

Anna Styczeń

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

ZASTOSOWANIE DOMINACJI PROBABILISTYCZNYCH DO SELEKCJI RYZYKOWNYCH PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH

1. Wstęp

Podjęmowanie decyzji w sytuacji, kiedy jej efekty są losowo uwarunkowane, należy do problemów, których w sposób jednoznaczny nie można rozwiązać ani też ująć w ramy formalnej koncepcji modelowej. Na gruncie teorii decyzji powstały jednak różne zasady dotyczące porównywania wariantów losowych.

Badania prowadzone w tym obszarze są niezwykle ważne, gdyż ich wyniki mogą mieć zastosowanie w wielu dziedzinach życia. Wszędzie tam, gdzie mowa o wyborze pomiędzy dwoma wariantami losowymi, można zastanowić się nad możliwością zastosowania dominacji. W literaturze można znaleźć zasady oparte na analizie średnia-wariancja, dominacjach stochastycznych, kwantylowych oraz dominacjach probabilistycznych [Ogryczak, Ruszczyński 2002, s. 60-78; 1999, s. 33-50; 2001, s. 217-232; Trzaskalik, Trzpiot, Zawisza 1998].

Opracowań dotyczących dominacji probabilistycznych jest stosunkowo mało, a są one istotne, gdyż mogą mieć zastosowanie w sytuacjach, w których inne metody nie dają jednoznacznej odpowiedzi. Próby wykorzystania dominacji probabilistycznych do wspomagania decyzji ryzykownych zaproponowano w pracy [Trzpiot, Zawisza 1999], a prezentowana koncepcja dominacji probabilistycznych w powiązaniu z dominacjami stochastycznymi pozwoliła na definiowanie silnych i słabych preferencji.

Były również próby przeniesienia metody dominacji probabilistycznej na przypadek wielowartościowy [Trzpiot, Zawisza 2000]. W pracach, w których wykorzystywano koncepcję dominacji probabilistycznych, ograniczano się jednak tylko do definicji zaproponowanej przez C. Wrathera w pracy [Wrather, Yu 1982, s. 315-334]. Natomiast badania związane z własnościami są w dalszym ciągu otwartym problemem badawczym.

Prezentowany w artykule problem dotyczyć będzie koncepcji porównywania losowych zysków zaproponowanej w 1982 r. przez C. Wrathera i P.L. Yu'a w pra-

cy *Probability Dominance in Random Outcomes*" [Wrather, Yu 1982, s. 315-334]. Dokładniej interesować nas będą dominacje probabilistyczne, czyli porównywanie zmiennych losowych według prawdopodobieństwa przyjęcia odpowiednich ich wartości.

2. Wprowadzenie pojęcia dominacji probabilistycznych

Wprowadźmy założenia, które będą obowiązywały w tej części artykułu.

Niech K będzie zbiorem jednowymiarowych, niezależnych zmiennych losowych reprezentujących ryzykowne wypłaty. Ustalmy $X, Y \in K$. Dystrybuanty zmiennych losowych X, Y oznaczać będziemy odpowiednio F_X i F_Y , przy czym dystrybuanta zmiennej losowej X jest funkcją $F_X : R \rightarrow R$ określoną wzorem $F_X(x) = P(X \leq x)$.

Definicja 1. Mówimy, że zmienna X dominuje Y z prawdopodobieństwem β , jeśli

$$P[X - Y > 0] \geq \beta \quad (1)$$

gdzie $\beta \geq 0,5$, co zapisujemy: $X \succ_\beta Y$. Używać będziemy również notacji $X\beta Y$.

Ponadto stosować będziemy również symbol $P[X - Y > 0] = P[X \succ Y]$.

Zbiór niezdominowanych zmiennych losowych oznaczamy przez $N(K, \beta)$. Jest to zbiór tych wszystkich X , dla których nie istnieje zmienna Y taka, że $Y\beta X$.

Uwaga 1. Jeśli $X\beta Y$ dla $\beta > 0,5$, to $\sim \exists_{\beta_1} Y\beta_1 X$.

