

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA  
INSTYTUT INŻYNIERII LĄDOWEJ

Raport z serii PRE nr 7/2000

**ELEMENTY OCENY BEZPIECZEŃSTWA W FAZIE MONTAŻU  
MOSTÓW REALIZOWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ**

MACIEJ HILDEBRAND

**PRACA DOKTORSKA**

Promotor

Prof. dr hab. inż. Jan Biliszczyk

Wrocław, 2000

## SPIS TREŚCI

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| 1. WSTĘP                                                          | 7  |
| 1.1. Wspornikowa metoda wykonywania mostów                        | 7  |
| 1.2. Zagadnienie bezpieczeństwa w fazie montażu                   | 9  |
| 2. CEL ZAKRES I TEZY PRACY                                        | 12 |
| 2.1. Cel pracy                                                    | 12 |
| 2.2. Zakres pracy                                                 | 12 |
| 2.3. Tezy pracy                                                   | 13 |
| 3. OKREŚLENIE OBCIĄŻEŃ DZIAŁAJĄCYCH NA PRZESŁO<br>W CZASIE BUDOWY | 14 |
| 3.1. Czynniki techniczne                                          | 14 |
| 3.1.1. Odchyłki ciężaru własnego segmentów                        | 14 |
| 3.1.2. Obciążenia technologiczne                                  | 15 |
| 3.2. Czynniki środowiskowy                                        | 17 |
| 3.3. Czynniki jawne                                               | 19 |
| 4. SPOSOBY SPRAWDZANIA STATECZNOŚCI STOSOWANE<br>W PROJEKTOWANIU  | 20 |
| 4.1. Uwagi ogólne                                                 | 20 |
| 4.2. Modele zastępcze obciążeń niejawnych                         | 20 |
| 4.2.1. Ciężar własny                                              | 20 |
| 4.2.2. Obciążenia technologiczne                                  | 22 |
| 4.2.3. Obciążenie wiatrem                                         | 23 |
| 4.3. Ciężar urządzeń formujących i nierównomierny postęp robót    | 24 |
| 4.4. Obciążenia wyjątkowe                                         | 25 |
| 4.5. Obciążenia podpory tymczasowej i sprawdzenie nośności        | 25 |
| 5. METODY NIEZAWODNOŚCIOWE W ANALIZIE PODPARĆ<br>TYMCZASOWYCH     | 27 |
| 5.1. Współczesne metody niezawodnościowe                          | 27 |
| 5.1.1. Uwagi ogólne                                               | 27 |
| 5.1.2. Metoda poziomu drugiego                                    | 28 |
| 5.1.3. Metoda poziomu trzeciego                                   | 29 |
| 5.2. Probabilistyczna charakterystyka obciążeń                    | 31 |



|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| 5.2.1. Modelowanie probabilistyczne                                 | 31 |
| 5.2.2. Ciężar własny                                                | 31 |
| 5.2.3. Obciążenia technologiczne                                    | 34 |
| 5.2.4. Obciążenie wiatrem                                           | 34 |
| 5.2.5. Obciążenia wyjątkowe                                         | 37 |
| 5.3. Potencjalne stany graniczne                                    | 38 |
| 6. BADANIA ODCHYLEK WYMIARÓW MOSTÓW WYKONYWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ | 42 |
| 6.1. Przedmiot, cel i obiekt badań                                  | 42 |
| 6.2. Metoda pomiarów                                                | 42 |
| 6.3. Wyniki pomiarów                                                | 43 |
| 6.4. Analiza statystyczna                                           | 47 |
| 6.5. Analiza wyników pomiarów objętości segmentów                   | 51 |
| 6.6. Wnioski do analizy niezawodności                               | 54 |
| 7. OCENA STATECZNOŚCI POŁOŻENIA DŹWIGARA                            | 56 |
| 7.1. Przedmiot obliczeń                                             | 56 |
| 7.2. Etap pierwszy – dwa czynniki obciążenia                        | 56 |
| 7.2.1. Nośność podparcia tymczasowego                               | 56 |
| 7.2.2. Przyjęte charakterystyki nośności i obciążeń                 | 59 |
| 7.2.3. Ocena metodą poziomu drugiego                                | 61 |
| 7.2.4. Ocena metodą poziomu trzeciego                               | 62 |
| 7.2.5. Komentarz wyników                                            | 63 |
| 7.3. Etap drugi – trzy czynniki obciążenia                          | 66 |
| 7.3.1. Modyfikacja założeń                                          | 66 |
| 7.3.2. Prędkość wiatru                                              | 66 |
| 7.3.3. Asymetria oddziaływania                                      | 67 |
| 7.3.4. Ustalenie nośności podpory                                   | 68 |
| 7.3.5. Przyjęte charakterystyki nośności i obciążeń                 | 69 |
| 7.3.6. Ocena metodą poziomu drugiego                                | 72 |
| 7.3.7. Ocena metodą poziomu trzeciego                               | 74 |
| 7.3.8. Komentarz wyników                                            | 75 |
| 8. ANALIZA PARAMETRYCZNA I DYSKUSJA WYNIKÓW                         | 77 |
| 8.1. Reprezentatywność wyników                                      | 77 |
| 8.2. Zróznicowanie długości wahadła                                 | 77 |

|                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 8.3. Zróżnicowanie długości wahadła i liczby segmentów                                                                                  | 80 |
| 8.4. Beton lekki w dźwigarze głównym                                                                                                    | 54 |
| 8.5. Rzeczywista wartość obciążenia technologicznego                                                                                    | 86 |
| 8.6. Rzeczywiste oddziaływanie wiatru                                                                                                   | 86 |
| 8.6.1. Prędkość wiatru                                                                                                                  | 86 |
| 8.6.2. Wielkość porywu                                                                                                                  | 87 |
| 9. PODSUMOWANIE                                                                                                                         | 88 |
| LITERATURA                                                                                                                              | 90 |
| ZAŁĄCZNIKI                                                                                                                              |    |
| Załącznik nr 1 – Ocena wartości obciążenia technologicznego                                                                             |    |
| Załącznik nr 2 – Ocena efektu krótkotrwałego oddziaływania obciążenia                                                                   |    |
| Załącznik nr 3 – Wyznaczenie momentów obracających związanych<br>z ciężarami segmentów                                                  |    |
| Załącznik nr 4 – Ocena wpływu liczby przyjmowanych wyrazów wzoru Taylora<br>na uzyskiwane wyniki obliczeń nieliniowych funkcji losowych |    |

**WAŻNIEJSZE OZNACZENIA I OKREŚLENIA**Obciążenia

|            |                                                           |
|------------|-----------------------------------------------------------|
| $g$        | bieżący ciężar własny dźwigara głównego                   |
| $g_n$      | jednostronna nadwyżka ciężaru bieżącego dźwigara głównego |
| $g_n/g$    | wskaźnik przeciążenia                                     |
| $C_i$      | współczynnik siły aerodynamicznej                         |
| $F_x$      | siła oporu aerodynamicznego                               |
| $F_y$      | siła unoszenia aerodynamicznego                           |
| $M_s$      | aerodynamiczny moment skręcający                          |
| $q$        | obciążenie technologiczne, równomiernie rozłożone         |
| $Q$        | obciążenie technologiczne w postaci siły skupionej        |
| $w$        | obciążenie wiatrem, równomiernie rozłożone                |
| $w_v$      | obciążenie wiatrem w kierunku pionowym, zastępcze         |
| $v$        | prędkość wiatru                                           |
| $\gamma_f$ | współczynnik obciążenia                                   |

Zagadnienia probabilistyczne i niezawodnościowe

|           |                                               |
|-----------|-----------------------------------------------|
| $g(x)$    | funkcja stanu granicznego, ogólnie            |
| $Z$       | funkcja stanu granicznego                     |
| $X$       | wielowymiarowa zmienna losowa (wektor losowy) |
| $f_X$     | rozkład gęstości prawdopodobieństwa           |
| $m$       | wartość średnia                               |
| $\sigma$  | odchylenie standardowe                        |
| $\beta$   | wskaźnik niezawodności                        |
| $\beta_G$ | geometryczny wskaźnik niezawodności           |
| $\beta_C$ | wskaźnik niezawodności w ujęciu Cornella      |
| $p_f$     | prawdopodobieństwo awarii                     |
| $\alpha$  | współczynnik wrażliwości (kosinus kierunkowy) |

Oznaczenia do stanów granicznych

|     |                                         |
|-----|-----------------------------------------|
| $l$ | długość wspornika                       |
| $s$ | długość segmentu                        |
| $d$ | odległość podpory tymczasowej od stałej |
| $n$ | liczba segmentów                        |
| $i$ | numer segmentu                          |

|           |                                                    |
|-----------|----------------------------------------------------|
| $V_i$     | objętość segmentu $i$                              |
| $D_i$     | ciężar objętościowy segmentu $i$                   |
| $r_i$     | odległość od podpory stałej do środka segmentu $i$ |
| $r_Q$     | odległość od podpory stałej do siły $Q$            |
| $M^{obl}$ | obliczeniowy moment obracający                     |
| $M_r$     | graniczny moment utrzymujący                       |
| $M$       | losowy moment utrzymujący                          |
| $v^p$     | prędkość wiatru w porywie                          |
| $v^{sr}$  | prędkość wiatru średnia                            |
| $k$       | rozmiar porywu                                     |
| $T_r$     | okres powrotu                                      |

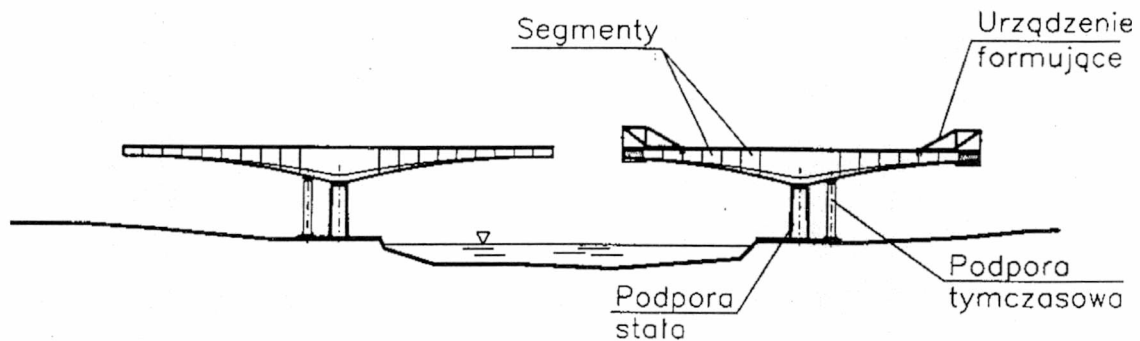
# 1. WSTĘP

## 1.1. Wspornikowa metoda wykonywania mostów

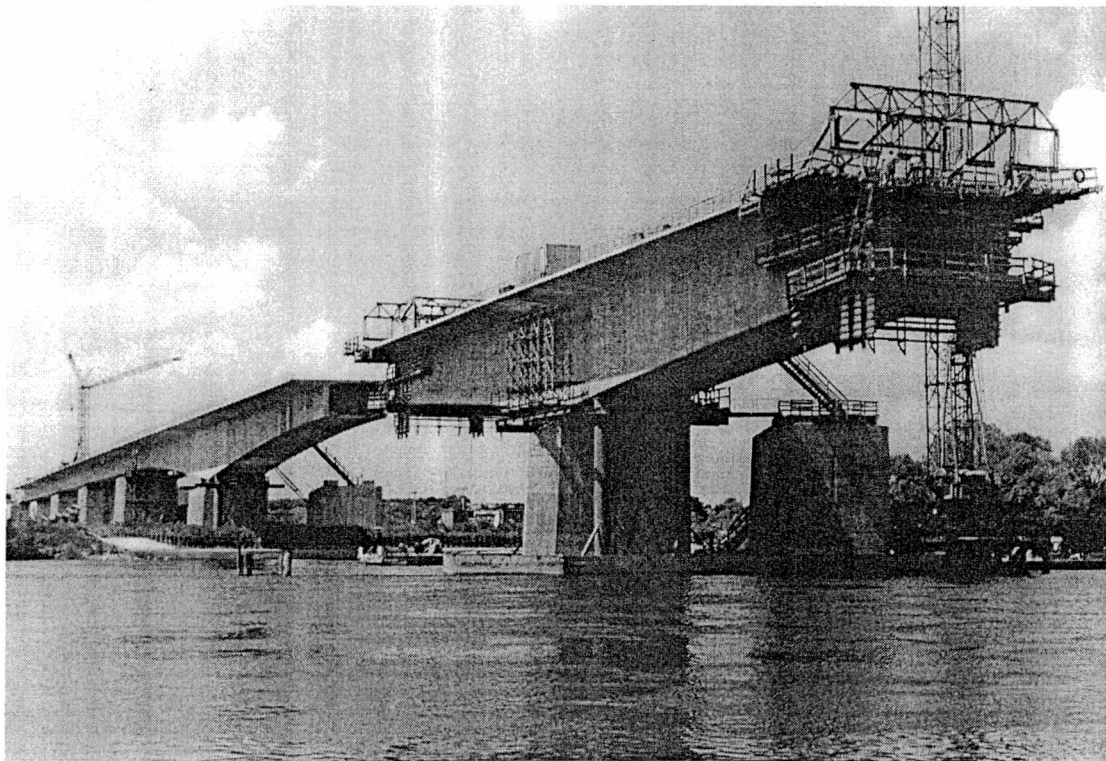
Metoda wspornikowa (zwana też nawisową) należy obecnie do podstawowych technologii budowy mostów betonowych o dużych rozpiętościach przęseł. Polega ona na sukcesywnym, zazwyczaj symetrycznym betonowaniu nawisowym kolejnych segmentów dźwigara głównego (rys. 1.1 i 1.2), podpartego w środku swej długości na podporze stałej oraz – w niewielkiej od niej odległości - na podporze tymczasowej; dźwigar główny w tej sytuacji jest nazywany wahadłem [4, 28]. Metoda nawisowa może być także zastosowana przy montażu obiektu z elementów prefabrykowanych. Wówczas dostarcza się gotowe segmenty, montując kolejne na końcach wsporników. Nie ma potrzeby stosowania deskowań ani sprzętu do podawania i układania betonu, jak w przypadku betonowania nawisowego. Niezależnie od zastosowanego sposobu realizacji dźwigara, występuje konieczność sprężenia podłużnego konstrukcji w strefie górnej, ze względu na znaczny ujemny moment zginający, osiągający swe maksimum nad podporą. Bardzo istotnym zagadnieniem w przypadku metody nawisowej jest przewidywanie odkształceń reologicznych wykonywanego dźwigara głównego. Zakłada się bowiem, że ostatni segment dźwigara w chwili zwierania konstrukcji powinien być w położeniu odpowiadającym ostatniemu segmentowi dźwigara wykonywanego na następnej podporze. Obok zagadnień związanych z technologią betonowania, techniką nowoczesnych deskowań i systemami sprężania, w metodzie nawisowej istotną kwestią jest zachowanie stateczności (niezmienności geometrycznej) położenia wykonywanego dźwigara, podpartego w sposób niekorzystny, w środku swej długości. Stosowane w czasie budowy dodatkowe podparcie tymczasowe, ma zapewnić odporność ustroju na potencjalny moment obracający względem podpory stałej. Moment ten jest związany nie tylko z ewentualnym nierównomiernym postępowaniem robót na obu przeciwnych wspornikach, skutkującym zwiększonym ciężarem (długością) jednego z nich, lecz także może być związany z występowaniem obciążeń trudnych do jednoznacznego, precyzyjnego wyznaczenia. W celu zachowania stateczności ustroju w czasie budowy stosuje się podpory tymczasowe bierne (po przeciwnych stronach podpory stałej, w układzie symetrycznym), podpory sprężone (po jednej stronie podpory stałej) lub utwierdzenie dźwigara na podporze (tymczasowe zablokowanie możliwości obrotu na podporą stałą przez zastosowanie klinów i sprężenia) [18, 28], (rys. 1.3, 1.4). W przypadku położenia przęseł na dużej wysokości nad terenem, stosuje się także kotwienie wahadła do zamocowanych w gruncie bloków lub do fundamentu podpory [7, 46, 48].

Metody nawisowe stosuje się współcześnie w szerokim zakresie rozpiętości przęseł, począwszy od około 60 m do rekordowej rozpiętości 301 m (Most Stolmasundet w Norwegii [52]). Metoda ta ma swoje zastosowanie nie tylko przy budowie mostów belkowych, ale także przy budowie mostów ramowych, łukowych czy podwieszonych. Wówczas rozpiętości mogą być znacznie większe, a segmenty wykonane także jako stalowe. Obecny rekord wynosi

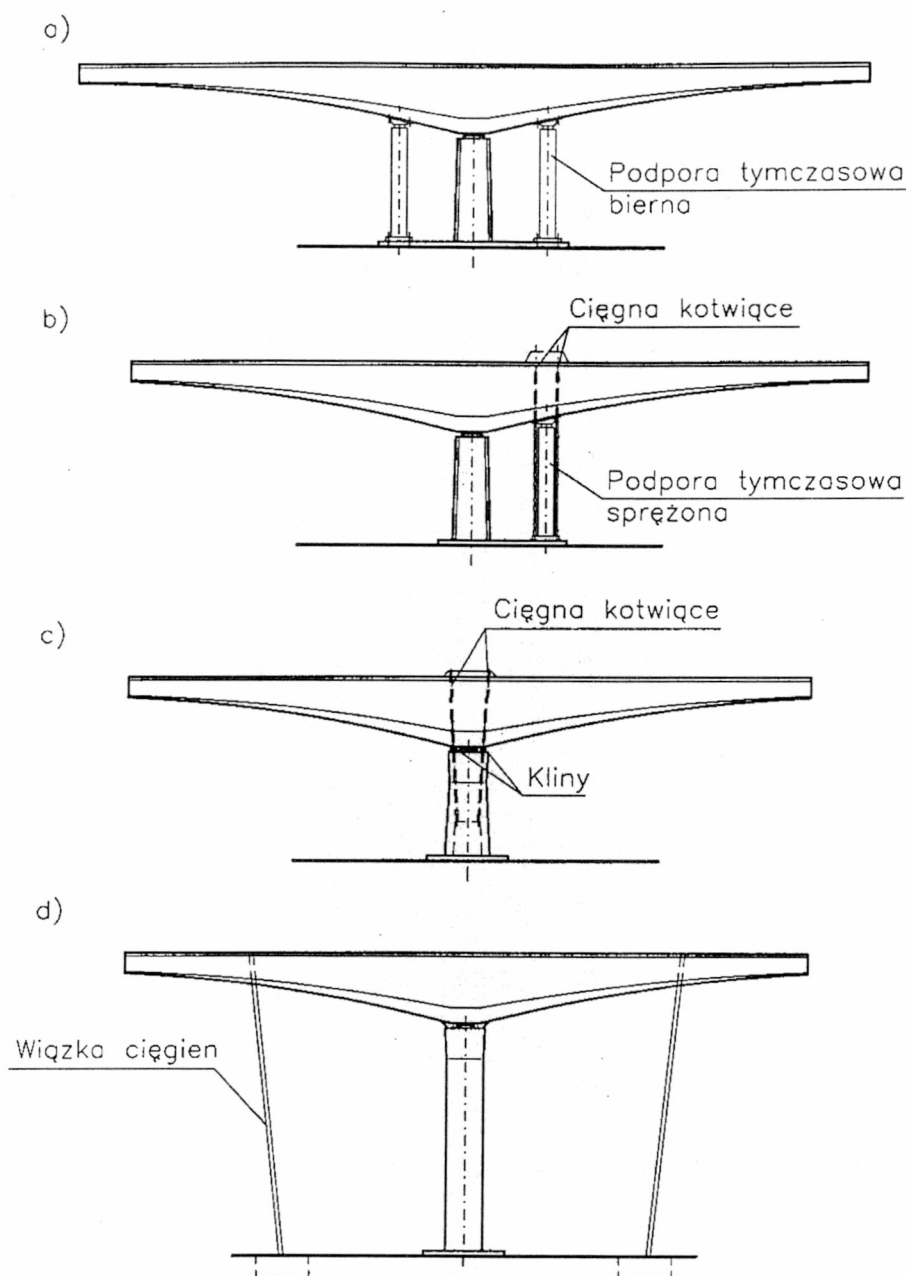
890 m (Most Tataru w Japonii [53]). W przypadku klasycznych mostów belkowych, dźwigar ma przeważnie przekrój skrzynkowy prostokątny lub z pochylonymi ścianami. Dźwigar może mieć również inny przekrój, np. płytowo-żebrowy, szczególnie w przypadku mostu podwieszonego.



Rys. 1.1. Schemat budowy mostu metodą nawisową.



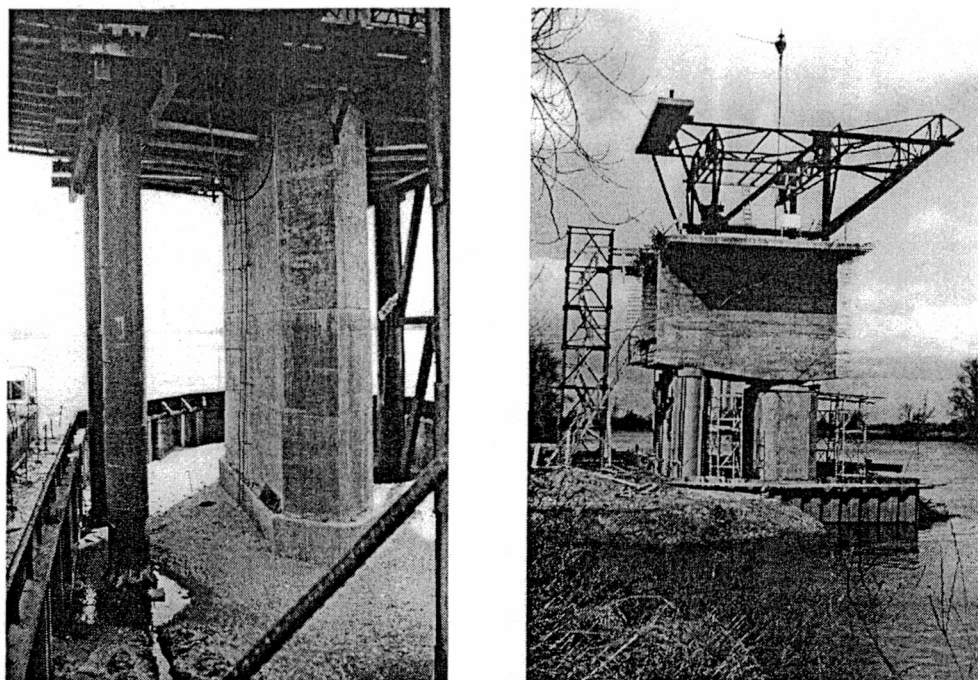
Rys. 1.2. Zastosowanie metody betonowania nawisowego przy budowie mostu przez Wisłę koło Torunia. Prześła nurtowe są rozpiętości 130,00 m.



Rys. 1.3. Sposoby zapewniania stateczności położenia dźwigara: a) dwie podpory bierne, b) jedna podpora sprężona, c) utwierdzenie przęsła w podporze, d) kotwienie wiązkami cięgien poza podporą stałą.

## 1.2. Zagadnienie bezpieczeństwa w fazie montażu

Zakładając nawet idealną symetrię postępu robót na obu końcach wsporników oraz idealnie jednakowy ciężar obydwu zestawów urządzeń do formowania segmentów, nie można przyjąć tezy o zerowym obciążeniu podparć tymczasowych (pomijając siły sprężenia podpory tymczasowej). Podparcia te mogą być obciążone wskutek działania czynników niejawnych, tzn. takich, których wartość nie może być bezpośrednio ściśle ustalona.



Rys. 1.4. Podpory stałe i tymczasowe mostu przez Wisłę koło Torunia i mostu przez Odrę koło Opola.

Dźwigar główny może nie być wykonany w sposób idealnie dokładny na całej swej długości, tym samym może wystąpić asymetria, względem podpory stałej, w rozkładzie jego ciężaru własnego. Ponadto nieznane jest rzeczywiste rozmieszczenie sprzętu i urządzeń pomocniczych, związanych z operacjami technologicznymi na obu wspornikach. Podobnie, trudno przewidzieć rzeczywisty charakter oddziaływania wiatru na cały dźwigar [8, 9]. Może więc pojawić się niejawne obciążenie, mające charakter probabilistyczny. Potencjalny moment obracający wykonywany dźwigar względem podpory stałej, wynikający z tych obciążeń, jest więc w istocie obciążeniem losowym. Tak też powinno być traktowane obciążenie podparć tymczasowych (i fundamentów), którego prawidłowe ustalenie ma zasadniczy wpływ na bezpieczeństwo obiektu ze względu na katastrofalny w skutkach ewentualny obrót i upadek wznoszonego dźwigara. Warto dodać, że w tym ujęciu także wyężenie samego dźwigara ma charakter silnie losowy [27, 33].

Zagadnienie bezpieczeństwa w fazie budowy mostów wznoszonych metodą nawisową polega na rozwiązaniu zagadnienia stanu granicznego nośności podparcia tymczasowego z uwzględnieniem probabilistycznego charakteru obciążeń występujących w tej fazie. Stan graniczny może być przekroczony z pewnym prawdopodobieństwem, większym od zera. Celem inżyniera jest minimalizowanie tego prawdopodobieństwa, choć nigdy nie może być ono przyjęte jako zerowe. Prawdopodobieństwo przekroczenia stanu granicznego, określanego mianem stanu awarii, jest równe prawdopodobieństwu awarii  $p_f$ , które koresponduje ze wskaźnikiem niezawodności  $\beta$ , będącym obiektywną miarą bezpieczeństwa



[30, 40, 41, 49]. Ocena bezpieczeństwa wymaga nie tylko ustalenia charakterystyk obciążeń sprzyjających niestateczności położenia dźwigara, ale także prawidłowego, indywidualnego ich doboru, z zastosowaniem rachunku prawdopodobieństwa. Jednakże w praktyce obciążenia przyjmuje się w sposób arbitralny, pozostawiając decyzji projektanta przyjęcie ich wartości i odpowiednich współczynników bezpieczeństwa [8]. Wynika to między innymi z braku odpowiednich regulacji i niemożności bezpośredniego zastosowania zasad ogólnych, nie dotyczących obiektów wznoszonych metodą nawisową.

## 2. CEL, ZAKRES I TEZY PRACY

### 2.1. Cel pracy

Specyfika budowy mostów betonowych metodą wspornikową wynikająca ze stosowanych technologii, sprzętu i urządzeń, a także związana z ukształtowaniem dźwigara sprawia, że bardziej racjonalnym niż stosowanie zasad ogólnych jest ustalenie indywidualnych dla tej metody procedur określania bezpieczeństwa w czasie wznoszenia.

Obecnie rodzaje i wartości obciążeń przyjmowanych do sprawdzania stateczności położenia dźwigara są ustalane w sposób arbitralny, głównie na podstawie intuicji i indywidualnego doświadczenia firm wykonawczych. Odczuwa się wyraźny brak oficjalnych wytycznych w sprawie doboru obciążeń. Zagadnienie to pozostaje w cieniu, gdyż dotyczy tylko krótkiego okresu w czasie istnienia mostu, a trzeba pamiętać, że współcześnie uważa się, iż poziom bezpieczeństwa obiektu w czasie budowy powinien dorównywać poziomowi bezpieczeństwa w czasie jego eksploatacji. Jednocześnie, w przypadku metody betonowania nawisowego, decydującym czynnikiem przy projektowaniu posadowienia filarów, na których spoczywają dźwigary, mogą być obciążenia występujące właśnie w czasie budowy.

Zestawienia tych obciążeń oraz ocena ich nasilenia nie znajdują miejsca w normach projektowania. Stąd też celem niniejszej pracy stała się próba ustalenia obciążeń działających na dźwigar, (podparcie tymczasowe i fundament) z uzasadnieniem przyjętych wartości, do stosowania w projektowaniu podparć. Celem pracy jest także przedstawienie możliwości zastosowania metod niezawodnościowych w zagadnieniu stateczności położenia dźwigara wykonywanego symetryczną metodą wspornikową. Proponowane obciążenia podparć tymczasowych pozwolą na bardziej racjonalne projektowanie, a także przyjęcie odpowiednich obciążeń fundamentów. Jest to jednocześnie sugestia rewizji obecnych sposobów sprawdzania stateczności położenia dźwigara w czasie budowy metodą wspornikową.

### 2.2. Zakres pracy

Opisany powyżej cel pracy implikuje niezbędny jej zakres.

W pierwszej części pracy przedstawiono rodzaje obciążeń działających w czasie budowy na dźwigar wykonywany metodą wspornikową. Uzasadniono ich genezę i możliwości niejawnego występowania (rozdział 3). Zróżnicowane wartości tych obciążeń, proponowane w różnych źródłach, podano w rozdziale 4, w którym przedstawiono także tradycyjny, stosowany sposób sprawdzania stateczności położenia dźwigara w czasie budowy.

Druga część pracy dotyczy metod niezawodnościowych, możliwych do zastosowania w przedmiotowym zagadnieniu (rozdział 5). Przedstawiono krótko idee metod poziomu drugiego i trzeciego. W tym samym rozdziale podjęto próbę modelowania probabilistycznego obciążeń działających na dźwigar w czasie budowy. Przedstawiono także stany graniczne służące do oceny stateczności położenia dźwigara. W następnym rozdziale przytoczono wyniki badań nad zmiennością geometryczną segmentów dźwigarów betonowych

wykonywanych metodą wspornikową. Dokonano także niezbędnej analizy statystycznej w celu uzasadnienia przyjętego w rozdziale 5 modelu probabilistycznego zmienności objętości segmentów.

W trzeciej części pracy (rozdział 7) przedstawiono obliczenia, z zastosowaniem metod niezawodnościowych, mające na celu wyznaczenie wskaźników bezpieczeństwa dla konstrukcji podparcia tymczasowego przy różnych założeniach dotyczących obciążeń. Następnie, w rozdziale 8, przedstawiono analizy parametryczne oraz skomentowano uzyskane wyniki.

### **2.3. Tezy pracy**

Sformułowano dwie podstawowe tezy pracy:

1. LITERALNE STOSOWANIE POLSKIEJ NORMY DOTYCZĄCEJ OBCIĄŻEŃ OBIEKTÓW MOSTOWYCH W PRZEDMIOTOWYM ZAGADNIENIU PROWADZI DO NADMIERNYCH ZAPASÓW NOŚNOŚCI I PODNOSI KOSZTY PRZED WSZYSTKIM PODPARCIA TYMCZASOWEGO I POSADOWIENIA.
2. UZYSKIWANIE I WERYFIKACJA JEDNAKOWEGO POZIOMU BEZPIECZEŃSTWA MOSTU W CZASIE BUDOWY METODĄ WSPORNIKOWĄ I W CZASIE EKSPLOATACJI WYMAGA STOSOWANIA OBIEKTYWNYCH METOD PROBABILISTYCZNYCH.

### 3. OKREŚLENIE OBCIĄŻEŃ DZIAŁAJĄCYCH NA PRZESŁO W CZASIE BUDOWY

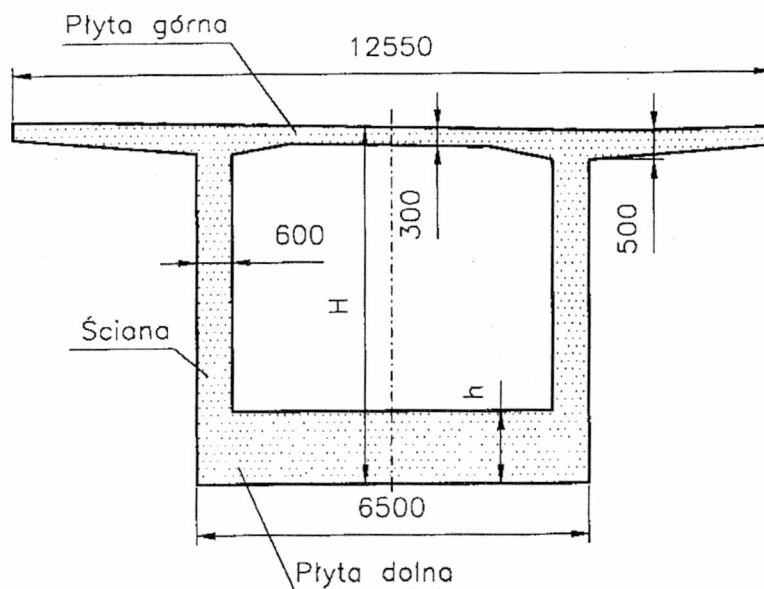
#### 3.1. Czynniki techniczne

##### 3.1.1. Odchyłki ciężaru własnego segmentów

Pierwszym niejawnym czynnikiem obciążenia jest nieunikniona niedokładność wykonania dźwigara [8, 19]. Jest ona szczególnie wyraźna i uzasadniona w przypadku betonowania nawisowego. Przekrój poprzeczny dźwigara jest przeważnie skrzynkowy, z dwoma płytami (górną i dolną) i dwoma ścianami (rys. 3.1). Rzeczywiste wymiary tych elementów mogą odbiegać od projektowanych, zatem są to wielkości losowe. Tak więc w rzeczywistości każdy segment ma objętość odbiegającą od projektowanej. Tym samym jego ciężar nie może być ściśle przewidziany. Wynika stąd, że także przeciwległe segmenty (o tych samych numerach, lecz na przeciwnych wspornikach) mogą mieć różną masę, mimo, że zaprojektowano jednakową ich geometrię. Z siłą ciężkości, działającą na każdy segment, jest skojarzony moment względem potencjalnego punktu obrotu na podporze stałej. Ramieniem siły ciężkości jest odległość środka ciężkości segmentu od tego punktu. W przypadku asymetrii ciężarów segmentów wystąpi wypadkowy moment obracający, równoważony przez oddziaływanie podpory tymczasowej. Należy pamiętać, że ciężar segmentów jest uzależniony także od ciężaru objętościowego betonu, który również jest wielkością losową.

Odchyłki wymiarów przekroju mostu betonowego są zjawiskiem naturalnym i nie mogą być wyeliminowane. Wynikają one z podatności i luzów konstrukcji deskowań. W czasie betonowania dochodzi do obciążeń deskowań spowodowanych układaniem i zagęszczaniem betonu, skutkujących ich nieprzewidzianymi przemieszczeniami. Odchyłki mogą mieć zarówno znak dodatni jak i ujemny. Występują one we wszystkich wymiarach płyt i ścian, tzn. w obu wymiarach powierzchniowych i na grubości. Jednakże ta sama bezwzględna wartość odchyłki ma znacznie większy wpływ na względną zmianę objętości elementu, jeżeli występuje na mniejszym jego wymiarze, tj. na grubości. Dane statystyczne dotyczące tego zagadnienia nie są powszechnie publikowane. Zwykle przyjmowano dane o niedokładności wykonania elementów żelbetowych na podstawie badań innych konstrukcji. Jednakże specyfika budowy mostów metodą nawisową wymaga przyjęcia bardziej wiarygodnych danych. Betonowanie na podwieszonych deskowaniach, w trudnych warunkach na końcu wspornika, z koniecznością bieżącego korygowania zasadniczej niwelety mostu, niesie za sobą możliwość powstawania odchyłek wymiarów o szczególnym charakterze. Przyjmowane do obliczeń odchyłki grubości wynoszą od 10 do 20 mm [19, 20], co stanowi przeciętnie 2 do 4% grubości elementu. Niekiedy postuluje się zróżnicowanie wartości odchyłek dla elementów pionowych (ścian) i poziomych (płyt) [29]. Uważa się, że dokładność wykonania ścian powinna być większa, niż płyt, których górna powierzchnia nie jest determinowana położeniem deskowania. Z drugiej strony, grubość ścian bezpośrednio

po ułożeniu mieszanki betonowej nie może być już zmieniona i w rzeczywistości jest nawet trudna do zmierzenia, w przypadku płyt jest możliwość kontroli i ewentualnej korekty rzeczywistej objętości ułożonej mieszanki.

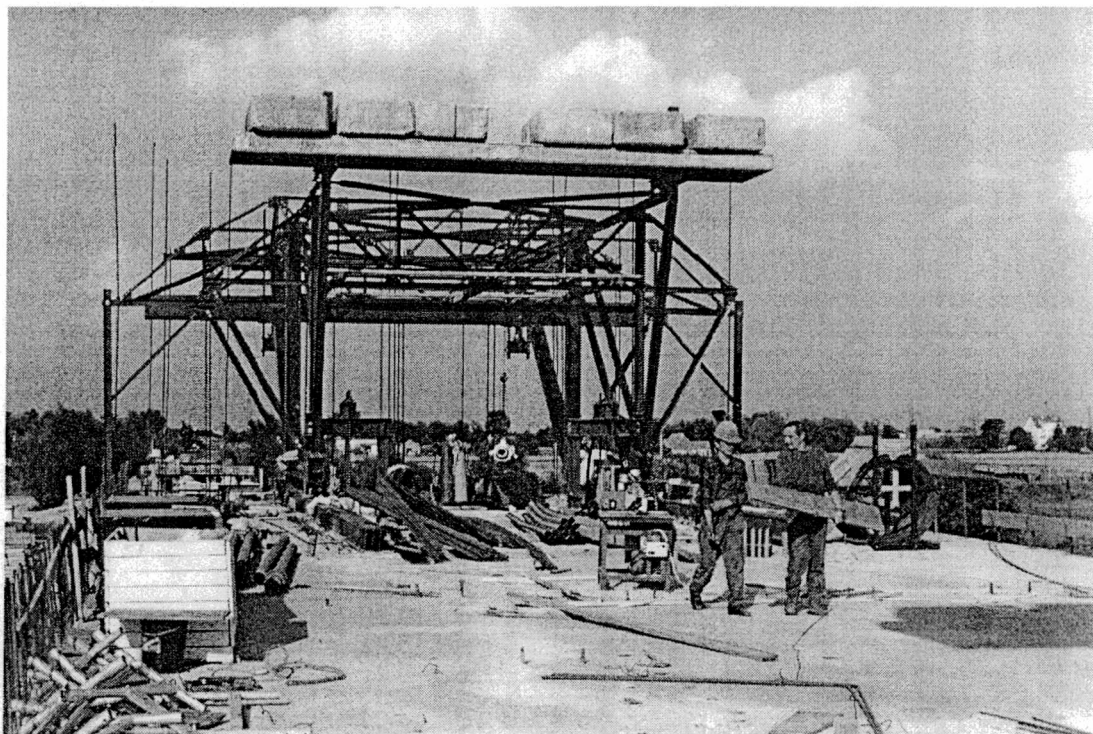


Rys. 3.1. Typowy przekrój poprzeczny dźwigara mostowego wykonywanego metodą wspornikową. Wysokość  $H$  przekroju nad podporą sięga przeważnie od 5 do 15 m, zależnie od rozpiętości. Grubość płyty dolnej wynosi nad podporą od 0,70 m do 2,00 m [4].

