

Politechnika Wrocławska
Wydział Elektroniki
Katedra Systemów i Sieci Komputerowych

Raport serii PREPRINTY nr 1/02

ARKADIUSZ GRZYBOWSKI

Algorytm odbioru danych w obecności
częściowo skorygowanej interferencji
międzysymbolowej

ROZPRAWA DOKTORSKA

PROMOTOR:

dr hab. inż. Jerzy Kisilewicz

prof. nadzw. Politechniki Wrocławskiej

Wrocław 2002

*Składam serdeczne podziękowania promotorowi pracy –
Panu prof. Jerzemu Kisilewiczowi za życzliwość, za trud
jej prowadzenia, szereg cennych uwag i wskazówek.
Pragnę podziękować wszystkim pracownikom Katedry
Systemów i Sieci Komputerowych Politechniki
Wrocławskiej za życzliwość, wiele cennych uwag i
dyskusji, które bardzo pomogły mi nadać pracy jej
ostateczny kształt.*

Arkadiusz Grzybowski

SPIS TREŚCI

ZESTAWIENIE WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ.....	3
1 WPROWADZENIE	5
1.1 ZARYS TEMATYKI PRACY.....	5
1.2 KOREKTORY INTERFERENCJI MIĘDZYSYMBOLOWEJ	11
1.3 ROZWAŻANY SYSTEM TRANSMISJI	19
1.4 PROBLEMATYKA I TEZA PRACY	22
2. NIELINIOWA KOREKCJA INTERFERENCJI MIĘDZYSYMBOLOWEJ Z PRZEWIDYWANIEM PRZYSZŁEJ DECYZJI.....	25
2.1 REGUŁA DECYZYJNA	28
2.2 PRZYKŁADY OBLICZENIOWE	31
2.3 WYNIKI I WNIOSKI Z PRZEPROWADZONYCH EKSPERYMENTÓW	32
3. ALGORYTM KOREKCJI INTERFERENCJI MIĘDZYSYMBOLOWEJ METODĄ PRZEWIDYWANIA NADCHODZĄCYCH DANYCH.....	36
3.1 REGUŁA DECYZYJNA	36
3.2 PRZYKŁADY OBLICZENIOWE	43
3.3 WYNIKI BADAŃ	45
4. OBSZAR ZASTOSOWANIA METODY PRZEWIDYWANIA PRZYSZŁYCH DECYZJI.....	49
4.1 WYBÓR KLASY KANAŁÓW DO OBLICZEŃ	49
4.2 EKSPERYMENTY OBLICZENIOWE.....	54
4.3 WYNIKI I WNIOSKI.....	57
5. OPTIMALIZACJA PARAMETRÓW DECYZYJNEGO SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO	71
5.1 METODA WYZNACZANIA PROGU RYZYKA.....	72
5.2 EKSPERYMENTY OBLICZENIOWE.....	88

5.3 WYNIKI I WNIOSKI.....	89
6 PODSUMOWANIE.....	94
LITERATURA.....	98

Zestawienie ważniejszych oznaczeń

A_i	- zbiór wszystkich ciągów D_k , w których bit $a_{k-i} = 1$
a_k	- dane nadawane w chwili k
ax, ay	- wartości $\frac{y_0}{y_2}$ oraz $\frac{y_1}{y_2}$ w przypadku gdy $g = 4$ oraz $y_0 = y_4$ i $y_1 = y_3$
c_i	- wzmocnienie na i -tym odczepie filtra
D_k	- liczba binarna przyjmująca wartości z przedziału od 0 do $2^{h+1} - 1$ reprezentująca ciąg $h+1$ danych binarnych od a_{k-h} do a_k
d_k	- binarna decyzja o nadanym bicie danych a_k
e_k	- wartość próbki na wejściu układu decyzyjnego
$f(z)$	- funkcja rozkładu gęstości prawdopodobieństwa zakłóceń
g	- pomniejszona o 1 liczba próbek interferencyjnych kanału
h	- indeks próbki głównej
K_{en}	- stosunek stóp błędów
Pe	- elementowa stopa błędów
P_{ei}	- prawdopodobieństwo popełnienia błędu
$P_d^k(i/x_k)$	- wyznaczone z próbki x_k prawdopodobieństwo, że $a_{k-i} = d$
$P_d^k(h)$	- średnie z $h+1$ próbek od x_{k-h} do x_k prawdopodobieństwo że $a_{k-i} = d$
$p(x_k/D_k)$	- prawdopodobieństwo zaobserwowania wartości x_k pod warunkiem, że nadchodzące dane będą reprezentowane przez D_k
S_*	- optymalny próg decyzyjny
S_{D_k}	- nominalne wartości e_k (przy braku zakłóceń) dla ciągu danych reprezentowanych przez D_k
S/N	- stosunek mocy sygnału do mocy szumu

v_k	- ciąg próbek na wyjściu kanału
x_k	- wartość odebranego sygnału w k -tej chwili
$Y(z)$	- operatorowa odpowiedź kanału na impuls jednostkowy
$\tilde{Y}(z)$	- łączna operatorowa odpowiedź kanału i filtru dopasowanego na impuls jednostkowy
$y(z)$	- dyskretna transmitancja kanału
y_i	- wartości rzeczywiste próbek ($i=0, 1, \dots, g$)
z_k	- wartość zakłóceń
α	- wartość współczynnika korekcji
α^*, β^*	- optymalna para wartości α i β
β	- próg kwalifikowania decyzji
σ^2	- moc szumu
$\delta(t)$	- impuls jednostkowy
φ	- moc sygnału
Δ	- dokładność pomiaru wartości próbki odbieranego sygnału

1 Wprowadzenie

1.1 Zarys tematyki pracy

Ostatnie lata to powszechne wykorzystanie systemów komputerowych w działalności społecznej i gospodarczej. Informacje przetwarzane i gromadzone przez te systemy komputerowe zwykle mają znaczenie wówczas, gdy umożliwiają one jednoczesny dostęp do tych informacji wielu użytkownikom. Konieczne zatem staje się łączenie komputerów w sieci, których istotnym elementem jest przesyłanie danych między użytkownikami i komputerami. Przesyłanie danych dostarcza wielu nowych problemów w porównaniu z klasycznymi systemami transmisji. Jednym z problemów jest zapewnienie wysokiej wierności transmisji. O ile przy cyfrowym przesyłaniu informacji telefonicznych dopuszcza się prawdopodobieństwo błędu binarnego rzędu od 10^{-3} do 10^{-5} , o tyle przy przesyłaniu informacji komputerowych wymaga się, aby prawdopodobieństwo błędu nie było większe niż 10^{-9} , a nawet 10^{-12} [112], [123], [131], [132]. Drugi problem wynika z dużej różnorodności szybkości, z jaką są nadawane informacje komputerowe.

Właśnie problemom wierności transmisji danych poświęcona jest niniejsza praca. Posługując się modelami systemów otwartych, pośród których najważniejszy to model ISO/OSI [11], [72], [128], [131], [135] opublikowany jako norma ISO 7498, mamy do czynienia ze ściśle zdefiniowanymi funkcjami poszczególnych warstw modelu. Model ten zawiera siedem warstw jak to pokazano na rys. 1.1. O wadze problematyki wierności transmisji danych niech świadczy fakt, że każda z sześciu pierwszych warstw modelu ISO/OSI ma swój wkład w poprawę wierności i niezawodności przesyłanych danych, w tym aż cztery pierwsze warstwy usuwają skutki przekłamań w fizycznym kanale binarnym.

Warstwa aplikacji (7)
Warstwa prezentacji (6)
Warstwa sesji (5)
Warstwa transportowa (4)
Warstwa sieciowa (3)
Warstwa łącza danych (2)
Warstwa fizyczna (1)

Rys. 1.1 Model warstwowy ISO/OSI

Warstwa fizyczna definiuje elektryczne i mechaniczne charakterystyki styku między terminalem danych użytkownika a urządzeniem komunikacyjnym łącza danych. Warstwa ta ma za zadanie zminimalizować prawdopodobieństwo przekłamania elementu binarnego podczas transmisji ciągu tych elementów w kanale fizycznym.

Warstwa łącza danych opisuje metody przesyłania danych łączem transmisyjnym między dwoma systemami. Metody stosowane w warstwie fizycznej nie gwarantują bezbłędnej transmisji, zwłaszcza, gdy w kanale występują zakłócenia impulsowe lub chwilowe przerwy transmisji. Wykrywanie i korekcję powstałych błędów umożliwia kodowanie nadmiarowe korekcyjne lub detekcyjne. W praktyce częściej stosuje się tylko wykrywanie przekłamań (kodowanie detekcyjne) i po ich stwierdzeniu powtarza się transmisję. Systemy tak pracujące są nazywane systemami z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym, ponieważ należy zwrotnie od odbiorcy do nadawcy danych przesłać decyzję o akceptacji bądź odrzuceniu odebranej ramki, aby zainicjować retransmisję błędnie odebranych danych. Spośród różnych metod kodowania danych najczęściej stosuje się kody cykliczne i blokowe kody parzystości [7], [11], [124], [128], [131]. W warstwie łącza danych tworzy się ramki, realizuje się procedury sterowania przepływem ramek, wykrywa i koryguje błędy powstałe w kanale fizycznym oraz organizuje się retransmisje przekłamanych ramek (bloków).

Warstwa sieciowa określa styk między użytkownikiem a siecią rozległą z komutacją pakietów, oraz definiuje protokoły służące przesyłaniu pakietów między dowolnymi użytkownikami sieci. Dodatkowo warstwa ta wykrywa i koryguje błędy

nie zauważone przez procedury kontrolne warstwy łącza danych. Umieszcza ona dodatkowe sumy kontrolne wewnątrz danych.

Warstwa transportowa stanowi interfejs między trzema najwyższymi warstwami a siecią komunikacyjną opisaną przez trzy najniższe warstwy. Warstwa ta obsługuje połączenie między systemami komputerowymi użytkowników końcowych. W zasadzie zakłada się tu bezbłędną transmisję, czyli pełną wykrywalność błędów w warstwach niższych. Jednak gdy prawdopodobieństwo przekłamania w warstwie fizycznej jest większe od założonego, lub gdy w protokołach bezpołączeniowych zapewnia się właściwą kolejność odbieranych pakietów, wymagana jest szczególna ochrona danych (np. w systemach bankowych), warstwa ta dołącza własne sumy kontrolne, wykrywając błędy w kanale od nadawcy do odbiorcy (punkt-punkt). Do zadań warstwy transportowej należy też odtwarzanie danych straconych w rezultacie zerowania sieci oraz zapewnienie poprawnej kolejności przekazywania danych odebranych.

Warstwa sesji koordynuje wymianę informacji między rozproszonymi zadaniami (procesami). Podstawowe zadania tej warstwy to otwarcie sesji, zarządzanie sesją po jej otwarciu i zamknięcie sesji. Usuwa skutki losowych przerw połączenia transportowego i odtwarza dane po awarii. Warstwa ta grupuje też przychodzące dane do czasu skompletowania wszystkich wiadomości z danej grupy, co stanowi ochronę przed nagłym przerwaniem transakcji w razie wystąpienia w podsieci komunikacyjnej błędów sprzętowych lub programowych.

Warstwa prezentacji przeznaczona jest do przekształcania danych do postaci dogodnej dla programów użytkowych. Zabezpiecza przesyłane dane przed celowym zniekształceniem lub niepowołanym dostępem, dokonując szyfrowania i deszyfrowania danych, również zadaniem tej warstwy jest kompresja danych. Jakkolwiek nie ma ścisłego związku pomiędzy usługami warstwy prezentacji a przekłamaniami danych na poziomie warstwy fizycznej, to należy zauważyć, że błędy transmisji mogą różnie odkształcać oryginalny tekst w zależności od użytej metody kompresji lub użytego szyfru, co musi być brane pod uwagę przez konstruktorów oprogramowania warstwy prezentacji.

Warstwa aplikacji związana jest z programami użytkowymi i zakłada bezbłądność danych.

Jak wynika z funkcji pełnionych przez poszczególne warstwy, mała wierność transmisji na poziomie warstwy fizycznej bezpośrednio oddziałuje na większość pozostałych warstw sieci i ma zdecydowany wpływ na jakość i niezawodność całej sieci. Trudno sobie wyobrazić prawidłowe funkcjonowanie sieci komputerowej bez niezawodnej wymiany informacji. Dobra fizyczna transmisja to fundament, na którym opiera się sieć komputerowa.

W rzeczywistych systemach transmisji występują zakłócenia, gdzie obok nich występuje interferencja międzysymbolowa wprowadzana przez charakterystyki kanałów. Interferencja międzysymbolowa jest jednym z najważniejszych czynników decydujących o jakości transmisji, czyli o prawdopodobieństwie poprawnego odbioru [1], [14], [17], [25], [26], [29], [96], [132], [135].

Do innych przyczyn powstawania błędów transmisji można zaliczyć:

- ◆ błędy synchronizacji elementowej podstawy czasu [19],
- ◆ przesłuchy [135],
- ◆ zaniki fal [135],
- ◆ utratę synchronizacji w łączach PCM [135].

Spośród wielu rodzajów zakłóceń najczęściej jest rozważany biały szum gaussowski, choć najważniejszymi czynnikami powodującymi przekłamania są inne rodzaje zakłóceń, jak np. szum impulsowy i krótkie przerwy transmisji [29], [111].

Wyniki badań wskazują na to, że przy porównaniu dwóch systemów ten, który jest odporniejszy na szum gaussowski, jest na ogół również lepszy ze względu na inne rodzaje zakłóceń [29], [96]. Błędy powstałe w wyniku zakłóceń impulsowych lub krótkich przerw eliminuje się przez stosowanie kodowania nadmiarowego, ponieważ efektywność eliminacji tych błędów w kanale ziarnistym jest niewielka [29]. Z tych przyczyn w dalszych rozdziałach pracy zakładać się będzie, podobnie jak w większości prac, zakłócenie sygnałów białym szumem gaussowskim.

Wyniki eksperymentalnych pomiarów elementowej stopy błędów przedstawia Lucky w pracy zbiorowej [96] i Wang w [140] oraz Dąbrowski i Ostrowski w [112]. Obliczaniu prawdopodobieństwa błędu elementowego poświęcono wiele prac [2], [3], [129], [144]. Wartość elementowej stopy błędów jest zwykle określana za pomocą symulacji, metod aproksymacyjnych lub oszacowań. Celem zwiększenia precyzji i wydajności obliczeń elementowej stopy błędów dla korektorów z filtrem wstępnym i z decyzyjnym sprzężeniem, autorzy proponują różne rozwiązania. Technike

aproksymacji szeregów Fouriera dla kwadraturowej różnicowej modulacji fazy (ang. QPSK Quadrature Phase-Shift Keying) zaproponowano w pracy [129], ideę łańcuchów Markowa w pracy [144], a dla powolnie zanikających kanałów Rayleigh'a analizowana jest stopa błędów dla modulacji 2PSK, 4PSK, 16QAM w pracy [2]. Z korektorami z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym wiąże się konieczność uwzględnienia zjawiska powielania się błędów. Zjawisko to wpływa nie tylko na wyliczenie stopy błędów (*BER*) ale również na właściwe oszacowanie górnej granicy prawdopodobieństwa wystąpienia błędu [3]. Wyznaczone górne granice prawdopodobieństwa wystąpienia błędów dla systemu z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym na podstawie zamieszczonych wzorów w pracy [3] dla niektórych przypadków, są znacznie węższe (bardziej restrykcyjne) niż wyznaczone przy pomocy wcześniej znanych wzorów Duttweilera, Mazo i Messerschmidta [33].

W większości prac autorzy zakładają gaussowski charakter zakłóceń [2], [3], [5], [20], [23], [31], [32], [35], [43], [46], [65], [100], [110], [122], [124], [137], [138], [141], [144], [146], [147]. Znacznie mniej prac dopuszcza szum o innym rozkładzie [13], [31], [68], [69], [133] grupowanie się błędów w serie [110] czy występowanie efektu powielania się błędów [9], [24], [141].

Z punktu widzenia przyczyn powstawania błędów, najważniejszymi metodami poprawy wierności transmisji są :

- ♦ minimalizacja interferencji międzysymbolowej i międzykanałowej przez kształtowanie charakterystyk całego toru lub kompensację interferencji [27],
- ♦ minimalizacja wpływu zakłóceń szumowych, to jest poprawę stosunku mocy sygnału do mocy szumu przez użycie filtru dopasowanego [26], [29],
- ♦ ograniczenie wpływu zakłóceń impulsowych i krótkich przerw poprzez stosowanie kodowania nadmiarowego [28], [29],
- ♦ ograniczenie wpływu innych czynników, takich jak – zakłócenia multiplikatywne czy niedokładność lub utrata synchronizacji [29].

Natomiast dzięki komputerowej metodzie symulacyjnej przy zastosowaniu specjalnego pakietu, można szybko i w miarę wiarygodnie ocenić przydatność określonych rozwiązań.

Do oceny jakości korekcji najczęściej stosuje się następujące minimalizowane kryteria:

- ◆ minimalizację błędu średniokwadratowego (ang. Mean-Square-Error) [6], [8], [20], [42], [125], [129], [136], [139],
- ◆ zniekształcenie szczytowe (ang. Peak Distortion),
- ◆ zniekształcenia średniokwadratowe (ang. Mean-Square Distortion),
- ◆ bitową stopę błędów (ang. Bit Error Rate) [46], [122], [126],
- ◆ blokową stopę błędów (ang. Block Error Rate) [20], [23],
- ◆ wymuszenie zera (ang. Zero-Forcing) [18], [129], [136].

W rzeczywistych kanałach transmisji danych wiele przyczyn powstawania błędów występuje równocześnie. Wymusza to równoczesne stosowanie wielu różnych metod poprawy wierności transmisji. Optymalny stosunek mocy sygnału do mocy szumu uzyskuje się, stosując na wejściu odbiornika filtr dopasowany [26], [29], [86], [96], [128]. Interferencja międzysymbolowa nie występuje, jeśli dla kanału podstawowego ekwiwalentny kanał Nyquista ma liniową fazę i stałe wzmocnienie amplitudy dla $|\omega| \leq \frac{\pi}{T}$ [29]. Warunek ten spełniają kanały o charakterystyce prostokątnej oraz kanały o charakterystykach typu „podniesiony kosinus” [26], [29], [96]. W praktyce jednak okazuje się konieczne korygowanie interferencji międzysymbolowej wprowadzanej przez rzeczywiste kanały.

Korekcja taka może polegać na :

- ◆ dołączeniu do kanału analogowego dodatkowych filtrów w celu otrzymania wypadkowej charakterystyki amplitudowo-fazowej takiej, dla której interferencja nie występuje lub jest niewielka [37], [38], [78], [79], [84], [85], [104], [145], [148],
- ◆ dołączeniu takich filtrów, aby wypadkowa charakterystyka kanału podstawowego była zbliżona do charakterystyki typu „kosinus”, „sinus”, „kosinus²” lub „sinus²” i zastosowaniu odpowiedniego kodera po stronie nadawczej [26],
- ◆ zastosowaniu korektorów transwersalnych prostych [6], [14], [25], [28], [29], [91], [96], [131], [132],

- ◆ zastosowaniu korektorów z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym [2], [3], [4], [5], [6], [8], [9], [10], [12], [14], [15], [16], [17], [18], [20], [21], [22], [23], [25], [28], [29], [32], [34], [42], [43], [46], [48], [61], [67], [71], [74], [87], [90], [96], [102], [122], [125], [126], [129], [133], [134], [136], [137], [139], [144], [147],
- ◆ zastosowaniu modelowania kanału i kompensacji interferencji [27], [45], [92], [124],
- ◆ zastosowaniu innych korektorów, np. filtrów mostkowych [88], [89], [120], [121], korektorów w dziedzinie częstotliwości [114], [116], filtrów rekursywnych.

Podobnie jak w przypadku interferencji międzysymbolowej, gdzie rozważa się wpływ symboli wcześniej nadanych na symbol aktualnie odbierany, tak w przypadku interferencji międzykanałowej rozważa się wpływ symboli transmitowanych w sąsiednich kanałach. Źródłem tej interferencji są przesłuchy pomiędzy kanałami. Interferencję międzykanałową można traktować jak dodatkowe zakłócenie lub można eliminować za pomocą specjalnych wielowymiarowych (wielokanałowych) korektorów. Takie korektory mogą też równocześnie korygować interferencję międzysymbolową [64], [66], [73], [75], [77], [109], [118], [130].

Nie bez znaczenia na pracę układów synchronizacji odbiorników sygnałów transmisji danych, a więc i na jakość odbioru, ma chwilowe widmo sygnału. Układy synchronizacji i układy adaptacyjnego strojenia korektorów interferencji są projektowane przy założeniu transmisji strumienia przypadkowych danych. Warunki pracy tych układów pogarszają się podczas transmisji regularnych ciągów danych, takich jak np. długie ciągi zer czy jedynek, co objawia się niewielkim odstrojeniem korektora lub przebiegów synchronizujących. Do randomizacji danych stosuje się po stronie nadawczej układy zwane scramblerami, a po stronie odbiorczej układy nazywane descramblerami [112], [131], [132].

Obszarem zainteresowania autora niniejszej pracy jest badanie i doskonalenie metod odbioru danych przesyłanych w obecności interferencji międzysymbolowej częściowo skorygowanej w układzie z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Tak więc zainteresowania autora koncentrują się w warstwie fizycznej siedmiowarstwowego modelu ISO/OSI.

1.2 Korektory interferencji międzysymbolowej

Ze względu na strukturę użytych filtrów można podzielić korektory interferencji międzysymbolowej na:

- ♦ transwersalne proste [6], [25], [29] będące filtrem transwersalnym zbudowanym z linii opóźniającej z odczepami połączonymi z sumatorem o wejściach z regulowanymi wzmocnieniami (rys. 1.2),
- ♦ transwersalne z liniowym sprzężeniem zwrotnym [6], [25], [29], w których filtr transwersalny jest umieszczony w pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego (rys. 1.3),
- ♦ transwersalne z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym [6], [25], [29], w których różnica pomiędzy sygnałem wejściowym a sygnałem z pętli sprzężenia zwrotnego jest podawana na wejście układu decyzyjnego, a decyzja przesyłana jest do filtru transwersalnego w pętli sprzężenia zwrotnego (rys. 1.5 i rys. 1.6),
- ♦ mostkowe [88], [89], [120], [121], zbudowane z ogniw filtrów mostkowych o strukturze pokazanej na rys. 1.7,
- ♦ ortogonalne [82], zbudowane z ortogonalnych filtrów cyfrowych,
- ♦ z prostą i odwrotną transformatą Fouriera i inne [78], [84], [85], [114], [116], [148], stosujące inne metody filtracji, jak np.: zamianę sygnału czasowego na jego widmo, przekształcenie tego widma i zamianę go na wyjściowy sygnał czasowy.

Dołączenie korektora do kanału podstawowego ma na celu zmniejszenie prawdopodobieństwa błędnego odbioru poprzez redukcję interferencji międzysymbolowej.

Wymienione korektory mogą mieć parametry ustalone lub adaptacyjnie dostrajane do kanału podczas pracy. Strojenie korektora adaptacyjnego może odbywać się podczas transmisji treningowej uzgodnionych danych [18], [46], [94], [95], [103], [115], [117], [121], [149] lub podczas normalnego odbioru danych [30], [41], [70], [93], [97], [98], [118], [119], [125], [127], [139]. Zwykle stosuje się obie metody. W fazie nawiązywania połączenia wstępne strojenie korektora odbywa się na podstawie transmisji z góry założonych danych. Chodź podstawowym kryterium oceny jest

elementowa stopa błędu [46], [126], algorytmy adaptacyjnej korekcji najczęściej minimalizują błąd średniokwadratowy [6], [25], [28], [125], [139]. Szybkość i dokładność przebiegu adaptacji dla różnych algorytmów jest przedmiotem badań wielu autorów [18], [40], [46], [47], [49], [50], [93], [106], [107], [113], [125], [126], [139], [149]. W systemach cyfrowej komunikacji metody adaptacyjnego strojenia filtrów korygujących interferencję międzysymbolową, znajdują zastosowanie między innymi do aplikacji takich jak pętla abonencka, przenośne radia i systemy pamięci magnetycznych o dużej gęstości. W pracy [18] proponowana jest tablica systoliczna dla adaptacyjnego korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym (korektor ADFE ang. Adaptive Decision Feedback Equalizer). Architektura ADFE jest tworzona na postawie dwóch przetwarzających komórek, które są równoważne i służą do budowania głównego ciała tablicy. W pracy [139] T. Wang przedstawia metodę adaptacyjnego decyzyjnego sprzężenia zwrotnego z okresowym przeplotem dla systemów o kodowanej modulacji. Metoda ta bazuje na wersji zaproponowanej przez M.V. Eyuboglu w pracy [39]. Prowadzone są również prace wykorzystujące teorię sieci neuronowych. Na tej teorii oparty jest człon decyzyjnego sprzężenia zwrotnego ze strukturą siatkową [126]. Metoda ta polega na oczyszczeniu z interferencji międzysymbolowej danych wejściowych w oparciu o algorytmy adaptacyjnych siatek korekcyjnych.

Algorytmy i proces adaptacji nie stanowią przedmiotu rozważań niniejszej pracy.

Powszechnym rozwiązaniem służącym do korekcji interferencji międzysymbolowej jest korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i filtrem wstępnym (rys. 1.5) [5], [8], [21], [23], [42], [67], [87], [137]. Dla tego typu układów występuje dość duża złożoność filtrów, wynikająca z potrzeby stosowania dużej liczby odczepów, celem osiągnięcia jak najlepszej jakościowo transmisji. Dla rozsiewczych bezprzewodowych systemów transmisji, proponowany jest algorytm strojenia filtra wstępnego przedstawiony w pracy [5]. Pojawia się również problem związany z propagacją błędów oraz stabilnością układu. Analizę stabilności i stopnia wykrywania błędów przedstawiono w pracy [137]. Do rozważań wykorzystano dyskretne serie Volterra. Natomiast w przypadku wykorzystania teorii falkowej do konstruowania korektorów z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym, przedstawiona jest w pracy [42] analiza czasu zbieżności algorytmu.

W celu poprawy odbioru, w literaturze proponowane są metody polegające zarówno na połączeniu funkcji korekcji i kodowania, jak i ich oddzieleniu. System z układem kodującym wykorzystywanym do wykrywania błędów prezentowany jest w pracy [147]. Natomiast metodę polegającą na wykorzystaniu korektora do korekcji interferencji międzysymbolowej w kanale i użycie kodów dla kanałów wolnych już od zakłóceń przedstawiono w pracy [8].

W systemach, dla których zmienne w czasie pogorszenie transmisji, obliguje do stosowania modeli kanałów z pamięcią, decydującą rolę odgrywa interferencja blokowa. Problem szybkiego analitycznego analizowania jakości blokowo kodowanej transmisji i ogólnej metody określania prawdopodobieństwa błędu dla kodów blokowych w kanałach z interferencją blokową prezentuje M. Chiani w pracy [23].

Dla kanałów z wieloma wejściami i wyjściami proponowane są i analizowane metody korekcji interferencji międzysymbolowej, wykorzystujące decyzyjne sprzężenie zwrotne [20], [43], [122], [136]. Strukturę i konstrukcję wieloparametrowego decyzyjnego korektora sprzężenia zwrotnego przedstawiono w pracy [136]. Konstrukcje korektorów są podzielone ze względu na ograniczenia na przyczynowe i stałe filtry oraz skończone opóźnienie decyzyjne. Konstrukcja korektora oparta jest na rozproszonym modelu czasowo-dyskretnym kanału z nieskończoną reakcją impulsową. Optymalny układ decyzyjnego sprzężenia zwrotnego posiada nieograniczony filtr odpowiedzi impulsowej IIR, zarówno w ścieżkach przekazujących jak i zwrotnych. Filtry IIR w decyzyjnym sprzężeniu zwrotnym są uzyskane z równań konstrukcyjnych, które zawierają opisy kanału i szumu. W oparciu o ocenę kanału czyli poziomu szumu i niezgodności symboli, oblicza się współczynniki filtrów występujących przed sprzężeniem zwrotnym dla systemu zaproponowanego w pracy [43].

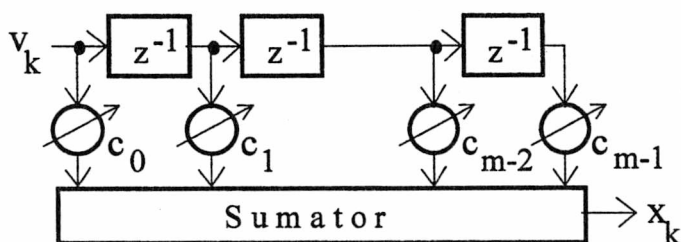
Dla M-wartościowej modulacji PAM [20], metoda uzyskania optymalnego korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym jest oparta na przestrzeni wektorowej. W pracy [122] R. Schober i W. Gerstacker przedstawili metodę różnicowej detekcji sygnałów (ang. DF-DD Decision-Feedback Differential Detection) M-wartościowej różnicowej modulacji fazy transmitowanych kanałami Ricena. Detekcja odbywa się w układzie z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i bazuje na liniowej predykcji sygnałów MDPSK. Bazujący na przewidywaniu DF-DD korektor jest szczególnie odpowiedni do zastosowania w komunikacji mobilnej, ponieważ jego skuteczność może być zwiększona przez użycie rekursywnego algorytmu najmniejszego pola.

Optymalizację parametrów nieliniowego korektora interferencji międzysymbolowej zawierającego układ decyzyjny oraz decyzyjne sprzężenie zwrotne przedstawiono w pracach [15], [16], [22], [61]. Jeśli decyzję o odebranych danych podjęto na podstawie wartości sygnału zbyt zbliżonej do wartości progu decyzyjnego, to decyzję taką uznaje się za ryzykowną i w efekcie rezygnuje się z kompensacji odpowiadających jej prążków interferencyjnych. W [22] zaproponowana jest trójstanowa klasyfikacja decyzji, gdy decyzja zostaje podjęta z przekroczeniem żądanego progu ryzyka, nie jest uwzględniana w korekcji. W pracach J. Bergmans [15] i [16] rozpatruje się podwójne decyzyjne sprzężenie zwrotne oparte na zmiennym opóźnieniu detekcji. Zmienność detekcji związana jest z ryzykiem decyzji. W pracy [61] celem wyeliminowania wpływu propagacji błędów na decyzję odbiorczą, proponuje się optymalizację parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego w oparciu o teorię logiki rozmytej (ang. Fuzzy logic). Sygnał na wejściu urządzenia próbkującego o całkowitej wartości mniejszej od zalecanej granicy dokładności, zostanie uznany za niedokładny i żadna decyzja nie zostanie podjęta, tak samo jak to proponuje M. Chiani w pracy [22].

W dostępnej literaturze problem korekcji interferencji międzysymbolowej, analizowany jest w większości przypadków dla korektora z filtrem wstępnym i decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Analiza dokonywana jest w oparciu o kryterium oceny w postaci błędu średniokwadratowego (MSE) oraz uzyskiwaną wartość elementowej stopy błędów (BER). Z lektury wymienionych w rozprawie prac wynika, że problem korekcji interferencji międzysymbolowej jest ciągle problemem otwartym, ciągle są podejmowane próby poprawy odbioru danych dla określonych charakterystyk kanałów. To właśnie spowodowało, że ta tematyka stała się przedmiotem niniejszej rozprawy.

W szczególności praca dotyczy doskonalenia korektorów transwersalnych z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Dla takich korektorów w pracy zaproponowano algorytm bazujący na przewidywaniu przyszłych danych oraz algorytm uwzględniający próg kwalifikowania decyzji od wartości współczynnika kompensacji. Niniejsza rozprawa obejmuje wyniki przedstawione we wcześniejszych pracach autora [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57], [58], [59], [60] jak również rezultaty nowe, dotychczas niepublikowane.

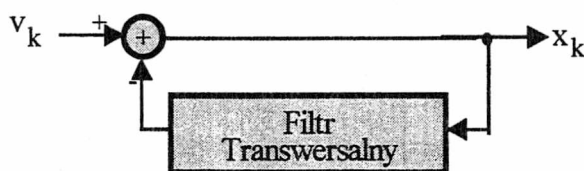
Korektor transwersalny to filtr transwersalny zbudowany z linii opóźniającej z odczepami oraz z wielowejsściowego sumatora o regulowanych wzmocnieniach na każdym wejściu. Sygnały z odczepów linii opóźniającej zsumowane wagowo dają sygnał wyjściowy z korektora jak to pokazano na rys. 1.2.



Rys.1.2 Schemat filtru transwersalnego

Przedmiotem strojenia korektora są wzmocnienia na odczepach jego linii opóźniającej. Korektory te są zawsze stabilne, ale wymagają stosowania dużej liczby odczepów. Zaletą korektorów transwersalnych prostych jest zdolność do korekcji tych prążków interferencji, które pojawiają się przed prążkiem głównym służącym do podjęcia decyzji o przesyłanych danych. Odbywa się to jednak kosztem wprowadzenia dodatkowego opóźnienia, a ponadto korektory transwersalne proste pogarszają na swoim wyjściu stosunek mocy sygnału do mocy szumu.

Korektory transwersalne z liniowym sprzężeniem zwrotnym zawierają filtr transwersalny w sprzężeniu zwrotnym jak to pokazano na rys. 1.3.



