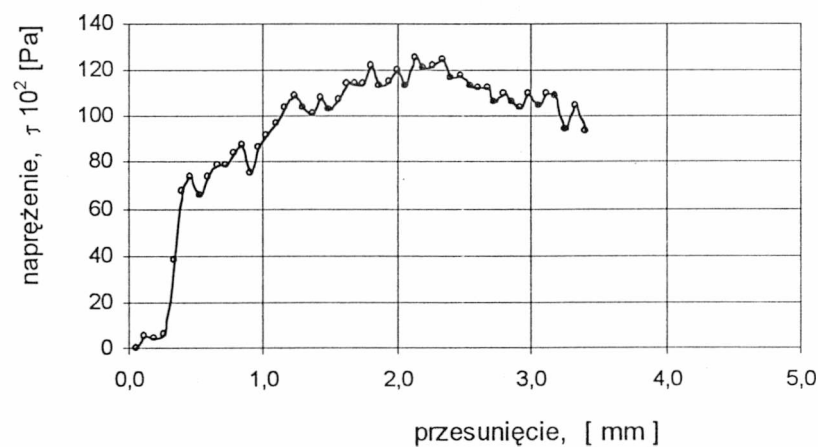
Rys.C5. Nasycenie $S = 0,69$



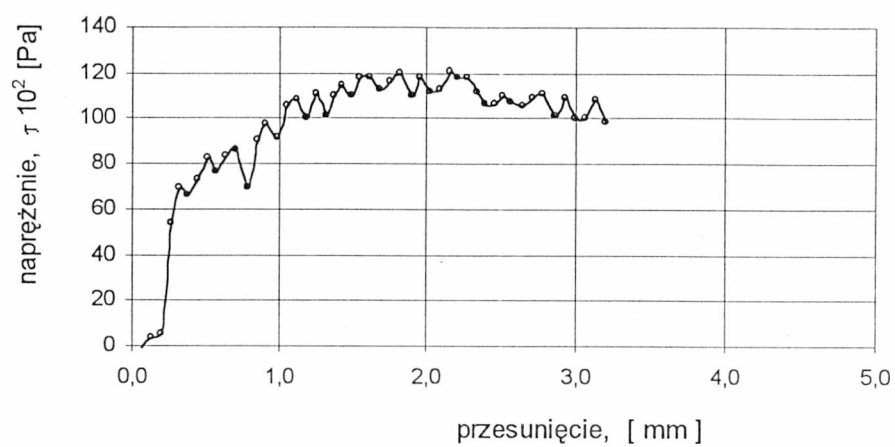
Rys.C6. Nasycenie $S = 0,62$



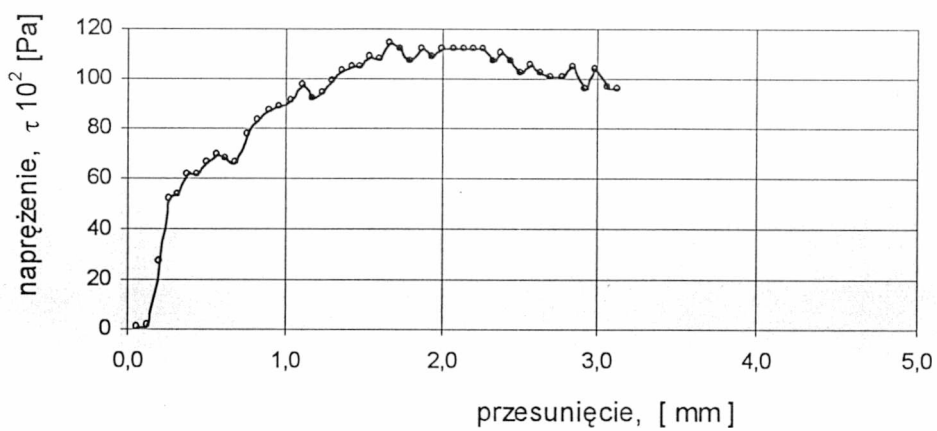
Rys.C7. Nasycenie $S = 0,54$



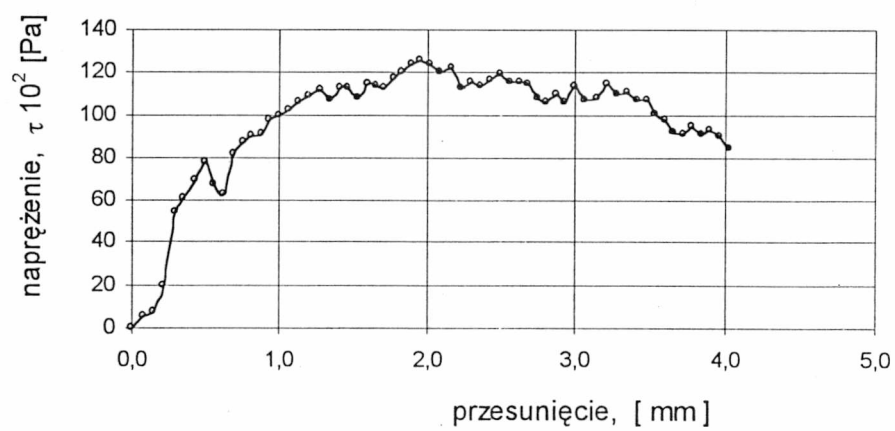
Rys.C8. Nasycenie $S = 0,47$



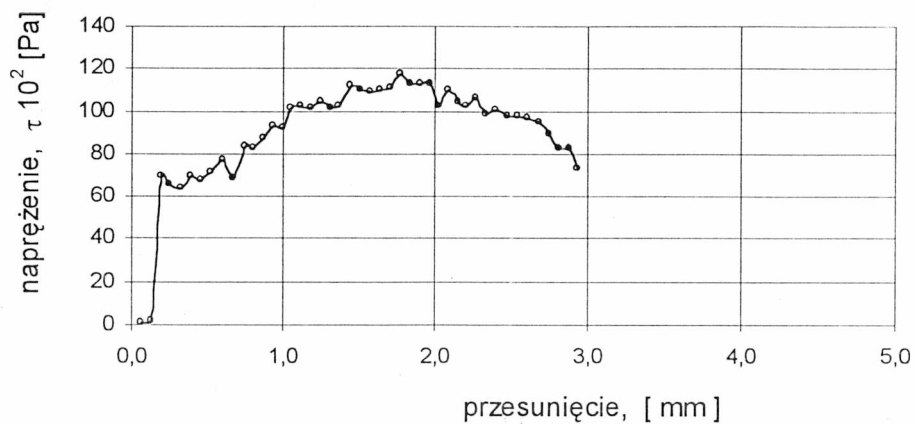
Rys.C9. Nasycenie $S = 0,42$



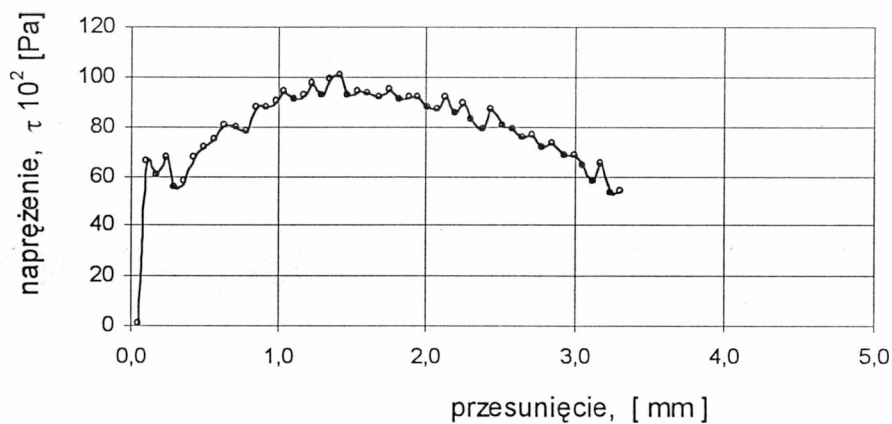
Rys.C10. Nasycenie $S = 0,37$



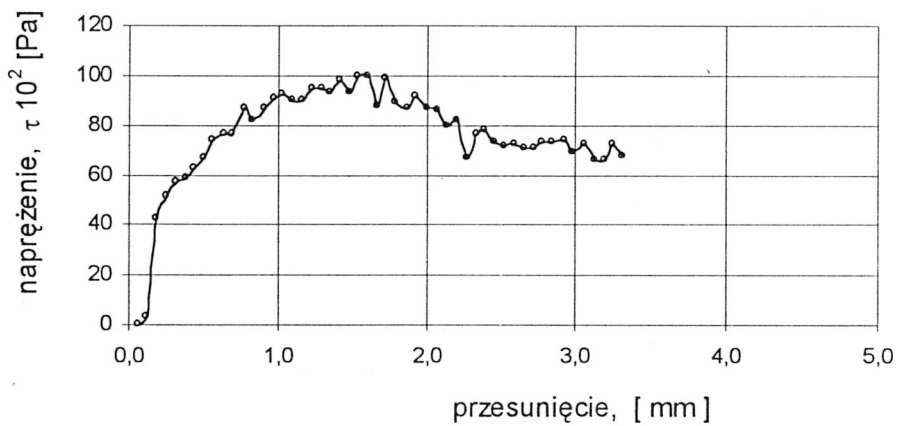
Rys.C11. Nasycenie $S = 0,33$



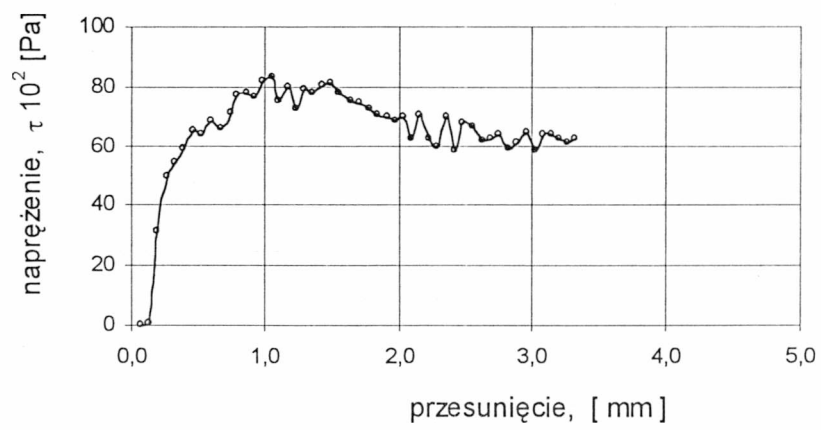
Rys.C12. Nasycenie $S = 0,28$



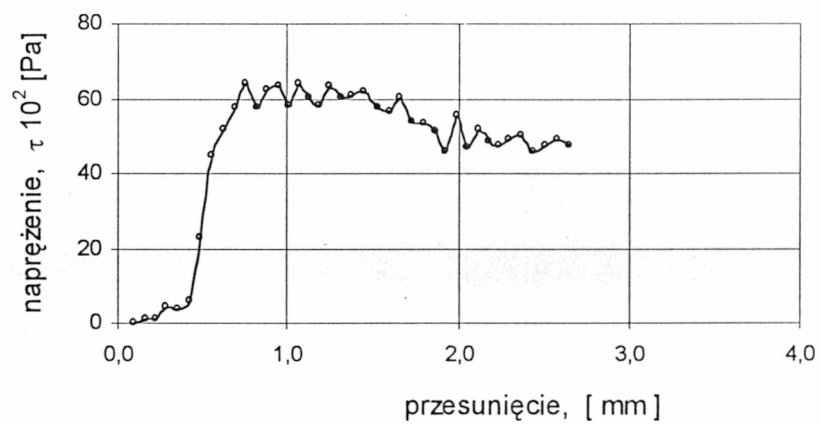
Rys.C13. Nasycenie $S = 0,20$



Rys.C14. Nasycenie $S = 0,13$



Rys.C15. Nasycenie $S = 0,06$

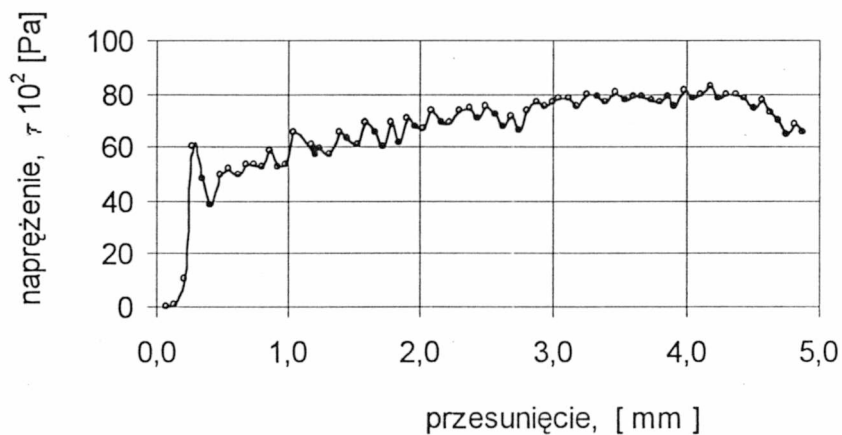


Rys.C16. Nasycenie $S = 0$

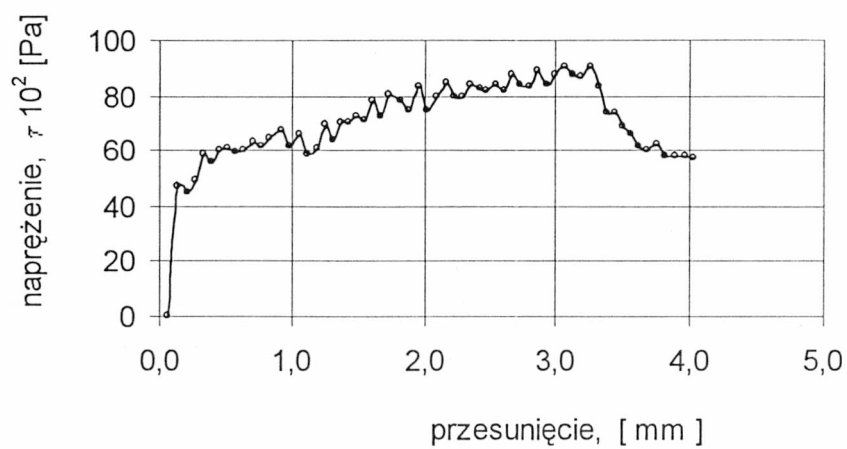
Tablica C1. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla węgla wapnia,
naprężenie normalne $\sigma_n = 47 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	$10^2 [\text{Pa}]$
1	0,00	64,3
2	0,06	83,2
3	0,13	98,0
4	0,20	100,4
5	0,28	117,6
6	0,33	126,0
7	0,37	114,1
8	0,42	120,8
9	0,47	125,3
10	0,54	133,1
11	0,62	123,6
12	0,69	103,9
13	0,76	99,4
14	0,81	79,0
15	0,93	62,5
16	1,00	42,8

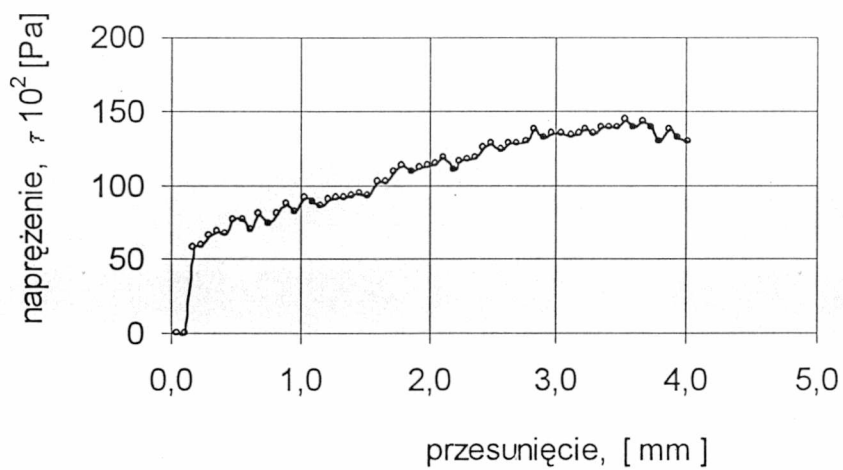
Naprężenie normalne $\sigma_n = 97 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C17 – C29



