

Barbara Twardochleb

WYKORZYSTANIE FUNKCJI DYSKRYMINACYJNYCH DO PRZEWIDYWANIA UPADKU SPÓŁEK GIEŁDOWYCH

1. Wstęp

W celu prognozowania upadłości przedsiębiorstw poszukuje się narzędzi umożliwiających przewidywanie groźby upadku przedsiębiorstwa. Jedną z najbardziej popularnych metod jest wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna, którą jako pierwszy zastosował w 1968 r. amerykański uczony Edward Altman [2].

W artykule przedstawiono budowę wielowymiarowego modelu analizy dyskryminacyjnej do przewidywania bankructwa spółek notowanych na GPW w Warszawie.

Głównym celem pracy jest zbadanie możliwości wykorzystania wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej do przewidywania trudności finansowych spółek giełdowych.

2. Idea metod dyskryminacji

Zagadnienie dyskryminacji polega na przydzieleniu zbioru obserwacji do K jednorodnych klas. Zakłada się, że charakterystyki tych klas są przynajmniej częściowo znane. Jeśli charakterystyki klas są określone na podstawie innego zbioru obserwacji, których przynależność jest znana, to mówimy o dyskryminacji wzorcowej. Zbiór, za pomocą którego wyznaczamy charakterystyki klas, nazywa się **zbiorem uczącym**, a zbiór obserwacji podlegający przydzieleniu – **zbiorem rozpoznawanym** [7].

Główne problemy zastosowania wielowymiarowych modeli dyskryminacyjnych związane są ze spełnieniem założeń statystycznych. Zakłada się bowiem z góry, że analizowane populacje mają wielowymiarowe rozkłady normalne. W praktyce założenie to często nie jest spełnione.

Budując liniową funkcję dyskryminacyjną dla dwóch populacji przy nieznanym parametrach, konstruuje się jednowymiarową funkcję obserwacji, która dokonuje rozróżnienia między nimi. Funkcja ta będzie wynikiem maksymalizacji pewnej miary „odległości” między populacjami.

Zakłada się, że niezależne od siebie próby losowe złożone z N_1 oraz N_2 obserwacji pochodzą z dwóch m -wymiarowych rozkładów normalnych o różnych wektorach wartości oczekiwanych odpowiednio μ_1 oraz μ_2 i takiej samej macierzy wariancji-kowariancji Σ , jednak parametry te nie są znane. Takie założenie wymaga przede wszystkim oszacowania parametrów rozkładu wektorów losowych $\mathbf{X}$ w obu populacjach.

Jeżeli $\bar{\mathbf{x}}_1$ oraz $\bar{\mathbf{x}}_2$ oznaczają wektory średnich próbkowych a $\mathbf{S}$ jest oszacowaniem macierzy wariancji-kowariancji Σ , to za wektor $\mathbf{a}$ przyjmujemy wektor maksymalizujący wyrażenie (zasada sformułowana przez S.N. Roya (za: [11]):

$$t^2(\mathbf{a}) = \frac{[\mathbf{a}^T(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)]^2}{\mathbf{a}^T \mathbf{S} \mathbf{a}} N_1 N_2 / (N_1 + N_2)$$

gdzie: N_i oznaczają liczebności i -tej próby.

Wektor $\mathbf{a}$ maksymalizuje wartość bezwzględną różnicy: $|\mathbf{a}^T(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)|$ średnich próbkowych przy warunku $\mathbf{a}^T \mathbf{S} \mathbf{a} = 1$ (ograniczenie wprowadzone jest w celu uniknięcia niejednoznaczności). Po wprowadzeniu mnożnika Lagrange’a λ i zróżniczkowaniu uzyskanej funkcji względem $\mathbf{a}$ otrzymujemy, że wektor $\mathbf{a}$ jest rozwiązaniem jednorodnego układu równań:

$$\left[\frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T - \lambda \mathbf{S} \right] \cdot \mathbf{a} = 0,$$

gdzie: $\lambda = \max_{\mathbf{a}} t^2(\mathbf{a}) = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2).$

Rząd macierzy tego układu jest równy $m-1$, a więc układ ten ma tylko jedno nietrywialne rozwiązanie: $\mathbf{a} = \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)$. Zatem liniowa funkcja dyskryminacyjna ma postać:

$$y = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}. \quad (1)$$

Funkcja ta jest próbkowym odpowiednikiem ilorazu wiarygodności dwóch rozkładów o znanych parametrach. W celu określenia reguły klasyfikacyjnej na podstawie liniowej funkcji dyskryminacyjnej należy najpierw wyznaczyć wartości tej funkcji dla średnich obu prób: $\bar{y}_1 = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{x}}_1$ oraz $\bar{y}_2 = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{x}}_2$.