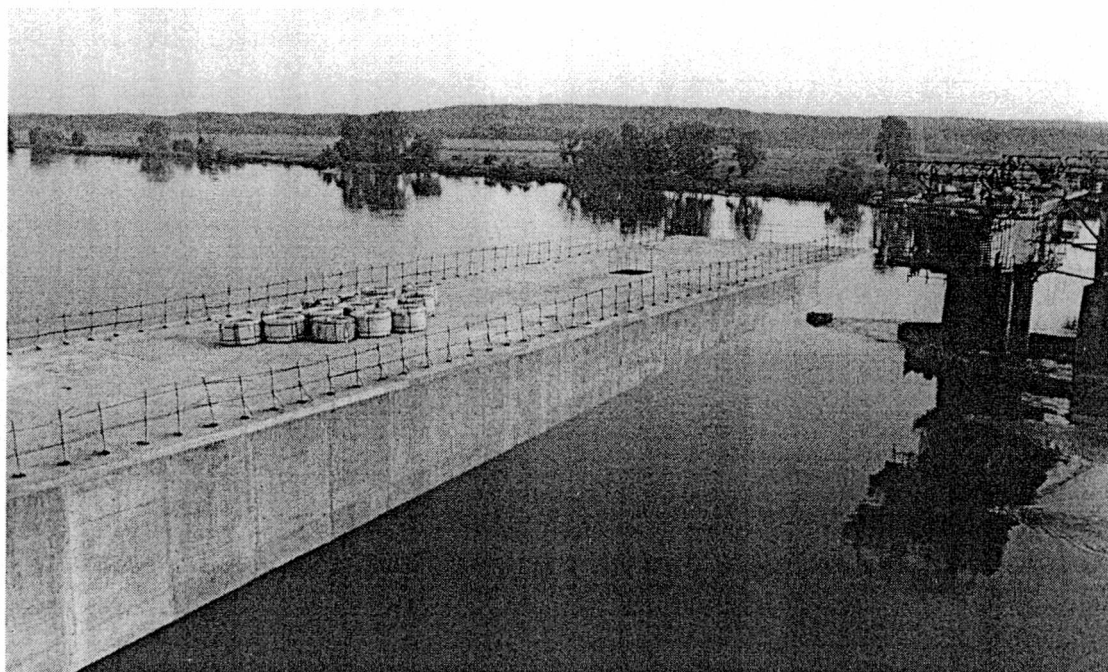
### 3.1.2. Obciążenia technologiczne

Drugim istotnym czynnikiem potencjalnego obciążenia podparć tymczasowych, o silnie losowym charakterze, jest obciążenie związane z czynnościami technologicznymi na powierzchni płyty górnej lub dolnej. Oprócz podstawowych urządzeń do podwieszania deskowań i formowania segmentów, występuje szereg niezbędnych narzędzi i sprzętu podręcznego, maszyn, części zbrojenia i deskowań oraz inne przedmioty, (rys. 3.2). Nie można również pominąć ciężaru pracowników i innych większych grup osób (np. wizytujących budowę itp.), choć wartość związanego z nimi obciążenia jest niewielka. Operacje technologiczne prowadzone są głównie na końcach wsporników, w pobliżu wykonywanych segmentów. Tam też koncentruje się większa część obciążenia. Wydaje się jednak nieprawdopodobnym zgromadzenie dokładnie jednakowej liczby przedmiotów położonych w odpowiednio tych samych odległościach na przeciwnych wspornikach. Względem podpory (środku długości dźwigara) występuje więc wypadkowy moment obracający wskutek różnicy momentów ciężarów materiałów i sprzętu umieszczonych na obu końcach wsporników. Obciążenie to traktowane jest jako równomiernie rozłożone, o zróżnicowanych wartościach [19, 28], z których większe są przyjmowane dla węższych

pomostów, a mniejsze dla szerszych. Przykładowy spis przedmiotów, które zanotowano na jednym z dźwigarów budowanych metodą wspornikową podano w Załączniku nr 1.



Rys. 3.2. Obciążenia technologiczne na powierzchni pomostu: pracownicy, sprzęt i materiały podręczne.



Rys. 3.3. Składowanie cięgien sprężających na jednym wsporniku dźwigara wykonanego metodą wspornikową.



W drugiej kolejności do obciążeń technologicznych zaliczyć też należy ciężar ewentualnych maszyn roboczych umieszczonych na pomoście. Maszyna może także być traktowana jako obciążenie ruchome, np. w przypadku ładowarki lub wózka widłowego. Wózki takie są stosowane do przewożenia kubłów z mieszanką betonową.

Trzecim aspektem obciążeń technologicznych jest fakt, iż wykonane fragmenty dźwigara skrzynkowego bywają wykorzystywane jako magazyn materiałów potrzebnych w dalszych etapach budowy mostu. Składowanie materiałów może odbywać się zarówno na powierzchni pomostu, jak i we wnętrzu, (rys. 3.3).

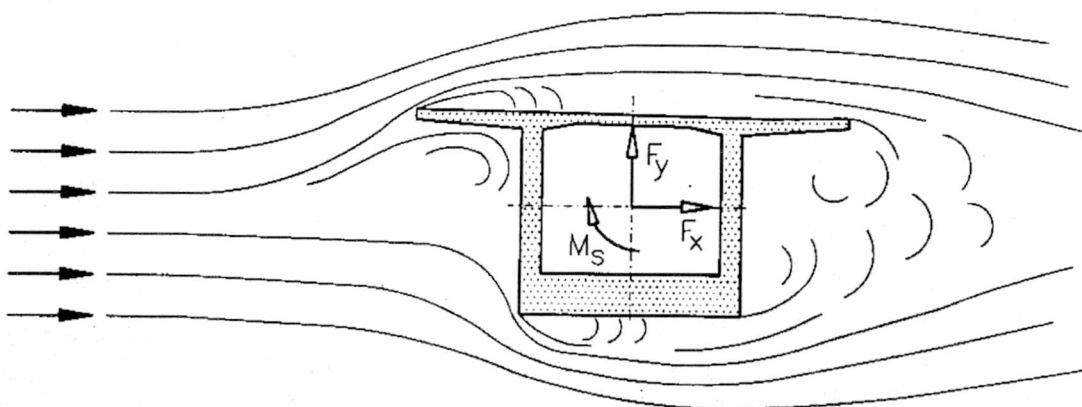
### 3.2. Czynniki środowiskowe

Podstawowym czynnikiem środowiskowym jest oddziaływanie wiatru. Efekty działania wiatru mogą być różne. Dźwigar może doznać obrotu w płaszczyźnie pionowej oraz w płaszczyźnie poziomej [2, 5, 19]. Obciążenia w obu płaszczyznach są w rzeczywistości skorelowane. Charakter tego obciążenia jest losowy nie tylko ze względu na prognozowaną wartość prędkości wiatru, stanowiącej zasadniczą przesłankę w ustalaniu parcia, ale także ze względu na niejawną asymetrię oddziaływania na obydwa przeciwległe wsporniki. Dopiero bowiem różnica oddziaływania na obu wspornikach prowadzi do wystąpienia momentu obracającego, stanowiącego obciążenie podparć tymczasowych. Asymetria oddziaływania jest związana z charakterem przepływu strug wiatru. Pole prędkości wiatru w otoczeniu wznoszonego dźwigara zazwyczaj jest niejednorodne. W związku z tym występuje różnica parcia na lewym i prawym wsporniku. Wartość i charakter obciążenia zależy od ukształtowania dźwigara a ponadto od uwarunkowań lokalnych tzn. ukształtowania terenu, położenia geograficznego itd.

Obciążenie dźwigara w płaszczyźnie pionowej wynika między innymi z działania aerodynamicznej siły unoszenia powstającej wskutek różnicy ciśnień na ściankach dźwigara w warunkach naturalnego opływu powietrza (rys. 3.4). Siły aerodynamiczne są związane z prędkością wiatru (w drugiej potęgze) oraz z kształtem i wymiarami przekroju poprzecznego. Wartości sił działających na ciała umieszczone w strumieniu powietrza są zdeterminowane przez bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne  $C_i$ , zależne jedynie od ich kształtu. Przyjmuje się, iż występuje siła oporu  $F_x$ , siła unoszenia  $F_y$  oraz moment skręcający  $M_s$ , [1, 15, 47]. Prędkość i kierunek wiatru są związane z cechami środowiska w bezpośrednim otoczeniu wznoszonego dźwigara. Cechy te są praktycznie niepowtarzalne, dlatego precyzyjne prognozowanie obciążeń dźwigarów budowanych metodą wspornikową jest możliwe tylko drogą kosztownych badań modelowych w tunelu aerodynamicznym. Badania takie prowadzi się tylko dla największych obiektów, usytuowanych w miejscach o niekorzystnych warunkach środowiskowych [28]. W większości przypadków można skorzystać z istniejących danych dotyczących podobnych konstrukcji i warunków. Wspomniane badania mogą być jednakże pomocne w ustalaniu potencjalnej asymetrii

oddziaływania wiatru, związanej z rzeczywistą niejednorodnością pola prędkości w otaczającej przestrzeni.

Trzeba podkreślić, że nawet uzasadniona rezygnacja z badań modelowych projektowanej konstrukcji nie eliminuje konieczności przeprowadzenia identyfikacji środowiska wiatrowego w miejscu budowy. Prędkość i kierunki silnych wiatrów mogą być ocenione na podstawie danych meteorologicznych i analizy ukształtowania terenu.



Rys. 3.4. Schemat opływu dźwigara skrzynkowego przez strugi powietrza i siły aerodynamiczne.

Prognozowanie maksymalnej prędkości wiatru, która może wystąpić w czasie trwania budowy jest zagadnieniem szczególnym. Prędkość ta jest wielkością losową. Przyjęcie konkretnej wartości charakterystycznej jest uzależnione od czasu ekspozycji obiektu (w stanie przed zwarcie konstrukcji) na działanie wiatru, ponieważ zjawiska wiatrowe nie są powtarzalne i przewidywalne w zdeterminowanym cyklu. Każda postulowana prędkość wiatru charakteryzuje się odpowiednim okresem powrotu, czyli statystycznie uzasadnionym okresem, w ciągu którego może być przekroczona z określonym prawdopodobieństwem [1, 59]. Tym samym, dłuższa ekspozycja wymagałaby przyjęcia większych wartości obciążenia wiatrem, a krótsza – mniejszych. W takim ujęciu zagadnienia, prędkość maksymalną określa się na podstawie rozkładów prawdopodobieństwa wystąpienia prędkości maksymalnych, budowanych na podstawie wyników wieloletnich pomiarów meteorologicznych.

Ostatnim rozpatrywanym tutaj zagadnieniem są efekty dynamiczne oddziaływania wiatru. W Załączniku nr 2 przedstawiono analizę odpowiedzi konstrukcji na impuls siły o krótkim czasie trwania. Jej wyniki pozwalają wysnuć wnioski o minimalnym czasie parcia wiatru o dużej prędkości, dla uzyskania istotnego efektu w rozumieniu przemieszczeń. Szacuje się, iż porywy o czasie oddziaływania krótszym niż 10 s są niegroźne ze względu na znaczną masę wahadła, silne tłumienie samej konstrukcji i otaczającego powietrza.



Minimalny czas trwania porywu jest podstawą do racjonalnego przyjmowania prędkości charakterystycznej wiatru.

### 3.3. Czynniki jawne

Przedstawione powyżej główne czynniki stanowią obciążenia niejawne, przejawiające w sposób oczywisty charakter losowy co do ich wartości lub położenia. Nie są to jednakże jedyne obciążenia podpór tymczasowych. Zwykle przyjmuje się między innymi obciążenie spowodowane brakiem jednego segmentu lub jego części. Obciążenie to ma charakter jawny, może być określone w sposób bezpośredni. Z założenia nierównomierny postęp robót występuje przeważnie w przypadku stosowania jednostronnego podparcia montażowego, w celu wywołania stale dodatniej reakcji na podporze tymczasowej. Niekiedy zakłada się nierównomierny postęp robót w zakresie części przekroju, np. na jednym wsporniku betonowanie prowadzi się wyprzedzająco o jeden element. Wówczas występuje przewaga o wykonaną płytę lub ścianę. Takie postępowania jest uzasadnione, ponieważ betonowanie ścian na pełną wysokość i płyty górnej możliwe jest po stwardnieniu płyty dolnej zmykającej deskowania ścian od dołu. W czasie oczekiwania na stwardnienie płyty dolnej (około 3 godzin), betonuje się płytę dolną na przeciwnym wsporniku. Nierównomierne zaawansowanie robót na obu wspornikach powoduje odpowiednie obciążenie podparć tymczasowych.

Obciążenie o charakterze jawnym wynika często także z zamierzonej asymetrii wahadła, przy zróżnicowanym rozmieszczeniu i ukształtowaniu żeber, poprzecznic, pilastrów, bloków kotwiących i innych szczegółów ukształtowania wnętrza dźwigara.

Do obciążeń jawnych należy także, przyjmowane niejednokrotnie jako obciążenie wyjątkowe, brak jednego urządzenia formującego. Jest to odzwierciedlenie potencjalnej awaryjnej sytuacji, polegającej na upadku tego urządzenia. Wypadek taki w rzeczywistości miał miejsce, lecz przy budowie mostu podwieszonego [4].

## 4. SPOSOBY SPRAWDZANIA STATECZNOŚCI STOSOWANE W PROJEKTOWANIU

### 4.1. Uwagi ogólne

Podparcie tymczasowe powinno wykazywać nośność pozwalającą na bezpieczne przeniesienie na fundament sił wynikających z potencjalnie niesymetrycznego obciążenia wykonywanego dźwigara. Jak wynika z opisu podanego w rozdziale 3, większość spośród obciążeń oddziałujących niesymetrycznie na dźwigar ma charakter losowy, a część z nich jest niejawna. W powszechnej interpretacji stanu granicznego nośności podparcia tymczasowego, przyjmuje się sytuację ekstremalną, polegającą na skumulowaniu wszystkich obciążeń działających niekorzystnie, w przyjętych wartościach. W oficjalnych wytycznych projektowania betonowych konstrukcji mostowych nie sugeruje się konkretnych wartości obciążeń, znajdujących racjonalne zastosowanie w przedmiotowym zagadnieniu, ich dobór pozostawia się projektantowi obiektu lub wykonawcy, przygotowującemu podparcie tymczasowe. W literaturze przedmiotu [5, 11, 19, 28] opisano jednakże różne rodzaje obciążeń i zasugerowano ich wartości. Obciążenia te traktowane są jako ustalone, określone w wartościach bezpiecznych dla obiektu. Rozpatruje się je jako obciążenia charakterystyczne. Obciążenia obliczeniowe uzyskuje się przez zastosowanie odpowiednich współczynników [38].

### 4.2. Modele zastępcze obciążeń niejawnych

#### 4.2.1. Ciężar własny

Odchyłki ciężaru własnego elementów dźwigara modeluje się dodatkowym niezerównoważonym obciążeniem  $g_n$  przyłożonym po jednej stronie wahadła, stanowiącym część jego bieżącego, nominalnego ciężaru  $g$  (rys. 4.1.) [5, 6, 19, 28]. Iloraz  $g_n/g$  może być nazywany wskaźnikiem przeciążenia.

Doświadczenia i założenia wielu krajów, firm, autorów są różne [8, 11, 18, 29, 54]. Zwykle w praktyce przyjmuje się wartość wskaźnika przeciążenia ( $g_n/g$ ) od 2 do 5% (10%). Wybrane wartości współczynnika zestawiono w tablicy 4.1. Decydującym czynnikiem jest tutaj założona dokładność wykonywania segmentów oraz przyjęty system kontroli. Ponadto, rzeczywiste wymiary (objętości) segmentów mogą być monitorowane w czasie wznoszenia obiektu, (rozdział 6).

Z doświadczenia dużych firm wynika, że przy dobrej kontroli i wysokiej jakości robót można wyeliminować potrzebę przyjmowania znacznych wartości wskaźnika przeciążenia.

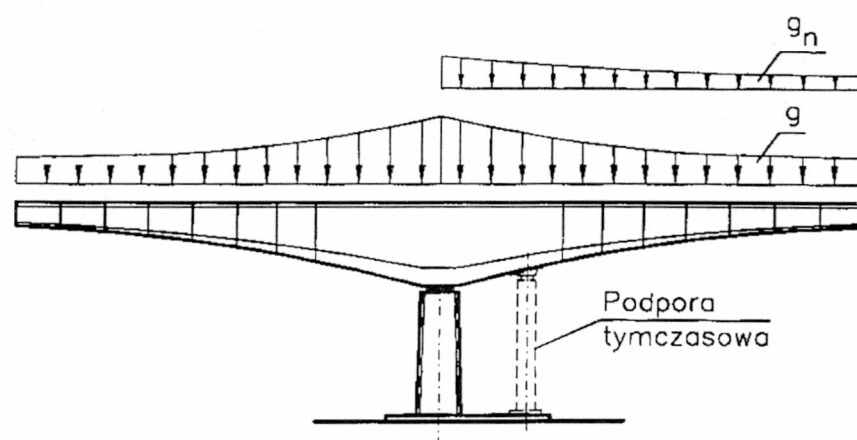
Dość dużą wartość wskaźnika przeciążenia uzyskuje się w literalnej interpretacji polskiej normy PN-85/S-10030 *Obiekty mostowe – Obciążenia* [38]. Stosując do ciężaru własnego konstrukcji działającego na podporę tymczasową dociażając współczynnik 1,20, a do ciężaru działającego odciążając współczynnik 0,90, wskaźnik  $g_n/g$  wynosi 30%. W powszechnej opinii jest to nadinterpretacja polskiej normy. Zagadnienie to poruszono także w dalszej części pracy (rozdział 7).

Tablica 4.1.

**Wskaźniki przeciążenia według niektórych źródeł**

| Źródło                                                                  | Wskaźnik przeciążenia |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Polska Norma PN-85/S-10030 [38]                                         | 30%                   |
| <i>Technologia budowy mostów betonowych</i> [18]                        | 10%                   |
| <i>Balkenformige Stahlbeton- und Spannbetonbrücken</i> [55]             | 10%                   |
| <i>The Cantilever Construction of Prestressed Concrete Bridges</i> [28] | 5%                    |
| Budowa mostu przez Łabę w Czechach, w ciągu D8 [11]                     | 5%                    |
| Budowa mostu Gateway w Brisbane [29]                                    | ~ 4%                  |
| Zalecenia firmy Europe Etudes Gecti z Paryża*                           | 2%                    |

\* - wytyczne niepublikowane



Rys. 4.1. Model obciążenia od odchylek ciężaru własnego

Obliczenia przeciążeń powinny być poprzedzone ustaleniem ciężaru kolejnych odcinków ustroju, z uwzględnieniem wszystkich skosów, bloków kotwiących, przepon, pilastrów, wnęk, większych otworów, itd.

Uzyskane obciążenie podpory tymczasowej wywołane przez opisywany czynnik, należy uważać za wartość charakterystyczną i niezbędne jest stosowanie standardowego współczynnika obciążenia równego 1,20 [38].

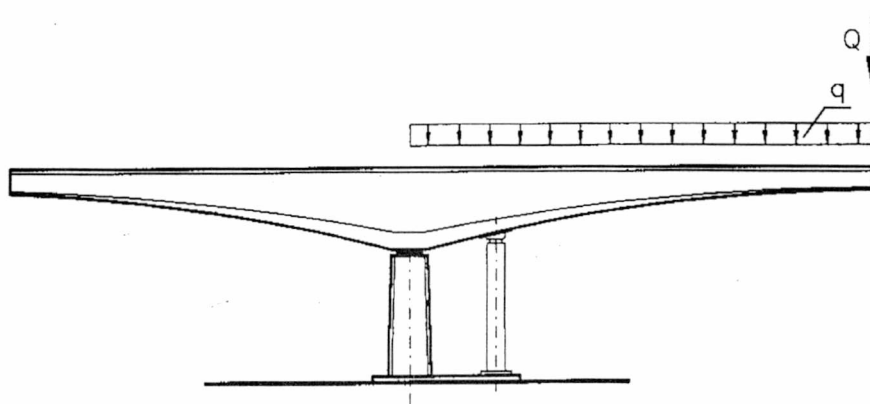
Przyjmując jednak obciążenie zgodne z opisanym rozumieniem polskiej normy (nadwyżka ciężaru o wartości 30%), dodatkowego współczynnika obciążenia nie stosuje się.

#### 4.2.2. Obciążenia technologiczne

W związku z czynnościami technologicznymi wystąpią na obiekcie obciążenia zmienne wynikające z ciężarów własnych składowanych materiałów budowlanych, maszyn i sprzętu pomocniczego (rys. 3.2). Obciążenie to może być modelowane jako równomiernie rozłożone  $q$ , na całej dostępnej powierzchni pomostu jednego wspornika (rys. 4.2). Intensywność obciążenia  $q$  może być zależna od wymiarów (powierzchni) pomostu [5, 28]; w większości przypadków wartość tego obciążenia można przyjąć od  $0,30 \text{ kN/m}^2$  do  $0,50 \text{ kN/m}^2$  (Załącznik nr 1). Założenie o symetrii występowania takiego obciążenia może być niesłuszne, czego potwierdzeniem jest rys. 3.3. Uwidoczniony na zdjęciu wspornik został obciążony 13 zwojami stali sprężającej (każdy o masie około 4 t), drugi wspornik pozostał całkowicie nieobciążony.

Obciążenie podpory tymczasowej wywołane przez wymieniony czynnik mnoży się przez współczynnik 1,50 [38].

Obciążenie technologiczne może również wystąpić w postaci siły skupionej  $Q$  (rys. 4.2). Jest ono warunkowane ciężarem ewentualnego żurawia montażowego lub innej maszyny umieszczonej na końcu wspornika. Nie można wykluczyć stosowania na całym obiekcie tylko jednej przejezdnej maszyny, stale zmieniającej swe położenie, tym samym oddziałującej niesymetrycznie na ustrój. Zakłada się, że ciężar maszyny jest znany. W braku innych danych przyjmuje się od 50 do 150 kN, [5, 28].



Rys. 4.2. Model obciążenia technologicznego.

Zgodnie z normą [38] do ciężaru maszyn roboczych stosuje się współczynnik dynamiczny równy 1,40, jeżeli nie ma innych udokumentowanych danych.

Obciążenie podpory tymczasowej powodowane przez tę maszynę mnoży się przez współczynnik obciążenia 1,50 [38].

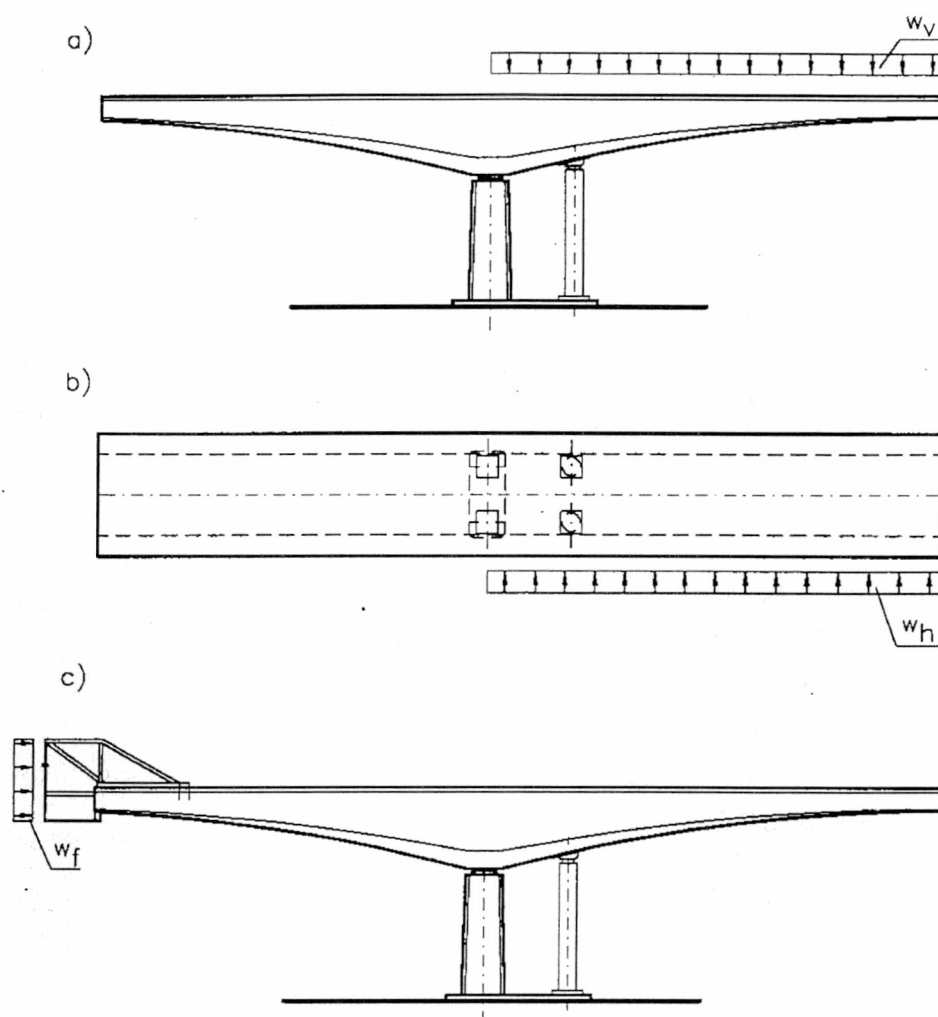
#### 4.2.3. Obciążenie wiatrem

Rozpatrując możliwość utraty stateczności ustroju wspornikowego, zakłada się wystąpienie unoszenia (dociążenia) jednej strony wahadła oraz ewentualny obrót w płaszczyźnie poziomej (rys. 4.3) [2, 5, 28, 29]. Ekwiwalentem obciążenia wiatrem powodującego unoszenie może być obciążenie  $w_v$  pionowe, równomiernie rozłożone na jednym wsporniku. Jego wartość jest zależna od ukształtowania konstrukcji i warunków przyrodniczych. Przykładowo, na podstawie badań modelowych mostu Gennevilliers we Francji, wartość ekwiwalentnego obciążenia (unoszenia) ustalono na  $0,40 \text{ kN/m}^2$  rzutu pomostu [28]. Najbardziej niekorzystny kąt napływu powietrza wynosił  $120^\circ$  w stosunku do osi mostu. (Modelowanie dotyczyło nie tylko samego mostu ale i otoczenia, tzn. koryta rzecznej z wodą, zbocza wzgórza, istniejącego wysokiego budynku itd.). W przypadku mostu Gateway w Australii skoncentrowano się na aerodynamicznym współczynniku siły poprzecznej  $C_y$  (unoszenia), który w zależności od kąta natarcia wynosił od około 0,10 dla kierunku wiatru zgodnego z kierunkiem osi mostu do około 0,50 dla kierunku prostopadłego [29].

Wiatr wywołuje także obciążenia poziome. I tak, aerodynamiczne współczynniki oporu dla mostu Gateway wynosiły od około 0,90 dla kąta natarcia względem osi mostu równego  $45^\circ$  do około 1,40 dla kąta  $110^\circ$  [29]. Podobną wartość podano w wytycznych CECM [43] i referacie [16]. Jednocześnie istotnym zagadnieniem jest nierównomierność oddziaływania na oba wsporniki. W przypadku budowy mostu Gateway przyjęto, że stosunek parcia wiatru na jeden wspornik do parcia na drugi może wynosić 0,6 [29], co miało stanowić przyczynę hipotetycznego obrotu na podporach w płaszczyźnie poziomej.

Osobno rozpatruje się parcie  $w_f$  wiatru na urządzenia formujące i deskowania, które są zależne od indywidualnych rozwiązań.

Obciążenie podpór tymczasowych spowodowane działaniem wiatru zgodnie z polską normą [38] należy mnożyć przez współczynnik obciążenia równy 1,30.



Rys. 4.3. Model obciążenia wiatrem: a) dociążenie prawego wspornika, b) działanie „obrotowe” w płaszczyźnie poziomej, c) parcie od czoła wahadła.

#### 4.3. Ciężar urządzeń formujących i nierównomierny postęp robót

Ciężar urządzeń formujących powinien być uwzględniony w analizie bezpieczeństwa ustroju w przypadku, gdy przewiduje się ich niesymetryczne położenie lub stosowanie tylko jednego, przejezdnego urządzenia. Ciężar urządzeń formujących powinien być ustalony indywidualnie, w porozumieniu z ich dostawcą. Ciężar części segmentu ustala się na podstawie jego wymiarów.

Przy ustalaniu obciążenia podpór tymczasowych spowodowanego wymienionymi czynnikami, ciężar urządzeń formujących w myśl normy [38] należy mnożyć przez współczynnik obciążenia 1,50, a ciężar segmentu (lub jego części) - przez współczynnik 1,20, z uwzględnieniem większego ciężaru świeżej mieszanki betonowej.

#### 4.4. Obciążenia wyjątkowe

Do obciążeń wyjątkowych należy zaliczyć rezultat upadku jednego urządzenia formującego oraz upadku w czasie montażu segmentu prefabrykowanego [28].

Obciążenie podpory tymczasowej wywołane nieprzewidzianym, awaryjnym brakiem ciężaru jednego segmentu i urządzenia formującego mnoży się zwykle przez współczynnik dynamiczny równy 2,00 [28] oraz przez współczynniki obciążenia, stosownie do rodzaju czynników sprawczych.

#### 4.5. Obciążenia podpory tymczasowej i sprawdzanie nośności

Sprawdzenie nośności podpory tymczasowej przeprowadza się według metod standardowych według przyjętego układu obciążeń. (Upadek urządzeń formujących traktuje się jako obciążenie wyjątkowe). Wymienione powyżej obciążenia traktuje się jako działające jednocześnie. Zastosowanie mają współczynniki powszechnie stosowane w obliczeniach konstrukcji [37, 38]. Obciążenia opisane w niniejszym rozdziale zestawiono w tablicy 4.2.

Tablica 4.2.

**Zestawienie zasadniczych obciążeń**

| Rodzaj obciążenia i oznaczenie     | Wartość                                     | Współczynnik obciążenia według PN-85/S-10030 |
|------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Asymetria ciężaru własnego $g_n/g$ | 2 ÷ 5% (10%)                                | 1,20                                         |
| Obciążenie technologiczne $q$      | 0,30 ÷ 0,50 kN/m <sup>2</sup> <sup>1)</sup> | 1,50                                         |
| $Q$                                | 50 ÷ 150 kN <sup>2)</sup>                   | 1,50                                         |
| Obciążenie wiatrem $w$             | 0,20 ÷ 0,50 kN/m <sup>2</sup> <sup>3)</sup> | 1,30 <sup>4)</sup>                           |
| Ciężar urządzeń formujących $G_T$  | indywidualnie                               | 1,50 <sup>4)</sup>                           |

<sup>1)</sup> - większe wartości dla węższych pomostów, <sup>2)</sup> - większe wartości dla dłuższych wsporników, <sup>3)</sup> - podano jako przykładowe, na 1 m<sup>2</sup> pomostu, <sup>4)</sup> - zależnie od rozpatrywanego układu obciążeń.

Wszystkie opisane obciążenia powodują moment obracający wykonywany dźwigar względem podpory stałej. Moment ten powinien być zrównoważony przez oddziaływanie podpory tymczasowej. W istocie, w obydwu podporach powstaje para sił. Do decyzji projektanta pozostawia się optymalizację zadania w zakresie doboru ramienia sił, czyli odległości wzajemnej obu podpór. Zwiększenie odległości pomiędzy podporami pozwala zmniejszyć obliczeniowe wartości sił, ale jednocześnie zwiększają się rozmiary fundamentu (wspólnego dla podpory stałej i tymczasowej) oraz zwiększa się długość segmentu startowego, opartego na obydwu podporach.



Przytoczone wartości obciążeń wynikają w większości z doświadczenia i intuicji. Mają one charakter arbitralny, szczególnie w przypadku obciążenia związanego z nierównomiernym rozkładem ciężaru własnego. W szczególności, literalna interpretacja polskiej normy [38] prowadzi, jak się wydaje, do przewymiarowania zarówno podpory tymczasowej jak i fundamentu. Przeprowadzona dalej (rozdział 7) analiza zagadnienia pozwala uzasadnić tę hipotezę.

## 5. METODY NIEZAWODNOŚCIOWE W ANALIZIE PODPARĆ TYMCZASOWYCH

### 5.1. Współczesne metody niezawodnościowe

#### 5.1.1. Uwagi ogólne

Przedmiotowe zagadnienie należy w istocie do problematyki niezawodności konstrukcji. Szczególnie asymetria obciążenia dźwigara wykonywanego metodą wspornikową ma charakter losowy. W związku z tym zastosowanie znajdują metody niezawodnościowe.

Zagadnienia niezawodnościowe zwykle mogą być opisane przy pomocy tzw. funkcji stanu granicznego  $g(\mathbf{x})$ . Argument  $\mathbf{x}$  funkcji  $g$  jest wektorem losowym  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  składającym się z podstawowych zmiennych losowych, definiujących obciążenia, cechy materiałów, parametry geometryczne itd. Funkcja  $g(\mathbf{x})$  jest zdefiniowana w następujący sposób:

$$g(\mathbf{x}) = \begin{cases} > 0 & \text{stan bezpieczny konstrukcji} \\ < 0 & \text{stan awarii} \end{cases} \quad (5.1)$$

Hiperpowierzchnia  $g(\mathbf{x}) = 0$  jest zwykle nazywana powierzchnią stanu granicznego.

Zadanie niezawodnościowe można rozwiązywać metodami dwóch poziomów:

- *poziomu drugiego*, gdzie nie korzysta się z postaci rozkładów prawdopodobieństwa poszczególnych zmiennych losowych, a jedynie z ich dwóch pierwszych charakterystyk momentowych, tj. wartości oczekiwanej (średniej) i wariancji; miarą niezawodności jest wskaźnik niezawodności  $\beta$ ;
- *poziomu trzeciego*, w których uwzględnia się pełną informację o parametrach losowych podaną przez ich rozkłady prawdopodobieństwa; wtedy miarą niezawodności jest prawdopodobieństwo awarii  $p_f$  lub odpowiadający mu wskaźnik niezawodności  $\beta_G$ . [3, 30, 49].

Wskaźnik niezawodności  $\beta$  wyraża się niewielkimi liczbami rzeczywistymi, dodatnimi. Jego wartość jest równa przeciętnie od 3 do 5, dla większości budowli. Wymagana wartość wskaźnika wynika z akceptowanego *a priori* prawdopodobieństwa awarii budowli i jest związana z jej znaczeniem i zakresem ewentualnych strat lub z mechanizmem zniszczenia.

W tablicy 5.1 zestawiono akceptowane prawdopodobieństwa awarii  $p_f$  i odpowiadające im wskaźniki niezawodności  $\beta$  w zależności od mechanizmu zniszczenia i rozmiarów szkód [31, 32, 39]. Z kolei w tablicy 5.2. zestawiono akceptowane maksymalne prawdopodobieństwa awarii i odpowiadające im wskaźniki niezawodności dla różnych

rodzajów budowli [32]. Tablicę 5.2, opracowaną w latach sześćdziesiątych, przytoczono w celach informacyjnych. Współczesne technologie i rozmiary obiektów, również mostowych, wymusiły weryfikację wymaganych poziomów bezpieczeństwa. W przypadku budowy dużych, kosztownych przepraw mostowych przyjmuje się nadal dość wysokie wskaźniki bezpieczeństwa. Dla mostu Northumberland w Kanadzie przyjęto wskaźnik bezpieczeństwa ustroju nośnego równy 4,0 [17].