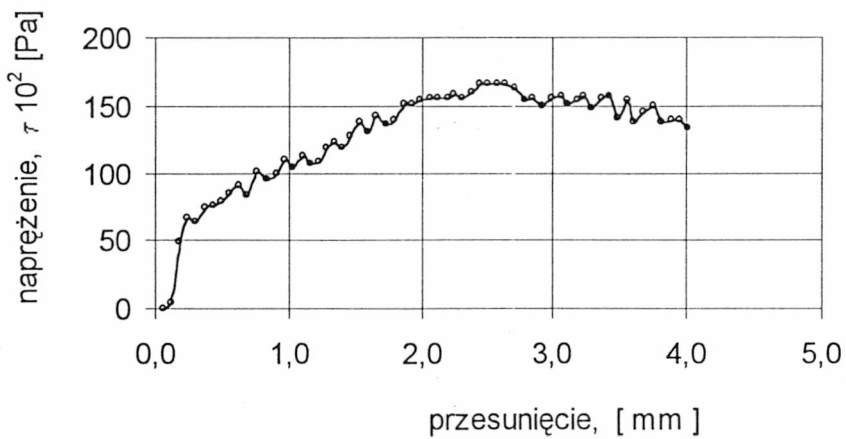
Rys.C17. Nasycenie $S = 1$



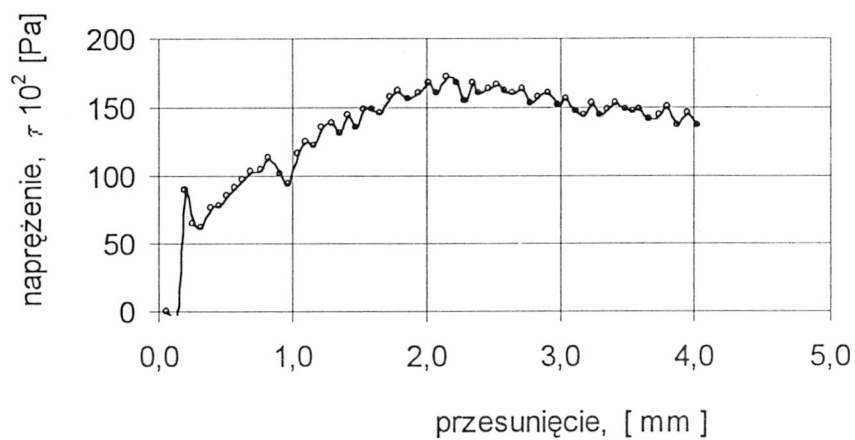
Rys.C18. Nasycenie $S = 0,93$



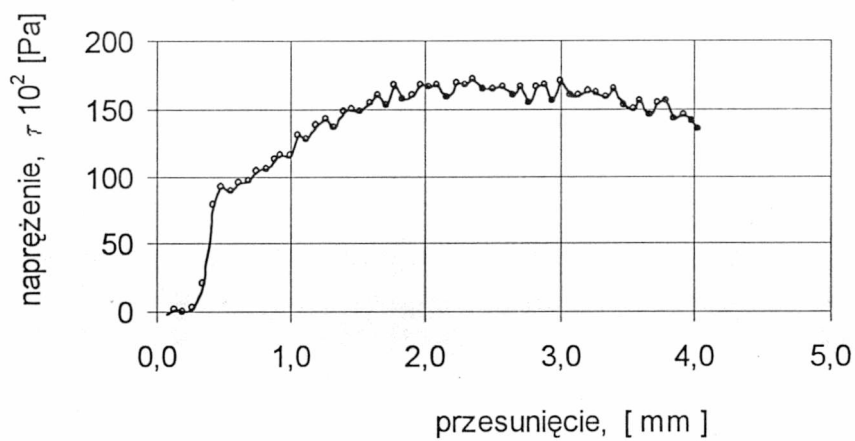
Rys.C19. Nasycenie $S = 0,76$



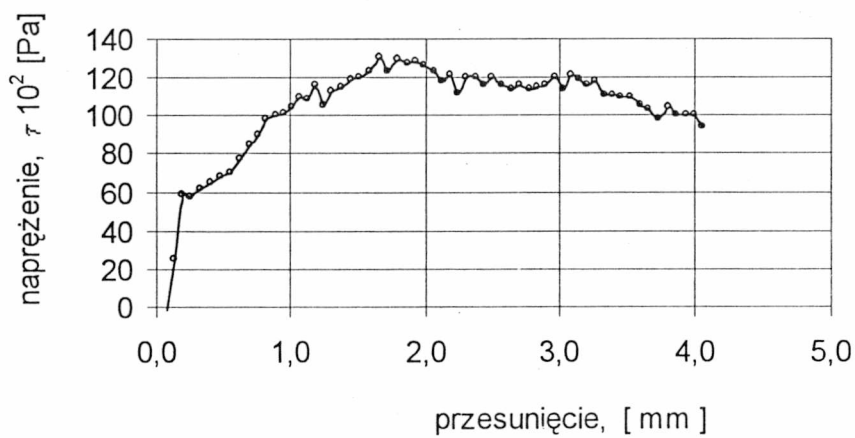
Rys.C20. Nasycenie $S = 0,62$



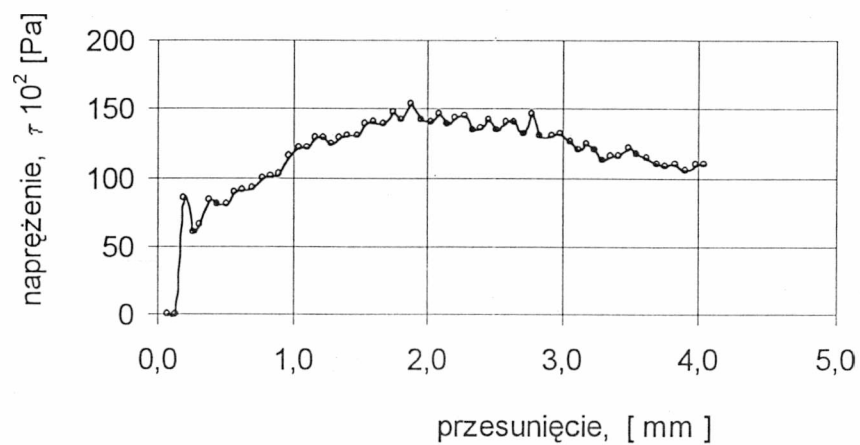
Rys.C21. Nasycenie $S = 0,54$



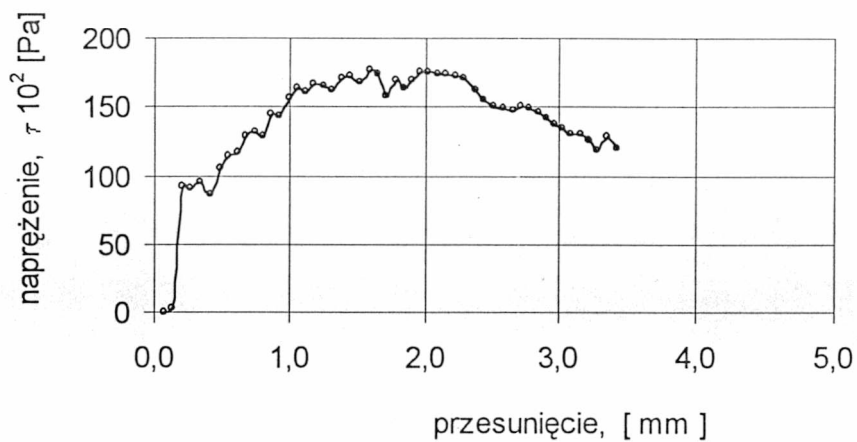
Rys.C22. Nasycenie $S = 0,47$



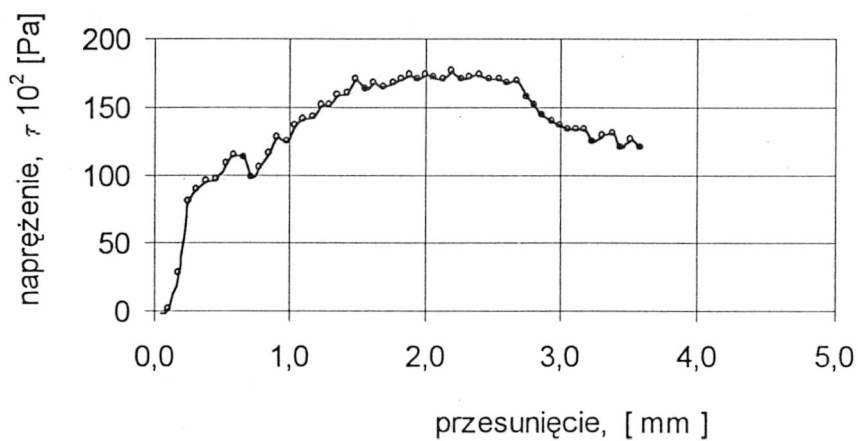
Rys.C23. Nasycenie $S = 0,42$



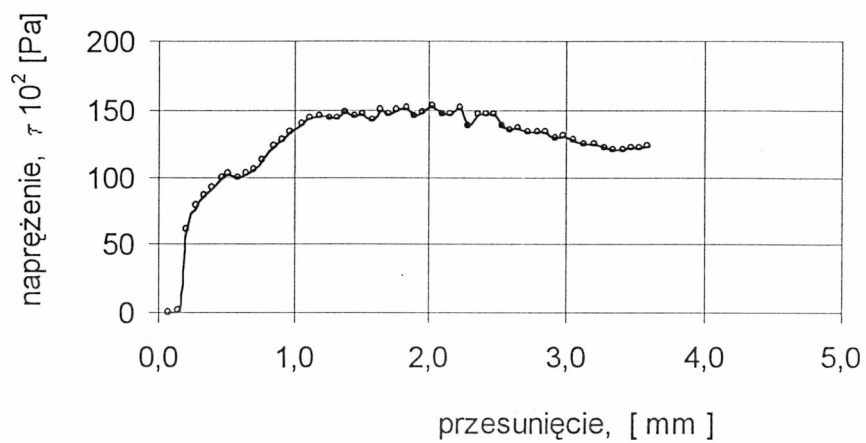
Rys.C24. Nasycenie $S = 0,37$



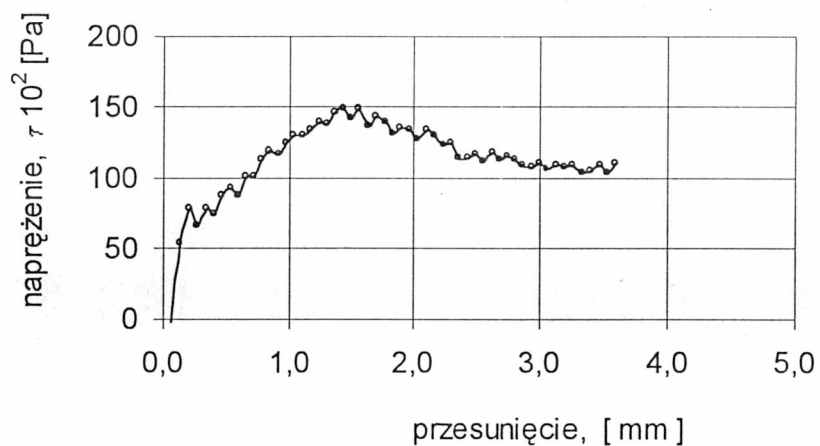
Rys.C25. Nasycenie $S = 0,32$



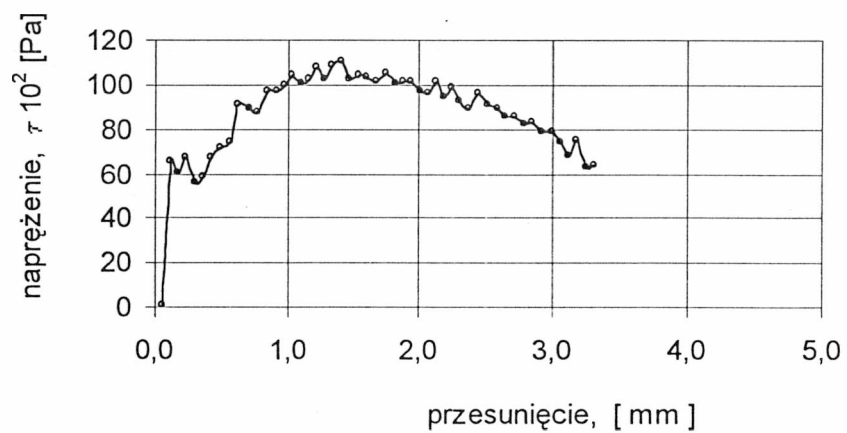
Rys.C26. Nasycenie $S = 0,28$



Rys.C27. Nasycenie $S = 0,20$



Rys.C28. Nasycenie $S = 0,08$

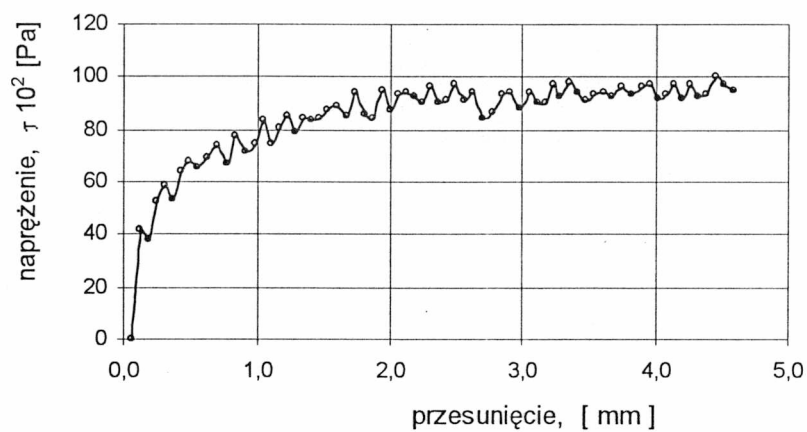


Rys.C29. Nasycenie $S = 0$

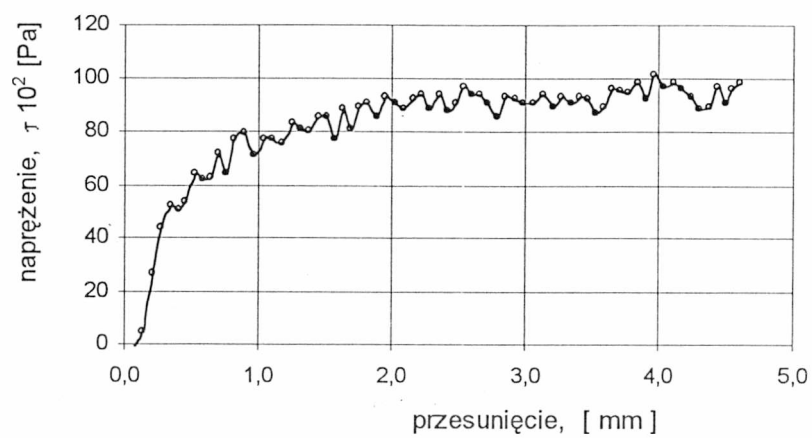
Tablica C2. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla węgla wapnia, naprężenie normalne $\sigma_n = 97 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasylenie	Naprężenie styczne
-	S	τ_i
-	[-]	$10^2 [\text{Pa}]$
1	0,00	112,0
2	0,08	149,2
3	0,20	143,6
4	0,28	172,2
5	0,33	172,9
6	0,37	150,3
7	0,42	131,6
8	0,47	167,9
9	0,54	164,9
10	0,62	161,6
11	0,76	136,6
12	0,93	91,0
13	1,00	86,7

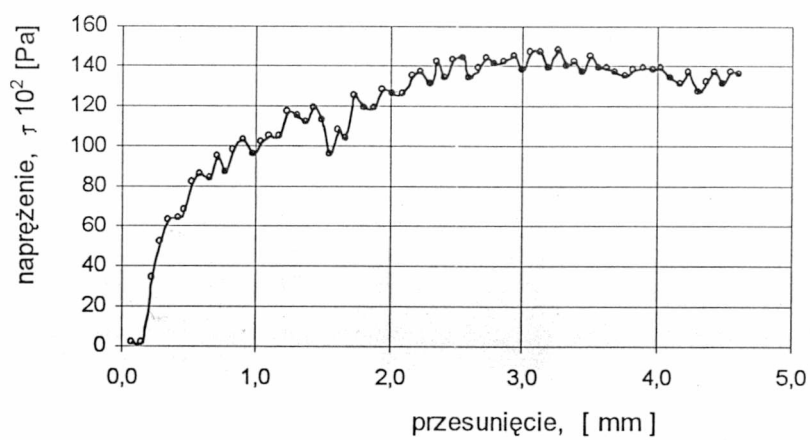
Naprężenie normalne $\sigma_n = 122 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C30 – C43