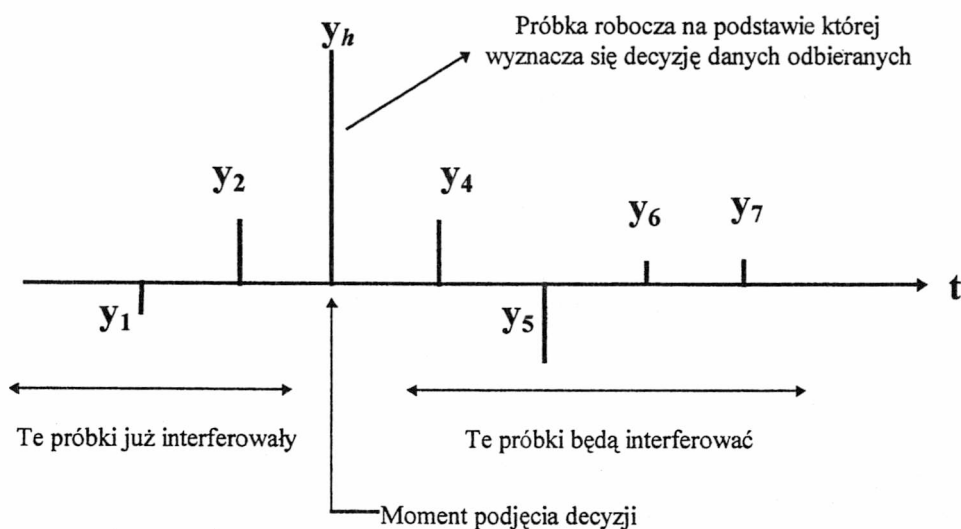
Rys. 1.3 Schemat korektora transwersalnego ze sprzężeniem zwrotnym liniowym

Korygują one tylko te prążki interferencji międzysymbolowej, które pojawiają się po prążku głównym, ale korekcja może być wykonana dokładnie. Liczba wymaganych odczepów jest minimalna i równa liczbie korygowanych prążków.

Korektory te jednak nie zawsze są stabilne oraz pogarszają stosunek mocy sygnału do mocy szumu w stopniu większym niż czynią to proste filtry transwersalne.

Korektory transwersalne z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym mają w pętli sprzężenia zwrotnego nieliniowy układ decyzyjny, który najczęściej jest demodulatorem transmitowanych danych. Podjęte decyzje są wprowadzane do sprzężenia zwrotnego i wykorzystywane do kompensacji nadchodzącej interferencji. Korektory z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym mają nad korektorami z liniowym sprzężeniem zwrotnym oraz nad prostymi filtrami transwersalnymi tę zasadniczą przewagę, że nie pogarszają stosunku mocy sygnału do mocy szumu, korygują jednak tylko część interferencji występującą po prążku głównym.

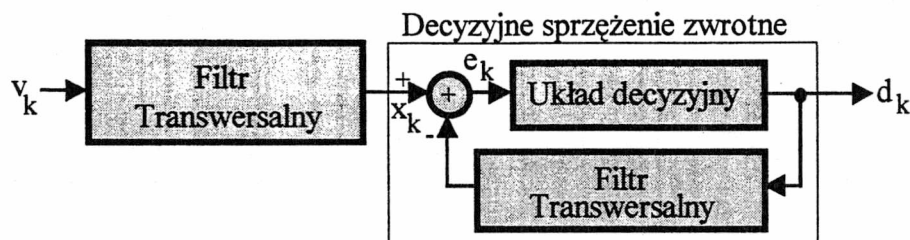
Jeżeli próbka v_k reprezentuje transmitowane dane a_{k-h} , to w decyzyjnym sprzężeniu pamiętane są decyzje d_i o danych a_i dla $i < k - h$. Tak więc z próbki v_k zgodnie ze wzorem (1.1) można usunąć tylko te składniki interferencji $a_{k-i}y_i$, dla których $k - i < k - h$, czyli dla $i > h$. Jak zostało zilustrowane na rys.1.4, interferencja jest podzielona na dwie części. Część, która jest przed podjęciem decyzji oraz część po podjęciu decyzji. Część interferencji, która występuje po podjęciu decyzji jest korygowana przez układ z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym.



Rys. 1.4 Podział próbek odpowiedzi kanału

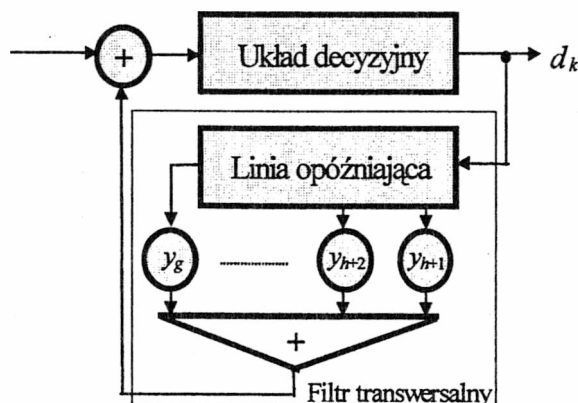
Pozostałe składniki (dla $i < h$) interferencji koryguje wstępny filtr transwersalny (rys.1.5). Algorytmy syntezy korektorów opisano w [25], [83], [85].

Gdy w charakterystykach amplitudowych kanału występują zera (np. kanały radiowe opisane przez A. Dąbrowskiego w [29]), liniowy filtr transwersalny jest mało efektywny jako korektor.



Rys. 1.5 Schemat korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym

Korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym (rys.1.6) pracuje prawidłowo, jeśli w jego linii opóźniającej nie ma błędnych decyzji. W wyniku przekłamania odbieranego symbolu błędna decyzja wprowadzana jest do linii opóźniającej korektora i pojawia się kolejno na wszystkich jej odczepach. Jeśli na danym odczepie występuje błędna decyzja, to odpowiedni prążek interferencji nie jest korygowany, lecz (w przypadku danych binarnych) jest podwajany. W tej sytuacji prawdopodobieństwo popełnienia kolejnego błędu znacznie wzrasta. Wprowadzenie do linii opóźniającej korektora kolejnych błędnych decyzji za nim poprzednie tę linię opuszczają, powoduje dalszy wzrost prawdopodobieństwa przekłamania. Wyżej opisane zjawisko nazywa się zjawiskiem powielania się błędów [3], [24], [83]. Zasada działania korektorów z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym zakłada poprawność decyzji obecnych w jego linii opóźniającej.



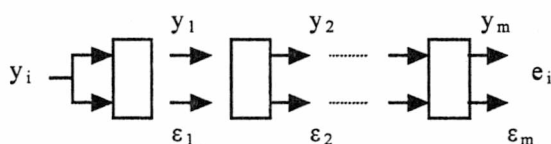
Rys. 1.6 Korektor transwersalny z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym

Jak powyżej zostało wspomniane, stosowanie filtru transwersalnego jako korektora wstępnego powoduje pogorszenie stosunku mocy sygnału do mocy szumu SNR na swoim wyjściu [4], co ma szczególne znaczenie gdy wartości SNR są niewielkie [4], [12], [144]. Jeżeli przez c_i oznaczmy wzmocnienia na odczepach korektora wstępnego (rys.1.2), a przez $\sigma_{z_{WE}}^2$ moc szumu na wejściu korektora, to moc szumu na wyjściu tego korektora $\sigma_{z_{WY}}^2$ wyraża się wzorem

$$\sigma_{z_{WY}}^2 = \sigma_{z_{WE}}^2 \sum_{i=1}^m c_i^2$$

Celowe jest więc poszukiwanie innych (niż korektor wstępny rys.1.5) metod korekcji tych składowych interferencji, które zależą od danych, co do których decyzja jeszcze nie została podjęta.

Korektory mostkowe (rys. 1.7) wykazują w porównaniu z korektorami transwersalnymi mniejszą wrażliwość na skwantowanie parametrów i zaokrąglenia wynikające ze skończonej dokładności obliczeń numerycznych [89], [121].



Rys. 1.7 Schemat blokowy korektora mostkowego

N-stanowy korektor mostkowy generuje wszystkie z N wyjść, które mogą być generowane przez N korektorów transwersalnych o długości od 1 do N odczepów, co zwiększa możliwości korekcyjne [121].

Korektorami ortogonalnymi są cyfrowe filtry ortogonalne projektowane tak, by korygowały interferencję międzysymbolową. Filtry te cechują się dużą dokładnością i stabilnością oraz małą wrażliwością ich funkcji transmitancji na zmiany wartości parametrów [115]. Ortogonalne filtry cyfrowe wykazują bardzo dobrą stabilność,

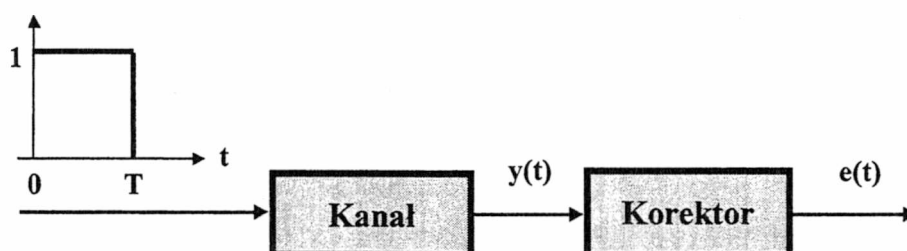
nawet wtedy, gdy ich parametry są skwantowane, jak to opisują M. Piekarski, J. Zarzycki i M. El-Halany w pracach [36], [115].

Korektory mostkowe i korektory ortogonalne nie są w tej pracy rozważane. Przedmiotem zainteresowania autora tej pracy są korektory z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Poprawa działania decyzyjnego sprzężenia, oraz metody odbioru bez obecności korektora wstępnego.

1.3 Rozważany system transmisji

Decydujący wpływ na jakość transmisji danych w sieciach komputerowych ma osiągane w warstwie fizycznej prawdopodobieństwo przekłamania elementu danych oraz prawdopodobieństwo wykrycia zaistniałego przekłamania.

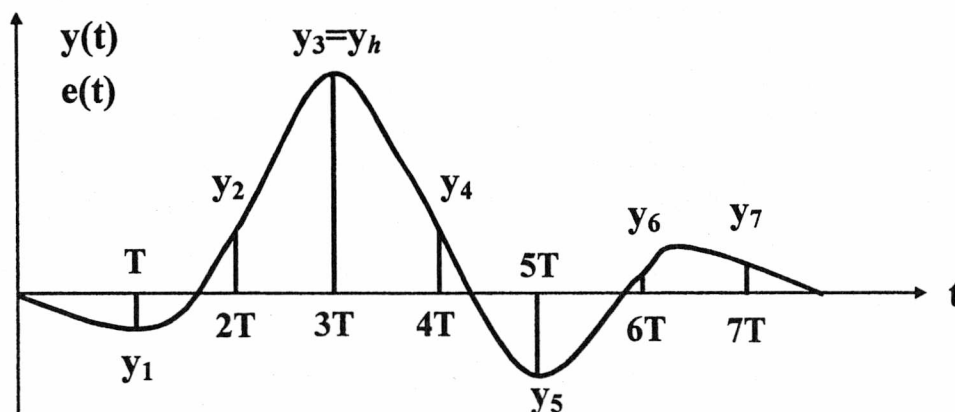
Rozważmy kanał transmisji danych złożony z analogowego kanału podstawowego i korektora z detektorem jak to pokazano na rys.1.8.



Rys. 1.8 Schemat kanału podstawowego z korektorem

Na wejście kanału jest podawany z okresem T ciąg impulsów zmodulowanych amplitudowo. Każdy impuls jest elementem sygnału o amplitudzie zależnej od nadawanych danych a_k . Niech $y(t)$ będzie odpowiedzią kanału podstawowego na taki impuls o jednostkowej amplitudzie. Odpowiedź kanału podstawowego jest próbkowana w chwilach $t = iT$. Przykładową odpowiedź $y(t)$ i jej próbki y_i pokazano na rys.1.9. Oznaczmy $y_i = y(iT)$, gdzie i jest liczbą całkowitą. Przyjmijmy, że y_i dla $i < 0$ oraz $i > g$ są na tyle bliskie zeru, że można je pominąć. Próbką v_k odpowiedzi kanału podstawowego na sygnał danych w chwili $t = kT$ będzie równa

$$v_k = \sum_{i=0}^g a_{k-i} y_i. \quad (1.1)$$



Rys. 1.9 Przykładowa odpowiedź kanału i jej próbki

Jeśli kanał podstawowy wnosi opóźnienie $t = hT$ ($0 < h < g$), to próbka v_k reprezentuje dane (symbol) a_{k-h} . Wartość v_k zależy też od wartości innych symboli a_{k-i} ($i \neq h$). Mówimy, że symbole te interferują z symbolem a_{k-h} .

Występujące we wzorze (1.1) składniki $a_{k-i} y_i$ dla $0 < i < g$ oraz $i \neq h$ są komponentami interferencji międzysymbolowej.

Niech c_i będą próbkami w chwilach $t = kT$ odpowiedzi korektora na impuls jednostkowy. Jeśli dla $j < 0$ oraz dla $j \geq m$ przyjąć $c_j = 0$, to próbki łącznej odpowiedzi kanału z korektorem na impuls jednostkowy wyrażają się wzorem

$$e_i = \sum_{j=0}^{m-1} y_{i-j} c_j \quad \text{dla } i = 0, 1, \dots, m + g - 1 \quad (1.2)$$

Wstawiając we wzorze (1.1) e_i w miejsce y_i oraz $m + g - 1$ w miejsce g otrzymujemy wzór na próbkę v_k wartości odpowiedzi kanału z korektorem na sygnał dany w chwili $t = kT$

$$v_k = \sum_{i=0}^{m+g-1} a_{k-i} e_i. \quad (1.3)$$

Jeśli łączne opóźnienie kanału podstawowego i korektora wynosi hT , wnioskujemy, że z próbki v_k demodulowane są dane a_{k-h} .

Występujące we wzorze (1.3) składniki $a_{k-i}e_i$ dla $0 \leq i < m + g$ oraz $i \neq h$ są komponentami interferencji skorygowanego kanału. Korekcję ocenia się oceniając cel jakiemu ona służy, czyli oceniając zmniejszenie prawdopodobieństwa przekłamania.

Naturalnym kryterium jakim jest prawdopodobieństwo przekłamania jest trudne do obliczenia. Powszechnie stosowane kryteria oceniają wartości e_i . Im wartości e_i dla $i \neq h$ odniesione do e_h są bliższe zeru, tym korekcja jest dokładniejsza.

Praktycznie minimalizuje się:

- ♦ błąd średniokwadratowy

$$Q_{mse} = (e_h - 1)^2 + \sum_{i=0, i \neq h}^{m+g-1} e_i^2, \quad (1.4)$$

- ♦ zniekształcenia szczytowe

$$Q_{pd} = \frac{1}{|e_h|} * \sum_{i=0, i \neq h}^{m+g-1} |e_i|, \quad (1.5)$$

- ♦ zniekształcenia średniokwadratowe

$$Q_{msd} = \frac{1}{e_h^2} * \sum_{i=0, i \neq h}^{m+g-1} e_i^2. \quad (1.6)$$

Parametry korektorów oblicza się tak, aby zminimalizować przyjęte kryterium, (1.4), (1.5) lub (1.6).

1.4 Problematyka i teza pracy

Celem pracy jest badanie i rozwój metod korekcji interferencji międzysymbolowej. Problematyka wierności transmisji danych w warstwie fizycznej sieci komputerowej jest bardzo obszerna i zajęcie się nią w całości przekracza możliwości jednego autora. W niniejszej pracy zajęto się kilkoma wybranymi

problemami związanymi z odbiorem danych w obecności częściowo skorygowanej interferencji międzysymbolowej.

Rozważa się sytuację gdy:

- ◆ część prążków interferencyjnych pozostaje nieskorygowana,
- ◆ niektóre prążki interferencyjne kompensowane są tylko częściowo.

W szczególności praca dotyczy:

1. badania metody przewidywania decyzji w połączeniu z korekcją części interferencji w układzie z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym,
2. badanie obszaru zastosowania metody przewidywania decyzji w przypadku kanałów o nieskorygowanym jednym lub dwóch prążkach interferencyjnych,
3. optymalizacji parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego.

Dotychczasowe rozważania, a w szczególności określenia problemów, których dotyczy praca, pozwalają na sformułowanie następującej tezy pracy:

W korektorach z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym można zmniejszyć liczbę błędów w transmisji danych binarnych zastępując filtr wstępny układem realizującym algorytm predykcji albo uwzględniając w sprzężeniu zwrotnym ryzyko podejmowania decyzji.

W niniejszym rozdziale przedstawiono problem pracy na tle literaturowego przeglądu zagadnień poprawy wierności transmisji. Przedstawiono podstawowe założenia i cele pracy wraz z wprowadzeniem do zagadnienia korekcji interferencji międzysymbolowej.

Drugi rozdział przedstawia metodę korekcji interferencji międzysymbolowej przy użyciu korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym bez korektora wstępnego. Zaproponowany algorytm koryguje jeden składnik interferencji, związany z danymi, co do których decyzja odbioru jeszcze nie została podjęta. Na podstawie odbioru próbki x_k (w chwili podejmowania decyzji) oraz x_{k-1} (w chwili wcześniejszej) podejmowana jest na podstawie prognozy danych a_{k-1} decyzja d_{k-1} , w obecności białego szumu gaussowskiego.

Rozdział trzeci zawiera omówienie ogólniejszego niż opisany w rozdziale drugim algorytmu, który na podstawie odebranego sygnału określa prawdopodobieństwa aktualnie odbieranych danych binarnych oraz h danych, które będą odbierane w następnych taktach. Decyzja d_{k-h} zostaje podjęta na podstawie prognozy danych a_{k-h} podczas odbioru następujących $h+1$ próbek sygnału $x_{k-h}, x_{k-h+1}, \dots, x_k$.

Rozdział czwarty określa obszar, w którym proponowane w rozdziałach drugim i trzecim algorytmy znajdują zastosowanie i dla jakiego typu kanałów są one szczególnie przydatne. Rozdział ten zawiera omówienie rezultatów otrzymanych w wyniku przeprowadzenia wielu eksperymentów komputerowych. W rozdziale tym założono stosowanie kanałów zakończonych filtrem dopasowanym. Dla takich kanałów udowodniono właściwości ich próbek interferencyjnych y_i .

Rozdział piąty dotyczy optymalizacji parametrów nieliniowego korektora interferencji międzysymbolowej zawierającego układ decyzyjny oraz sprzężenie zwrotne. Zaproponowano wprowadzenie do pętli sprzężenia binarnej oceny wiarygodności odbioru poszczególnych danych. Założono zakłócenie sygnału białym szumem gaussowskim i wyznaczono optymalne wartości obszaru uznawania odbioru za ryzykowny oraz współczynnika kompensacji. Udowodniono, że dla pewnej klasy kanałów i dla odpowiednio małej mocy szumu zaproponowana metoda uwzględnienia ryzyka odbioru zawsze zmniejsza prawdopodobieństwo powstania błędu.

Podsumowanie pracy i kierunki dalszych badań zawarto w rozdziale szóstym.

2. Nieliniowa korekcja interferencji międzysymbolowej z przewidywaniem przyszłej decyzji

W niniejszym rozdziale został przedstawiony problem odbioru danych w sytuacji, gdy nadchodzący sygnał jest silnie zinterferowany z danymi, które zostały już nadane, ale będą odbierane dopiero w następnych chwilach czasowych.

O ile zniekształcenia interferencyjne pochodzące od danych już odebranych można wyliczyć i skompensować, to nie można tego zrobić ze zniekształceniami pochodzącymi od danych, które jeszcze nie zostały odebrane. Najczęściej stosowanym układem do korekcji interferencji międzysymbolowej jest korektor nieliniowy z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym poprzedzony liniowym korektorem wstępnym w postaci prostego filtra transwersalnego. Korektor nieliniowy ma w pętli sprzężenia zwrotnego układ decyzyjny, który jest najczęściej demodulatorem odbieranych danych. Decyzyjne sprzężenie zwrotne zawiera cyfrową linię opóźniającą, w której są pamiętane kolejne decyzje podejmowane przez układ decyzyjny. W oparciu o te decyzje oblicza się wpływ (interferencję) odebranych danych na kolejny nadchodzący symbol (kolejne dane). Wypadkowa wartość interferencji odebranych wcześniej danych z aktualnie odbieranym symbolem jest równa wartości sygnału na wyjściu filtra transwersalnego w sprzężeniu zwrotnym i jest ona odejmowana od sygnału wejściowego. W ten sposób kompensuje się interferencję z danymi już odebranymi. Korektor wstępny w postaci prostego liniowego filtra transwersalnego wprowadzając odpowiednie opóźnienie w odbiorze koryguje interferencję pochodzącą od symboli, które zostały już nadane, ale ich odbiór będzie dokonany w przyszłości. Problem korekcji wstępnej jako pierwszy rozwiązał M. E. Austin w 1967 r. Aby korekcja wstępna była odpowiednio dokładna, korektor wstępny często posiada wiele odczepów, co wprowadza duże opóźnienie w odbiorze danych oraz obniża poziom sygnału nad szumem, a ponadto istnieje pewna grupa kanałów, które bardzo trudno się korygują w ten sposób. Celowe jest tu więc poszukiwanie innych (niż korektor wstępny) metod korekcji tych składowych interferencji, które zależą od danych, co do których decyzja jeszcze nie została podjęta. Metody korekcji interferencji wykorzystujące algorytmy predykcji przedstawiono w pracach [62], [101], [142].

Inna metoda polega na tym, że do wykrywania sekwencji danych cyfrowych proponuje się użycie algorytmu Viterbiego [32], który ocenia maksymalnie prawdopodobną sekwencję. W pracy [32] proponowana jest estymacja wielofazowego sprzężenia zwrotnego. W proponowanym algorytmie sekwencja danych cyfrowych jest podzielona na kilka wielofazowych składowych i każda składowa jest oceniana osobno.

W tym oraz w następnym (trzecim) rozdziale zostanie przedstawiony algorytm odbioru danych, którego przesłanki teoretyczne opierają się na spostrzeżeniu, że w przypadku sygnału zakłóconego białym szumem gaussowskim najbardziej prawdopodobna jest ta sekwencja, która generuje sygnał najbliższy sygnałowi odbieranemu.

Nominalną wartość v_k odbieranego w chwili $t = kT$ sygnału wyraża się wzorem (1.1). Rzeczywiste wartości $x_k = v_k + z_k$, gdzie z_k jest realizacją zmiennej losowej reprezentującej zakłócenia.

Dla każdego ciągu $a_{k-g}, a_{k-g+1}, \dots, a_{k-1}, a_k$ oraz założonej dokładności Δ pomiaru sygnału można obliczyć prawdopodobieństwo zaobserwowania jego wartości x_k jako

$$P(x_k / a_{k-g}, \dots, a_k) = \int_{x_k - \frac{\Delta}{2}}^{x_k + \frac{\Delta}{2}} f(x_k - v_k) dx,$$

gdzie $f(z)$ jest rozkładem gęstości prawdopodobieństwa zakłóceń.

Dla małych wartości $\Delta \rightarrow 0$ można przyjąć

$$P(a_{k-g}, \dots, a_k / x_k) \approx \Delta f(x_k - v_k).$$

Korzystając z twierdzenia Bayesa [63] o prawdopodobieństwach *a posteriori* można dla x_k wyznaczyć prawdopodobieństwo nadania ciągu danych

$$P(a_{k-g}, \dots, a_k / x_k) \approx \frac{1}{C} f(x_k - v_k) P(a_{k-g}, \dots, a_k),$$

gdzie

$$P(a_{k-g}, \dots, a_k) - \text{jest prawdopodobieństwem nadania ciągu } a_{k-g}, \dots, a_k,$$

$$C = \sum_{a_{k-g}, \dots, a_k} f(x_k - v_k(a_{k-g}, \dots, a_k)) P(a_{k-g}, \dots, a_k),$$

przy czym powyższa suma liczona jest po wszystkich możliwych ciągach $a_{k-g}, \dots, a_k$.

W powyższym wzorze dokładność pomiaru Δ ulega uproszczeniu i nie występuje.

W przypadku transmisji danych, zakłada się jednakowe prawdopodobieństwo każdej sekwencji danych. Tak więc otrzymuje się

$$P(a_{k-g}, \dots, a_k / x_k) = \frac{f(x_k - v_k(a_{k-g}, \dots, a_k))}{\sum_{a_{k-g}, \dots, a_k} f(x_k - v_k(a_{k-g}, \dots, a_k))}.$$

Sumując wszystkie $P(a_{k-g}, \dots, a_{k-i}, \dots, a_k / x_k)$, dla których $a_{k-i} = 0$ lub $a_{k-i} = 1$ oblicza się dla odebranej próbki x_k prawdopodobieństwo tego, że $a_{k-i} = 0$ lub tego, że $a_{k-i} = 1$ ($i = 0, 1, \dots, g$).

Te prawdopodobieństwa stanowią podstawę do wypracowania decyzji odbioru danej a_{k-g} , oraz do przewidywania pozostałych danych.

Zauważmy przy tym, że na podstawie wcześniejszych próbek $x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-g}$ dana a_{k-g} była przewidywana z obliczonych prawdopodobieństw

$$P(a_{k-j-g}, \dots, a_{(k-j)-(g-j)}, \dots, a_{k-j} / x_{k-j}),$$

gdzie $j = 1, 2, \dots, g$.

Wszystkie te prawdopodobieństwa mogą być brane pod uwagę przy podejmowaniu decyzji odbioru i stanowią podstawę algorytmów opisanych w rozdziale 2 i 3.

Powyżej opisana teoria zostanie zastosowana jedynie do części interferencji $y_0, y_1, \dots, y_h$. Pozostała część interferencji $y_{h+1}, y_{h+2}, \dots, y_g$ będzie kompensowana za pomocą decyzyjnego sprzężenia zwrotnego.

Tak więc decyzja odbioru nie będzie dotyczyła danej a_{k-g} lecz danej a_{k-h} .

2.1 Reguła decyzyjna

Przyjmijmy, że system transmisyjny zawiera korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym oraz że korektor ten nie posiada filtru wstępnego, jak to pokazano na rys.1.6. Koryguje on zatem tylko te składowe interferencji, które są związane z danymi rozpoznanymi wcześniej w [56], [58], [80] i [81].

Zaproponowana metoda pozwala przewidywać-wyznaczyć prawdopodobieństwa, z którymi przewiduje się nadchodzące w przyszłości dane. Te prawdopodobieństwa uwzględnione później podczas odbioru danych, znacznie podnoszą wiarygodność tego odbioru.

W przedstawionym poniżej algorytmie przyjmuje się taką interferencję kanału, która zawiera jeden istotny składnik nie korygowany przez decyzyjne sprzężenie zwrotne.

Uwzględniając te założenia można ze wzoru (1.1) wyznaczyć wartości próbek na wejściu układu decyzyjnego

$$e_k = a_k y_0 + a_{k-1} y_1. \quad (2.1)$$

gdzie a_{k-1} jest aktualnie odbieranym bitem danych, natomiast a_k jest interferującym bitem danych.

Z uwagi na to, że we wzorze (2.1) występuje tylko nieskompensowana sprzężeniem zwrotnym część prążków interferencyjnych, obliczoną z (1.1) wartość v_k oznacza się w (2.1) e_k .

Przy braku zakłóceń wzór (2.1) wyznacza oczekiwane wartości sygnału dla wszystkich możliwych kombinacji danych a_{k-1} , a_k . Zakładając transmisję danych binarnych $D_k = \{a_{k-1}, a_k\}$ otrzymuje się (jak to pokazano na rys. 2.1) cztery nominalne wartości S_{D_k} próbek na wejściu układu decyzyjnego:

$$S_{00} = 0, \quad S_{01} = y_0, \quad S_{10} = y_1, \quad S_{11} = y_0 + y_1,$$

gdzie indeks D_k zapisano w postaci binarnej a_{k-1} , a_k .

Układ decyzyjny na podstawie znajomości tych wartości oraz gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zakłóceń z_k wyznaczy prawdopodobieństwa p_{00} , p_{01} , p_{10} i p_{11} powstania danego sygnału wejściowego

$$x_k = e_k + z_k$$

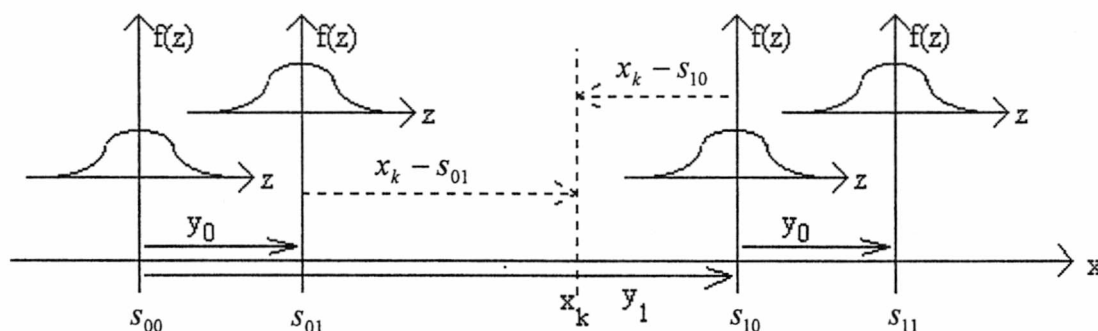
dla wszystkich czterech kombinacji danych a_{k-1} , a_k . Układ decyzyjny określi taką wartość d_{k-1} danej a_{k-1} , dla której próbka x_k sygnału wejściowego jest najbardziej prawdopodobna.

Oznaczając przez $f(z)$ rozkład gęstości prawdopodobieństwa zakłóceń oraz przez Δ dokładność pomiaru x_k można wyznaczyć prawdopodobieństwa tego, że

$$z_k = x_k - s_{ij} \quad (i, j = 0, 1)$$

jako

$$p_{ij} = f(x_k - s_{ij})\Delta, \quad (i, j = 0, 1).$$



Rys. 2.1 Nominalne poziomy sygnału x_k .

Prawdopodobieństwa tego, że $a_k = j$ oraz $a_{k-1} = i$ przy odebrany sygnał x_k czyli prawdopodobieństwa wystąpienia zakłóceń $z_k = x_k - s_{ij}$ dla $i, j \in \{0, 1\}$ wynoszą

$$p_{ij} = \frac{f(x_k - s_{ij})}{f(x_k - s_{00}) + f(x_k - s_{01}) + f(x_k - s_{10}) + f(x_k - s_{11})}. \quad (2.2)$$

Jeżeli $P_i^k(n/x_k)$ oznacza prawdopodobieństwo tego, że $a_{k-n} = i$ ($n = 0, 1$) przy odebranych sygnale x_k , to

$$P_i^k(1/x_k) = p_{i0} + p_{i1}, \quad (2.3)$$

$$P_j^k(0/x_k) = p_{0j} + p_{1j}. \quad (2.4)$$

Decyzję o tym jaką wartość ma a_k , podejmuje się w następnym kroku na podstawie odbioru x_{k+1} . W aktualnym momencie k podejmowana jest decyzja d_{k-1} o wartości a_{k-1} . Pierwsza proponowana reguła decyzyjna ma postać:

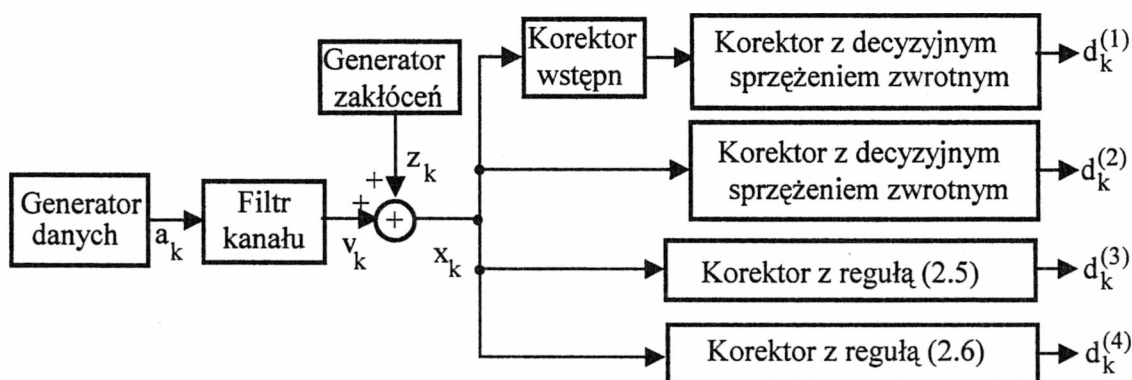
$$\bar{d}_{k-1} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } P_0^k(1/x_k) \geq P_1^k(1/x_k) \\ 1 & \text{gdy } P_0^k(1/x_k) < P_1^k(1/x_k) \end{cases}. \quad (2.5)$$

Zauważmy, że powyższa reguła decyzyjna nie wykorzystuje wszystkich dostępnych informacji. Podobnie jak tu na podstawie próbki x_k przewiduje się, że $a_{k-1} = i$ z prawdopodobieństwem $P_i^k(1/x_k)$, tak na podstawie poprzedniej próbki x_{k-1} przewidywano $a_{k-1} = j$ z prawdopodobieństwami $P_j^{k-1}(0/x_{k-1})$. Reguła decyzyjna może wykorzystać również i te prawdopodobieństwa. Na podstawie próbki x_{k-1} w chwili poprzedniej wyznaczono w oparciu o wzory (2.3) i (2.4) prawdopodobieństwa $P_i^{k-1}(1/x_{k-1})$ oraz $P_j^{k-1}(0/x_{k-1})$. Druga reguła decyzyjna porównuje sumy prawdopodobieństw wyznaczonych w dwu kolejnych krokach decyzyjnych. Decyzja d_{k-1} zostaje podjęta na podstawie sumy prawdopodobieństw tego, że $a_{k-1} = 0$ oraz tego, że $a_{k-1} = 1$ wyznaczonych w chwili $k-1$ oraz w chwili k . Tak więc

$$d_{k-1} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } P_0^k(1/x_k) + P_0^{k-1}(0/x_{k-1}) \geq P_1^k(1/x_k) + P_1^{k-1}(0/x_{k-1}) \\ 1 & \text{gdy } P_0^k(1/x_k) + P_0^{k-1}(0/x_{k-1}) < P_1^k(1/x_k) + P_1^{k-1}(0/x_{k-1}) \end{cases}. \quad (2.6)$$

2.2 Przykłady obliczeniowe

W celu zbadania efektywności zaprezentowanej tu metody korekcji przeprowadzono eksperyment obliczeniowy. Symulowano pracę systemu złożonego ze źródła danych, kanału z zakłóceniami i 4 korektorów w układzie pokazanym na rys. 2.2.