Tablica 5.1

**Wskaźniki bezpieczeństwa, konsekwencje i mechanizm zniszczenia**

| Mechanizm zniszczenia                             | Konsekwencje zniszczenia |         |           |         |           |         |
|---------------------------------------------------|--------------------------|---------|-----------|---------|-----------|---------|
|                                                   | nieznaczne               |         | znaczne   |         | dotkliwe  |         |
|                                                   | $p_f$                    | $\beta$ | $p_f$     | $\beta$ | $p_f$     | $\beta$ |
| Zniszczenie ciągłe ze wzmocnieniem pozasprężystym | $10^{-3}$                | 3,1     | $10^{-4}$ | 3,7     | $10^{-5}$ | 4,2     |
| Zniszczenie ciągłe bez wzmocnienia                | $10^{-4}$                | 3,7     | $10^{-5}$ | 4,2     | $10^{-6}$ | 4,7     |
| Zniszczenie kruche lub niestateczność             | $10^{-5}$                | 4,2     | $10^{-6}$ | 4,7     | $10^{-7}$ | 5,2     |

Tablica 5.2

**Wskaźniki bezpieczeństwa, rodzaje budowli**

| Rodzaj budowli                                                                   | $\beta$ | $p_f$     |
|----------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------|
| Zapory wodne i inne konstrukcje o katastrofalnych konsekwencjach zniszczenia     | 4,7     | $10^{-6}$ |
| Mosty, budynki użyteczności publicznej                                           | 4,2     | $10^{-5}$ |
| Budynki mieszkalne i przemysłowe                                                 | 3,7     | $10^{-4}$ |
| Magazyny, schrony, rusztowania; konstrukcje wsporcze linii elektroenergetycznych | 3,1     | $10^{-3}$ |
| Drugorzędne elementy budowli                                                     | 2,6     | $10^{-2}$ |

**5.1.2. Metoda poziomu drugiego**

Metoda poziomu drugiego, opisana szczegółowo w monografiach [30, 31, 32], korzysta, jak to już wyżej wspomniano, jedynie z dwóch pierwszych momentów statystycznych występujących w zadaniu zmiennych losowych. Jako jeden z możliwych stosuje się wskaźnik niezawodności Cornella, który obliczany jest ze wzoru:

$$\beta_c = \frac{E[Z]}{\sqrt{Var[Z]}} \quad (5.2)$$

gdzie  $Z$  jest funkcją marginesu bezpieczeństwa,  $E[Z]$  jest wartością oczekiwaną,  $Var[Z]$  jest wariancją zmiennej losowej  $Z$ . W przypadku, gdy zależność  $Z$  od zmiennych losowych nie jest liniowa, stosuje się rozwinięcie Taylora wokół wartości oczekiwanych poszczególnych zmiennych, przeważnie z dokładnością do wyrazu liniowego.

### 5.1.3. Metoda poziomu trzeciego

Jako miary niezawodności używa się prawdopodobieństwa awarii:

$$p_f = \int_{\{Z(x)<0\}} f_x(x) dx \quad (5.3)$$

Tutaj  $f_X$  oznacza wielowymiarową łączną gęstość prawdopodobieństwa wektora losowego  $X$ . W większości przypadków wartość  $p_f$  jest bardzo trudna do wyznaczenia. Dlatego stosuje się metody przybliżone, np. FORM (FIRST-ORDER RELIABILITY METHOD) i SORM (SECOND-ORDER RELIABILITY METHOD) [21, 42]. W celu wyznaczenia prawdopodobieństwa  $p_f$ , według FORM lub SORM, transformuje się zmienne  $X$  w przestrzeń normalną, standardową  $Y$  z niezależnymi składowymi:

$$Y = Y(X) \quad (5.4)$$

Istnienia takiej transformacji dowiódł Rosenblatt [44]. Odpowiednio, transformacji (w przestrzeń normalną) podlega powierzchnia stanu granicznego  $Z(x) = 0$ :

$$Z(\mathbf{x}(\mathbf{y})) \equiv \tilde{Z}(\mathbf{y}) = 0 \quad (5.5)$$

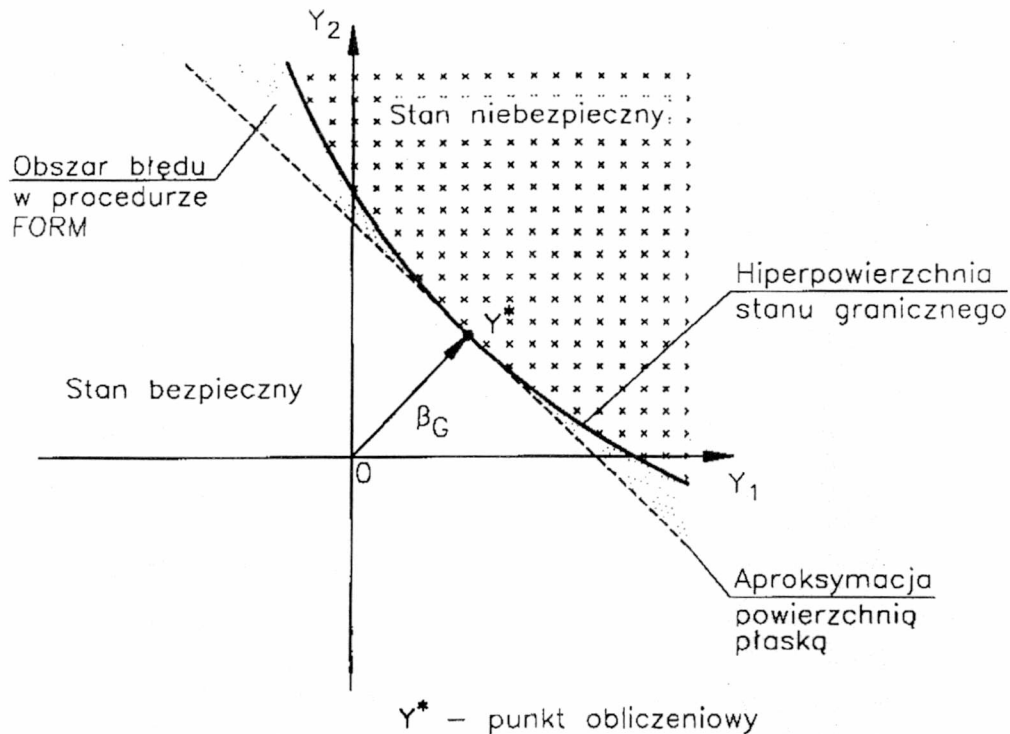
Tak więc, prawdopodobieństwo awarii jest równe

$$p_f = \int_{\{\tilde{Z}(\mathbf{y})<0\}} \phi(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad (5.6)$$

gdzie  $\phi$  jest rozkładem gęstości prawdopodobieństwa standaryzowanego rozkładu normalnego wektora  $Y$ . Obliczenie tej całki może być bardzo trudne lub niemożliwe, chyba że  $\tilde{Z}$  jest funkcją liniową (hiperpłaszczyzna wielowymiarowa). Dwie ważne cechy wielowymiarowego normalnego rozkładu standaryzowanego decydują o stosowaniu transformacji w przestrzeń normalną. Pierwszą jest symetria obrotowa standaryzowanego rozkładu normalnego gęstości prawdopodobieństwa względem początku układu współrzędnych. Ponadto, standaryzowany rozkład normalny  $\phi$  wykazuje eksponencjalny spadek wartości funkcji z kwadratem odległości od początku układu współrzędnych. Tak więc, największy udział do  $p_f$  wnosi otoczenie tego punktu na powierzchni stanu granicznego, który jest najbliżej początku układu współrzędnych. W metodzie FORM (rys. 5.1), powierzchnia stanu granicznego w standaryzowanej przestrzeni normalnej jest zastępowana hiperpowierzchnią styczną  $\nabla \tilde{Z}(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) = 0$  w punkcie  $\mathbf{y}^*$ , przy minimalnej odległości od początku układu współrzędnych (tzw. punkt obliczeniowy), a prawdopodobieństwo awarii jest szacowane jako:

$$p_f \approx \int_{\{\nabla \tilde{Z}(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*)<0\}} \phi(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = \Phi_0(-\beta), \quad (5.7)$$

gdzie  $\beta$  ( $\beta_G$ ) jest najmniejszą odległością od początku układu, a  $\Phi_0$  oznacza jednowymiarową funkcję dystrybucyjną standaryzowanego rozkładu normalnego.



Rys. 5.1. Schemat metody SORM i FORM

W metodzie SORM, powierzchnia stanu granicznego jest przybliżana powierzchnią drugiego stopnia w otoczeniu punktu obliczeniowego  $y^*$ , co pozwala na lepsze uwzględnienie krzywizny powierzchni stanu granicznego, a prawa strona równania (5.7) jest mnożona przez współczynnik korekcyjny, pozwalający uzyskać wartość  $p_{f \text{ SORM}}$ . Wówczas, modyfikowany wskaźnik niezawodności  $\beta_{G \text{ SORM}}$  może być obliczony z równania:

$$\beta_{G \text{ SORM}} = -\Phi_0^{-1}(p_{f \text{ SORM}}) \quad (5.8)$$

Najważniejszym problemem w metodach FORM i SORM jest wyznaczenie minimalnej odległości do punktu  $y^*$ , tj. punktu obliczeniowego. Tak więc problem optymalizacji może być sformułowany następująco:

minimal  $\|y\|$ , pod warunkiem  $Z(y) = 0$ , gdzie  $\| \cdot \|$  oznacza normę euklidesową.

Opracowano kilka algorytmów dla rozwiązania tego problemu [26]. W najbardziej efektywnych, używa się wektora gradientowego  $\nabla_y Z$  funkcji stanu granicznego. W celu zastosowania metod FORM lub SORM należy przygotować kompletną informację probabilistyczną o wektorze losowym  $X$ , tj. muszą być znane rozkłady gęstości prawdopodobieństwa. Wpływ poszczególnych parametrów na wskaźnik niezawodności  $\beta$  może być określony przez współczynniki wrażliwości  $\alpha_i$ :

$$\alpha_i = \frac{1}{\|\mathbf{y}^*\|} \left. \frac{\partial \beta}{\partial y_i} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^*} \quad (5.9)$$

gdzie pochodne cząstkowe oblicza się po współrzędnych  $y_1, \dots, y_n$  w standaryzowanej przestrzeni normalnej. W przypadku stochastycznie niezależnych zmiennych  $X_1, X_2, \dots, X_n$  współczynniki  $\alpha_i$  mogą być interpretowane jako miara wpływu poszczególnych losowych wielkości fizycznych.

## 5.2. Probabilistyczna charakterystyka obciążeń

### 5.2.1. Modelowanie probabilistyczne

W celu zastosowania metod niezawodnościowych w analizie bezpieczeństwa, konieczna jest znajomość parametrów probabilistycznych czynników składowych funkcji stanu granicznego. W przypadku analizy stateczności położenia dźwigara betonowego wykonywanego metodą wspornikową, do najważniejszych czynników losowych należą obciążenia związane z odchyłkami ciężaru własnego, obciążenia technologiczne oraz obciążenie wiatrem. Losowa jest także nośność podparć tymczasowych, choć nie jest ona specyficzna dla nawisowej technologii wznoszenia mostów. Modelowanie probabilistyczne polega na określeniu rozkładów prawdopodobieństwa tych obciążeń, ze względu na oddziaływanie na podporę tymczasową i fundament. W przypadku metod poziomu drugiego wystarczające jest określenie dwóch pierwszych momentów rozkładów. W przypadku metod poziomu trzeciego potrzebna jest pełna informacja o rozkładach. Obciążenia probabilistyczne są wykorzystywane w budowie schematów statycznych służących sformułowaniu stanu granicznego. Modele probabilistyczne są budowane na podstawie badań odpowiednich obciążeń.

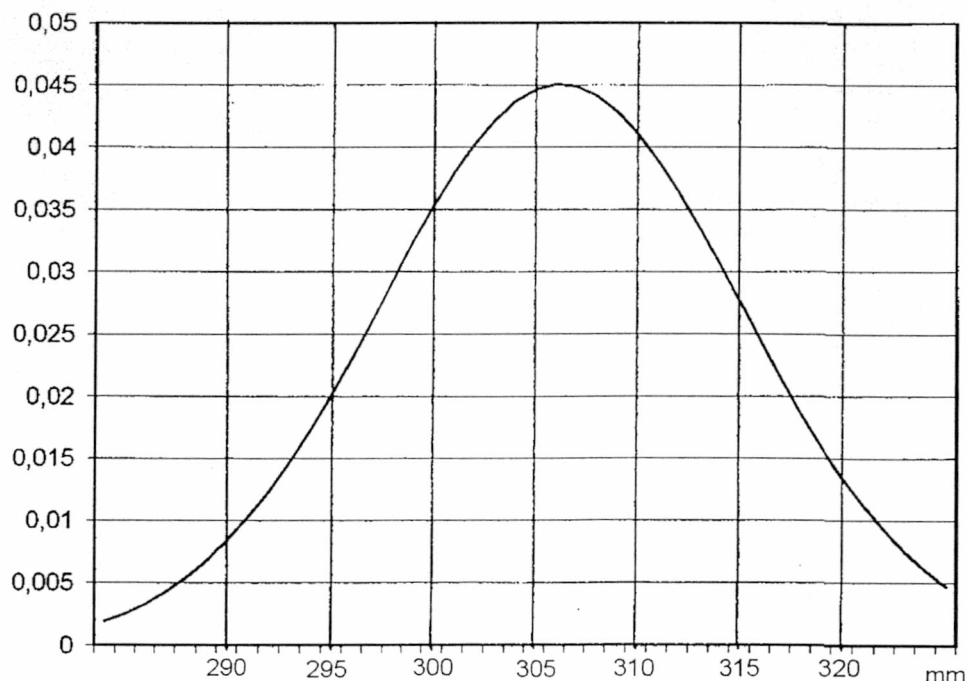
### 5.2.2. Ciężar własny

Modelowanie probabilistyczne ciężaru własnego polega na ustaleniu charakteru zmienności wymiarów przekroju poprzecznego lub objętości segmentu oraz zmienności ciężaru objętościowego betonu wbudowanego w dźwigar główny. Konieczne są więc dane statystyczne dotyczące tych zmiennych. Przyjmować można również założenie, że zmienność ciężaru własnego jest związana jedynie z odchyłkami wymiarów, a ciężar objętościowy jest ustalony w sposób deterministyczny [9]. Pole przekroju poprzecznego jest sumą pól przekroju wszystkich elementów składowych, tzn. obu ścian i płyt. Postuluje się, iż zmienność pola przekroju dźwigara wykonywanego metodą betonowania nawisowego może być opisana przez rozkład normalny [9, 41]. Postulat ten wynika z pomiarów szeregu mostów betonowych

prowadzonych w trakcie ich budowy lub rozbiórki. Wyniki badań własnych (p. rozdział 6) są tego potwierdzeniem.

Model dotyczący odchyłek wymiarów przekroju poprzecznego może być typu dyskretnego lub typu ciągłego. Pierwszy dotyczy opisu zmienności pola przekroju kolejnych segmentów lub ich elementów składowych (płyt, ścian), a drugi zmienności pola przekroju dźwigara w dowolnym miejscu. Model dyskretny w istocie służy do opisu zmienności objętości kolejnych segmentów, a model ciągły opisuje jednocześnie zmienność objętości całego dźwigara. W przypadku zmiennej wysokości dźwigara, w pierwszym przypadku można wysokość zdyskretyzować, w drugim przypadku wprowadza się odpowiednie algorytmy w celu uwzględnienia tej zmienności. Długi ciąg możliwych pól przekrojów uzyskuje się niejednokrotnie stosując metodę symulacji Monte Carlo [9, 24, 27]. Oba modele prowadzą do zdefiniowania rozkładów prawdopodobieństwa wystąpienia odchyłek objętości segmentów lub dźwigara o różnych wartościach.

Na rysunku 5.2 przedstawiono - jako przykład - model rozkładu prawdopodobieństwa grubości płyty pomostowej mostu budowanego metodą wspornikową. Jako model przyjęto funkcję rozkładu normalnego o wartości średniej 306,21 mm i odchyleniu standardowym 8,85 mm. Grubość płyty według projektu wynosiła 300 mm.



Rys. 5.2. Model probabilistyczny rozkładu grubości płyty pomostowej.

Wykorzystano przy tym wyniki pomiarów własnych (rozdział 6). Na osi odciętych naniesiono wartości zmierzonych grubości w milimetrach, a na osi rzędnych wartości funkcji gęstości.

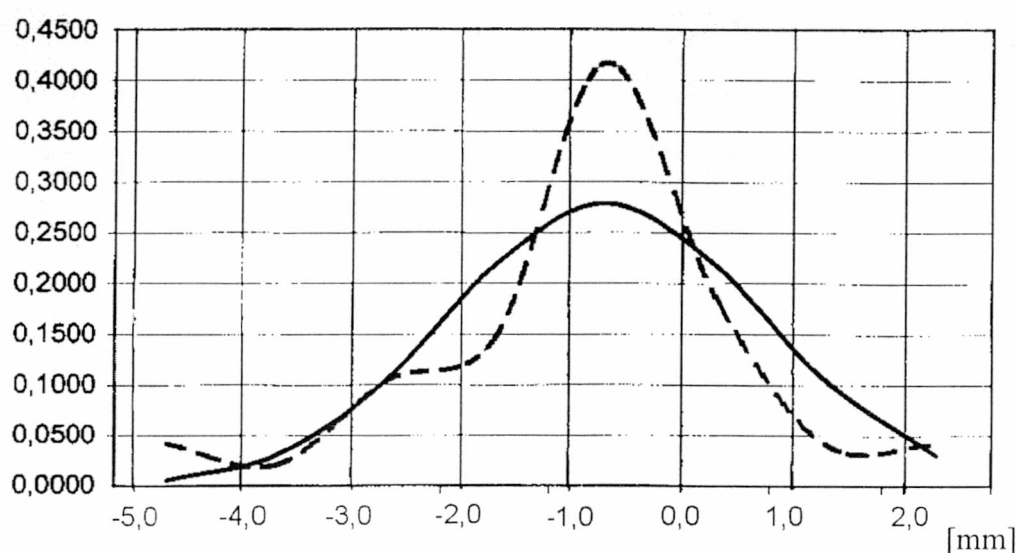


Podobne modele przyjęto dla pozostałych wymiarów przekroju poprzecznego. Przynależne współczynniki zmienności podano także w rozdziale 6.

W przypadku uwzględniania zmienności ciężaru objętościowego betonu, przygotowuje się model definiujący rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia różnych wartości ciężaru. Jest to zwykle rozkład normalny. Wtedy ciężar, jako wielkość fizyczną i zmienną losową uzyskuje się mnożąc losową objętość przez losowy ciężar objętościowy. W przypadku, gdy obie zmienne mają rozkłady normalne o niewielkich wariancjach, otrzymany w wyniku ciężar elementów dźwigara opisany jest w przybliżeniu także przez rozkład normalny.

Na podstawie badań odchyłek wymiarów elementów segmentów mostów w Opolu i w Toruniu przyjęto założenie o normalnym rozkładzie ich objętości. Ustalono, że współczynniki zmienności objętości mogą wynosić od 1,6 do 1,8% (Załącznik nr 3).

Podobne parametry rozkładów uzyskano z pomiarów rzeczywistych objętości segmentów wykonywanych nawisowo na moście Gateway w Brisbane w Australii [29, 54]. Wyniki pomiarów zanalizowano w rozdziale 6 niniejszej pracy i ustalono, że zmienność objętości może być opisana przez rozkład normalny lub beta. Przyjmując jako zmienną losową procentową odchyłkę objętości od projektowanej, ustalono, że wartość średnia odchyłki wynosi -0,69, a odchylenie standardowe 1,43 punktu procentowego. Na rysunku 5.3 przedstawiono teoretyczny rozkład normalny – prawdopodobieństwa – (linia ciągła) i rozkład empiryczny – częstości (linia przerywana).



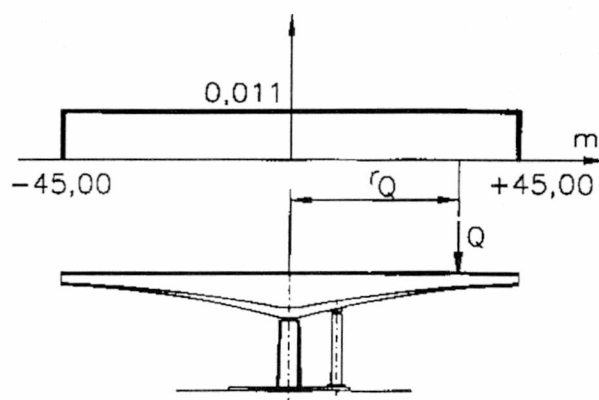
Rys. 5.3. Model probabilistyczny rozkładu odchyłek objętości segmentów (linia ciągła) uzyskany na podstawie pomiarów objętości betonu w segmentach (linia przerywana) w moście Gateway w Brisbane [29, 54].

### 5.2.3. Obciążenia technologiczne

Wierne modelowanie probabilistyczne obciążeń technologicznych napotyka znaczne trudności. Wynikają one przede wszystkim z niepowtarzalnego charakteru obciążenia w każdym przypadku. O ile w łatwy sposób można określić ciężar sprzętu zgromadzonego na końcu wsporników, o tyle trudno jest ustalić rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia konkretnych wartości tego ciężaru. Stosowane modele sprowadzają się do ustalenia zastępczego obciążenia losowego, równomiernie rozłożonego na całej powierzchni pomostu jednego wspornika. Drugim stosowanym modelem jest siła skupiona, o zmiennym położeniu na powierzchni pomostu. Siła ta ma ustaloną wartość, reprezentuje ciężar maszyny roboczej, użytkowanej w czasie robót. Maszyną tą może być wózek widłowy do transportu betonu, żuraw samojezdny, ładowarka lub inne urządzenie specjalistyczne. Pojedyncza siła skupiona może też w pewnym stopniu modelować urządzenie stosowane do betonowania, np. przestawiany rurociąg. Podejście to wydaje się być bardziej racjonalnym, niż uwzględnianie jednostronnego obciążenia równomiernie rozłożonego o probabilistycznie zmiennej wartości.

Wartość siły skupionej może być sparametryzowana, a jej położenie można modelować rozkładem równomiernym (prostokątnym) na całej długości dźwigara.

Przykładowy graficzny obraz funkcji rozkładu prawdopodobieństwa opisującej położenie siły skupionej na powierzchni pomostu pokazano na rysunku 5.4. Jest to rozkład równomierny (prostokątny) na przedziale  $[-45; 45]$  m. Wartość funkcji gęstości jest w każdym punkcie taka sama i wynosi 0,011. Odchylenie standardowe wynosi 26,0 m.



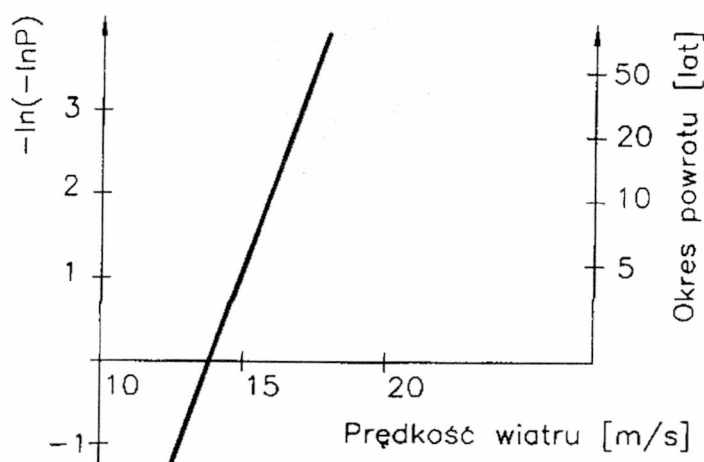
Rys. 5.4. Model rozkładu prawdopodobieństwa położenia siły ruchomej na pomoście.

### 5.2.4. Obciążenie wiatrem

Model probabilistyczny obciążenia wiatrem należy w przedmiotowym zagadnieniu rozpatrywać w dwóch aspektach:

- prędkości wiatru, związanej bezpośrednio z siłami aerodynamicznymi działającymi na dźwigar,
- różnicy oddziaływań na obu wspornikach, prowadzącej do powstania wypadkowego momentu obracającego (rys. 4.3).

Modelowanie probabilistyczne prędkości wiatru było przedmiotem szeregu prac [1, 13, 14, 15, 47, 57, 58, 59]. Celem analiz w tym przypadku jest ustalenie rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnej prędkości wiatru mogącej się pojawić w czasie wznoszenia dźwigara. Rozkłady ogólne (macierzyste) prędkości wiatru są mniej istotne, gdyż małe prędkości nie są decydujące. Ze względu na roczny cykl zjawisk pogodowych przyjmuje się za okres próbny 1 rok. Następnie, dysponując szeregiem zapisów prędkości maksymalnej z okresów jednorocznych, ustala się rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia konkretnej (maksymalnej) prędkości w aktualnym roku (rys. 5.5). Warto zauważyć, że okres ten jest równy przeważnie czasowi wznoszenia dźwigara (jeden sezon budowlany). W przypadku dłuższego pozostawienia dźwigara na podporze tymczasowej ulegnie zmianie wartość modalna prędkości maksymalnej wiatru. Rozkładem prędkości maksymalnej jest przeważnie rozkład Gumbela. Dysponując określonym rozkładem prawdopodobieństwa prędkości wiatru, otrzymuje się rozkład prawdopodobieństwa obciążenia, zakładając bezpośrednią zależność między kwadratem prędkości a obciążeniem.



Rys. 5.5. Typowy rozkład prawdopodobieństwa maksymalnej prędkości wiatru [1]. Przez  $P$  oznaczono prawdopodobieństwo wystąpienia konkretnej wartości prędkości w ciągu jednego roku. Po prawej stronie naniesiono jednocześnie skalę odpowiadających okresów powrotu.

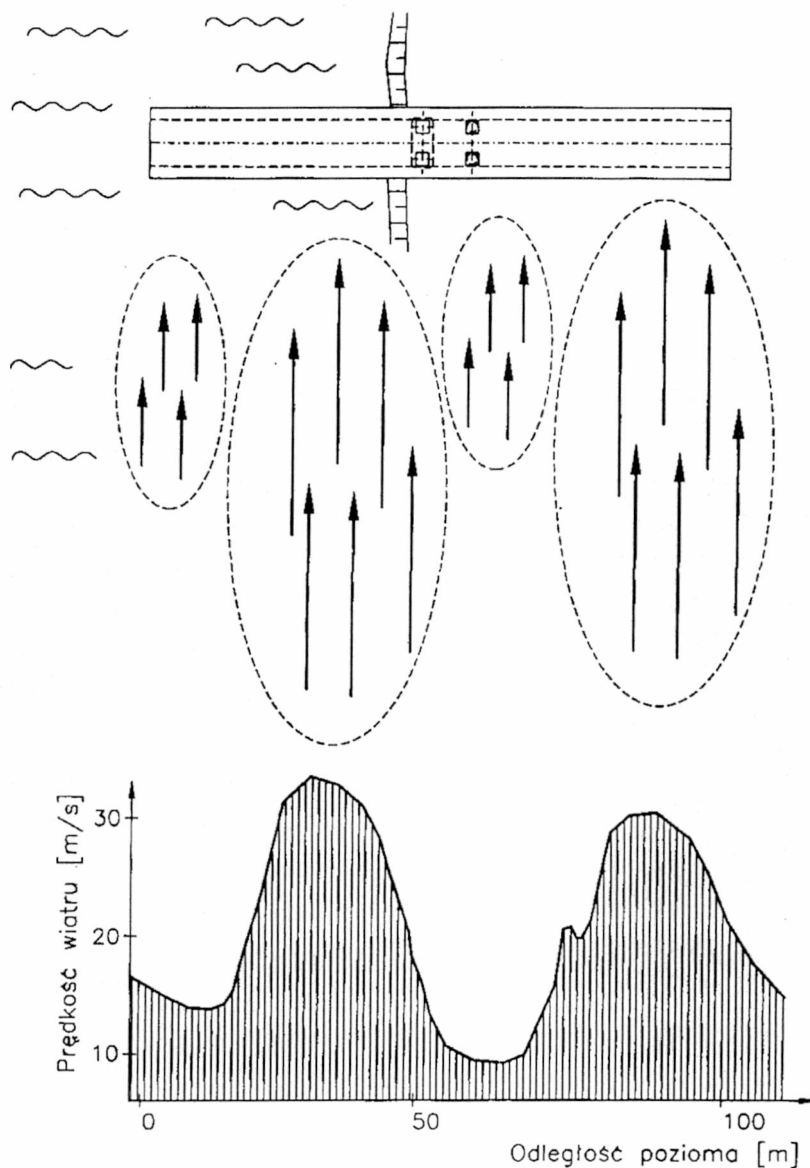
Drugim, mniej zbadanym zagadnieniem, jest ocena nierównomierności oddziaływania wiatru na oba symetryczne wsporniki. W przypadku wiatru wiejącego prostopadle do osi

mostu decydujące znaczenie ma, jak się wydaje, ukształtowanie i zagospodarowanie terenu w rejonie budowy. Może się zdarzyć, że jeden ze wsporników jest osłonięty (drzewami, budynkami), a drugi wyeksponowany na działanie wiatru nad korytem rzeki. Podjęcie decyzji o zróżnicowaniu oddziaływań wymaga więc podejścia indywidualnego. Ponadto niebagatelny wpływ na efektywne obciążenie dźwigara ma jego usytuowanie względem kierunków świata. Wiadomo bowiem, że wiatry najsilniejsze wieją przeważnie z tego samego kierunku. Na terenie Polski wyraźny wpływ warunków lokalnych ujawnia się szczególnie wyraźnie w przypadku rozległych przełęczy górskich, dużych dolin rzecznych i sąsiedztwa otwartego morza. Na podstawie wieloletnich pomiarów przygotowuje się tzw. probabilistyczne róże wiatrów [59, 60].

W przypadku terenu zupełnie otwartego i płaskiego, można analizować nierównomierność oddziaływania wiatru wynikającą z przetrzenno-czasowego rozkładu jego porywów. Przyjmuje się, że wiatr wieje z jednakową prędkością tylko w pewnym obszarze otaczającej przestrzeni, którego rozmiary są zależne od przyjętego czasu uśredniania i prędkości wiatru [59]. Obszary te mają postać elips, w których wektory prędkości wiatru są podobne. W przypadku, gdy taki obszar ma rozmiar porównywalny z długością jednego wspornika, może wystąpić niesymetryczne obciążenie dźwigara, prowadzące do jego obrotu. Biorąc pod uwagę masę wahadła i tłumienie podpory tymczasowej oraz otaczającego środowiska, można oszacować, że niezbędny czas stałego oddziaływania wiatru, potrzebny do wywołania realnego obciążenia podparć tymczasowych wynosi co najmniej 10 s (Załącznik nr 2). Czasowi temu odpowiada rozmiar elipsy jednakowej prędkości wiatru około 30 metrów przy prędkości średniej około 20 m/s. Innymi słowy, poryw wiatru o prędkości średniej 20 m/s ogarnie w czasie 10 s przestrzeń o rozległości poziomej nie większej niż 30 m [59]. Jest to wartość porównywalna choć mniejsza od długości przeciętnego wspornika. W związku z tym na całej długości dźwigara wystąpi intensywne oddziaływanie jedynie na ograniczonym jego odcinku. Na rysunku 5.6 przedstawiono hipotetyczne elipsy jednakowych prędkości wiatru i jednocześnie wykres przestrzenny prędkości chwilowej. Na rysunku mniejszy wymiar elipsy wynosi około 30 m, a długość wspornika jest równa około 50 m.

Probabilistyczny opis niesymetrycznego charakteru oddziaływania wiatru na dźwigar wznoszony metodą wspornikową jest więc wielowątkowy. W praktyce sposób ustalenia asymetrii oddziaływania jest deterministyczny, a za czynnik losowy uważa się bezpośrednio prędkość wiatru.

W ujęciu niniejszym żaden ze wsporników nie może być uprzywilejowany. W modelu probabilistycznym zakłada się więc, że przyłożone na przyjętym kierunku obciążenie może działać zarówno ze znakiem ujemnym jak i dodatnim.



Rys. 5.6. Widok z góry na ukończone wahadło zlokalizowane na brzegu rzeki. Na rysunku przedstawiono hipotetyczne elipsy zbliżonej prędkości wiatru. W dolnej części rysunku przedstawiono wykres prędkości chwilowej wiatru w ujęciu przestrzennym.

### 5.2.5. Obciążenia wyjątkowe

Opis probabilistyczny obciążeń wyjątkowych, do których zalicza się zwykle upadek urządzeń formujących, polega na ustaleniu prawdopodobieństwa wystąpienia takiego zdarzenia. Prawdopodobieństwo to zależne jest od technologii kotwienia i przemieszczania

urządzeń formujących. Zaostrzenie reżimu technologicznego powinno skutkować zmniejszeniem prawdopodobieństwa wypadku. Jakkolwiek, wypadek taki jest bardzo mało prawdopodobny, można przyjąć, że prawdopodobieństwo to jest równe częstości zanotowanych zdarzeń. Trzeba podkreślić, że utrudniony dostęp do ewentualnych opisów takich awarii może być związany z chęcią ukrycia przez wykonawców niepowodzeń świadczących o ich nieuwadze czy obniżeniu reżimu technologicznego. Oszacowaną częstość wystąpienia obciążenia wyjątkowego można potraktować jako prawdopodobieństwo wystąpienia siły o przyjętej wartości i położeniu.

### 5.3. Potencjalne stany graniczne

Stateczność położenia dźwigara wykonywanego metodą nawisową może być oceniona w sensie niezawodnościowym po uprzednim zdefiniowaniu stanu granicznego. W stanie granicznym może być ujęta nośność podpory tymczasowej lub może być ona pominięta. W pierwszym przypadku analizie podlegają siły działające na podporę tymczasową, w świetle jej nośności [40, 41]; w drugim przypadku rozpatruje się położenie wypadkowej sił działających na dźwigar, przyjmując za warunek graniczny niewystąpienie reakcji ujemnych na podporach lub ich ograniczenie, szczególnie w razie stosowania jednej podpory tymczasowej, sprężonej [9].

Stan graniczny nośności podpory tymczasowej i jednocześnie stateczności dźwigara wykonanego metodą wspornikową jest przedmiotem obliczeń zamieszczonych w rozdziale 7 niniejszej pracy. Dla rozpatrywanego tam zadania w etapie pierwszym przyjęto następującą postać funkcji marginesu bezpieczeństwa (rys. 5.7):

$$Z(\mathbf{x}) = Z(M_r, V_1, \dots, V_n, D_1, \dots, D_n, r_1, \dots, r_n, r_Q, Q) = M_r - \left( \sum_{i=1}^n V_i D_i r_i + Q r_Q \right) \quad (5.10)$$

gdzie:

$n$  - liczba segmentów dźwigara głównego,

$V_i$  - objętość segmentu  $i$ ,

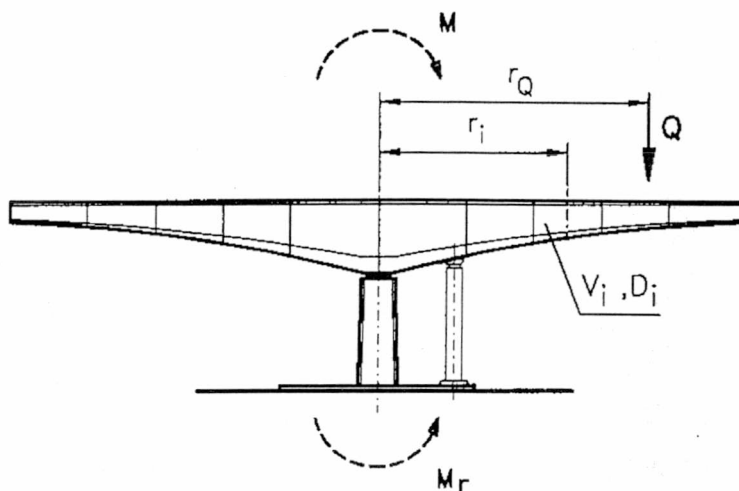
$D_i$  - ciężar objętościowy segmentu  $i$ ,

$r_i$  - odległość środka ciężkości segmentu od podpory stałej,

$r_Q$  - położenie ruchomej siły skupionej  $Q$  względem podpory stałej,

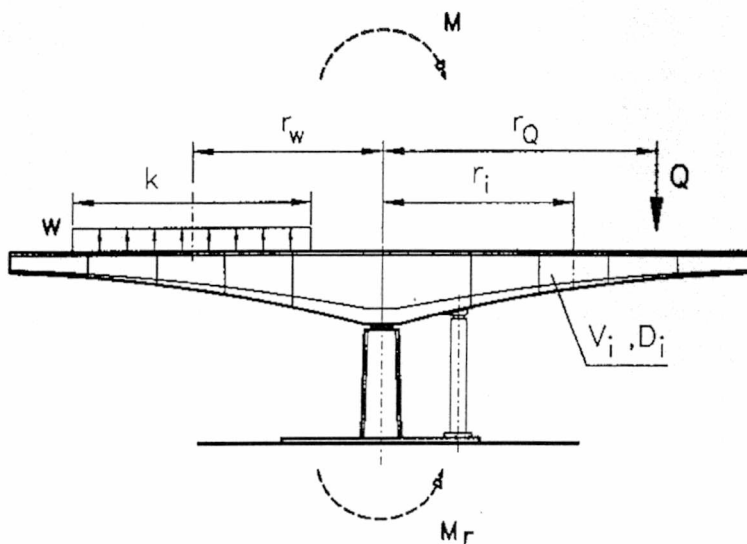
$M_r$  - moment graniczny charakteryzujący nośność podpory tymczasowej.

Przyjęto, że zmiennymi losowymi są następujące wielkości:  $V_i$ ,  $D_i$  dla  $i = 1, \dots, n$  oraz  $M_r$ ,  $r_Q$ . Natomiast  $r_i$  dla  $i = 1, \dots, n$ , a także  $Q$  traktowano jako parametry deterministyczne.



Rys. 5.7. Schemat definicji stanu granicznego – etap pierwszy.

Stan awarii występuje wówczas, gdy suma momentów obciążających przekroczy moment graniczny  $M_r$ . W etapie pierwszym pominięto obciążenie wiatrem, które można uznać za mniej istotne [9], co uzasadniają wyniki obliczeń prowadzonych w etapie drugim, w którym stan graniczny jest uzupełniony właśnie o obciążenie wiatrem działającym asymetrycznie na wahadło (rys. 5.8):



Rys. 5.8. Schemat definicji stanu granicznego – etap drugi.

$$Z(\mathbf{x}) = Z(M_r, V_1, \dots, V_n, D_1, \dots, D_n, r_1, \dots, r_n, r_Q, Q, w, k, r_w) = M_r - \left( \sum_{i=1}^n V_i D_i r_i + Q r_Q + k w r_w \right) \quad (5.11)$$

gdzie:

$k$  – długość odcinka obciążenia wiatrem,

$w$  – wartość zastępczego obciążenia pionowego wiatrem,

$r_w$  – odległość środka odcinka  $k$  od podpory stałej.