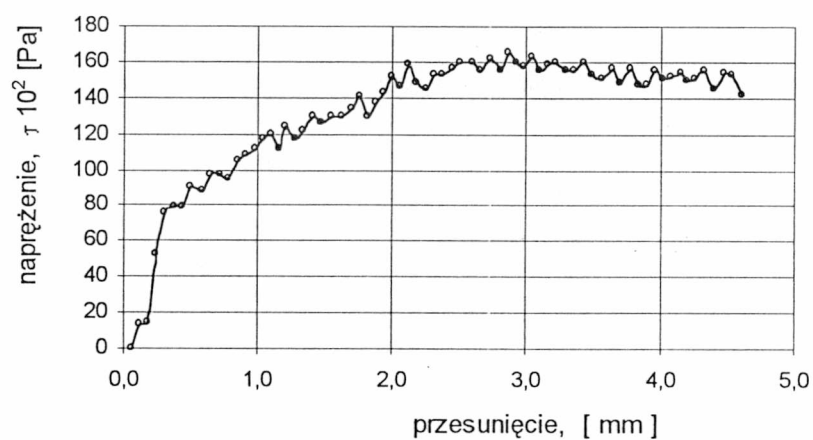
Rys.C30. Nasylenie $S = 1$



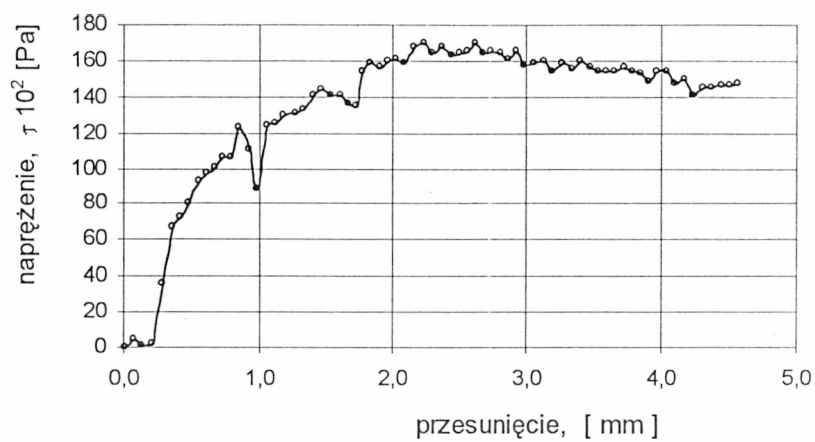
Rys.C31. Nasycenie $S = 0,93$



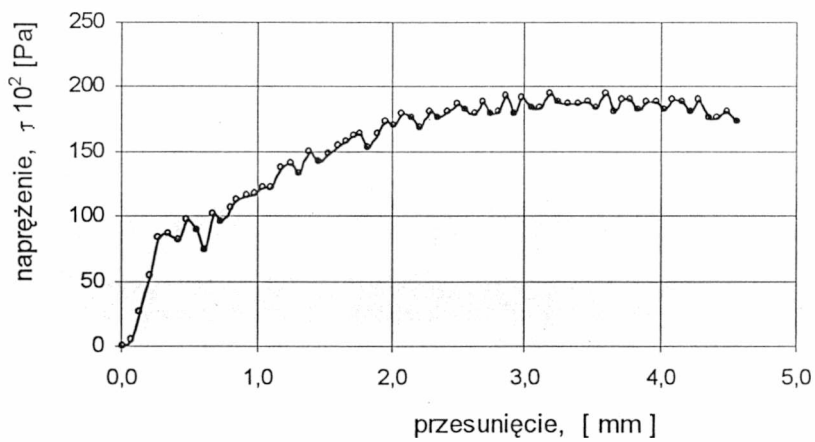
Rys.C32. Nasycenie $S = 0,76$



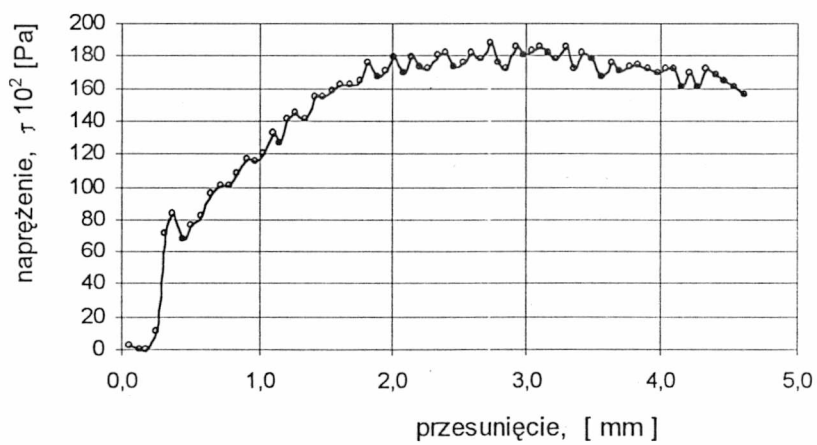
Rys.C33. Nasycenie $S = 0,69$



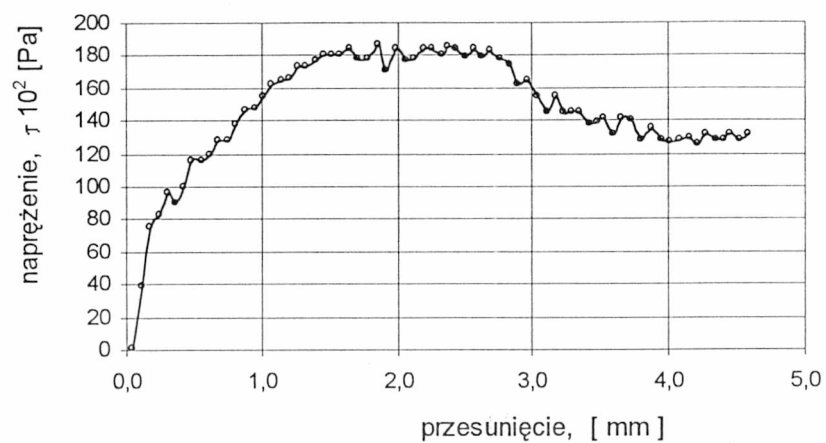
Rys.C34. Nasycenie $S = 0,62$



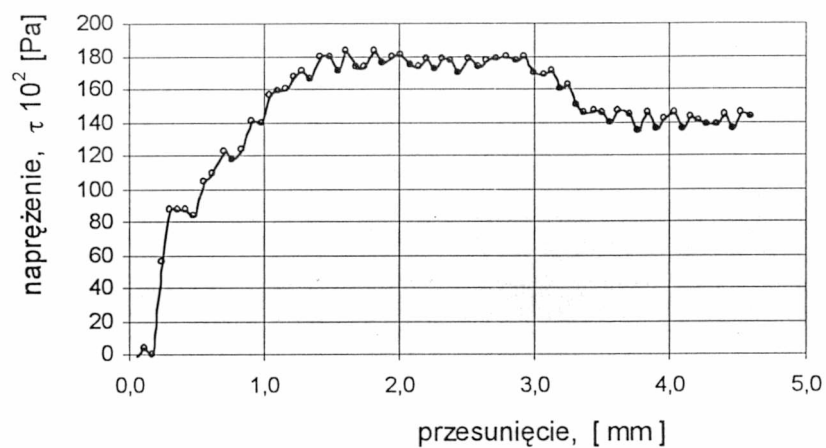
Rys.C35. Nasycenie $S = 0,54$



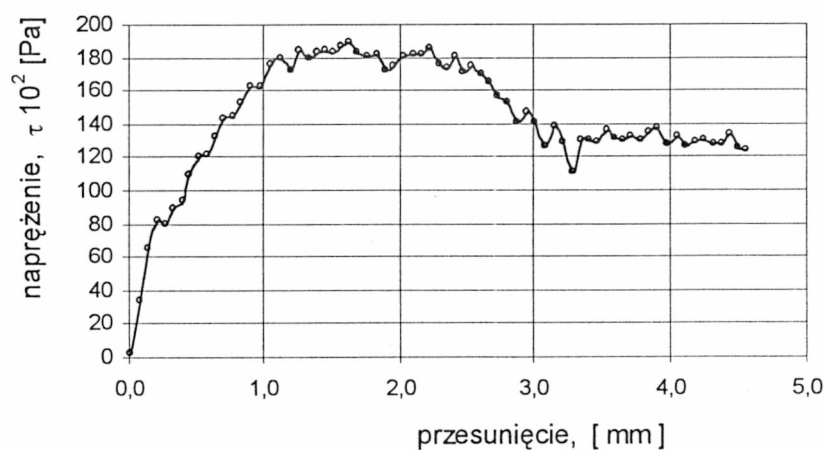
Rys.C36. Nasycenie $S = 0,47$



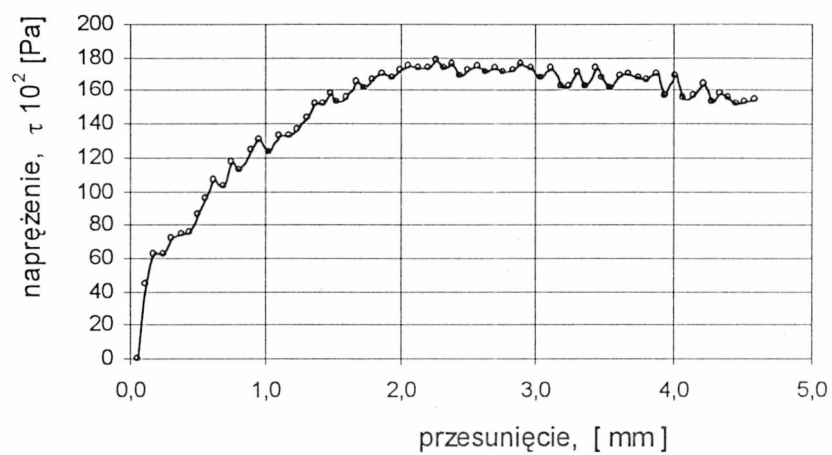
Rys.C37. Nasycenie $S = 0,42$



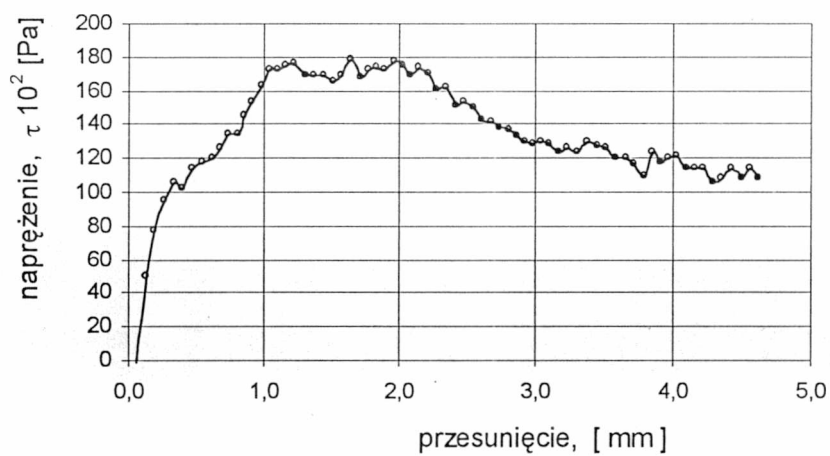
Rys.C38. Nasycenie $S = 0,37$



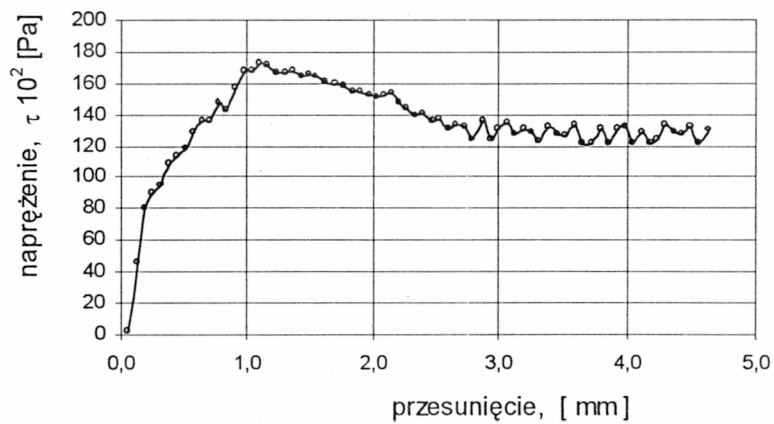
Rys.C39. Nasycenie $S = 0,33$



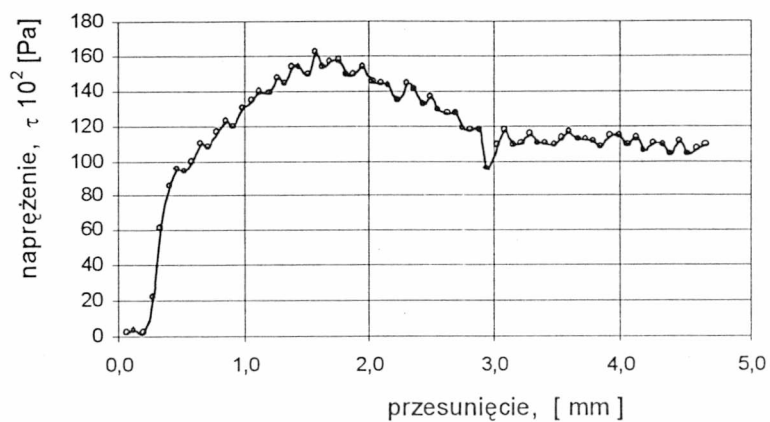
Rys.C40. Nasycenie $S = 0,28$



Rys.C41. Nasycenie $S = 0,20$



Rys.C42. Nasycenie $S = 0,10$

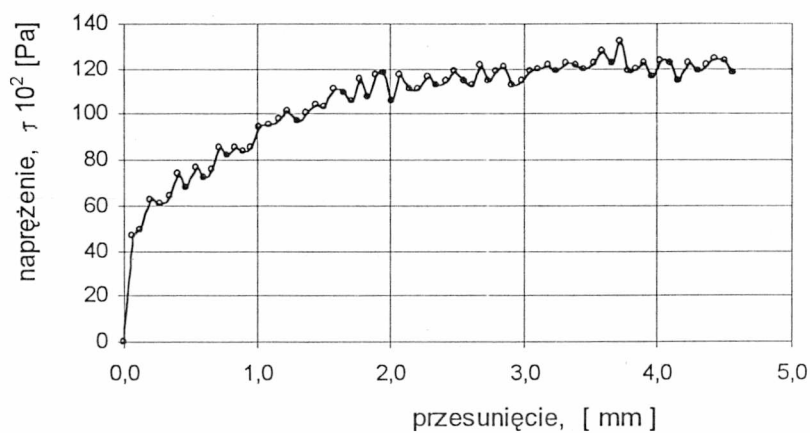


Rys.C43. Nasycenie $S = 0,06$

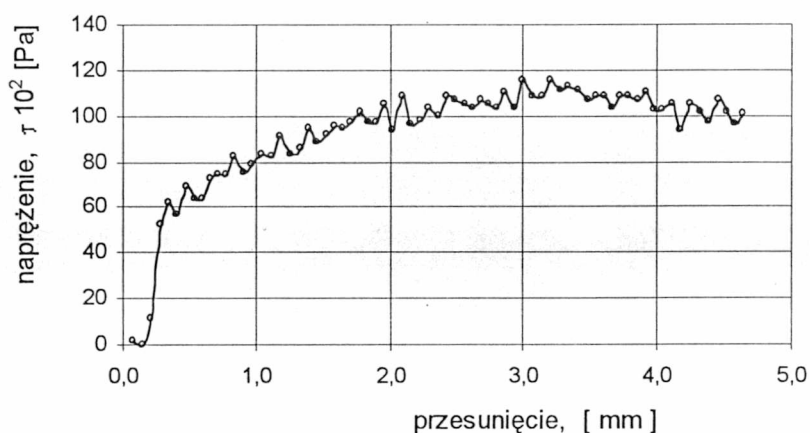
Tablica C3. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla węglańu wapnia, napężenie normalne $\sigma_n = 122 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0,0	148,0
2	0,06	161,7
3	0,10	172,7
4	0,20	178,3
5	0,28	179,0
6	0,33	189,6
7	0,37	183,6
8	0,42	186,1
9	0,47	187,8
10	0,54	194,5
11	0,62	169,9
12	0,69	165,3
13	0,76	147,8
14	0,93	105,7
15	1,00	100,4

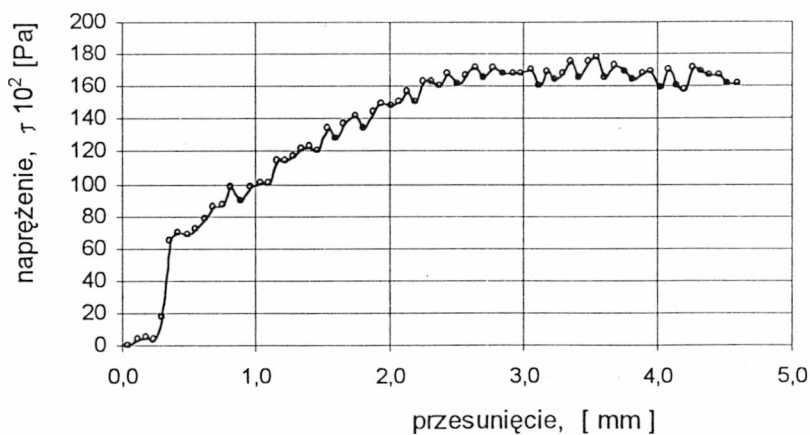
Naprężenie normalne $\sigma_n = 152 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C44 – C59