Rys. 2.2 Schemat symulowanego systemu

Danych binarnych dostarczył generator pseudoprzypadkowych liczb całkowitych o rozkładzie równomiernym [99], [143]. Ten sam generator posłużył do wygenerowania próbek białego szumu gaussowskiego o zadanej mocy i obliczonych według algorytmu pisanego w [99].

Modelem kanału był prosty filtr transwersalny, który wprowadzał zadaną interferencję międzysymbolową. Próbki x_k zaszumionego sygnału na wyjściu kanału podawano na wejścia czterech korektorów z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym oraz:

- ♦ z korektorem wstępnym,
- ♦ bez korektora wstępnego,
- ♦ z przewidywaniem przeszłej decyzji, z regułą decyzyjną (2.5),
- ♦ z przewidywaniem przeszłej decyzji, z regułą decyzyjną (2.6).

Dla różnych poziomów zakłóceń porównywano dane odbierane $d_k^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, 4$) z danymi nadanymi a_k . Dla każdego korektora wyznaczono liczbę błędnie odebranych bitów i odniesiono tę liczbę do wszystkich odebranych bitów.

Eksperyment powtarzano zmieniając odstęp (stosunek mocy) sygnału od szumu. W każdym eksperymencie generowano ciąg 65536 bitów.

Do eksperymentu wybrano kanał radiowy użyty przez A. Dąbrowskiego w [29], kanały użyte przez A.P. Clarka w [26] oraz kanały użyte w pracach [42], [126] i [139]. Powodem wyboru tych kanałów było stwierdzenie w [29], że w ich przypadku liniowa korekcja transwersalna jest mało skuteczna oraz, że kanały tego typu (posiadające zera w charakterystyce częstotliwościowej) powinny być korygowane metodami nieliniowymi. Ponieważ sygnał wyjściowy kanału zakłócano białym szumem gaussowskim, to prawdopodobieństwa p_{ij} obliczano ze wzoru (2.2) przyjmując

$$f(x_k - s_{ij}) = \exp\left(-\frac{(x_k - s_{ij})^2}{2\sigma^2}\right),$$

gdzie σ^2 reprezentuje moc szumu.

2.3 Wyniki i wnioski z przeprowadzonych eksperymentów

Próbki odpowiedzi wybranych kanałów rozważanych w [26], [29], [42], [126], [139] przedstawiono w tabeli 2.1.

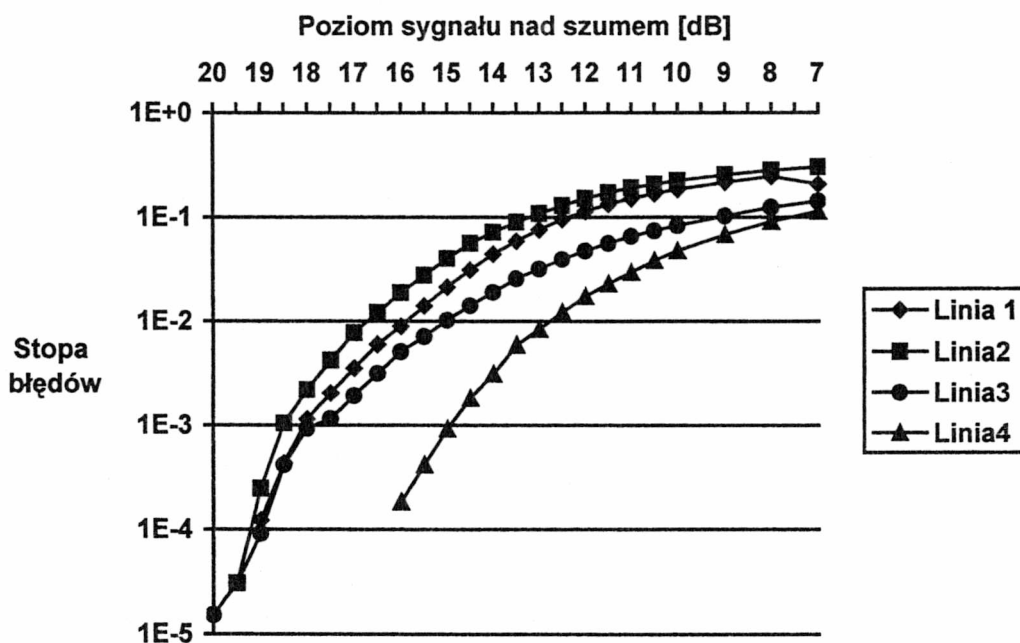
Tabela 2.1 Parametry przykładowych kanałów

	g	Wartości próbek y_k	Wzór (2.1)
Kanał 1	2	0.407 0.817 0.407	$e_k = 0.407a_k + 0.817a_{k-1}$
Kanał 2	4	0.227 0.460 0.688 0.460 0.227	$e_k = 0.227a_k + 0.460a_{k-1}$

Na rysunkach 2.3 i 2.4 przedstawiono dla tych kanałów wykresy obliczonej elementowej stopy błędów (stosunek liczby błędnie odebranych bitów do liczby wszystkich odebranych bitów) w funkcji odstepu sygnału od szumu (stosunek mocy sygnału do mocy szumu). Dodatkowo rozważono kanał 2 pozostawiając nieskorygowany prążek $y_0 = 0.227$ w korektorze bez korekcji wstępnej i w korektorach realizujących algorytmy (2.5) i (2.6), opóźniając w nich moment $k-1$ podejmowania decyzji do chwili odbioru prążka o maksymalnej wartości $y_2 = 0.688$. Dla tego przypadku we wzorze (2.1) pojawi się dodatkowy pomijany w rozważaniach składnik związany z danymi a_{k+1} , wzór ten przyjmuje postać

$$e_k = 0.227a_{k+1} + 0.460a_k + 0.668a_{k-1}. \quad (2.7)$$

Ten nieuwzględniony w algorytmie korekcji składnik był źródłem dodatkowych zakłóceń.



Rys. 2.3. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 1

Na wszystkich wykresach poszczególne krzywe oznaczono od 1 do 4 przyporządkowując je wynikom dla następujących korektorów z decyzyjnymi sprzężeniami zwrotnymi:

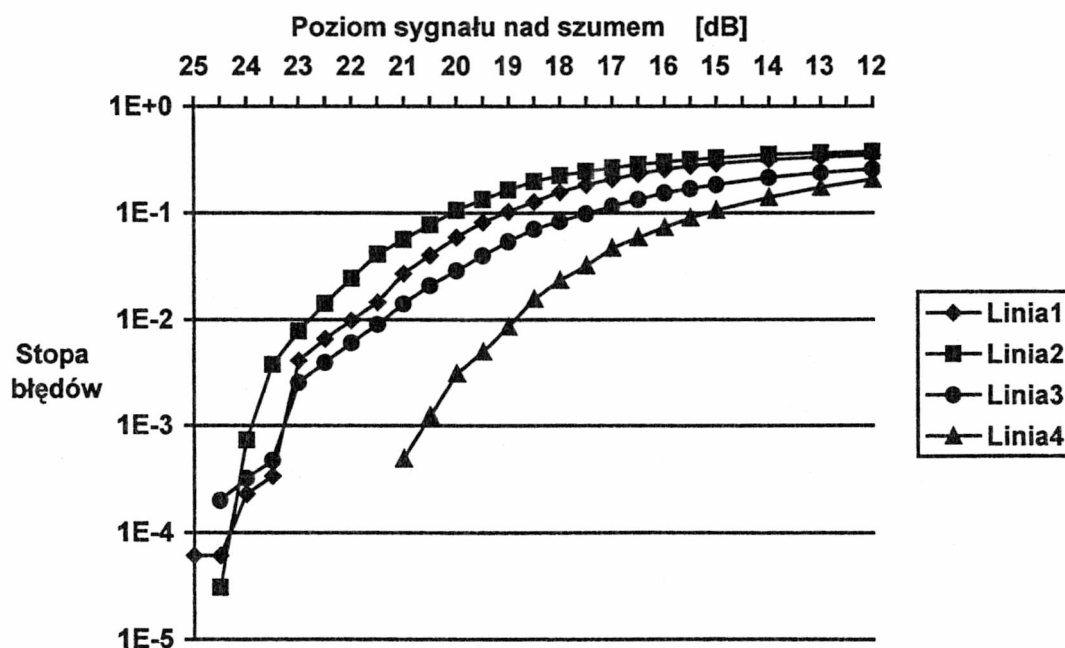
- Linia 1 – z korektorem wstępnym,
- Linia 2 – bez korektora wstępnego,
- Linia 3 – korektor z przewidywaniem decyzji algorytmem (2.5),
- Linia 3 – korektor z przewidywaniem decyzji algorytmem (2.6).

We wszystkich przypadkach zdecydowanie najlepszym okazał się korektor 4 z przewidywaniem decyzji algorytmem (2.6). Pozostałe korektory wymagają odstępu sygnału od szumu większego co najmniej o 2.5dB, aby osiągnąć stopę błędów dorównującą stopie uzyskiwanej przy użyciu korektora 4. Przy większych zakłóceniach ta różnica wzrasta powyżej 4.5dB.

W pierwszych dwu przypadkach (rysunek 2.3 i 2.4) kolejnymi gorszymi od korektora 4 co do wierności decyzji były:

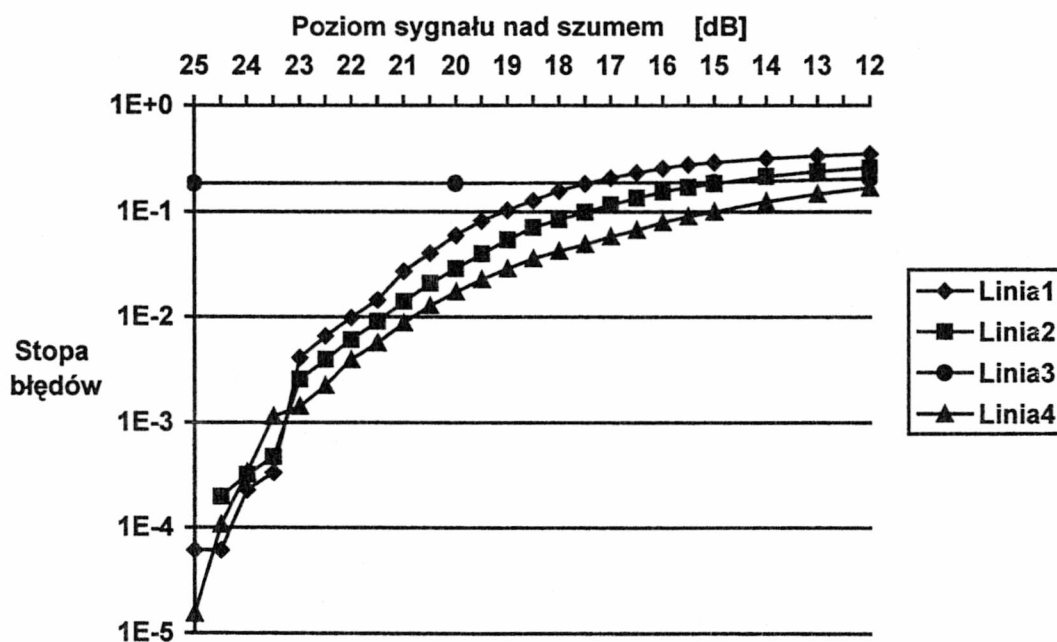
- ♦ korektor 3 z przewidywaniem decyzji algorytmem (2.5),
- ♦ korektor 1 - typowy korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i korektorem wstępnym,
- ♦ korektor 2 - z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym bez korekcji wstępnej (najgorszy).

Jak widać, korektory z przewidywaniem decyzji są tu wyraźnie lepsze.



Rys. 2.4. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 2

W trzecim przypadku (rys.2.5) korektor bez filtru wstępnego i korektory z przewidywaniem decyzji nie korygowały pierwszego prążka interferencji o wartości $y_0 = 0.227$. Korektor 1 pracował jak poprzednio korygując całą interferencję. O ile poprzednio (rys.2.4) korektor 2 podejmował decyzję w oparciu o $y_0 = 0.227$, to obecnie podejmuje ją na podstawie $y_1 = 0.460$, co jest bardziej bezpieczne (większy odstęp od zakłóceń, bo $(y_1 > y_0)$). Tak więc w tym przypadku korektor 2 okazał się trochę lepszy od korektora 1. Był jednak gorszy od korektora 4. Korektor 3 praktycznie nie spełniał swojej roli. Zauważmy z (2.7), że poziomy $S_{10} = y_2 = 0.680$ oraz $S_{01} = y_1 = 0.460$ zniekształcone interferencją y_0 mogą nie być rozróżnialne, ponieważ $y_1 + y_0 \approx y_2$. Uwzględnienie w korektorze 4 prognozy a_k podczas odbioru poprzedniego bitu a_{k-1} , to znaczy zastosowanie wzoru (2.6) w miejsce (2.5), radykalnie poprawia działanie tego korektora. Stwarza to nadzieję na dobre efekty w studiach nad algorytmami korekcji, które będą uwzględniać i prognozować więcej przyszłych decyzji.



Rys. 2.5. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 2 bez korekcji prążka y_0

3. Algorytm korekcji interferencji międzysymbolowej metodą przewidywania nadchodzących danych

W poprzednim rozdziale opisano regułę decyzyjną, która porównuje sumy prawdopodobieństw wyznaczonych w dwu kolejnych krokach decyzyjnych. Tak więc decyzja d_{k-1} zostaje podjęta na podstawie prognozy danych a_{k-1} podczas odbioru dwóch kolejnych próbek sygnału: x_k – w chwili podejmowania decyzji oraz x_{k-1} w chwili wcześniejszej.

W niniejszym rozdziale przedstawiona została metoda korekcji interferencji międzysymbolowej przy użyciu korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym bez korektora wstępnego. Na podstawie odebranego sygnału określa się prawdopodobieństwa aktualnie odbieranych danych binarnych oraz danych, które będą odbierane w następnych taktach. Korektor wstępny zastąpiono przewidywaniem decyzji podjętej na podstawie prognoz danych a_{k-h} opracowanych podczas odbioru $h+1$ kolejnych próbek sygnału: $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-h}$.

3.1 Reguła decyzyjna

System transmisyjny zawiera korektor z decyzyjnym sprzężeniem, który koryguje tylko te składowe interferencji, które są związane z danymi rozpoznanymi wcześniej jak to opisano w [51], [52], [53], [56], [58] i [76].

Jeśli wzmocnienia na kolejnych odczepach cyfrowej linii opóźniającej wynoszą

$$y_{h+1}, y_{h+2}, \dots, y_g,$$

to wartość próbki e_k na wejściu układu decyzyjnego przy braku zakłóceń wynosi

$$e_k = v_k - \sum_{i=0}^g d_{k-i} y_i = \sum_{i=0}^h a_{k-i} y_i + \sum_{i=h+1}^g (a_{k-i} - d_{k-i}) y_i, \quad (3.1)$$

gdzie

$$v_k = \sum_{i=0}^g a_{k-i} y_i.$$

Zakładając poprawność podejmowanych decyzji czyli zakładając, że dla $i = h+1, h+2, \dots, g$ zachodzi $d_{k-i} = a_{k-i}$, otrzymuje się z (3.1)

$$e_k = \sum_{i=0}^h a_{k-i} y_i. \quad (3.2)$$

Zakładając transmisję binarnych danych otrzymujemy ze wzoru (3.2) 2^{h+1} nominalnych wartości próbek e_k .

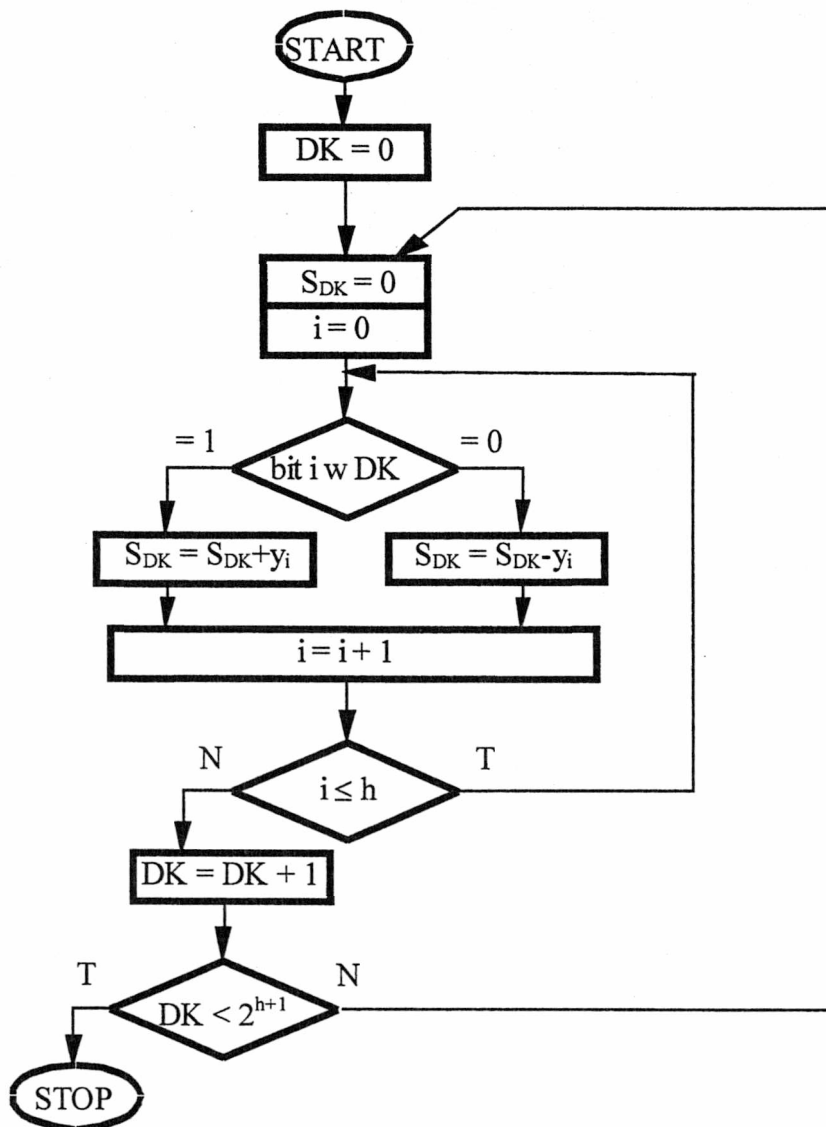
Oznaczamy przez D_k ciąg $a_{k-h}, a_{k-h+1}, \dots, a_{k-1}, a_k$ możemy zapisać

$$D_k = \{a_{k-h}, a_{k-h+1}, \dots, a_{k-1}, a_k\}.$$

Numerycznie utożsamimy D_k z wartością liczby binarnej utworzonej przez odpowiadający mu ciąg danych.

Potraktujmy binarny ciąg D_k jako ciąg bitów $h+1$ cyfrowej liczby zapisanej w systemie o podstawie 2, przy czym a_{k-h} jest najstarszym bitem, natomiast a_k jest najmłodszym bitem tej liczby. Dalej przez D_k będziemy rozumieć tę liczbę. Ponieważ jest to liczba $h+1$ bitowa, to może ona przyjmować wartości z przedziału od 0 do $2^{h+1} - 1$.

Oznaczamy przez S_{D_k} obliczoną z (3.2) wartość e_k dla ciągu D_k . Schemat blokowy algorytmu obliczania progów S_{D_k} pokazano na rys. 3.1. W algorytmie założono symetrię sygnału, czyli założono, że bitowi 0 odpowiada poziom -1 a bitowi 1 poziom sygnału równy 1.

Rys. 3.1. Algorytm obliczania progów S_{D_k}

Jeżeli występują zakłócenia z_k , to wartość próbki na wejściu układu decyzyjnego wynosi

$$x_k = S_{D_k} + z_k. \quad (3.3)$$

Przyjmijmy, że wartość odebranego sygnału x_k przedstawiamy z dokładnością Δ , a błąd pomiaru x_k nie przekroczy $\frac{\Delta}{2}$. Rzeczywista wartość x_k mieści się w przedziale $x_k \pm \frac{\Delta}{2}$.

Znając gęstość prawdopodobieństwa zakłóceń obliczymy prawdopodobieństwo tego, że w chwili t_k i dla nadanych danych D_k oraz odebranej wartości x_k na wejściu układu decyzyjnego, wartość zakłócenia z_k wynosi

$$z_k = x_k - S_{D_k} \pm \frac{\Delta}{2}.$$

Niech $p(x_k/D_k)$ oznacza prawdopodobieństwo zaobserwowania próbki sygnału o wartości x_k pod warunkiem, że nadchodzące dane będą tworzyły ciąg D_k .

Uwzględniając, że dokładność pomiaru wynosi Δ oraz rozkład gęstości prawdopodobieństwa zakłóceń jest dany funkcją $f(z)$, obliczamy prawdopodobieństwa, że dla danych D_k oraz $\Delta \rightarrow 0$ zostanie zaobserwowana wartość x_k jako

$$p\left(z \in \left(z_k \pm \frac{\Delta}{2}\right)\right) = \int_{z_k - \frac{\Delta}{2}}^{z_k + \frac{\Delta}{2}} f(z) dz \xrightarrow{\Delta \rightarrow 0} \Delta f(z_k),$$

gdzie x_k i z_k są powiązane zależnością (3.3).

Tak więc

$$p(x_k/D_k) = \Delta f(x_k/D_k). \quad (3.4)$$

Zauważmy z (3.3), że $f(x_k/D_k) = f(x_k - S_{D_k})$.

Ze wzoru Bayesa [63] na prawdopodobieństwo *a posteriori* wyznaczamy prawdopodobieństwo nadania ciągu D_k pod warunkiem zaobserwowania wartości x_k

$$p(D_k/x_k) = \frac{p(x_k/D_k)p(D_k)}{\sum_{D_{\bar{k}}} p(x_{\bar{k}}/D_{\bar{k}})p(D_{\bar{k}})}. \quad (3.5)$$

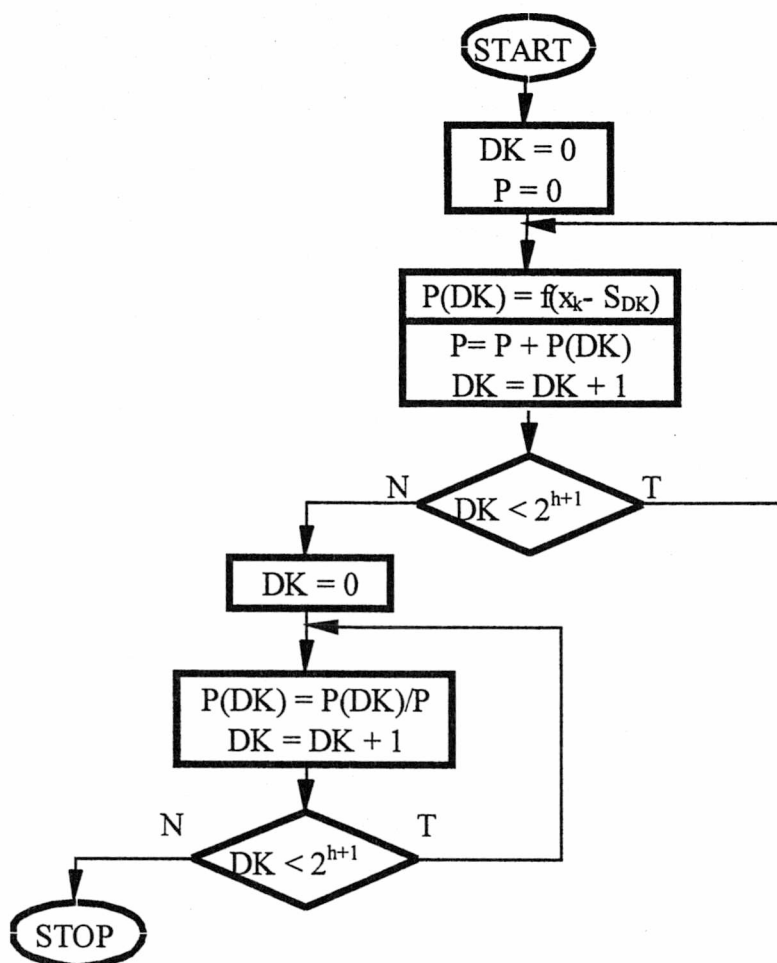
Podstawiając wzór (3.4) do (3.5) otrzymujemy

$$p(D_k/x_k) = \frac{f(x_k/D_k)p(D_k)}{\sum_{D_{\bar{k}}} f(x_{\bar{k}}/D_{\bar{k}})p(D_{\bar{k}})}. \quad (3.6)$$

Zakładając $p(D_k) = \text{const}$ czyli, że każdy ciąg danych D_k jest jednakowo prawdopodobny otrzymamy z (3.5)

$$p(D_k/x_k) = \frac{f(x_k/D_k)}{\sum_{D_{\tilde{k}}} f(x_{\tilde{k}}/D_{\tilde{k}})}. \quad (3.7)$$

Algorytm obliczania prawdopodobieństw $p(D_k/x_k)$ pokazano na rys. 3.2.



Rys. 3.2. Algorytm obliczania $P(D_k/x_k)$

Oznaczmy przez A_i zbiór wszystkich ciągów D_k , w których $a_{k-i} = 1$, dla $i = 0, 1, \dots, h$.

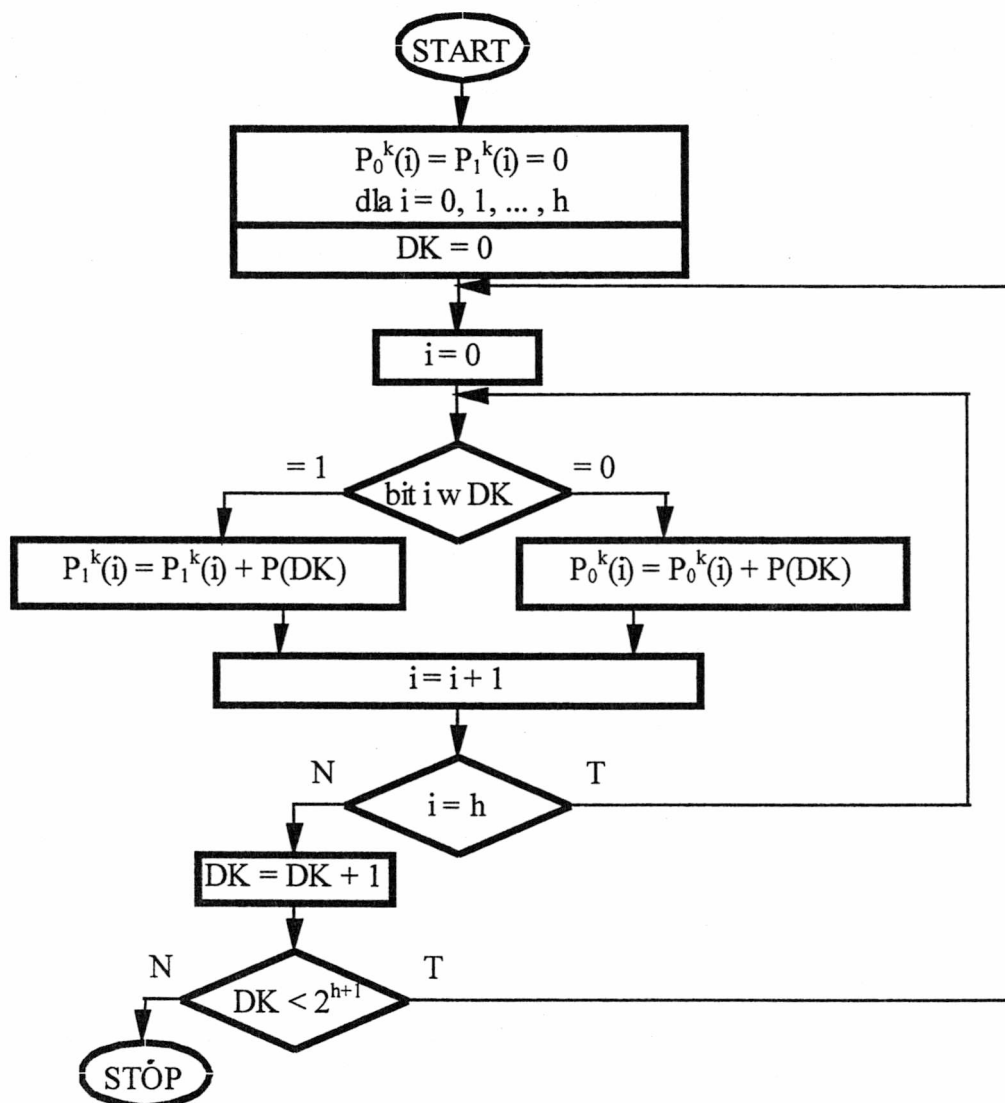
Wyznaczone na podstawie próbki x_k prawdopodobieństwo $P_1^k(i/x_k)$ tego, że $a_{k-i} = 1$ wynosi

$$P_1^k(i/x_k) = \sum_{D_k \in A_i} p(D_k/x_k). \quad (3.8)$$

Analogicznie wyznaczamy z próbki x_k prawdopodobieństwo $P_0^k(i/x_k)$ tego, że $a_{k-i} = 0$ jako

$$P_0^k(i/x_k) = \sum_{D_k \notin A_i} p(D_k/x_k) = 1 - P_1^k(i/x_k). \quad (3.9)$$

Algorytm obliczania prawdopodobieństw $P_1^k(i/x_k)$ oraz $P_0^k(i/x_k)$ pokazano na rys. 3.3.



Rys. 3.3. Algorytm obliczania $P_1^k(i/x_k)$ oraz $P_0^k(i/x_k)$

Po odebraniu próbki x_k należy podjąć decyzję d_{k-h} taką, która maksymalizuje średnie prawdopodobieństwo tego, że $d_{k-h} = a_{k-h}$ obliczane dla $h+1$ próbek

$x_{k-h}, x_{k-h+1}, \dots, x_{k-1}, x_k$.

Z próbki x_k wyznaczono prawdopodobieństwa $P_1^k(h/x_k)$ oraz $P_0^k(h/x_k)$ tego, że $a_{k-h} = 1$ oraz, że $a_{k-h} = 0$.

Zauważmy, że

$$a_{k-h} = a_{(k-j)-(h-j)} \quad \text{dla} \quad (j = 0, 1, \dots, h).$$

Tak więc $P_d^{k-j}(i-j/x_{k-j})$ jest wyznaczonym z próbki x_{k-j} prawdopodobieństwem, że $a_{k-i} = d$, gdzie $d \in \{0, 1\}$.

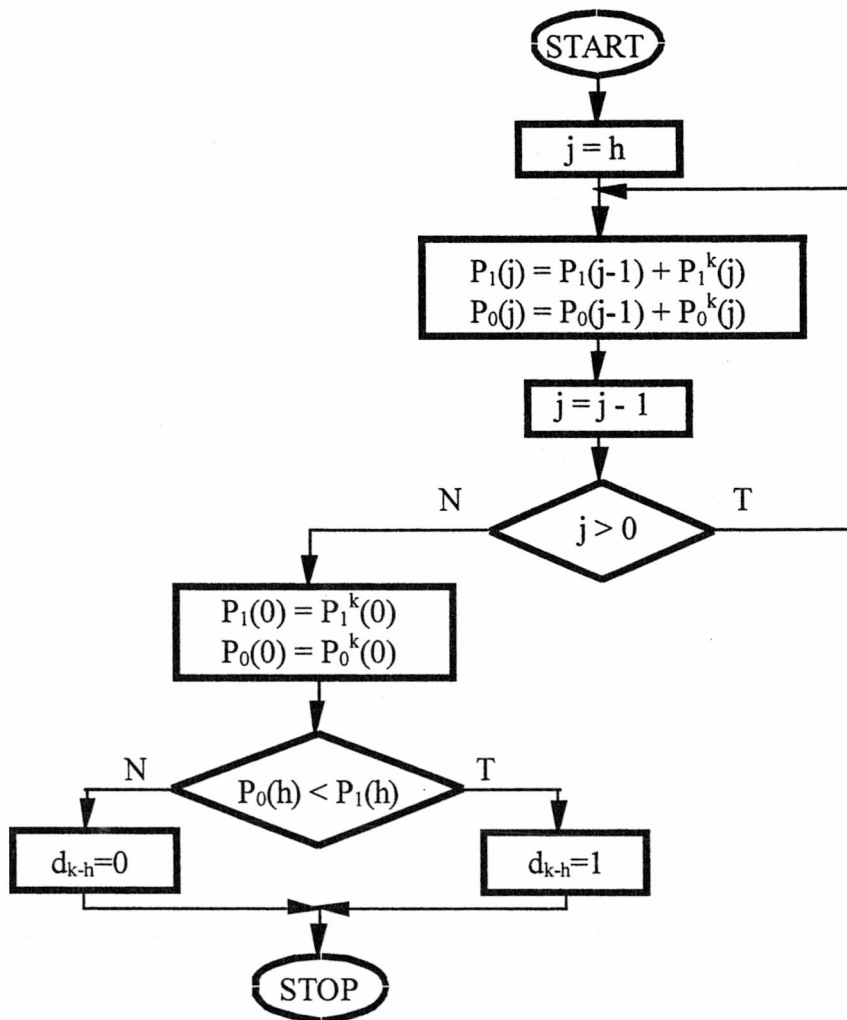
W szczególności $P_d^{k-j}(h-j/x_{k-j})$ jest wyznaczonym z próbki x_{k-j} prawdopodobieństwem, że $a_{k-h} = d$. W rezultacie prawdopodobieństwo tego, że $a_{k-h} = d$ jest obliczane z próbek $x_{k-h}, x_{k-h+1}, \dots, x_k$ czyli $h+1$ razy. Decyzja zostanie podjęta na podstawie średniego prawdopodobieństwa

$$P_d^k(h) = \frac{1}{h+1} \sum_{j=0}^h P_d^{k-j}(h-j/x_{k-j}). \quad (3.10)$$

Układ decyzyjny podejmuje decyzję bardziej prawdopodobną

$$d_{k-h} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } P_0^k(h) \geq P_1^k(h) \\ 1 & \text{gdy } P_0^k(h) < P_1^k(h). \end{cases} \quad (3.11)$$

Algorytm obliczania $P_1^k(h)$, $P_0^k(h)$ oraz d_{k-h} przedstawiono na rys. 3.4.