Punktem leżącym w „środku” między punktami $\bar{y}_1$ oraz $\bar{y}_2$ jest punkt M :

$$M = \frac{1}{2}(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2). \quad (2)$$

Przyjmuje się następującą regułę klasyfikacyjną: obserwację X zalicza się do populacji π_1 jeżeli: $(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} > \frac{1}{2}(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2)$, zaś do populacji π_2 , jeżeli: $(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} \leq \frac{1}{2}(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2)$. Oznacza to, że obserwacje klasyfikujemy do bliższej, w sensie funkcji dyskryminacyjnej, populacji. Punkt środkowy jest realizacją pewnej zmiennej losowej, zatem regułę klasyfikacyjną można przedstawić za pomocą jednej statystyki W :

$$W = (\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2}(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2)^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2). \quad (3)$$

Jeżeli $W > 0$, to obserwację X należy zakwalifikować do populacji π_1 , jeżeli zaś $W \leq 0$, to obserwację X należy zakwalifikować do populacji π_2 . Statystyka W jest nazywana statystyką klasyfikacyjną Walda-Andersona, gdyż jako pierwszy podał ją Wald (1944) (za: [11]).

3. Budowa funkcji dyskryminacyjnej dla spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie

W celu konstrukcji modelu do prognozowania bankructwa polskich przedsiębiorstw zebrano dane dotyczące upadłych 23 spółek giełdowych na rok przed ich upadkiem. Przy budowie modelu wykorzystano dane spółek notowanych na giełdzie papierów wartościowych, gdyż dostęp do tych danych jest znacznie łatwiejszy niż do przedsiębiorstw działających poza giełdą. Związane jest to z obowiązkiem informowania akcjonariuszy o stanie finansowym spółki. Na potrzeby tej pracy przyjęto, że upadek przedsiębiorstwa oznacza nie tylko jego upadłość, czyli fakt ogłoszenia przez sąd upadłości, lecz także złożenie wniosku o upadłość przez zarząd spółki oraz likwidację przedsiębiorstwa ze względu na złą sytuację finansową. Pojęcie „upadek” przedsiębiorstwa jest używane zamiennie z pojęciem „bankructwa”.

W pierwszej fazie badań wzięto pod uwagę 22 mierniki ekonomiczno-finansowe; były to przede wszystkim wskaźniki finansowe, które odzwierciedlały płynność, zadłużenie, aktywność gospodarczą, rentowność. Obliczono także wskaźniki rynku kapitałowego oraz niektóre mierniki wykorzystane przez E. Altmanna przy budowie modelu dla przedsiębiorstw amerykańskich w 1968 r. [2]. W odniesieniu do pierwszej grupy 23 spółek charakteryzujących się dobrą kondycją finansową obliczono wskaźniki na podstawie raportów rocznych za rok 2002, dla drugiej gru-

py spółek obliczono mierniki na podstawie sprawozdań finansowych na rok przed ich upadkiem.

Ocena merytoryczna potencjalnych zmiennych objaśniających, która polegała na analizie przydatności poszczególnych wskaźników do przewidywania bankructwa, oraz analiza statystyczna pozwoliły wybrać dziesięć wskaźników – były to mierniki w sposób wyraźny rozróżniające obie grupy przedsiębiorstw, a ich realizacje nie odbiegały znacznie od rozkładu normalnego. Ocena statystyczna polegała przede wszystkim na badaniu siły dyskryminacyjnej poszczególnych zmiennych.