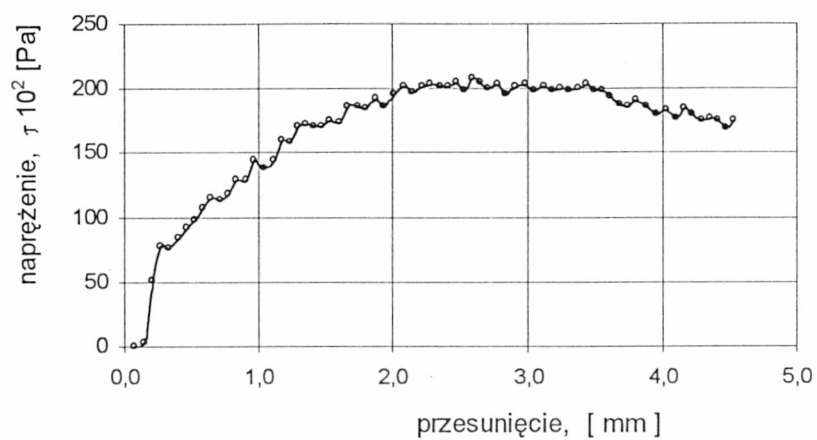
Rys.C44. Nasycenie $S = 1$



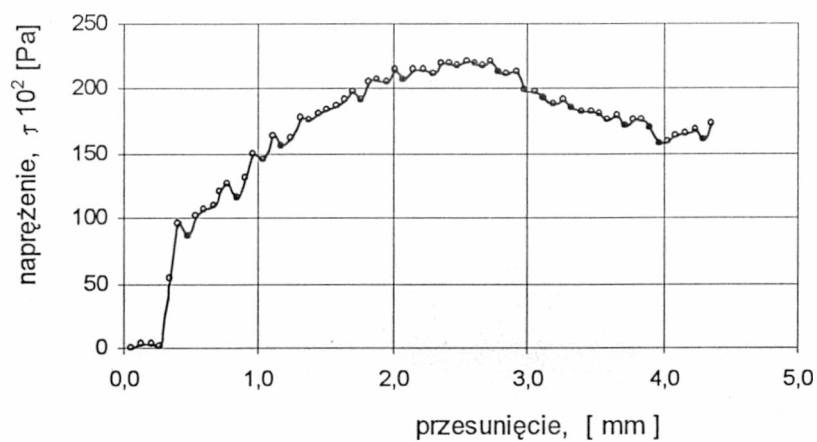
Rys.C45. Nasycenie $S = 0,93$



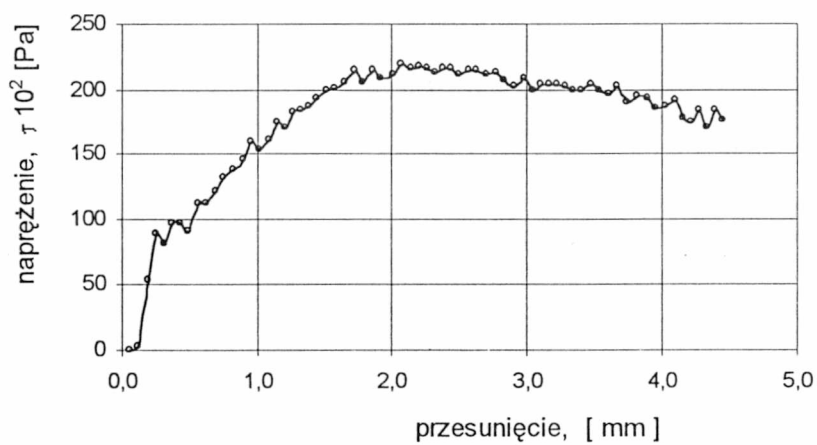
Rys.C46. Nasycenie $S = 0,76$



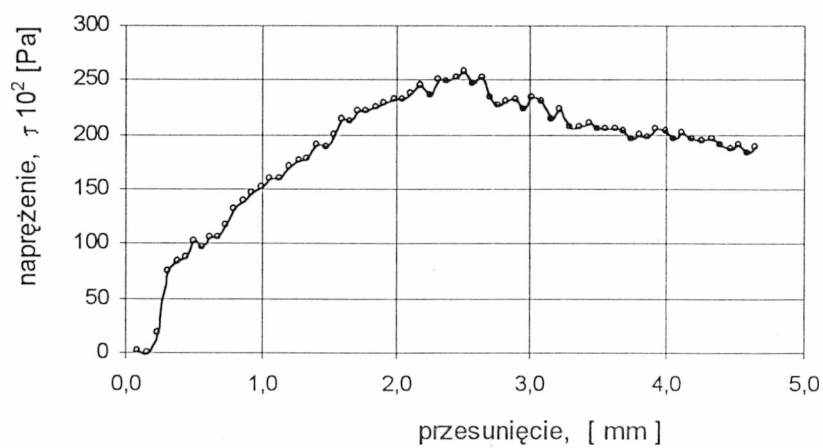
Rys.C47. Nasycenie $S = 0,69$



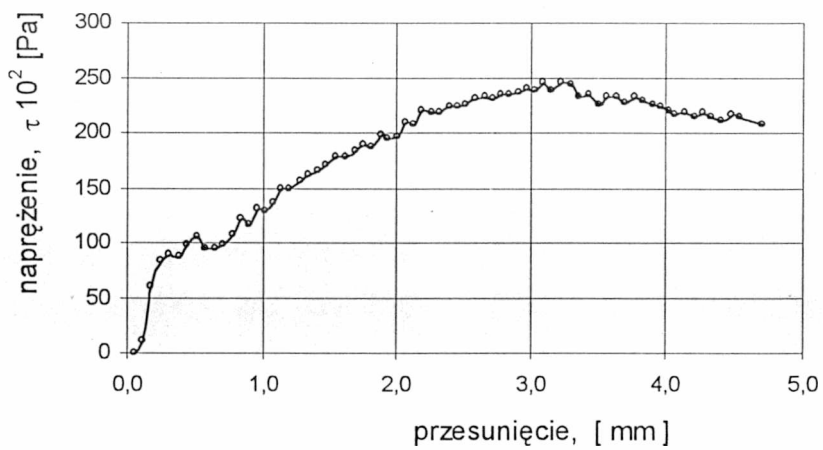
Rys.C48. Nasycenie $S = 0,62$



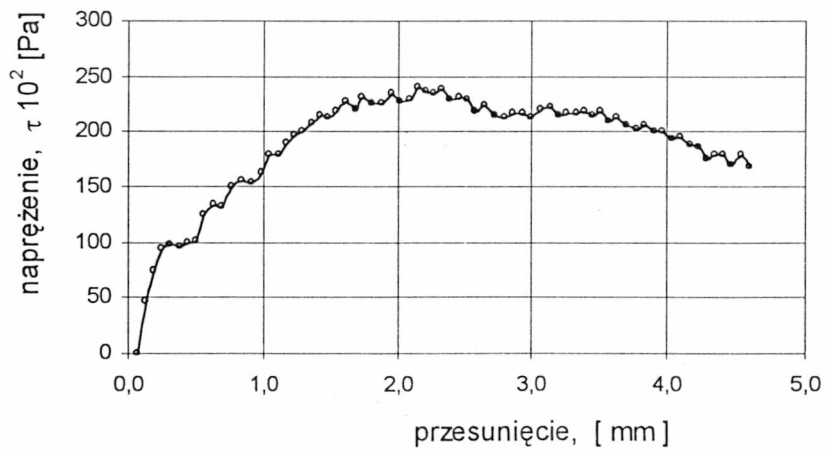
Rys.C49. Nasycenie $S = 0,54$



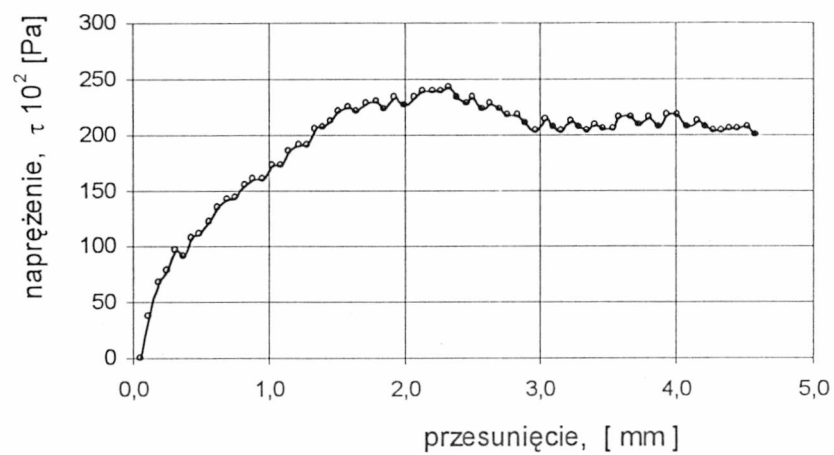
Rys.C50. Nasycenie $S = 0,47$



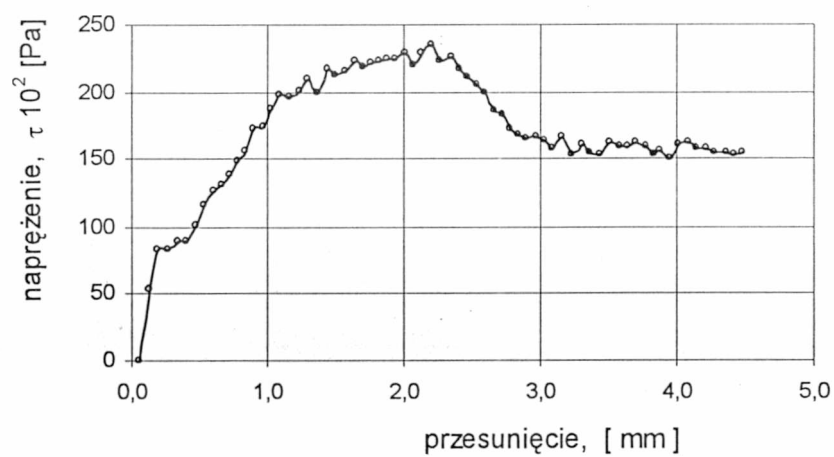
Rys.C51. Nasycenie $S = 0,42$



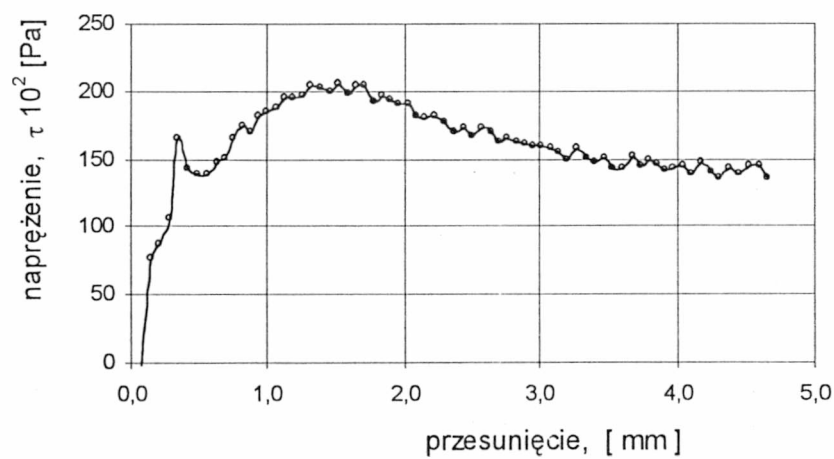
Rys.C52. Nasycenie $S = 0,37$



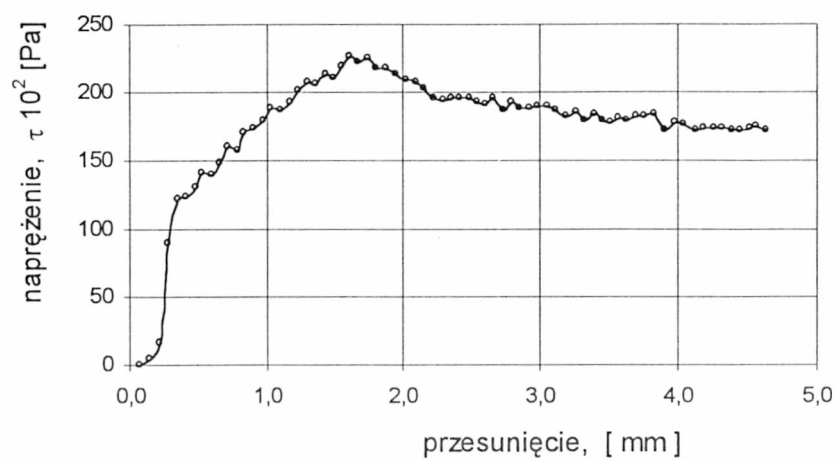
Rys.C53. Nasycenie $S = 0,32$



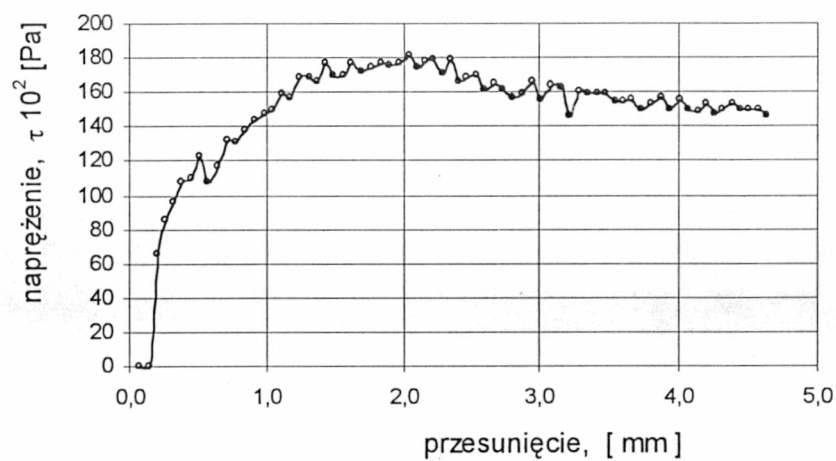
Rys.C54. Nasycenie $S = 0,28$



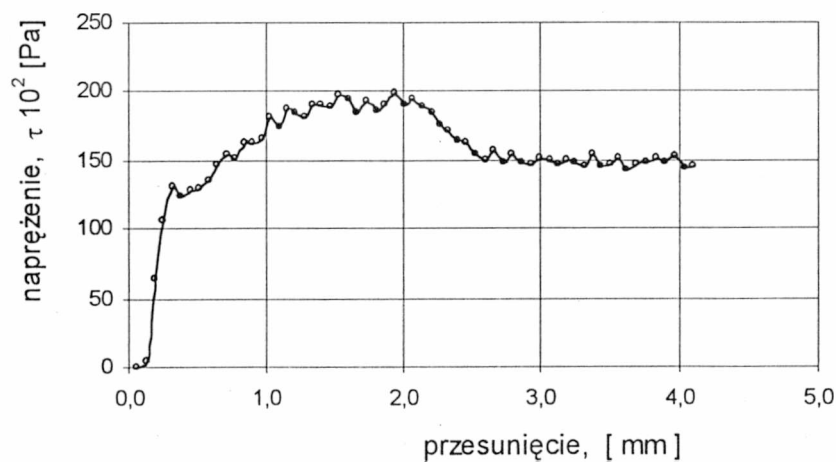
Rys.C55. Nasycenie $S = 0,20$



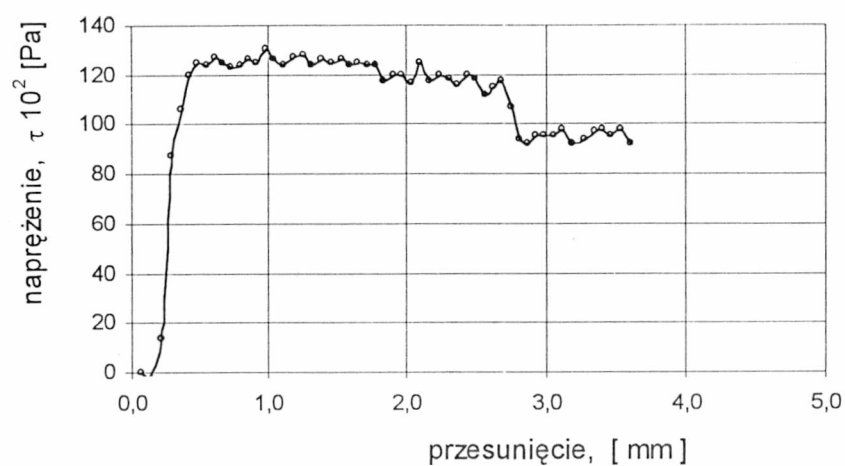
Rys.C56. Nasycenie $S = 0,16$



Rys.C57. Nasycenie $S = 0,08$



Rys.C58. Nasycenie $S = 0,05$



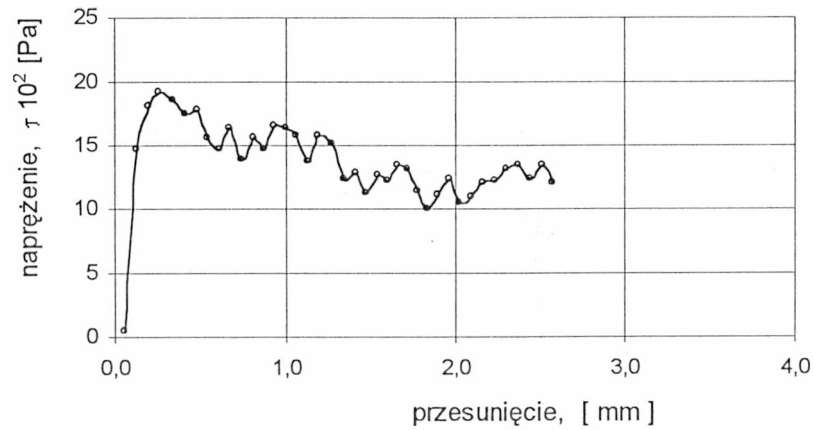
Rys.C59. Nasycenie $S = 0$

Tablica C4. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla węgla wapnia, naprężenie normalne $\sigma_n = 152 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

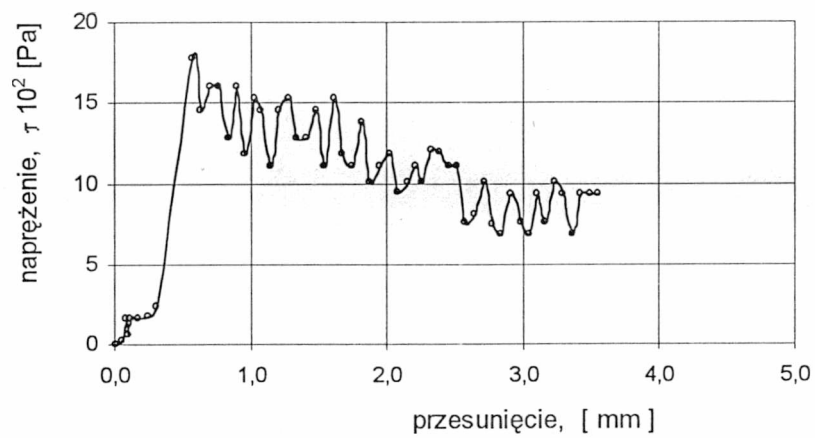
Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0,0	130,6
2	0,05	181,8
3	0,07	198,7
4	0,16	226,4
5	0,20	205,7
6	0,28	234,8
7	0,33	242,6
8	0,37	239,8
9	0,42	245,0
10	0,47	257,3
11	0,54	218,7
12	0,62	220,1
13	0,69	207,5
14	0,76	177,3
15	0,93	115,9
16	1,00	132,0

Charakterystyki ścinania kulek szklanych,

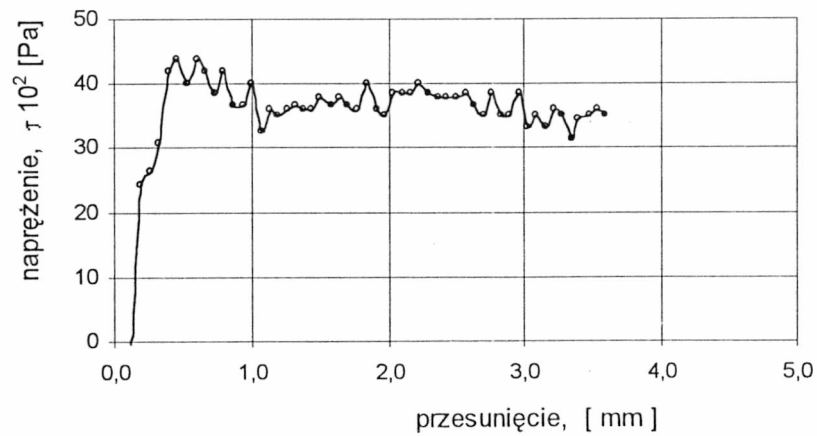
Naprężenie normalne $\sigma_n = 0$ Pa, rysunki C60 – C72