Wynika to z faktu, że

$$P[X - Y > 0] \leq P[X - Y \geq 0] = 1 - P[Y - X < 0] = 1 - \beta < 0,5.$$

Uwaga ta jest logiczną konsekwencją faktu, że prawdopodobieństwo rozkładu sumuje się do jedynki. W przypadku, gdy badana cecha posiada dużą liczbę obserwacji, łatwiej jest skorzystać z następującego twierdzenia.

Twierdzenie 1. Następujące zdania są równoważne

- (i) $X \succ_\beta Y$,
- (ii) $P[(X, Y) \in A] = \beta$ dla $A = \{(\omega_i, \omega_j); X(\omega_i) > Y(\omega_j) : i, j \in N\}$.

Za pomocą powyższego, zamiast posługiwać się wartościami różnicy zmiennych losowych, możemy korzystać z łącznego rozkładu, który jest wyznaczony jednoznacznie przy założeniu niezależności.

Twierdzenie 2. Zachodzą następujące własności:

- (i) Jeśli $\beta_1 > \beta_2$ i $X\beta_1 Y$, to $X\beta_2 Y$.
- (ii) Jeśli $\beta_1 > \beta_2$, to $N(K, \beta_1) \supset N(K, \beta_2)$.

- (iii) Niech $u : R \rightarrow R$ będzie dowolną funkcją rosnącą.
Jeśli $u(X)\beta u(Y)$, to $X\beta Y$.
- (iv) Relacja dominacji probabilistycznych nie jest spójna,
czyli

$$\sim \bigvee_{X, Y \in \mathcal{Z}} (X\beta Y \vee Y\beta X) \quad (2)$$

- (v) Relacja dominacji probabilistycznych nie jest przechodnia, czyli istnieją takie zmienne losowe X i Y , że $X\beta Z$ i $Y\beta Z$, ale $\sim X\beta Z$.

Zilustrujmy (v) przykładem.

Przykład 1. Niech X , Y i Z będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach:

$$P[X = 0] = 0,3, P[X = 4] = 0,7, P[Y = 3] = 1, P[Z = 2] = 0,7, P[Z = 5] = 0,3.$$

Korzystając z twierdzenia 1, mamy:

$$P[X - Y > 0] = P[X = 4] = 0,7, P[X - Z > 0] = P[Y = 3, Z = 2] = 0,7.$$

$$P[X - Y > 0] = P[X = 4, Z = 2] = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49 < 0,5$$

Dla $\beta = 0,7$ $X\beta Z$ oraz $Y\beta Z$, ale nie zachodzi $X\beta Z$.

Dominacje probabilistyczne mają zastosowanie zarówno dla rozkładów dyskretnych, jak i ciągłych. Mówiąc o rozkładach ciągłych, warto przytoczyć parę twierdzeń, gdyż mają one zastosowanie w podstawowych rachunkach.

Twierdzenie 3. Niech X oraz Y będą zmiennymi losowymi o rozkładach ciągłych, dla których dystrybuanta warunkowa opisana jest wzorem:

$$F_{Y/X}(x) = P[Y \leq x / X = x] \quad (3)$$

Wtedy $X\beta Y$, jeśli:

$$E_X[F_{Y/X}(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} F_{Y/X}(x) dF_X(x) \geq \beta \quad (4)$$

Dowód:

$$P[X > Y] = \int P[Y < x / X = x] dF_X(x) \leq \int F_{Y/X}(x) dF(x) = E_X[F_{Y/X}(X)].$$

Jeśli dystrybuanta warunkowa $F_{Y/X}(x)$ jest funkcją ciągłą, znak $\leq$ z dowodu staje się równością. Zgodnie z założeniem $X\beta Y$ mamy $E_X[F_{Y/X}(X)] \geq \beta$.

Ponadto z własności rozdziałów warunkowych dla niezależnych zmiennych losowych $F_{Y/X}(x) = F_Y(x)$. W naszych rozważaniach zakładamy niezależność zmiennych. W dalszej części korzystać będziemy z następującego wniosku:

Wniosek 1. Niech X oraz Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach ciągłych.