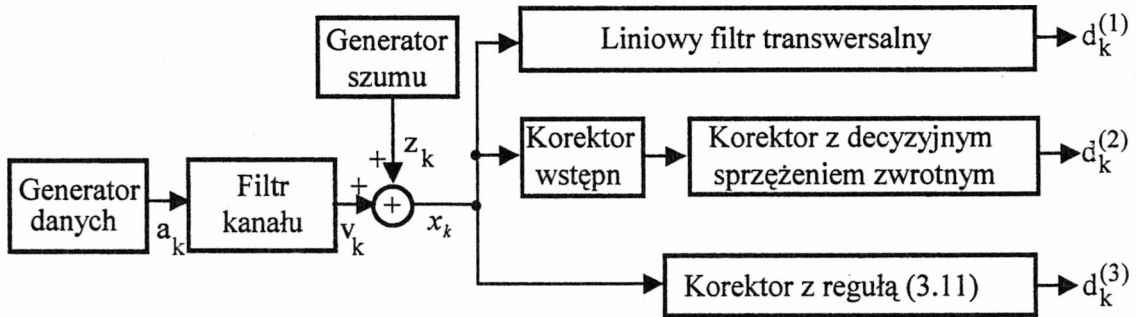
Rys. 3.4. Algorytm obliczania $P_1^k(h)$, $P_0^k(h)$ oraz d_{k-h}

3.2 Przykłady obliczeniowe

W celu porównania zaproponowanego algorytmu (3.11) ze znanymi algorytmami oraz w celu sprawdzenia jakości podejmowania decyzji przeprowadzono szereg eksperymentów na komputerowo-generowanych danych dla wybranych kanałów. Symulowano pracę systemu złożonego ze źródła danych, kanału z zakłóceniami i trzech korektorów:

- ♦ prostego filtru transwersalnego minimalizującego błąd średniokwadratowy,
- ♦ korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z liniowym korektorem wstępnym,
- ♦ korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z regułą (3.11).

System ten pokazano na rys. 3.5.



Rys. 3.5. Schemat symulowanego systemu

Podobnie jak w eksperymencie opisanym w rozdziale drugim, danych binarnych dostarczył generator pseudoprzypadkowych liczb całkowitych [99],[143]. Ten sam generator posłużył do wygenerowania próbek białego szumu gaussowskiego o zadanej mocy.

Jako model kanału posłużył prosty filtr transwersalny, który wprowadzał zadaną interferencję międzysymbolową. Próbkę x_k zaszumionego sygnału na wyjściu kanału podawano na wejście liniowego filtru transwersalnego oraz na wejścia dwóch korektorów z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym:

- ♦ z korektorem wstępnym,
- ♦ bez korektora wstępnego z przewidywaniem przyszłych decyzji z regułą decyzyjną (3.11).

Dla różnych poziomów zakłóceń porównywano dane odbierane $d_k^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) z danymi nadanymi a_k . Dla każdego korektora wyznaczono liczbę błędnie odebranych bitów i odniesiono tę liczbę do wszystkich odebranych bitów.

Do eksperymentu wybrano kanały użyte przez A.P. Clarka w [26], kanały użyte przez A. Dąbrowskiego w [29] oraz w [42], [126] i [139]. Ponieważ sygnał wyjściowy kanału zakłócano białym szumem gaussowskim, to prawdopodobieństwa $p(D_k / x_k)$ obliczano przyjmując we wzorze (3.7)

$$f(x_k - S_{D_k}) = \exp \frac{-(x_k - S_{D_k})^2}{2\sigma^2},$$

gdzie σ^2 reprezentuje moc szumu.

3.3 Wyniki badań

Próbki odpowiedzi użytych kanałów przedstawiono w tabeli 3.1.

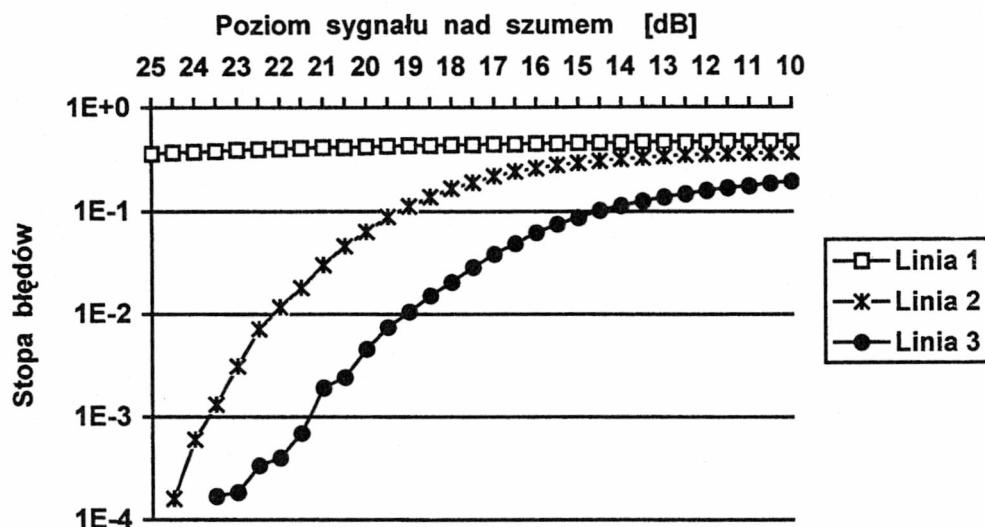
Tabela 3.1. Parametry przykładowych kanałów

	g	h	Wartości próbek y_k (pogrubiono y_h)
Kanał 1	4	2	0.227 0.460 0.688 0.460 0.227
Kanał 2	4	2	0.167 0.471 0.707 0.471 0.167
Kanał 3	4	2	0.182 -0.571 0.642 -0.428 0.214
Kanał 4	4	2	0.265 -0.486 0.728 -0.368 0.169

Na rysunkach od 3.6 do 3.9 przedstawiono dla tych kanałów wykresy obliczonej elementowej stopy błędów (stosunek liczby błędnie odebranych bitów do liczby wszystkich odebranych bitów) w funkcji wyrażonego w decybelach stosunku mocy sygnału do mocy szumu.

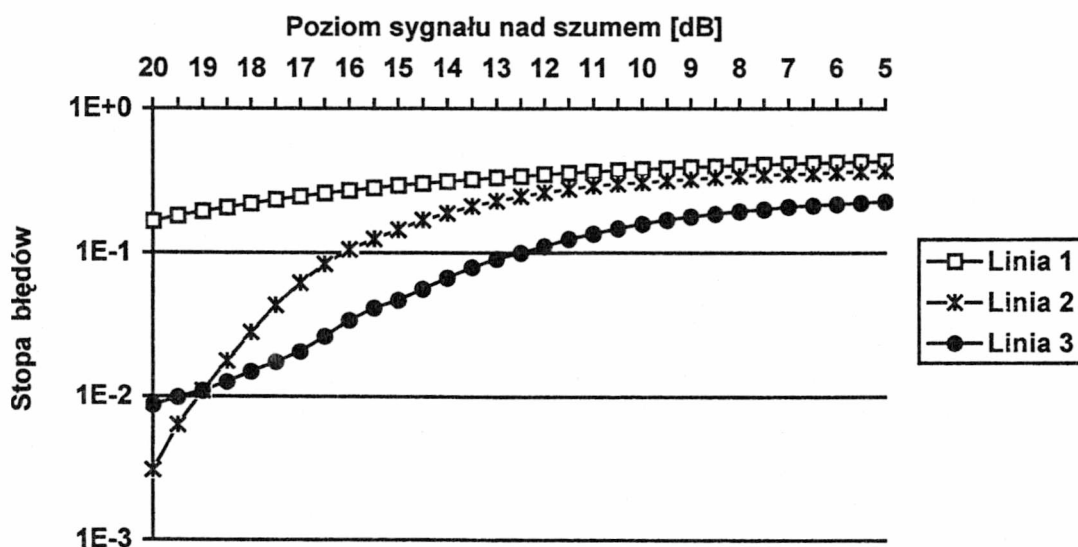
Na wykresach poszczególne krzywe oznaczono numerami przyporządkowując je wynikom dla następujących korektorów:

- Linia 1 prosty filtr transwersalny minimalizujący błąd średniokwadratowy,
- Linia 2 korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z liniowym korektorem wstępnym,
- Linia 3 korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z regułą (3.11).



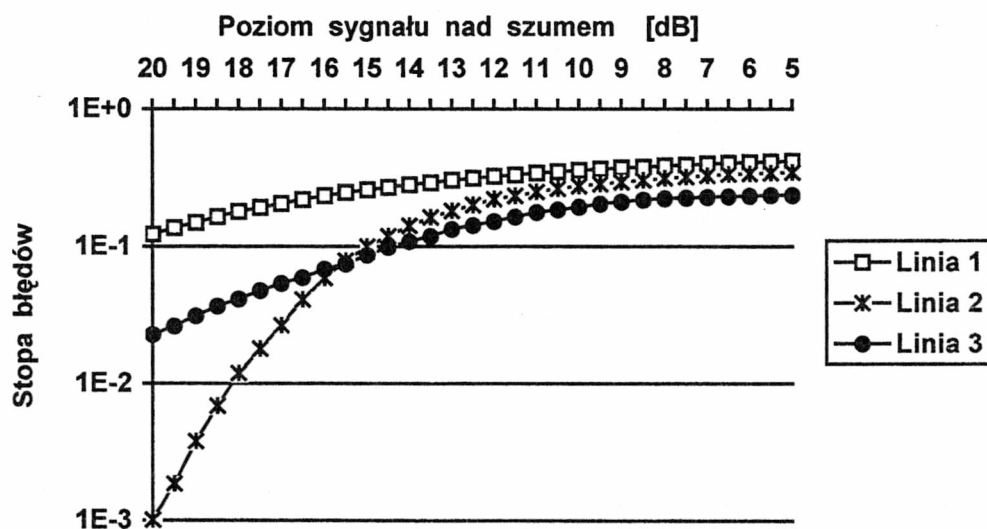
Rys. 3.6. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 1

Na rys. 3.6 linia 3 reprezentuje dla kanału 1 wyniki uzyskane z wykorzystaniem reguły (3.11). Algorytm odbioru z przewidywaniem przyszłych decyzji daje mniejszą stopę błędów (BER) od pozostałych algorytmów. W porównaniu z typowym korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym poprawa jest równoważna spadkowi mocy zakłóceń o ok. 2.5 do 5 dB.



Rys. 3.7. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 2

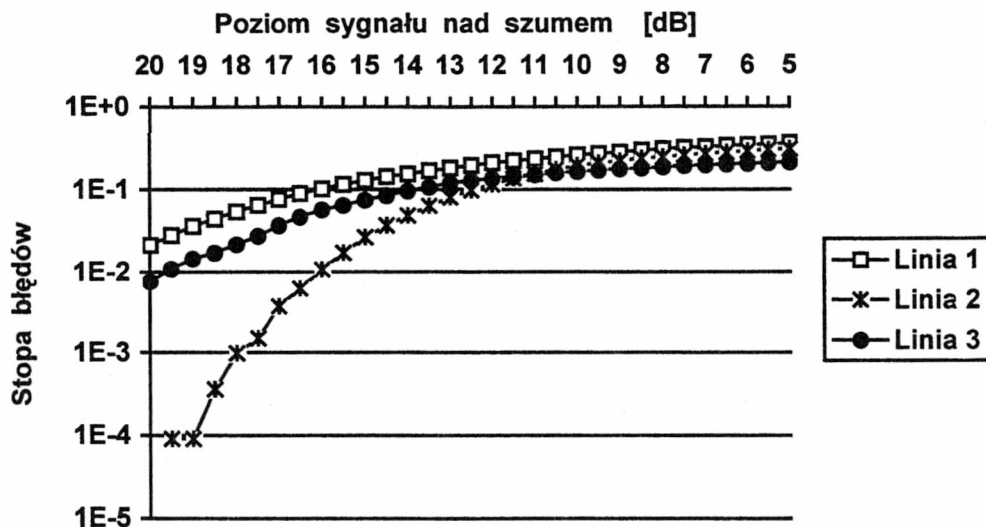
Na rys. 3.7 linia 3 reprezentuje wyniki uzyskane w systemie z kanałem 2 dla reguły z przewidywaniem decyzji. W porównaniu z typowym korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym, algorytm (3.11) poprawia odbiór w takim stopniu, jak zmniejszenie mocy szumu o ok. 1 do 3.5dB. Przy mniejszych zakłóceniach (poziom sygnału SNR powyżej 19dB) najlepsze efekty daje tradycyjny korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym oraz korektorem wstępnym w postaci prostego filtra transwersalnego.



Rys. 3.8. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 3

W przypadku kanału trzeciego, w porównaniu z typowym korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym, algorytm (3.11) poprawia odbiór w takim stopniu jak zmniejszenie mocy szumu o około 1 do 2dB. Prezentowany tu algorytm (3.11) jest wyraźnie gorszy, gdy poziom sygnału nad szumem wzrasta powyżej 15.5dB.

Wykresy na rys. 3.9 ilustrują uzyskane zależności elementowej stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 4. Jak widać z wykresów, stosując algorytm z regułą decyzyjną (3.11), uzyskujemy mniejszą stopę błędów przy większych zakłóceniach (poziom sygnału nad szumem poniżej 11dB) w porównaniu z typowym korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Dla mniejszych zakłóceń korektor z przewidywaniem decyzji jest jednak lepszy od prostego filtra transwersalnego.



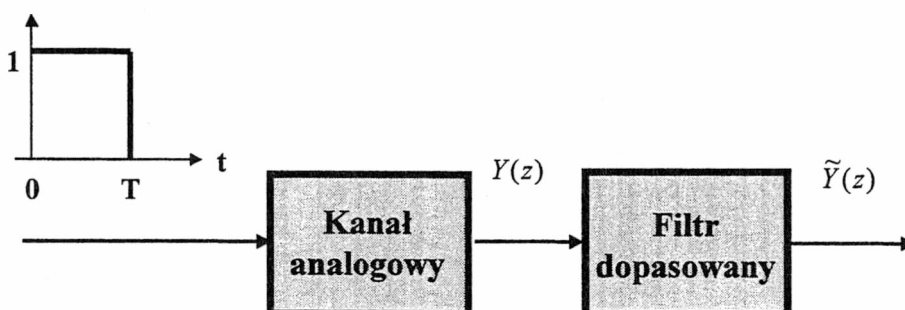
Rys. 3.9. Zależność stopy błędów od poziomu sygnału nad szumem dla kanału 4

Prezentowane wyniki badań pokazują, że zaproponowany algorytm daje kilkunasto- a czasami kilkudziesięcioprocentową obniżkę elementowej stopy błędów, ale tylko dla niektórych kanałów i to w określonym przedziale stosunku mocy sygnału do mocy szumu. Wraz ze wzrostem zakłóceń (średnio dla poziomu sygnału poniżej 10dB), stosowanie korektora z regułą (3.11) w większości badanych kanałów powoduje poprawę elementowej stopy błędów. Z charakteru otrzymanych wyników można wnioskować, że uzasadnione jest stosowanie algorytmów z predykcją (przewidywaniem decyzji), dzięki którym uzyskujemy korzystną poprawę odbioru sygnałów binarnych, wyrażoną spadkiem elementowej stopy błędów. Pozostaje jednak pytanie, kiedy i w jakich warunkach, jest uzasadnione stosowanie korektora z przewidywaniem decyzji do korekcji interferencji międzysymbolowej. Wyniki badań nad tym zagadnieniem zostaną przedstawione w dalszej części pracy.

4. Obszar zastosowania metody przewidywania przyszłych decyzji

4.1 Wybór klasy kanałów do obliczeń

Schemat rozważanego modelu ilustruje rys. 4.1, który przedstawia kanał transmisji danych złożony z analogowego kanału podstawowego i filtra dopasowanego na jego wyjściu. W eksperymencie przyjęto zatem rozważać kanał analogowy łącznie z filtrem dopasowanym. Założenie takiej klasy kanałów podyktowane było faktem, że w optymalnych systemach sygnał z wyjścia kanału jest podawany na wejście filtra dopasowanego. Filtr ten maksymalizuje stosunek mocy sygnału do mocy szumu [29].



Rys. 4.1 Schemat kanału podstawowego z filtrem dopasowanym

Poniżej zostanie wykazane, że próbki odpowiedzi kanału z filtrem dopasowanym są symetryczne względem próbki o maksymalnej wartości y_h .

Twierdzenie 4.1

(O właściwościach próbek interferencyjnych kanałów zakończonych filtrem dopasowanym)

Niech $y_0, y_1, \dots, y_g$ będą próbkami odpowiedzi kanału na transmitowany impuls o amplitudzie jednostkowej. Próbki $\tilde{y}_i$ ($i = 1, 2, \dots, 2g$) odpowiedzi kanału z filtrem dopasowanym wykazują symetrię $\tilde{y}_{g-j} = \tilde{y}_{g+j}$ ($j = 1, 2, \dots, g$) względem próbki $\tilde{y}_g$ i ta próbka jest próbką główną (o maksymalnej wartości).

Dowód powyższego twierdzenia opiera się na wykazaniu poniżej sformułowanych dwóch lematów.

Lemat 4.1

Próbki $\tilde{y}_i$ ($i = 1, 2, \dots, 2g$) odpowiedzi kanału z filtrem dopasowanym są symetryczne względem próbki środkowej $\tilde{y}_g$ czyli $\tilde{y}_{g+j} = \tilde{y}_{g-j}$ ($j = 1, 2, \dots, g$).

Dowód

Przyjmijmy, że funkcja $Y(z)$ jest odpowiedzią kanału analogowego na transmitowany impuls o amplitudzie jednostkowej i ma następującą postać

$$Y(z) = y_0 + y_1 z^{-1} + \dots + y_i z^{-i} + \dots + y_g z^{-g},$$

gdzie $y_0, y_1, \dots, y_{g-1}, y_g$ są próbkami odpowiedzi kanału na jednostkowy impuls wejściowy.

Filtr dopasowany daje odpowiedź odwróconą w czasie, tak więc $y_g, y_{g-1}, \dots, y_1, y_0$ są próbkami odpowiedzi filtru dopasowanego.

Funkcja $\tilde{Y}(z)$ przedstawia łączną odpowiedź kanału i filtru dopasowanego na transmitowany impuls jednostkowy

$$\tilde{Y}(z) = (y_0 + y_1 z^{-1} + \dots + y_i z^{-i} + \dots + y_g z^{-g}) \times$$

$$(y_g + y_{g-1} z^{-1} + \dots + y_{g-j} z^{-j} + y_1 z^{-(g-1)} + y_0 z^{-g}),$$

gdzie próbki odpowiedzi kanału i filtru dopasowanego charakteryzują się następującymi właściwościami

$$\tilde{y}_i = y_0 y_{g-i} + y_1 y_{g-(i-1)} + \dots + y_{i-1} y_{g-1} + y_i y_g = \sum_{j=0}^i y_j y_{g-i+j}, \quad (4.1)$$

dla $i = 0, 1, 2, \dots, g$

oraz

$$\tilde{y}_{2g-i} = y_0 y_{g-i} + y_1 y_{g-(i-1)} + \dots + y_{i-1} y_{g-1} + y_i y_g = \sum_{j=0}^i y_j y_{g-i+j}, \quad (4.2)$$

dla $i = 0, 1, 2, \dots, g$.

Z powyższych wzorów wynika, że

$$\tilde{y}_i = \tilde{y}_{2g-i} \quad i = 0, 1, 2, \dots, g.$$

Oznaczając $i = g - j$ otrzymuje się $\tilde{y}_{g-j} = \tilde{y}_{g+j}$ ($j = 0, 1, 2, \dots, g$).

Filtr dopasowany symetryzuje zatem odpowiedź kanału na impuls jednostkowy względem centralnej próbki $\tilde{y}_g$.

c.b.d.o.

Lemat 4.2

Dla próbki $\tilde{y}_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, 2g$) odpowiedzi kanału z filtrem dopasowanym zachodzi $|\tilde{y}_i| \leq \tilde{y}_g$ dla każdego $0 \leq i \leq 2g$.

Dowód

Jak wykazano wcześniej $\tilde{y}_{g-j} = \tilde{y}_{g+j}$ ($j = 0, 1, 2, \dots, g$). Wystarczy zatem udowodnić, że $|\tilde{y}_i| \leq \tilde{y}_g$ zachodzi dla każdego $0 \leq i \leq g$.

Próbkę główną $\tilde{y}_g$ możemy zapisać w postaci iloczynu skalarnego

$$\tilde{y}_g = y_0^2 + y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_g^2 = [y_0, y_1, \dots, y_g] \times [y_0, y_1, \dots, y_g]. \quad (4.3)$$

Wartości pozostałych próbek $\tilde{y}_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, g-1$) można z (4.1) zapisać również w postaci iloczynów skalarnych

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}_0 &= [y_0] \times [y_g], \\
 \tilde{y}_1 &= [y_0, y_1] \times [y_{g-1}, y_g], \\
 &\vdots \\
 \tilde{y}_i &= [y_0, y_1, \dots, y_i] \times [y_{g-i}, y_{g-i+1}, \dots, y_g], \\
 &\vdots \\
 \tilde{y}_{g-1} &= [y_0, y_1, \dots, y_{g-1}] \times [y_1, y_2, \dots, y_g].
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Oznaczając wektory

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_i &= [y_0, y_1, \dots, y_i], \\
 \bar{\bar{y}}_i &= [y_{g-i}, y_{g-i+1}, \dots, y_g],
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

z (4.4) można zapisać

$$\tilde{y}_i = \bar{y}_i \times \bar{\bar{y}}_i \tag{4.6}$$

dla $i = 0, 1, \dots, g$.

Dla każdej pary wektorów moduł iloczynu tych wektorów jest nie większy od iloczynu ich modułów.

Zatem dla pary wektorów $\bar{y}_i$ oraz $\bar{\bar{y}}_i$ zachodzi

$$|\tilde{y}_i| = |\bar{y}_i \times \bar{\bar{y}}_i| \leq |\bar{y}_i| |\bar{\bar{y}}_i|.$$

Łatwo zauważyć z (4.5), że dla $i, j = 0, 1, \dots, g$ oraz $i < j$ zachodzą nierówności

$$\begin{aligned}
 |\bar{y}_i| &\leq |\bar{y}_j|, \\
 |\bar{\bar{y}}_i| &\leq |\bar{\bar{y}}_j|,
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

bowiem

$$|\bar{y}_j|^2 = |\bar{y}_i|^2 + y_{i+1}^2 + \dots + y_j^2,$$

$$|\bar{\bar{y}}_j|^2 = |\bar{\bar{y}}_i|^2 + y_{g-i-1}^2 + \dots + y_{g-j}^2.$$

Ponieważ jak wynika z (4.3)

$$\tilde{y}_g^2 = (y_0^2 + y_1^2 + \dots + y_g^2)^2 = |\bar{y}_g|^2 |\bar{\bar{y}}_g|^2,$$

czyli

$$\tilde{y}_g = |\bar{y}_g| |\bar{\bar{y}}_g|,$$

zatem z (4.7) dla $i < g$ zachodzi

$$|\tilde{y}_i| \leq |\bar{y}_i| |\bar{\bar{y}}_i| \leq |\bar{y}_g| |\bar{\bar{y}}_g| = \tilde{y}_g,$$

co dowodzi tezy lematu 4.2.

c.b.d.o.

Wykazanie lematu 4.1 i lematu 4.2 dowodzi słuszności twierdzenia 4.1.

W dobrze zaprojektowanych systemach telekomunikacyjnych filtry wejściowe maksymalizują stosunek mocy sygnału do mocy szumu. Są to więc filtry dopasowane lub do nich zbliżone. Sensowne jest więc zawężenie rozważań do kanałów razem z filtrami dopasowanymi, czyli zawężenie rozważań do kanałów, których próbki odpowiedzi na transmitowany impuls posiadają właściwości ujęte w tezie twierdzenia 4.1. W dalszej części pracy pod pojęciem kanału będzie się rozumieć kanał z filtrem dopasowanym, oraz próbki jego odpowiedzi będzie się oznaczać tak jak dla każdego innego kanału y_i ($i = 0, 1, \dots, g$), a próbkę główną y_h . Tak więc w dalszej części tego rozdziału pod terminem kanał rozumie się kanał o symetrycznej odpowiedzi, a więc kanał razem z filtrem dopasowanym.

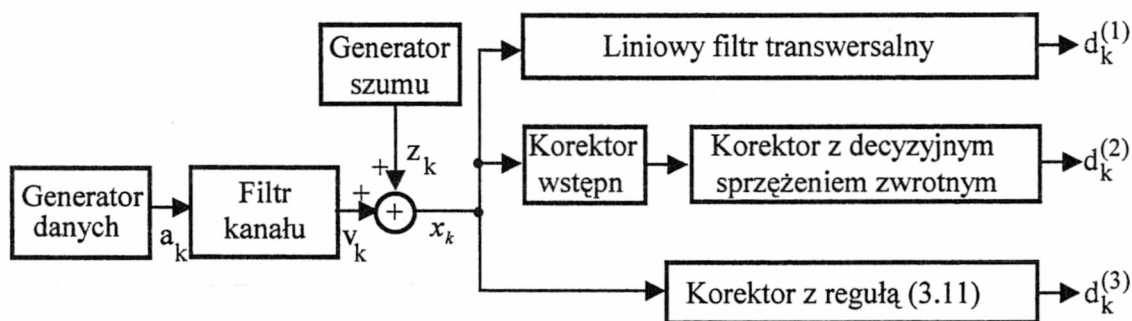
Eksperymenty obliczeniowe przeprowadzano zatem dla klasy kanałów, w których próbki stanowiące niepożądaną interferencję są symetryczne względem próbki głównej y_h to znaczy dla kanałów, dla których $y_{h-i} = y_{h+i}$.

4.2 Eksperymenty obliczeniowe

W celu określenia obszaru, w którym algorytm (3.11) znajdzie zastosowanie, przeprowadzono szereg eksperymentów obliczeniowych [54], [60]. Symulowano pracę systemu złożonego ze źródła danych, kanału z zakłóceniami i 3 korektorów:

- ♦ prostego filtru transwersalnego minimalizującego błąd średniokwadratowy,
- ♦ korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z liniowym korektorem wstępnym,
- ♦ korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z regułą (3.11).

System ten ma taką samą strukturę jak system przyjęty w rozdziale 3 i pokazany na rys. 3.5 pokazano też na rys 4.2.



Rys. 4.2 Schemat symulowanego systemu

Danych binarnych, podobnie jak w poprzednich eksperymentach, dostarczył generator pseudoprzypadkowych liczb całkowitych o rozkładzie równomiernym [99], [143] z przedziału od 0 do 32767. Ten sam generator posłużył do wygenerowania próbek białego szumu gaussowskiego o zadanej mocy.

Modelem kanału był prosty filtr transwersalny, który wprowadzał zadaną interferencję międzysymbolową. Próbkę x_k zaszumionego sygnału na wyjściu kanału podawano na wejście liniowego filtru transwersalnego oraz na wejścia 2 korektorów z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym: z korektorem wstępnym, bez korektora wstępnego ale z przewidywaniem przeszłych decyzji z regułą decyzyjną (3.11) jak to

pokazano na rys.4.2. Dla różnych poziomów zakłóceń porównywano dane odbierane $d_k^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) z danymi nadanymi a_k .

Dla każdego korektora wyznaczono liczbę błędnie odebranych bitów i odniesiono tę liczbę do wszystkich odebranych bitów.

Eksperyment powtarzano zmieniając odstęp (stosunek mocy) sygnału od szumu. W każdym eksperymencie generowano ciąg 65536 bitów.

Do eksperymentu wybrano dwa modele kanału. Pierwszy zawierał trzy próbki odpowiedzi impulsowych kanału a drugi pięć próbek [54], [60]. Wartości próbek są unormowane tak, aby ich energia (suma kwadratów) była równa jedności, to znaczy, aby

$$\sum_{i=0}^g y_i^2 = 1. \quad (4.8)$$

To założenie oznacza, że kanał nie wzmacnia, ani nie tłumii sygnału (suma kwadratów próbek wyjściowych jest równa kwadratowi próbki wejściowej).

Do wyznaczania wartości próbek y_i opracowano dwa algorytmy [54], [60].

Algorytm 1

Dla pierwszego modelu kanału przyjęto $g = 2$ oraz dodatkowo (jak sygnalizowano wcześniej) założono klasę kanałów, w których początkowa i ostatnia próbka są sobie równe ($y_0 = y_2$). Próbkę tę stanowią niepożądaną interferencję. Próbkę y_1 jest próbką główną ($h = 1$) i jest największa co do wartości bezwzględnej. Uwzględniając te założenia w (4.8) otrzymano

$$2y_0^2 + y_1^2 = 1, \quad (4.9)$$

oraz

$$|y_1| = \sqrt{1 - 2y_0^2}. \quad (4.10)$$

Zakładając środkowe położenie próbki głównej (o największej wartości bezwzględnej) czyli, że $y_0^2 \leq y_1^2$, otrzymuje się z (4.9) przedział zmienności dla y_0

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq y_0 \leq \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (4.11)$$

W zakresie tego przedziału wartości y_0 zmieniano w trakcie eksperymentu ze stałym krokiem, a wartości próbki głównej y_1 obliczano z (4.10) uwzględniając z (4.3), że $y_1 = |y_1|$.

Algorytm 2

W drugim modelu kanału przyjęto pięć próbek interferencyjnych czyli $g = 4$. Zakładając jak poprzednio środkowe położenie próbki głównej ($h = 2$) zdefiniowano zmienne niezależne ax i ay

$$ax = \frac{y_0}{y_2} \quad \text{oraz} \quad ay = \frac{y_1}{y_2}. \quad (4.12)$$

Wartości zmiennych ax oraz ay zmieniano niezależnie w przedziale od -1 do 1 z ustalonym krokiem. Z (4.12) wynikają wartości y_0 oraz y_1

$$y_0 = axy_2 \quad \text{oraz} \quad y_1 = ayy_2. \quad (4.13)$$

Zakładając symetryczność odpowiedzi kanału względem próbki głównej y_1 , czyli zakładając, że $y_0 = y_3$, $y_1 = y_4$ a następnie wstawiając (4.13) do (4.8) otrzymuje się

$$(2ax^2 + 2ay^2 + 1)y_2^2 = 1. \quad (4.14)$$

Ostatecznie wartość próbki głównej obliczona z (4.14), po uwzględnieniu z (4.3), że $y_2 > 0$, wynosi

$$y_2 = \sqrt{\frac{1}{2ax^2 + 2ay^2 + 1}}. \quad (4.15)$$

Dla kanałów wygenerowanych za pomocą *Algorytmu 1* i *Algorytmu 2* obliczano proste korektory transwersalne. Następnie dla tych kanałów zaproponowano typowe korektory z decyzyjnymi sprzężeniami zwrotnymi oraz korektorami wstępnymi. Parametry korektorów dobierano według kryterium minimalizacji błędu średniokwadratowego.

Sygnał wyjściowy kanału zakłócano białym szumem gaussowskim, a prawdopodobieństwa $p(D_k / x_k)$ obliczano przyjmując we wzorze (3.7)

$$f(x_k - S_{D_k}) = \exp\left(\frac{(x_k - S_{D_k})^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.16)$$

gdzie σ^2 reprezentuje moc szumu.

4.3 Wyniki i wnioski

Na rysunkach 4.3, 4.5, 4.7, 4.9 i 4.11 przedstawiono, dla pierwszego modelu kanałów (*Algorytm 1*) wykresy obliczonej elementowej stopy błędów Pe (stosunek liczby błędnie odebranych bitów do liczby wszystkich odebranych bitów) dla każdego korektora w funkcji y_0/y_1 oraz przy ustalonym (wyrażonym w decybelach S/N stosunku mocy sygnału do mocy szumu (w skrócie SNR)).

Na wszystkich wykresach poszczególne krzywe ponumerowane od 1 do 3 ilustrują wyniki dla systemów z następującymi korektorami:

- Linia 1 – prosty filtr transwersalny minimalizujący błąd średniokwadratowy,
- Linia 2 – korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z liniowym korektorem wstępnym,
- Linia 3 – korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z regułą (3.11).