W celu opracowania modelu przetestowano wiele kombinacji dziesięciu wskaźników finansowych. Do określenia, w jakim stopniu m -wymiarowe zmienne różnicują (dyskryminują) grupy wykorzystano statystykę lambda Wilksa Λ_w , określającą udział wariancji wewnątrzgrupowej w całkowitej wariancji. Lambda Wilksa Λ_w pozwala bowiem na wyznaczenie istotności statystycznej mocy dyskryminacyjnej modelu. Jej wartość równa 1 oznacza całkowity brak mocy dyskryminacyjnej, wartość równa 0 obrazuje doskonałą moc dyskryminacyjną.

Im mniejsza wartość Λ_w , tym silniejsze zróżnicowanie pomiędzy klasami [11]. Sprawdzano także, czy zmienne wносиły istotny udział do wartości statystyki lambdy Wilksa, czyli obliczano cząstkową lambdę Wilksa Λ_{wc} ¹. Miara ta pozwoliła na ustalenie wskaźników finansowych szczególnie ważnych przy prognozowaniu bankructwa. W doborze zmiennych do modelu brano pod uwagę także miarę tolerancji TL_m ², która ocenia nadmiarowość zmiennych w modelu, czyli redundancję zmiennych – pozwoliła ona określić, jaka część zmienności jednej zmiennej może być wyjaśniona zachowaniem innych zmiennych.

Ostatecznie za podstawę dyskryminacji przyjęto następujące wskaźniki finansowe:

- X_1 – wskaźnik podwyższonej płynności: (aktywa obrotowe – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,
- X_2 – wskaźnik ogólnego zadłużenia: zobowiązania ogółem/aktywa ogółem,
- X_3 – wskaźnik rotacji zadłużenia: przychody netto/zobowiązania krótkoterminowe,
- X_4 – wskaźnik zdolności kredytowej: (zysk netto + amortyzacja)/kapitał obcy,
- X_5 – wskaźnik rentowności sprzedaży: wynik finansowy netto/przychody ze sprzedaży.

¹ Cząstkowa lambda Wilksa Λ_{wc} jest to przyrost lambdy Λ_w wynikający z dodania danej zmiennej do modelu, im mniejsza jej wartość dla danego wskaźnika, tym większe znaczenie tego wskaźnika w dywersyfikacji próby.

² Miara tolerancji TL_m wyraża się ona wzorem: $TL_m = 1 - R^2$, gdzie R^2 oznacza współczynnik determinacji danej zmiennej ze wszystkimi innymi zmiennymi w modelu.

Oszacowana liniowa funkcja dyskryminacyjna na podstawie wzoru (1) zapewniająca najmniejszą liczbę błędnych klasyfikacji przyjęła następującą postać:

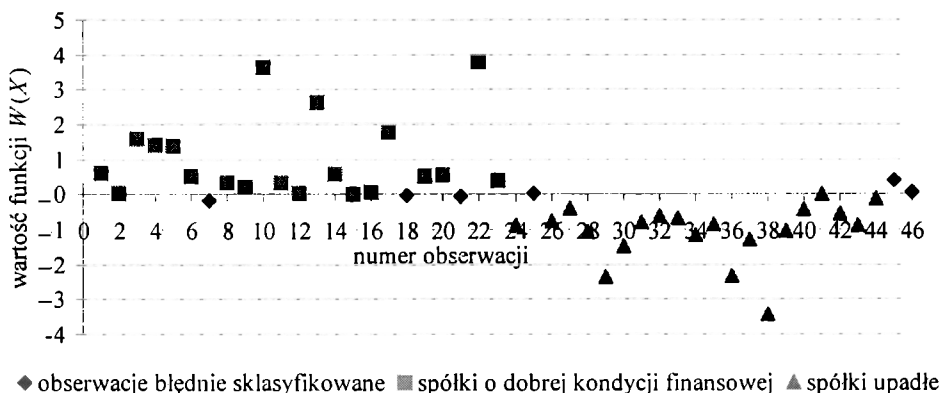
$$Z(X) = 0,544X_1 - 0,236X_2 + 0,088X_3 + 0,480X_4 + 0,050X_5. \quad (4)$$

Znaki ocen parametrów tak otrzymanej funkcji dyskryminacyjnej są zgodne z oczekiwaniemi. Ujemny znak przy współczynniku zmiennej X_2 : *ogólne zadłużenie* potwierdza, iż zmienna ta ma ujemny wpływ na wartość funkcji dyskryminacyjnej.