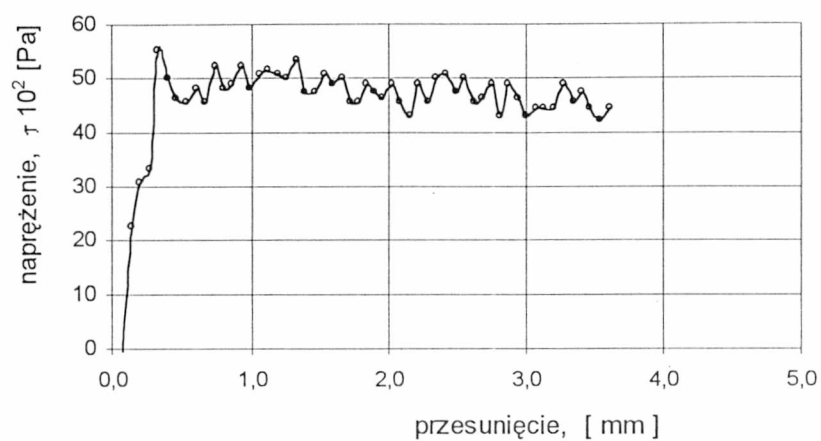
Rys.C60. Nasycenie $S = 1$



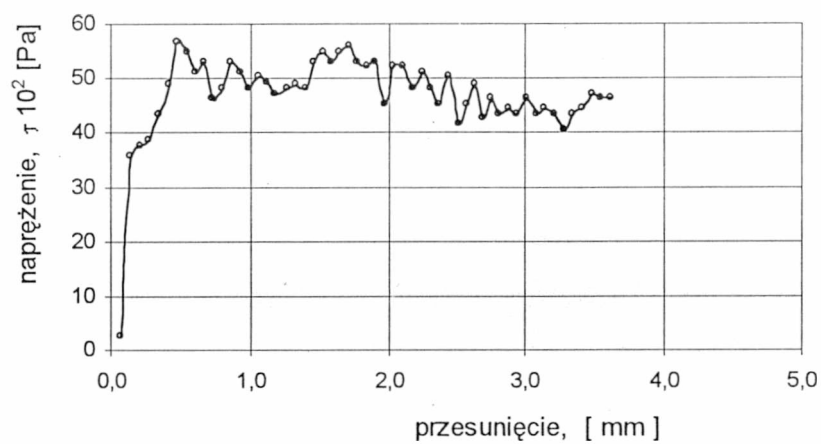
Rys.C61. Nasycenie $S = 0,95$



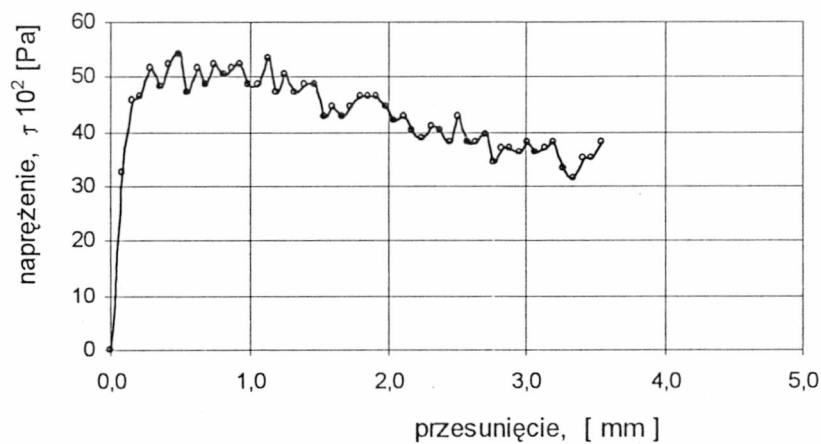
Rys.C62. Nasycenie $S = 0,92$



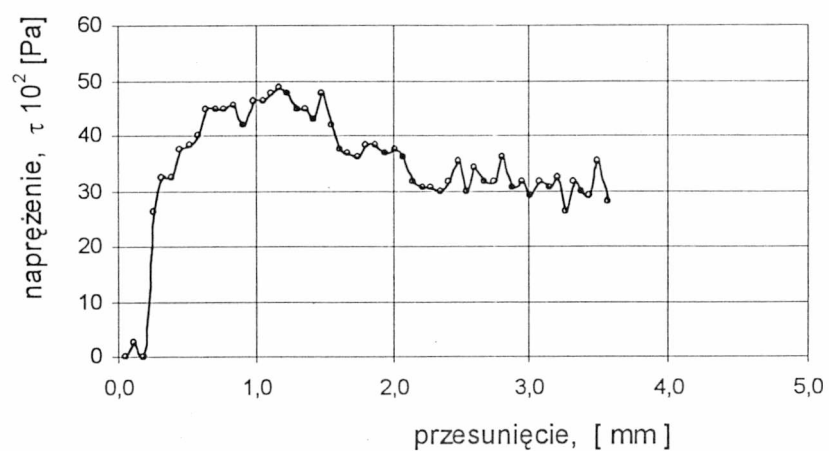
Rys.C63. Nasycenie $S = 0,84$



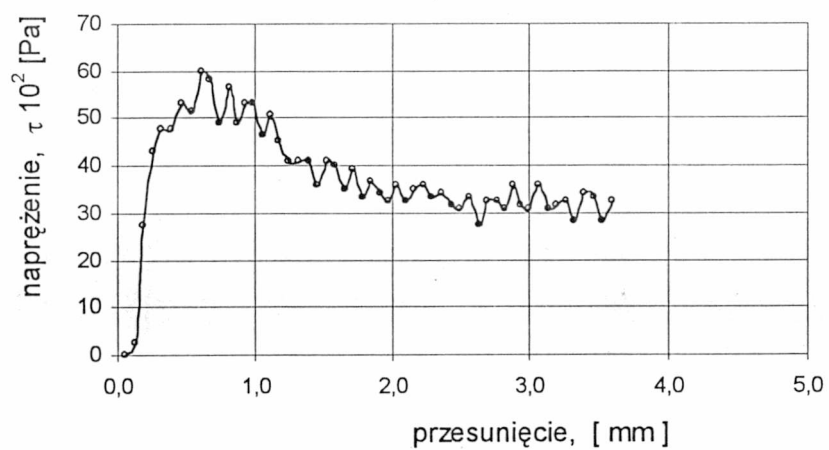
Rys.C64. Nasycenie $S = 0,74$



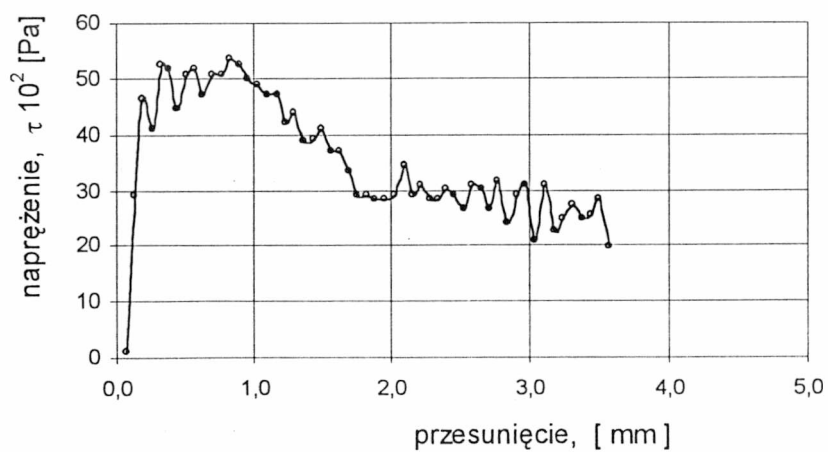
Rys.C65. Nasycenie $S = 0,57$



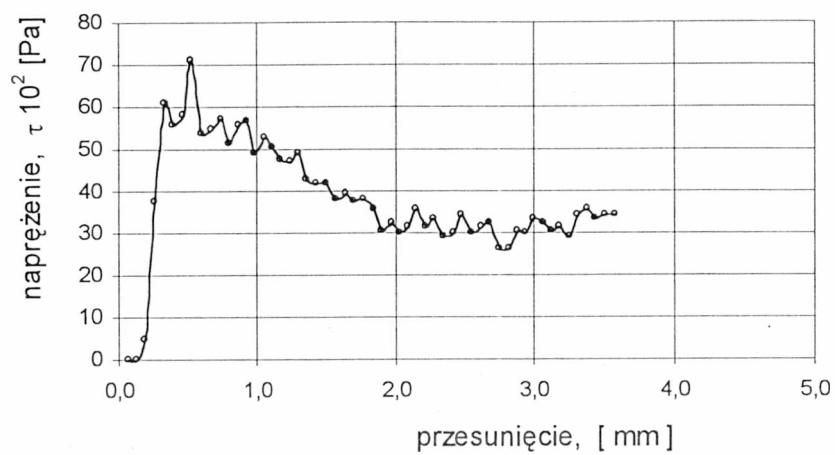
Rys.C66. Nasycenie $S = 0,48$



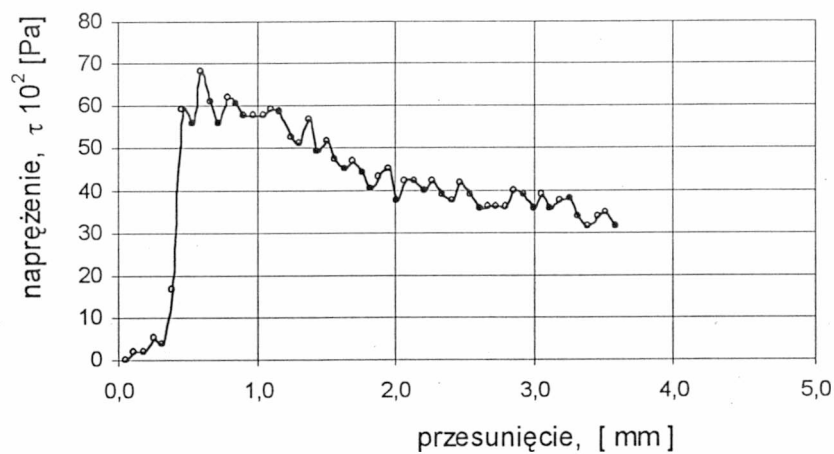
Rys.C67. Nasycenie $S = 0,40$



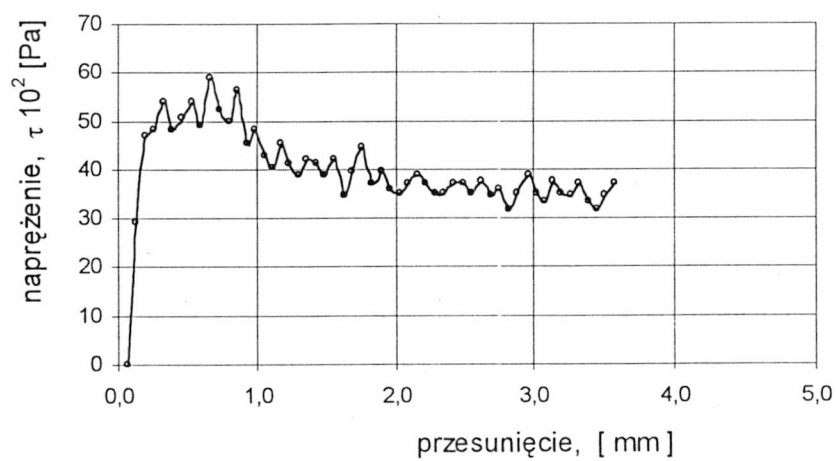
Rys.C68. Nasycenie $S = 0,38$



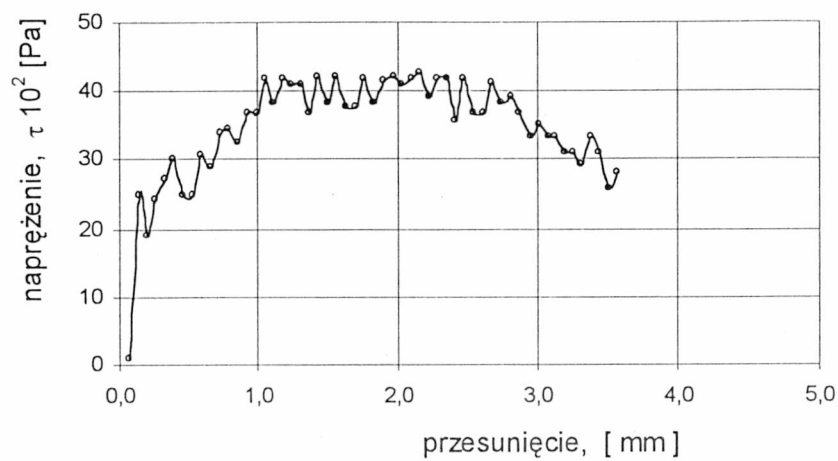
Rys.C69. Nasycenie $S = 0,33$



Rys.C70. Nasycenie $S = 0,30$



Rys.C71. Nasycenie $S = 0,26$

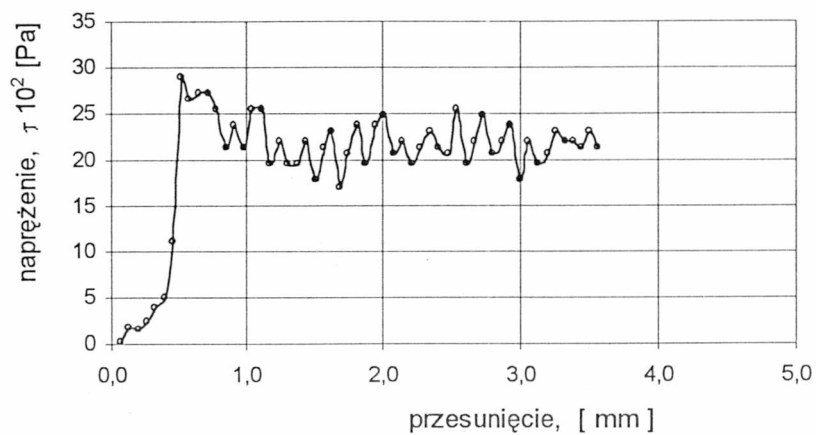


Rys.C72. Nasycenie $S = 0,06$

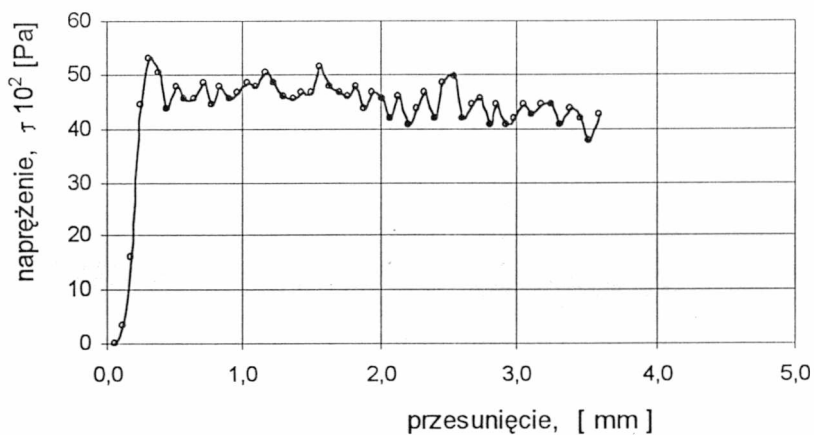
Tablica C5. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla kulek szklanych, naprężenie normalne $\sigma_n = 0$ Pa

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0,06	41,0
2	0,26	59,0
3	0,30	68,1
4	0,33	70,9
5	0,38	53,4
6	0,40	60,0
7	0,48	48,8
8	0,57	54,1
9	0,74	56,5
10	0,84	55,1
11	0,92	43,7
12	0,95	17,8
13	1,00	19,2

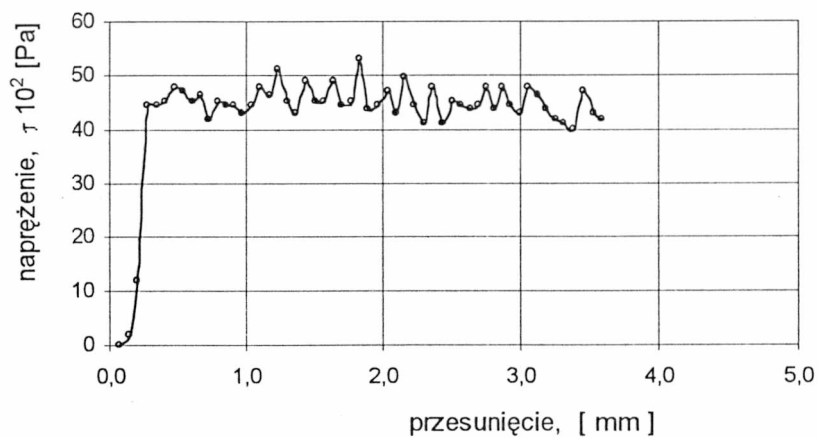
Napężenie normalne $\sigma_n = 47 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C73 – C86