Wtedy $X \beta Y$, jeśli

$$E[F_Y(X)] \geq \beta \quad (5)$$

Przykład 2. Niech X oraz Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o ciągłych rozkładach prawdopodobieństw zadanych funkcjami gęstości:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{dla } x > 2 \text{ lub } x < 1 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 4 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{dla } x < 4 \text{ lub } x > 5 \end{cases}$$

Funkcja gęstości zmiennej losowej Y powstała przez przesunięcie zmiennej X o wektor $[3; 0]$. Zatem $Y \beta X$ dla $\beta = 1$.

$$\text{Dystrybuanta zmiennej } X \text{ wyraża się wzorem } F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 1 \\ x - 1 & \text{dla } 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Korzystając z warunku (4), otrzymujemy: } P[Y \succ X] = \int_4^5 1 dx = x \Big|_4^5 = 1.$$

Potwierdza się wcześniejszy wniosek i $Y \beta X$ dla $\beta = 1$.

3. Zależności między dominacjami

Wprowadźmy następujące definicje, przy czym nie wymagają one założeń o niezależności zmiennych losowych X i Y .

Definicja 2. Niech X, Y będą zmiennymi losowymi.

Mówimy, że X dominuje nad Y w sensie średniej-wariancji, piszemy $X m v Y$, jeśli:

$$EX \geq EY \text{ oraz } VarX \leq VarY \quad (6)$$

Definicja 3. Niech X, Y będą zmiennymi losowymi.

(i) Mówimy, że X dominuje nad Y w sensie dominacji stochastycznych rzędu pierwszego, co piszemy $X s_1 Y$, jeśli:

$$\forall_{a \in R} F_X(a) \leq F_Y(a) \text{ oraz } \exists_{a_0 \in R} F_X(a_0) < F_Y(a_0) \quad (7)$$

(ii) Mówimy, że X dominuje nad Y w sensie dominacji stochastycznych rzędu drugiego, co piszemy $X s_2 Y$, jeśli:

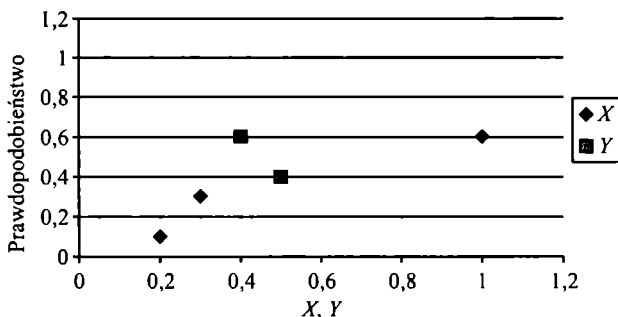
$$\forall_{a \in R} \int_{-\infty}^a F_X(x) dx \leq \int_{-\infty}^a F_Y(x) dx \text{ oraz } \exists_{a_0 \in R} \int_{-\infty}^{a_0} F_X(x) dx < \int_{-\infty}^{a_0} F_Y(x) dx \quad (8)$$

Przykład 3. Niech X i Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi określonymi następująco:

$$P(X=0,2)=0,1, P(X=0,3)=0,3, P(X=1)=0,6$$

$$P(Y=0,4)=0,6, P(Y=0,5)=0,4$$

Wykresy funkcji prawdopodobieństw przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Wykres rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej X i Y

Widać, że $X \beta Z$ dla $\beta = 0,6$.

Dla dalszej analizy sprawdzimy, czy zachodzi dominacja w sensie średnia-wariancja.

$$EX = 0,71, EY = 0,44, \text{Var}X = 0,1269, \text{Var}Y = 0,0024$$

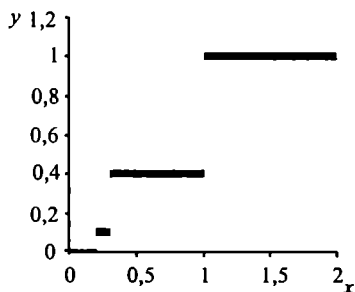
$$EX \geq EY, \text{ ale } \text{Var}X \geq \text{Var}Y.$$

Zatem nie zachodzi dominacja średniej-wariancji między zmiennymi X i Y .