Zgodnie ze wzorami (2) i (3) reguła klasyfikacyjna ma następującą postać:

$$W(X) = 0,544X_1 - 0,236X_2 + 0,088X_3 + 0,480X_4 + 0,050X_5 - 0,47. \quad (5)$$

$W(X)$ jest przesunięciem funkcji $Z(X)$ o stałą $M = 0,47$, dzięki czemu wartość krytyczna, na podstawie której następuje klasyfikacja przedsiębiorstw, wynosi zero, zatem: jeżeli $W(X) \leq 0$, to jednostki są klasyfikowane jako „bankruci”, zaś jeżeli $W(X) > 0$, to jednostki są klasyfikowane jako „niebankruci”. Analizując wartości funkcji $W(X)$ w danej próbie (rys. 1), można wyznaczyć tzw. obszar niepewności. Jest to zakres wartości funkcji $W(X)$, w obrębie którego występuje szczególnie duża liczba błędów. Prawdopodobieństwo błędnej klasyfikacji wartości znajdujących się w tym obszarze jest wysokie. W modelu (5) górna granica niepewności została ustalona na poziomie (+) 0,1, dolna granica na poziomie (–) 0,2.



Rys. 1. Graficzna prezentacja klasyfikacji przedsiębiorstw według funkcji $W(X)$

Źródło: opracowanie własne.

Statystyczna moc dyskryminacyjna modelu (lambda Wilksa) wynosi **0,047**, świadczy to o bardzo dużej przydatności modelu do prognozowania bankructwa. Dla poszczególnych zmiennych obliczono cząstkowe lambdy Wilksa Λ_{wc} (tab. 1). Oceniono także nadmiarowość zmiennych za pomocą miary tolerancji. Tabela 1 przedstawia wartości tolerancji dla składników funkcji $Z(X)$. Z obliczeń wynika, że

szczególnie ważnymi zmiennymi w modelu są: rentowność sprzedaży ($TL = 0,945$) oraz podwyższona płynność ($\Lambda_{wc} = 0,927$).

Tabela 1. Wartości miar i statystyk dla poszczególnych zmiennych w modelu $Z(X)$

Nazwa wskaźnika	Lambda Wilksa Λ_w^*	Częstkowa lambda Wilksa Λ_{wc}	Współczynnik determinacji R^2	Tolerancja TL
<i>Płynność podwyższona</i>	0,050	0,927	0,506	0,494
<i>Ogólne zadłużenie</i>	0,049	0,955	0,255	0,746
<i>Rotacja zadłużenia</i>	0,047	0,987	0,745	0,255
<i>Zdolność kredytowa</i>	0,048	0,975	0,668	0,332
<i>Rentowność sprzedaży</i>	0,049	0,962	0,055	0,945

* lambda Wilksa Λ_w – globalna miara dyskryminacji obliczona przed dodaniem danej zmiennej do modelu.

Źródło: opracowanie własne.

Przeciętna trafność poprawnego oszacowania funkcji $W(X)$ wyniosła 87% (tab. 2). Błąd pierwszego rodzaju (bankrut zaklasyfikowany jako niebankrut) wyniósł 13%, błąd drugiego rodzaju (niebankrut zaklasyfikowany jako bankrut) wyniósł także 13%.

Zdolność prognostyczna przedstawionego modelu jest wysoka (tab. 2), jednak dotyczy ona tylko zbiorowości, która służyła do jego budowy (zbiór uczący).

Tabela 2. Zgodność klasyfikacji funkcji dyskryminacyjnej $W(X)$ z sytuacją rzeczywistą

Rzeczywista sytuacja w badanych spółkach	Liczba obserwacji	Klasyfikacja według funkcji $W(X)$	
		Spółki upadłe	Spółki o dobrej kondycji finansowej
Spółki upadłe	23	20 (87%)	3 (13%)
Spółki o dobrej kondycji finansowej	23	3 (13%)	20 (87%)

Źródło: opracowanie własne.