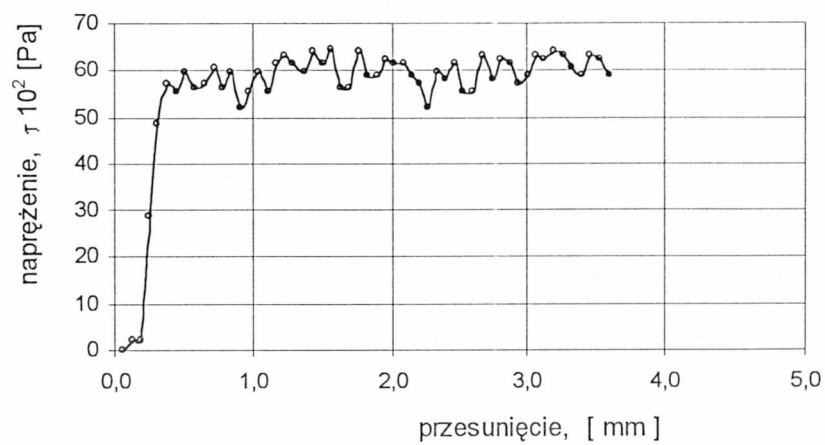
Rys.C73. Nasycenie $S = 1$



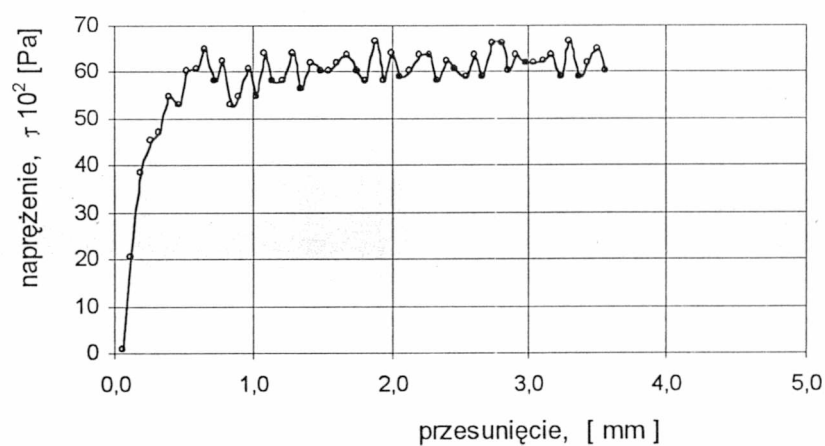
Rys.C74. Nasycenie $S = 0,95$



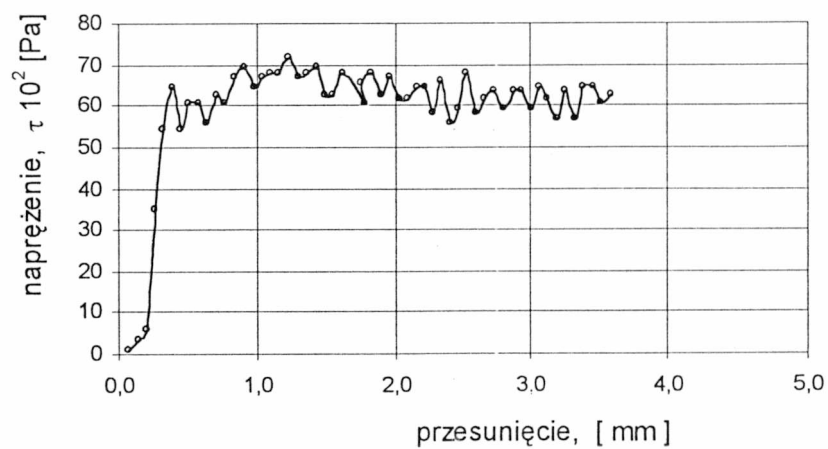
Rys.C75. Nasycenie $S = 0,92$



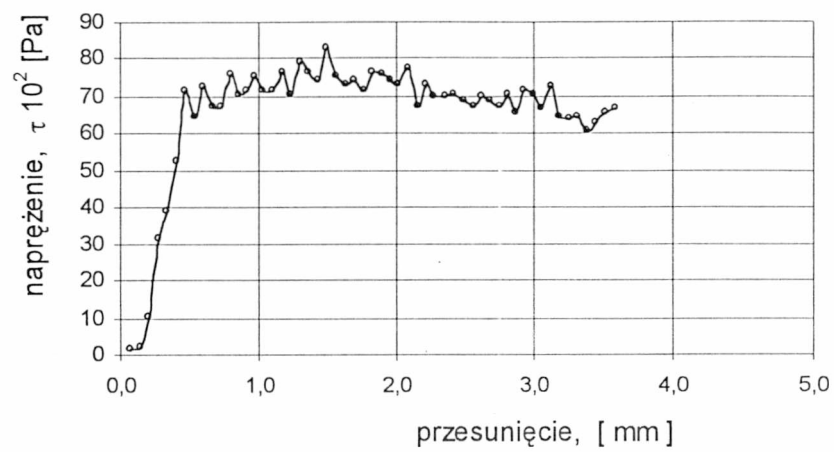
Rys.C76. Nasycenie $S = 0,84$



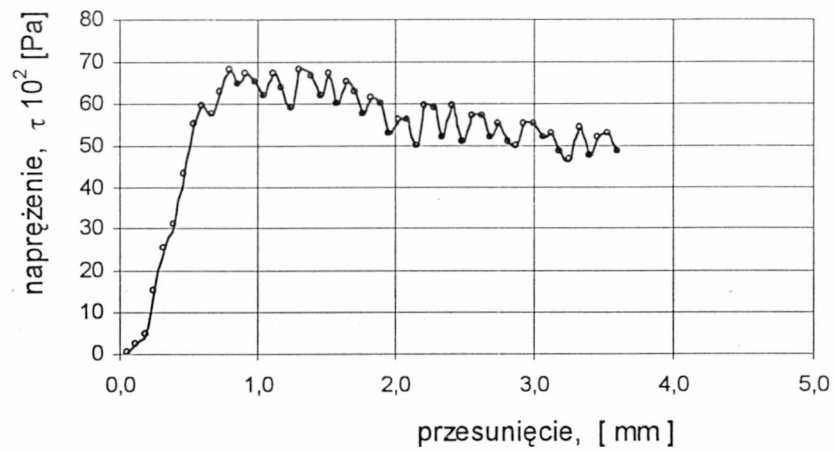
Rys.C77. Nasycenie $S = 0,74$



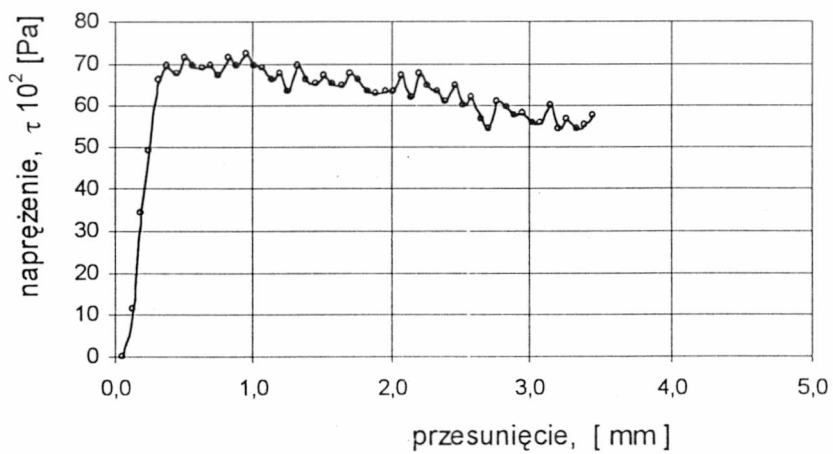
Rys.C78. Nasycenie $S = 0,57$



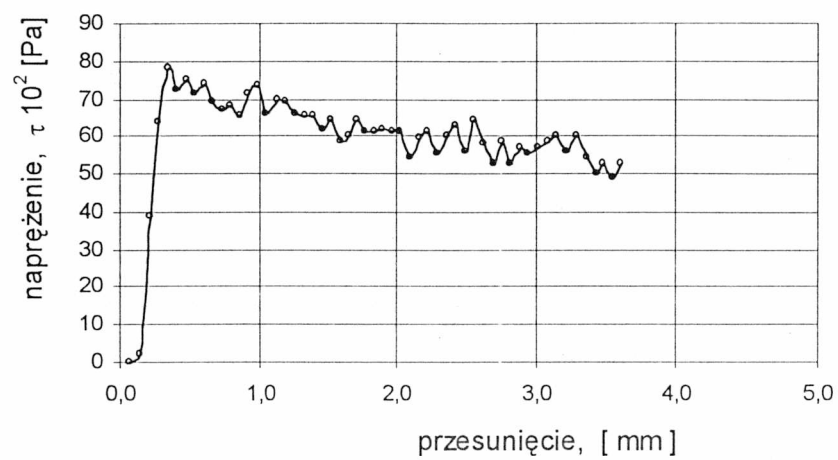
Rys.C79. Nasycenie $S = 0,48$



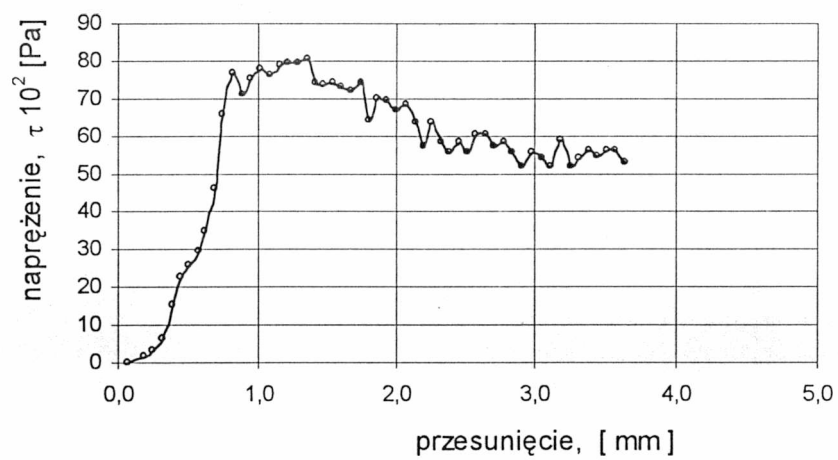
Rys.C80. Nasycenie $S = 0,40$



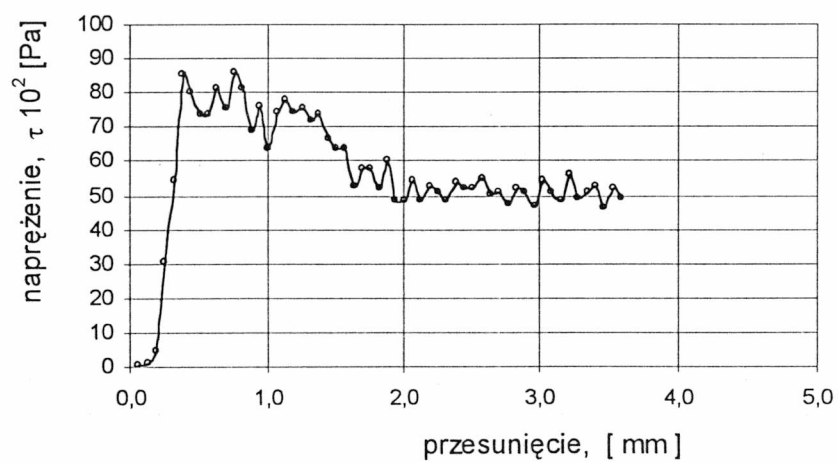
Rys.C81. Nasycenie $S = 0,38$



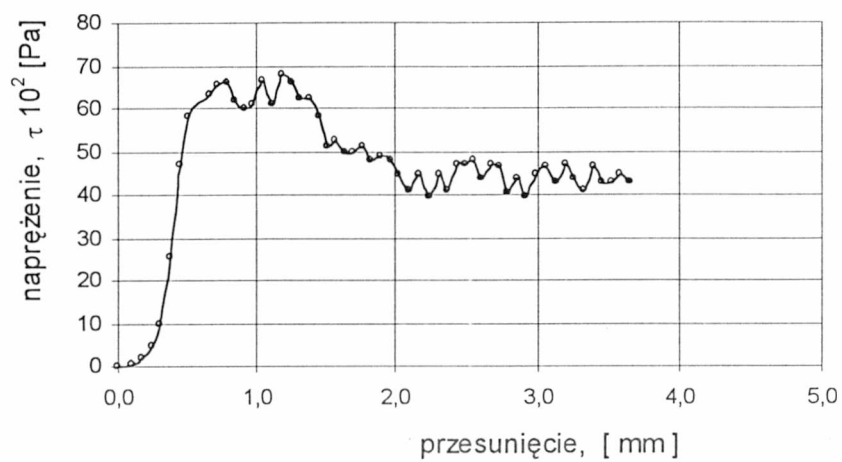
Rys.C82. Nasycenie $S = 0,33$



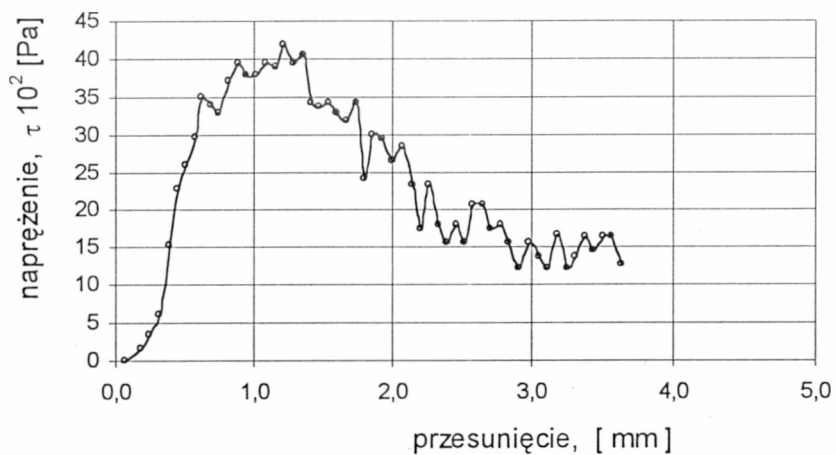
Rys.C83. Nasycenie $S = 0,30$



Rys.C84. Nasycenie $S = 0,26$



Rys.C85. Nasycenie $S = 0,06$

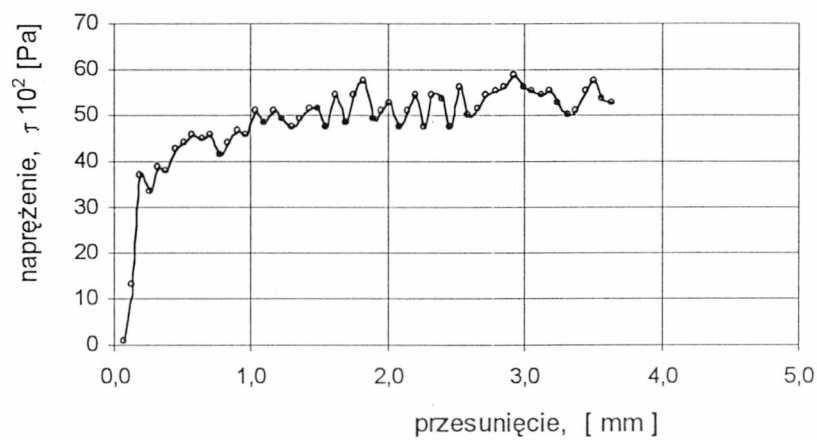


Rys.C86. Nasycenie $S = 0$

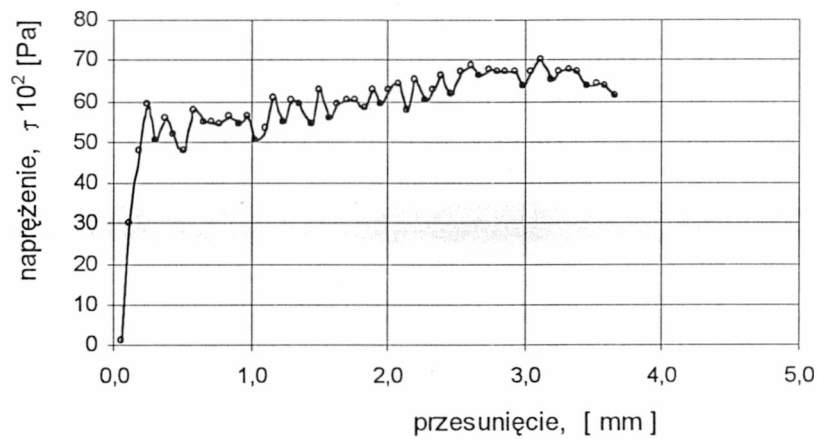
Tablica C6. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla kulek szklanych ,
naprężenie normalne $\sigma_n = 47 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0	42,0
2	0,06	67,0
3	0,26	86,1
4	0,30	80,5
5	0,33	78,2
6	0,38	72,3
7	0,40	67,8
8	0,48	82,9
9	0,57	72,0
10	0,74	66,7
11	0,84	67,4
12	0,92	53,0
13	0,95	53,0
14	1,00	29,0

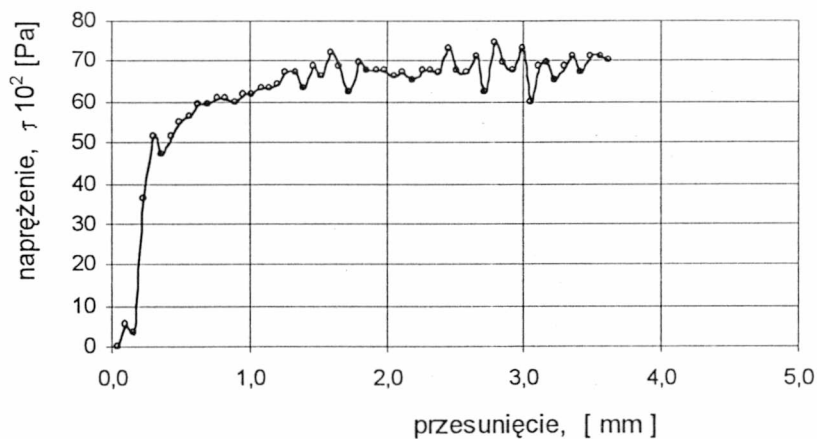
Napężenie normalne $\sigma_n = 97 \cdot 10^2 \text{Pa}$, rysunki C87 – C100