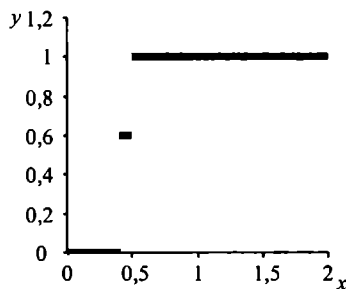
W dalszej części badana będzie dominacja stochastyczna pomiędzy tymi zmiennymi. Dystrybuanty zmiennych losowych X i Y są postaci:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x < 0,2 \\ 0,1 & \text{gdy } 0,2 \leq x < 0,3 \\ 0,4 & \text{gdy } 0,3 \leq x < 1 \\ 1 & \text{gdy } x \geq 1 \end{cases}, \quad F_Y(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x < 0,4 \\ 0,6 & \text{gdy } 0,4 \leq x < 0,5 \\ 1 & \text{gdy } x \geq 0,5 \end{cases}$$

Wykresy dystrybuant przedstawiono odpowiednio na rys. 2 i 3.



Rys. 2. Dystrybuanta zmiennej X



Rys. 3. Dystrybuanta zmiennej Y

Dla $x \in [0,2;0,3)$ $F_X(x) > F_Y(x)$, ale dla $x \in [0,4;0,5)$ $F_Y(x) > F_X(x)$, czyli nie zachodzi tu dominacja stochastyczna pierwszego rzędu. Również nie stwierdzono dominacji stochastycznej rzędu drugiego, gdyż

$$\int_{0.2}^{0.3} F_X(x) dx = 0,01 > \int_{0.2}^{0.3} F_Y(x) dx = 0.$$

$$\text{Jednocześnie } \int_{0.4}^{0.5} F_X(x) dx = \int_{0.4}^{0.5} 0,4 dx = 0,04 \quad \int_{0.4}^{0.5} F_Y(x) dx = \int_{0.4}^{0.5} 0,6 dx = 0,06.$$

$$\text{Czyli } \int_{0.4}^{0.5} F_X(x) dx < \int_{0.4}^{0.5} F_Y(x) dx.$$

Przypadek rozpatrywanych zmiennych pokazuje, że choć pomiędzy zmiennymi X i Y nie zachodzi dominacja stochastyczna ani dominacja w sensie średnia-wariancja, to jednak w sensie dominacji probabilistycznej można wskazać rozkład dominujący.

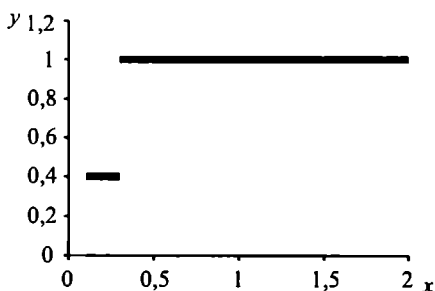
Na podstawie powyższego wnioskujemy, że fakt zajścia między zmiennymi losowymi typu skokowego dominacji probabilistycznej nie implikuje zajścia dominacji stochastycznej. W dalszych rozważaniach pokażemy, iż implikacja przeciwna również nie zachodzi.

Zobrazujemy to prostym przykładem.

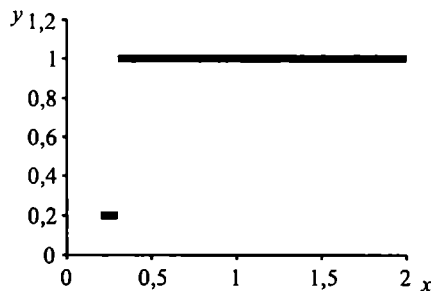
Przykład 4. Niech X oraz Y będą zmiennymi losowymi o następujących rozkładach skokowych.

$$P[X = 0,1] = 0,4, P[X = 0,3] = 0,6, P[Y = 0,2] = 0,2, P[Y = 0,3] = 0,8.$$

W pierwszej kolejności zbadamy, czy między tymi zmiennymi zachodzi dominacja stochastyczna. W tym celu wyznaczmy dystrybuanty zmiennej losowej X oraz Y .