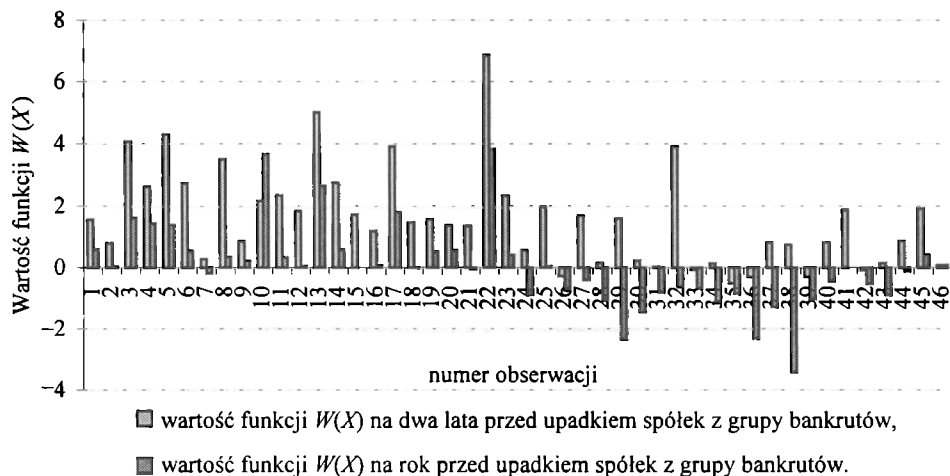
4. Konstrukcja funkcji dyskryminacyjnej na dwa lata przed bankructwem

Aby badanie miało bardziej dynamiczny charakter, obliczono także wskaźniki finansowe spółek upadłych na dwa lata przed ich bankructwem, natomiast dla spółek o dobrej kondycji finansowej – wskaźniki na podstawie raportów rocznych 2001, następnie obliczono wartości funkcji dyskryminacyjnej $W(X)$. Na rysunku 2 przedstawiono wartości funkcji $W(X)$ dla dwóch grup przedsiębiorstw na rok oraz na dwa lata przed upadkiem bankrutów (obserwacje numer 24-46).

Okazuje się, że funkcja $W(X)$ nie dyskryminuje poprawnie obie grupy przedsiębiorstw, liczba błędów jest tak duża (błędy pierwszego rodzaju), że wyklucza przydatność funkcji $W(X)$ do prognozowania bankructwa z dwuletnim wyprzedzeniem.

W celu poprawienia rezultatów klasyfikacji na podstawie obliczonych mierników skonstruowano nową funkcję – analogicznie jak dla wskaźników obliczonych na rok przed upadkiem (wykorzystując wzory 1-3). Model zbudowany z danych na dwa lata przed bankructwem ma następującą postać:

$$W''(X) = 0,135X_1 - 1,125X_2 + 1,740X_3 + 0,164X_4 + 0,050X_5 + 0,405. \quad (6)$$



Rys. 2. Wartości funkcji dyskryminacyjnej $W(X)$ dla dwóch grup przedsiębiorstw na rok oraz na dwa lata przed ogłoszeniem bankructwa

Źródło: opracowanie własne.

Zdolność prognostyczna modelu $W''(X)$ jest wysoka, podobnie jak w modelu $W(X)$ na rok przed bankructwem, błędnie zaklasyfikowano tylko 6 obserwacji, zatem przeciętna trafność poprawnego oszacowania wyniosła 87%. Jednak błąd szacowania pierwszego rodzaju (bankrut zaklasyfikowany jako niebankrut) był wyższy i wyniósł 22%. Błąd drugiego rodzaju (niebankrut zaklasyfikowany jako bankrut) wyniósł tylko 4%. Niewielka liczba błędnie sklasyfikowanych obiektów świadczy o tym, że już dwa lata przed bankructwem wskaźniki finansowe dla spółek, które upadną, różnią się znacznie od wskaźników obliczonych dla spółek o dobrej kondycji finansowej, jednak zgodnie z oczekiwaniami statystyczna moc dyskryminacyjna modelu (6) jest dużo niższa niż w przypadku funkcji dyskryminacyjnej obliczonej na rok przed bankructwem (5); wysoka wartość błędu pierwszego rodzaju (22%) przemawia za niewielką przydatnością modelu do prognozowania bankructwa.