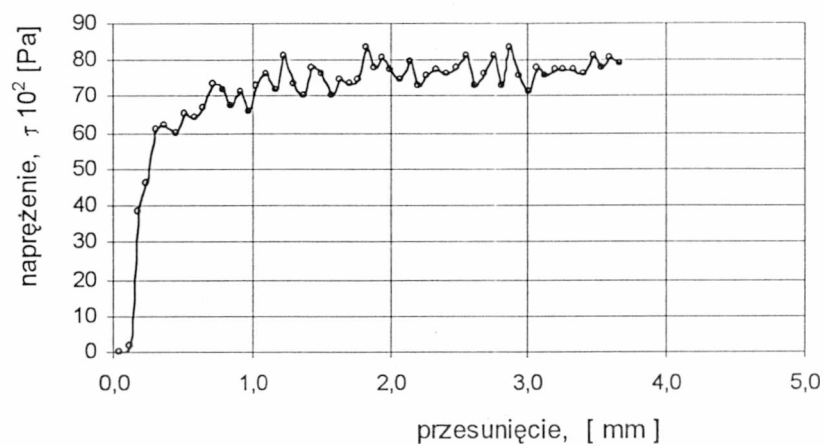
Rys.C87. Nasycenie $S = 1$



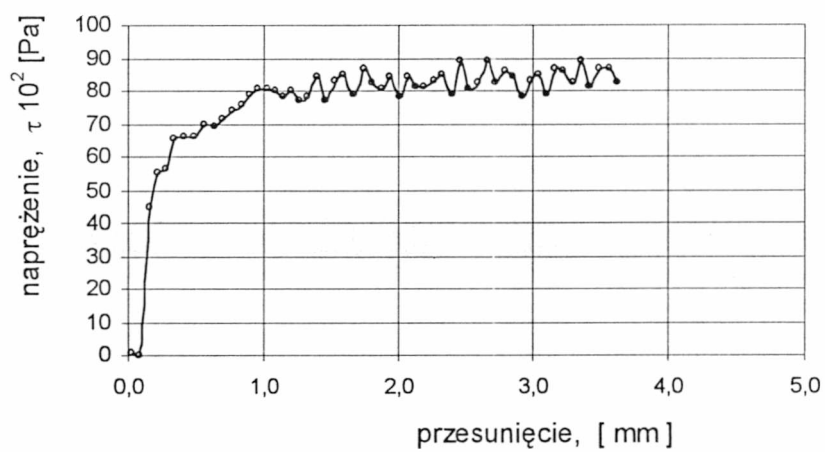
Rys.C88. Nasycenie $S = 0,95$



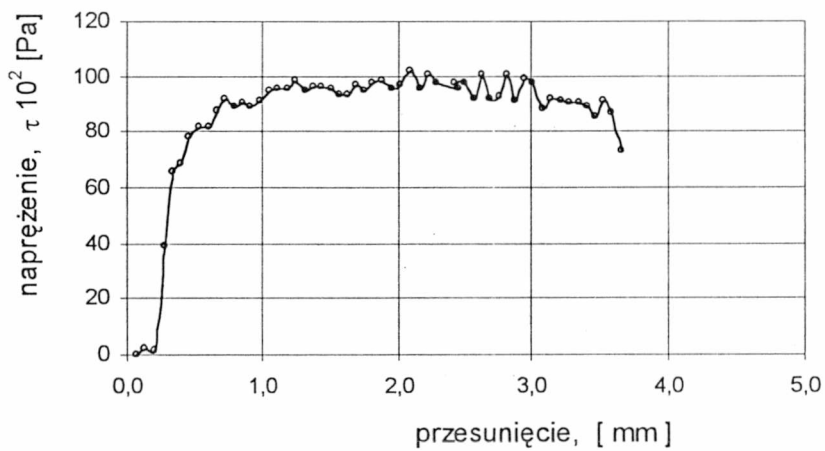
Rys.C89. Nasycenie $S = 0,92$



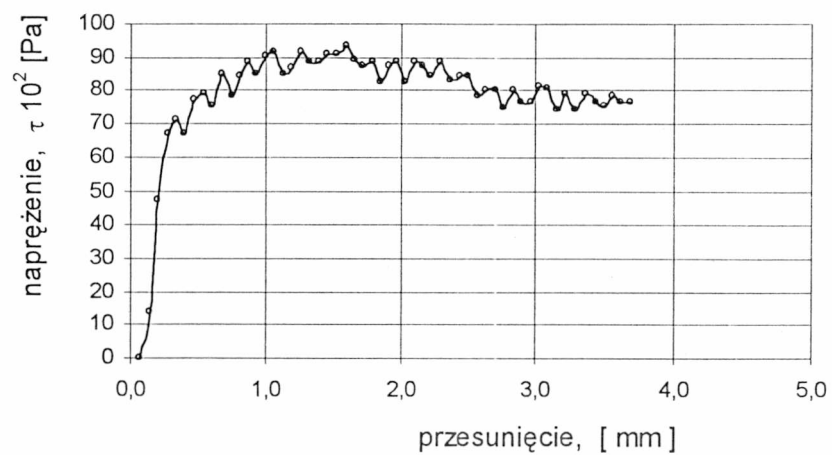
Rys.C90. Nasycenie $S = 0,84$



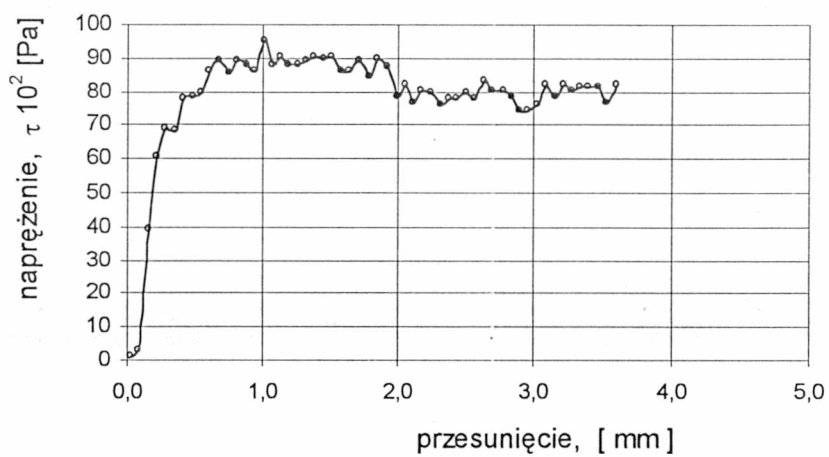
Rys.C91. Nasycenie $S = 0,74$



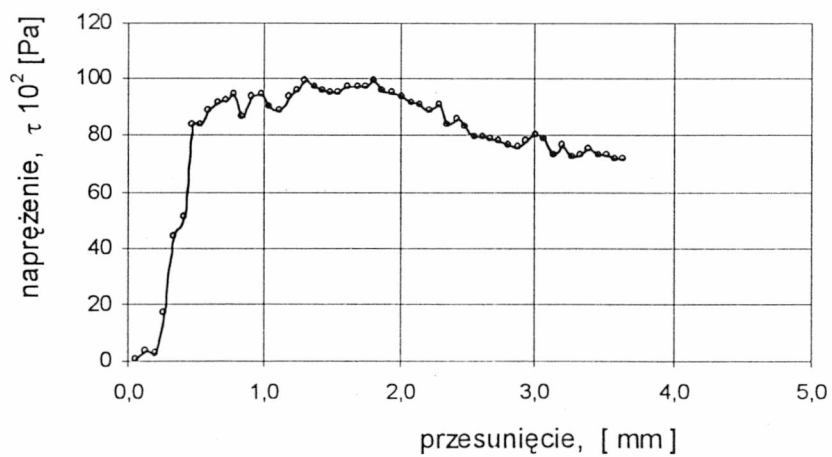
Rys.C92. Nasycenie $S = 0,57$



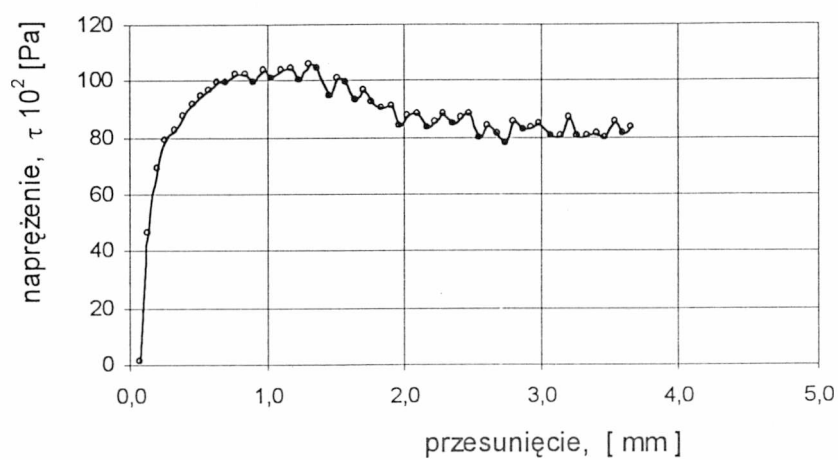
Rys.C93. Nasycenie $S = 0,48$



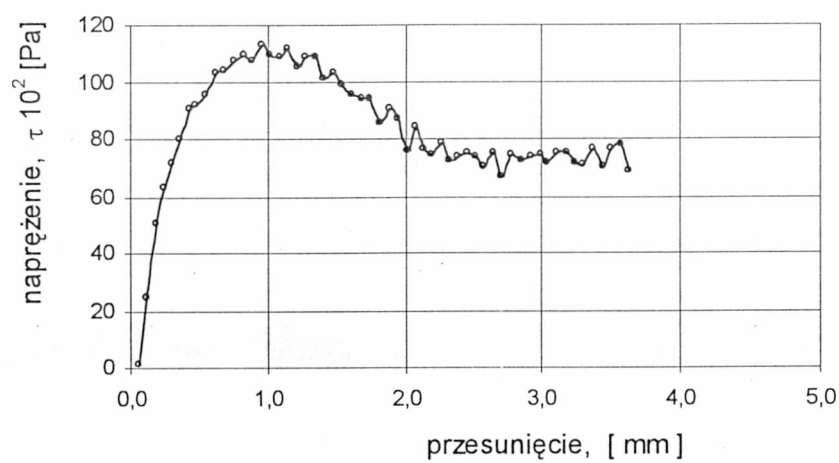
Rys.C94. Nasycenie $S = 0,40$



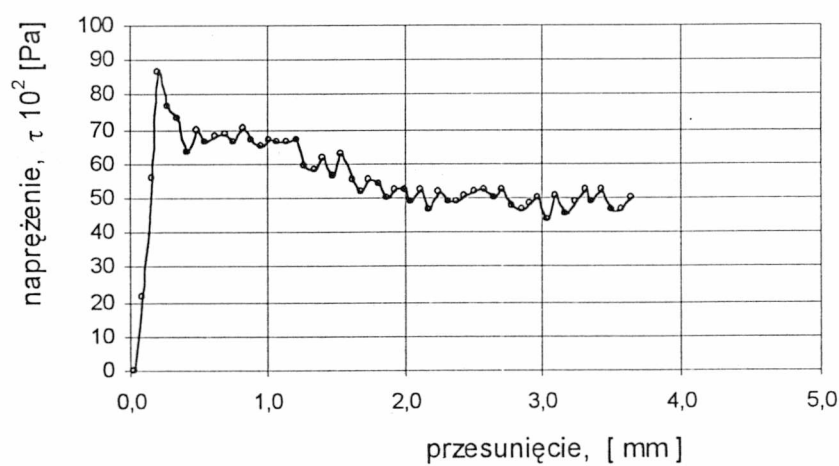
Rys.C95. Nasycenie $S = 0,38$



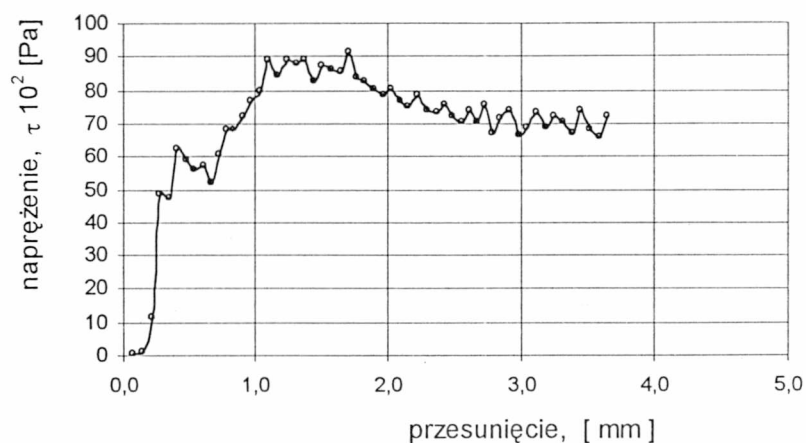
Rys.C96. Nasycenie $S = 0,33$



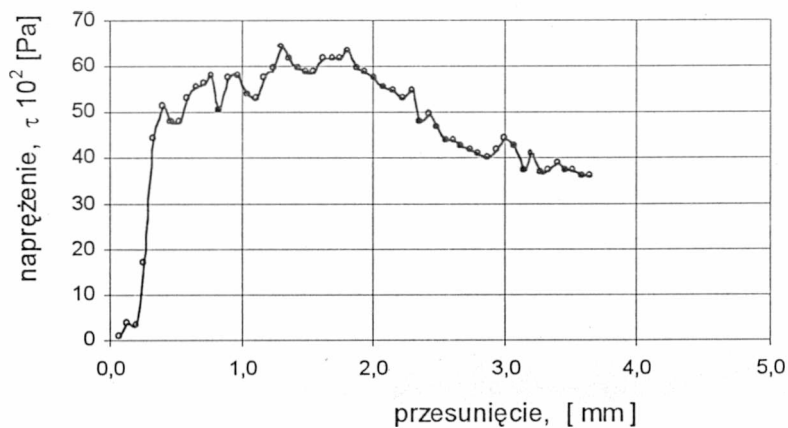
Rys.C97. Nasycenie $S = 0,30$



Rys.C98. Nasycenie $S = 0,26$



Rys.C99. Nasycenie $S = 0,06$

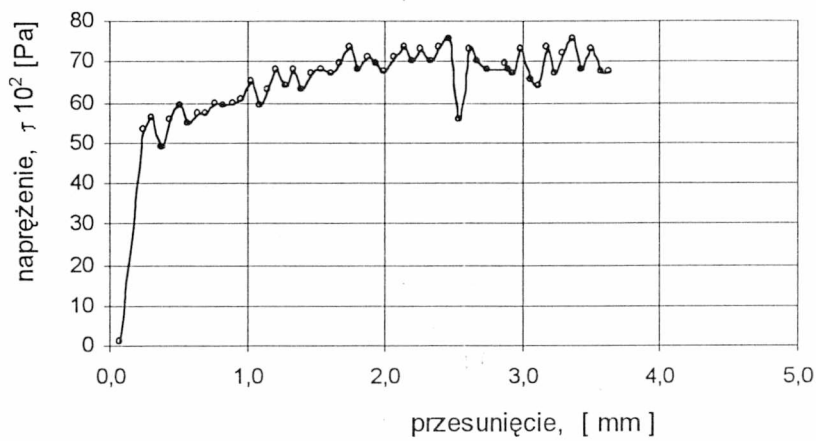


Rys.C100. Nasycenie $S = 0$

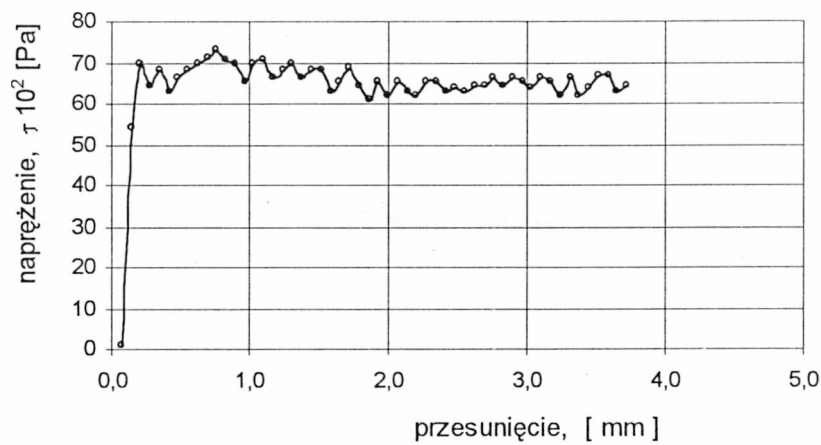
Tablica C7. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla kulek szklanych,
napężenie normalne $\sigma_n = 97 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0	64,0
2	0,06	91,4
3	0,26	86,7
4	0,30	112,7
5	0,33	105,6
6	0,38	99,4
7	0,40	95,0
8	0,48	93,6
9	0,57	102,2
10	0,74	89,2
11	0,84	85,0
12	0,92	75,5
13	0,95	70,2
14	1,00	59,2

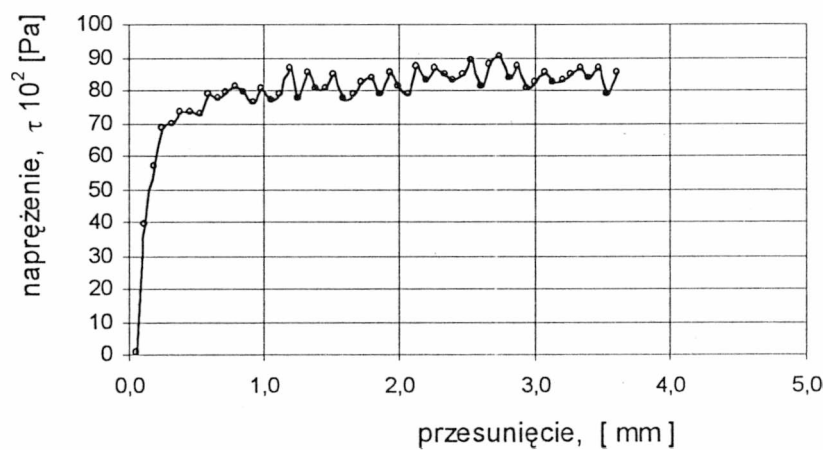
Napężenie normalne $\sigma_n = 122 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C101 – C114