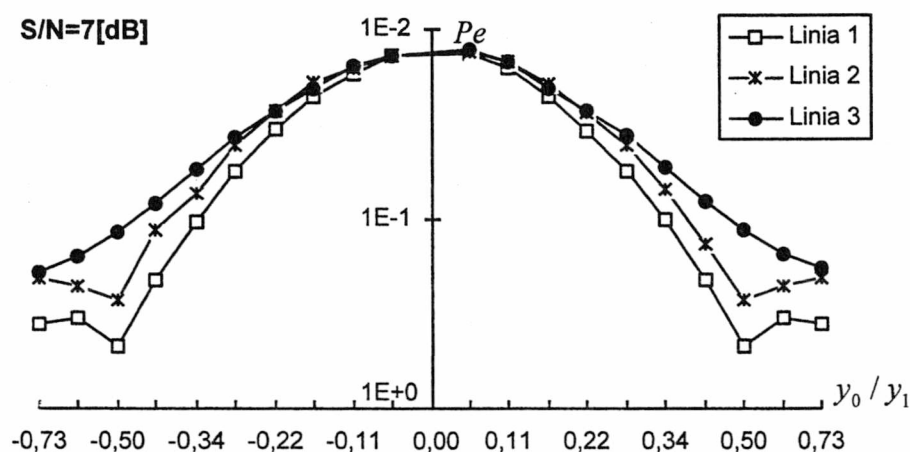
Na rysunkach od rys. 4.3 do rys. 4.12 dodatnie wartości stosunku y_0/y_1 oznaczają, że zarówno $y_0 > 0$ oraz $y_2 > 0$, natomiast ujemne wartości y_0/y_1 oznaczają ujemne wartości y_0 oraz y_2 , ponieważ, jak wynika z (4.3), że główny prążek odpowiedzi kanału (w tym przypadku y_1) jest dodatni.

Na rysunkach numer 4.4, 4.6, 4.8, 4.10 i 4.12 zilustrowano te same wyniki pokazując stosunek elementowej stopy błędów $Pe(2)$ w systemie z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z liniowym korektorem wstępnym (Linia 2) do elementowej stopy błędów $Pe(3)$ w systemie z korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z regułą (3.11) (Linia 3), jako K_{en} . Tak więc

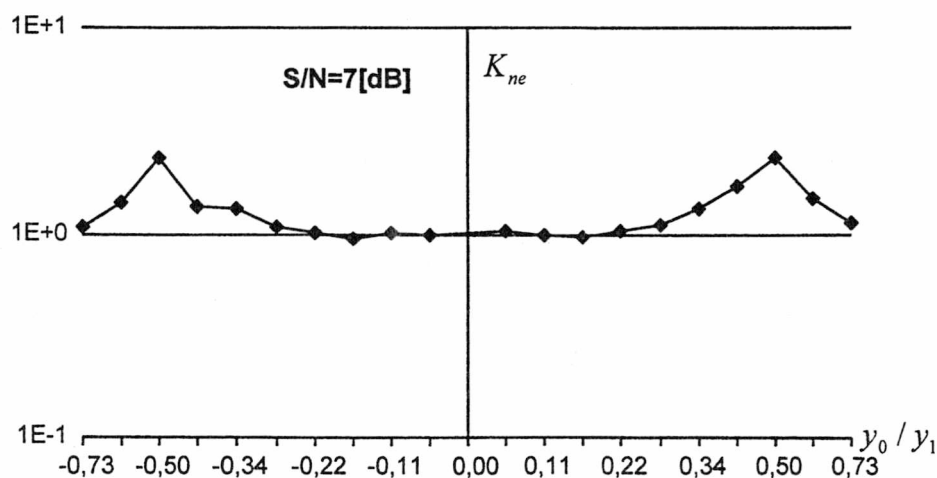
$$K_{en} = \frac{P_e(2)}{P_e(3)}. \quad (4.17)$$

Stosunek ten przedstawiono w funkcji stosunku y_0/y_1 . Wartości $K_{en} > 1$ oznaczają, że system z regułą (3.11) pracuje lepiej niż system z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i liniowym korektorem wstępnym.

Wykresy na rysunkach od 4.14 do 4.18 ilustrują porównanie liczby błędów odbioru w zależności od ax oraz od ay dla drugiego modelu kanału przy ustalonych poziomach sygnału nad szumem. Trójkąty w układzie współrzędnych (ax, ay) oznaczają punkty, w których system z korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z regułą (3.11) jest lepszy od systemu z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym i z liniowym korektorem wstępnym.



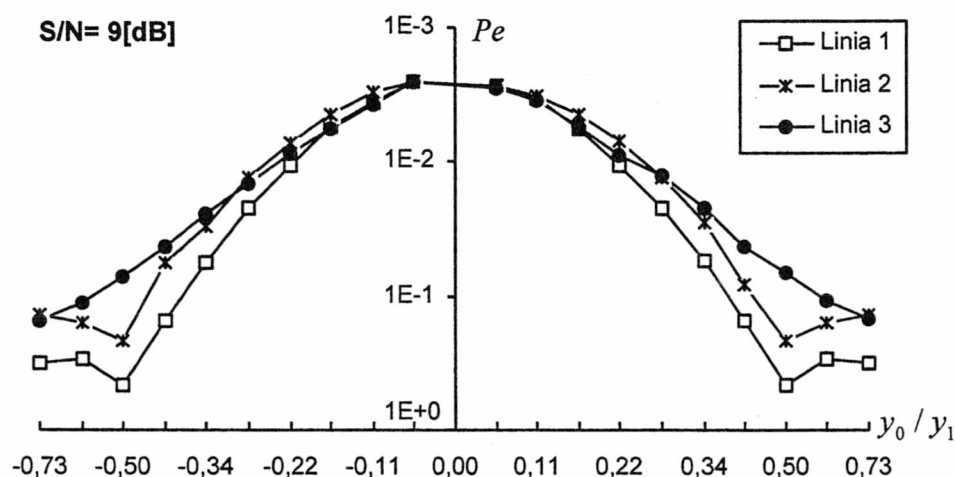
Rys. 4.3. Zależność stopy błędów od stosunku y_0/y_1 dla $SNR=7\text{dB}$



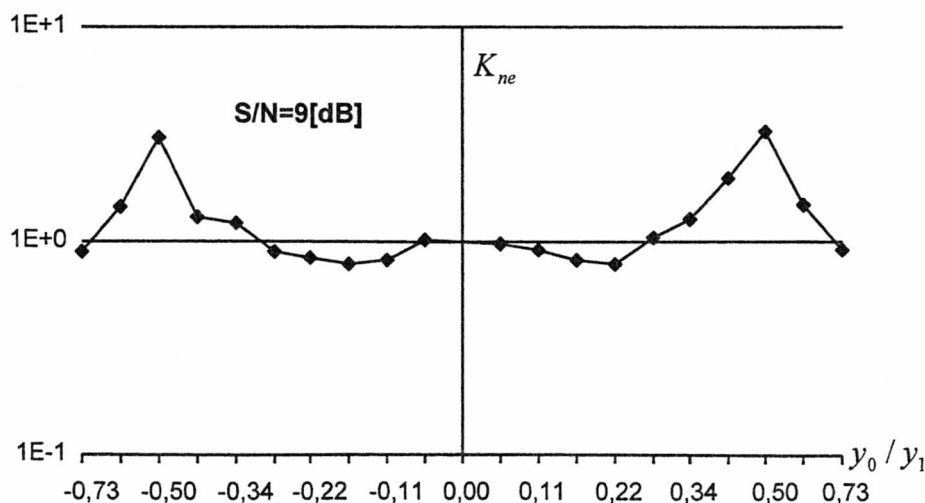
Rys. 4.4. Zależność K_{en} od y_0/y_1 dla $SNR=7\text{dB}$

Na rysunkach 4.3 i 4.4 prezentowane są uzyskane stopy błędów dla ustalonego poziomu sygnału nad szumem $S/N=7\text{dB}$ (duże zakłócenia). Z przebiegu wykresów wynika, że system z przewidywaniem decyzji daje lepsze wyniki, bądź leżące na granicy kwalifikowania systemu jako lepszy lub gorszy. Gdy stosunek $y_0/y_1 \in (-0.72, -0.27)$ i $y_0/y_1 \in (0.27, 0.72)$, system z regułą (3.11) wykazuje o ok. 10%, a nawet o 25% mniej błędów niż systemy z korektorami tradycyjnymi.

Poza określonym przedziałem, system z regułą (3.11) jest minimalnie lepszy lub otrzymane wyniki są prawie identyczne jak dla korektorów tradycyjnych (wykresy przebiegają bardzo blisko siebie, lub się nakładają).



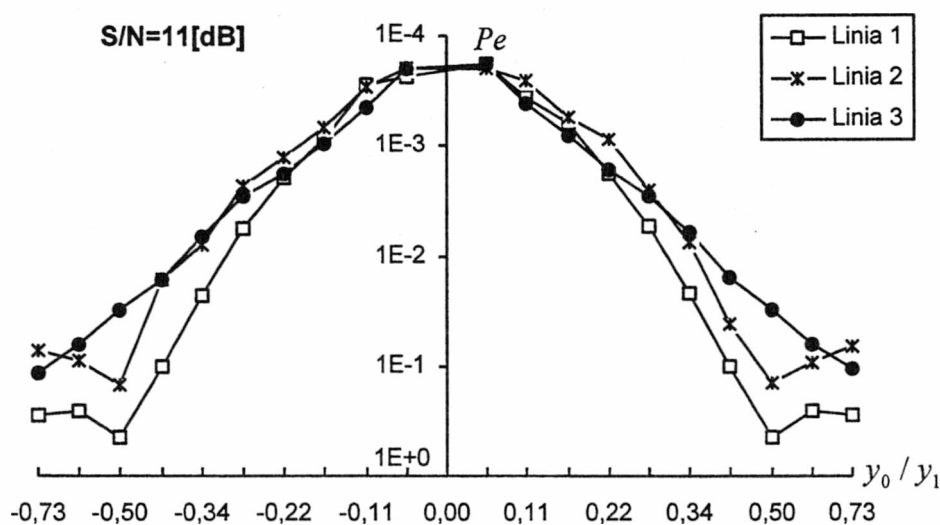
Rys. 4.5. Zależność stopy błędów od stosunku y_0/y_1 dla $SNR=9\text{dB}$



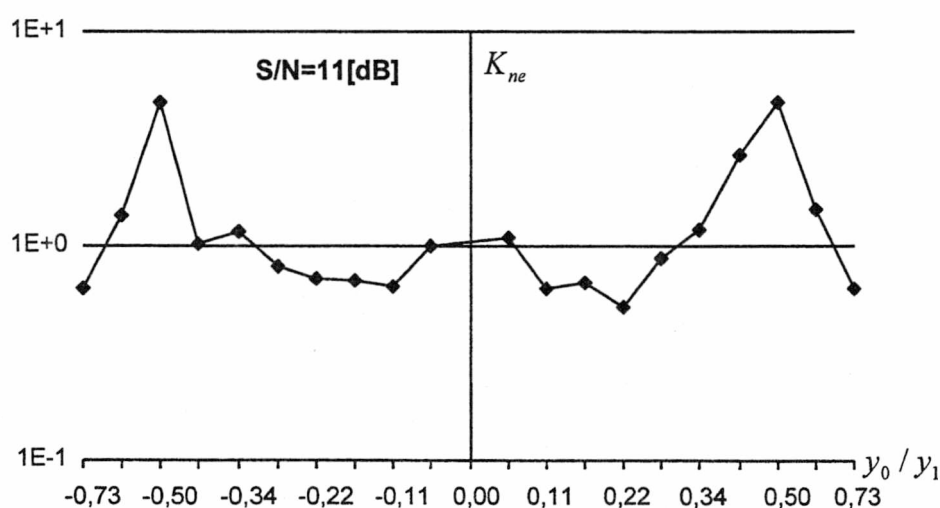
Rys. 4.6. Zależność K_{en} od y_0/y_1 dla $SNR=9\text{dB}$

Dla mniejszych zakłóceń $S/N=9\text{dB}$ (rysunek 4.5 i 4.6) można zauważyć wzrost elementowej stopy błędów dla przypadków, gdy próbki y_i ($i=0, 2$) przyjmują wartości bliskie ekstremalnym, oraz gdy stosunek y_0/y_1 jest mniejszy od 0.30.

Obszar, w którym system z regułą (3.11) jest lepszy (spadek BER następuje nawet o ok. 30%) w porównaniu z korektorami tradycyjnymi, różni się nieznacznie od obszaru określonego dla przypadku gdy $S/N=7\text{dB}$.



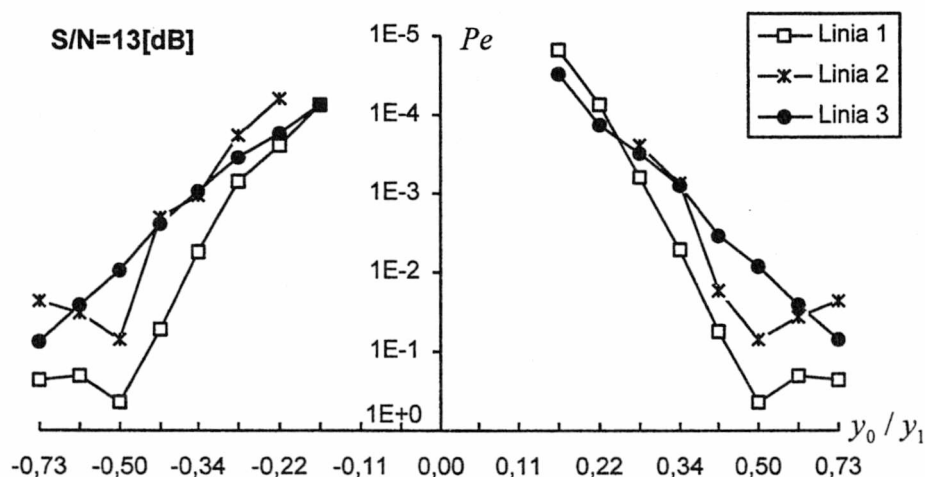
Rys. 4.7. Zależność stopy błędów od stosunku y_0/y_1 dla $SNR=11\text{dB}$



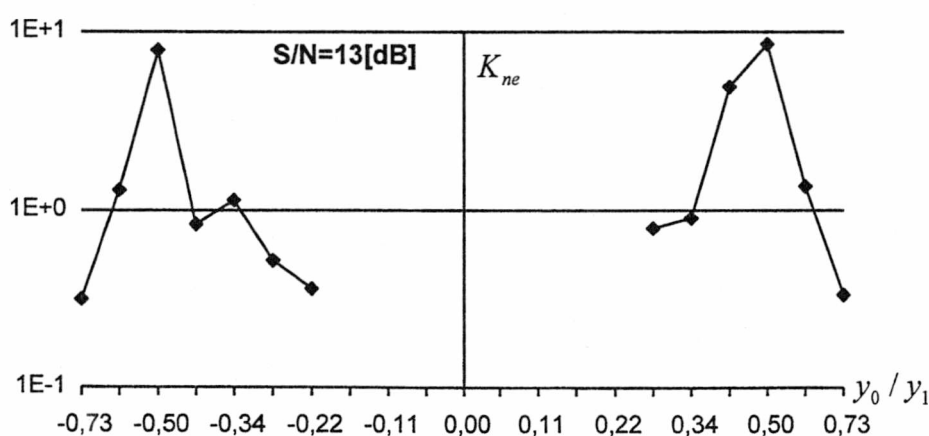
Rys. 4.8. Zależność K_{en} od y_0/y_1 dla $SNR=11\text{dB}$

Wykresy na rysunkach 4.7 i 4.8 reprezentują wyniki dla $S/N=11\text{dB}$. Gdy wartości próbek odpowiedzi kanału są dodatnie i stosunek y_0/y_1 zawiera się w przedziale od 0.34 do 0.60, stosując system z regułą (3.11) uzyskujemy mniej błędów o ok. 10% a nawet o 45% niż w przypadku korektorów tradycyjnych.

Gdy $y_0 = y_2$ są ujemne, przedział wartości stosunku y_0/y_1 , dla których korektor z regułą (3.11) daje mniejszą stopę błędów, zawęża się do zakresu od -0.60 do -0.40 .



Rys. 4.9. Zależność stopy błędów od stosunku y_0/y_1 dla $SNR=13\text{dB}$

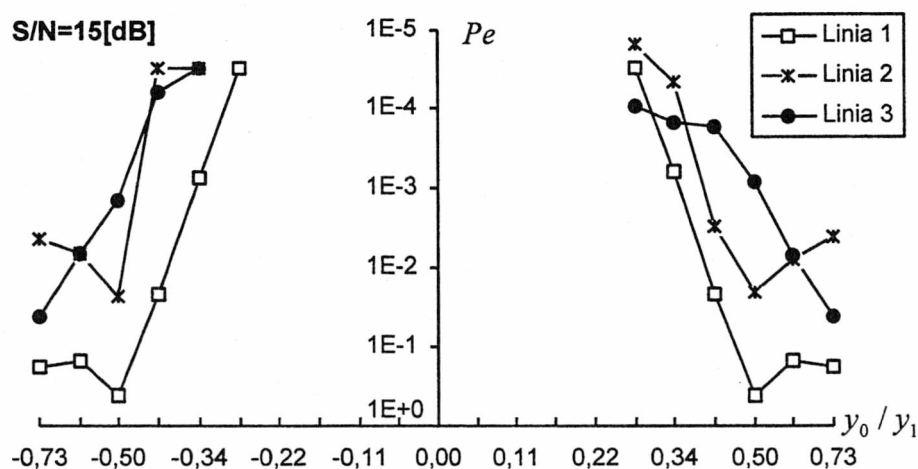


Rys. 4.10. Zależność K_{en} od y_0/y_1 dla $SNR=13\text{dB}$

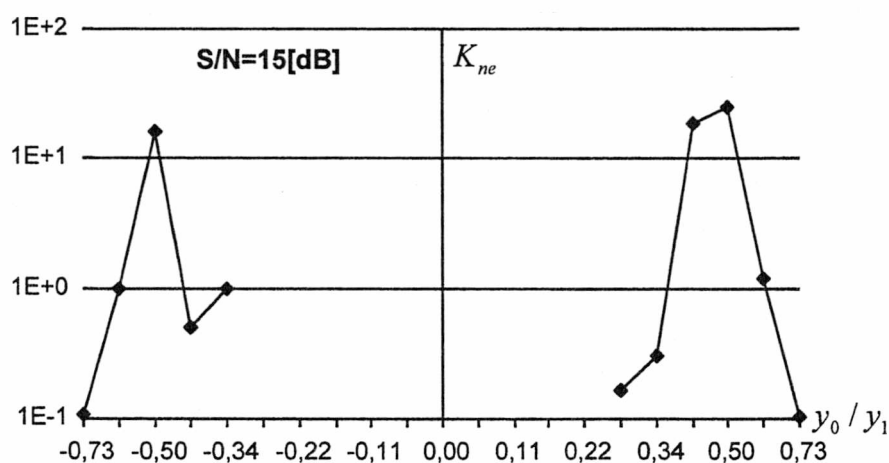
W przypadku gdy $S/N=13\text{dB}$ (rysunki 4.9 i 4.10), najlepsze efekty z zastosowania systemu z regułą (3.11) uzyskujemy dla stosunku y_0/y_1 mieszczącego

się w przedziałach od 0.59 do 0.38 oraz od -0.45 do -0.59 . Spadek liczby błędów jest rzędu 10% do 80% w porównaniu z korektorem tradycyjnym.

Dla stosunku $y_0 / y_1 \in (-0.16, 0.16)$ określenie obszaru zastosowania jest niemożliwe, gdyż uzyskana wartość elementowej stopy błędów dla wszystkich badanych systemów była równa 0.

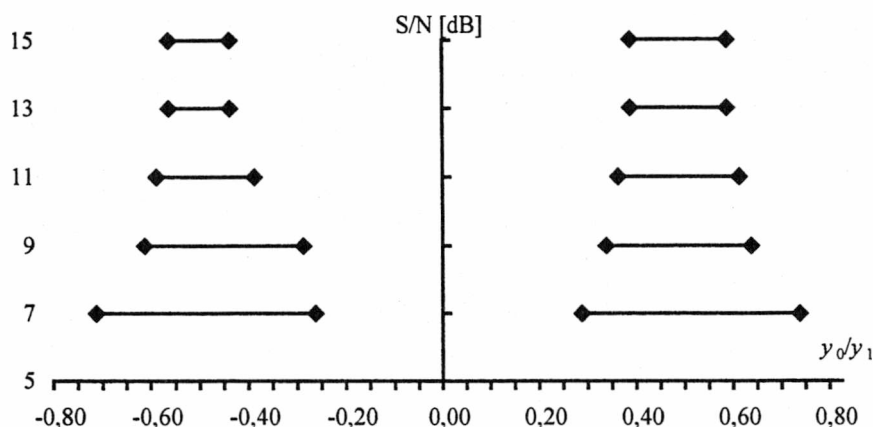


Rys. 4.11 Zależność stopy błędów od stosunku y_0 / y_1 dla $SNR=15\text{dB}$



Rys. 4.12. Zależność K_{en} od y_0 / y_1 dla $SNR=15\text{dB}$

Na rysunkach 4.11 i 4.12 reprezentowane są wyniki dla $S/N=15\text{dB}$. Obszar zastosowania nowej metody pokrywa się z obszarem jak dla przypadku gdy $S/N=13\text{dB}$. Przedział, w którym nie było możliwe określenie obszaru zastosowania, poszerzył się do $y_0 / y_1 \in (-0.34, 0.27)$.



Rys. 4.13. Przedział y_0 / y_1 dla różnych wartości S / N

Na rys. 4.13 dla każdej z prezentowanych wyżej zależności elementowej stopy błędów od stosunku y_0 / y_1 , zostały wykreślone przedziały zastosowania systemu z regułą (3.11). Dla ustalonego S / N zaznaczono odcinki określające przedziały wartości y_0 / y_1 , dla których w systemach z korektorem z regułą (3.11) otrzymano mniej przekłamań niż w systemach z korektorem wstępnym i zwykłym korektorem z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Łatwo zauważyć, że im bardziej $|y_0 / y_1|$ jest bliskie wartości 0,5, tym lepiej zachowuje się system z regułą (3.11).

Na przykład kanał $y_0 = y_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$, $y_1 = \frac{2}{\sqrt{6}}$, czyli kanał o dyskretniej transmitancji $Y(z) = \frac{\pm 1}{\sqrt{6}}(1 \pm z^{-1})^2$ będzie korygowany lepiej korektorem z regułą (3.11) nawet przy małych zakłóceniach.

Można też zauważyć, że im większe są zakłócenia (mniejszy odstęp sygnału od szumu S / N), tym szerszy jest obszar zastosowania zaproponowanej w pracy (wzór 3.11) metody odbioru. Oznacza to, że proponowana tu metoda znajduje zastosowanie w sytuacjach trudnego odbioru, czyli wtedy gdy liczba przekłamań jest duża i obniżenie stopy błędów jest szczególnie ważne.

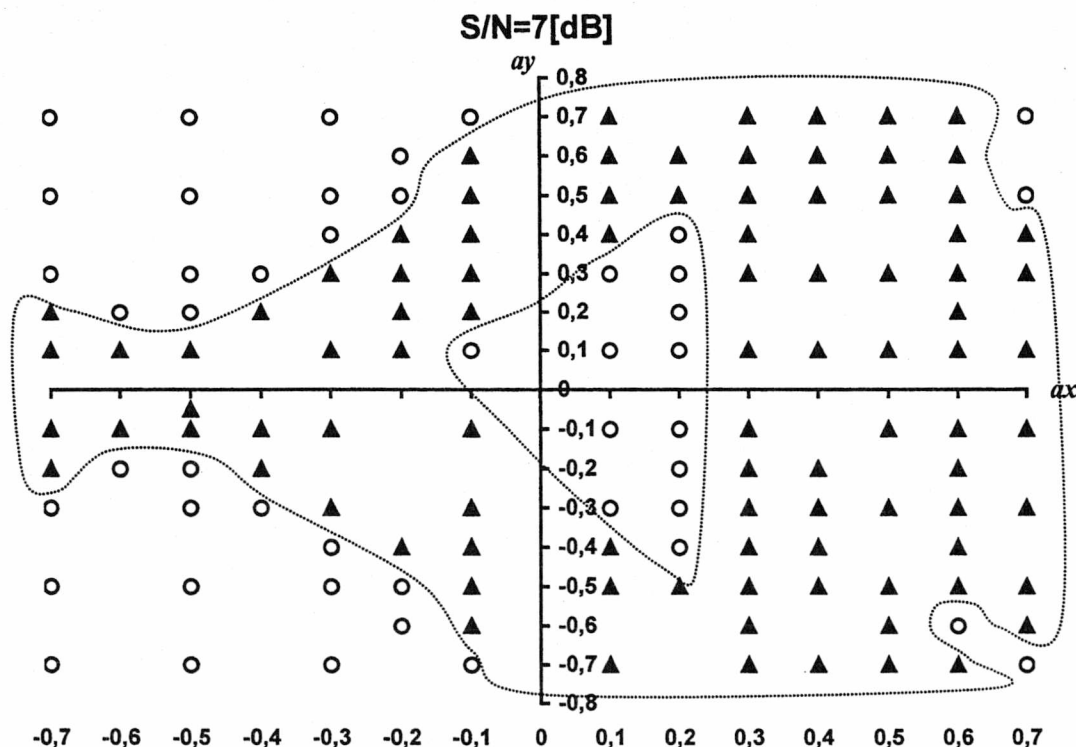
W układzie współrzędnych (ax, ay) na rysunkach od rys.4.14 do rys.4.18 prezentowane są rezultaty porównań stóp błędów rozważanych korektorów dla ustalonych poziomów sygnału nad szumem. Na układ współrzędnych naniesiono trójkąty lub kółka w punktach (ax, ay) .

Jeśli dla kanału o pewnych wartościach ax oraz ay korektor stosujący regułę (3.11) okazał się lepszy od korektora tradycyjnego, to punkt (ax, ay) oznaczono trójkątem. W przeciwnym razie punkt ten oznaczono kółkiem.

Na rys. 4.14 prezentowane są rezultaty porównań stóp błędów uzyskane w systemach z rozważanymi korektorami dla ustalonego poziomu sygnału nad szumem $S/N=7\text{dB}$. W pierwszej ćwiartce prezentowane są wyniki dla dodatniego stosunku ax i ay . System z regułą (3.11) daje gorsze wyniki (punkty okrągłe) niż systemy z korektorami tradycyjnymi dla większych ax (np. $ax=0.7$) i gdy ay przyjmuje wartości większe od 0.5 ($ay_{\max}=0.7$), oraz dla mniejszych ax ($ax \leq 0.2$) i gdy $ay \in (0.1, 0.3)$. W pozostałym obszarze system z regułą (3.11) jest lepszy (punkty trójkątne).

Analizując kształt obszarów wypełnionych trójkątami i kółkami zauważamy, że obszar zastosowania reguły (3.11) jest symetryczny względem osi ax . Symetria nie występuje względem osi ay . Gdy $ax < 0$, czyli w II i III ćwiartce stosując system z regułą (3.11) otrzymujemy mniejszą stopę błędów w porównaniu z systemami z korektorami tradycyjnymi gdy $ay \leq 0.2$ i $ax \in (-0.1, -0.7)$, albo gdy $ax \geq -0.2$ i $ay < 0.7$.

Wnioskiem wynikającym z symetrii obszarów na rys. 4.14 jest to, że skuteczność korekcji opartej na przewidywaniu decyzji w odniesieniu do korekcji tradycyjnej w istotny sposób zależy od znaku ax a więc od zgodności polaryzacji prążków interferencyjnych y_0 i y_4 z prążkiem głównym y_2 , natomiast skuteczność ta nie zależy w sposób znaczący od znaku ay , czyli nie zależy od polaryzacji prążków y_1 i y_3 .

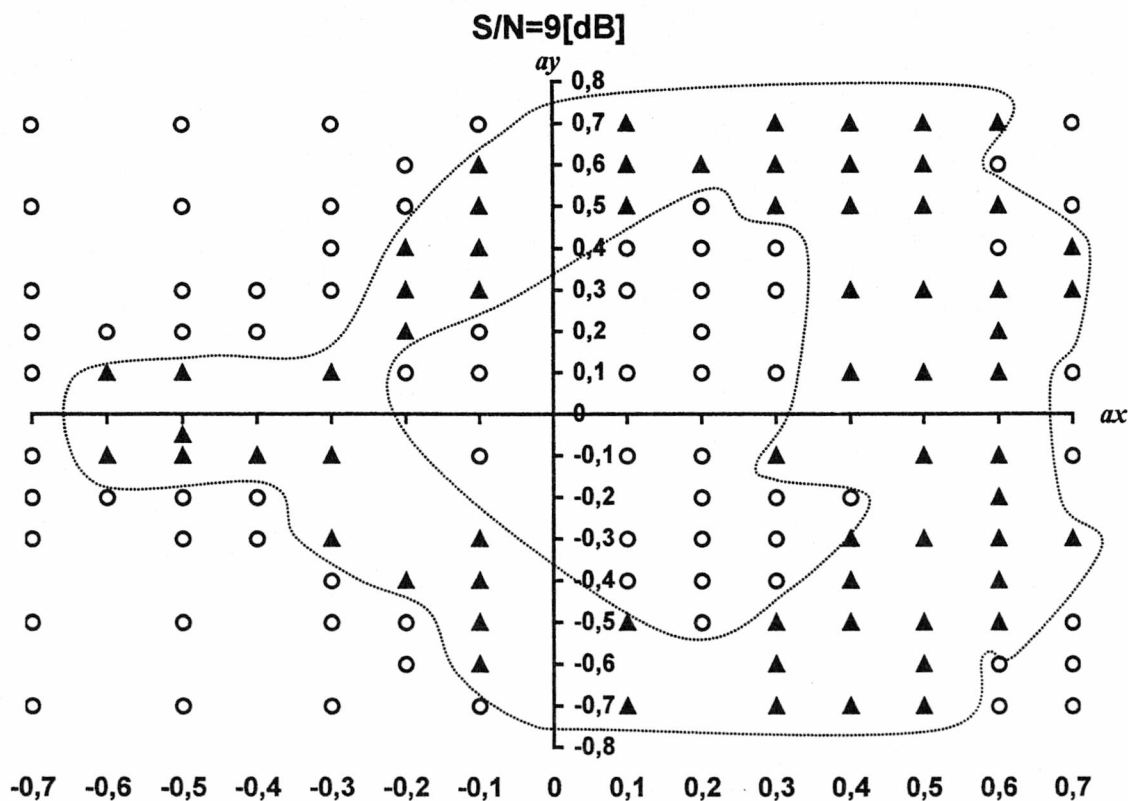


Rys. 4.14. Akceptowalne obszary (ax, ay) dla $SNR=7\text{dB}$

Podobnie jak dla stosunku $S/N=7\text{dB}$ (rys. 4.14), tak i dla $S/N=9\text{dB}$ można zauważyć symetrię obszarów względem osi ax .

W pierwszej ćwiartce ($ax > 0$ i $ay > 0$) korektor z przewidywaniem decyzji okazuje się lepszy dla większych ax lub większych ay (gdy $ax \geq 0.4$ lub $ay \geq 0.5$) z wyłączeniem sytuacji, gdy oba te parametry są równocześnie większe od 0.5 (np. $ax \geq 0.6$ i $ay \geq 0.6$). Gdy ax jest bliskie 0.5, to korektor z algorytmem (3.11) jest lepszy w całym zakresie zmienności ay .

Jeśli $ax < 0$, to korektor z przewidywaniem decyzji jest lepszy albo gdy ay jest bliskie zeru ($|ay| \leq 0.1$) i $ax < -0.2$, albo gdy ax jest bliskie zeru ($ax \geq -0.2$) i $|ay| > 0.2$.



Rys. 4.15. Akceptowalne obszary (ax, ay) dla $SNR=9\text{dB}$

Rezultaty prezentowane na rys. 4.16 określają obszar zastosowania reguły (3.11) dla $S/N=11\text{dB}$, również w tym przypadku występuje symetria obszarów względem osi ax .