Wielkościami losowymi są: wartość obciążenia  $w$  i odległość  $r_w$ . Wielkość  $k$  może być traktowana jako parametr. Pozostałe wielkości zdefiniowano tak jak w równaniu (5.10).

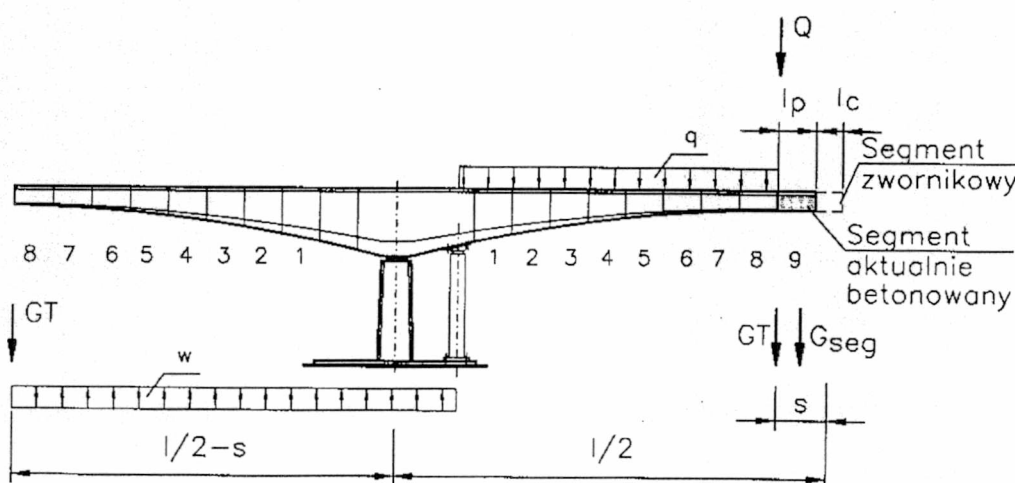
Stan graniczny może być sformułowany również w inny sposób, z uwzględnieniem szeregu innych czynników, występujących indywidualnie. W pracy Casasa [9] sformułowano stan graniczny dwuwariantowo.

- Stan graniczny obrotu wokół podpory tymczasowej

Stan ten analizuje się w celu uzyskania minimalnej wartości odległości  $D$  pomiędzy podporą stałą i tymczasową. Schemat obciążeń przedstawiono na rysunku 5.9. Równania momentów mogą być sformułowane następująco (oznaczenia oryginalne [9])

$$M_s = M_2 + V_2 D + G \frac{D}{2} + M + GT \left( \frac{l}{2} - s + D \right) \quad (5.12)$$

$$M_o = M_1 + GT \left( \frac{l}{2} - s - D \right) + G_{seg} \left( \frac{l}{2} - s - D + \frac{l_p}{2} \right) + Q \left( \frac{l}{2} - s - D \right) + \frac{q}{2} \left( \frac{l}{2} - s - D \right)^2 + \frac{w}{2} \left( \frac{l}{2} - s + D \right)^2 \quad (5.13)$$



Rys. 5.9. Schemat obciążeń do definicji stanu granicznego obrotu względem podpory tymczasowej [9].

- Stan graniczny obrotu wokół podpory stałej

Stan ten analizuje się w celu uzyskania minimalnej wartości siły  $P$  sprężającej podporę tymczasową. Schemat obciążeń przedstawiono na rysunku 5.10. Równania mogą być sformułowane tym razem następująco:

$$M_s = M_2^r + PD + GT^r \left( \frac{l}{2} - s \right) + G_{seg}^r \left( \frac{l}{2} - s + \frac{l_p}{2} \right) \quad (5.14)$$

$$M_o = M_1 + GT \left( \frac{l}{2} - s - D \right) + G_{seg} \left( \frac{l}{2} - s - D + \frac{l_p}{2} \right) + Q \left( \frac{l}{2} - s - D \right) + Q \left( \frac{l}{2} - s \right) + \frac{q}{2} \left( \frac{l}{2} - s \right)^2 + \frac{w}{2} \left( \frac{l}{2} - s + l_p \right)^2 \quad (5.15)$$

Indeksy górne  $r$  oraz  $l$  oznaczają odpowiednio wspornik prawy i lewy.

Podstawowymi zmiennymi losowymi związanymi z momentem utrzymującym  $M_s$  są:

$M_2$  – moment od ciężaru własnego względem podpory stałej (włącznie z ciężarem  $G_{seg}$ )

$V_2$  – siła poprzeczna od ciężaru własnego w przekroju, w którym obliczany jest moment  $M_2$

$G$  – ciężar odcinka dźwigara pomiędzy podporą stałą i tymczasową

$M$  – moment związany z  $G$  (równy zero w przypadku stałej wysokości dźwigara)

$GT$  – ciężar urządzenia formującego po stronie momentu utrzymującego

$P$  – siła sprężająca podporę tymczasową

Zmiennymi losowymi związanymi z momentem obracającym  $M_o$  są:

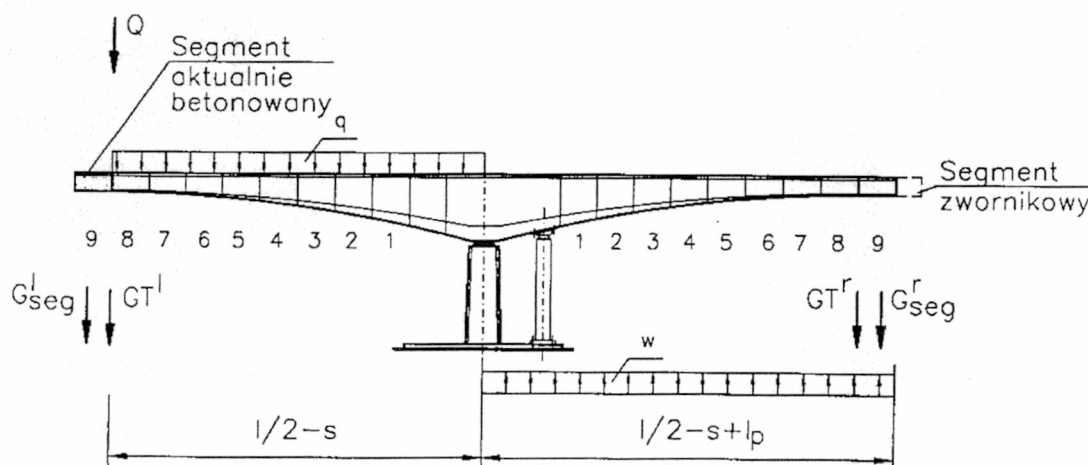
$M_l$  – moment od ciężaru własnego względem podpory tymczasowej

$GT$  – ciężar urządzenia formującego po stronie momentu obracającego

$Q$  – siła skupiona jako obciążenie technologiczne

$q$  – obciążenie równomiernie rozłożone na powierzchni pomostu jako obciążenie technologiczne

$w$  – efektywne obciążenie wiatrem, zależne od prędkości wiatru  $v$ .



Rys. 5.10. Schemat obciążeń do definicji stanu granicznego obrotu względem podpory stałej [9].

Margines bezpieczeństwa zarówno w wersji pierwszej jaki drugiej został zdefiniowany poprzez równanie:

$$F = M_s - M_o \quad (5.16)$$

Zmienna losowa  $F$  przybiera wartości mniejsze (lub równe) od zera w przypadku awarii i wartości większe od zera w przypadku bezpiecznym.

## 6. BADANIA ODCHYLEK WYMIARÓW MOSTÓW WYKONYWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ

### 6.1. Przedmiot, cel i obiekt badań

W rozdziale tym przedstawiono i opracowano głównie wyniki badań własnych, dotyczących odchyłek wymiarów mostów betonowych wykonywanych w Polsce metodą nawisową. Przytoczono także wyniki pomiarów prowadzonych poza granicami kraju i dokonano ich analizy.

Przedmiotem badania były odchyłki grubości elementów przekroju dźwigara, tzn. płyty dolnej, płyty górnej i obu ścian pionowych – w przypadku obiektów krajowych i objętości segmentów – w przypadku danych zagranicznych.

Celem badań było uzyskanie parametrów statystycznych odchyłek grubości elementów przekroju i objętości segmentów oraz weryfikacja hipotezy o normalnym rozkładzie tych odchyłek.

Obiektem badań były przede wszystkim dźwigary mostu drogowego przez Odrę w Opolu [10, 35]. Na rys 6.1 przedstawiono schemat konstrukcji wykonywanej metodą nawisową i przekrój poprzeczny dźwigara. W projekcie przewidziano budowę dwóch wahadeł, po jednym na każdym brzegu rzeki. Tym samym, uzyskano serie wyników dla czterech analogicznych wsporników. Wyniki grupowano jednak dla całych dźwigarów (obu wsporników).

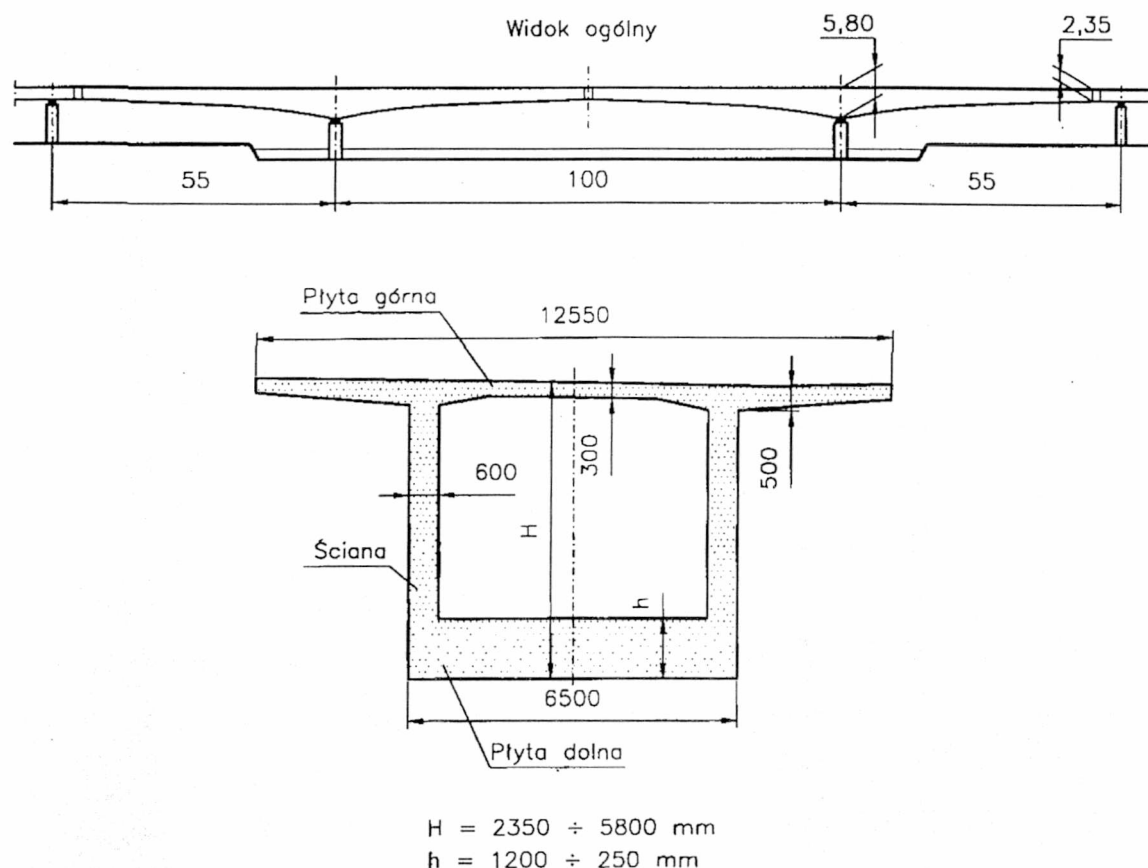
W dalszej kolejności zamieszczono wyniki pomiarów innego obiektu, prowadzonych po ukończeniu betonowania wszystkich segmentów. Wyniki te uzyskano na prawobrzeżnym dźwigarze mostu drogowego przez Wisłę koło Torunia [23, 45]. Dotyczą one przede wszystkim grubości krawędzi płyty górnej i, w mniejszym zakresie, grubości ścian.

Jako ostatnie, przytoczono i zanalizowano wyniki pomiarów objętości całych segmentów mostu Gateway w Brisbane w Australii [29, 54].

### 6.2. Metoda pomiarów

Najbardziej wiarygodną metodą uzyskania danych o grubości elementów przekroju poprzecznego jest bezpośredni pomiar po wykonaniu kolejnego segmentu. Posługując się taśmą z podziałką milimetrową, można z dokładnością do 2 mm zmierzyć od czoła (końca wykonanego segmentu) grubość płyty dolnej, płyty górnej oraz obydwu ścian. Taką też metodę przyjęto w badaniach mostu w Opolu.

W przypadku mostu koło Torunia, grubość obu brzegów płyty mierzono suwmiarką w losowo wybranych miejscach. W tym przypadku uzyskano dokładność 1 mm.



Rys. 6.1. Most przez Odrę w Opolu. Schemat ukształtowania obiektu w częściach wykonywanych nawisowo i przekrój poprzeczny.

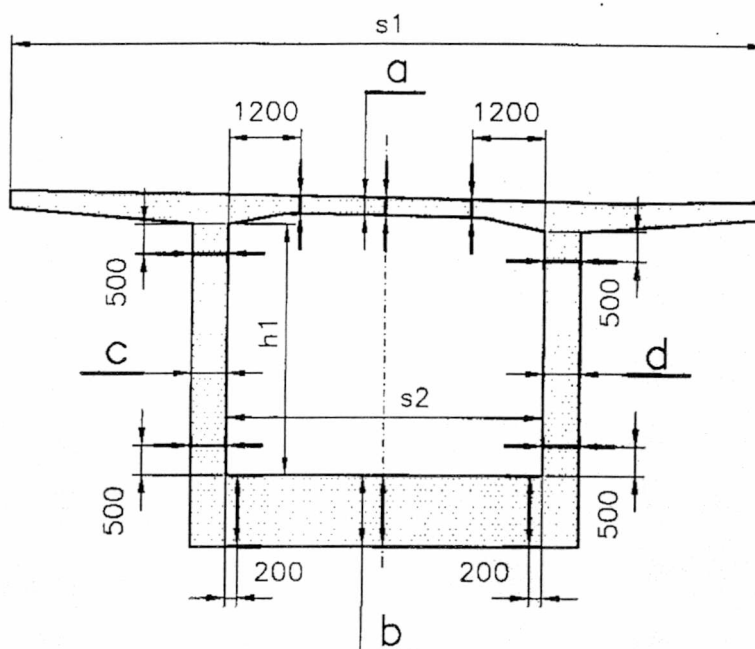
### 6.3. Wyniki pomiarów

W tablicy 6.1 zestawiono wyniki bezpośrednich, systematycznych pomiarów grubości elementów przekroju poprzecznego mostu przez Odrę w Opolu, zarówno dla dźwigara lewobrzeżnego jak i prawobrzeżnego [20]. Każdy z wyników obliczono przez uśrednienie dwóch lub trzech sąsiednich odczytów w tym samym przekroju (rys. 6.2).

Pomiarów dokonano w 19 przekrojach (na końcach 19 segmentów). W kolumnach tablicy skrótami oznaczono: pom. - wyniki pomiarów, proj. - wartości projektowe, odch. - odchyłki wymiarów. Grubości projektowe wynoszą: dla płyty górnej 300 mm, a dla obydwu ścian 600 mm. Grubość płyty dolnej jest zmienna, toteż odpowiednie wartości wyspecyfikowano w tablicy.

W tablicach 6.2 i 6.3 zamieszczono wyniki pomiarów niektórych elementów dźwigara mostu przez Wisłę koło Torunia. W tym przypadku po ukończeniu betonowania wszystkich segmentów pomierzono grubość krawędzi płyty pomostowej w 112 wybranych miejscach, z dostępem z zewnątrz oraz grubość ściany pionowej, w 8 miejscach otworów rur

odwodnienia, z dostępem przez te otwory. Wyniki dotyczą jednego wahadła, prawobrzeżnego. Projektowe grubości wynoszą: dla krawędzi płyty 200 mm, dla ściany 450 mm.



Rys. 6.2. Miejsca pomiarów w przekroju poprzecznym dźwigara mostu przez Odrę w Opolu – wymiary a, b, c, d. Dla płyt wykonywano po trzy pomiary grubości, a dla ścian – po dwa, dla każdego segmentu. Mierzono także wysokości ścian i szerokości płyt (wymiary  $h_1$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ ). W przypadku segmentów startowych, ze względu na bardzo wysokie ściany, wykonano także dodatkowe pomiary ich grubości, w środku wysokości.

Na podstawie danych zawartych w tablicach od 6.1 do 6.3 obliczono charakterystyki statystyczne, które zapisano w tablicy 6.4.

Podany w tablicy 6.4 współczynnik zmienności o stosunkowo dużej wartości 4,7 % (most w Opolu, dźwigar prawobrzeżny, płyta dolna) odzwierciedla rzeczywistość, choć jest wynikiem wystąpienia nadzwyczaj dużej odchyłki grubości, wynoszącej 83 mm. Biorąc pod uwagę wszystkie zebrane wyniki należy uważać tę wartość za wyjątkową i incydentalną.

Tablica 6.1

**Grubości elementów dźwigara skrzynkowego  
mostu przez Odrę w Opolu**

| Nr                   | Płyta górna |      | Płyta dolna |       |      | Ściana g |      | Ściana d |      |
|----------------------|-------------|------|-------------|-------|------|----------|------|----------|------|
|                      | [mm]        |      | [mm]        |       |      | [mm]     |      | [mm]     |      |
|                      | Pom.        | Odch | Pom.        | Proj. | Odch | Pom.     | Odch | Pom.     | Odch |
| Dźwigar lewobrzeżny  |             |      |             |       |      |          |      |          |      |
| 1                    | 324         | 24   | 1115        | 1120  | -5   | 607      | 7    | 604      | 4    |
| 2                    | 299         | -1   | 1264        | 1280  | -16  | 600      | 0    | 600      | 0    |
| 3                    | 325         | 25   | 927         | 940   | -13  | 592      | -8   | 596      | -4   |
| 4                    | 297         | -3   | 1088        | 1100  | -12  | 610      | 10   | 610      | 10   |
| 5                    | 310         | 10   | 770         | 780   | -10  | 605      | 5    | 605      | 5    |
| 6                    | 302         | 2    | 919         | 920   | -1   | 597      | -3   | 593      | -7   |
| 7                    | 306         | 6    | 643         | 640   | 3    | 602      | 2    | 602      | 2    |
| 8                    | 300         | 0    | 760         | 770   | -10  | 585      | -15  | 598      | -2   |
| 9                    | 303         | 3    | 516         | 530   | -14  | 602      | 2    | 602      | 2    |
| 10                   | 312         | 12   | 619         | 630   | -11  | 608      | 8    | 599      | -1   |
| 11                   | 300         | 0    | 505         | 510   | -5   | 604      | 4    | 614      | 14   |
| 12                   | 305         | 5    | 353         | 350   | 3    | 598      | -2   | 602      | 2    |
| 13                   | 311         | 11   | 305         | 300   | 5    | 596      | -4   | 601      | 1    |
| 14                   | 299         | -1   | 347         | 350   | -3   | 605      | 5    | 608      | 8    |
| 15                   | 315         | 15   | 258         | 260   | -2   | 609      | 9    | 609      | 9    |
| 16                   | 303         | 3    | 289         | 290   | -1   | 614      | 14   | 611      | 11   |
| 17                   | 306         | 6    | 260         | 250   | 10   | 601      | 1    | 601      | 1    |
| 18                   | 290         | -10  | 267         | 260   | 7    | 603      | 3    | 606      | 6    |
| 19                   | 311         | 11   | 259         | 250   | 9    | 605      | 5    | 610      | 10   |
| Dźwigar prawobrzeżny |             |      |             |       |      |          |      |          |      |
| 1                    | 293         | -7   | 1107        | 1120  | -13  | 603      | 3    | 605      | 5    |
| 2                    | 301         | 1    | 1276        | 1280  | -4   | 606      | 6    | 602      | 2    |
| 3                    | 309         | 9    | 936         | 940   | -4   | 611      | 11   | 608      | 8    |
| 4                    | 303         | 3    | 1097        | 1100  | -3   | 603      | 3    | 609      | 9    |
| 5                    | 311         | 11   | 922         | 920   | 2    | 606      | 6    | 610      | 10   |
| 6                    | 302         | 2    | 647         | 640   | 7    | 599      | -1   | 600      | 0    |
| 7                    | 296         | -4   | 529         | 530   | -1   | 604      | 4    | 603      | 3    |
| 8                    | 299         | -1   | 620         | 630   | -10  | 599      | -1   | 603      | 3    |
| 9                    | 301         | 1    | 513         | 430   | 83   | 601      | 1    | 604      | 4    |
| 10                   | 311         | 11   | 504         | 510   | -6   | 597      | -3   | 599      | -1   |
| 11                   | 293         | -7   | 349         | 350   | -1   | 594      | -6   | 610      | 10   |
| 12                   | 316         | 16   | 427         | 420   | 7    | 600      | 0    | 603      | 3    |
| 13                   | 297         | -3   | 305         | 300   | 5    | 600      | 0    | 601      | 1    |
| 14                   | 309         | 9    | 350         | 350   | 0    | 609      | 9    | 607      | 7    |
| 15                   | 300         | 0    | 265         | 260   | 5    | 599      | -1   | 599      | -1   |
| 16                   | 299         | -1   | 280         | 290   | -10  | 604      | 4    | 606      | 6    |
| 17                   | 297         | -3   | 256         | 250   | 6    | 603      | 3    | 604      | 4    |
| 18                   | 309         | 9    | 261         | 260   | 1    | 604      | 4    | 604      | 4    |
| 19                   | 301         | 1    | 246         | 250   | -4   | 601      | 1    | 599      | -1   |

Tablica 6.2

**Grubości krawędzi płyty pomostowej dźwigara  
mostu przez Wisłę koło Torunia**

| Krawędź od strony górnej wody |      |    |      | Krawędź od strony dolnej wody |      |     |      |
|-------------------------------|------|----|------|-------------------------------|------|-----|------|
| Nr                            | [mm] | Nr | [mm] | Nr                            | [mm] | Nr  | [mm] |
| 1                             | 195  | 34 | 200  | 67                            | 199  | 90  | 209  |
| 2                             | 191  | 35 | 194  | 68                            | 205  | 91  | 216  |
| 3                             | 191  | 36 | 193  | 69                            | 193  | 92  | 215  |
| 4                             | 196  | 37 | 194  | 70                            | 216  | 93  | 196  |
| 5                             | 189  | 38 | 197  | 71                            | 218  | 94  | 197  |
| 6                             | 192  | 39 | 200  | 72                            | 210  | 95  | 199  |
| 7                             | 202  | 40 | 202  | 73                            | 205  | 96  | 205  |
| 8                             | 196  | 41 | 202  | 74                            | 212  | 97  | 202  |
| 9                             | 196  | 42 | 203  | 75                            | 195  | 98  | 205  |
| 10                            | 193  | 43 | 200  | 76                            | 192  | 99  | 206  |
| 11                            | 197  | 44 | 202  | 77                            | 197  | 100 | 195  |
| 12                            | 195  | 45 | 207  | 78                            | 194  | 101 | 196  |
| 13                            | 194  | 46 | 208  | 79                            | 194  | 102 | 194  |
| 14                            | 193  | 47 | 207  | 80                            | 207  | 103 | 196  |
| 15                            | 194  | 48 | 204  | 81                            | 200  | 104 | 202  |
| 16                            | 196  | 49 | 194  | 82                            | 215  | 105 | 194  |
| 17                            | 199  | 50 | 210  | 83                            | 200  | 106 | 209  |
| 18                            | 199  | 51 | 200  | 84                            | 207  | 107 | 206  |
| 19                            | 198  | 52 | 200  | 85                            | 201  | 108 | 204  |
| 20                            | 202  | 53 | 200  | 86                            | 205  | 109 | 200  |
| 21                            | 199  | 54 | 203  | 87                            | 208  | 110 | 191  |
| 22                            | 199  | 55 | 199  | 88                            | 204  | 111 | 198  |
| 23                            | 195  | 56 | 206  | 89                            | 213  | 112 | 198  |
| 24                            | 192  | 57 | 202  |                               |      |     |      |
| 25                            | 195  | 58 | 211  |                               |      |     |      |
| 26                            | 195  | 59 | 210  |                               |      |     |      |
| 27                            | 196  | 60 | 204  |                               |      |     |      |
| 28                            | 195  | 61 | 205  |                               |      |     |      |
| 29                            | 195  | 62 | 204  |                               |      |     |      |
| 30                            | 195  | 63 | 201  |                               |      |     |      |
| 31                            | 197  | 64 | 208  |                               |      |     |      |
| 32                            | 194  | 65 | 206  |                               |      |     |      |
| 33                            | 203  | 66 | 203  |                               |      |     |      |

Tablica 6.3

**Grubości ściany dźwigara skrzynkowego  
mostu przez Wisłę koło Torunia**

| Nr   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| [mm] | 473 | 463 | 470 | 481 | 451 | 476 | 461 | 460 |



Tablica 6.4

**Charakterystyki statystyczne wymiarów przekroju  
poprzecznego dźwigarów badanych mostów**

| Element dźwigara                               | Wartość średnia [mm] | Odchylenie standardowe [mm] | Współczynnik zmienności [%] |
|------------------------------------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Most przez Odrę w Opolu - dźwigar lewobrzeżny  |                      |                             |                             |
| Płyta górna                                    | 306,21               | 8,85                        | 2,9                         |
| Płyta dolna                                    | -                    | -                           | 1,8                         |
| Ściana g                                       | 602,26               | 6,75                        | 1,1                         |
| Ściana d                                       | 603,74               | 5,57                        | 0,9                         |
| Most przez Odrę w Opolu - dźwigar prawobrzeżny |                      |                             |                             |
| Płyta górna                                    | 302,47               | 6,56                        | 2,2                         |
| Płyta dolna                                    | -                    | -                           | 4,7                         |
| Ściana g                                       | 602,26               | 4,09                        | 0,7                         |
| Ściana d                                       | 604,00               | 3,61                        | 0,6                         |
| Most przez Wisłę koło Torunia                  |                      |                             |                             |
| Krawędź płyty                                  | 200,54               | 6,36                        | 3,2                         |
| Ściana                                         | 466,88               | 9,21                        | 2,0                         |

#### 6.4. Analiza statystyczna

Wyniki pomiarów ścian dźwigarów mostu w Opolu poddano obróbce statystycznej. Postanowiono zweryfikować hipotezę, że zmienna losowa *grubość ścian* ma rozkład normalny. Liczność próby wynosiła po 38 dla dźwigara lewo- i prawobrzeżnego. Ustalono cztery serie danych.

- Dane 1 – grubości ścian dźwigara lewobrzeżnego, próba kompletna.
- Dane 2 – grubości ścian dźwigara lewobrzeżnego, po usunięciu najmniejszej wartości w próbie.
- Dane 3 – grubości ścian dźwigara prawobrzeżnego, próba kompletna.
- Dane 4 – grubości ścian dźwigara lewo- i prawobrzeżnego, próba łączna, kompletna.
- Dane 5 – grubości ścian dźwigara lewo- i prawobrzeżnego, próba łączna, po usunięciu najmniejszej wartości w próbie.

Dwie ostatnie serie danych utworzono z poprzednich serii w celu zwiększenia liczebności próby.

Wyniki analizy, przeprowadzonej przy użyciu systemu STATREL [51], przedstawiono w tablicy 6.5. Dane eksperymentalne porównano graficznie z założonym

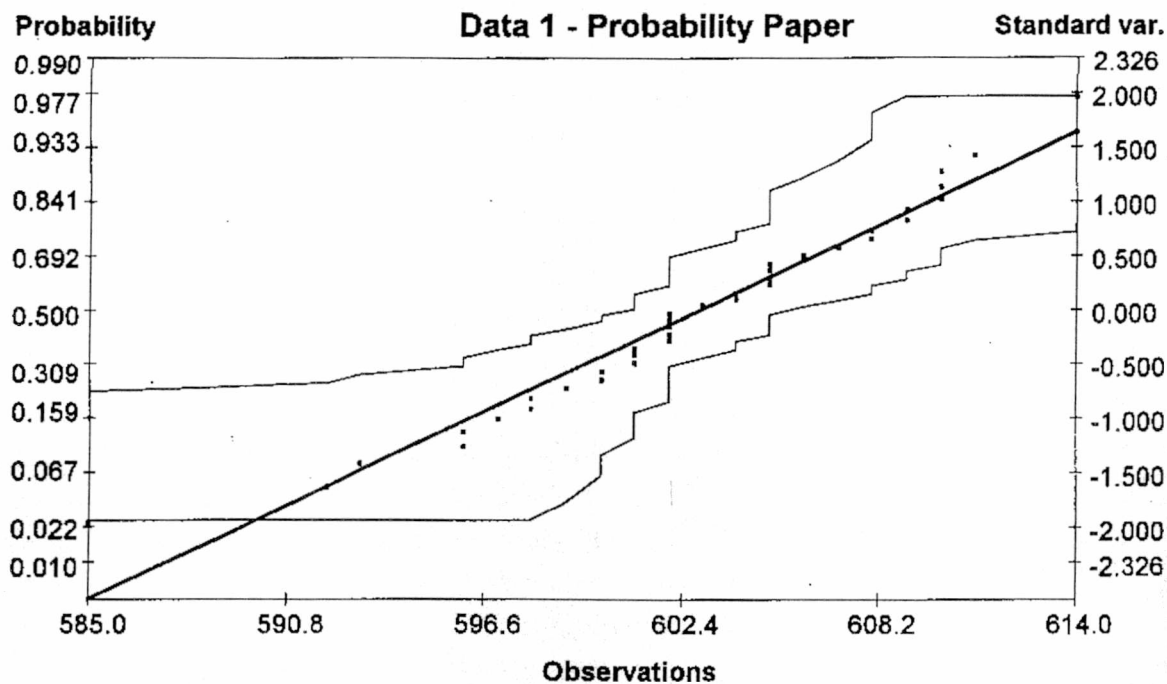
rozkładem prawdopodobieństwa, używając tzw. papieru rozkładu normalnego, tj. wykresu o tak dobranej skali układu współrzędnych, aby dystrybuenta rozkładu normalnego była linią prostą; parametry dobrane były na drodze regresji liniowej. Uzyskane wykresy przedstawiono na rys. 6.3. Pokazują one dobre dopasowanie odpowiednich rozkładów normalnych do danych pomiarowych. Rozbieżności między krzywą teoretyczną a punktami empirycznymi są mniejsze po usunięciu jednego wyniku (najmniejszego) z serii danych pomiarów dźwigara lewobrzeżnego. Ponadto uzyskane wartości skośności i kurtozy (tablica 6.5) także nie odbiegają istotnie od odpowiednich dla rozkładu normalnego. Następnie, hipotezy o normalności poszczególnych rozkładów weryfikowano testem Kołmogorowa. Parametry testowanych rozkładów przyjęto na podstawie analizy metodą regresji liniowej, a nie na podstawie bezpośrednich obliczeń. W każdym przypadku test nie wykazał podstaw do odrzucenia hipotezy. Obliczenia przeprowadzono przy poziomie istotności 0,10. Warto też zwrócić uwagę na fakt, że we wszystkich analizowanych próbach współczynnik zmienności był niewielki (tylko w jednym przypadku nieznacznie przekroczył 1,0%).

Tablica 6.5

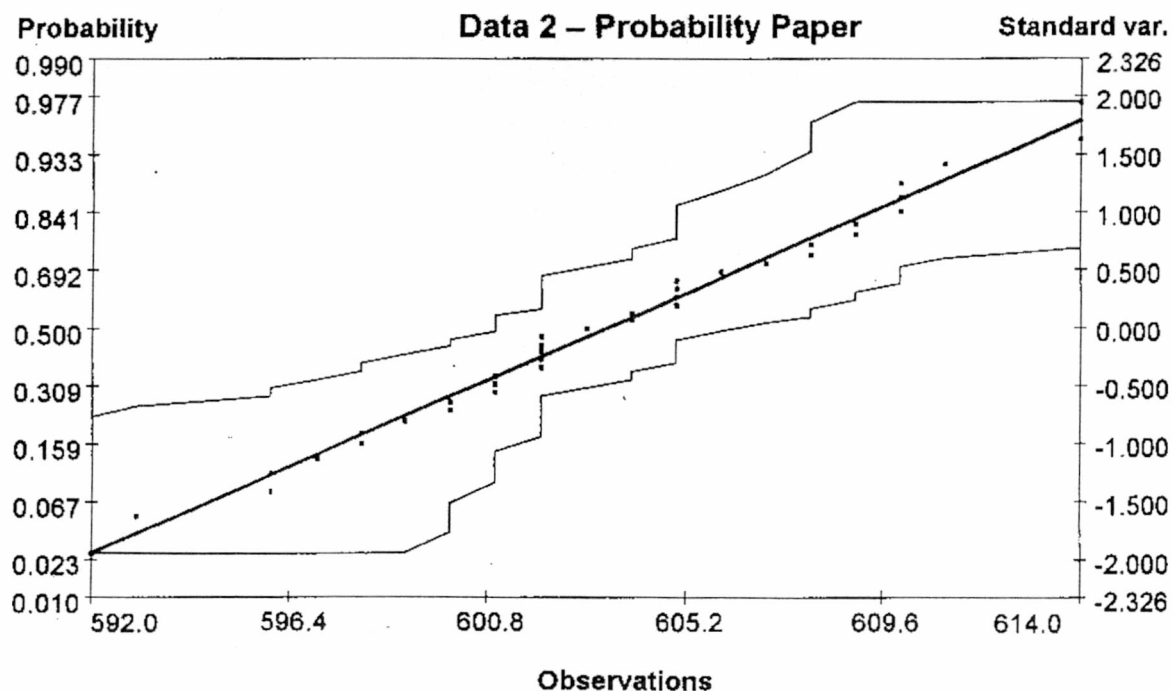
**Analiza statystyczna**

|                         | Dane 1                                         | Dane 2                                         | Dane 3                                         | Dane 4                                         | Dane 5                                         |
|-------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Liczność próby          | 38                                             | 37                                             | 38                                             | 76                                             | 75                                             |
| Minimum                 | 585,00 mm                                      | 592,00 mm                                      | 594,00 mm                                      | 585,00 mm                                      | 592,00 mm                                      |
| Maksimum                | 614,00 mm                                      | 614,00 mm                                      | 611,00 mm                                      | 614,00 mm                                      | 614,00 mm                                      |
| Średnia                 | 603,00 mm                                      | 603,49 mm                                      | 603,13 mm                                      | 603,07 mm                                      | 603,31 mm                                      |
| Odchylenie standardowe  | 6,1469 mm                                      | 5,4397 mm                                      | 3,9054 mm                                      | 5,1156 mm                                      | 4,6961 mm                                      |
| Współczynnik zmienności | 0,01019                                        | 0,00901                                        | 0,00648                                        | 0,00848                                        | 0,00778                                        |
| Skośność                | -0,52503                                       | -0,03130                                       | 0,11778                                        | -0,43718                                       | 0,04669                                        |
| Kurtoza                 | 3,5438                                         | 2,4820                                         | 2,6402                                         | 4,0580                                         | 2,7668                                         |
| Testowany rozkład       | Normalny<br>$m = 603,00$<br>$\sigma = 6,73$ mm | Normalny<br>$m = 603,49$<br>$\sigma = 5,89$ mm | Normalny<br>$m = 603,13$<br>$\sigma = 4,26$ mm | Normalny<br>$m = 603,03$<br>$\sigma = 5,46$ mm | Normalny<br>$m = 603,27$<br>$\sigma = 4,96$ mm |
| Poziom istotności       | 0,8930                                         | 0,9455                                         | 0,5455                                         | 0,4802                                         | 0,5839                                         |
| Wynik testu             | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy            | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy            | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy            | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy            | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy            |

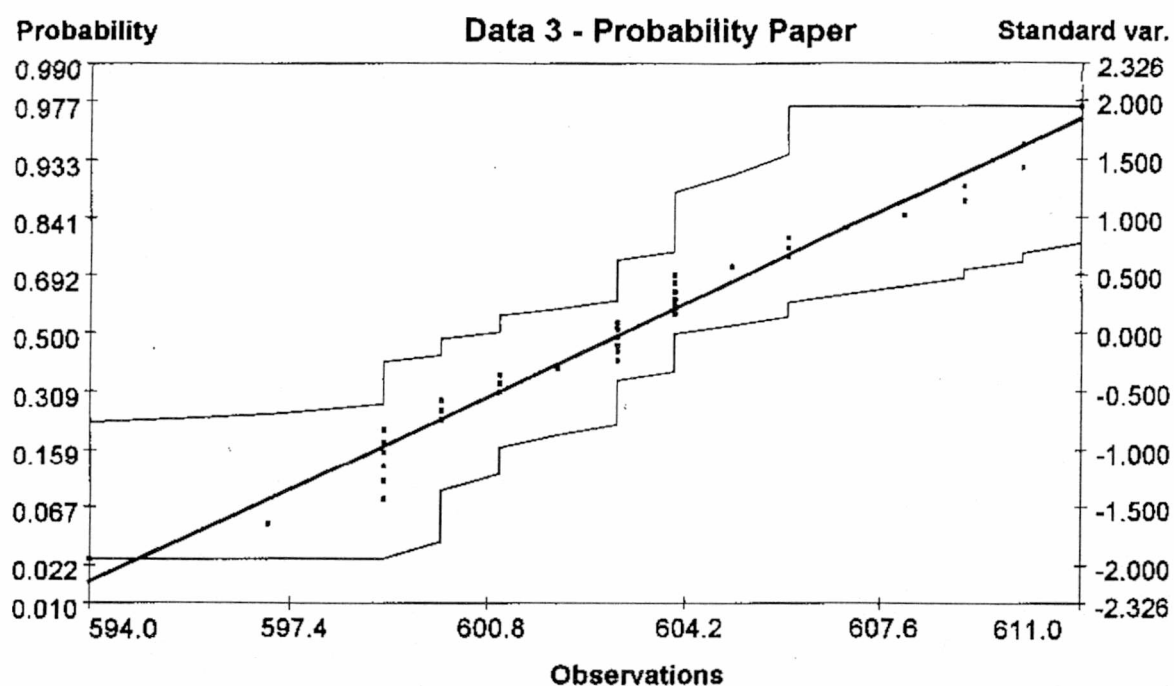
Wyodrębnienie serii niekompletnych (dane 2 i dane 5) wynika z analizy papierów statystycznych przedstawionych na rys. 6.3. Ponadto, na podstawie testu *outliers* [51] wykazano, że wartość najmniejsza - może być odrzucona przy poziomie istotności  $\alpha = 0,27$  lub większym.