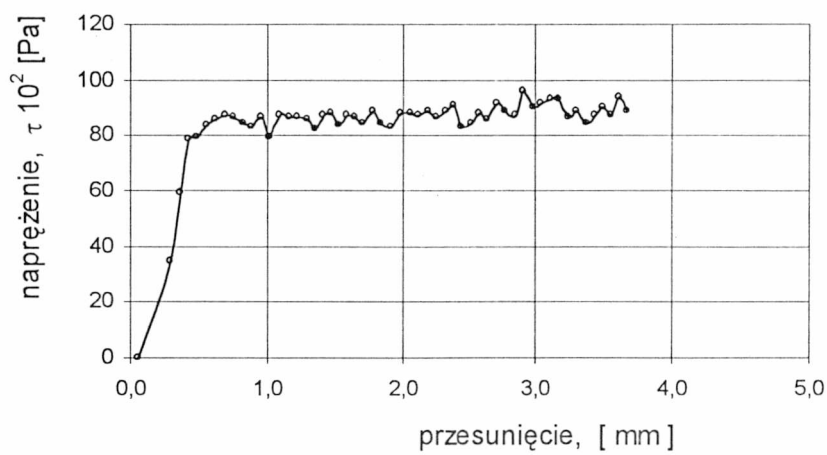
Rys.C101. Nasycenie $S = 1$



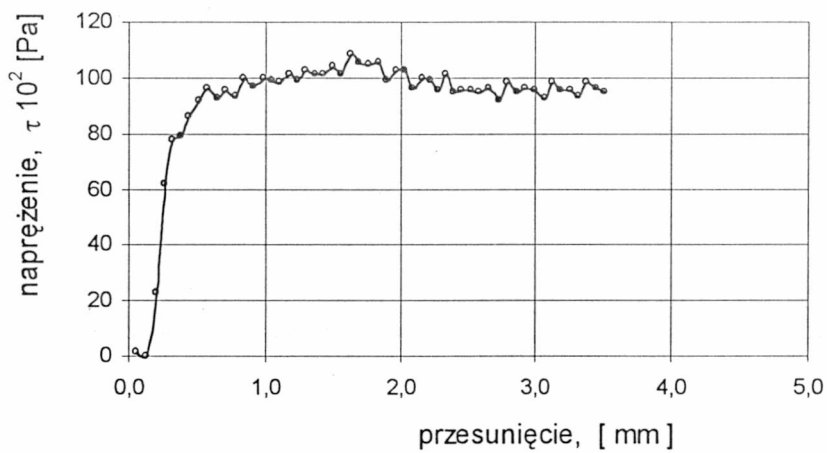
Rys.C102. Nasycenie $S = 0,95$



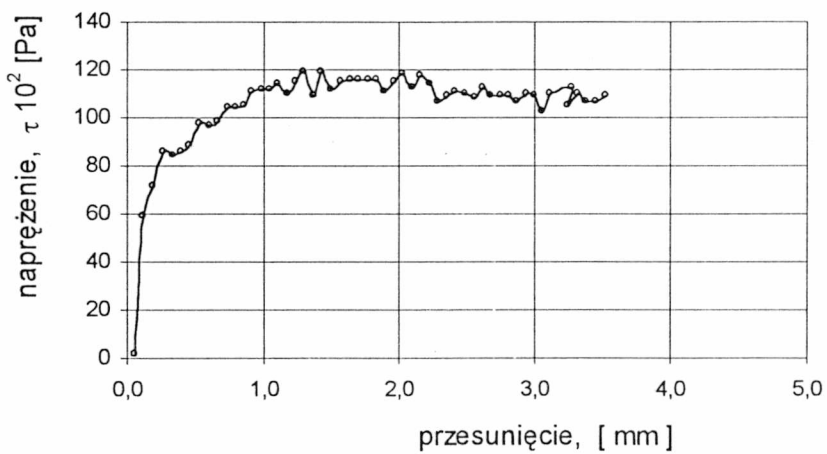
Rys.C103. Nasycenie $S = 0,92$



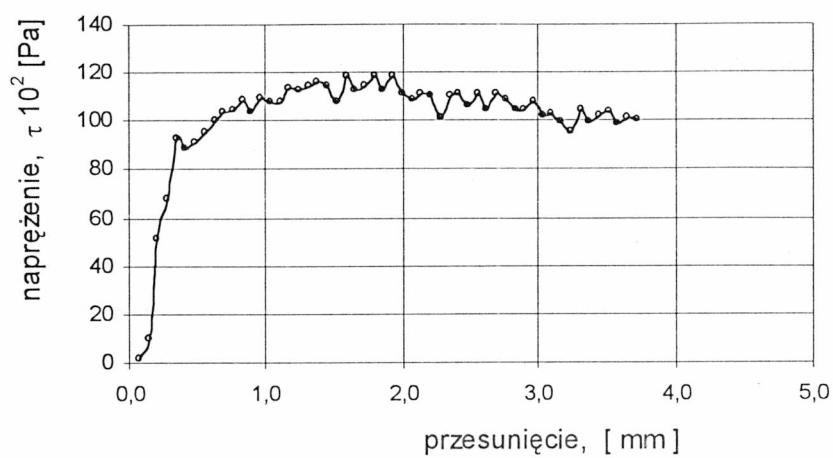
Rys.C104. Nasycenie $S = 0,84$



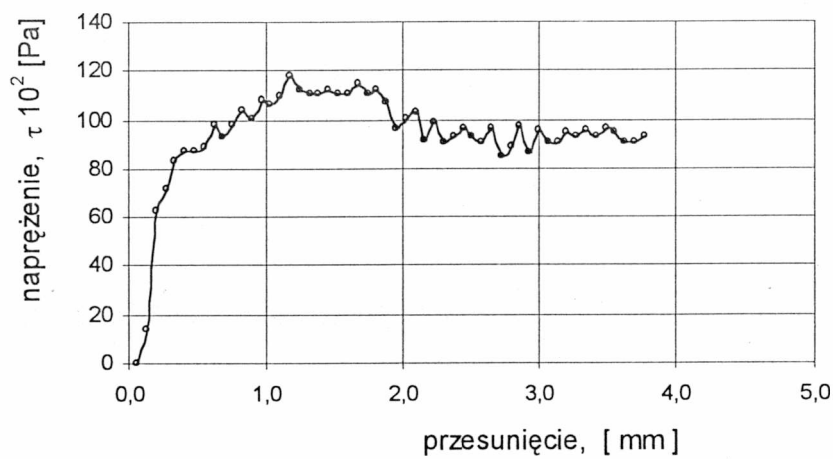
Rys.C105. Nasycenie $S = 0,74$



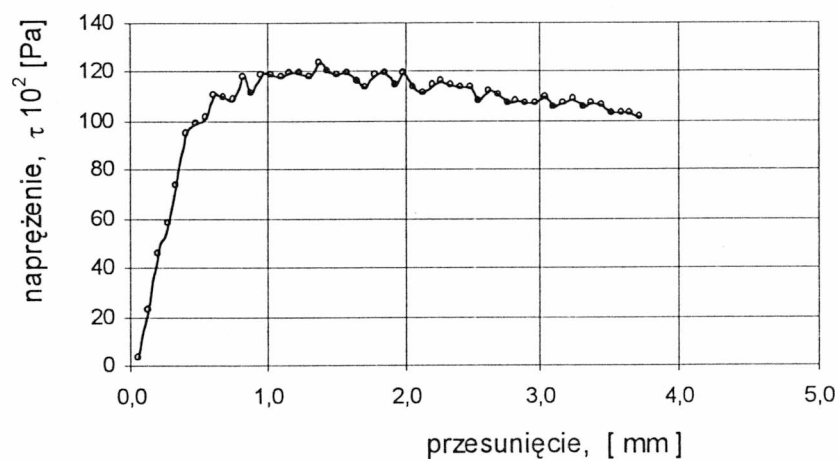
Rys.C106. Nasycenie $S = 0,57$



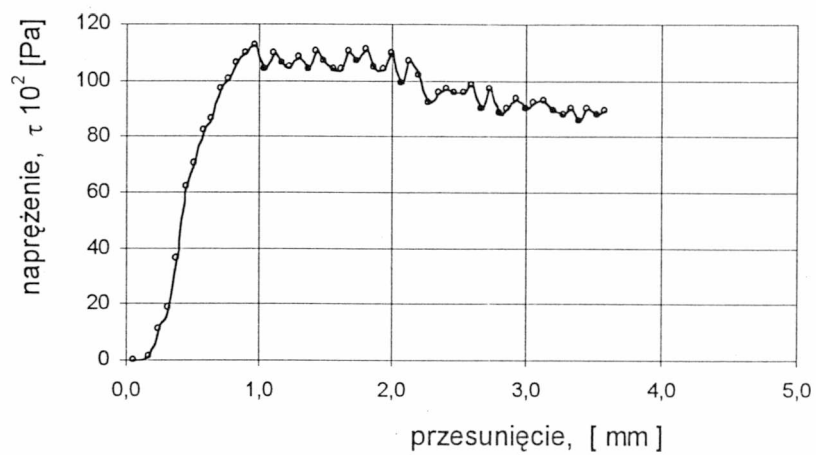
Rys.C107. Nasycenie $S = 0,48$



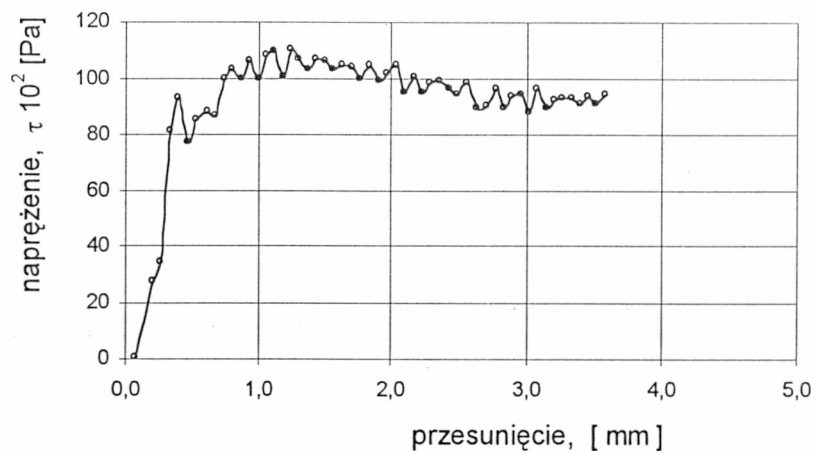
Rys.C108. Nasycenie $S = 0,40$



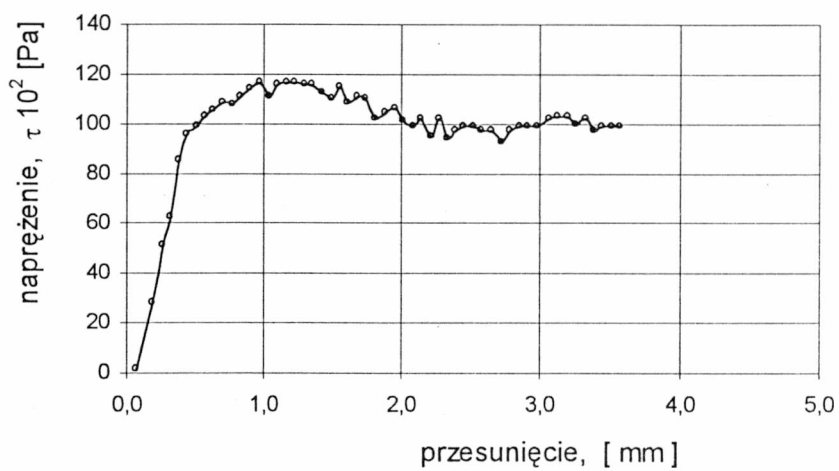
Rys.C109. Nasycenie $S = 0,38$



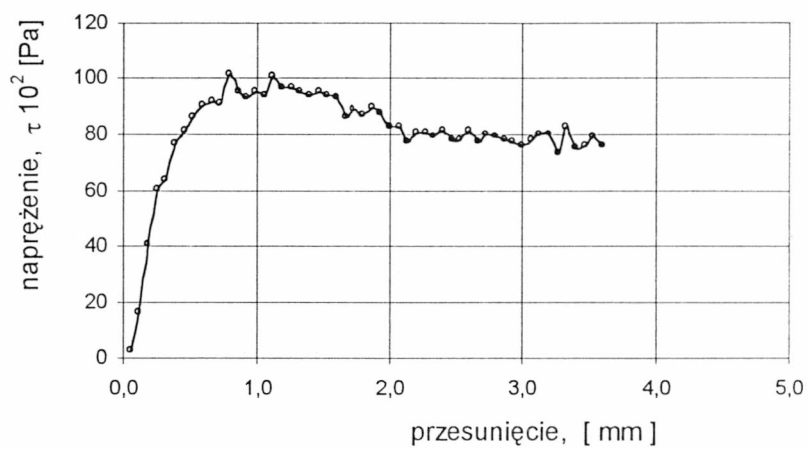
Rys.C110. Nasycenie $S = 0,33$



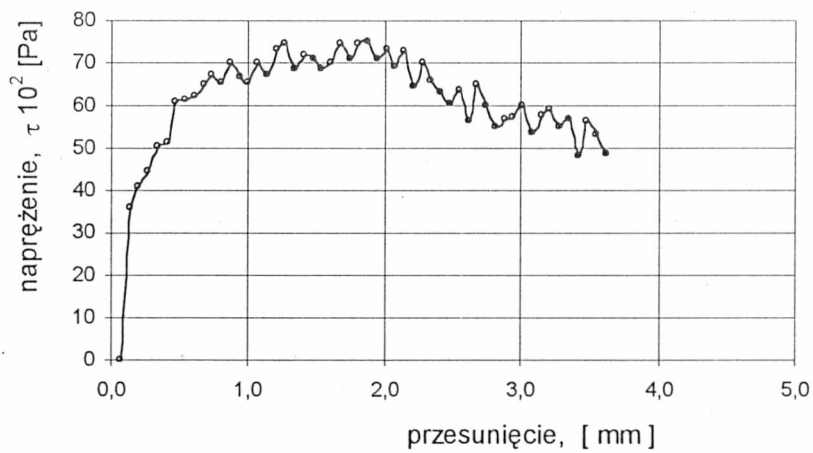
Rys.C111. Nasycenie $S = 0,30$



Rys.C112. Nasycenie $S = 0,26$



Rys.C113. Nasycenie $S = 0,06$

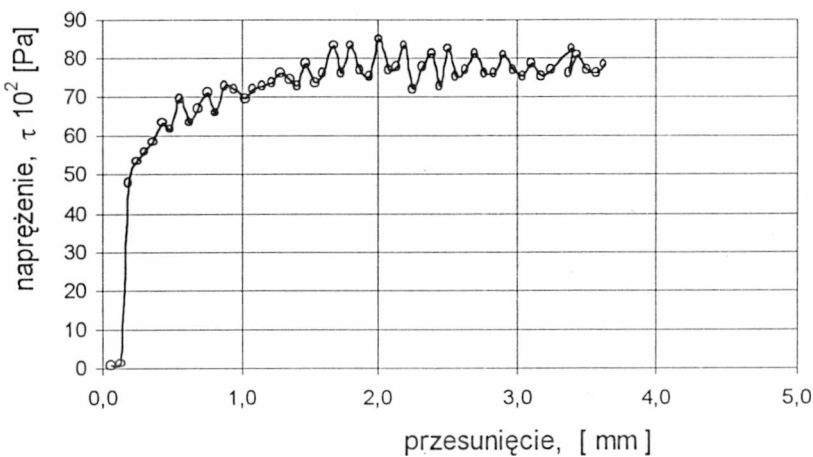


Rys.C114. Nasycenie $S = 0$

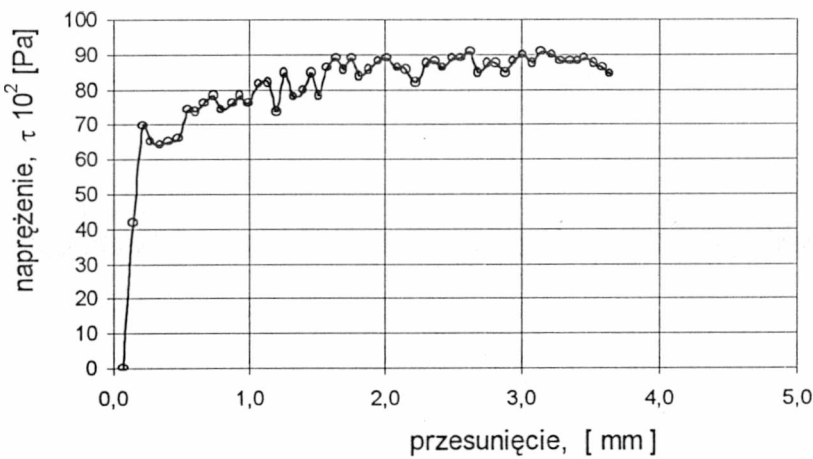
Tablica C8. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla kulek szklanych, naprężenie normalne $\sigma_n = 122 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasycenie	Naprężenie styczne
	S	τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0	75,0
2	0,06	101,6
3	0,26	116,7
4	0,30	110,1
5	0,33	112,4
6	0,38	123,7
7	0,40	117,6
8	0,48	118,8
9	0,57	119,4
10	0,74	108,4
11	0,84	96,0
12	0,92	90,6
13	0,95	73,3
14	1,00	75,4

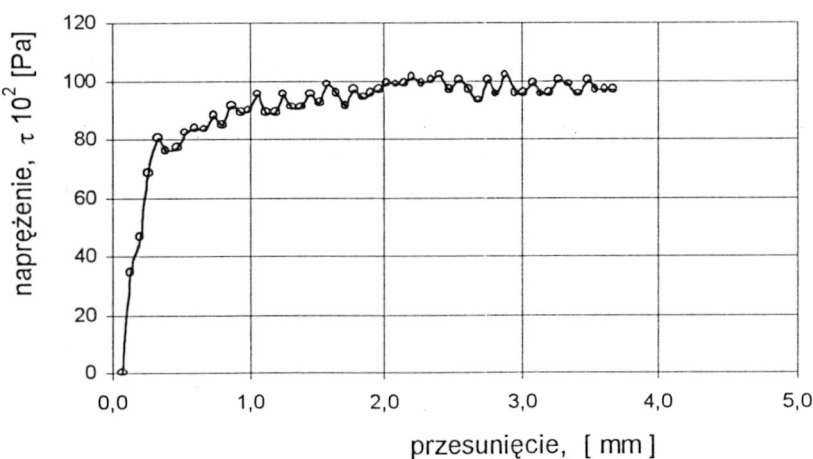
Naprężenie normalne $\sigma_n = 152 \cdot 10^2 \text{ Pa}$, rysunki C115 – C128



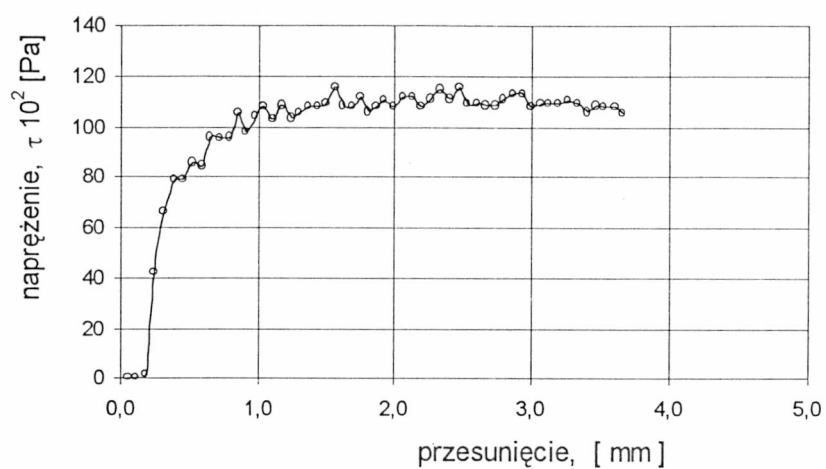
Rys.C115. Nasycenie $S = 1$



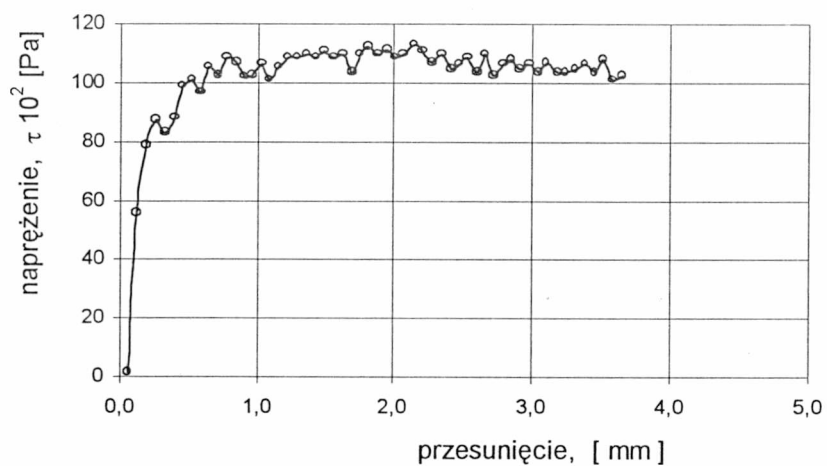
Rys.C116. Nasycenie $S = 0,95$



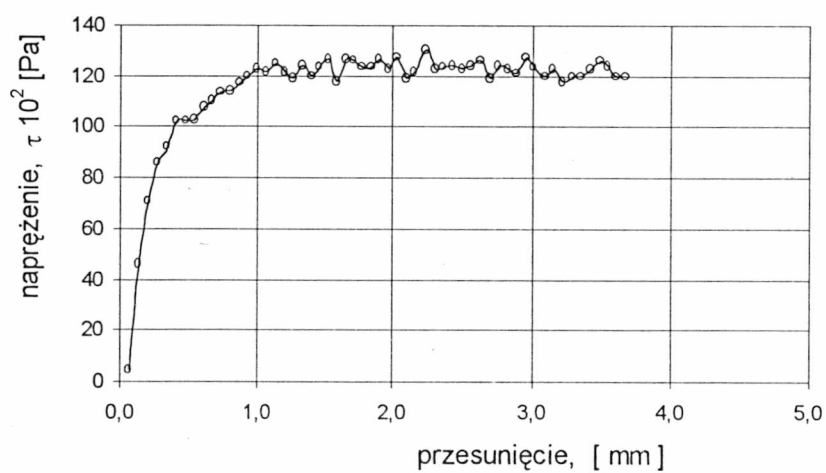
Rys.C117. Nasycenie $S = 0,92$



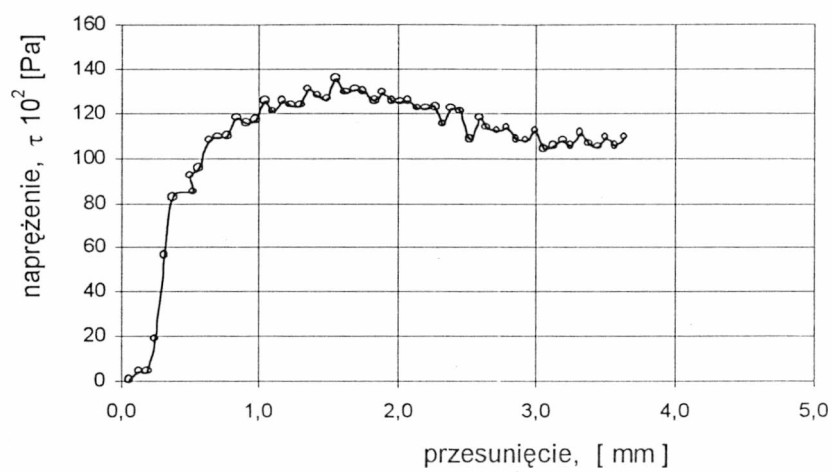
Rys.C118. Nasycenie $S = 0,84$



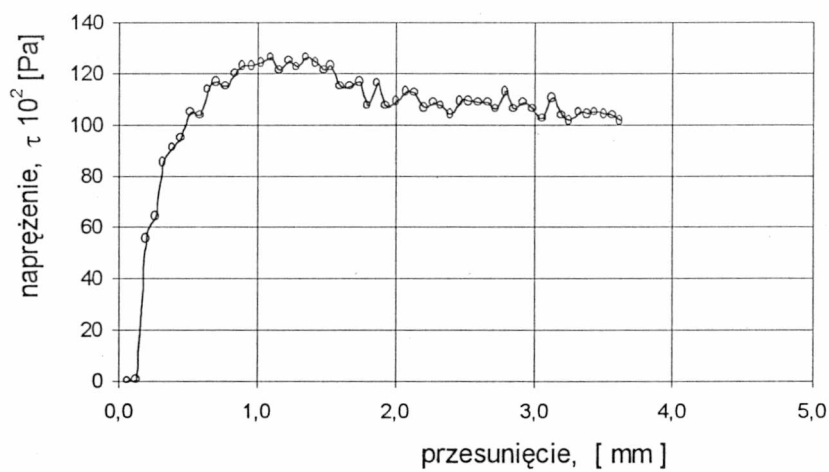
Rys.C119. Nasycenie $S = 0,74$



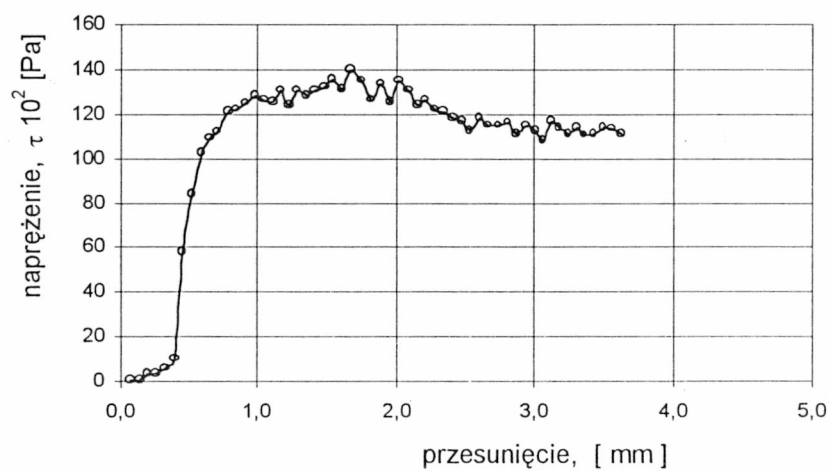
Rys.C120. Nasycenie $S = 0,57$



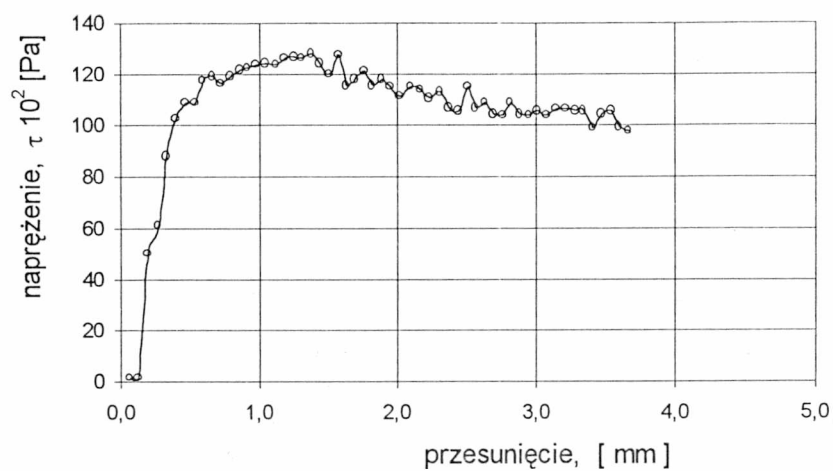
Rys.C121. Nasycenie $S = 0,48$



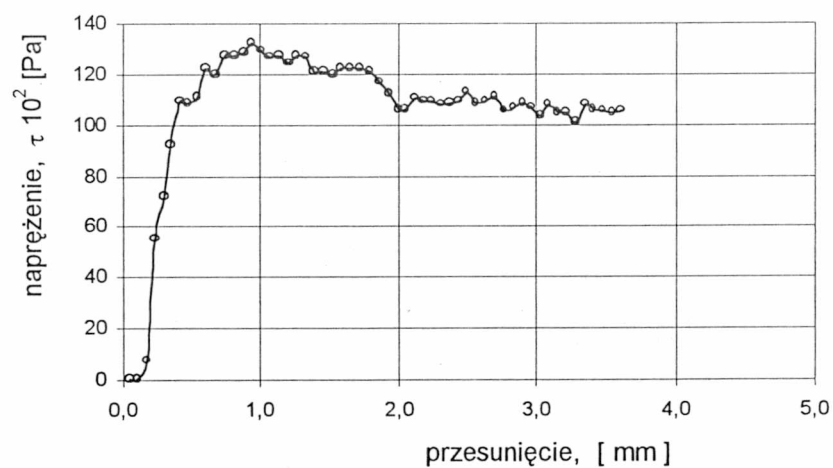
Rys.C122. Nasycenie $S = 0,40$



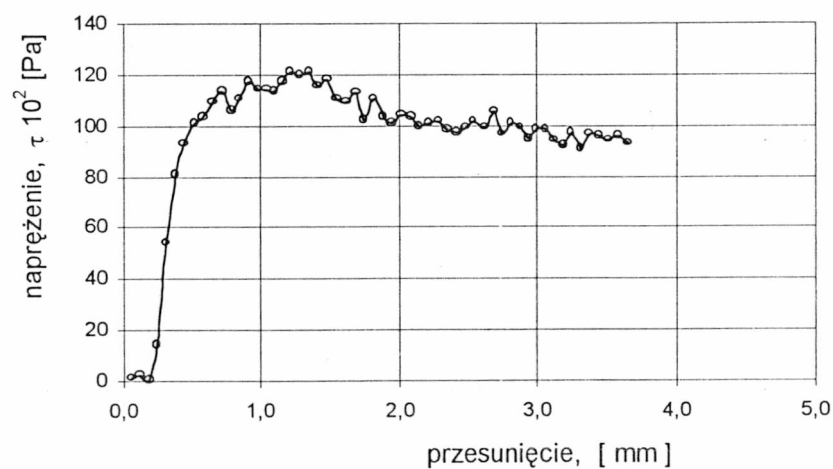
Rys.C123. Nasycenie $S = 0,38$



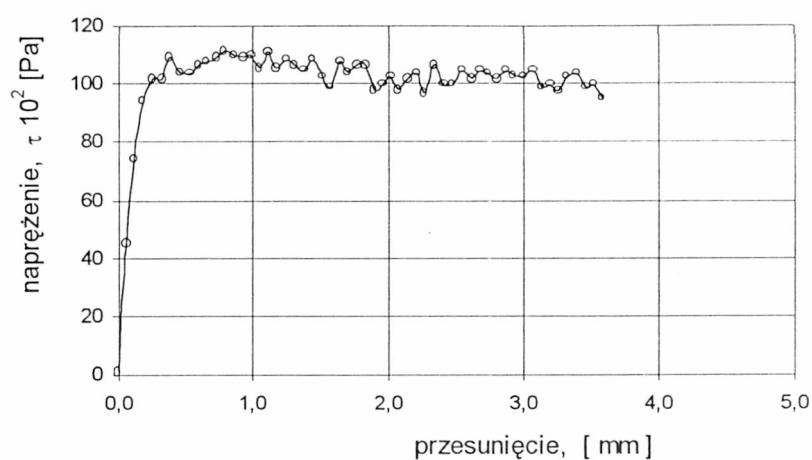
Rys.C124. Nasycenie $S = 0,33$



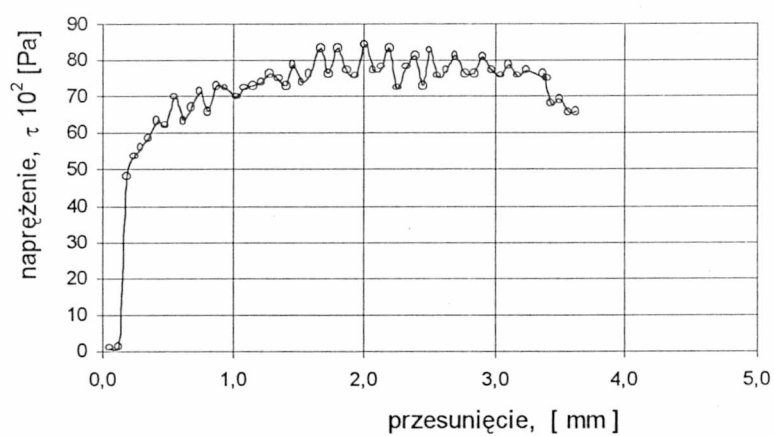
Rys.C125. Nasycenie $S = 0,30$



Rys.C126. Nasycenie $S = 0,26$



Rys.C127. Nasycenie $S = 0,06$



Rys.C128. Nasycenie $S = 0$

Tablica C9. Zestawienie wyników naprężeń ścinających dla kulek szklanych,
naprężenie normalne $\sigma_n = 152 \cdot 10^2 \text{ Pa}$

Lp.	Nasycenie S	Naprężenie styczne τ_f
-	[-]	10^2 [Pa]
1	0	84,0
2	0,06	111,6
3	0,26	121,5
4	0,30	132,6
5	0,33	128,4
6	0,38	140,0
7	0,40	126,0
8	0,48	135,5
9	0,57	130,4
10	0,74	113,0
11	0,84	115,6
12	0,92	102,9
13	0,95	95,1
14	1,00	85,0