5. Weryfikacja empiryczna zbudowanych modeli analizy dyskryminacyjnej

W celu zbadania skuteczności zbudowanych modeli do przewidywania trudności finansowych spółek giełdowych zweryfikowano ich zdolności prognostyczne na zbiorze testowym. Oszacowane modele $W(X)$ i $W''(X)$ wykorzystane zostały do prognozowania upadku 20 spółek giełdowych, obserwacje 1-9 to spółki, które uznano za upadłe, obserwacje 10-20 to spółki charakteryzujące się dobrą kondycją finansową (tab. 3).

Wartości funkcji dyskryminacyjnej $W(X)$ obliczone na podstawie wskaźników dla spółek z próby testowej przedstawia tab. 3. Tylko dwie obserwacje zostały błędnie sklasyfikowane: Naftobudowa SA (obserwacja nr 2) oraz Prochem SA (obserwacja nr 12). Otrzymane rezultaty pozwalają jednoznacznie stwierdzić, że model analizy dyskryminacyjnej zbudowany na podstawie danych na rok przed upadkiem spółek z grupy bankrutow może być wykorzystany do przewidywania upadku spółek giełdowych. Ze względu na niewielką liczbę obserwacji w próbie testowej nie wyrażono błędów klasyfikacji w procentach.

Obliczono także zdolność prognostyczną modelu $W''(X)$ na zbiorze testowym (w tym przypadku obliczono wskaźniki finansowe na dwa lata przed upadkiem

Tabela 3. Wartości funkcji dyskryminacyjnej $W(X)$ dla spółek wchodzących w skład próby testowej

Lp.	Nazwa spółki	Sektor	Sytuacja spółki	$W(X)$
1	Elektromontaż-Export SA	budowlany	bankrut	-0,62
2	Naftobudowa SA	budowlany	bankrut	0,15
3	Elektromontaż W-wa SA	budowlany	bankrut	-0,47
4	Mostostal Zabrze SA	budowlany	bankrut	-0,54
5	WFM Oborniki SA	przemysł drzewno-papierniczy	bankrut	-0,86
6	Energoaparatura SA	budowlany	bankrut	-0,33
7	Bick SA	budowlany	bankrut	-0,60
8	Howell SA	handlowy	bankrut	-1,25
9	Pekabex SA	budowlany	bankrut	-0,40
10	PBG SA	budowlany	niebankrut	0,59
11	Polimex-MS SA	budowlany	niebankrut	0,18
12	Prochem SA	budowlany	niebankrut	-0,07
13	Ampli SA	handlowy	niebankrut	0,06
14	CCC SA	handlowy	niebankrut	1,09
15	Eldorado SA	handlowy	niebankrut	0,24
16	Apator SA	elektroniczny	niebankrut	1,15
17	Amica Wronki SA	elektroniczny	niebankrut	0,20
18	PKM Duda SA	spożywczy	niebankrut	0,25
19	Betacom SA	informatyczny	niebankrut	3,35
20	Bioton SA	chemiczny	niebankrut	1,06

Źródło: opracowanie własne.

spółek z grupy bankrutów w próbie testowej), jednak rezultaty klasyfikacji nie były zadowalające; funkcja $W''(X)$ nie klasyfikowała poprawnie spółek z próby testowej. Ponad połowa błędnie sklasyfikowanych spółek jednoznacznie odrzuca wykorzystanie funkcji $W''(X)$ do przewidywania upadku spółek giełdowych z dwuletnim wyprzedzeniem.

6. Zakończenie

Jak wynika z zaprezentowanej analizy, modele dyskryminacyjne prognozujące upadek przedsiębiorstwa są prostym i łatwym narzędziem do oceny kondycji finansowej spółek giełdowych. Wartości funkcji dyskryminacyjnych pozwalają na wykrywanie spółek zagrożonych upadłością. Duża zmienność otoczenia powoduje jednak, że stabilność oszacowanych funkcji dyskryminacyjnych jest niewielka, dlatego istnieje ryzyko błędnej prognozy dokonanej na innej próbie niż próba badana, co wiąże się z ograniczeniem poprawności wyników danego modelu do podobnych firm działających w podobnych warunkach.