Rys. 4. Dystrybuanta zmiennej X



Rys. 5. Dystrybuanta zmiennej Y

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x < 0,1 \\ 0,4 & \text{gdy } 0,1 \leq x < 0,3, \\ 1 & \text{gdy } x \geq 0,3 \end{cases}, \quad F_Y(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x < 0,2 \\ 0,2 & \text{gdy } 0,2 \leq x < 0,3 \\ 1 & \text{gdy } x \geq 0,3 \end{cases}$$

Po przeanalizowaniu wykresów, korzystając z definicji 3, wnioskujemy, że Ys_1X . Sprawdźmy, czy zmienna Y dominuje zmienną X również w sensie probabilistycznym

Mamy:

Tabela 1. Funkcja prawdopodobieństwa zmiennej losowej $U = X - Y$

u_i	-0,2	-0,1	0	0,1
q_i	0,32	0,08	0,48	0,12

$$P[X - Y > 0] = 0,12 < 0,5;$$

$$P[X - Y < 0] = 0,32 + 0,08 = 0,4 < 0,5.$$

Między zmiennymi X oraz Y nie zachodzi dominacja probabilistyczna.

Zatem zakładając, że X oraz Y są zmiennymi losowymi typu skokowego, wnioskujemy, że założenie o istnieniu między tymi zmiennymi dominacji stochastycznej nie świadczy o tym, że będzie również zachodziła dominacja probabilistyczna.

W przypadku zmiennych losowych typu ciągłego możemy doszukać się następującej zależności, udowodnionej przez C. Wrathera w pracy [Wrother, Yu 1982, s. 315-334].

Twierdzenie 4. Niech X oraz Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach ciągłych.

Jeśli Xs_1Y , to $X\beta Y$.

Dowód:

Założmy, że Xs_1Y , czyli z definicji dominacji stochastycznej mamy:

$$\forall_{a \in R} F_X(a) \leq F_Y(a) \text{ oraz } \exists_{a_0 \in R} F_X(a_0) < F_Y(a_0).$$

Z założenia ciągłości dystrybuant wnioskujemy, że istnieje a_1, a_2 , $a_1 < a_0 < a_2$, takie, że

$$F_X(a) < F_Y(a), \text{ dla wszystkich } a \in (a_1, a_2).$$

Wykorzystując równanie (4) z definicji 3, mamy:

$$P[X \succ Y] = E[F_Y(X)] = \int_{-\infty}^{a_1} F_Y(x) dF(x) + \int_{a_1}^{a_2} F_Y(x) dF(x) + \int_{a_2}^{\infty} F_Y(x) dF(x)$$

$$\begin{aligned}
&> \int_{-\infty}^{a_1} F_X(x) dF(x) + \int_{a_1}^{a_2} F_X(x) dF(x) + \int_{a_2}^{\infty} F_X(x) dF(x) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} F_X(x) dF(x) = E[F_X(X)];
\end{aligned}$$

ale $E[F_X(X)] = 0,5$, więc $P[X > Y] > 0,5$.

4. Zastosowanie dominacji probabilistycznych

W tej części artykułu wykorzystamy dominację probabilistyczne do problemu wyboru zakupu akcji.

Przykład 5. W niniejszym przykładzie analizie poddamy notowania niezależnych akcji spółki Efekt (A) oraz Apator (B). Badania objęły stopy zwrotu wyznaczone na podstawie notowań spółek w okresie od 17.05.2005 do 08.06.2005 (co daje 15 obserwacji – tab. 2).

Tabela 2. Szeregi czasowe stóp zwrotu odpowiednio akcji A oraz B

T	A	B
1	-0,85	-0,21
2	0,85	0
3	1,74	0,11
4	0	0,21
5	0,44	0,11
6	-0,43	0,43
7	-0,43	0,54
8	1,76	0
9	3,65	-0,43
10	0,92	0,43
11	2,36	-0,21
12	-2,75	1,97
13	2,35	1,11
14	-1,39	0,44
15	3,85	0,45

Źródło: Internet
www.money.pl

Poszczególnym wartościom stóp zwrotu przypisujemy jednakowe prawdopodobieństwa $\frac{1}{n} = 0,06667$, gdzie n oznacza liczbę obserwacji ($n = 15$).