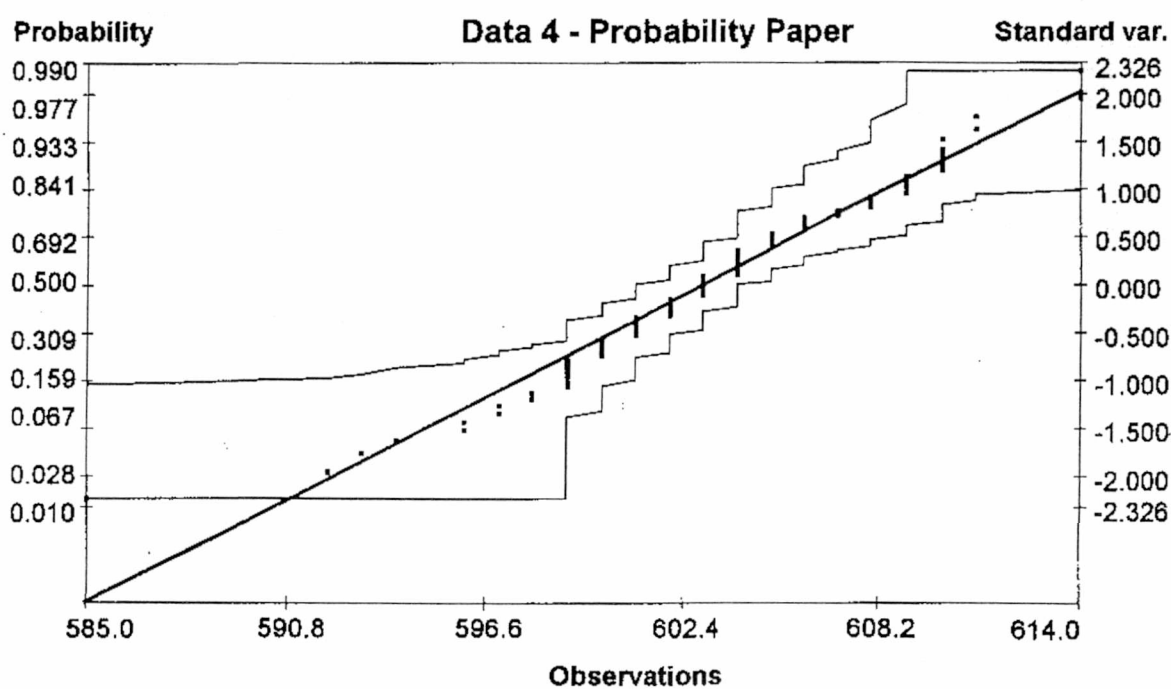
Rys. 6.3 a. Papier probabilistyczny dla grupy danych 1.



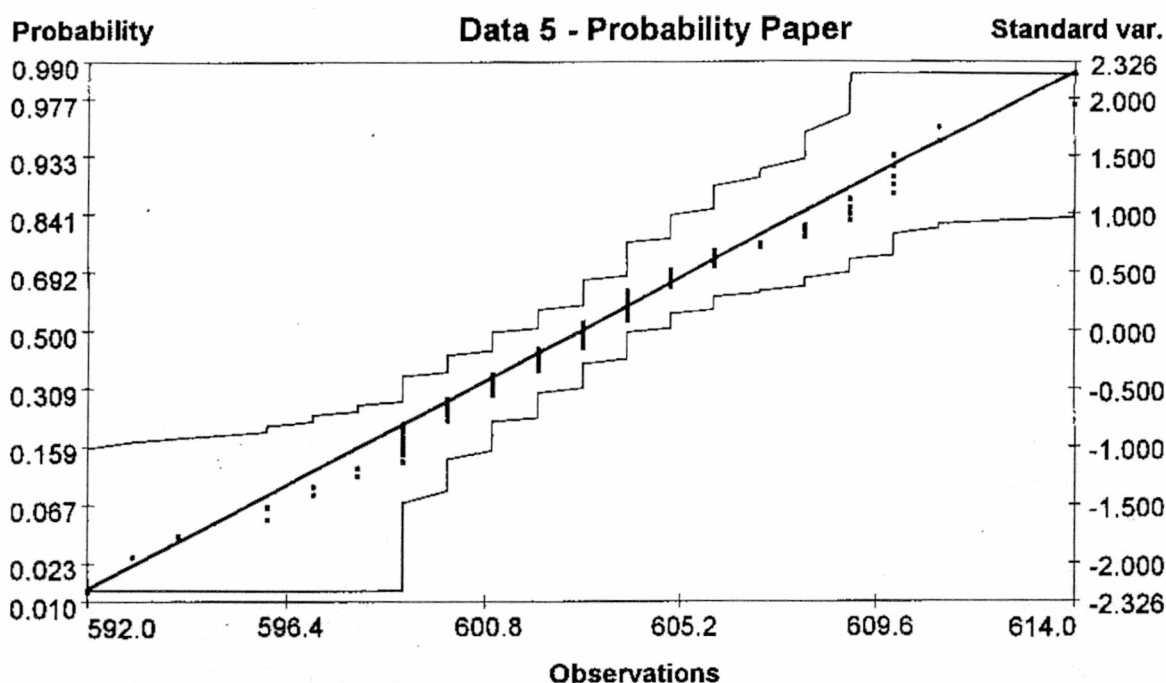
Rys. 6.3 b. Papier probabilistyczny dla grupy danych 2.



Rys. 6.3 c. Papier probabilistyczny dla grupy danych 3.



Rys. 6.3 d. Papier probabilistyczny dla grupy danych 4.



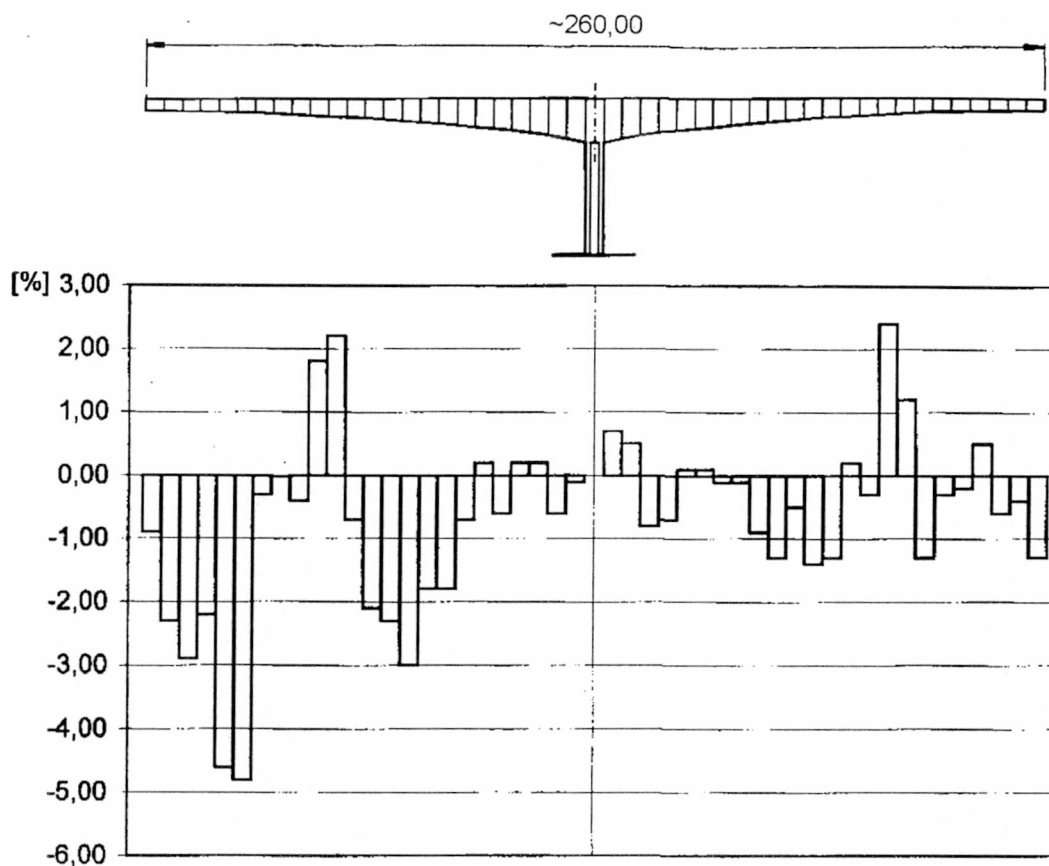
Rys. 6.3 e. Papier probabilistyczny dla grupy danych 5.

### 6.5. Analiza wyników pomiarów objętości segmentów

Pomiary będące przedmiotem poniższej analizy wykonano w czasie budowy mostu Gateway w Brisbane w Australii [29, 54]. Ich efektem były dokładne dane o objętości wszystkich segmentów wykonanych w technologii betonowania nawisowego (prawdopodobnie w jednym tylko wahadle).

Most Gateway charakteryzuje się rozpiętością głównego przęsła równą 260,00 m i wysokością dźwigara nad podporą sięgającą 15,68 m. Grubość płyty dolnej nad podporą wynosi 1,80 m, grubość ścian – 0,75 m. W centralnej części przęsła ściany są pocienione do 0,65 m. W środku przęsła wysokość dźwigara wynosi około 5,20 m. Każdy ze wsporników jest zbudowany z 24 segmentów. Łącznie uzyskano więc 48 liczb stanowiących próbę losową.

Wyniki pomiarów objętości segmentów zestawiono na wykresie słupkowym na rys. 6.4 i w tabelicy 6.6. Warto zauważyć, że jeden ze wsporników (lewy) wykazuje wyraźnie niższą dokładność wykonania. Występują znaczne odchyłki, głównie ujemne o wartości średniej około 1,5%. Drugi wspornik również wykazuje przeważnie odchyłki ujemne, lecz o wartości średniej około 0,5%.



Rys. 6.4. Procentowe odchyłki objętości segmentów w moście Gateway w Brisbane w Australii. Dla uproszczenia wszystkie segmenty narysowano jednakowej długości [54].

Wartość średnia wszystkich odchyłek wynosi  $-0,69$ , a odchylenie standardowe  $1,43$  punktu procentowego. Tym samym współczynnik zmienności objętości segmentów wynosi około  $1,43\%$ . Analizę danych przeprowadzono, podobnie jak dla poprzednich serii danych, przy użyciu programu STATREL [51]. Po wstępnej analizie rozkładu częstości występowania odchyłek objętości (rys. 5.3), przyjęto dwie hipotezy probabilistyczne:

- zmienność odchyłek objętości segmentów może być opisana rozkładem normalnym,
- zmienność odchyłek objętości segmentów może być opisana rozkładem beta.

Parametry testowanych rozkładów oszacowano metodą najmniejszych kwadratów, co spowodowało wzrost odchylenia standardowego do  $1,57$ . Wyniki analizy zamieszczono w tabelicy 6.7.

W rezultacie obliczeń stwierdza się, że nie ma podstaw do odrzucenia obydwu hipotez. Jako model probabilistyczny przyjęto więc rozkład normalny. Dopasowaną krzywą rozkładu normalnego przedstawiono także na rys. 5.3. Na rysunku 6.5. przedstawiono ponadto papier probabilistyczny, gdzie naniesiono wyniki badań oraz linię prostą reprezentującą rozkład

normalny w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych. Z wykresu tego wynika zadowalająca zgodność rozkładu teoretycznego z wynikami pomiarów.

Tablica 6.6

**Odchyłki objętości segmentów mostu Gateway**

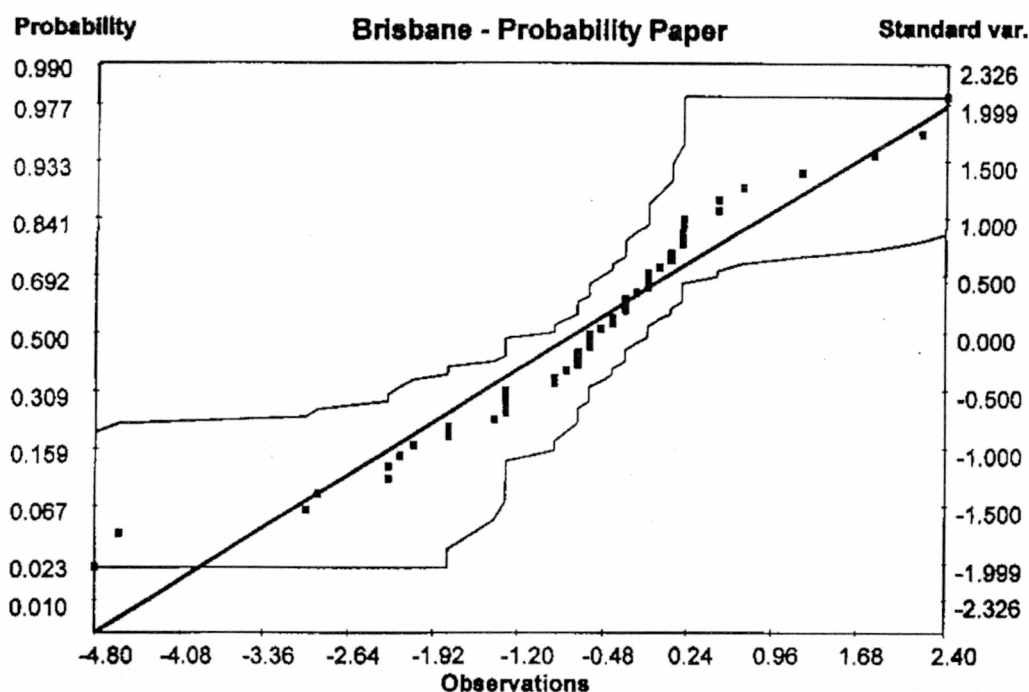
| Wspornik lewy  |                        | Wspornik prawy |                        |
|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| Numer segmentu | Odchyłka objętości [%] | Numer segmentu | Odchyłka objętości [%] |
| 24             | -0,90                  | 1              | 0,70                   |
| 23             | -2,30                  | 2              | 0,50                   |
| 22             | -2,90                  | 3              | -0,80                  |
| 21             | -2,20                  | 4              | -0,70                  |
| 20             | -4,60                  | 5              | 0,10                   |
| 19             | -4,80                  | 6              | 0,10                   |
| 18             | -0,30                  | 7              | -0,10                  |
| 17             | 0,00                   | 8              | -0,10                  |
| 16             | -0,40                  | 9              | -0,90                  |
| 15             | 1,80                   | 10             | -1,30                  |
| 14             | 2,20                   | 11             | -0,50                  |
| 13             | -0,70                  | 12             | -1,40                  |
| 12             | -2,10                  | 13             | -1,30                  |
| 11             | -2,30                  | 14             | 0,20                   |
| 10             | -3,00                  | 15             | -0,30                  |
| 9              | -1,80                  | 16             | 2,40                   |
| 8              | -1,80                  | 17             | 1,20                   |
| 7              | -0,70                  | 18             | -1,30                  |
| 6              | 0,20                   | 19             | -0,30                  |
| 5              | -0,60                  | 20             | -0,20                  |
| 4              | 0,20                   | 21             | 0,50                   |
| 3              | 0,20                   | 22             | -0,60                  |
| 2              | -0,60                  | 23             | -0,40                  |
| 1              | -0,10                  | 24             | -1,30                  |

Tablica 6.7

**Analiza statystyczna odchylek objętości segmentów**

|                        |                                          |                                                         |
|------------------------|------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Liczność próby         | 48                                       |                                                         |
| Minimum                | -4,80                                    |                                                         |
| Maksimum               | 2,40                                     |                                                         |
| Średnia                | -0,69                                    |                                                         |
| Odchylenie standardowe | 1,43                                     |                                                         |
| Skośność               | 0,6132                                   |                                                         |
| Kurtoza                | 4,2994                                   |                                                         |
| Testowany rozkład      | Normalny: $m = -0,69$<br>$\sigma = 1,57$ | Beta: $r = 3,65$ , $t = 3,12$<br>$a = -5,0$ , $b = 3,0$ |
| Poziom istotności      | 0,3138                                   | 0,2663                                                  |
| Wynik testu            | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy      | Brak podstaw do odrzucenia hipotezy                     |





Rys. 6.5. Papier probabilistyczny analizy objętości segmentów mostu w Brisbane.

## 6.6. Wnioski do analizy niezawodności

W wyniku przeprowadzonych pomiarów i obliczeń dotyczących mostu w Opolu możliwe było przyjęcie założenia o normalnym rozkładzie zmiennej losowej *grubość elementów* przekroju poprzecznego dźwigarów skrzynkowych. Podobny wniosek można wysnuć z analizy danych uzyskanych z mostu w Toruniu.

Parametry podane w tablicy 6.4 opisują rzeczywiste odchyłki wymiarów, toteż mogą być uważane za miarodajne. Ze względu na zasadniczy udział odchyłek grubości ścian i płyt w odchyłkach objętości całego segmentu, można przyjąć, że zmienna losowa *objętość segmentu* ma charakter warunkowany przez zmienne losowe *grubość elementów* przekroju. Jeżeli grubości elementów są opisane przez rozkłady normalne, to objętość segmentu (lub dowolnego odcinka dźwigara) jest w przybliżeniu także zmienną losową o rozkładzie normalnym. Potwierdzeniem tego może być analiza odchyłek objętości segmentów mostu w Brisbane. Zakładając ponadto normalny rozkład ciężaru objętościowego betonu, traktowanego jako zmienna losowa, można przyjąć – przy niewielkich w istocie współczynnikach zmienności – że ciężar dowolnego odcinka dźwigara głównego ma także w przybliżeniu rozkład normalny.

Opisana dalej (rozdział 7) analiza niezawodności prowadzona numerycznie przy użyciu programów komputerowych nie wymaga wszakże przyjmowania ostatniego z wymienionych

założeń. W funkcji marginesu bezpieczeństwa w tym podejściu występuje bowiem osobno objętość elementu i osobno ciężar objętościowy materiału, z jakiego jest wykonany.

## 7. OCENA STATECZNOŚCI POŁOŻENIA DŹWIGARA

### 7.1. Przedmiot obliczeń

W celu przedstawienia metod oceny bezpieczeństwa, niżej przytoczono wyjątki z obliczeń dotyczących analizy podparcia tymczasowego dźwigara wznoszonego metodą wspornikową. Przedmiotem obliczeń jest wskaźnik niezawodności konstrukcji podparcia wahadła. Obliczenia prowadzono zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale 5.1. Przyjęto niżej podany tok postępowania.

- W pierwszej kolejności szacowano niezbędną nośność podpory tymczasowej, przyjmując modele wybranych obciążeń wahadła opisane w rozdziale 4. Zakładano jednocześnie niekorzystne działanie przyjętych obciążeń i stosowano normowe współczynniki obciążeń, (p. 7.2.1 i 7.3.4).
- Z kolei, budowano model probabilistyczny zadania oparty na założeniu o losowym charakterze obciążeń, z uwzględnieniem ich realnych charakterystyk (p. 7.2.2 i 7.3.5).
- Następnie wyliczano przyporządkowane poszczególnym modelom wskaźniki niezawodności, stosując metodę poziomu drugiego i trzeciego, (p. 7.2.3, 7.2.4, 7.3.6).

Nośność podpory tymczasowej oszacowano przyjmując zarówno obciążenia stosowane powszechnie w tego typu sprawdzieniach, jak i obciążenia wynikające ze ścisłego stosowania normy PN-85/S-10030 - *Obiekty mostowe – Obciążenia*, [38]. Dla jasności i przejrzystości w pierwszym etapie przyjęto tylko dwa obciążenia, tj. niesymetryczny rozkład ciężaru własnego i obciążenie technologiczne (maszyną roboczą). W drugim etapie rozwiązano także zadanie ujmując wpływ obciążenia wiatrem.

Warunki rozpatrywanego tu zadania odpowiadają rzeczywistemu obiektowi mostowemu, o rozpiętości przęsła  $l_t = 100$  m. Zasadnicze wymiary wahadła podano na rys. 7.1. Dla potrzeb zadania ustalono długość dźwigara na 90,00 m (bez segmentów zamykających) i podzielono na równe segmenty po 4,50 m. Nie uwzględniono segmentu startowego. Przyjęto obustronną symetrię w układzie segmentów. Pierwsze segmenty rozpoczynają się na osi podpory stałej.

### 7.2. Etap pierwszy – dwa czynniki obciążenia

#### 7.2.1. Nośność podparcia tymczasowego

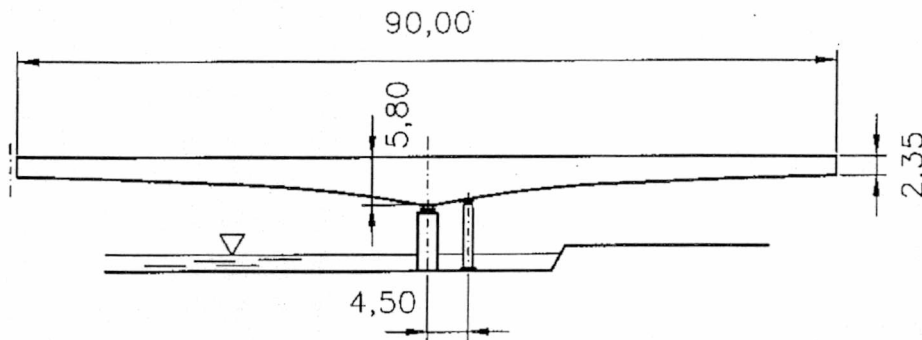
Nośność ustalano dla dwóch różnych wskaźników przeciążenia:

3% - przyjęty jako przeciętny stosowany w praktyce (p. 4.2.1),

30% - przyjęty na podstawie polskiej normy PN-85/S-10030, (por. także p. 4.2.1).

- Wskaźnik przeciążenia 3%

Przyjęto jednostronną przewagę ciężarów segmentów wynoszącą  $g_n/g = 3\%$  oraz siłę skupioną na jednym końcu wspornika  $Q = 50$  kN (z uwzględnieniem ewentualnych efektów dynamicznych). Innych obciążeń w tym etapie nie uwzględniano. Schemat do niniejszych obliczeń zamieszczono na rys. 7.2.



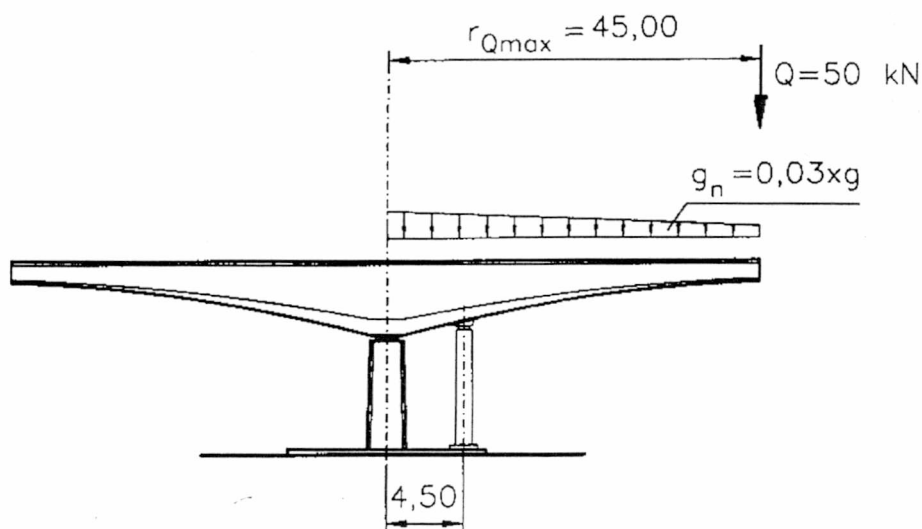
Rys. 7.1. Ogólny widok ukończonego wahadła. Podpora tymczasowa umieszczona na wspólnym fundamencie z podporą docelową.

Zastosowano współczynnik obciążenia  $\gamma_f = 1,20$  dla obciążenia ciężarem własnym i  $\gamma_f = 1,50$  dla obciążenia siłą  $Q$ . Na podstawie dokumentacji technicznej mostu ustalono, że moment ciężaru jednego wspornika (w rozumieniu momentu siły względem punktu) względem podpory stałej wynosi  $M_{gl} = M_{gp} = 299258$  kNm, toteż:

$$g_n/g \cdot M_{gp} \cdot \gamma_f = 0,03 \cdot 299258 \cdot 1,20 = 10773 \text{ kNm}$$

$$Q \cdot r_Q \cdot \gamma_f = 50 \cdot 45,00 \cdot 1,50 = 3375 \text{ kNm}$$

$$M^{obl} = 10773 + 3375 = 14148 \text{ kNm}$$



Rys. 7.2. Schemat obciążenia podpory tymczasowej z uwzględnieniem asymetrii ciężaru własnego oraz siły skupionej jako obciążenia technologicznego.

Przez  $M^{obl}$  oznaczono obliczeniowy moment obracający.

Tymczasowa stalowa podpora dwusłupowa powinna więc wykazywać nośność obliczeniową  $N_r^{obl} = 3145$  kN. Podpora jest ustawiona w odległości  $d = 4,50$  m od osi podpory stałej. Nośność “momentowa” podparcia tymczasowego wynosi:

$$M_r^{obl} = d \cdot N_r^{obl} = 4,50 \cdot 3145 = 14153 \text{ kNm}$$

Spełniony jest więc warunek projektowy:

$$14153 \text{ kNm} = M_r^{obl} > M^{obl} = 14148 \text{ kNm}$$

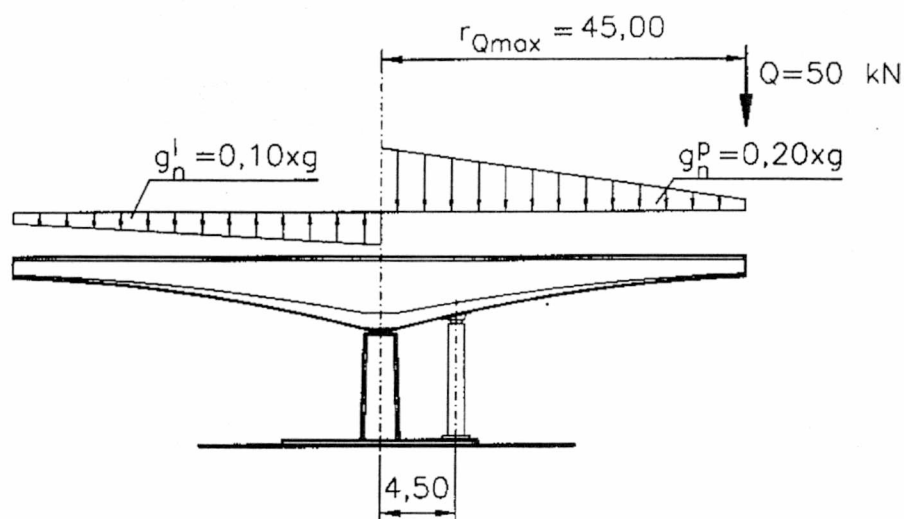
- Wskaźnik przeciążenia **30%** (PN-85/S-10030)

Ścisła interpretacja normy PN-85/S-10030 [38] w niniejszym zagadnieniu skutkuje koniecznością przyjęcia innego obciążenia związanego z asymetrią ciężaru własnego. Wyznaczając moment obracający związany z ciężarem własnym należy ciężar jednego wspornika mnożyć przez współczynnik 1,20, a ciężar drugiego – przez współczynnik 0,90. Wynikającej stąd wartości momentu obracającego nie mnoży się wówczas przez dodatkowe współczynniki. Obciążenie technologiczne, modelowane tutaj siłą skupioną  $Q$  pozostaje niezmienione. Współczynnik  $\gamma_f = 1,50$  dla obciążenia siłą  $Q$  pozostaje również niezmieniony. Przyjmując do obliczeń tę samą konstrukcję otrzymujemy:

$$g_n/g \cdot M_{gl} + g_n/g \cdot M_{gp} = (0,10 + 0,20) \cdot 299258 = 89777 \text{ kNm}$$

$$Q \cdot r_Q \cdot \gamma_f = 50 \cdot 45,00 \cdot 1,50 = 3375 \text{ kNm}$$

$$M^{obl} = 89777 + 3375 = 93152 \text{ kNm}$$



Rys. 7.3. Schemat obciążenia podpory tymczasowej z uwzględnieniem asymetrii ciężaru własnego oraz siły skupionej jako obciążenia technologicznego (asymetria ciężaru własnego w rozumieniu PN-85/S-10030).

W tej sytuacji podpora tymczasowa powinna wykazywać nośność obliczeniową  $N_r^{obl} = 20710$  kN. Odległość od osi podpory stałej  $d = 4,50$  m, stąd nośność “momentowa” podparcia tymczasowego wynosi:

$$M_r^{obl} = d \cdot N_r^{obl} = 4,50 \cdot 20710 = 93195 \text{ kNm}$$

Spełniony jest warunek projektowy:

$$93195 \text{ kNm} = M_r^{obl} > M^{obl} = 93152 \text{ kNm}$$

Obliczeniowy moment utrzymujący  $M_r^{obl}$  wynosi:

- dla wskaźnika przeciążenia **3%** 14153 kNm
- dla wskaźnika przeciążenia **30%** 93195 kNm

### 7.2.2. Przyjęte charakterystyki nośności i obciążeń

Zarówno nośność, jak i obciążenie są zmiennymi losowymi. Moment graniczny nośności jest warunkowany nośnością podparcia tymczasowego, a obciążenie jest warunkowane szeregiem innych, podstawowych zmiennych. Założenia probabilistyczne dotyczące tych zmiennych zebrano w tablicy 7.1 i opisano poniżej. Przyjęto ponadto założenie o niezależności wszystkich zmiennych. Dobór zmiennych i ich oznaczenia są zgodne z pierwszym opisanym w rozdział 5.3 stanem granicznym.

Tablica 7.1

**Charakterystyki zmiennych**

| Zmienna losowa                              | Typ rozkładu | Wartość oczekiwana                                   | Odchylenie standardowe                             |
|---------------------------------------------|--------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $M_r$ – Moment graniczny nośności           | Normalny     | 17100 kNm ( <b>3%</b> )<br>112800 kNm ( <b>30%</b> ) | 1710 kNm ( <b>3%</b> )<br>11280 kNm ( <b>30%</b> ) |
| $V_i$ – Objętość segmentu                   | Normalny     | Indywidualnie                                        | Indywidualnie                                      |
| $D_i$ – Ciężar objętościowy betonu          | Normalny     | 26 kN/m <sup>3</sup>                                 | 0,39 kN/m <sup>3</sup>                             |
| $r_i$ – Położenie środka ciężkości segmentu | Nielosowe    | Indywidualnie                                        | -                                                  |
| $r_Q$ – Położenie siły Q                    | Równomierny* | 0,0                                                  | 26,0 m                                             |
| $Q$ – Siła ruchoma                          | Nielosowa    | 50 kN                                                | -                                                  |

\* - Rozkład rozłożony na całej długości dźwigara, tj. na przedziale [-45,0; +45,0]

#### $M_r$ – moment graniczny nośności

Wartość oczekiwaną momentu granicznego nośności  $M_r$  można oszacować w następujący sposób. Dla zwykłej stali konstrukcyjnej, z której zbudowana jest podpora, współczynnik materiałowy jest równy  $\gamma_f = 1,15$  [37, 56]. Tym samym, wartość charakterystyczna  $M_r^k$  momentu nośności wynosi:

$$M_r^k = M_r^{obl} \cdot \gamma_f = 14153 \cdot 1,15 = 16276 \text{ kNm} \quad (3\%)$$

$$M_r^k = M_r^{obl} \cdot \gamma_f = 93195 \cdot 1,15 = 107174 \text{ kNm} \quad (30\%)$$

Przyjęto, że wartość charakterystyczna nośności podpory jest tylko 5% niższa od wartości średniej, co jest założeniem ujmującym możliwość zastosowania na podporę tymczasową konstrukcji staroużytecznych. Tak więc wartość oczekiwana momentu nośności wynosi:

$$E[M_r] = \frac{M_r^k}{95\%} = \frac{16276}{0,95} \approx 17100 \text{ kNm} \quad (3\%)$$

$$E[M_r] = \frac{M_r^k}{95\%} = \frac{107174}{0,95} \approx 112800 \text{ kNm} \quad (30\%)$$

Charakter losowy nośności podparcia tymczasowego wynika z losowej wytrzymałości stali konstrukcyjnej, losowych parametrów geometrycznych konstrukcji, przypadkowych imperfekcji, niedokładności montażu, itd. Przyjęto, iż moment nośności jest wielkością losową o rozkładzie normalnym i wypadkowym odchyleniu standardowym  $\sigma_{Mr} = 1710 \text{ kNm}$  (3%), 11280 kNm (30%), co oznacza 10% współczynnik zmienności nośności podpory [22, 31]. Odległość wzajemną obu podpór  $d$  przyjęto jako deterministyczną.

#### $V_i$ objętość segmentu

Charakter zmienności objętości segmentów wynika bezpośrednio z charakteru zmienności grubości elementów składowych ich przekroju poprzecznego. Ustalono bowiem, że wymiary powierzchniowe płyt i ścian wnoszą znacznie mniejsze błędy względne niż błędy grubości, a długość segmentu przyjęto za deterministyczną. Badania na obiektach wykazały, iż zmienność grubości ścian oraz zmienność objętości całych segmentów mogą być dobrze opisane przez rozkład normalny (rozdział 6). W tym zadaniu kierowano się bezpośrednio wynikami pomiarów własnych, dotyczących wymiarów płyt i ścian segmentów.

Wartości średnie pól przekrojów składowych (płyty dolnej i obu ścian) oraz pola całkowitego określano indywidualnie dla każdego segmentu, ze względu na zmienną wysokość przekroju. Na podstawie grubości elementów, tj. płyty górnej, płyty dolnej i ścian, przez sumowanie, obliczano pola przekroju oraz objętości  $V_i$  segmentów. Zakładając niezależność zmiennych losowych oraz uwzględniając współczynniki zmienności (tablica 7.2), obliczone na podstawie wyników badań różnych obiektów (tablica 6.4), określono odchylenia standardowe objętości wszystkich segmentów, przyjmując, że długość segmentu  $s = 4,50 \text{ m}$ , (Załącznik nr 3).

Tablica 7.2

#### **Współczynniki zmienności grubości elementów**

| Element     | Współczynniki zmienności grubości |
|-------------|-----------------------------------|
| Płyta górna | 2,8 %                             |
| Płyta dolna | 3,5 %                             |
| Ściana $g$  | 1,2 %                             |
| Ściana $d$  | 1,2 %                             |

Literą  $g$  oznaczono ścianę dźwigara od strony górnej wody, a literą  $d$  – od strony dolnej wody.



$D_i$  ciężar objętościowy betonu

Przyjęto, że zmienność ciężaru betonu również podlega rozkładowi normalnemu [58]. Wartość oczekiwana wynosi  $E[D_i] = 26 \text{ kN/m}^3$ , a odchylenie standardowe  $\sigma_D = 0,39 \text{ kN/m}^3$ . Przyjęto, że takie parametry statystyczne odnoszą się do betonu w całej konstrukcji oraz że czynnik ten jest niezależny od innych wielkości losowych (w sensie probabilistycznym).

 $r_i$  położenie środka ciężkości segmentu

Przyjęto, że środek ciężkości segmentu leży w środku jego długości i jest wielkością deterministyczną.

 $r_Q$  położenie siły  $Q$ 

Położenie siły  $Q$  określone jest jej odległością od środka (długości) dźwigara. Jego rozkład równomierny na całej długości dźwigara wynika z charakteru modelowanego obciążenia, którym jest maszyna samojezdna operująca na całej długości wznoszonej konstrukcji i mogąca z jednakowym prawdopodobieństwem znaleźć się w dowolnym punkcie dźwigara. Odchylenie standardowe położenia siły ruchomej  $Q$  obliczono w związku z jego równomiernym rozkładem losowym.

$$\sigma_{r_Q} = \frac{2r_{Q_{\max}}}{\sqrt{12}} = \frac{2 \cdot 45,00}{\sqrt{12}} \approx 26,00 \text{ m}$$

 $Q$  siła  $Q$ 

Siła  $Q$  ma charakter deterministyczny. Wartość jej dobrano na podstawie sugestii zawartych w literaturze [19, 28].

**7.2.3. Ocena metodą poziomu drugiego**

Wartość oczekiwana funkcji  $Z$  określonej wzorem (5.10) jest traktowana jako margines bezpieczeństwa:

$$E[Z] = E[M_r] - E[M] \quad (7.1)$$

gdzie  $E[M_r]$  jest wartością oczekiwaną losowego momentu granicznego nośności podparcia tymczasowego, a  $E[M]$  jest wartością oczekiwaną losowego momentu obracającego.

Ze względu na założenie o jednostajnym rozkładzie prawdopodobieństwa położenia siły  $Q$ , a także ze względu na projektowaną symetrię geometryczną ustroju można przyjąć, że wartość oczekiwana momentu obracającego jest zerowa ( $E[M] = 0$ ).