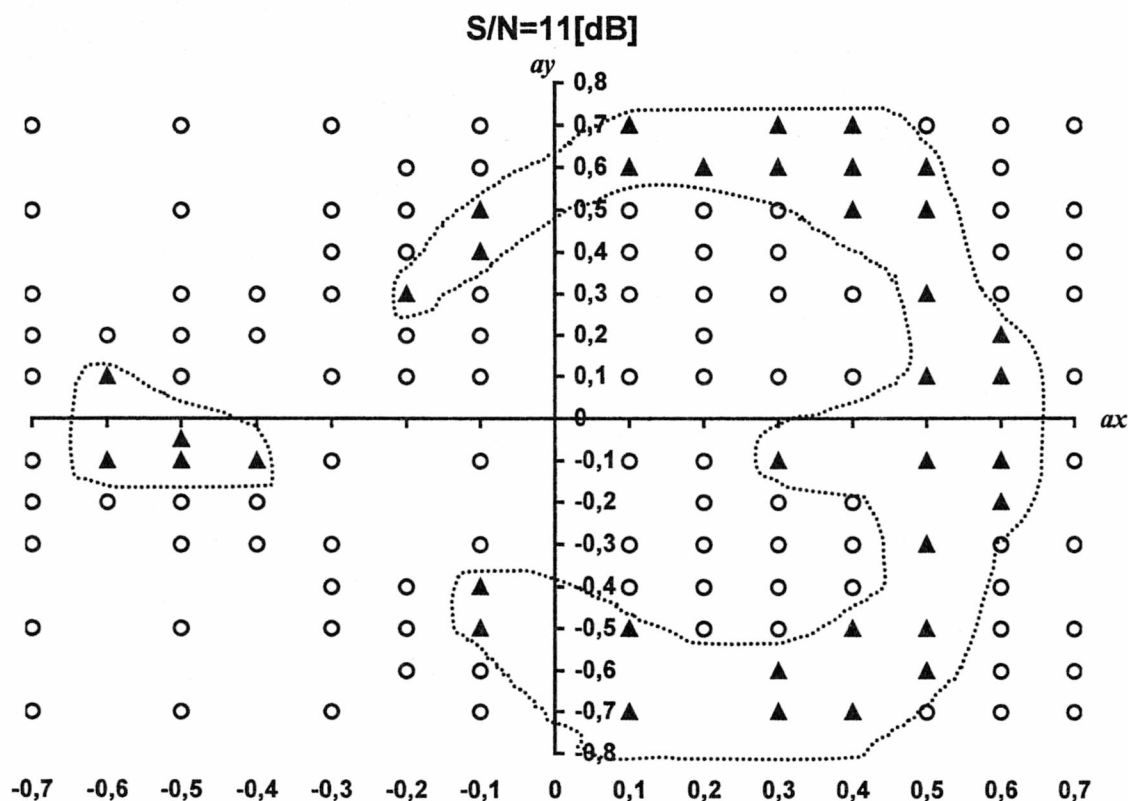
W pierwszej ćwiartce korektor z regułą (3.11) jest lepszy gdy $ax \leq 0.5$ a $ay \geq 0.5$ oraz dla średnich wartości ax ($ax \approx 0.6$) i małych ay ($ay \leq 0.2$). Również i tu dla ax bliskich 0.5 zakres zmian ay może być największy.

Stosując system z regułą (3.11) dla $S/N=11\text{dB}$ stosunek ax i ay nie może przyjmować jednocześnie małych albo dużych wartości. Dla $ax < 0$ korektor z przewidywaniem decyzji praktycznie nie powinien być stosowany, za wyjątkiem nielicznych punktów, gdzie ax jest małe ($ax < 0.2$) i średnie ay ($ay \approx 0.4$) lub małe ay ($ay \leq 0.1$) i średnie ax ($ax \approx 0.5$).

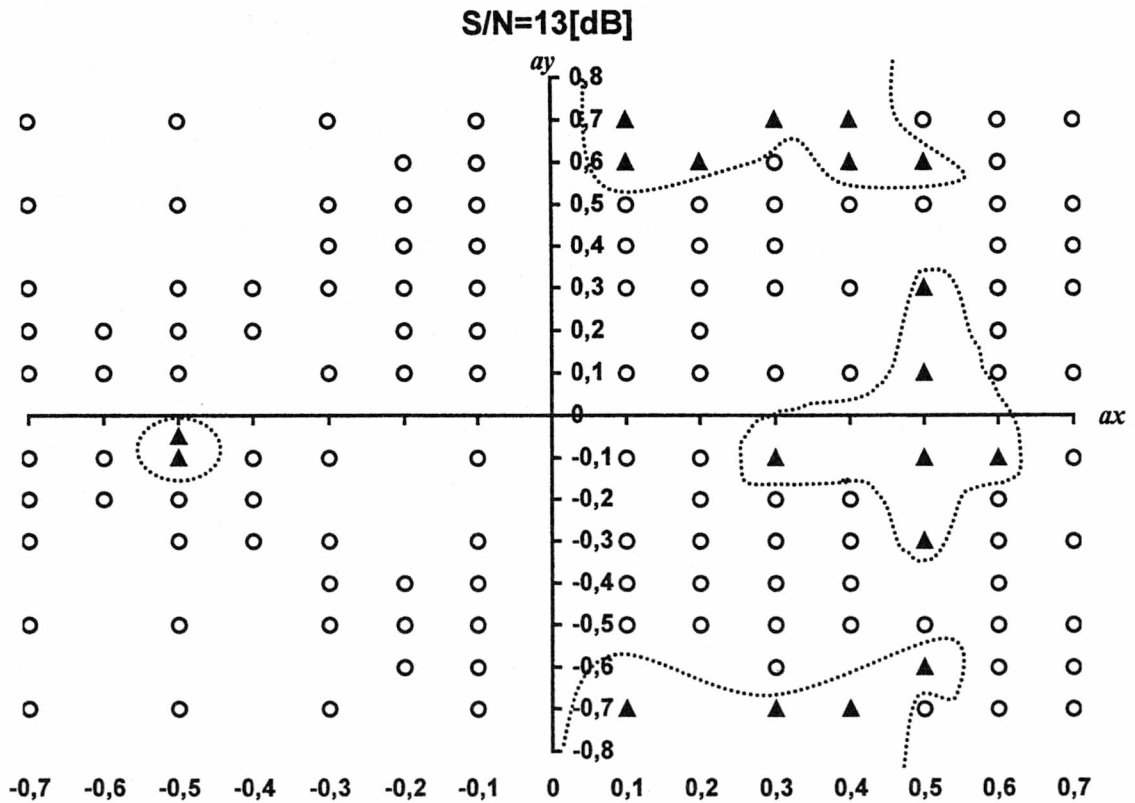
Rys. 4.17 prezentuje wyniki dla $S/N=13\text{dB}$. W I i IV ćwiartce, układu (ax, ay) obszar zastosowania metody z przewidywaniem decyzji rozkłada się (podobnie jak dla $S/N=7\text{dB}$ i 9dB) prawie symetrycznie względem osi ax .

W ćwiartce pierwszej dla $ax=0.5$ i $ay \leq 0.3$ oraz dla $ay=0.7$ i $ax \leq 0.5$, korektor z regułą (3.11) daje mniejszą stopę błędów niż korektor tradycyjny.

Dla $ax < 0$ korektor z przewidywaniem decyzji praktycznie nie powinien być stosowany.



Rys. 4.16. Akceptowalne obszary (ax, ay) dla $SNR=11\text{dB}$

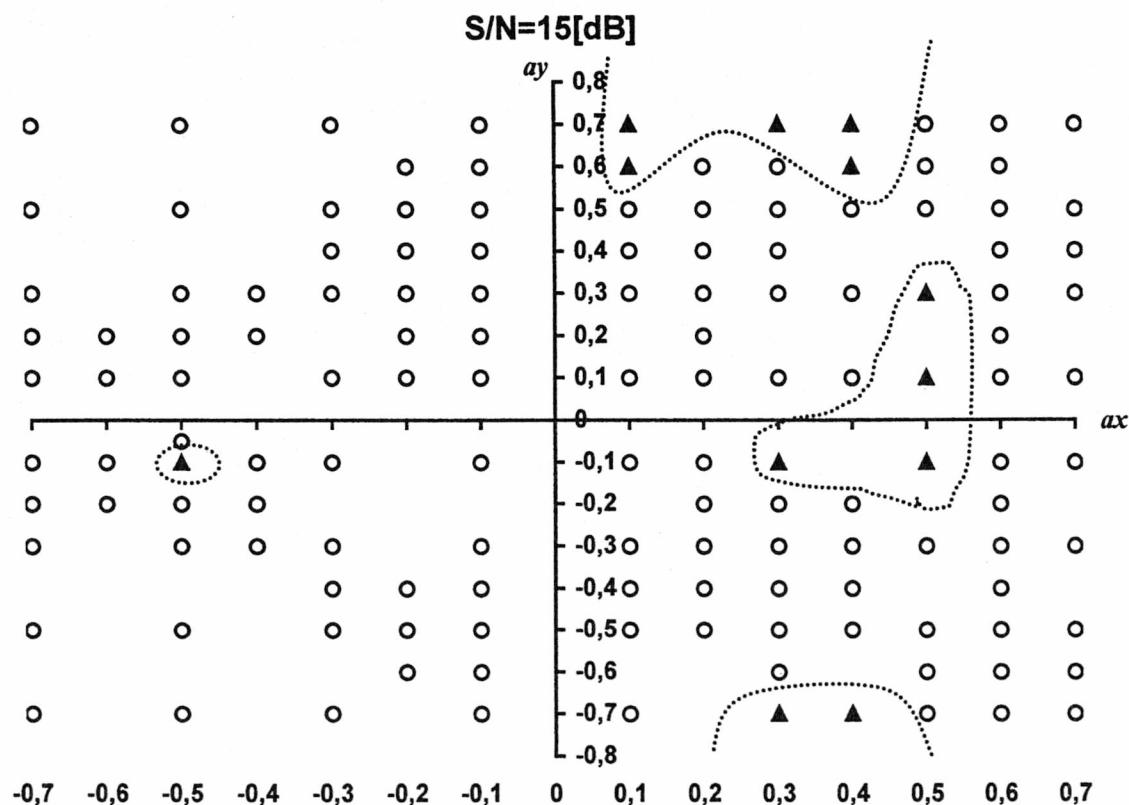


Rys. 4.17. Akceptowalne obszary (ax, ay) dla $SNR=13\text{dB}$

Na rys. 4.18 prezentowane są wyniki porównania stop błędów dla poszczególnych korektorów, przy ustalonym poziomie sygnału nad szumem $S/N=15\text{dB}$.

W pierwszej ćwiartce system z regułą (3.11) daje lepsze wyniki w porównaniu z typowymi korektorami dla stosunku $ax = 0.5$ oraz $ay = 0.1$ i 0.2 , $ax = 0.1$ i 0.4 oraz $ay = 0.6$ i 0.7 jak też dla $ay = 0.7$ oraz ax zawarte od 0.2 do 0.3 .

Dla czwartej ćwiartki system z przewidywaniem decyzji jest lepszy w porównaniu z korektorem tradycyjnym gdy $ax \in (0.3, 0.5)$ i $ay = -0.1$ oraz dla ax od 0.3 do 0.4 i $ay = -0.7$. Dla $ax < 0$ korektory tradycyjne są lepsze niż korektory z regułą (3.11).



Rys. 4.18 Akceptowalne obszary (ax, ay) dla $SNR=15\text{dB}$

Przedstawione wyniki świadczą, że zarówno dla Algorytmu 1 jak i Algorytmu 2, im mniejszy jest stosunek mocy sygnału do szumu (większe zakłócenia), tym większą poprawę elementowej stopy błędów uzyskuje się stosując algorytm przewidywania (3.11) i rezygnując z korektora wstępnego.

Gdy stosunek S/N rośnie (zakłócenia maleją) obszar zastosowania systemu z regułą (3.11) maleje. Analizując rezultaty obliczeń na wykresach od rys.4.3 do rys.4.12, można zauważyć, że przy ustalonym poziomie stosunku S/N największe zastosowanie system z regułą (3.11) ma dla bezwzględnych wartości stosunku y_0/y_1 równych $\frac{1}{2}$.

Z zależności charakteryzujących Algorytm 2 wynika, że najlepsze wyniki uzyskujemy w I i IV ćwiartce gdy stosunek y_0/y_2 jest dodatni. Obszary zastosowania dla I i IV ćwiartki praktycznie się pokrywają (nieznaczne różnice).

Zdecydowanie mniejszy obszar zastosowania uzyskujemy dla ćwiartki II i III, gdzie stosunek y_0 / y_2 przyjmuje wartości ujemne.

W II ćwiartce gdy poziom sygnału nad szumem $S/N \geq 13\text{dB}$, dla systemu z regułą (3.11) w całym obszarze badania uzyskujemy gorszą stopę błędów niż dla korektorów tradycyjnych.

W przypadku Algorytmu 2 w badanym zakresie stosunku od 7dB do 15dB zauważyć można symetrię względem osi ax obszarów, w których korektor z przewidywaniem decyzji (z regułą (3.11)) dawał lepsze rezultaty niż korektor tradycyjny. Można więc stwierdzić, że niezależnie od stosunku mocy sygnału do mocy szumu, wyniki porównania systemu opartego na regule (3.11) z systemem tradycyjnym zależą w większym stopniu od polaryzacji prążków interferencyjnych y_0 i y_4 bardziej odległych od prążka głównego y_2 , natomiast w niewielkim stopniu zależą od polaryzacji prążków y_1 i y_3 leżących bezpośrednio przed i za prążkiem głównym y_2 .

Na zachowanie się systemu z regułą (3.11) mają wpływ również wartości prążków y_0 i y_4 oraz y_1 i y_3 , przy czym wpływ ten zależy od poziomu szumu. Przy mniejszych szumach im jest większa różnica wartości tych prążków, tym system z regułą (3.11) jest lepszy w porównaniu z systemem tradycyjnym.

Generalnie daje się zauważyć dla obu badanych typów kanałów (Algorytm 1 i Algorytm 2), że im większe są zakłócenia, tym dla szerszej klasy kanałów korektor z przewidywaniem decyzji wykazuje lepsze właściwości korekcyjne w porównaniu z korektorem tradycyjnym.

5. Optymalizacja parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego

Problem korygowania interferencji międzysymbolowej przy użyciu typowego korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym jest szeroko opisany w literaturze między innymi w [3], [16], [23], [24] i wiąże się z zadaniem podejmowania decyzji rozpoznających odbierane dane. Korekcja ta polega na wprowadzeniu do linii opóźniającej filtru transversalnego binarnych decyzji związanych z odebranymi danymi oraz wykorzystaniu tych decyzji do kompensacji następujących po nich prążków interferencji.

Z chwilą odbioru kolejnych danych ich interferencja z danymi nadchodzącymi staje się znana i może być odjęta od nadchodzącego sygnału. Warunkiem poprawnej pracy takiego korektora jest to, aby decyzje pamiętane w linii opóźniającej jego sprzężenia zwrotnego były prawidłowe.

W przypadku błędu odbioru, do sprzężenia wprowadzana jest błędna decyzja, a następująca po niej interferencja jest niewłaściwie wyznaczana i w rezultacie nie jest kompensowana, lecz w przypadku decyzji binarnych jest podwajana. W takim przypadku lepiej jest zrezygnować z korekcji lub przeprowadzić ją ostrożnie odejmując od sygnału jedynie część obliczonej wartości interferencji.

Definicja 5.1

Decyzję kwalifikuje się jako ryzykowną, jeśli wyznaczająca ją wartość sygnału (tu e_k) leży w otoczeniu wartości progu decyzyjnego S_* .

Z definicji 5.1 wynika, że jeśli decyzja jest podejmowana na podstawie próbki e_k spełniającej warunek

$$|e_k - S_*| < \beta$$

gdzie β jest progiem kwalifikowania decyzji, to decyzja taka uznawana jest za ryzykowną.

W pracy [22] M. Chiani, zaproponował metodę z trójstanową klasyfikacją decyzji. Metoda ta polega na tym, że w przypadku gdy decyzja została podjęta z przekroczeniem zadanego poziomu ryzyka, nie była ona uwzględniana w korekcji. W rezultacie następujące po niej prążki interferencyjne nie były kompensowane, ale również w przypadku błędnej decyzji nie były podwajane. Tym samym uzyskano ograniczenie zjawiska powielania się błędów. M Chiani [22] badał zależność wzrostu elementowej stopy błędów od progu kwalifikowania decyzji jako ryzykownych (tu β). Przeprowadzone obliczenia pozwoliły mu dobrać eksperymentalnie wartość β dla, której uzyskuje najmniejszą elementową stopę błędów.

Z teorii informacji wynika, że dla przyjętych w niniejszej pracy zakłóceń (równość prawdopodobieństwa pojawiania się 0 i 1, symetrii względem poziomu zerowego nominalnych wartości sygnałów reprezentujących bit 0 i bit 1, addytywnych zakłóceń o rozkładzie gaussowskim) optymalny próg decyzyjny $S_* = 0$.

W tej pracy zaproponowany jest algorytm podejmowania decyzji, w którym w przypadku zakwalifikowania decyzji d_k jako zbyt ryzykownej (gdy wartość sygnału na wejściu detektora różni się od progu decyzyjnego ($S_* = 0$) mniej niż o β , czyli gdy $|e_k| < \beta$), dokonuje się tylko częściowej korekcji prążka interferencyjnego określanego na podstawie tej decyzji [55], [57], [59]. Nadchodzący prążek interferencyjny kompensuje się za pomocą jego teoretycznej wartości przemnożonej przez współczynnik α , ($0 < \alpha < 1$). W ten sposób w przypadku błędnej decyzji, kompensowany prążek nie jest podwajany, lecz jest mnożony przez mniejszą od 2 wartość $1 + \alpha$. Do linii opóźniającej korektora wprowadza się dwie binarne decyzje: odebrany bit danych oraz binarną klasyfikację ryzyka jego odbioru.

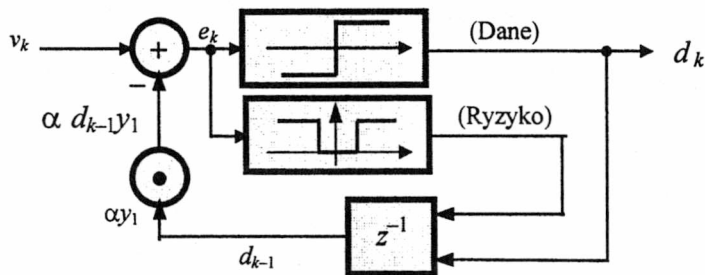
W pracy zostanie wyprowadzona zależność optymalnego progu β od wartości współczynnika α dla kanałów z jednym prążkiem interferencyjnym. Zostaną też przedstawione wykresy służące do wyboru optymalnych wartości α oraz β dla założonej klasy kanałów.

5.1 Metoda wyznaczania progu ryzyka

Założmy, że funkcja rozkładu gęstości prawdopodobieństwa zakłóceń jest symetryczna względem zera (parzysta), a prawdopodobieństwo pojawienia się

wartości transmitowanych danych binarnych jest jednakowe i wynosi 0.5 zarówno dla zera jak i dla jedynki.

Pierwszym etapem zadania jest określenie zależności prawdopodobieństwa błędnej decyzji od α i od β dla systemu pokazanego na rys. 5.1 o interferencji kanału transmisyjnego danej wzorem $y(z) = y_0 + y_1 z^{-1}$.



Rys. 5.1. Schemat rozważanego systemu

Próbka odpowiedzi kanału podstawowego na sygnał w chwili $t = kT$ będzie równa

$$v_k = a_k y_0 + a_{k-1} y_1 + z_k. \quad (5.1)$$

gdzie a_k reprezentują nadawane dane ($a_k = 1$ dla jedynki i $a_k = -1$ dla zera), z_k jest wartością próbki zakłócenia.

Jeżeli wzmocnienie na odczpie cyfrowej linii opóźniającej równa się y_1 , to wartość e_k na wejściu układu decyzyjnego wynosi [55]

$$e_k = a_k y_0 + (a_{k-1} - d_{k-1}) y_1 + z_k \quad \text{gdy } \alpha = 1 \quad (5.2)$$

lub

$$e_k = a_k y_0 + (a_{k-1} - \alpha d_{k-1}) y_1 + z_k \quad \text{gdy } 0 \leq \alpha < 1. \quad (5.3)$$

W przypadku gdy $\alpha = 1$ i podejmowane decyzje są prawidłowe $d_{k-1} = a_{k-1}$, to ze wzoru (5.2) otrzymuje się

$$e_k = a_k y_0 + z_k = \begin{cases} y_0 + z_k & \text{gdy } a_k = 1, \\ -y_0 + z_k & \text{gdy } a_k = -1. \end{cases} \quad (5.4)$$

Decyzję d_k podejmuje się na podstawie znaku e_k . Gdy $e_k > 0$ przyjmuje się $d_k = 1$, natomiast gdy $e_k < 0$ przyjmuje się $d_k = -1$. Gdy $|e_k| < \beta$, czyli gdy e_k jest bliskie zeru, podjętą decyzję uważa się za ryzykowną i w następnym kroku interferencję koryguje się ostrożnie, to znaczy wg wzoru (5.3) ze współczynnikiem $0 \leq \alpha < 1$.

Oznaczmy przez $f_z(z)$ funkcję rozkładu gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej, której realizacjami są zmierzone wartości zakłóceń z_k .

Zakładając

- parzystość funkcji $f_z(z)$, czyli $f_z(-z) = f_z(z)$,
- równość prawdopodobieństwa tego, że $a_k = 1$ i tego, że $a_k = -1$,

wyznaczy się prawdopodobieństwa błędnej decyzji d_k (tego, że $d_k \neq a_k$) w sytuacjach gdy decyzja d_{k-1} została uznana zarówno za wiarygodną ($|e_{k-1}| > \beta$) jak i za ryzykowną ($|e_{k-1}| < \beta$).

Dla uproszczenia dalej zakłada się nieujemne wartości y_0 oraz y_1 . Nie zawęża to ogólności rozważań, ponieważ przyjmując ujemne wartości y_0 oraz y_1 w poniższych wzorach odpowiednie znaki plus ulegną zmianie na minus i odwrotnie, zachowując postaci wzorów.

Jeżeli decyzja d_{k-1} została uznana za wiarygodną, to prawdopodobieństwo popełnienia błędu wynosi

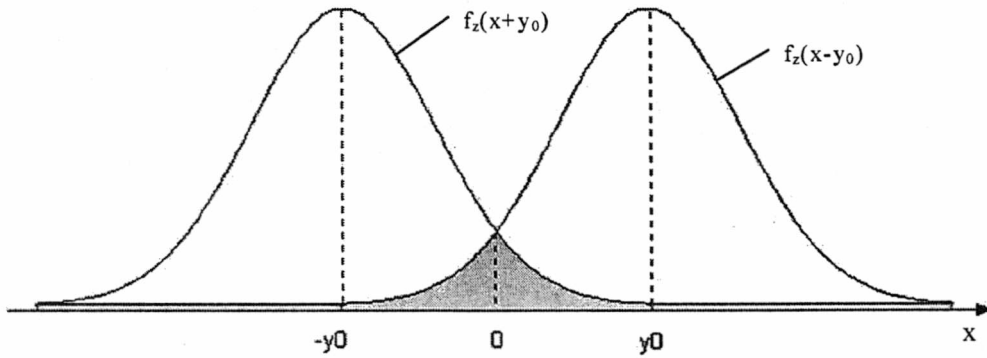
$$p_{e1} = \int_{-\infty}^{-y_0} f_z(x) dx, \quad (5.5)$$

gdy $d_{k-1} = a_{k-1}$

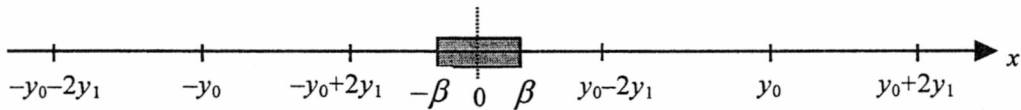
$$\text{oraz} \quad \overline{p_{e1}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-y_0-2y_1} f_z(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx, \quad (5.6)$$

gdy $d_{k-1} \neq a_{k-1}$.

Graficzną interpretację prawdopodobieństwa p_{el} przedstawia zakreskowany obszar na rys. 5.2, natomiast prawdopodobieństwo $\overline{p_{el}}$ zostało określone przy założeniu nominalnych poziomów sygnału $e_k - z_k$ równych $-y_0 - 2y_1$, $-y_0 + 2y_1$, $y_0 - 2y_1$ oraz $y_0 + 2y_1$ jak to pokazano na rys. 5.3.



Rys. 5.2. Graficzna interpretacja prawdopodobieństwa p_{el}



Rys. 5.3. Nominalne poziomy sygnału po błędnej decyzji

Rozważmy sytuację gdy $\alpha \leq 1$ oraz $d_{k-1} = a_{k-1}$.

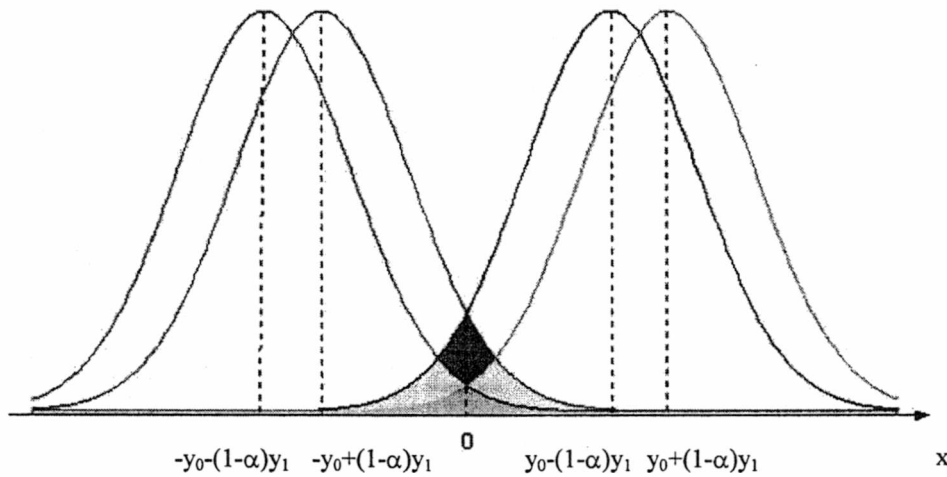
Ze wzoru (5.3) otrzymuje się

$$e_k = a_k y_0 + (a_{k-1} - \alpha d_{k-1}) y_1 + z_k = \begin{cases} y_0 \pm (1-\alpha) y_1 + z_k & \text{gdy } a_k = 1 \\ -y_0 \pm (1-\alpha) y_1 + z_k & \text{gdy } a_k = -1 \end{cases} \quad (5.7)$$

Określmy prawdopodobieństwo p_{e2} popełnienia błędu gdy poprzednia decyzja była prawidłowa, ale została uznana za ryzykowną. Po uwzględnieniu przyjętych założeń otrzymuje się

$$p_{e2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-y_0-(1-\alpha)y_1} f_z(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-y_0+(1-\alpha)y_1} f_z(x) dx \quad (5.8)$$

Graficzną interpretację prawdopodobieństwa p_{e2} ilustruje zakreskowany obszar na rys.5.4.



Rys.5.4. Graficzna interpretacja prawdopodobieństwa p_{e2}

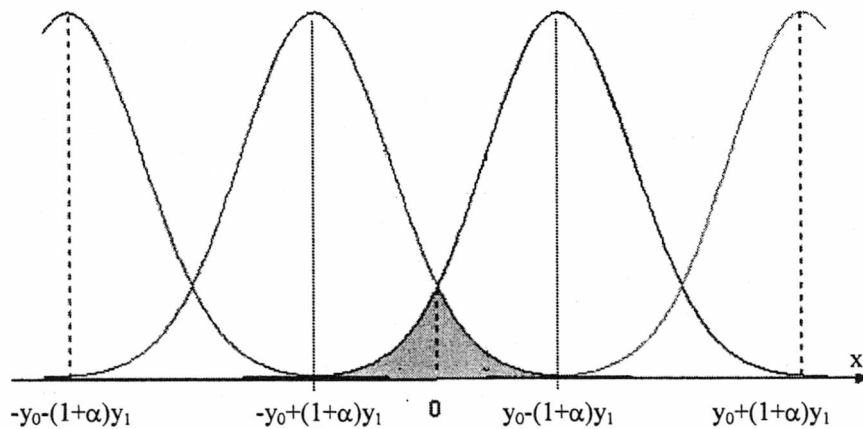
W przypadku gdy decyzja d_{k-1} była błędna ($d_{k-1} \neq a_{k-1}$) oraz uznana za ryzykowną ($\alpha \leq 1$), ze wzoru (5.3) otrzymuje się

$$e_k = a_k y_0 \mp (1 + \alpha) y_1, \quad (5.9)$$

a prawdopodobieństwo p_{e4} kolejnej błędnej decyzji ($d_k \neq a_k$) wyraża się zależnością

$$p_{e4} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-y_0+(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx. \quad (5.10)$$

Graficzną interpretację prawdopodobieństwa p_{e4} przedstawia zakreskowany obszar na rys. 5.5.



Rys. 5.5. Graficzna interpretacja prawdopodobieństwa p_{e4}

Następnie zakładając, że decyzja d_{k-2} była bezbłędna i wiarygodna określmy:

- prawdopodobieństwo p_1 tego, że decyzja d_{k-1} była też bezbłędna i wiarygodna

$$p_1 = \int_{-y_0+\beta}^{\infty} f_z(x)dx = \int_{-\infty}^{y_0-\beta} f_z(x)dx, \quad (5.11)$$

- prawdopodobieństwo p_2 tego, że decyzja d_{k-1} była bezbłędna i ryzykowna

$$p_2 = \int_{-y_0}^{-y_0+\beta} f_z(x)dx, \quad (5.12)$$

- prawdopodobieństwo p_3 tego, że poprzednia decyzja d_{k-1} była błędna i została uznana za wiarygodną

$$p_3 = \int_{-\infty}^{-y_0-\beta} f_z(x)dx, \quad (5.13)$$

- prawdopodobieństwo p_4 tego, że decyzja d_{k-1} była błędna i ryzykowna

$$p_4 = \int_{-y_0-\beta}^{-y_0} f_z(x)dx. \quad (5.14)$$

Na podstawie powyższych rozważań otrzymuje się z (5.5), (5.6), (5.8), (5.10) i (5.11) do (5.15) wzór na prawdopodobieństwo, że decyzja d_k będzie błędna jeśli decyzja d_{k-2} była poprawna i wiarygodna

$$P_e = p_1 p_{e1} + p_2 p_{e2} + p_3 \overline{p_{e1}} + p_4 p_{e4}. \quad (5.15)$$

Po podstawieniu do powyższego wzoru, odpowiedniego zestawu prawdopodobieństw, można otrzymać wartość β , która minimalizuje prawdopodobieństwo P_e rozwiązując równanie

$$\frac{dP_e}{d\beta} = 0. \quad (5.16)$$

Pochodną $\frac{dP_e}{d\beta}$ łatwo jest wyznaczyć zauważając, że p_{e1} , p_{e2} , $\overline{p_{e1}}$, p_{e4} nie zależą od β , a w wyrażeniach (5.11) do (5.15) β występuje tylko w granicy całek [44].

Tak więc

$$\begin{aligned} \frac{dP_e}{d\beta} &= -p_{e1} f_z(-y_0 + \beta) + p_{e2} f_z(-y_0 + \beta) - \overline{p_{e1}} f_z(-y_0 - \beta) + p_{e4} f_z(-y_0 - \beta) = \\ &= (p_{e2} - p_{e1}) f_z(-y_0 + \beta) + (p_{e4} - \overline{p_{e1}}) f_z(-y_0 - \beta), \end{aligned} \quad (5.17)$$

gdzie

$$\begin{aligned} p_{e2} - p_{e1} &= \int_{-\infty}^{-y_0} f_z(x) dx - \frac{1}{2} \int_{-y_0 - (1-\alpha)y_1}^{-y_0} f_z(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-y_0}^{-y_0 + (1-\alpha)y_1} f_z(x) dx - \int_{-\infty}^{-y_0} f_z(x) dx = \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_{-y_0}^{-y_0 + (1-\alpha)y_1} f_z(x) dx - \int_{-y_0 - (1-\alpha)y_1}^{-y_0} f_z(x) dx \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{e4} - \overline{p_{e1}} &= \frac{1}{2} \int_{-y_0-2y_1}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-y_0+2y_1}^{-y_0+(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx = -\frac{1}{2} \left[\int_{-y_0-(1+\alpha)y_1}^{-y_0-2y_1} f_z(x) dx + \int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx \right] = \\
 &= \frac{1}{2} \left[\int_{-y_0-2y_1}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx - \int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx \right].
 \end{aligned}$$

Wstawiając powyższe do wzoru (5.16) otrzymuje się

$$\frac{f_z(-y_0 + \beta)}{f_z(-y_0 - \beta)} = \frac{\int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx - \int_{-y_0-(1+\alpha)y_1}^{-y_0-2y_1} f_z(x) dx}{\int_{-y_0}^{-y_0+(1-\alpha)y_1} f_z(x) dx - \int_{-y_0-(1-\alpha)y_1}^{-y_0} f_z(x) dx}. \quad (5.18)$$

Zakładając, że zakłócenia mają rozkład normalny $N(0, \sigma)$, czyli przyjmując

$$f_z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},$$

otrzymuje się

$$\frac{f_z(-y_0 + \beta)}{f_z(-y_0 - \beta)} = \frac{e^{-\frac{(\beta-y_0)^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(\beta+y_0)^2}{2\sigma^2}}} = e^{\frac{(\beta+y_0)^2 - (\beta-y_0)^2}{2\sigma^2}}.$$

Ponieważ

$$(\beta + y_0)^2 - (\beta - y_0)^2 = \beta^2 + 2\beta y_0 + y_0^2 - (\beta^2 - 2\beta y_0 + y_0^2) = 4\beta y_0,$$

wzór (5.18) można zapisać w postaci

$$e^{\frac{2\beta y_0}{\sigma^2}} = C_1,$$

i ostatecznie dla założonego α optymalna wartość progu β wynosi

$$\beta = \frac{\sigma^2}{2y_0} \ln C_1, \quad (5.19)$$

gdzie

$$C_1 = \frac{\overline{p_{e1}} - p_{e4}}{p_{e2} - p_{e1}} = \frac{\int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x)dx - \int_{-y_0-2y_1}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(x)dx}{\int_{-y_0}^{-y_0+(1-\alpha)y_1} f_z(x)dx - \int_{-y_0-(1-\alpha)y_1}^{-y_0} f_z(x)dx}. \quad (5.20)$$

Aby sprawdzić, czy wzór (5.15) wyznacza minimum P_e , określmy znak drugiej pochodnej $\frac{d^2 P_e}{d\beta^2}$.