Zbadajmy, czy między tymi zmiennymi zachodzi dominacja średniej-wariancji. Dla powyższego rozkładu równomiernego parametry obliczamy zgodnie z wzorami:

$$EX = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad VarX = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - EX)^2.$$

Po dokonaniu odpowiednich obliczeń otrzymujemy:

$$EA = 0,80467 > EB = 0,33;$$

$$VarA = 3,19996 > VarB = 0,32523.$$

Na podstawie definicji 2 wnioskujemy, iż między tymi zmiennymi nie zachodzi dominacja średniej-wariancji. W drugim kroku sprawdzimy, czy zachodzi dominacja stochastyczna.

Z prawdopodobieństw przypisanych poszczególnym stopom zwrotu otrzymujemy dwa szeregi a_t, b_t ($t = 1, \dots, 30$):

Dystrybuanty rozkładu stóp odpowiednio akcji A oraz B oznaczamy F_A , i odpowiednio F_B (tab. 3).

Tabela 3. Dystrybuanty zmiennych A i B oraz ich kumulacje

t	F_A	F_B	$G_A(t)$	$G_B(t)$
1	0,06667	0	0,06667	0
2	0,13333	0	0,2	0
3	0,2	0	0,4	0
4	0,26667	0	0,66667	0
5	0,33333	0	1	0
6	0,33333	0,06667	1,33333	0,06667
7	0,33333	0,13333	1,66667	0,2
8	0,33333	0,2	2	0,4
9	0,4	0,2	2,4	0,6
10	0,4	0,26667	2,8	0,86667
11	0,4	0,33333	3,2	1,2
12	0,4	0,4	3,6	1,6
13	0,4	0,46667	4	2,06667
14	0,4	0,53333	4,4	2,6
15	0,4	0,6	4,8	3,2
16	0,4	0,66667	5,2	3,86667
17	0,46667	0,66667	5,66667	4,53333
18	0,46667	0,73333	6,13333	5,26667
19	0,46667	0,8	6,6	6,06667
20	0,46667	0,86667	7,06667	6,93333
21	0,53333	0,86667	7,6	7,8
22	0,6	0,86667	8,2	8,66667
23	0,6	0,93333	8,8	9,6
24	0,66667	0,93333	9,46667	10,5333
25	0,73333	0,93333	10,2	11,4667
26	0,73333	1	10,9333	12,4667
27	0,8	1	11,7333	13,4667
28	0,86667	1	12,6	14,4667
29	0,93333	1	13,5333	15,4667
30	1	1	14,5333	16,4667

Źródło: opracowanie własne.

Zauważmy, że nie zachodzi warunek (4) oraz (5).

$$F_A(1) = 0,067 > 0 = F_B(1), \text{ ale } F_A(18) = 0,467 < 0,73333 = F_B(18).$$

$G_A(1) = 0,067 > 0 = G_B(1)$. Z drugiej strony

$$G_A(27) = 11,7333 < 13,4667 = G_B(27).$$

Zatem między akcją A oraz akcją B nie zachodzi dominacja stochastyczna rzędu pierwszego i drugiego.

Na podstawie dominacji *mv* czy też stochastycznych nie można stwierdzić, którą spółkę należałoby wybrać (nie można określić preferencji).

Zakładając niezależność rozkładów A i B , wyznaczamy dwuwymiarową zmienną losową (A, B) (tab. 4).

Tabela 4. Rozkład zmiennej losowej (A, B)

(A,B)	-2,75	-1,39	-0,85	-0,43	0,00	0,44	0,85	0,92	1,74	1,76	2,35	2,36	3,65
-0,43	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
-0,21	0,009	0,009	0,009	0,018	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
0,00	0,009	0,009	0,009	0,018	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
0,11	0,009	0,009	0,009	0,018	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
0,21	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
0,43	0,009	0,009	0,009	0,018	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
0,44	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
0,45	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
0,54	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
1,11	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
1,97	0,004	0,004	0,004	0,009	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie twierdzenia 1 pokażemy, że $A \succ_{\beta} B$ dla $\beta = 0,56444$.