Tak więc:

$$E[Z] = E[M_r] - E[M] = 17100 - 0 = 17100 \text{ kNm} \quad (3\%)$$

$$E[Z] = E[M_r] - E[M] = 112800 - 0 = 112800 \text{ kNm} \quad (30\%)$$

Kolejne przyjęte założenie to stochastyczna niezależność momentów  $M_r$  i  $M$ , stąd:

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{M_r}^2 + \sigma_M^2} \quad (7.2)$$

Odchylenie standardowe momentu obracającego  $\sigma_M$  związanego z ciężarem własnym konstrukcji ustalono na podstawie analizy danych dotyczących rzeczywistej objętości segmentów i ciężaru objętościowego betonu. Dla analizowanego dźwigara, poprzez

geometryczne zsumowanie odchyłeń standardowych losowych momentów ciężarów poszczególnych segmentów, uzyskano odchylenia standardowe  $\sigma_{Ml} = \sigma_{Mp}$  momentu jednostronnego od ciężaru jednego wspornika, odpowiednio lewego lub prawego. Wartości tych odchyłeń w rozpatrywanym przykładzie wynoszą  $\sigma_{Ml} = \sigma_{Mp} = 2294$  kNm, przy czym wartość oczekiwana momentu ciężaru wspornika (lewego lub prawego) względem podpory stałej jest równa  $E[M_{g,l,p}] = 299258$  kNm, (Załącznik 3). Geometryczna suma odchyłeń standardowych ciężarów obydwu wsporników prowadzi do odchylenia standardowego losowego momentu obracającego związanego z ciężarem własnym dźwigara:

$$\sigma_{Mg} = \sqrt{\sigma_{Ml}^2 + \sigma_{Mp}^2} = \sqrt{2294^2 + 2294^2} = 3244 \text{ kNm}$$

Jednocześnie, odchylenie standardowe momentu siły  $Q$  względem podpory stałej wyniesie:

$$\sigma_{MQ} = \sigma_{rQ} \cdot Q = 26,00 \cdot 50 = 1300 \text{ kNm}$$

Tak więc, wypadkowe odchylenie standardowe momentu obracającego  $M$ , przy założeniu niezależności wszystkich składników jest równe:

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_{Mg}^2 + \sigma_{MQ}^2} = \sqrt{3244^2 + 1300^2} = 3495 \text{ kNm}$$

Stąd i ze wzoru (7.2) wynika, że:

$$\sigma_Z = \sqrt{1710^2 + 3495^2} \approx 3890 \text{ kNm} \quad (3\%)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{11280^2 + 3495^2} \approx 11800 \text{ kNm} \quad (30\%)$$

Powyższe wyniki pozwalają obliczyć wskaźnik niezawodności (wzór 5.2) według Cornella:

$$\beta_C = \frac{E[Z]}{\sigma_Z} = \frac{17100}{3890} \approx 4,40 \quad (3\%)$$

$$\beta_C = \frac{E[Z]}{\sigma_Z} = \frac{112800}{11800} \approx 9,56 \quad (30\%)$$

#### 7.2.4. Ocena metodą poziomu trzeciego

Funkcja marginesu bezpieczeństwa ma postać daną wzorem (5.10), dla  $i = 1 \dots 20$ :

$$Z = M_r - \left( \sum_{i=1}^{20} V_i \cdot D_i \cdot r_i + Q \cdot r_Q \right) \quad (7.3)$$

Zadanie sprowadza się do obliczenia prawdopodobieństwa  $p_f$  wg (5.3), czyli  $p_f = P\{Z < 0\}$ , oraz wyznaczenia odpowiadającego mu wskaźnika niezawodności  $\beta_G$ .

Wystąpienie zdarzenia  $\{Z < 0\}$  oznacza, że obciążenie podparcia tymczasowego momentem obracającym jest większe niż jego nośność, a więc jest to stan awarii. Zadanie to, przy założeniach podanych w p. 5.2, rozwiązano z wykorzystaniem metod FORM i SORM, opisanych w punkcie 5.1, przy użyciu systemu komputerowego COMREL [12].

W wyniku obliczeń otrzymano wskaźnik niezawodności  $\beta_G$  (według FORM) i odpowiadające mu prawdopodobieństwo awarii  $p_f$ . W przypadku procedury SORM, podawane jest odpowiednio zmienione prawdopodobieństwo i modyfikowany wskaźnik

niezawodności. Wyniki zestawiono w tablicy 7.3. Występujące wśród wyników uzyskanych z programu COMREL współczynniki wrażliwości  $\alpha$  zestawiono w tablicy 7.4.

Tablica 7.3

**Wyniki analizy metodą poziomą trzeciego**

|                         | Wskaźnik przeciążenia 3% | Wskaźnik przeciążenia 30% |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| $\beta_{G\text{ FORM}}$ | 4,36                     | 9,53                      |
| $P_{f\text{ FORM}}$     | $6,60 \times 10^{-6}$    | $7,86 \times 10^{-22}$    |
| $\beta_{G\text{ SORM}}$ | 4,44                     | 9,56                      |
| $P_{f\text{ SORM}}$     | $4,45 \times 10^{-6}$    | $5,74 \times 10^{-22}$    |

Tablica 7.4

**Współczynniki wrażliwości**

| Zmienna losowa                                                              | Oznaczenie      | Wartość |       |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------|-------|
|                                                                             |                 | 3%      | 30%   |
| Moment graniczny nośności                                                   | $\alpha_{Mr}$   | 0,451   | 0,956 |
| Objętość segmentu $i$                                                       | $\alpha_{V,i}$  | 0,025   | 0,008 |
| Segment pierwszy<br>segment ostatni                                         |                 | 0,209   | 0,067 |
| Ciężar objętościowy betonu<br>w segmencie pierwszym<br>w segmencie ostatnim | $\alpha_{D,1}$  | 0,021   | 0,007 |
|                                                                             | $\alpha_{D,10}$ | 0,187   | 0,060 |
| Odległość (położenie) siły $Q$                                              | $\alpha_{rQ}$   | 0,255   | 0,098 |

**7.2.5. Komentarz wyników**

- Obliczone wskaźniki niezawodności, przy założeniach przyjętych w zadaniu, wynoszą:

według metody poziomu drugiego

$$\beta = 4,40 \text{ przy } g_n/g = 3\%$$

$$\beta = 9,56 \text{ przy } g_n/g = 30\%$$

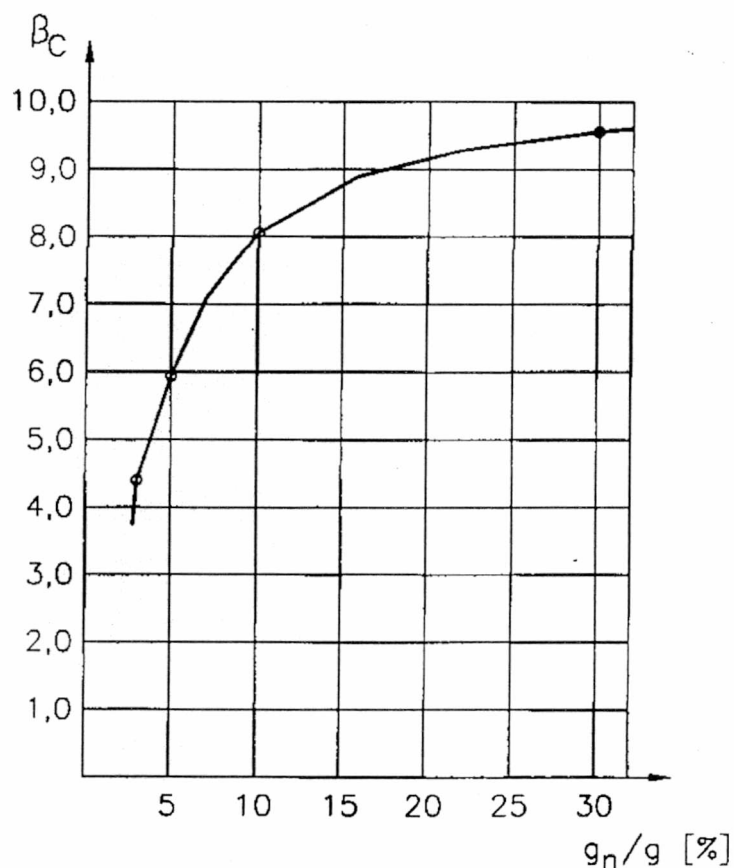
według metody poziomu trzeciego (SORM)

$$\beta_G = 4,44 \text{ przy } g_n/g = 3\%$$

$$\beta_G = 9,56 \text{ przy } g_n/g = 30\%.$$

Zastosowanie metod deterministycznych i współczynników normowych do obciążeń pozwala więc uzyskać duży zapas bezpieczeństwa, wzrastający bardzo znacznie przy ustalaniu wskaźnika przeciążenia  $g_n/g$  wyłącznie poprzez bezpośrednią interpretację normy [38], (tj.  $g_n/g = 30\%$ ). Wówczas, w rzeczywistości, obciążenia losowe wahadła przestają odgrywać istotną rolę. Współczynnik wrażliwości związany z nośnością podparcia sięga  $\alpha_{Mr} = 0,956$ .

W zakresie metody poziomu drugiego obliczono wskaźniki niezawodności także dla innych wartości  $g_n/g$ . W rezultacie wykreślono krzywą przedstawioną na rys. 7.4. Wyraźny wzrost wskaźnika  $\beta$  jest zauważalny tylko do wartości  $g_n/g$  około 12%. Następnie obserwuje się *plateau* krzywej, które jest spowodowane zmniejszeniem wpływu czynników losowych związanych z obciążeniami wahadła, a zwiększeniem wpływu losowego charakteru nośności podpory. Podkreśla się, że wykres ten jest miarodajny przy założeniach podanych w p. 7.2.1 i 7.2.2.



Rys.7.4. Zależność wskaźnika niezawodności  $\beta_C$  od wskaźnika przeciążenia  $g_n/g$

- Bardziej racjonalne jest więc stosowanie mniejszego wskaźnika przeciążenia, opartego na przesłankach wynikających z przedstawionych badań i analiz. W przypadku stosowania wskaźnika 3%, istotnego znaczenia nabierają pozostałe zmienne losowe. Współczynnik wrażliwości  $\alpha_V = 0,634$  (p. poniżej) świadczy o istotnym udziale obciążenia związanego z niedokładnością wykonania dźwigara w całkowitym potencjalnym wyężeniu podparć tymczasowych. Wynika stąd, iż wskazana jest stała kontrola dokładności wykonania dźwigara głównego dla uniknięcia niebezpieczeństwa

spadku wskaźnika niezawodności. Pierwiastek sumy kwadratów wszystkich współczynników wrażliwości związanych z ciężarami segmentów jest równy 0,855.

Uwaga. Łączne współczynniki wrażliwości zdefiniowano i obliczono poniżej.

$$\alpha_V = \sqrt{\sum_i \alpha_{V,i}^2} = \sqrt{0,402} = 0,634, \quad \alpha_D = \sqrt{\sum_i \alpha_{D,i}^2} = \sqrt{0,330} = 0,574$$

$$\sqrt{\sum_i \alpha_{V,i}^2 + \sum_i \alpha_{D,i}^2} = 0,855$$

Współczynniki  $\alpha$  przyporządkowane ciężarom segmentów, są silnie zależne od odległości od podpory stałej. Najmniejszą wartość zanotowano dla segmentu pierwszego, a największą dla segmentu ostatniego.

- Warto zwrócić uwagę na zbieżność wyników w zakresie wskaźnika niezawodności, uzyskaną w obliczeniach drugiego i trzeciego poziomu. Zbieżność ta ma swoje uzasadnienie teoretyczne. Jeżeli bowiem funkcja stanu granicznego jest funkcją liniową, a poszczególne zmienne losowe mają rozkłady normalne, to wyniki uzyskane metodą poziomu drugiego i trzeciego są identyczne. W rozpatrywanym tu zadaniu funkcja marginesu bezpieczeństwa  $Z$  zawiera głównie iloczyny zmiennych losowych (7.3) o rozkładach normalnych. Przy założeniu małych wariancji iloczyny te mają rozkład zbliżony do normalnego. Stąd uzyskana zbieżność rezultatów. W związku z tym należy sądzić, że w przypadku niewielkich wahań losowych wymiarów elementów segmentu (współczynnik zmienności rzędu  $1 \div 2\%$ ), w analizie niezawodności można ograniczyć się do metody poziomu drugiego oraz wskaźnika Cornella, które są proste rachunkowo i nie wymagają stosowania zaawansowanych programów komputerowych.
- Obliczenia prowadzono przy stałym założeniu niezależności wszystkich zmiennych. Wydaje się jednak prawdopodobne, że ciężary segmentów o tych samych numerach, lecz na przeciwnych wspornikach mogą być skorelowane. Są one bowiem wykonywane w tym samym czasie, przy tych samych warunkach atmosferycznych i w tym samym reżimie technologicznym. Ponadto mają tę samą geometrię. Argumentem przeciwnym jest fakt wykonywania segmentów przeważnie przez oddzielne brygady. W tej sytuacji przyjęto możliwość wystąpienia korelacji pomiędzy ciężarami obydwu wsporników, potraktowanych całościowo. Wypadkowe odchylenie standardowe momentu obracającego związanego z ciężarem własnym segmentów może być więc zapisane następująco:

$$\sigma_{Mg} = \sqrt{\sigma_{Ml}^2 + \sigma_{Mp}^2 - 2 \cdot \rho \cdot \sigma_{Ml} \cdot \sigma_{Mp}} \quad (7.4)$$

Znak minus we wzorze (7.4) wynika z przeciwnego działania momentów obracających lewostronnego i prawostronnego.

Współczynnik korelacji  $\rho$  potraktowano jako parametr, przyjmując różne jego wartości. Wyniki obliczeń odchylenia standardowego według wzoru (7.4) i odpowiedniego wskaźnika niezawodności zebrano w tablicy 7.5.

Tablica 7.5.

**Wpływ korelacji pomiędzy wspornikami na wskaźnik bezpieczeństwa**

| Współczynnik korelacji<br>$\rho$ | Odchylenie standardowe<br>$\sigma_{Mg}$ [KNm] | Wskaźnik bezpieczeństwa<br>$\beta$ |
|----------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------|
| 0,0                              | 3244                                          | 4,40                               |
| 0,2                              | 2902                                          | 4,74                               |
| 0,8                              | 1451                                          | 6,60                               |
| 1,0                              | 1300                                          | 7,96                               |

Wystąpienie więc w rzeczywistości korelacji pomiędzy ciężarem segmentów po lewej i po prawej stronie wahadła prowadzi do wyraźnego wzrostu wskaźnika niezawodności. Odwrotny efekt powoduje korelacja pomiędzy ciężarami wszystkich sąsiednich segmentów (na tym samym, jednym wsporniku). Wtedy występuje stała odchyłka ciężaru, stanowiąc w istocie błąd systematyczny.

**7.3. Etap drugi – trzy czynniki obciążenia****7.3.1. Modyfikacje założeń**

Podstawową modyfikacją założeń jest uwzględnienie obciążenia wiatrem. Ustalenie tego obciążenia poprzedzono określeniem prędkości charakterystycznej wiatru i oceną możliwej asymetrii oddziaływania. W dalszej kolejności wyznaczono nową wymaganą nośność podpory tymczasowej. Następnie przyjęto probabilistyczne charakterystyki obciążeń, po czym przeprowadzono obliczenia w celu otrzymania wskaźników niezawodności.

W fazie obliczeń niezawodnościowych obciążenie wiatrem przyjęto dwuwariantowo, pod względem zakładanej asymetrii oddziaływania:

- obciążenie jest przyłożone do jednego wspornika, na całej jego długości, drugi pozostaje nieobciążony, (położenie wypadkowej jest zdeterminowane);
- obciążenie jednego wspornika jest większe od obciążenia drugiego o wartość wynikającą z działania wiatru w porywie na odcinku około 30 m, (położenie wypadkowej nie jest zdeterminowane).

Przyjęto, że wiatr wieje prostopadle do osi mostu, a obciążenie wynika z działania aerodynamicznej siły poprzecznej  $C_y$ , (por. rys. 3.4. i 4.3.a).

**7.3.2. Prędkość wiatru**

Przyjęcie prędkości charakterystycznej poprzedzono ustaleniem prawdopodobieństwa, z którym prędkość ta może być przekroczona w każdym roku ekspozycji obiektu lub pozostawiania konstrukcji w tym samym stanie. Okres pozostawiania wahadła nie zwartego

z pozostałymi częściami konstrukcji nie przekracza zwykle 1 roku. Taki też przyjęto czas ekspozycji ( $T_e$ ). Prawdopodobieństwo przekroczenia wartości charakterystycznej prędkości wiatru ustalono na  $p$  ( $V > V_{char}$ ) = 0,05 [58, 59]. Okres powrotu wynosi więc  $T_r = 20$  lat.

Korzystając z rzeczywistych danych meteorologicznych (ze stacji pomiarowej Warszawa-Okęcie) [60], przyjęto następujące parametry rozkładu Gumbela prędkości ekstremalnych (w porywie):

$$U^p = 24,15 \text{ m/s}$$

wartość modalna

$$\alpha^p = 0,316 \text{ m/s}$$

współczynnik rozproszenia

Prędkość charakterystyczna wiatru w porywie  $V^p$  może być obliczona z równania [1, 47, 58, 59]:

$$v^p = U^p - \frac{1}{\alpha^p} \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{T_r} \right) \right] = 24,15 - \frac{1}{0,316} \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{20} \right) \right] = 33,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

W obliczeniach obciążenia zastępczego przyjęto  $v^p = 31 \text{ m/s}$  ze względu na przyjęty czas uśredniania wynoszący 10 s, przekraczający przyjmowany czas trwania porywu 3 do 5 s. Charakterystyczna prędkość średnia  $v^{sr}$  według tych samych danych jest równa 20,3 m/s, a parametry rozkładu w tym przypadku wynoszą:

$$U^{sr} = 15,38 \text{ m/s}$$

wartość modalna,

$$\alpha^{sr} = 0,607 \text{ m/s}$$

współczynnik rozproszenia.

### 7.3.3 Asymetria oddziaływania

Przyjęto dwa warianty występowania asymetrii (por. p. 7.3.1).

- Położenie zdeterminowane

W przypadku tym założono całkowite zasłonięcie aerodynamiczne jednego wspornika. Obciążenie wiatrem jest przyłożone na całej długości drugiego, odsłoniętego wspornika (rys. 4.3. a). Do obliczeń wymaganej nośności podparcia tymczasowego przyjęto obciążenie zastępcze wynikające z oddziaływania wiatru o prędkości średniej, mnożone przez normowy współczynnik porywów [36]. Do obliczeń niezawodnościowych przyjęto bezpośrednio oddziaływanie wiatru w porywie. Przyjęto ponadto aerodynamiczny współczynnik siły poprzecznej  $C_y = 0,3$  [29], stały na całej długości dźwigara.

Obciążenie zastępcze równomiernie rozłożone, dla pomostu o szerokości 12,5 m wynosi:

$$w_v^{sr} = \frac{1}{2} \rho v^{sr2} C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot 20,3^2 \cdot 0,3 \cdot 12,5 \approx 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 1,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Po zastosowaniu współczynnika porywów  $\beta_p = 1,8$ , [36] pionowe obciążenie zastępcze charakterystyczne wynosi:



$$w_v = w_v^{sr} \beta_p = 1 \cdot 1,8 = 1,8 \frac{kN}{m}$$

Obciążenie wiatrem liczone bezpośrednio (na podstawie charakterystycznej prędkości wiatru w porywie) wynosi:

$$w^p = \frac{1}{2} \rho v^p{}^2 C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot 31,0^2 \cdot 0,3 \cdot 12,5 \approx 2300 \frac{N}{m} = 2,3 \frac{kN}{m}$$

- Położenie niezdeterminowane

W tym przypadku przyjęto, że wahadło jest w całości wyeksponowane na działanie wiatru. Jedyną przyczyną obciążenia asymetrycznego może być więc naturalna niejednorodność prędkości wiatru (rys. 5.6). Przyjęto, że maksymalny obszar występowania porywu wynosi  $k = 30$  m (rys. 5.8), co odpowiada czasowi uśredniania prędkości 10 s (p. 5.2.4). W obszarze tym może być zanotowana prędkość wiatru  $v^p = 31$  m/s. Na pozostałej części wahadła przyjęto prędkość średnią  $v^{sr}$ . Tak więc, na odcinku  $k$  (rys. 5.8) może wystąpić obciążenie (pionowe):

$$w^p = \frac{1}{2} \rho v^p{}^2 C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot 31^2 \cdot 0,3 \cdot 12,5 \approx 2300 \frac{N}{m} = 2,3 \frac{kN}{m}$$

a na pozostałych fragmentach dźwigara wystąpi obciążenie:

$$w^{sr} = \frac{1}{2} \rho v^{sr}{}^2 C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot 20,3^2 \cdot 0,3 \cdot 12,5 \approx 1000 \frac{N}{m} = 1,0 \frac{kN}{m}$$

Tym samym wartość obciążenia w na odcinku  $k$  wynosi:

$$w = w^p - w^{sr} = 2,3 - 1,0 = 1,3 \frac{kN}{m}$$

Liczba ta pozwala oszacować stosunek obciążenia na obu wspornikach w sytuacji braku wyraźnych przeszkód aerodynamicznych przed wahadłem. Przy powyższych założeniach stosunek ten wynosi:

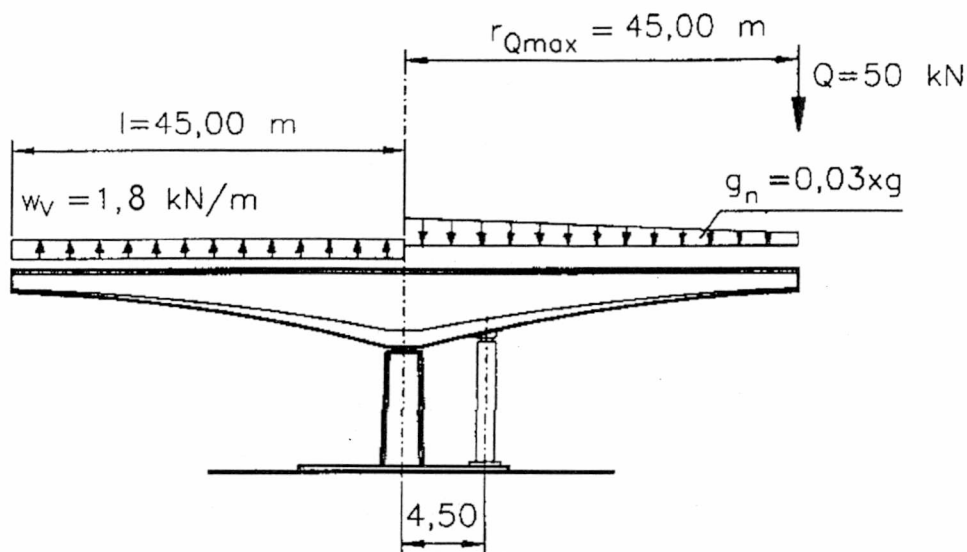
$$\frac{l \cdot w^{sr}}{k \cdot w + (l - k) \cdot w^{sr}} = \frac{45,00 \cdot 1,0}{30,00 \cdot 1,3 + (45,00 - 30,00) \cdot 1,0} = 0,83$$

#### 7.3.4. Ustalenie nośności podpory

Nośność ustalano dla wskaźnika przeciążenia 3%, obciążenia technologicznego  $Q = 50$  kN oraz obciążenia zastępczego wiatrem  $w_v = 1,8$  kN/m (p. 7.2.1 i 7.3.3). Schemat do obliczeń zamieszczono na rys. 7.5.

Zastosowano współczynnik obciążenia  $\gamma_f = 1,20$  dla obciążenia ciężarem własnym,  $\gamma_f = 1,50$  dla obciążenia siłą  $Q$  i  $\gamma_f = 1,30$  dla obciążenia wiatrem  $w_v$ . Dla długości  $l = 45,00$  m, obliczeniowy moment obracający wyznaczono w następujący sposób (p. 7.2.1):





Rys. 7.5. Schemat ustalania nośności podpory tymczasowej w etapie drugim.

$$g_n/g \cdot M_{gp} \cdot \gamma_f = 0,03 \cdot 299258 \cdot 1,20 = 10773 \text{ kNm}$$

$$Q \cdot r_Q \cdot \gamma_f = 50 \cdot 45,00 \cdot 1,50 = 3375 \text{ kNm}$$

$$w_v \cdot l^2 / 2 \cdot \gamma_f = 1,8 \cdot 45,00^2 / 2 \cdot 1,30 = 2369 \text{ kNm}$$

$$M^{obl} = 10773 + 3375 + 2369 = 16517 \text{ kNm}$$

Tymczasowa stalowa podpora dwusłupowa powinna więc wykazywać nośność obliczeniową

$N_r^{obl} = 3680 \text{ kN}$ . Nośność “momentowa” podparcia tymczasowego dla  $d = 4,50 \text{ m}$  wynosi:

$$M_r^{obl} = d \cdot N_r^{obl} = 4,50 \cdot 3680 = 16560 \text{ kNm}$$

Spełniony jest więc warunek projektowy:

$$16560 \text{ kNm} = M_r^{obl} > M^{obl} = 16517 \text{ kNm}$$

### 7.3.5. Przyjęte charakterystyki nośności i obciążeń

Przyjęto charakterystyki odpowiednio takie same jak w p. 7.2.2. Zwiększono wartość oczekiwaną nośności podparcia z powodu zwiększenia obliczeniowego momentu obracającego oraz zadeklarowano odpowiednie postaci zmiennych związanych z oddziaływaniem wiatru. Dobór zmiennych i ich oznaczenia są zgodne z drugim opisanym w p. 5.3 stanem granicznym. Charakterystyki wszystkich zmiennych występujących w tym etapie zestawiono w tablicy 7.6.

Tablica 7.6

**Charakterystyki zmiennych**

| Zmienna losowa                                        | Typ rozkładu       |               | Wartość oczekiwana   | Odchylenie standardowe |
|-------------------------------------------------------|--------------------|---------------|----------------------|------------------------|
| $M_r$ – Moment graniczny nośności                     | Normalny           |               | 20050 kNm            | 2005 kNm               |
| $V_i$ – Objętość segmentu                             | Normalny           |               | Indywidualnie        | Indywidualnie          |
| $D_i$ – Ciężar objętościowy betonu                    | Normalny           |               | 26 kN/m <sup>3</sup> | 0,39 kN/m <sup>3</sup> |
| $r_i$ – Położenie środka ciężkości segmentu           | Nielosowe          |               | Indywidualnie        | -                      |
| $r_Q$ – Położenie siły $Q$                            | Równomierny*       |               | 0,0 m                | 26,0 m                 |
| $Q$ – Siła ruchoma                                    | Nielosowa          |               | 50 kN                | -                      |
| $w$ – Działanie wiatru definiowane przez prędkość $v$ | Gumbela            | $v^p$         | 26,0 m/s             | 4,1 m/s                |
|                                                       |                    | $v^{sr}$      | 16,3 m/s             | 2,1 m/s                |
| $k$ – Długość odcinka obciążenia                      | Położ. ztermin.    | Nielosowa     | 45,0 m               | -                      |
|                                                       | Położ. nieztermin. |               | 30,0 m               | -                      |
| $r_w$ – Położenie wypadkowej działania wiatru         | Położ. ztermin.    | Nielosowe     | 22,5 m               | -                      |
|                                                       | Położ. nieztermin. | Równomierny** | 0,0 m                | 17,3 m                 |

\* - Rozkład rozłożony na całej długości dźwigara, tj. na przedziale [-45,0; +45,0]

\*\* - Rozkład rozłożony na przedziale [-30,0; +30,0]

 $M_r$  – moment graniczny nośności

Wartość oczekiwaną momentu granicznego nośności  $M_r$  oszacowano w sposób niżej przedstawiony. Wartość charakterystyczna momentu nośności jest równa:

$$M_r^k = M_r^{obl} \cdot \gamma_f = 16560 \cdot 1,15 = 19044 \text{ kNm}$$

Wartość oczekiwana momentu nośności wynosi:

$$E[M_r] = \frac{M_r^k}{0,95} = \frac{19044}{0,95} \approx 20050 \text{ kNm}$$

Wypadkowe odchylenie standardowe  $\sigma_{M_r} = 2005 \text{ kNm}$ , co stanowi 10% wartości oczekiwanej nośności podpory, podobnie jak w etapie pierwszym.

 $V_i$  – objętość segmentu

Charakter zmienności objętości segmentów pozostawiono nie zmieniony.

 $D_i$  – ciężar objętościowy betonu

Zmienność ciężaru betonu opisano tak samo jak w etapie pierwszym.

 $r_i$  – położenie środka ciężkości segmentu

Położenie środka ciężkości opisano tak samo jak w etapie pierwszym.

$r_Q$  — położenie siły  $Q$

Położenie siły  $Q$  określono tak samo jak w etapie pierwszym.

$Q$  — siła  $Q$

Siła  $Q$  ma charakter deterministyczny.

$w$  — działanie wiatru

Obciążenie wiatrem jest związane z losową wartością prędkości wiatru, do opisu której przyjęto rozkład Gumbela. Przyjęto dwie charakterystyki wiatru, stosownie do dwóch rozpatrywanych przypadków oddziaływania asymetrycznego.

- Położenie zdeterminowane

Oddziaływanie wiatru zdefiniowano przez jego prędkość (w porywie):

$$w^p = \frac{1}{2} \rho (v^p)^2 C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot (v^p)^2 \cdot 0,3 \cdot 12,5 = 2,42 (v^p)^2 \quad (7.5)$$

Dla zmiennej  $v^p$  przyjęto parametry (p. 7.3.2) [58]:

$$E[v^p] = U^p + \frac{C}{\alpha^p} = 24,15 + \frac{0,577}{0,316} = 26,0 \frac{m}{s} \quad \text{wartość oczekiwana}$$

$$\sigma_{vp} = \frac{1,283}{\alpha^p} = \frac{1,283}{0,316} = 4,1 \frac{m}{s} \quad \text{odchylenie standardowe}$$

- Położenie niezdeterminowane

Obciążenie asymetryczne może być zdefiniowane w następujący sposób (p. 7.3.3):

$$w = \frac{1}{2} \rho v^{p^2} C_y b - \frac{1}{2} \rho v^{sr^2} C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot 0,3 \cdot 12,5 \left( (v^p)^2 - (v^{sr})^2 \right) = 2,42 \left( (v^p)^2 - (v^{sr})^2 \right) \quad (7.6)$$

Dla zmiennej  $v^p$  przyjęto parametry jak w przypadku położenia zdeterminowanego (p. powyżej), a dla zmiennej  $v^{sr}$  przyjęto (p. 7.3.2):

$$E[v^{sr}] = U^{sr} + \frac{C}{\alpha^{sr}} = 15,38 + \frac{0,577}{0,607} = 16,3 \frac{m}{s} \quad \text{wartość oczekiwana}$$

$$\sigma_{vs} = \frac{1,283}{\alpha^{sr}} = \frac{1,283}{0,607} = 2,1 \frac{m}{s} \quad \text{odchylenie standardowe}$$

$k$  — długość odcinka obciążenia

- Położenie zdeterminowane

Długość odcinka  $k$  jest równa długości wspornika i wynosi 45,00 m

- Położenie niezdeterminowane

Długość odcinka obciążenia  $k$  jest określona i wynosi 30 m, jakkolwiek przeprowadzono analizę parametryczną.

$r_w$  – położenie wypadkowej obciążenia wiatrem

- Położenie zdeterminowane

Obciążenie rozłożone może być zastąpione przez wypadkową położoną w odległości  $r_w$  od podpory stałej (rys. 5.8). W przypadku zdeterminowanego położenia wypadkowej, jej położenie odpowiada punktowi środkowemu wspornika i wynosi  $r_w = 22,5$  m.

- Położenie niezdeterminowane

W przypadku tym przyjęto, że  $r_w$  ma rozkład równomierny na odcinku  $[-30,00; +30,00]$  m, co odpowiada skrajnym położeniom odcinka  $k$  (o długości 30,00 m). Wartość oczekiwana wynosi  $E[r_w] = 0,0$  m, a odchylenie standardowe jest równe:

$$\sigma_{r_w} = \frac{2r_{w\max}}{\sqrt{12}} = \frac{2 \cdot 30,00}{\sqrt{12}} \approx 17,30 \text{ m}$$

**7.3.6. Ocena metodą poziomu drugiego**

Margines bezpieczeństwa (7.1) stanowi obecnie wartość oczekiwana funkcji  $Z$  określonej wzorem (5.11). Podobnie, jak w etapie pierwszym, ustalono, że wartość oczekiwana momentu obracającego jest zerowa ( $E[M] = 0$ ), ponieważ:

- wartość oczekiwana momentu związanego z odchyłkami ciężaru własnego segmentów jest zerowa,
- wartość oczekiwana ramienia siły  $Q$  jest zerowa,
- oba kierunki działania wiatru są równoprawne.

Tak więc:

$$E[Z] = E[M_r] - E[M] = 20050 - 0 = 20050 \text{ kNm}$$

Ponieważ momenty  $M_r$  i  $M$ , są stochastycznie niezależne, to:

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{M_r}^2 + \sigma_M^2} \quad (7.7)$$

Przeprowadzając identyczną analizę, jak w p. 7.2.3, ustalono, że

$$\sigma_{M_g} = \sqrt{\sigma_{M_l}^2 + \sigma_{M_p}^2} = \sqrt{2294^2 + 2294^2} = 3244 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{M_Q} = \sigma_r \cdot Q = 26,00 \cdot 50 = 1300 \text{ kNm}$$

Dalsze obliczenia prowadzono dwuwariantowo.

- Położenie zdeterminowane

Moment obracający związany z działaniem wiatru ( $M_w$ ) jest zależny od iloczynu

$$M_w = k \cdot w \cdot r_w \quad - \quad (7.8)$$

W przypadku zdeterminowanego położenia wypadkowej losowa jest tylko wielkość  $w$ , pozostałe są parametrami. Wobec tego:

$$\sigma_{Mw} = k \times r_w \times \sigma_w = 45,00 \times 22,50 \times 0,81 = 820 \text{ kNm}$$

Odchylenie standardowe  $\sigma_w = 0,81 \text{ kN/m}$  obliczono w Załączniku nr 4.

Stąd:

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_{Mg}^2 + \sigma_{MQ}^2 + \sigma_{Mw}^2} = \sqrt{3244^2 + 1300^2 + 820^2} = 3590 \text{ kNm}$$

oraz

$$\sigma_Z = \sqrt{2005^2 + 3590^2} \approx 4110 \text{ kNm}$$

$$\beta_C = \frac{E[Z]}{\sigma_Z} = \frac{20050}{4110} \approx 4,88$$

- Położenie niezdeterminowane

Ze względu na korelację między prędkością wiatru średnią i prędkością w porywie, odchylenie standardowe obciążenia wiatrem oszacowano dla dwóch przypadków, zakładając pełną niezależność (I) i silną zależność między kwadratami prędkości, ze współczynnikiem korelacji 0,90 (II). Obliczenia prowadzono analogicznie do przeprowadzonych w Załączniku nr 4, stosując tę samą liczbę wyrazów szeregu.

Otrzymano:

$$\sigma_{wI} = 0,86 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_{wII} = 0,57 \text{ kN/m}$$

Obliczając odchylenie standardowe losowego momentu obracającego związanego z działaniem wiatru w porywie, skorzystano z wzoru Taylora [34], ponieważ w tym przypadku dwa czynniki we wzorze 7.8 są zmiennymi losowymi ( $w$  oraz  $r_w$ ). W Załączniku nr 4 przedstawiono sposób obliczania odchylenia. Przyjmując do dalszych obliczeń wyniki dokładniejsze [50], otrzymano:

$$\sigma_{MwI} = 684 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{MwII} = 597 \text{ kNm}$$

Wypadkowe odchylenie standardowe momentu obracającego  $M$  jest równe:

$$\sigma_{MI} = \sqrt{\sigma_{Mg}^2 + \sigma_{MQ}^2 + \sigma_{Mw}^2} = \sqrt{3244^2 + 1300^2 + 684^2} = 3560 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{MII} = \sqrt{\sigma_{Mg}^2 + \sigma_{MQ}^2 + \sigma_{Mw}^2} = \sqrt{3244^2 + 1300^2 + 597^2} = 3545 \text{ kNm}$$

Stąd:

$$\sigma_{ZI} = \sqrt{2005^2 + 3560^2} \approx 4085 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{ZII} = \sqrt{2005^2 + 3545^2} \approx 4070 \text{ kNm}$$

$$\beta_{CI} = \frac{E[Z]}{\sigma_{ZI}} = \frac{20050}{4085} \approx 4,91$$

$$\beta_{CII} = \frac{E[Z]}{\sigma_{ZII}} = \frac{20050}{4070} \approx 4,93$$

Jako bardziej miarodajną przyjęto wyniki odpowiadające występowaniu korelacji pomiędzy prędkościami wiatru, ( $\beta_{CII}$ ).

### 7.3.7. Ocena metodą poziomą trzeciego

Funkcja stanu granicznego ma postać daną wzorem (5.11), dla  $i = 1 \dots 20$ :

$$Z = M_r - \left( \sum_{i=1}^{20} V_i \cdot D_i \cdot r_i + Q \cdot r_Q + k \cdot w \cdot r_w \right) \quad (7.10)$$

Dalej zadanie prowadzono jak w etapie pierwszym (p. 7.2.4). W wyniku obliczeń otrzymano wskaźniki niezawodności (SORM lub FORM) i odpowiadające im prawdopodobieństwa awarii  $p_f$  oraz współczynniki wrażliwości, które zestawiono w tablicach 7.7 i 7.8.