Z wzoru (5.17) mamy

$$\frac{d^2 P_e}{d\beta^2} = (p_{e2} - p_{e1})f'_z(-y_0 + \beta) + (\overline{p_{e1}} - p_{e4})f'_z(-y_0 - \beta),$$

gdzie

$$f'_z(x) = \frac{-x}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma^3} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

Po przekształceniach można drugą pochodną wyrazić wzorem

$$\frac{d^2 P_e}{d\beta^2} = \left[(p_{e2} - p_{e1})(y_0 - \beta) e^{\frac{2y_0\beta}{\sigma^2}} + (\overline{p_{e1}} - p_{e4})(y_0 + \beta) \right] \frac{e^{-\frac{(y_0+\beta)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}},$$

oraz uwzględniając (5.19) i (5.20) wyrazić w postaci

$$\frac{d^2 P_e}{d\beta^2} = (\overline{p_{e1}} - p_{e4}) \frac{2y_0}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_0+\beta)^2}{2\sigma^2}}.$$

O znaku drugiej pochodnej decyduje więc znak różnicy $\overline{p_{e1}} - p_{e4}$. Dla rozkładu normalnego $N(0, \sigma)$ łatwo jest wykazać, że jest ona dodatnia.

Twierdzenie 5.1 (O istnieniu minimum)

Jeśli zachodzi $y_0 > y_1$ oraz $0 < \alpha < 1$, to dla β wyznaczonego wzorem (5.19) otrzymuje się minimum P_e .

Dowód:

Aby udowodnić tezę wystarczy wykazać, że zachodzi nierówność $\overline{p_{e1}} > p_{e4}$.

Ze wzoru (5.17) wynika, że

$$2(\overline{p_{e1}} - p_{e4}) = \int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx - \int_{-y_0-2y_1}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(z) dz.$$

Długość przedziałów całkowania jest jednakowa i wynosi $(1-\alpha)y_1$ zarówno dla zmiennej x jak i zmiennej z , jednak dla $0 < y_1 < y_0$ zachodzi $|x| \leq y_0$ natomiast $|z| \geq y_0$, a zatem $|x| < |z|$. Jeśli $f_z(x)$ jest funkcją rozkładu normalnego, to $f_z(x) > f_z(z)$, co dla przedziałów całkowania o jednakowej długości daje $\overline{p_{e1}} > p_{e4}$. Oznacza to dodatnią wartość drugiej pochodnej, a więc istnienia minimum P_e [44].

c.b.d.o.

Proponowana metoda uwzględnienia wiarygodności decyzji wprowadzanych do pętli sprzężenia zwrotnego może mieć zastosowanie do szerokiej klasy kanałów. Poniżej zostanie wykazane dla zakłóceń białym szumem gaussowskim, że metoda ta zawsze umożliwia uzyskanie mniejszego prawdopodobieństwa przekłamania, jeśli tylko moc zakłóceń jest odpowiednio mała.

Twierdzenie 5.2 (O uwzględnieniu wiarygodności decyzji)

Dla dowolnego wstępnie skorygowanego kanału o odpowiedzi impulsowej zawierającej próbkę główną y_0 i próbkę interferencji y_1 taką, że $y_0 > y_1 > 0$, oraz zakłóconego białym szumem gaussowskim, istnieje taki poziom szumu, poniżej którego uwzględnienie wiarygodności decyzji wprowadzanych do pętli sprzężenia zwrotnego (zgodnie ze wzorem 5.3) korektora powoduje zmniejszenie prawdopodobieństwa wystąpienia błędu P_e wyrażonego wzorem (5.15).

Dowód:

Z twierdzenia 5.1 wynika, że dla $0 < \alpha < 1$, wyznaczone ze wzoru (5.19) β minimalizuje prawdopodobieństwo błędu P_e .

Teza twierdzenia 5.2 zostanie wykazana, gdy wykaże się, że dla mocy zakłóceń dążącej do zera, czyli dla $\sigma \rightarrow 0$, uzyskana ze wzoru (5.19) wartość β jest dodatnia ($\beta > 0$). To znaczy, gdy wykaże się, że dla odpowiednio małych zakłóceń istnieje fizycznie realizowalny próg β minimalizujący wartość P_e .

Aby β było dodatnie wystarczy w (5.19) wykazać, że $C_1 > 1$, co po uwzględnieniu (5.20) prowadzi do nierówności

$$\int_{-y_0-(1-\alpha)y_1}^{-y_0} f_z(x) dx + \int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx > \int_{-y_0-2y_1}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx + \int_{-y_0}^{-y_0+(1-\alpha)y_1} f_z(x) dx, \quad (5.21)$$

gdzie

$$f_z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

Z założeń $0 < \alpha < 1$ oraz $y_0 > y_1 > 0$ wynika, że wszystkie granice trzech całek są ujemne. Funkcja podcałkowa jest w przedziałach całkowania tych całek dodatnia i rosnąca, co wynika z właściwości funkcji $f_z(x)$.

Zachodzą zatem następujące nierówności

$$\int_{-y_0-2y_1}^{-y_0-(1+\alpha)y_1} f_z(x) dx < \Delta_x f_z(-y_0 - (1+\alpha)y_1),$$

$$\int_{-y_0}^{-y_0+(1-\alpha)y_1} f_z(x) dx < \Delta_x f_z(-y_0 + (1-\alpha)y_1),$$

$$\int_{-y_0-(1-\alpha)y_1}^{-y_0} f_z(x) dx > \Delta_x f_z(-y_0 - (1-\alpha)y_1),$$

gdzie

$$\Delta_x = (1 - \alpha)y_1.$$

Oszacowanie całki z lewej strony zależy od wartości bezwzględnych granic przedziału całkowania, czyli od tego czy zachodzi nierówność

$$|-y_0 + (1 + \alpha)y_1| \geq |-y_0 + 2y_1|.$$

Uwzględniając, że $-y_0 + (1 + \alpha)y_1 < -y_0 + 2y_1$ (ponieważ $y_0 > 0$, $y_1 > 0$ oraz $0 \leq \alpha \leq 1$) można nierówność

$$|-y_0 + (1 + \alpha)y_1| \geq |-y_0 + 2y_1|$$

zapisać w postaci dwóch warunków:

$$1^\circ -y_0 + 2y_1 < 0 \wedge y_0 - (1 + \alpha)y_1 \geq y_0 - 2y_1$$

lub

$$2^\circ -y_0 + 2y_1 \geq 0 \wedge -y_0 + (1 + \alpha)y_1 < 0 \wedge y_0 - (1 + \alpha)y_1 \geq -y_0 + 2y_1,$$

gdzie z warunku pierwszego otrzymuje się $y_1 < \frac{1}{2}y_0$, a z drugiego otrzymuje się

$$y_1 \geq \frac{1}{2}y_0 \text{ i } y_1 < \frac{1}{1+\alpha}y_0 \text{ oraz } y_1 \leq \frac{2}{3+\alpha}y_0$$

Ostatecznie (1° lub 2°) otrzymuje się

$$y_1 \leq \frac{2}{3 + \alpha}y_0.$$

Tak więc

$$\int_{-y_0 + (1 + \alpha)y_1}^{-y_0 + 2y_1} f_z(x) dx > \Delta_x f_z(-y_0 + (1 + \alpha)y_1),$$

zachodzi gdy

$$|-y_0 + (1 + \alpha)y_1| \geq |-y_0 + 2y_1|$$

czyli gdy

$$y_1 \leq \frac{2}{3 + \alpha}y_0$$

lub

$$\int_{-y_0+(1+\alpha)y_1}^{-y_0+2y_1} f_z(x) dx > \Delta_x f_z(-y_0+2y_1),$$

zachodzi gdy

$$|-y_0+(1+\alpha)y_1| \leq |-y_0+2y_1|$$

czyli gdy

$$\frac{2}{3+\alpha} y_0 < y_1 < y_0.$$

Nierówność (5.21) będzie zatem spełniona, jeśli dla $0 < y_1 \leq \frac{2}{3+\alpha} y_0$

będzie spełnione

$$\begin{aligned} f_z(-y_0-(1-\alpha)y_1) + f_z(-y_0+(1+\alpha)y_1) \\ > f_z(-y_0-(1+\alpha)y_1) + f_z(-y_0) + f_z(-y_0+(1-\alpha)y_1) \end{aligned} \quad (5.22a)$$

oraz jeśli dla

$$\frac{2}{3+\alpha} y_0 < y_1 < y_0$$

będzie spełnione

$$\begin{aligned} f_z(-y_0-(1-\alpha)y_1) + f_z(-y_0+2y_1) \\ > f_z(-y_0-(1+\alpha)y_1) + f_z(-y_0+(1-\alpha)y_1) \end{aligned} \quad (5.22b)$$

Teza twierdzenia zostanie udowodniona, gdy zostanie wykazane, że nierówności (5.22) są spełnione dla $\sigma \rightarrow 0$ gdy $f_z(x)$ jest funkcją rozkładu normalnego $N(0, \sigma)$ jak we wzorze (5.21).

Wstawiając do wzoru (5.22a)

$$f_z(x) = N(0, \sigma)$$

po pomnożeniu obu stron nierówności przez $\sigma\sqrt{2\pi}$ otrzymuje się

$$e^{\frac{-[-y_0-(1-\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-[-y_0+(1+\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}} > e^{\frac{-[-y_0-(1+\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-[-y_0+(1-\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}}.$$

Dzieląc obie strony nierówności przez wartość lewej strony otrzymuje się

$$1 > e^{\frac{-2(1+\alpha)y_1y_0}{\sigma^2}} + e^{\frac{2\alpha y_1(y_1-y_0)}{\sigma^2}} - e^{\frac{2y_1(y_1-y_0)}{\sigma^2}}. \quad (5.23a)$$

Uwzględniając $y_0 > y_1 > 0$ zauważa się, że wszystkie trzy wykładniki eksponent po prawej stronie nierówności są ujemne i dążą do minus nieskończoności gdy $\sigma \rightarrow 0$. Prawa strona nierówności dąży zatem do zera co dowodzi spełnienia nierówności (5.22a) dla odpowiednio małych σ .

Pozostaje dowieść spełnienia nierówności (5.22b) dla

$$\sigma \rightarrow 0 \text{ oraz dla } \frac{2}{3+\alpha}y_0 < y_1 < y_0.$$

Wstawiając $f_z(x) = N(0, \sigma)$ do (5.22b) oraz mnożąc obustronnie przez $\sigma\sqrt{2\pi}$ otrzymuje się nierówność

$$e^{\frac{-[-y_0-(1-\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-[-y_0+2y_1]^2}{2\sigma^2}} > e^{\frac{-[-y_0-(1+\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-[-y_0+(1-\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}}.$$

Dzieląc obie strony nierówności przez wartość lewej strony otrzymuje się

$$e^{\frac{[-y_0+2y_1]^2 - [-y_0-(1-\alpha)y_1]^2}{2\sigma^2}} + 1 > e^{\frac{y_1[4(y_1-y_0)-2(1+\alpha)y_0-(1+\alpha)^2y_1]}{2\sigma^2}} + e^{\frac{y_1[4(y_1-y_0)+2(1-\alpha)y_0-(1-\alpha)^2y_1]}{2\sigma^2}}. \quad (5.23b)$$

Zauważmy że:

1. lewa strona nierówności jest niemniejsza od jedności,
2. $y_1 - y_0 < 0$ zatem $4(y_1 - y_0) - 2(1+\alpha)y_0 - (1+\alpha)^2y_1 < 0$,
3. $4(y_1 - y_0) + 2(1-\alpha)y_0 - (1-\alpha)^2y_1 = (1+\alpha)[2(y_1 - y_0) + (1-\alpha)y_1] < 0$,

gdy $y_1 < \frac{2}{3-\alpha}y_0$, co dla $\alpha = 1$ sprowadza się do warunku $y_1 < y_0$.

Można więc zawsze wybrać takie α , aby wszystkie wykładniki po prawej stronie nierówności (5.23b) były ujemne.

Zatem gdy $\sigma \rightarrow 0$ wszystkie wykładniki po prawej stronie nierówności dążą do minus nieskończoności. Prawa strona nierówności dąży zatem do zera, co dowodzi, że nierówność (5.23b) może być spełniona dla odpowiednio małych σ .

c.b.d.o.

Łatwo zauważyć, że twierdzenie 5.2 można uogólnić na ujemne wartości y_0 oraz na ujemne wartości y_1 .

Twierdzenie 5.3

(Uogólnione twierdzenie o uwzględnieniu wiarygodności decyzji)

Dla dowolnego wstępnie skorygowanego kanału o odpowiedzi impulsowej zawierającej próbkę główną y_0 i próbkę interferencyjną y_1 taką, że $|y_0| > |y_1| > 0$, oraz zakłóconego białym szumem gaussowskim, istnieje taki poziom szumu, poniżej którego uwzględnienie wiarygodności decyzji wprowadzanych do pętli sprzężenia zwrotnego korektora powoduje zmniejszenie prawdopodobieństwa wystąpienia błędu P_e wyrażonego wzorem (5.15).

Dowód:

Dowód twierdzenie 5.3 zostanie przeprowadzony przez sprowadzenie jego założeń do założeń udowodnionego twierdzenie 5.2.

Jeżeli $y_0 > 0$ i $y_1 > 0$ to nierówność

$$|y_0| > |y_1| > 0$$

sprowadza się do nierówności

$$y_0 > y_1 > 0$$

czyli w tym przypadku twierdzenie 5.3 sprowadza się bezpośrednio do twierdzenia 5.2.

Wyrażone wzorem (5.15) prawdopodobieństwo wystąpienia błędu zawiera prawdopodobieństwa p_{e1} , $\overline{p_{e1}}$, p_{e2} oraz p_{e4} wyrażone całkami (5.5), (5.6), (5.8) i (5.10), w których założono dodatnie wartości y_0 i y_1 oraz wynikające z tego uszeregowania granic całkowania.

Zauważmy, że podstawienie $-y_1$ w miejsce y_1 nie zmieni postaci wzorów (5.5), (5.6), (5.8) i (5.10).

W przypadku, gdyby y_0 było ujemne, we wszystkich wzorach (5.5), (5.6), (5.8), (5.10) oraz od (5.11) do (5.14) w miejsce $-y_0$ wystąpiłoby y_0 . Podstawienie do tych wzorów $-y_0$ w miejsce y_0 przywraca tym wzorom ich postać jak dla $y_0 > y_1 > 0$.

Zatem w przypadku gdy $y_0 < 0$ lub $y_1 < 0$ po zastąpieniu ujemnej zmiennej przez nową zmienną o przeciwnym znaku ($-y_0$ w miejsce y_0 lub $-y_1$ w miejsce y_1) nie zmienia się postacie wyrażen prawdopodobieństw p_{e1} , $\overline{p_{e1}}$, p_{e2} , p_{e4} oraz p_1 , p_2 , p_3 i p_4 wchodzących w skład wzoru (5.15). Nowe zmienne y_0 , y_1 będą teraz spełniać założenia twierdzenia 5.2, co dowodzi prawdziwości twierdzenia 5.3.

c.b.d.o.

Udowodnione twierdzenie 5.3 określa zakres zastosowania proponowanej w pracy metody korekcji polegającej na binarnym uwzględnieniu podejmowanych decyzji o odbieranych danych – kwalifikowaniu tych decyzji jako ryzykownej lub nie. Wykazano dla szerokiej klasy kanałów z jednym prążkiem, że zastosowanie proponowanej tu metody korekcji zawsze poprawi odbiór danych (zmniejszy prawdopodobieństwo popełnienia błędu odbioru) jeśli tylko zakłócenia szumowe nie są zbyt duże.

To na ile można zmniejszyć prawdopodobieństwo przekłamania dobierając najlepsze wartości α i β zależy nie tylko od mocy szumu σ^2 , ale też od wartości y_0 i y_1 . Zostanie to zilustrowane wynikami eksperymentów obliczeniowych przeprowadzonych dla trzech wybranych kanałów.

5.2 Eksperymenty obliczeniowe

Celem badań jest określenie zależności, na ile uwzględnienie wiarygodności decyzji i wprowadzenie jej klasyfikacji do linii opóźniającej korektora a w konsekwencji wprowadzenie dodatkowego mnożnika o wartości α ($0 \leq \alpha < 1$) spowoduje zmniejszenie prawdopodobieństwa podjęcia błędnej decyzji.

Uzyskane wyniki dla wybranych kanałów posłużą w opracowaniu optymalnego algorytmu postępowania, dla którego korekcja będzie najbardziej efektywna.

Do eksperymentu wybrano model kanału, który zawierał dwie próbki ($g=1$) odpowiedzi impulsowych kanału. Wartości próbek są unormowane tak, aby ich energia (suma kwadratów) była równa jedności, czyli aby

$$\sum_{i=0}^g y_i^2 = 1. \quad (5.24)$$

Próbka y_1 stanowi niepożądaną interferencję, a próbka y_0 jest próbką główną. Ze wzoru (5.24) dla $g=1$ otrzymujemy

$$y_0^2 + y_1^2 = 1, \quad (5.25)$$

oraz zakładając nieujemność próbek

$$y_1 = \sqrt{1 - y_0^2}. \quad (5.26)$$

Zwykle, aby odstęp sygnału od szumu uczynić maksymalnym, za próbkę główną przyjmuje się próbkę o największym module. Zakładając więc, że $y_0 \geq y_1$, otrzymuje się z (5.25) $y_0^2 \geq \frac{1}{2}$, zatem y_0 przyjmuje wartości z przedziału

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq y_0 \leq 1. \quad (5.27)$$

Zmieniając w trakcie eksperymentu wartości y_0 ze stałym krokiem, obliczano z (5.26) wartości próbki y_1 .

Dla tak konstruowanych kanałów obliczano optymalną wartość progu kwalifikowania decyzji jako ryzykownych β , przy ustalonej wartości α ($0 < \alpha < 1$) i określonej wartości dyspersji szumu σ , która to wartość β minimalizuje prawdopodobieństwo P_e . Zasadniczym rezultatem obliczeń było określenie zależności optymalnych wartości α^* i β^* od stosunku $\frac{y_1}{y_0}$ oraz mocy szumu σ^2 , czyli zależności $\alpha^*(\frac{y_1}{y_0}, \sigma)$ oraz $\beta^*(\frac{y_1}{y_0}, \sigma)$.

5.3 Wyniki i wnioski

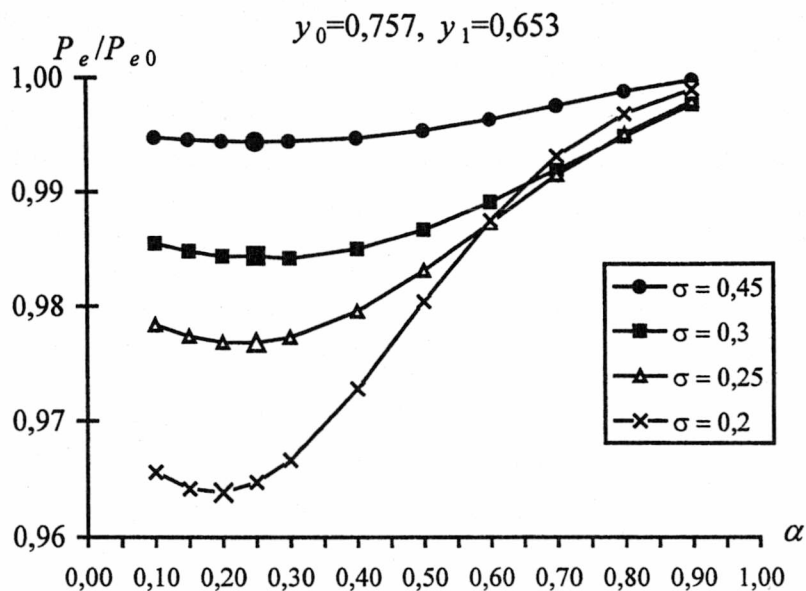
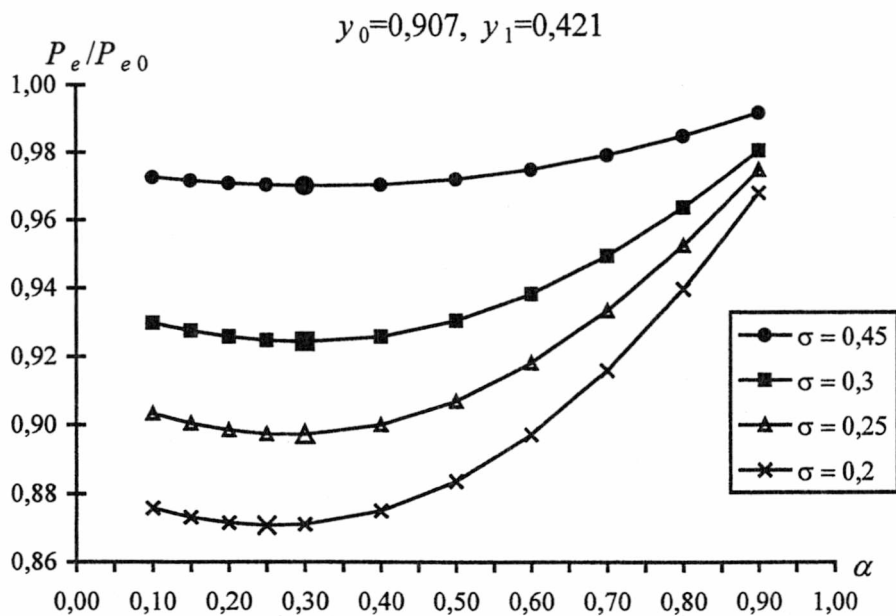
Dla trzech wybranych kanałów zakładano wartości α z przedziału od 0.1 do 0.9. Dla każdego α obliczano z (5.19) i (5.20) optymalną wartość progu β , a następnie ze wzoru (5.15) obliczano prawdopodobieństwo błędu P_e . To prawdopodobieństwo odnoszono do prawdopodobieństwa P_{e0} błędu dla typowego korektora, gdy $\beta=0$ oraz $\alpha=1$.

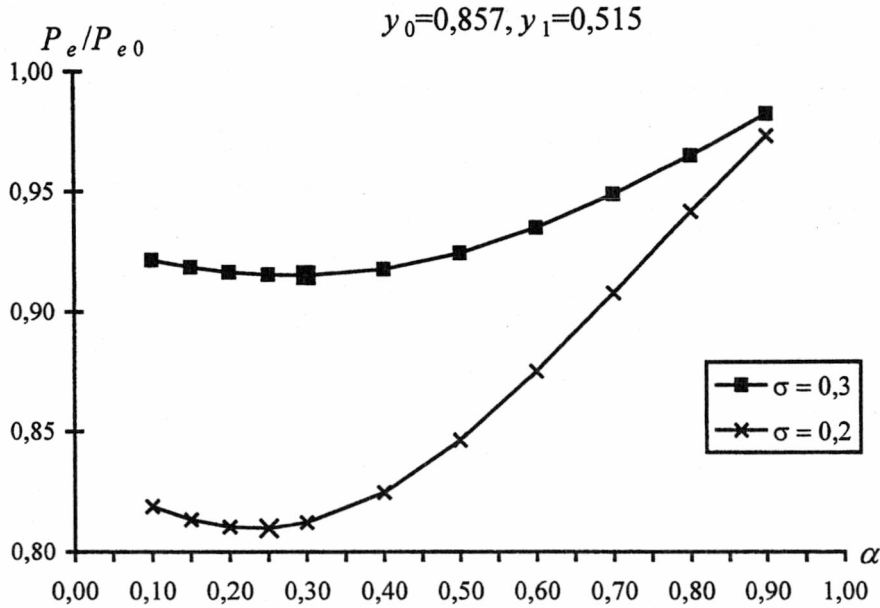
Obliczenia powtarzano dla kilku przyjętych wartości mocy szumu σ^2 . Wyniki zilustrowano na wykresach na rysunkach 5.6, 5.7 i 5.8. Wykresy te mogą posłużyć do wyboru optymalnej pary (α^*, β^*) , dla której wartość P_e jest minimalna. Przybliżone położenie punktów (α^*, β^*) na wykresach zaznaczono powiększonym symbolem na każdej krzywej.

Jak widać na wykresach, optymalna wartość α^* w niewielkim stopniu zależy od mocy szumu.

I tak:

- dla kanału $y_0=0,757, y_1=0,653$ wartość $0,20 \leq \alpha^* \leq 0,25$,
- dla kanału $y_0=0,907, y_1=0,421$ wartość $0,25 \leq \alpha^* \leq 0,30$,
- dla kanału $y_0=0,857, y_1=0,515$ wartość $0,25 \leq \alpha^* \leq 0,30$.

Rys. 5.6. Redukcja stopy błędów dla kanału $y_0=0,757, y_1=0,653$ Rys. 5.7. Redukcja stopy błędów dla kanału $y_0=0,907, y_1=0,421$

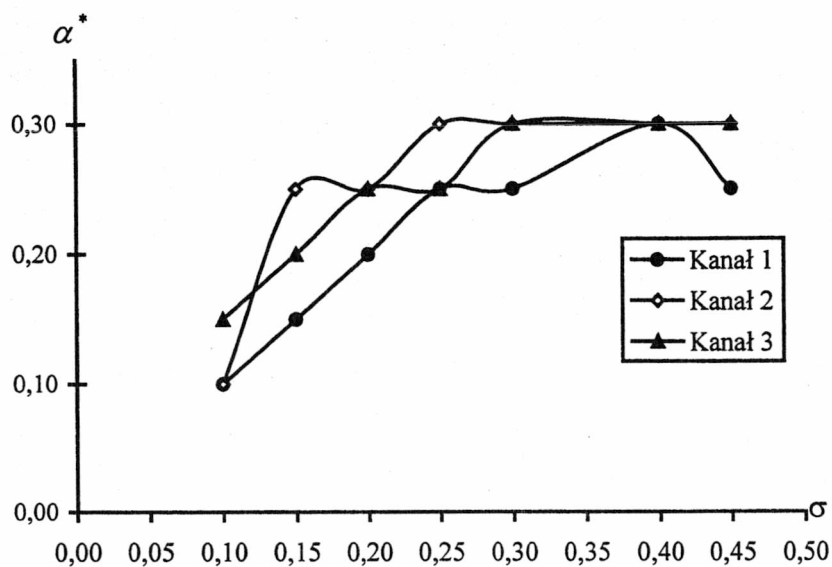
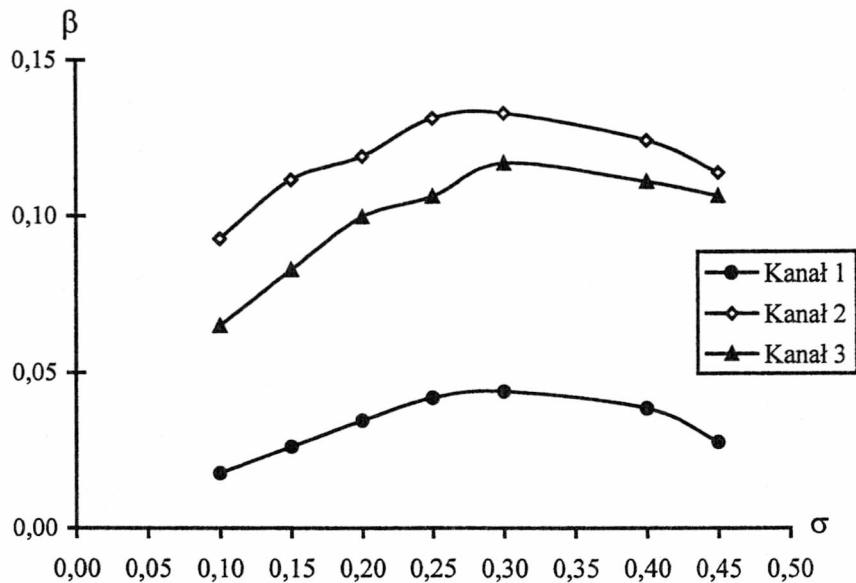


Rys. 5.8. Redukcja stopy błędów dla kanału $y_0=0,857, y_1=0,515$

Z wykresów przedstawionych na rysunkach od 5.6 do 5.8 odczytano optymalne wartości α^* dla różnych wartości σ .

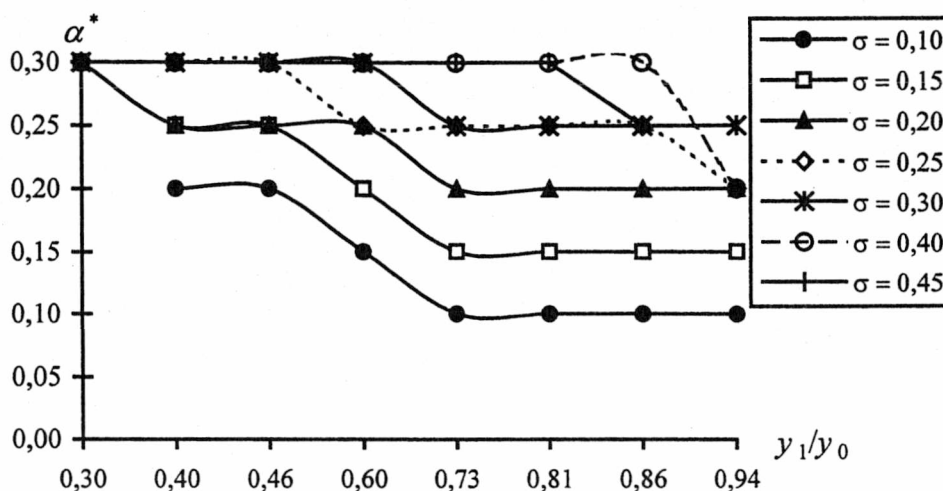
Następnie ze wzorów (5.19) i (5.20) dla każdej wartości α^* obliczono $\beta^*(\alpha^*)$. Wyniki tych obliczeń zilustrowano na wykresach w różnych układach współrzędnych na rysunkach od 5.9 do 5.12. Wykresy te przedstawiają zależność optymalnych wartości α^* i β^* od mocy szumu σ^2 dla poprzednio wybranych trzech kanałów o następujących parametrach:

- kanał 1 $y_0=0,757, y_1=0,653,$
- kanał 2 $y_0=0,907, y_1=0,421$
- kanał 3 $y_0=0,857, y_1=0,515.$

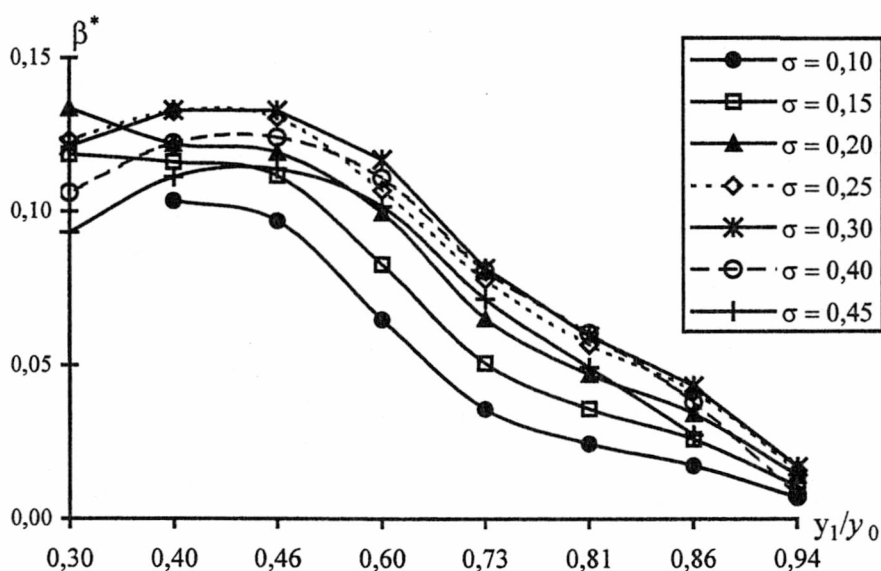
Rys. 5.9. Zależność parametru α^* od σ Rys. 5.10. Zależność parametru β^* od σ

Na kolejnych wykresach przedstawiono optymalne wartości α^* i β^* dla kanałów o dwu prążkach y_0 i y_1 , w funkcji stosunku prążka kompensowanego do prążka głównego. Parametrem jest poziom sygnału nad szumem.

Wykresy te mogą posłużyć do wyznaczania optymalnych nastaw korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym dla zadanego kanału transmisyjnego.



Rys. 5.11. Optymalne wartości parametru α



Rys. 5.12. Optymalne wartości parametru β

6. Podsumowanie

Niniejsza praca dotyczy zagadnień korekcji interferencji międzysymbolowej. Przedstawiony został problem odbioru danych w sytuacji, gdy nadchodzące sygnały są silnie zinterferowane z danymi, które zostały już nadane, ale będą odbierane w następnych chwilach czasowych. Analizowano systemy, w których część interferencji jest korygowana w układzie z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym. Pozostałą część interferencji, którą powszechnie koryguje się za pomocą liniowego prostego filtra transversalnego zwanego korektorem wstępnym, pozostawia się nieskorygowaną i wykorzystuje się do predykcji nadchodzących danych.

Prace prowadzono w dwóch kierunkach:

- ♦ w kierunku opracowania i badania metody predykcji pozwalającej wyeliminować korektor wstępny (rozdziały 2,3 i 4),
- ♦ w kierunku optymalizacji parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego celem ograniczenia wpływu błędnych decyzji na powstawanie kolejnych błędów nazywane zjawiskiem powielania się błędów (rozdział 5).