Zbiór $C = \{(\omega_i, \omega_j); A(\omega_i) > B(\omega_j) i = 1, \dots, 15, j = 1, \dots, 11\}$ oznaczyliśmy kolorem niebieskim w tab. 4.

Po zsumowaniu odpowiednich prawdopodobieństw mamy

$$P[(X, Y) \in C] = 0,56444.$$

Zatem w takiej sytuacji decyzję wyboru akcji możemy poprzeć jedynie na podstawie zachodzącej między tymi zmiennymi dominacji probabilistycznej. Wnioskujemy, że lepsze w sensie dominacji probabilistycznych są akcje spółki B (Efekt), ponieważ prawdopodobieństwo uzyskania wyższych stóp zwrotu jest nie mniejsze niż 0,5.

5. Zakończenie

Dominacje probabilistyczne wykorzystujemy zazwyczaj wtedy, gdy inne metody porównania zmiennych losowych zawodzą. Na podstawie przykładu 5 można stwierdzić, że wymierne rezultaty dało porównanie zmiennych losowych według prawdopodobieństw przyjęcia przez nich odpowiednich wartości.

Jeśli efekty decyzji wyrażone są zyskami, to bardziej preferowane są te wybory, które przynoszą większe zyski w co najmniej 50%. Omawiane podejście jest ściśle związane z rozkładem prawdopodobieństw, a nie z parametrami rozkładu.

Powyższe zagadnienie wyboru niezdominowanej zmiennej losowej pokazano dla dwóch zmiennych losowych. Można je uogólnić na k spośród n zmiennych. Przy braku dominacji stochastycznych wybór grupy k zmiennych niezdominowanych można wspomóc, stosując dominacje probabilistyczne.

Literatura

- Bartkowiak. M., *Efektywność strategii stochastycznej dominacji na Gieldzie Papierów Wartościowych w Warszawie*, Wyd. AE, Poznań 2003.
- Ogryczak W., Ruszczyński A., *Dual Stochastic Dominance and Related Mean-risk Models*, „SIAM Journal on Optimization” 2002 vol. 13, s. 60-78.
- Ogryczak W., Ruszczyński A., *From Stochastic Dominance to Mean-risk Models: Semideviations as Risk Measures*, „European Journal of Operational Research” 1999 vol. 116, s. 33-50.
- Ogryczak W., Ruszczyński A., *On Consistency of Stochastic Dominance and Mean-semideviation Models*, „Mathematical Programming” 2002 vol. 89, s. 217-232.
- Trzaskalik T., Trzpiot G., Zawisza M., *Modelowanie preferencji z wykorzystaniem dominacji stochastycznych*, Wyd. AE, Katowice 1998.
- Trzpiot G., Zawisza M., *Dominacje stochastyczne i probabilistyczne w wielokryterialnej analizie decyzji w zakresie pomocy społecznej*, [w:] *Modelowanie preferencji a ryzyko '00*, red. T. Trzaskalik, Wyd. AE, Katowice 2000.
- Trzpiot G., Zawisza M., *Wielokryterialna analiza zbiorów efektywnych inwestycji giełdowych oparta na dominacji stochastycznych i probabilistycznych*, [w:] *Modelowanie preferencji a ryzyko '99. Część 1*, red. T. Trzaskalik, Wyd. AE, Katowice 1999.
- Wrather C., Yu P.L., *Probability Dominance in Random Outcomes*, „Journal of Optimization Theory and Application” 1982 vol. 36 nr 3, s. 315-334.

APPLYING PROBABILITY DOMINANCE IN SELECTION OF RISK SECURITIES

Summary

For a long time scientists have been working on the subject of decision making. This paper concerns the problem presented in the publication „Probability Dominance in Random Outcomes” by C. Wrather and P.L Yu in 1982. Probability dominance can be used to compare variable data according to probability taking the appropriate values. The paper presents the problem of probability dominance and its values.