Tablica 7.7

#### Wyniki analizy metodą poziomą trzeciego – etap drugi

|                          |                  |                         |
|--------------------------|------------------|-------------------------|
| $\beta_{G \text{ SORM}}$ | Położenie        | 4,53                    |
| $p_{f \text{ SORM}}$     | zeterminowane    | $2,89 \times 10^{-6}$   |
| $\beta_{G \text{ FORM}}$ | Położenie        | 4,88 *                  |
| $p_{f \text{ FORM}}$     | niezeterminowane | $5,26 \times 10^{-7} *$ |

\* - Obliczenie wartości drugiego rzędu (SORM) nie było możliwe

Tablica 7.8

#### Współczynniki wrażliwości – etap drugi

| Zmienna losowa                          | Oznaczenie      | Wartość                |                           |
|-----------------------------------------|-----------------|------------------------|---------------------------|
|                                         |                 | Położenie<br>zetermin. | Położenie<br>niezetermin. |
| Moment graniczny nośności               | $\alpha_{Mr}$   | 0,502                  | 0,504                     |
| Objętość segmentu $i$                   |                 |                        |                           |
| Segment pierwszy                        | $\alpha_{V,1}$  | 0,024                  | 0,024                     |
| segment ostatni                         | $\alpha_{V,10}$ | 0,198                  | 0,199                     |
| Ciężar objętościowy betonu              |                 |                        |                           |
| w segmencie pierwszym                   | $\alpha_{D,1}$  | 0,020                  | 0,020                     |
| w segmencie ostatnim                    | $\alpha_{D,10}$ | 0,178                  | 0,179                     |
| Odległość (położenie) siły Q            | $\alpha_{rQ}$   | 0,245                  | 0,234                     |
| Prędkość wiatru                         | $v^p$           | 0,168                  | 0,063                     |
|                                         | $v^{sr}$        |                        | 0,017                     |
| Odległość wypadkowej obciążenia wiatrem | $\alpha_{rw}$   | -                      | 0,151                     |

### 7.3.8. Komentarz wyników

- Obliczone wskaźniki niezawodności:

|                                 |                  |                           |
|---------------------------------|------------------|---------------------------|
| według metody poziomu drugiego  | $\beta = 4,88$   | przy położeniu zdetermin. |
|                                 | $\beta = 4,93$   | przy położeniu niezdet.   |
| według metody poziomu trzeciego | $\beta_G = 4,53$ | przy położeniu zdetermin. |
|                                 | $\beta_G = 4,88$ | przy położeniu niezdet.   |

Wskaźniki te nie różnią się znacznie od uzyskanych w etapie pierwszym (dla wskaźnika przeciążenia  $g_n/g = 3\%$ ). Deterministyczny sposób uwzględniania w projektowaniu podparć tymczasowych obciążenia wiatrem opisany w rozdziale 4, pozwala więc uzyskać wystarczający zapas bezpieczeństwa.

- Przyjmując model probabilistyczny uwzględniający oddziaływanie wiatru na jednym tylko wsporniku (położenie zdeterminowane), uzyskano podobny wskaźnik niezawodności w stosunku do przypadku losowo występującego porywu na całej długości wahadła (położenie niezdeterminowane).
- Uwzględnienie korelacji pomiędzy prędkością wiatru w porywie a prędkością wiatru średnią jest istotne przy wyznaczaniu odchyłeń standardowych. Jednakże w ostatecznym wyniku, przy obliczaniu wskaźnika niezawodności z uwzględnieniem innych obciążeń, jej wpływ zanika.
- Współczynnik wrażliwości związany z oddziaływaniem wiatru wynosi 0,168 w przypadku położenia zdeterminowanego oraz 0,068 w przypadku położenia niezdeterminowanego.

Łączne współczynniki wrażliwości dla objętości wszystkich segmentów i ciężarów objętościowych betonu nie różnią się znacznie od uzyskanych w etapie pierwszym.

W przypadku położenia zdeterminowanego wynoszą one:

$$\alpha_V = \sqrt{\sum_i \alpha_{V,i}^2} = \sqrt{0,361} = 0,601, \quad \alpha_D = \sqrt{\sum_i \alpha_{D,i}^2} = \sqrt{0,298} = 0,546$$

$$\sqrt{\sum_i \alpha_{V,i}^2 + \sum_i \alpha_{D,i}^2} = 0,812$$

W przypadku położenia niezdeterminowanego wynoszą:

$$\alpha_V = \sqrt{\sum_i \alpha_{V,i}^2} = \sqrt{0,364} = 0,604, \quad \alpha_D = \sqrt{\sum_i \alpha_{D,i}^2} = \sqrt{0,299} = 0,547$$

$$\sqrt{\sum_i \alpha_{V,i}^2 + \sum_i \alpha_{D,i}^2} = 0,815$$

- Oddziaływanie wiatru ma wyraźnie mniejsze znaczenie w losowym wyężeniu podparć tymczasowych, niż pozostałe czynniki obciążenia.
- Otwartą sprawą pozostaje korelacja pomiędzy wszystkim obciążeniami. Wydaje się jednak, że jest ona bardzo słaba. Ponadto, jej uwzględnienie sprawia, że uzyskiwane wskaźniki niezawodności są większe. Założenie o niewystępowaniu korelacji jest więc założeniem bezpiecznym.
- Wartości wskaźników niezawodności uzyskane metodami drugiego i trzeciego rzędu wykazują większe wzajemne różnice (położenia zdeterminowanego) niż w etapie pierwszym, prawdopodobnie ze względu na większe współczynniki zmienności jednej ze zmiennych (prędkość wiatru) i jednocześnie jej występowanie w drugiej potędze.
- W etapie drugim występuje w równaniu marginesu bezpieczeństwa iloczyn zmiennych losowych o stosunkowo dużych współczynnikach zmienności (obciążenie wiatrem). W związku z tym zbadano wpływ liczby przyjmowanych wyrazów w szeregu Taylora na wynik szacowania charakterystyk statystycznych [49, 50]. Analizę tę przytoczono w Załączniku 4. W rezultacie przeprowadzonych obliczeń stwierdza się, że ograniczenie rozwinięcia funkcji tylko do pierwszych wyrazów nie jest w tym przypadku wystarczające.



## 8. ANALIZA PARAMETRYCZNA I Dyskusja Wyników

### 8.1. Reprezentatywność wyników

Wyniki przedstawione w rozdziale 7 uzyskano dla ustalonych warunków dotyczących długości (geometrii) wahadła i przyjętych obciążeń. Reprezentatywność tych wyników dla innych warunków może być potwierdzona z jednej strony stosowaną powszechnie praktyką w zakresie doboru obciążeń oraz wynikami obliczeń innych autorów [9], a z drugiej strony – rezultatami uproszczonych oszacowań zamieszczonych poniżej. Oszacowania te dotyczą związku długości wahadła i liczby segmentów z wartością racjonalnie przyjmowanego współczynnika przeciążenia oraz wpływu rzeczywistej wartości obciążenia technologicznego, ciężaru objętościowego konstrukcji i rzeczywistej prędkości wiatru na efektywny stopień bezpieczeństwa konstrukcji.

### 8.2. Zróżnicowanie długości wahadła

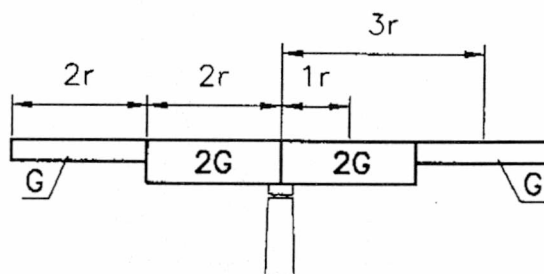
Podstawowy czynnik obciążenia podparć tymczasowych, jakim jest asymetria ciężaru własnego dźwigara, jest związany w zasadniczy sposób z długością wspornika. W przypadku dłuższych wahadeł, wyznaczana w tradycyjny sposób nośność podparcia tymczasowego (rozdział 4), jest odpowiednio większa. Tym samym większa jest wartość oczekiwana momentu utrzymującego. Jednocześnie wzrasta ramię sił ciężkości kolejnych segmentów, zwiększając wariancję potencjalnych momentów obracających, (p. 7.2.1. i 7.2.2.). Przyporządkowany nowym warunkom wskaźnik bezpieczeństwa może być oszacowany w niżej przedstawiony sposób.

Rozważono trzy wahadła (I, II, III), o zróżnicowanych długościach. Analiza kilku rzeczywistych obiektów pozwoliła ustalić, że każdy wspornik może być uproszczony do modelu złożonego z dwóch elementów o jednakowej długości, lecz o stosunku ciężarów 1:2. Przyjęto, że każdy element odpowiada w przybliżeniu pięciu rzeczywistym segmentom. Każde z wahadeł składa się więc z czterech quasi-segmentów o jednakowych długościach. Ciężar końcowego quasi-segmentu modelu III (9G) jest równy ciężarowi całego wspornika modelu II ( $6G + 3G$ ), a ciężar końcowego quasi-segmentu modelu II ( $3G$ ) jest równy ciężarowi całego wspornika modelu I ( $2G + G$ ). Model ten musi być uzupełniony o dodatkowe założenie o zbliżonej szerokości dźwigarów we wszystkich przypadkach.

W niniejszym oszacowaniu przyjęto jako jedyne obciążenie odchyłki ciężarów własnych quasi-segmentów. Innych obciążeń nie uwzględniono. W każdym z przypadków wyznaczono niezbędną nośność podparcia tymczasowego, a następnie oszacowano

bezpieczeństwo metodą poziomu drugiego. Tok postępowania, oznaczenia i założenia są zgodne z wprowadzonymi w rozdziale 7.

Przyjęto, że względna odchyłka objętości (i ciężaru) segmentu jest niezależna od jego wymiarów. Argumentem potwierdzającym tę tezę mogą być wyniki badań mostu w Opolu o rozpiętości przęsła 100 m i mostu w Brisbane o rozpiętości 260 m, (p. rozdział 6). W zawiązku z tym dla wszystkich rozpatrywanych tutaj przypadków przyjęto jednakową odchyłkę względną ciężaru quasi-segmentu wynoszącą  $\nu_G = 2,2\%$ .



Rys. 8.1 a. Model I. Długość wahadła  $8 \times r$

#### I Wahadło o długości $8 \times r$ (rys. 8.1 a)

Obliczeniowy moment utrzymujący:

$$M_r^{obl} = (r \cdot 2G + 3r \cdot G) \cdot \frac{g_n}{g} \cdot \gamma_f = (r \cdot 2G + 3r \cdot G) \cdot 0,03 \cdot 1,20 = 0,180 \cdot r \cdot G$$

Charakterystyczny moment utrzymujący:

$$M_r^k = 0,180 \cdot r \cdot G \cdot 1,15 = 0,207 \cdot r \cdot G$$

Wartość oczekiwana momentu utrzymującego:

$$E[M_r] = \frac{0,207 \cdot r \cdot G}{0,95} = 0,218 \cdot r \cdot G$$

Odchylenie standardowe momentu utrzymującego:

$$\sigma_{Mr} = 0,0218 \cdot r \cdot G$$

Odchylenie standardowe ciężaru quasi-segmentu:

$$\sigma_G = \nu_G \cdot G = 0,022 \cdot G$$

Odchylenie standardowe momentu związanego z ciężarem jednego wspornika:

$$\sigma_{MG,l,p} = \sqrt{(r \cdot \sigma_{2G})^2 + (3r \cdot \sigma_G)^2} = \sqrt{(r \cdot 0,022 \cdot 2G)^2 + (3r \cdot 0,022 \cdot G)^2} = 0,0793 \cdot r \cdot G$$

Odchylenie standardowe momentu związanego z ciężarem obydwu wsporników:

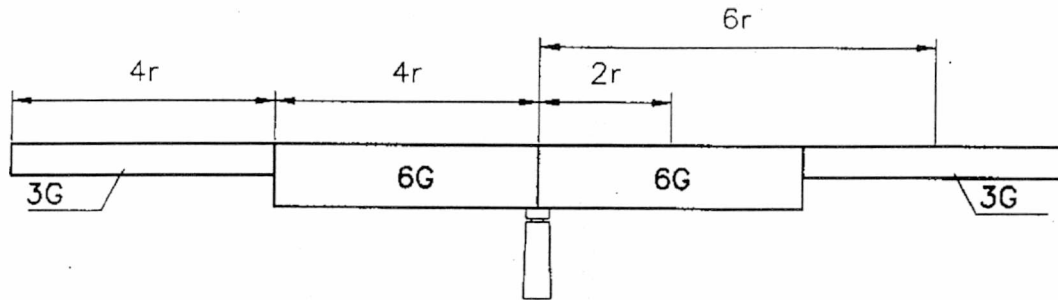
$$\sigma_{MG} = \sqrt{\sigma_{MG,l}^2 + \sigma_{MG,p}^2} = \sqrt{(0,0793 \cdot r \cdot G)^2 + (0,0793 \cdot r \cdot G)^2} = 0,112 \cdot r \cdot G$$

Odchylenie standardowe funkcji marginesu bezpieczeństwa:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_{MG}^2 + \sigma_{Mr}^2} = \sqrt{(0,112 \cdot r \cdot G)^2 + (0,0218 \cdot r \cdot G)^2} = 0,114 \cdot r \cdot G$$

Wskaźnik bezpieczeństwa:

$$\beta_c = \frac{E[M_r]}{\sigma_z} = \frac{0,218 \cdot r \cdot G}{0,114 \cdot r \cdot G} = 1,91 \approx 1,90$$



Rys. 8.1 b. Model II. Długość wahadła  $16 \times r$

## II Wahadło o długości $16 \times r$ (rys. 8.1 b)

$$M_r^{obl} = (2r \cdot 6G + 6r \cdot 3G) \cdot \frac{g_n}{g} \cdot \gamma_f = 1,080 \cdot r \cdot G$$

$$E[M_r] = 1,307 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{Mr} = 0,1307 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{MG, l, p} = \sqrt{(2r \cdot \sigma_{3G})^2 + (6r \cdot \sigma_{1,5G})^2} = \sqrt{(2r \cdot 0,022 \cdot 6G)^2 + (6r \cdot 0,022 \cdot 3G)^2} = 0,476 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{MG} = 0,673 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_{MG}^2 + \sigma_{Mr}^2} = \sqrt{(0,673 \cdot r \cdot G)^2 + (0,1307 \cdot r \cdot G)^2} = 0,686 \cdot r \cdot G$$

$$\beta_c = \frac{E[M_r]}{\sigma_z} = \frac{1,307 \cdot r \cdot G}{0,686 \cdot r \cdot G} = 1,91 \approx 1,90$$

## III Wahadło o długości $32 \times r$ (rys. 8.1 c)

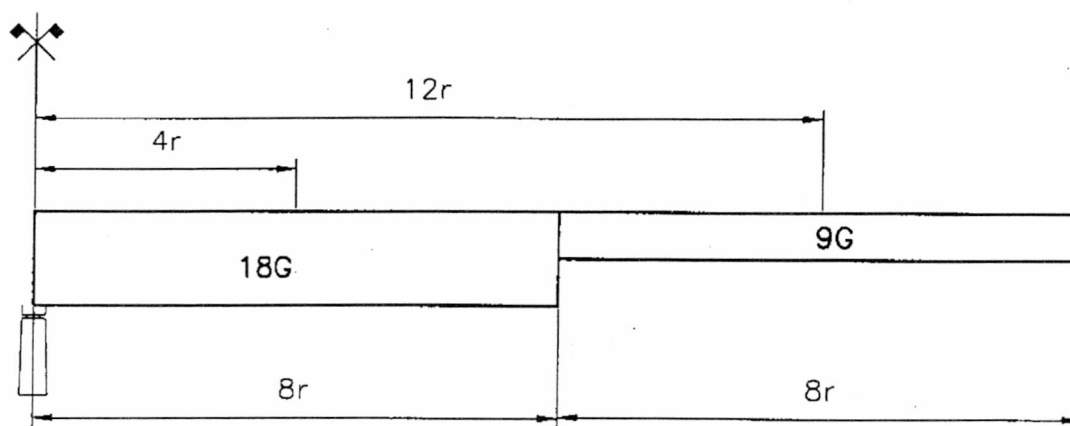
$$M_r^{obl} = (4r \cdot 18G + 12r \cdot 9G) \cdot \frac{g_n}{g} \cdot \gamma_f = 6,48 \cdot r \cdot G$$

$$E[M_r] = 7,84 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{Mr} = 0,784 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{MG, l, p} = \sqrt{(4r \cdot \sigma_{18G})^2 + (12r \cdot \sigma_{9G})^2} = \sqrt{(4r \cdot 0,022 \cdot 18G)^2 + (12r \cdot 0,022 \cdot 9G)^2} = 2,856 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{MG} = 4,04 \cdot r \cdot G$$

Rys. 8.1 c. Model III. Długość wahadła  $32 \times r$ 

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{MG}^2 + \sigma_{Mr}^2} = \sqrt{(4,04 \cdot r \cdot G)^2 + (0,784 \cdot r \cdot G)^2} = 4,12 \cdot r \cdot G$$

$$\beta_C = \frac{E[M_r]}{\sigma_Z} = \frac{7,84 \cdot r \cdot G}{4,12 \cdot r \cdot G} = 1,90$$

We wszystkich przypadkach uzyskano jednakowe wartości wskaźnika niezawodności. Można stąd wysnuć wniosek, że stosowany do obliczeń podparć tymczasowych wskaźnik przeciążenia  $g_n/g$  pozwala uzyskać ten sam poziom bezpieczeństwa, niezależnie od długości wspornika.

Wartość uzyskanego tutaj wskaźnika jest mała, co wynika z dwóch czynników:

- wprowadzono w każdym przypadku tylko cztery zmienne losowe (po dwa quasi-segmenty na jednym wsporniku) przy obliczaniu odchylenia standardowego wypadkowego momentu obrotowego,
- nie wprowadzono dodatkowych czynników obciążenia, których obecność wpływa korzystnie na obliczany wskaźnik bezpieczeństwa, ze względu na losowy charakter pojawiania się.

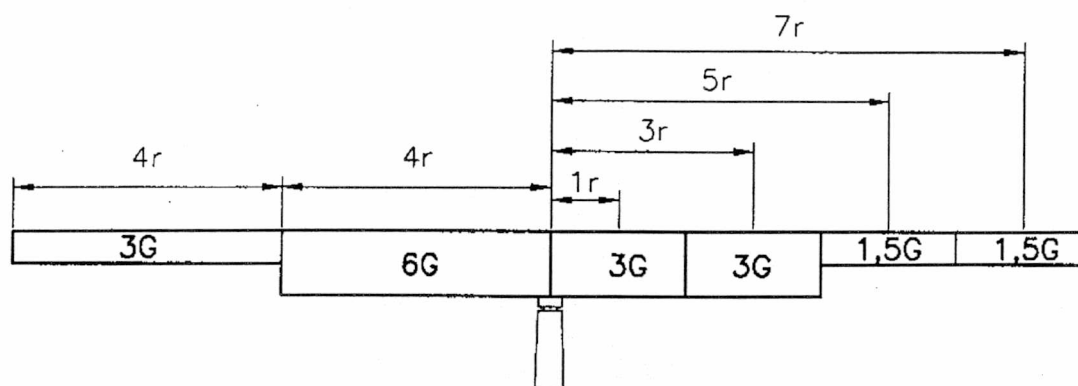
Liczba wydzielonych segmentów wspornika ma bardzo duży wpływ na uzyskiwany wynik. Zagadnienie to przeanalizowano poniżej. W zadaniu tym nie ma to jednak istotnego znaczenia, gdyż celem rozważania było porównanie otrzymanych liczb.

### 8.3. Zróżnicowanie długości wahadła i liczby segmentów

Zwiększenie długości wsporników jest związane ze zwiększeniem liczby segmentów. Długość segmentów jest ograniczona nośnością urządzeń formujących i w normalnych warunkach wynosi od 2 do 5 m. Krótsze segmenty wykonuje się przeważnie w pobliżu

segmentu zerowego. W rejonie końca wspornika segmenty przeważnie mają długość około 4 m. Liczba segmentów może więc sięgać kilkudziesięciu w jednym wsporniku.

Wzrost liczby segmentów w przedmiotowym zagadnieniu prowadzi do zwiększenia liczby zmiennych losowych. Kontynuując zadanie przedstawione w p. 8.2, w modelu II zwiększono liczbę segmentów do czterech na jednym wsporniku (rys. 8.2 a).



Rys. 8.2 a. Model II, liczba segmentów zwiększona do czterech na jednym wsporniku.

Pozostawiono niezmienny moment utrzymujący (wraz z jego wartością oczekiwaną), ponieważ rozkład ciężaru na długości wahadła nie uległ zmianie. Następnie obliczono:

$$\sigma_{MG,l,p} = \sqrt{(r \cdot \sigma_{3G})^2 + (3r \cdot \sigma_{3G})^2 + (5r \cdot \sigma_{1,5G})^2 + (7r \cdot \sigma_{1,5G})^2} =$$

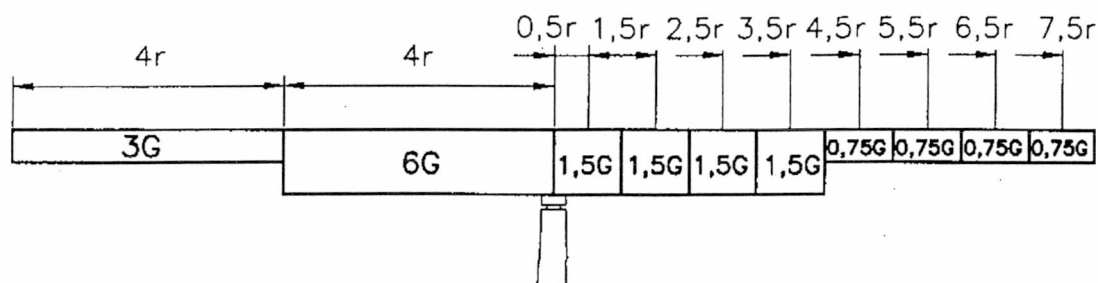
$$= \sqrt{(r \cdot 0,022 \cdot 3G)^2 + (3r \cdot 0,022 \cdot 3G)^2 + (5r \cdot 0,022 \cdot 1,5G)^2 + (7r \cdot 0,022 \cdot 1,5G)^2} = 0,352 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_{MG} = \sqrt{\sigma_{MG,l}^2 + \sigma_{MG,p}^2} = \sqrt{(0,352 \cdot r \cdot G)^2 + (0,352 \cdot r \cdot G)^2} = 0,498 \cdot r \cdot G$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{MG}^2 + \sigma_{Mr}^2} = \sqrt{(0,498 \cdot r \cdot G)^2 + (0,1307 \cdot r \cdot G)^2} = 0,515 \cdot r \cdot G$$

$$\beta_C = \frac{E[M_r]}{\sigma_Z} = \frac{1,307 \cdot r \cdot G}{0,515 \cdot r \cdot G} = 2,54$$

Uzyskano więc wyraźnie większy wskaźnik bezpieczeństwa w porównaniu z modelami poprzednimi, co tłumaczyć można większym prawdopodobieństwem zrównoważenia się odchyłek ciężaru segmentów w przypadku większej liczby zmiennych. Dalsze zwiększanie liczby zmiennych powoduje ten sam efekt. (rys. 8.2 b).



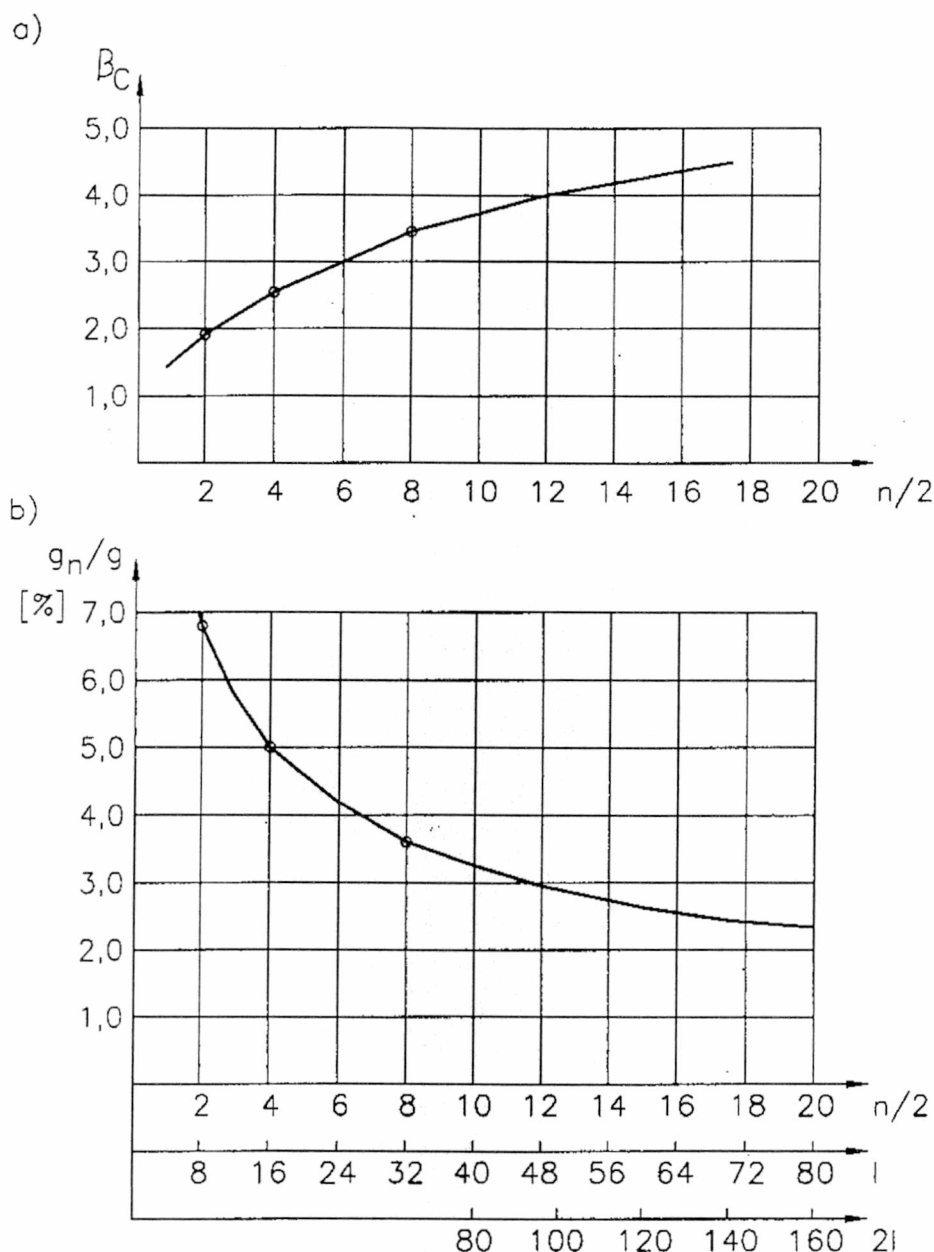
Rys. 8.2 b. Model II, liczba segmentów zwiększona do ośmiu na jednym wsporniku.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{MG,l,p} &= \sqrt{(0,5r \cdot \sigma_{1,5G})^2 + (1,5r \cdot \sigma_{1,5G})^2 + (2,5r \cdot \sigma_{1,5G})^2 + (3,5r \cdot \sigma_{1,5G})^2 +} \\
 &\quad \sqrt{(4,5r \cdot \sigma_{0,75G})^2 + (5,5r \cdot \sigma_{0,75G})^2 + (6,5r \cdot \sigma_{0,75G})^2 + (7,5r \cdot \sigma_{0,75G})^2} = \\
 &= \sqrt{(0,5r \cdot 0,022 \cdot 1,5G)^2 + (1,5r \cdot 0,022 \cdot 1,5G)^2 + (2,5r \cdot 0,022 \cdot 1,5G)^2 + (3,5r \cdot 0,022 \cdot 1,5G)^2 +} \\
 &\quad \sqrt{(4,5r \cdot 0,022 \cdot 0,75G)^2 + (5,5r \cdot 0,022 \cdot 0,75G)^2 + (6,5r \cdot 0,022 \cdot 0,75G)^2 + (7,5r \cdot 0,022 \cdot 0,75G)^2} = \\
 &= 0,252 \cdot r \cdot G \\
 \sigma_{MG} &= \sqrt{\sigma_{MG,l}^2 + \sigma_{MG,p}^2} = \sqrt{(0,252 \cdot r \cdot G)^2 + (0,252 \cdot r \cdot G)^2} = 0,356 \cdot r \cdot G \\
 \sigma_Z &= \sqrt{\sigma_{MG}^2 + \sigma_{Mr}^2} = \sqrt{(0,356 \cdot r \cdot G)^2 + (0,1307 \cdot r \cdot G)^2} = 0,379 \cdot r \cdot G \\
 \beta_C &= \frac{E[M_r]}{\sigma_Z} = \frac{1,307 \cdot r \cdot G}{0,379 \cdot r \cdot G} = 3,45
 \end{aligned}$$

Występuje wyraźna zależność wartości otrzymywanego wskaźnika niezawodności od liczby segmentów, którą przedstawiono na rys. 8.3.

W poprzednim punkcie wykazano, że wskaźnik niezawodności nie zależy od długości wahadła (przy ustalonych założeniach). W związku z tym zależność wskaźnika niezawodności od długości wahadła może być oceniana na podstawie jego zależności od liczby segmentów, traktowanej jako jednostka długości wsporników.

Na wykresie (a) widać wyraźny wzrost wskaźnika bezpieczeństwa ze wzrostem liczby segmentów. W tym miejscu staje się możliwe wyznaczenie optymalnych wskaźników przeciążenia do obliczeń nośności podpory tymczasowej przy warunku założonej stałej wartości wskaźnika niezawodności dla różnych długości wsporników (przęseł). W tym przypadku przyjęto  $\beta = 4,0$ . W wyniku obliczeń narysowano wykres (b), przedstawiający zależność wymaganego wskaźnika przeciążenia od długości wspornika wyrażonej liczbą segmentów.



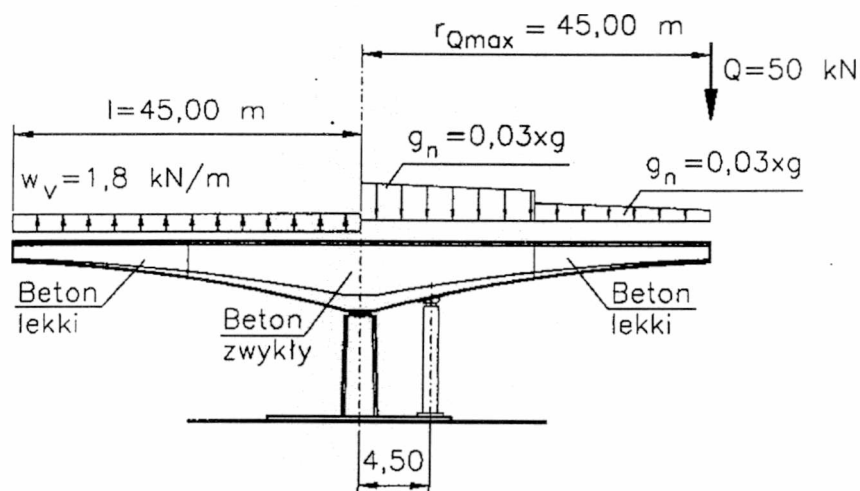
Rys. 8.3. (a) Zależność wskaźnika niezawodności od liczby  $n/2$  segmentów w jednym wsporniku i (b) zależność wskaźnika przeciążenia  $g_n/g$  od długości wspornika  $l$  i przęsła  $2l$ .

Z analizy wykresów można wnioskować, że dla dłuższych przęseł przyjmowany może być mniejszy wskaźnik przeciążenia. W tym przypadku przyjęto długość segmentu równą 4,00 m. Wtedy, dla długości przęsła przekraczającej 100 m, wskaźnik przeciążenia może wynosić 3,0%, a dla długości przekraczającej 160 m – około 2,5%. Dla większych długości wartość wymaganego wskaźnika stabilizuje się, nie spadając wyraźnie poniżej 2%. Wartość ta odpowiada wytycznym firmy *Europe Etudes Gecti* z Paryża (p. rozdział 4).

#### 8.4. Beton lekki w dźwigarze głównym

Beton lekki w mostach wykonywanych metodą nawisową stosuje się przeważnie w centralnej części przęsła, a niekiedy na całej długości dźwigara. Jego zastosowanie prowadzi do zmniejszenia sił przekrojowych tak w czasie budowy jak i w czasie eksploatacji.

Zmniejszenie ciężaru segmentów wykonanych z betonu lekkiego jest bezpośrednio związane ze zmniejszeniem jego bezwzględnych odchyłek. Jakkolwiek, podparcie tymczasowe jest wówczas zaprojektowane na mniejsze obciążenia, to zmienia się udział poszczególnych rodzajów obciążeń w jego całkowitym losowym wyęzieniu. Zagadnienie to przedstawiono na przykładzie zadania rozpatrywanego w p. 7.3, lecz ze zmniejszeniem ciężaru objętościowego z 26 do 17 kN/m<sup>3</sup> w pięciu ostatnich segmentach na obu wspornikach, (rys. 8.4).



Rys. 8.4. Schemat obciążenia do obliczeń podparcia tymczasowego w przypadku zastosowania betonu lekkiego.

Przyjmując obciążenie od ciężaru własnego, obciążenia technologicznego i oddziaływanie wiatrem oraz stosując procedury podane w p. 7.3, otrzymano:

$$M_{gl} = M_{gp} = 229521 \text{ kNm}$$

$$g_n/g \cdot M_{gp} \cdot \gamma_f = 8263 \text{ kNm}$$

$$Q \cdot r_Q \cdot \gamma_f = 3375 \text{ kNm}$$

$$w_v \cdot l^2 / 2 \cdot \gamma_f = 1,8 \cdot 45,00^2 / 2 \cdot 1,30 = 2369 \text{ kNm}$$

$$M^{obl} = 8263 + 3375 + 2369 = 14007 \text{ kNm}$$

$$E[M_r] = 16960 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{Mr} = 1696 \text{ kNm}$$



Przyjęto, że odchyłki wymiarów segmentów mają ten sam charakter zarówno w przypadku stosowania betonu zwykłego jak i w przypadku stosowania betonu lekkiego. Przyjawszy ponadto charakterystyki pozostałych zmiennych losowych stosowane poprzednio, otrzymano:

$$\sigma_{Mg} = \sqrt{\sigma_{Ml}^2 + \sigma_{Mp}^2} = \sqrt{1719^2 + 1719^2} = 2431 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{MQ} = 1300 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{Mw} = 527 \text{ kNm} \quad (\text{przyjęto przypadek zdeterminowanego położenia wypadkowej})$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_{Mg}^2 + \sigma_{MQ}^2 + \sigma_{Mw}^2} = 2807 \text{ kNm}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{Mr}^2 + \sigma_M^2} = 3280 \text{ kNm}$$

$$\beta_c = \frac{E[Z]}{\sigma_Z} = \frac{16960}{3280} = 5,17$$

Otrzymano wskaźnik bezpieczeństwa zbliżony do otrzymanego w zadaniu w p. 7.3. Inny jest jednakże udział poszczególnych obciążeń w wyężeniu podparć tymczasowych. Zmienia się wzajemna proporcja wszystkich zmiennych, co przedstawiono w tablicy 8.1. Wzajemną proporcję obliczano jako iloraz odchylenia standardowego danego obciążenia i odchylenia standardowego całkowitego momentu obracającego  $\frac{\sigma_i}{\sigma_M}$ .

Tablica 8.1

### Proporcje obciążeń

| Obciążenie                                               | Beton zwykły w całym dźwigarze | Beton lekki na końcach wsporników |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| Odchyłki ciężaru własnego                                | 0,85                           | 0,77                              |
| Obciążenie technologiczne                                | 0,34                           | 0,41                              |
| Obciążenie wiatrem                                       | 0,40                           | 0,48                              |
| $\sqrt{\sum \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_M} \right)^2}$ | 1,00                           | 1,00                              |

Zastosowanie betonu lekkiego sprawia więc, że względny udział obciążeń nie związanych z odchyłkami ciężaru w losowym wyężeniu podparć tymczasowych wyrażony ilorazami odchylenia standardowych wzrasta o około 20 %. W tym przypadku szczególnie analiza obciążenia- wiatrem, jako czynnika najbardziej losowego, powinna być bardziej wnikliwa.

### 8.5. Rzeczywista wartość obciążenia technologicznego

W czasie budowy obciążenie technologiczne pomostu może przekraczać poziom założony w obliczeniach projektu. Może być to spowodowane umieszczeniem na wahadle nie przewidzianych wcześniej maszyn, składowaniem znacznej ilości materiałów budowlanych lub innymi przyczynami. Siła skupiona modelująca te obciążenia traktowana jest w obliczeniach jako deterministyczna, można jednak przeprowadzić jej parametryzację. W tabelicy 8.2. przytoczono wyniki obliczeń do zadania opisanego w p. 7.2, lecz dla różnych wartości  $Q$ . Widać wyraźny spadek wskaźnika niezawodności w przypadku nieprzewidzianego wzrostu obciążenia technologicznego. Wynika stąd istotny wniosek, iż konieczna jest stała kontrola sposobu tymczasowego nawet obciążania wahadła sprzętem i materiałami.

Tabela 8.2.