W zakresie pierwszego kierunku rozważań opracowano i przebadano dwie grupy komputerowych algorytmów korekcji. Pierwszą z nich stanowiły algorytmy korekcji jednego oraz wielu składników interferencji. Metoda polega na przewidywaniu – wyznaczeniu prawdopodobieństw, z którymi przewiduje się nadchodzące w przyszłości dane. Do korekcji stosuje się korektor z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym bez korektora wstępnego. Korektor wstępny zastąpiono przewidywaniem decyzji. Na podstawie uzyskanej reguły decyzyjnej, podejmuje się decyzję tak, aby prawdopodobieństwo związane z odbieranymi danymi było jak największe. Przedstawiono rezultaty otrzymane w wyniku przeprowadzonych wielu eksperymentów obliczeniowych. Eksperymenty te wskazały własności rozwiązywanych problemów, a w szczególności dostarczyły projektantowi systemów transmisji, informacji pomocnych w projektowaniu korektorów interferencji międzysymbolowej. Eksperymenty wykazały, że istnieje pewna grupa kanałów, dla których zaproponowana metoda pozwala odbierać dane z mniejszą stopą błędów niż

przy użyciu metod powszechnie stosowanych. Istotnym spostrzeżeniem jest, że zaproponowana metoda jest szczególnie przydatna tam, gdzie tradycyjne metody okazują się być mało efektywne.

Ważnym rezultatem pracy jest określenie obszarów zastosowania zaproponowanej metody w pewnej klasie kanałów. Do zdefiniowania tej klasy sformułowano i udowodniono twierdzenie (Tw. 4.1) o właściwościach próbek interferencyjnych kanałów zakończonych filtrem dopasowanym. Właściwości te wykorzystano do określania przestrzeni zmian parametrów modelowych kanałów w procesie określania obszarów zastosowania. W pracy wyznaczono obszar zastosowania metody korekcji interferencji międzysymbolowej przy użyciu korektora z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym bez korektora wstępnego. Porównano częstotliwości występowania błędów w obecności białego szumu gaussowskiego dla dwóch klas kanałów z jednym stopniem i dwoma stopniami swobody doboru parametrów stosownie do właściwości udowodnionych twierdzeniem 4.1. Określono kanały, dla których zaproponowany korektor zapewniał najmniejszą stopę błędów.

W zakresie drugiego kierunku rozważań zaproponowano algorytm, w którym podejmowana decyzja, może zostać zakwalifikowana jako zbyt ryzykowna i w takiej sytuacji dokonuje się tylko częściowej korekcji prążka interferencyjnego. W pracy została wyprowadzona zależność optymalnego progu kwalifikowania decyzji jako ryzykownych (β) od wartości współczynnika korekcji (α) dla kanałów z jednym prążkiem interferencyjnym. Przedstawiono wykresy służące do wyboru optymalnych wartości β oraz α dla założonej klasy kanałów. Sformułowano i udowodniono trzy twierdzenia dotyczące minimalizacji prawdopodobieństwa błędnej decyzji.

Z twierdzenia 5.1 wynika możliwość minimalizacji prawdopodobieństwa błędnego odbioru za pomocą zaproponowanej metody. Kluczowe znaczenie ma sformułowanie i udowodnienie twierdzeń 5.2 i 5.3 o uwzględnieniu wiarygodności decyzji. Na mocy tych twierdzeń zaproponowana metoda doboru parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego umożliwia poprawę odbioru w przypadku każdego wstępnie skorygowanego kanału, jeśli tylko moc zakłóceń nie przekracza pewnego poziomu.

Na podstawie tych twierdzeń proponuje się dla określonych parametrów kanału i poniżej pewnego poziomu szumu, uwzględnienie wiarygodności decyzji

wprowadzanych do pętli sprzężenia zwrotnego korektora, celem zmniejszenia prawdopodobieństwa wystąpienia błędu.

Do najważniejszych rezultatów osiągniętych w pracy zaliczyć należy:

- opracowanie i przebadanie metody odbioru danych bez korektora wstępnego na podstawie ocen prawdopodobieństwa nadchodzących danych (rozdział 2 i 3),
- sformułowanie i udowodnienie twierdzenia o właściwościach próbek interferencyjnych kanałów zakończonych filtrem dopasowanym oraz wykorzystanie tych właściwości do zaplanowania eksperymentów (rozdział 4),
- określenie obszarów zastosowania metody odbioru danych na podstawie ocen ich prawdopodobieństwa dla kanałów o trzech i pięciu prążkach interferencyjnych (rozdział 4),
- sformułowanie i udowodnienie twierdzenia 5.1 o możliwości optymalizacji parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego (rozdział 5),
- sformułowanie i udowodnienie dwóch twierdzeń (5.2 i 5.3) o uwzględnieniu wiarygodności decyzji dla kanałów o jednym prążku interferencyjnym występującym po prążku głównym (rozdział 5),
- przeprowadzenie oceny efektywności optymalizacji parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego (rozdział 5),
- opracowanie wykresów (rys.5.11 i rys.5.12) zależności optymalnych wartości parametrów α oraz β decyzyjnego sprzężenia zwrotnego od mocy sygnału σ oraz stosunku wartości bezwzględnych próbki interferencji y_1 do próbki głównej y_0 (rozdział 5).

Wyniki przedstawione w pracy nie wyczerpują wszystkich problemów związanych z wiernością transmisji w warstwie fizycznej sieci komputerowych, a w szczególności związanych z korekcją sygnałów transmisji danych. Jako proponowane kierunki dalszych badań można wymienić:

- wykazanie ogólnych właściwości odbioru danych metodą oceny prawdopodobieństw wartości tych danych,

-
- określenie obszarów zastosowania opisanej metody predykcji z więcej niż pięcioma próbkami interferencyjnymi,
 - uogólnienie twierdzeń 5.2 i 5.3 dla przypadku większej liczby korygowanych próbek czyli dla większej liczby decyzji pamiętanych w linii opóźniającej decyzyjnego sprzężenia zwrotnego.

Literatura

- [1] ABRAMSON N., KUO F.F. (red.), Sieci komunikacyjne komputerów, WNT, Warszawa 1978.
- [2] ADACHI F., BER Analysis of 2PSK, 4PSK, and 16QAM with Decision Feedback Channel Estimation in Frequency-Selective Slow Rayleigh Fading, *Trans. Vehic. Techn.*, vol.48, no.5, s.1563-1571, September 1999.
- [3] ALTEKAR S.A., BEAULIEU N.C., Upper Bounds to the Error Probability of Decision Feedback Equalization, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-39, no.1, s.145-156, January 1993.
- [4] ALTEKAR S.A., VITYAEV A.E., WOLF J.K., Decision-Feedback Equalization, via Separating Hyperplanes, *IEEE Trans. On Communications*, vol.49, no.3, s.480-486, March 2001.
- [5] ARIYAVISITAKUL S., SOLLENBERGER N.R., GREENSTEIN L.J., Tap-Selectable Decision-Feedback Equalization, *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-45, no.12, s.1497-1500, December 1997.
- [6] BARAN Z. (red.), Problemy transmisji danych, WKŁ, Warszawa 1978.
- [7] BARAN Z. (red.), Problemy transmisji danych, WKŁ, Warszawa 1982.
- [8] BARRY J.R., LEE E.A., MESSERSCHMITT D.G., Capacity Penalty Due to Ideal Zero-Forcing Decision-Feedback Equalization, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-42, no.4, s.1062-1071, July 1996.
- [9] BARTECKI J., KISILEWICZ J., Grafowy model korektora nieliniowego, *Rozprawy Elektrotechniczne*, nr 32, z.2, s.677-686, 1986.
- [10] BARTECKI J., KISILEWICZ J., Nieliniowa korekcja transwersalna w kanałach ziarnistych, III krajowa konferencja naukowo-techniczna pt. Przetwarzanie sygnałów w telekomunikacji, sterowaniu i kontroli, t.2, s.67-74, Bydgoszcz 1988.
- [11] BATYCKI T. (red.), Sieci komputerowe, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1984.
- [12] BEAULIEU N.C., Bounds on Variances of Recovery Times of Decision Feedback Equalizers, *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol.46, no.3, s.2249-2256, September 2000.
- [13] BENEDETTO S., DEVINCENZIIS G., LUVISON A., Error Probability in the Presence of Intersymbol Interference and Additive Noise for Multilevel Digital Signals, *IEEE*, vol.COM-21, no.3, s.181-190, March 1973.
- [14] BENNETT W.R., DAVEY J.R., Data Transmission, McGraw-Hill, New York 1965.

-
- [15] BERGMANS J.W.M., Dual decision-feedback with variable detection delay, *Electronics Letters*, vol.36, no.5, s.473-474, March 2000.
 - [16] BERGMANS J.W.M., VOORMAN J.O., WONG-LAM W., Dual Decision Feedback Equalizer, *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-45, no.5, s.514-518, May 1997.
 - [17] CARLSON A.B., *Communication Systems*, McGraw-Hill, Tokyo 1975.
 - [18] CHAKRABORTY M., PERVIN S., A systolic array realization of the adaptive decision feedback equalizer, *IEEE Signal Processing* 80, s.2633-2640, March 2000.
 - [19] CHAMZAS C., Accumulation of Jitter: A Stochastic Model., *AT&T, Technical Journal*, vol.64, no.1, s.43-76, January 1985.
 - [20] CHEN S., SAMINGAN A.K., HANZO L., Optimal decision feedback equaliser for M-PAM signals using support vector machine solution, *Electronics Letters*, vol.36, no.20, s.1742-1744, September 2000.
 - [21] CHEN S., HANZO L., MULGREW B., Decision-Feedback Equalization Using Multiple-Hyperplane Partitioning for Detecting ISI-Corrupted M-ary PAM Signals, *IEEE Trans. on Communications*, vol.49, no.5, s.760-764, May 2001.
 - [22] CHIANI M., Erasures in Decision-Feedback Equalization to reduce Error Propagation, *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-45, no.7, s.757-760, July 1997.
 - [23] CHIANI M., Error Probability for Block Codes Over Channels with Block Interference, *IEEE Trans. Inform. Theory.*, vol.IT-44, no.7, s.2998-3008, November 1998.
 - [24] CHOY W.W., BEAULIEU N.C., Improved Bounds for Error Recovery Times of Decision Feedback Equalization, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.IT-43, no.3, s.890-902, May 1997.
 - [25] CLARK A.P., *Advanced Data-Transmission Systems*, Pentech Press, London 1977.
 - [26] CLARK A.P., *Principles of Digital Data Transmission*, Pentech Press, London 1976.
 - [27] CZEPIELEWSKI S., Analiza automatycznego daaptacyjnego tłumika interferencji, *Rozprawy Elektrotechniczne*, nr 30, z.4, s.1207-1219, 1984.
 - [28] DĄBROWSKI A., Korekcja sygnałów, Rozdz. 5, Pr. zb. pod kier. Z. Barana: *Podstawy transmisji danych*, WKŁ, Warszawa 1979.
 - [29] DĄBROWSKI A., Odbiór sygnałów transmisji danych w obecności zniekształceń interferencyjnych i zakłóceń, Rozdz. 4, Pr. zb. pod kier. Z. Barana: *Podstawy transmisji danych*, WKŁ, Warszawa 1982.
 - [30] DEMBO A., SALZ J., On the Least Squares Tap Adjustment Algorithms in Adaptive Digital Echo Cancellers, *IEEE*, vol.COM-38, no.5, s.622-628, May 1990.

-
- [31] DOGLIOTTI R., LUVISON A., PIRANI G., Error Probability in Optical Fiber Transmission Systems, IEEE, vol.IT-25, no.2, s.170-178, March 1979.
 - [32] DOU H., BI G., Polyphase decision-feedback estimation, Electronics Letters, vol.36, no.3, s.279-280, February 2000.
 - [33] DUTTWEILER D.L., MAZO J.E., MESSERSCHMITT D.G., An upper bound to the error probability in decision-feedback equalization, IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-20, s.490-497, July 1974.
 - [34] EKANAYAKE N., TAYLOR D.P., A Decision Feedback Receiver Structure for Bandlimited Nonlinear Channels, IEEE, vol.COM-29, no.5, s.539-548, May 1981.
 - [35] EKANAYAKE N., TAYLOR D.P., CPSK Signaling over Hard Limited Channels in Additive Gaussian Noise and Intersymbol Interference, IEEE, vol.IT-25, no.1, s.62-68, January 1979.
 - [36] EL-HALANY M., PIEKARSKI M.S., Struktura ortogonalnych filtrów cyfrowych o dużej przepustowości, XI kraj. konf. pt. Teoria obwodów i układy elektroniczne, t.2, s.9-14, Łódź-Rytko 1988.
 - [37] EVANS R.J., FORTMANN T.E., CANTONI A., Envelope-Constrained Filters, Part I: Theory and Applications, IEEE, vol.IT-23, no.4, s.421-434, July 1977.
 - [38] EVANS R.J., FORTMANN T.E., CANTONI A., Envelope-Constrained Filters, Part II: Adaptive Structures, IEEE, vol.IT-23, no.4, s.435-444, July 1977.
 - [39] EYUBOGLU M.V. AND QURESHI S.U.H., Reduced-state sequence estimation with set partitioning and decision feedback, IEEE, Trans. Commun., vol.COM-36, s.13-20 January 1988.
 - [40] FALCORNER D.D., LJUNG L., Application of Fast Kalman Estimation to Adaptive Equalization, IEEE, vol.COM-26, no.10, s.1439-1446, October 1978.
 - [41] FENDERSON G.L., PARKER J.W., QUIGLEY P.D., SHEPARD S.R., SILLER C.A., Adaptive Transversal Equalization of Multipath Propagation for 16-QAM, 90-Mb/s Digital Radio, AT&T Technical Journal, vol.63, no.8, s.1447-1464, October 1984.
 - [42] FENG L., XINMEI W., Wavelet based decision feedback equaliser, Electronics Letters, vol.33, no.7, s.565-567, March 1997.
 - [43] FEVRIER I.J., GELFAND S.B., FITZ M.P., Reduced Complexity Decision Feedback Equalization for Multipath Channels with Large Delay Spreads, IEEE Trans. Commun., vol.COM-47, no.6, s.927-936, June 1999.

-
- [44] FICHTENHOLZ G.M., Rachunek Różniczkowy i Całkowy, tom I i II, PWN, Warszawa 1962.
- [45] GERSHO A., LIM T.L., Adaptive Cancellation of Intersymbol Interference for Data Transmission, BSTJ, vol.60, no.9, s.1997-2021, November 1981.
- [46] GERSTACKER W.H., MULDER R.R., HUBER J.B., Iterative Equalization with Adaptive Soft Feedback, IEEE Trans. Commun., vol.COM-48, no.9, s.1462-1465, September 2000.
- [47] GITLIN R.D., AAGEE JR F.R., Self-Orthogonalizing Adaptive Equalization Algorithms, IEEE, vol.COM-25, no.7, s.666-672, July 1977.
- [48] GITLIN R.D., WEINSTEIN S.B., Fractionally-Spaced Equalization: An Improved Digital Transversal Equalizer, BSTJ, vol.60, no.2, s.275-296, February 1981.
- [49] GLOVER J.R., High Order Algorithms for Adaptive Filters, IEEE, vol.COM-27, no.1, s.216-221, January 1979.
- [50] GODARD D.N., Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communications Systems, IEEE, vol.COM-28, no.11, s.1867-1875, November 1980.
- [51] GRZYBOWSKI A., Algorytm przewidywania decyzji, Prace Naukowe Wydziałowego Zakładu Systemów i Sieci Komputerowych Politechniki Wrocławskiej, Seria: PREPRINTY nr3/99, WPWr, Wrocław 1999
- [52] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Channel Equalization Using Decisions Prediction, Proceedings of Int'l AMSE Conference on Communications, Signal and Systems Brno, Czechy, September 10-12 1996, vol.1, s.145-148.
- [53] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Decisions Prediction Algorithms Instead of Linear Filter Applied to Signal Equalization, Workshop on Design Methodologies for Signal Processing Zakopane, Poland, 29-30 August 1996, Proceedings, s.28-34.
- [54] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Obszar zastosowania korekcji metodą przewidywania następnej decyzji, Pr. Nauk. Prac Wyz. Szk. Tech. W Legnicy 2000, s.15-28.
- [55] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Redukcja powielania się błędów przez wprowadzenie decyzji niepewnych w korektorach z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym, Krajowe sympozjum Telekomunikacje Bydgoszcz, Polska, 9-11 Wrzesień 1998, s.255-262.

-
- [56] GRZYBOWSKI A., Odbiór zintegrowanych danych metodą ich przewidywania, Prace Naukowe Instytutu Sterowania i Techniki Systemów Politechniki Wrocławskiej, Seria: PREPRINTY nr1/97, WPWr, Wrocław 1997.
- [57] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Optymalizacja parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego, Prace Naukowe Wydziałowego Zakładu Systemów i Sieci Komputerowych Politechniki Wrocławskiej, Seria: PREPRINTY nr1/01, WPWr, Wrocław 2001.
- [58] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Nieliniowa korekcja interferencji z przewidywaniem przyszłych decyzji, Prace Naukowe Instytutu Sterowania i Techniki Systemów Politechniki Wrocławskiej, Seria: PREPRINTY nr3/95, WPWr, Wrocław 1995.
- [59] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Optymalizacja parametrów decyzyjnego sprzężenia zwrotnego, Zeszyt Naukowy Politechniki Opolskiej, Seria Informatyka, przekazane do druku, 2001.
- [60] GRZYBOWSKI A., KISILEWICZ J., Korekcja interferencji metodą przewidywania nadchodzących danych, obszar zastosowania, Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, przesłane do druku, 2001.
- [61] HACIOGLU K., AMCA H., Decision feedback equaliser based on fuzzy logic, Electronics Letters, vol.35, no.7, s.548-5549, April 1999.
- [62] HAUSSLER D., KIVINEN N., WARMUTH M.K., Sequential prediction of individual sequences under general loss functions, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, s.1906-1925, September 1998.
- [63] HELLWIG Z., Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, PWN, Warszawa 1987.
- [64] HIROSAKI B., An Analysis of Automatic Equalizers for Orthogonally Multiplexed QAM Systems, IEEE, vol.COM-28, no.1, s.73-83, January 1980.
- [65] HO E.Y., YEH Y.S., A New Approach for Evaluating the Error Probability in the Presence of intersymbol Interference and Additive Gaussian Noise, BSTJ, vol.49, no.9, s.2249-2265, November 1970.
- [66] HONIG M.L., STEIGLITZ K., GOPINATH B., Multichannel Signal Processing for Data Communications in the Presence of Crosstalk, IEEE, vol.COM-38, no.4, s.551-558, April 1990.

-
- [67] HOLDSWORTH K.O., TAYLOR D.P., PULLMAN R.T., On Combined Equalization and Decoding for Multilevel Coded Modulation, IEEE Trans. on Communications, vol.49, no.6, s.943-947, June 2001.
- [68] JENQ Y.C., LIU B., THOMAS J.B., Probability of Error in PAM Systems with Intersymbol Interference and Additive Noise, IEEE, vol.IT-23, no.5, s.575-582, September 1977.
- [69] KABAILA P., On the Probability of Error for Decision-Feedback Equalizers, IEEE, vol.IT-33, no.5, s.735-738, September 1987.
- [70] KABAL P., The Stability of Adaptive Minimum Mean Square Error Equalizers Using Delayed Adjustments, IEEE, vol.COM-31, no.3, s.430-432, March 1983.
- [71] KASPER L., Equalization of Multimode Optical Fiber Systems, BSTJ, vol.61, no.7, s.1367-1388, September 1982.
- [72] KASPRZAK A., Rozległe sieci komputerowe z komutacją pakietów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
- [73] KAVENHARD M., SALZ J., Cross-Polarization Cancellation and Equalization in Digital Transmission Over Dually Polarized Multipath Fading Channels, AT&T Technical Journal, vol.64, no.10, s.2211-2244, December 1985.
- [74] KENNEDY R.A., ANDERSON B.D.O., BITMEAD R.R., Channels Leading to Rapid Error Recovery for Decision Feedback Equalizers, IEEE, vol.COM-37, no.11, s.1126-1135, November 1989.
- [75] KISILEWICZ J., Eliminacja interferencji międzykanałowej, Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, z.1-2, 1991.
- [76] KISILEWICZ J., Korekcja interferencji metodą przewidywania nadchodzących danych, Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, z.3, s.407-420, 1997.
- [77] KISILEWICZ J., Korektor interferencji wielowymiarowej minimalizujący błąd średniokwadratowy, Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, z.3-4, 1990.
- [78] KISILEWICZ J., KUNICKI T., Automatyzacja projektowania filtrów korygujących kanały transmisji danych średnich szybkości (ros.), III sympozjum teleprzetwarzania informacji, t.1, s.4.4.1-19, Wina 1976.
- [79] KISILEWICZ J., KUNICKI T., Komputerowa analiza filtrów i sygnalizatorów oparta o symulację transmisji danych, VII krajowa konferencja automatyki, t.1, s.411-418, Rzeszów 1977.
- [80] KISILEWICZ J., Nieliniowa korekcja interferencji z przewidywaniem przyszłej decyzji, Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, z.4, s.489-497, 1994.

-
- [81] KISILEWICZ J., Nonlinear Equalizer with Decision Prediction, International Scientific Conference "ELECTRO'95", Section Telecommunications, University of Transport and Communications, Žilina, Slovak Republic, February 7 to 8, 1995, Proceedings, s.102-105.
- [82] KISILEWICZ J., Ortogonalny korektor interferencji międzysymbolowej, Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, z.3-4, 1990.
- [83] KISILEWICZ J., Problemy poprawy wierności transmisji danych w sieciach komputerowych, Prace Naukowe Instytutu Sterowania i Techniki Systemów Politechniki Wrocławskiej, Seria: Monografie nr 6, WPWr, Wrocław 1991.
- [84] KISILEWICZ J., Synteza optymalnych filtrów dla transmisji danych z wykorzystaniem modelowania komputerowego, Rozprawa doktorska, Komunikat nr 236 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1975.
- [85] KISILEWICZ J., Zadania syntezy filtrów optymalnych dla transmisji danych, W: Wybrane problemy transmisji danych, Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej nr 49, Seria: Studia i Materiały nr 27, Wrocław 1978.
- [86] KNOCH L., EKIERT T., Modulacja i detekcja, WKŁ, Warszawa 1979.
- [87] LABAT J., LAOT C., Blind Adaptive Multiple-Input Decision-Feedback Equalizer with a Self-Optimized Configuration, IEEE Trans. on Communications, vol.49, no.4, s.646-654, April 2001.
- [88] LAWRENCE V.B., TEWKSBURY S.K., Multiprocessor Implementation of Adaptive Digital Filters, IEEE, vol.COM-31, no.6, s.826-835, June 1983.
- [89] LEV-ARI H., KAILATH T., CIOFFI J., Least-Squares Adaptive Lattice Transversal Filters: A Unified Geometric Theory, IEEE, vol.IT-30, no.2, s.222-236, March 1984.
- [90] LI L.M., MILSTEIN L.B., Rejection of CW Interference of QPSK Systems Using Decision-Feedback Filters, IEEE, vol.COM-31, no.4, s.473-483, April 1983.
- [91] LI L.M., MILSTEIN L.B., Rejection of Narrow-Band in PN Spread-Spectrum Systems Using Transversal Filters, IEEE, vol.COM-30, no.5, s.925-928, May 1982.
- [92] LING F., On Training Fractionally Spaced Equalizers Using Intersymbol Interpolation, IEEE, vol.COM-37, no.10, s.1096-1099, October 1989.
- [93] LING F., QURESHI S.U.H., Convergence and Steady-State Behavior of Phase Splitting Fractionally Spaced Equalizer, IEEE, vol.COM-38, no.4, s.418-425, April 1990.

-
- [94] LUCKY R.W., Automatic Equalization for Digital Communication, BSTJ, vol.44, no.4, s.547-588, April 1965.
 - [95] LUCKY R.W., RUDIN H.R., An Automatic Equalizer for General-Purpose Communication Channels, BSTJ, vol.46, no.9, s.2179-22-08, November 1967.
 - [96] LUCKY R.W., SALZ J., WELDON E.J., Principles of Data Communication, McGraw-Hill, New York 1968.
 - [97] LUCKY R.W., Techniques for Adaptive Equalization of Digital Communication Systems, BSTJ, vol.45, no.2, s.255-286, February 1966.
 - [98] MACCHI O., EWEDA E., Convergence Analysis of Self-Adaptive Equalizers, IEEE, vol.IT-30, no.2, s.161-176, March 1984.
 - [99] MAŃCZAK K., Modelowanie cyfrowe zakłóceń o rozkładzie normalnym, Archiwum Automatyki i Telemekhaniki, z.4, s.480-491, 1971.
 - [100] McLANE P.J., A Residual Intersymbol Interference Error Bound for Truncated-State Viterbi Detectors, IEEE, vol.IT-26, no.5, s.548-553, September 1980.
 - [101] MERHAV N., FEDER M., Universal prediction, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, s.2124-2147, October 1998.
 - [102] MESSERSCHMITT D.G., Minimum MSE Equalization of Digital Fiber Optic Systems, IEEE, vol.COM-26, no.7, s.1110-1118, July 1978.
 - [103] MONSEN P., MMSE Equalization of Interference on Fading Diversity Channels, IEEE, vol.COM-32, no.1, s.5-12, January 1984.
 - [104] MOUSTAKIDES G.V., KASSAM S.A., Minimax Equalization for Random Signals, IEEE, vol.COM-33, no.8, s.820-825, August 1985.
 - [105] MUELLER K.H., SPAULDING D.A., Cyclic Equalization - A New Rapidly Converging Equalization Technique for Synchronous Data Communication, BSTJ, vol.54, no.2, s.369-406, February 1975.
 - [106] MUELLER M.S., Least-Squares Algorithms Equalizers, BSTJ, vol.60, no.8, s.1905-1925, October 1981.
 - [107] MUELLER M.S., On The Rapid Initial Convergence of Least Squares Equalizer Adjustment Algorithms, BSTJ, vol.60, no.10, s.2345-2358, December 1981.
 - [108] MURANO K., UNAGAMI S., TSUDA T., LSI Processor for Digital Signal Processing and Its Application to 4800 Bit/s Modem, IEEE, vol.COM-26, no.5, s.499-506, May 1978.

-
- [109] NICHOLS H.E., GIORDANO A.A., PROAKIS J.G., MLD and mse Algorithms for Adaptive Detection of Digital Signals in the Presence of Interchannel Interference, IEEE, vol.IT-23, no.5, s.563-575, September 1977.
- [110] NOGA K., Prawdopodobieństwo błędu elementowego oraz właściwości tłumienia błędów dla transmisji binarnej w kanale radiokomunikacyjnym z wolnymi zanikami Rice'a i addytywnym szumem gaussowskim, Rozprawy Elektrotechniczne, nr 32, z.4, s.1237-1251, 1986.
- [111] NOWICKI T., STACHOWIAK T., STAŃCZAK W., Wybrane zagadnienia sieci teleinformatycznych, PWN, Warszawa 1985.
- [112] OSTROWSKI P., DĄBROWSKI M., Systemy i sieci teleinformatyczne, WKŁ, Warszawa 1979.
- [113] PAHLAVAN K., MATTHEWS J.W., Performance of Adaptive Matched Filter Receivers Over Fading Multipath Channels, IEEE, vol.COM-38, no.12, s.2106-2113, December 1990.
- [114] PICCHI G., PRATI G., Self-Orthogonalizing Adaptive Equalization in the Discrete Frequency Domain, IEEE, vol.COM-32, no.4, s.371-379, April 1984.
- [115] PIEKARSKI M.S., ZARZYCKI J., Cyfrowa filtracja ortogonalna, IX kraj. konf. pt. Teoria obwodów i układy elektroniczne, s.5-15, Wrocław 1986.
- [116] PIOTROWSKI L., Korekcja macierzowa zniekształceń interferencyjnych przy transmisji sygnałów QAM, Rozprawy Elektrotechniczne, nr 30, z.3, s.869-889, 1984.
- [117] QURESHI S.U.H., Fast Start-Up Equalization with Periodic Training Sequence, IEEE, vol.IT-23, no.5, s.553-563, September 1977.
- [118] SALZ J., Digital Transmission Over Cross-Coupled Linear Channels, AT&T Technical Journal, vol.64, no.6, s.1147-1159, July-August 1985.
- [119] SALZ J., Optimum Mean-Square Decision Feedback Equalization, BSTJ, vol.52, no.8, s.1341-1373, October 1973.
- [120] SATORIUS E.H., ALEXANDER S.T., Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithms, IEEE, vol.COM-27, no.6, s.899-905, June 1979.
- [121] SATORIUS E.H., PACK J.D., Application of Least Squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization, IEEE, vol. COM-29, no.2, s.136-142, February 1981.
- [122] SCHOBBER R., GERSTACKER W.H., Decision-Feedback Differential Detection Based on Linear Prediction for MDPSK Signals Transmitted over Ricean Fading Channels, Selec. Areas Commun., vol.18, no.3, s.391-402, March 2000.

- [123] SEIDLER J., Analiza i synteza sieci łączności dla systemów teleinformatycznych, PWN, Warszawa 1979.
- [124] SEIDLER J., Systemy przesyłania informacji cyfrowej, WNT, Warszawa 1972.
- [125] SEO B.S., LEE J.H., LEE C.W., Approach to blind decision feedback equalisation, Electronics Letters, vol.32, no.18, s.1639-1640, August 1996.
- [126] SHAFI A., ZERGUINE A., BETTAYEB M., Neural network-based decision feedback equaliser with lattice structure, Electronics Letters, vol.35, no.20, s.1705-1707, September 1999.
- [127] SHAFI M., MOORE D.J., Further Results on Adaptive Equalizer Improvements for 16 QAM and 64 QAM Digital Radio, IEEE, vol.COM- 34, no.1, s.59-66, January 1986.
- [128] SIMMONDS A., Wprowadzenie do transmisji danych, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1999.
- [129] SMEE J.E., BEAULIEU N.C., Error-Rate Evaluation of Linear Equalization and Decision Feedback Equalization with Error Propagation, IEEE Trans. Commun., vol. COM-46, no.5, s.656-664, May 1998.
- [130] SMITH B.M., POTTER P.G., Design Criteria for Crosstalk Interference Between Digital Signals in Multipair Cable, IEEE, vol.COM-34, no.6, s.593-599, June 1986.
- [131] SOBCZAK W., (RED.) Problemy teleinformatyki, WKŁ, Warszawa 1984.
- [132] SOBCZAK W., Wprowadzenie do teleinformatyki, WKŁ, Warszawa 1979.
- [133] STERNAD M., AHLEN A., The Structure and Design of Realizable Decision Feedback Equalizers for IIR Channels with Colored Noise, IEEE, vol.IT-36, no.4, s.848-858, July 1990.
- [134] TAMBURELLI G., The Parallel Decision Feedback and Feedforward Equalizer, IEEE, vol.COM-31, no.2, s.224-231, February 1983.
- [135] TANENBAUM A.S., Sieci komputerowe, WNT, Warszawa 1988.
- [136] TIDESTAV C., AHLEN A., STERNAD M., Realizable MIMO Decision Feedback Equalizers: Structure and Design, IEEE Trans. Commun., vol.COM-49, no.1, s.121-133, January 2001.
- [137] TSIMBINOS J., WHITE L.B., Error Propagation and Recovery in Decision-Feedback Equalizers for Nonlinear Channels, IEEE Trans. Commun., vol.COM-49, no.2, s.239-242, February 2001.

- [138] VERDI S., Maximum Likelihood Sequence Detecion for Intersymbol Interference Channels: A New Upper Bound on Error Probability, IEEE, vol.IT-33, no.1, s.62-68, January 1987.
- [139] WANG T., On Adaptive Decision Feedback Equalization of Intersymbol Interferenc Channels in Coded Modulation Systems, IEEE Trans. Commun., vol.COM-44 no.1, s.1404-1408, November 1996.
- [140] WANG Y.Y., Experimental Results of 20-Mb/s FSK Digital Transmission on 4-GHz (TD) Radio, BSTJ, vol.62. no.5, s.1209-1231, May-June 1983.
- [141] WEISS A., MITRA D., Digital Adaptive Filters: Conditions for Corvengence, Rates of Convergence, Effects of Noise and Errors Arising from the Implementation, IEEE, vol.IT-25, no.6, s.637-652, November 1979.
- [142] WEISSMAN T., MERHAV N., Universal prediction of Individual Binary Sequences in the Presence of Noise, IEEE Trans. Inform. Theory, vol.47, s.2151-2173, September 2001.
- [143] WIECZORKOWSKI R., ZIELIŃSKI R., Komputerowe generatory liczb losowych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997
- [144] WILLINK T.J., WITKE P.H., CAMPBELL L.L., Evaluation of the Effects of Intersymbol Interference in Decision-Feedback Equalizers, IEEE Trans. Commun., vol.COM-48, no.4, s.629-635, April 2000.
- [145] WONG W.C., GREENSTEIN L.J., Multipath Fading Models and Adaptive Equalizers in Microwave Digital Radio, IEEE, vol.COM-32, no.8, s.928-934, August 1984.
- [146] YEH Y.S., HO E.Y., Improved Intersymbol Interference Error Bounds in Digital Systems, BSTJ, vol.50, no.8, s.2585-2598, October 1971.
- [147] YELLIN D., VARDY A., AMRANI O., Joint Equalization and Coding for Intersymbol Interference Channels, IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-43, no.2, s.409-425, April 2000.
- [148] YEN C.S., CRAWFORD R., Distribution and Equalization of Signal on Coaxial Cables Used in 10 Mbit/s Baseband Local Area Networks, IEEE, vol.COM-31, no.10, s.1181-1186, October 1983.
- [149] YUCEL M.D., TEPEDELENLIOGLU N., TANIK Y., A Fast Noninteractive Method for Adaptive Channel Equaliziation, IEEE, vol.COM-31, no.7, s.922-927, July 1983.