Należy sobie uświadomić, że stosując modele dyskryminacyjne służące prognozowaniu bankructwa, nie można traktować ich jako ostatecznej i jedynej metody oceny sytuacji finansowej jednostki. W przypadku przewidywania bankructwa duże znaczenia mają takie czynniki, jak: branża, w której działa spółka, sytuacja makroekonomiczna kraju, a nawet uregulowania prawne dotyczące upadłości przedsiębiorstw.

Zawarte w artykule przykłady modeli analizy dyskryminacyjnej potwierdzają, że modele tego typu mogą stanowić dość skuteczne i obiektywne narzędzie weryfikacji rzeczywistej kondycji finansowej jednostki i sygnalizować jej ewentualne bankructwo.

Skonstruowane modele służą nie tylko przewidywaniu bankructwa przedsiębiorstwa, lecz także mogą być przydatne inwestorom giełdowym do oceny sytuacji ekonomiczno-finansowej poszczególnych spółek lub być wykorzystane jako mierniki oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstwa. W praktyce model przewidujący zagrożenie finansowe przedsiębiorstw może być wykorzystany przez banki, instytucje finansowe, inne jednostki związane z danym przedsiębiorstwem pośrednio lub bezpośrednio, potencjalnych inwestorów, biegłych rewidentów oraz osoby zarządzające przedsiębiorstwem.

Literatura

- [1] Aczel A.D., *Statystyka w zarządzaniu: pełny wykład*, PWN, Warszawa 2000.
- [2] Altman E.I., *Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy*, „Journal of Finance” 1968, vol. 23, nr 4, październik 1968.

- [3] Gajdka J., Stos D., *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw*, [w:] *Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw*, red. J. Gajdka, D. Stos, TNOiK, AE, Kraków 1996.
- [4] Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa 1989.
- [5] Hadasik D., *Upadłość przedsiębiorstwa w Polsce i metody jej prognozowania*, Zeszyt nr 153, AE, Poznań 1999.
- [6] Holda A., *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z_H* , „Rachunkowość” 2001, nr 5.
- [7] Jajuga K., *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa 1993.
- [8] Kowalak R., *Ocena kondycji finansowej przedsiębiorstwa*, ODDK, Gdańsk 2003.
- [9] Miszczak W., *Statystyczne metody analizy danych: materiały do ćwiczeń*, AE, Wrocław 1999.
- [10] Monitor Polski B (nr 416, 1999 r.; nr 775, 2000 r.; nr 482, 2000 r.; nr 722, 2001 r.).
- [11] Morrison D.F., *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, Warszawa 1990.
- [12] Prawo upadłościowe i naprawcze (DzU nr 60, poz. 535, 28 lutego 2003 r.).
- [13] Raporty spółek giełdowych oraz komunikaty GPW ze stron internetowych: www.gpw.pl, www.money.pl, www.gielda.onet.pl, www.parkiet.com.pl.
- [14] Siemińska E., *Finansowa kondycja firmy: metody pomiaru i oceny*, Poltext, Warszawa 2003.
- [15] Sierpińska M., Jachna T., *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, PWN, Warszawa 1997.
- [16] Stasiewski T., *Z-score-indeks przewidywanego upadku przedsiębiorstwa*, „Rachunkowość” 1996, nr 12.
- [17] *Statystyczne metody analizy danych*, red. W. Ostasiewicz, AE, Wrocław 1997.
- [18] Ustawa o rachunkowości (DzU nr 76, poz. 694, 27 marca 2002 r.).
- [19] *Wspomaganie procesów decyzyjnych*, red. M. Lipiec-Zajchowska, tom II, „Ekonometria”, C.H. Beck, Warszawa 2003.

THE USAGE OF DISCRIMINANT FUNCTIONS TO PREDICT BANKRUPTCY OF COMPANIES ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary

This article presents the usage of multidimensional discriminant analysis (MDA) for the construction of linear discriminant functions $W(X)$ and $W''(X)$, which classify bankrupt and nonbankrupt companies on the Warsaw Stock Exchange for one and two years prior to failure. The empirical research proved that only model $W(X)$ can be used to predict financial distress of companies.

The aim of the paper is to use a linear discrimination function in the capital market for the classification of the companies, based on financial ratios. The results of the classification were acceptable, investor can use the model $W(X)$ for predicting bankruptcy and financial problems of the companies listed on the Warsaw Stock Exchange.