Parametryzacja obciążenia technologicznego

| Wartość siły $Q$<br>[kN] | Wskaźnik niezawodności |
|--------------------------|------------------------|
| 50                       | 4,44                   |
| 100                      | 4,02                   |
| 150                      | 3,56                   |
| 200                      | 3,11                   |

### 8.6. Rzeczywiste oddziaływanie wiatru

#### 8.6.1. Prędkość wiatru

Racjonalnie przyjmowana do obliczeń prędkość wiatru jest związana z założonym prawdopodobieństwem jej przekroczenia w każdym kolejnym roku. W przedstawionych obliczeniach (p. 7.3) przyjmowano, że konstrukcja w stanie niezwartym, a całkowicie ukończonym, może pozostawać nie dłużej niż jeden rok. Przyjętemu okresowi powrotu  $T_r = 20$  lat odpowiada prawdopodobieństwo przekroczenia prędkości charakterystycznej  $p(v > v_{char}) = 0,05$  w każdym roku. W przypadku pozostawania przez czas dłuższy wahadła w stanie niezwartym ( $T_e$ ), wzrasta efektywne (całkowite) prawdopodobieństwo przekroczenia prędkości charakterystycznej, zgodnie ze wzorem [30, 58, 59]:

$$p(V > V_{char}) = 1 - \left(1 - \frac{t_0}{T_r}\right)^{\frac{T_e}{t_0}} \quad (8.1)$$

w którym:

$t_0$  – jednostkowy okres obserwacji

$T_e$  – czas ekspozycji budowli

$T_r$  – okres powrotu

Zgodnie ze wzorem (8.1), dla  $t_0 = 1$  rok, i dla założonego prawdopodobieństwa  $p(v > v_{char}) = 0,05$ , otrzymuje się różne ekwiwalentne okresy powrotu, dla różnych czasów ekspozycji. Wyniki obliczeń odpowiednich prędkości i obciążenia według sposobu przedstawionego w p. 7.3.3, zestawiono w tablicy 8.3, gdzie również dokonano względnego porównania obciążenia wiatrem w porywie  $w^p$ .

Tablica 8.3.

#### Ekwiwalentne okresy powrotu i prędkości wiatru

| Czas ekspozycji<br>[lata] | Okres powrotu<br>[lata] | Prędkość wiatru*<br>[m/s] | Obciążenie $w^p$<br>[kN/m] | Mnożnik<br>obciążenia |
|---------------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------|
| 1                         | 20                      | 31,0                      | 2,33                       | 1,00                  |
| 2                         | 39                      | 33,0                      | 2,64                       | 1,13                  |
| 5                         | 98                      | 35,8                      | 3,10                       | 1,33                  |
| 10                        | 195                     | 37,8                      | 3,46                       | 1,48                  |

\* - według danych ze stacji Warszawa – Okęcie [60]

Pozostawienie wahadła w stanie niezwartym na czas dłuższy, niż to przewidziano w projekcie, zwiększa ekwiwalentne obciążenie wiatrem. Wzrost ten jest jednak wyraźny dopiero w przypadku kilkukrotnego wydłużenia czasu ekspozycji. W praktyce takie sytuacje mogą się zdarzyć wyjątkowo.

#### 8.6.2. Wielkość porywu

Drugim czynnikiem który może być sparametryzowany jest rozmiar porywu (długość odcinka  $k$  – p. 7.3.5) i jednocześnie hipotetycznej elipsy podobnej prędkości wiatru (p. 5.2.4). W przeprowadzonych obliczeniach przy założeniu niezdeterminowanego położenia wypadkowej, przyjęto, że  $k = 30,0$  m. W przypadku zmiany wartości  $k$  otrzymuje się w istocie proporcjonalną zmianę wypadkowej siły obciążenia wiatrem. Zmiany te skutkują jednak bardzo nieznacznymi zmianami wskaźnika niezawodności. W tablicy 8.4 przytoczono wyniki parametryzacji  $k$  dla zadania przeprowadzonego w p. 7.3.

Tablica 8.4

#### Parametryzacja odcinka $k$

| Długość odcinka $k$ [m] | Wskaźnik niezawodności |
|-------------------------|------------------------|
| 20                      | 4,92                   |
| 30                      | 4,88                   |
| 40                      | 4,83                   |

## 9. PODSUMOWANIE

Wyniki przeprowadzonych analiz i obliczeń pozwoliły ocenić stopień bezpieczeństwa w fazie montażu mostów betonowych wykonywanych metodą nawisową, w aspekcie stateczności położenia dźwigarów przed zwarciem konstrukcji.

Podstawowym czynnikiem losowego obciążenia podparć tymczasowych są nieuniknione odchyłki ciężaru segmentów, który jest wielkością losową. W praktyce obciążenie związane z tymi odchyłkami zastępuje się jednostronnym obciążeniem deterministycznym, stanowiącym część ciężaru dźwigara, o wartości warunkowanej przez tzw. wskaźnik przeciążenia. Wskaźnik ten może być wyznaczony na podstawie ścisłej interpretacji polskiej normy PN-85/S-10030, wynosi wówczas 30%. Biorąc jednak pod uwagę rzeczywiste odchyłki losowe wymiarów segmentów oraz stosując odpowiednią procedurę probabilistyczną i niezawodnościową można oszacować, że wskaźnik niezawodności konstrukcji przekracza wówczas 9,5. Projektowanie podparcia tymczasowego z niezbędnym posadowieniem w tych warunkach byłoby nieekonomiczne, a wynikająca stąd nośność fundamentu w fazie użytkowania obiektu byłaby wykorzystana w małym stopniu.

W związku z tym w niniejszej pracy wykazano, że można przyjmować wartość wskaźnika przeciążenia równą 3%, co pozwala w efekcie uzyskać wskaźnik niezawodności leżący w przedziale 4,5 do 5,0. Wskaźniki te mogą być jednak osiągnięte tylko przy właściwej, surowej kontroli jakości robót, zgodnej z wymaganiami norm ISO, ze szczególnym uwzględnieniem przestrzegania dopuszczalnych odchyłek wymiarów elementów dźwigara. Trzeba dodać, że, wskaźniki przeciążenia od 2% do 5% (10%) są powszechnie stosowane w świecie przy sprawdzaniu obciążeń podparć tymczasowych, co potwierdza pozytywną weryfikację proponowanego wskaźnika równego 3%. Tym samym pierwsza teza pracy wydaje się być uzasadniona.

Dwa pozostałe obciążenia, jakie rozpatrywano w pracy, to obciążenie technologiczne i obciążenie wiatrem. Są to jednak czynniki o mniejszym znaczeniu, co zostało wykazane.

Ponadto, wskaźnik niezawodności o wartości od 4,5 do 5,0 pozwala uzyskać poziom bezpieczeństwa konstrukcji zbliżony do poziomu w czasie użytkowania, co odpowiada współczesnym trendom w procesie długofalowego projektowania obiektów mostowych. Ogólne założenia projektowania polegają bowiem na zapewnieniu obiektowi (a tym samym jego wykonawcom, użytkownikom i służbom utrzymania) jednakowego poziomu bezpieczeństwa w całym okresie istnienia mostu.

Zastosowane w analizie bezpieczeństwa metody niezawodnościowe poziomu drugiego i trzeciego są narzędziem wygodnym i skutecznym. Kluczową rolę odgrywają jednak charakterystyki statystyczne zmiennych losowych deklarowane w obu metodach, a szczególnie w metodzie poziomu trzeciego, gdzie wymagane są postaci rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych. Jednakże przy niewielkich współczynnikach zmienności czynników losowych, uzasadnione jest stosowanie prostszych metod poziomu drugiego. Metody te są nieodzowne w optymalnym doborze obciążeń w obu fazach istnienia obiektu. Fakt ten stanowi potwierdzenie drugiej tezy niniejszej pracy.

Asymetryczne, niejawne obciążenia w praktyce stosowane w czasie oceny stateczności położenia dźwigara wykonywanego metodą betonowania nawisowego zostały tutaj pozytywnie zweryfikowane. Wyniki tej weryfikacji mogą więc stanowić wstęp do dyskusji o ustanowieniu wytycznych regulujących przedmiotowe zagadnienie, jakkolwiek przytoczone i proponowane wartości obciążeń zawiązanych zarówno z odchyłkami ciężaru segmentów, obciążeniami technologicznymi, jak i oddziaływaniem wiatru powinny być traktowane w każdym przypadku indywidualnie.

Dalsze kierunki badań w tym zagadnieniu powinny się koncentrować na trzech głównych obszarach.

- Uzyskanie większej liczby danych statystycznych o losowych odchyłkach wymiarów dźwigarów mostów betonowych wykonywanych metodą nawisową.
- Ocena wartości i charakteru probabilistycznego obciążeń technologicznych modelowanych przez obciążenie rozłożone.
- Racjonalny dobór obciążenia wiatrem, przed wszystkim w zakresie miarodajnych okresów powrotu oraz analiza dynamiczna zagadnienia ze względu na oddziaływanie porywów wiatru.

## LITERATURA

- [1] Aynsley R. M., Melbourne W., Vickery B. J. *Architectural Aerodynamics*, Applied Science Publishers, London, 1977
- [2] Barre Ch., Delaunay D., Flamand O., Grillaud G., Studium oddziaływania wiatru na wiadukt w Millau, *XLV Konferencja Naukowa KILIW PAN i KN PZITB Krynica '99*, Tom 6, Wrocław – Krynica 13-18 września 1999
- [3] Biegus A. *Podstawy probabilistycznej analizy bezpieczeństwa konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1996
- [4] Biliszczyk J., Betonowanie wspornikowe – podstawowa technologia budowy mostów o dużych rozpiętościach przęsł, *Inżynieria i Budownictwo*, 4/1998
- [5] Biliszczyk J., Hildebrand M., Obciążenia w fazach montażowych mostów podwieszonych realizowanych metodą wspornikową. Propozycja wytycznych. *Inżynieria i Budownictwo*, 4/1997
- [6] Biliszczyk J., Machelski Cz., Hildebrand M., *Obciążenia do sprawdzania stateczności obiektu wykonywanego metodą wspornikową w fazie montażu, Nadzór naukowy nad projektowaniem i budową mostu drogowego przez Odrę w ciągu obwodnicy północnej miasta Opola*, Raport SPR 73/1997, Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997
- [7] Bousquet Ch., Cussac J.-M., Fauvelle A., Radiguet B., TGV Mediterranee – lot 2 H – Viaducs sur le Rhone, *XIII Congres de la Federation Internationale de la Precontrainte*, Amsterdam 1998
- [8] Casas J. R., Probability Based Stability Design in Cantilever Bridge Construction, *Structural Engineering International* 4/1993
- [9] Casas J. R., Reliability - Based Partial Safety Factors in Cantilever Construction of Concrete Bridges, *Journal of Structural Engineering*, 3/1997
- [10] Cebo S., Piekarski J., Most przez Odrę w Opolu – doświadczenia wykonawców na półmetku budowy, *Drogownictwo* 9/1998
- [11] Cieslar P., Żurych R., Biliszczyk J., Most w ciągu autostrady D8 nad Wełtawą w Czechach, *Inżynieria i Budownictwo* 3/1995
- [12] *COMREL Theoretical Manual*, RCP, Munich, 1995
- [13] Davenport A. G., Analyse des etudes des effets du vent sur le pont de Normandie, *Travaux Publics*, 9/1993

- [14] Deroubaix B., Le point sur le projet du pont de Normandie - Presentation du projet et déroulement de la construction, *Travaux Publics* 215
- [15] Dyrbye C., Hansen S. O., *Wind Loads on Structures*, John Wiley and Sons, 1998
- [16] Flaga A., Kawecki J., Współczynniki oporu aerodynamicznego i momentu aerodynamicznego dla mostów przy obciążeniu wiatrem, *Ocena nośności mostów – teoria i badania, Gliwice – Kozubnik* 1985
- [17] Gilmour. R., Sauvageot G., Tassin D., Lockwood J. D., Confederation Bridge, *Civil Engineering* 1/1997
- [18] Głomb J. *Technologia budowy mostów betonowych*, WKiŁ, Warszawa 1982
- [19] Hildebrand M., Obciążenia podpór tymczasowych mostów wykonywanych metodą wspornikową, *Inżynieria i Budownictwo* 5/1998.
- [20] Hildebrand M., Odchyłki wymiarów dźwigara betonowego wykonywanego metodą nawisową jako niejawni czynnik obciążenia podpór tymczasowych, *Inżynieria i Budownictwo* 4/1999
- [21] Hohenbichler M., Gollwitzer S., Kruse W., Rackwitz R., New light on first- and second- order reliability methods, *Structural Safety* 4/1987
- [22] Irzyk E., *Ocena nośności wieloprzęsłowych stalowych układów belkowych*, praca doktorska, Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1981
- [23] Jendrzek S., Most w ciągu autostrady A-1 przez Wisłę koło Torunia, *Inżynieria i Budownictwo* 5/1998
- [24] Jermakow S. M., *Metoda Monte Carlo i zagadnienia pokrewne*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1976
- [25] Langer J., *Dynamika budowli*, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1980
- [26] Liu P-L., Der Kiureghian A., Optimisation Algorithms for structural Reliability, *Structural Safety* 4/1987
- [27] Machelski Cz., Onysyk J., Wyteżenie przęseł betonowanych wspornikowo w aspekcie czynników losowych, *Inżynieria i Budownictwo* 5/1998
- [28] Mathivat J., *The Cantilever Construction of Prestressed Concrete Bridges*, John Wiley and Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1983
- [29] Matt P., Voumard J. M., Marti P., Thurlimann B., Main River Span Structure of the Gateway Bridge, *Concrete International* 5/1988
- [30] Melchers R. E., *Structural Reliability – Analysis and Prediction*, Ellis Horwood Limited, Chichester 1987



- [31] Murzewski J., *Niezawodność konstrukcji inżynierskich*, Arkady, Warszawa 1989
- [32] Murzewski J., Wytrzymałość charakterystyczna konstrukcji w świetle teorii niezawodności systemów, *Zastosowanie probabilistyki w nowoczesnych normach konstrukcji i obciążeń*, PWN, Warszawa – Łódź, 1987
- [33] Onysyk J. *Stan naprężenia w izostatycznych konstrukcjach betonowych z uwzględnieniem czynników losowych*, praca doktorska, Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1983
- [34] Pawlikowski J., Zastosowanie metod probabilistycznych stopnia II w normach projektowania, *Zastosowanie probabilistyki w nowoczesnych normach konstrukcji i obciążeń*, PWN, Warszawa – Łódź 1987
- [35] Piekarski J. Cebo S., Kujawski W., Nowy most przez Odrę w Opolu. *Inżynieria i Budownictwo* 9/1999
- [36] PN-77/B-02011 *Obciążenia w obliczeniach statycznych - Obciążenie wiatrem*
- [37] PN-82/S-10052 *Obiekty mostowe – Konstrukcje stalowe – Projektowanie*
- [38] PN-85/S-10030 *Obiekty mostowe – Obciążenia*
- [39] Pr PN-ISO 2394 *Ogólne zasady niezawodności konstrukcji*
- [40] Puła W., Hildebrand M., Ocena niezawodności podpory mostu wznoszonego metodą nawisową, XLV Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZiTb, Krynica '99, Tom 6, Wrocław – Krynica 13-18 września 1999
- [41] Puła W., Hildebrand M., Some reliability aspects on temporary support of concrete girder built by cantilever method, *Archives of Civil Engineering* (w druku)
- [42] Puła W., On some methods in Structural Reliability, *Studia Geotechnica et Mechanica*, vol. XIII, No. 1-2/1991
- [43] *Recommandations pour le calcul des effets du vent sur les constructions*, Convention Europeenne de la Construction Metallique – Comite Technique 12 « Vent », deuxieme edition, 1987
- [44] Rosenblatt M., Remarks on a Multivariate Transformation, *Annual of Mathematical Statistics*, vol. 23, 1952
- [45] *Rzecz o moście autostradowym przez Wisłę koło Torunia*. Praca zbiorowa pod red. J. Bienia, Wydawnictwo Akces, Toruń 1999
- [46] Servant C., Bouchon E., Gachiteguy R., Lagane J.J., Chasagnette P., Preyssas V., Record de portee dans la Vallee du Vaur, *XIII Congres de la Federation Internationale de la Precontrainte*, Amsterdam 1998



- [47] Simiu E., Scanlan R. H., *Wind Effects on Structures – Fundamentals and Applications to Design*, third edition, John Wiley & Sons 1996
- [48] Sindre H., Larsen O. G., The new Varodd Bridge, Norway: a large concrete bridge currently under construction by the balanced cantilever method, *FIP Notes, Quarterly Journal of the Federation Internationale de la Precontrainte* 1/1994
- [49] Śniady P., Biernat S., Sieniawska R., Żukowski S., Problemy i metody probabilistycznej analizy i oceny niezawodności mostów, *XLV Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZiTb Krynica '99*, Tom 6, Wrocław – Krynica 13-18 września 1999
- [50] Śniady P., *Podstawy stochastycznej dynamiki konstrukcji*, praca w manuskrypcie
- [51] *STATREL Theoretical Manual*, RCP, Munich, 1995
- [52] Sven E., Die grossen Spannbrton-Balken-brucken, *Beton und Stahlbetonbau*, (94) 1/1999
- [53] *Tatara Bridge*, Bridge Authority
- [54] Voumard J.-M. Maitrise de la geometrie – Experiences faites dans ce domaine. IABSE Reports, *IABSE Symposium Paris – Versailles, August 1987*, Zurich IABSE 1987
- [55] Weidemann H., *Balkenformige Stahlbeton- und Spannbetonbrucken*, Teil 2, Werner Verlag 1984
- [56] Żmuda J., *Podstawy projektowania konstrukcji metalowych*, TiT, Opole 1992
- [57] Żurański J. A., Analiza charakterystycznych prędkości wiatru w Polsce, *XXIV konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB Krynica 1978*
- [58] Żurański J. A., Modelowanie obciążeń w normalizacji, *Zastosowanie probabilistyki w nowoczesnych normach konstrukcji i obciążeń*, PWN, Warszawa – Łódź, 1987
- [59] Żurański J. A., *Obciążenia wiatrem budowli i konstrukcji*, Arkady Warszawa 1978
- [60] Żurański J. A., *Określenie prędkości wiatru dla Mostu Siekierskiego*, Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1998

## **ELEMENTY OCENY BEZPIECZEŃSTWA W FAZIE MONTAŻU MOSTÓW REALIZOWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ**

### **Streszczenie**

Do podstawowych zagadnień warunkujących powodzenie budowy mostu betonowego metodą wspornikową należy utrzymanie stateczności położenia dźwigara podpartego niekorzystnie – w środku jego długości. Dodatkowa podpora tymczasowa zapewniająca stateczność obciążona jest w istocie w sposób losowy. Podstawowym obciążeniem podparcia tymczasowego są nieuniknione odchyłki ciężaru własnego segmentów skutkujące wystąpieniem niejawnego momentu obracającego. Pozostałe obciążenia losowe to obciążenie technologiczne i obciążenie wiatrem. Ponadto, obciążeniem losowym wyjątkowym, jest upadek urządzenia formującego. Metody stosowane w praktyce sprowadzają się do arbitralnego przyjęcia obciążeń zastępczych o charakterze deterministycznym.

Wartości tych obciążeń zostały jednakże zweryfikowane przez obliczenie związanego z nimi wskaźnika bezpieczeństwa, na podstawie przyjętych charakterystyk probabilistycznych. Parametry modeli probabilistycznych obciążeń ustalono na podstawie badań własnych i innych dostępnych danych. Zastosowano metody niezawodnościowe poziomu drugiego i trzeciego.

Wartości obliczonych wskaźników wynosiły, zależnie od przyjętych założeń około  $4,5 \div 5,0$ , co sugeruje wystarczający poziom bezpieczeństwa. Jednakże w przypadku literalnej interpretacji polskiej normy uzyskano wskaźnik przekraczający 9,5, co świadczy o niemożności bezpośredniego jej stosowania w tym zagadnieniu.

W wyniku obliczeń pozytywnie zweryfikowano stosowane w praktyce na świecie obciążenia do sprawdzania stateczności dźwigara betonowego wykonywanego metodą wspornikową.

## **SOME ASPECTS ON ASSESSMENT OF SAFETY DURING ERECTION OF BRIDGES BUILT BY CANTILEVER METHOD**

### **Summary**

One of the most important problem during bridge construction by cantilever method, is the stability of girder supported very unfavorable – in the middle of its length. The second support giving the overturning resistance to the system, is loaded in the probabilistic way, indeed. The first latent load of temporary support are fluctuations of segments' weight

influencing the probabilistic overturning moment. The second load is affected by technology operations on the deck during erection, and the third load is wind action. Furthermore, sometimes the collapse of traveler can be taken into account, what is treated as accidental action. The idea of practically employed methods for stability check, is to substitute those probabilistic loads by deterministic ones.

The values of these deterministic loads were verified here by estimation of corresponding safety index, taking into consideration assumed probabilistic data. The probabilistic models of loads were built on the ground of original research, and other available data. The second and third level reliability methods were employed.

The estimated indexes can be limited by the range  $4.5 \div 5.0$ , depending on the detailed assumptions. It means that the safety level is satisfactory. But, when taking the self weight load according to polish standard, the safety index is bigger then 9.5. So, these regulations can not be directly used here.

As the conclusion, it can be settled that practically world wide employed loads, for checking the stability of concrete girder built by cantilever method, were positively verified.

## ELEMENTY OCENY BEZPIECZEŃSTWA W FAZIE MONTAŻU MOSTÓW REALIZOWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ

### Załącznik nr 1

### OCENA WARTOŚCI OBCIĄŻENIA TECHNOLOGICZNEGO

Do obciążeń technologicznych dźwigara mostu betonowego wykonywanego metodą nawisową zaliczono:

- ciężar materiałów budowlanych zgromadzonych na powierzchni pomostu i na płycie dolnej, we wnętrzu dźwigara,
- ciężar urządzeń technologicznych, narzędzi i maszyn wykorzystywanych przy budowie segmentów,
- ciężar pracowników budowy i ciężar okazjonalnych grup wizytujących budowę.

Obciążenia te oszacowano przez dokonanie spisu osób i przedmiotów znajdujących się na połowie dźwigara (na jednym wsporniku) mostu przez Odrę w Opolu w czasie zwykłego dnia roboczego, w trakcie realizacji typowego segmentu. Na jednej połowie dźwigara zanotowano obecność następujących przedmiotów

|                                      |        |
|--------------------------------------|--------|
| • Spawarka I                         | 1 kN   |
| • Spawarka II                        | 1 kN   |
| • Piła do drewna                     | 0,5 kN |
| • Butle z tlenem i acetylenem        | 1 kN   |
| • Wwijarka do cięgien                | 1 kN   |
| • Sprężarka do sprężania konstrukcji | 2 kN   |
| • Siłownik do sprężania              | 8 kN   |
| • Mieszarka do iniektu               | 3 kN   |
| • Części deskowań, osłony do kabli   | 3 kN   |
| • Pryzma desek                       | 5 kN   |
| • Kozły do podawania betonu          | 3 kN   |
| • 10 szt. podkładów kolejowych       | 8 kN   |
| • 14 szt. rur do podawania betonu    | 11 kN  |
| • Skrzynka elektryczna               | 0,5 kN |
| • Folie, tkaniny techniczne          | 0,5 kN |
| • Beczka z wodą                      | 15 kN  |

Zanotowano także obecność sześciu pracowników o łącznym ciężarze  $6 \times 0,75 \text{ kN} = 4,5 \text{ kN}$ .

**Łączny ciężar wynosi więc 68 kN.** Całość obciążenia koncentruje się na końcowym odcinku wspornika, w pobliżu miejsca wykonywania kolejnego segmentu. Powierzchnia obciążenia jest ograniczona szerokością pomostu i fragmentem dźwigara o długości równej w przybliżeniu 1,5 szerokości pomostu. Zwykle powierzchnia ta wynosi więc około  $150 \text{ m}^2$ . Zastępcze obciążenie równomiernie rozłożone wynosi wtedy:

$$\frac{68}{150} = 0,45 \text{ kN/m}^2$$

Wydaje się, że obciążenie to jest podobne na obu wspornikach.

W szczególnych przypadkach, ciężar ludzi obecnych na pomoście sięgać może 20 lub nawet 30 kN (25 ÷ 40 osób), co zdarza się w czasie obecności wycieczek odwiedzających budowę. Charakter tego obciążenia jest jednakże wyraźnie asymetryczny. Grupa osób stanowiących wycieczkę zwykle jest zawarta i w całości przemieszcza się z jednego końca dźwigara na drugi. W skali całego obiektu, obciążenie to może być traktowane w przybliżeniu jako siła skupiona.

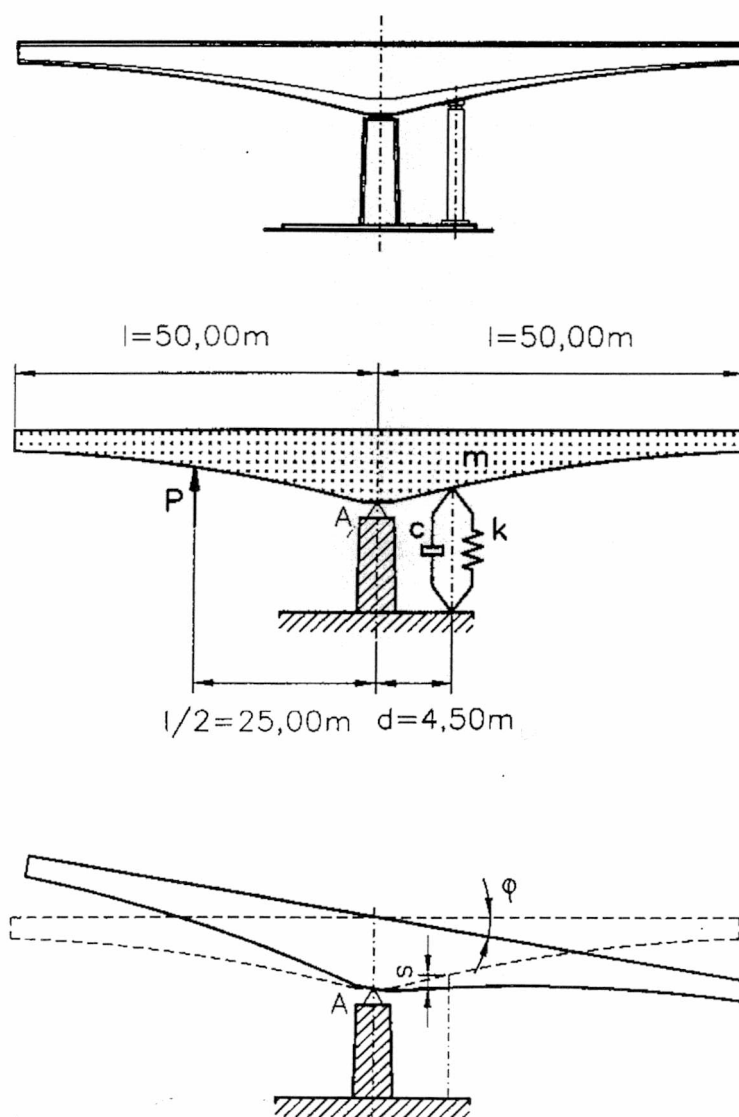
## ELEMENTY OCENY BEZPIECZEŃSTWA W FAZIE MONTAŻU MOSTÓW REALIZOWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ

Załącznik nr 2

### OCENA EFEKTU KRÓTKOTRWAŁEGO ODDZIAŁYWANIA OBCIĄŻENIA

Poniżej przedstawiono wyniki oszacowania obciążenia podparcia tymczasowego w sytuacji krótkotrwałego oddziaływania siły obciążającej dźwigar główny. Wartość siły odpowiada porywowi wiatru przy założeniach podanych w rozdziałach 4 i 5 pracy.

Schemat zadania przedstawiono na rys. Z2-1.



Rys. Z2-1. Schemat zagadnienia dynamicznego.

W przyjętym układzie o jednym stopniu swobody przemieszczenie uogólnione (obróć nad podporą stałą) oznaczono przez  $\varphi$ . Podpora tymczasowa jest jedynym odkształcalnym elementem układu. W podporze tej występuje także tłumienie.

Na podstawie analizy wymiarów, mas i innych charakterystyk rzeczywistej konstrukcji wznoszonej metodą nawisową, przyjęto następujące parametry do modelu dynamicznego:

- moment bezwładności masy względem punktu A  
 $J_A = 25 \cdot 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
- stała sprężystości podpory  
 $k = 2,45 \cdot 10^6 \text{ kN} / \text{m}$
- tłumienie podpory  
 $c = 540 \text{ kN} \cdot \text{s} / \text{m}$

Przyjęto ponadto klasyczne równanie ruchu [25]:

$$\tilde{m} \cdot \ddot{\varphi} + \tilde{c} \cdot \dot{\varphi} + \tilde{k} \cdot \varphi = \tilde{F}$$

$$25 \cdot 10^6 \cdot \ddot{\varphi} + 10935 \cdot \dot{\varphi} + 49612500 \cdot \varphi = 25 \cdot P$$

Przyjęto, że siła  $P$  jest impulsem sinusoidalnym o czasie trwania 5 s. Siła ta przyłożona do dźwigara w sposób pokazany na rys. Z2-1 powoduje jego drgania i powstanie zmiennej siły reakcji w podporze tymczasowej.

W wyniku obliczeń numerycznych oszacowano, że maksymalny efektywny kąt obrotu  $\varphi$  wahadła względem punktu A wywołany działaniem impulsu siły  $P$ , wynosi około  $10^{-4}$  rd. Obrót ten jest związany z powstaniem naprężeń w podporze tymczasowej równych **300 kPa**, przy przekroju poprzecznym podpory stalowej równym  $0,07 \text{ m}^2$ .

Jednocześnie, statyczne oddziaływanie siły  $P$ , przyłożonej w tym samym miejscu, skutkuje powstaniem naprężeń w tej samej podporze równych **1590 kPa**.

Naprężenia w podporze od działania siły o tej samej wartości, lecz przez stosunkowo krótki okres czasu, są więc ponad pięciokrotnie mniejsze.

Wynika stąd, że obciążenie wiatrem uśredniane z przedziałów trzy- lub pięciosekundowych nie jest miarodajne dla podobnych konstrukcji.

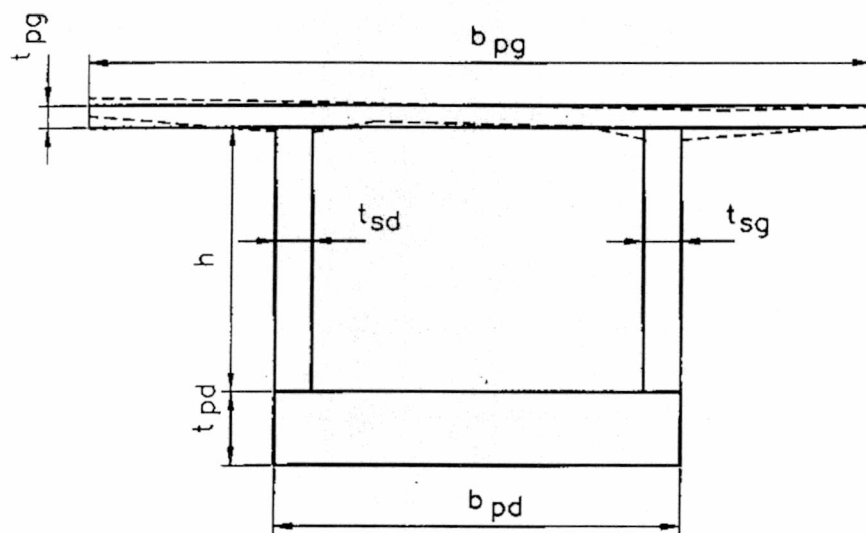
Taka odpowiedź konstrukcji jest związana przede wszystkim ze znaczną masą dźwigara oraz przyjętym dość dużym tłumieniem. Trzeba jednocześnie dodać, że tłumienie całkowite jest prawdopodobnie znacznie większe ze względu na tzw. tłumienie powietrza otaczającego wahadło.

# ELEMENTY OCENY BEZPIECZEŃSTWA W FAZIE MONTAŻU MOSTÓW REALIZOWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ

Załącznik nr 3

## WYZNACZENIE MOMENTÓW OBRACAJĄCYCH ZWIĄZANYCH Z CIĘŻARAMI SEGMENTÓW

Objętość segmentu oszacowano mnożąc jego pole przekroju poprzecznego  $A$ , będące wielkością losową, przez długość segmentu  $s$ . Pole  $A$  stanowi sumę pól części składowych przekroju. Jego wartość średnia  $\bar{A}$  jest sumą wartości średnich tych pól, a odchylenie standardowe  $s_A$  jest pierwiastkiem sumy kwadratów odchyleń składowych, przy założeniu, że są one niezależne.



Rys. Z3-1. Idealizacja przekroju dźwigara skrzynkowego.

$$\bar{A} = b_{pg} \cdot t_{pg} + b_{pd} \cdot t_{pd} + h \cdot (t_{sg} + t_{sd})$$

$$s_A = \sqrt{s_{a,pg}^2 + s_{a,pd}^2 + s_{a,sg}^2 + s_{a,sd}^2}$$

Przekrój poprzeczny dźwigara wyidealizowano do elementów prostokątnych i przyjęto następujące oznaczenia (rys. Z2-1):

- $b_{pg}, b_{pd}, h$  - wymiary liniowe elementów przekroju,
- $t$  - - grubości elementów przekroju,
- $s$  - - odchylenie standardowe,



- $A$  - indeks pola przekroju segmentu,
- $a$  - indeks elementu pola przekroju,
- $pg$  - indeks płyty górnej,
- $pd$  - indeks płyty dolnej,
- $sg$  - indeks ściany g, (od strony górnej wody)
- $sd$  - indeks ściany d, (od strony dolnej wody).

Odchylenia standardowe pól elementów przekroju poprzecznego związane są głównie ze zmiennością ich grubości. Wpływ odchyłeń wymiarów liniowych pominięto.

Objętość  $V$  segmentu również jest opisana przez wartość średnią  $\bar{V}$  i odchylenie standardowe  $s_V$ :

$$\bar{V} = \bar{A} \cdot l$$

$$s_V = s_A \cdot l$$

Mnożąc objętość segmentu przez ciężar objętościowy betonu  $d$  uzyskuje się jego ciężar  $G$ .

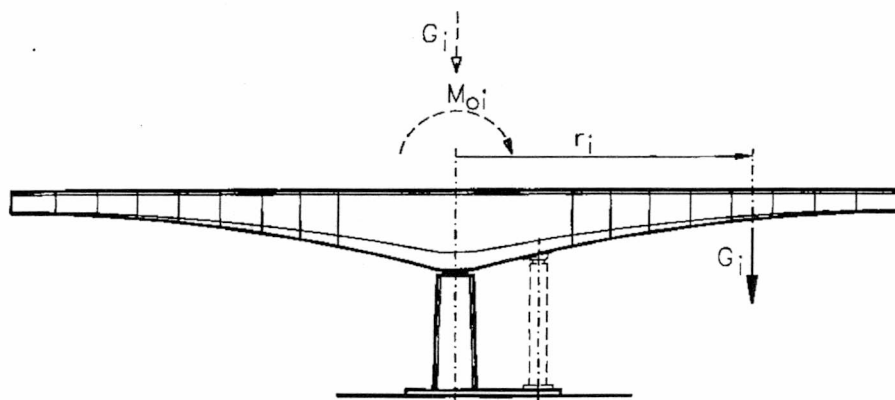
$$G = V \cdot d$$

Obydwa składniki tego iloczynu są wielkościami losowymi. Odchylenie standardowe iloczynu zmiennych losowych oszacowano przy użyciu rozwinięcia Taylora.

$$s_G = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_{V=\bar{V}}^2 \cdot \bar{V}^2 \cdot v_V^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial d}\right)_{d=\bar{d}}^2 \cdot \bar{d}^2 \cdot v_d^2} = \sqrt{d^2 \cdot s_V^2 + V^2 \cdot s_d^2}$$

Przez  $v$  oznaczono odpowiednie współczynniki zmienności.

Uzyskany probabilistyczny ciężar  $G_i$  segmentu  $i$  mnożony przez odległość do środka hipotetycznego obrotu wahadła  $r_i$  (rys. Z2-2) określa moment obracający  $M_{oi}$ .



Rys. Z3-2. Schemat działania momentu obracającego związanego z ciężarem jednego segmentu.

Powtarzając tę czynność dla każdego segmentu, uzyskuje się tak dla lewego jak i dla prawego wspornika szereg momentów obracających, które po zsumowaniu, dają odpowiednio moment obracający lewostronny  $M_o^l$  i prawostronny  $M_o^p$ , równoważące się ze względu na swe wartości średnie. Można jednak ustalić potencjalną wartość momentu wypadkowego  $M_w$ , która może się pojawić z ustalonym prawdopodobieństwem.

$$M_w = M_o^l - M_o^p$$

Momenty  $M_w$ ,  $M_o^l$  i  $M_o^p$  opisane są przez swe odchylenia standardowe, odpowiednio:  $s_{Mw}$ ,  $s_{Mol}$  i  $s_{Mop}$ . Odchylenia te są równe pierwiastkom sum kwadratów odchyleń składowych.

$$s_{Mol,p} = \sqrt{\sum_i s_{Moi,l,p}^2}$$

W przypadku momentu wypadkowego wystąpią tylko dwa składniki:

$$s_{Mw} = \sqrt{s_{Mol}^2 + s_{Mop}^2}$$

Uzyskane ostatecznie odchylenie standardowe momentu wypadkowego posłużyło do określenia charakterystycznej wartości  $M_{ok}$  potencjalnego momentu obracającego.

Na podstawie ustalonych współczynników obliczono odchylenia standardowe  $s_A$  oraz odchylenia  $s_V$  i  $s_G$  dla każdego segmentu. Otrzymano współczynniki zmienności objętości segmentów w przedziale od 1,6% do 1,8% i współczynniki zmienności ciężarów segmentów od 2,2% do 2,4%. Odchylenie standardowe sumy momentów obracających po jednej stronie punktu obrotu wynosi  $s_{Mol} = s_{Mop} = 2294$  kNm, a wypadkowe odchylenie standardowe momentów obustronnych wynosi  $s_{Mw} = 3244$  kNm. (Całkowity moment od ciężaru jednego wspornika wynosi  $M_o^{l,p} = 299258$  kNm).

## ELEMENTY OCENY BEZPIECZEŃSTWA W FAZIE MONTAŻU MOSTÓW REALIZOWANYCH METODĄ WSPORNIKOWĄ

Załącznik nr 4

### OCENA WPŁYWU LICZBY PRZYJMOWANYCH WYRAZÓW WZORU TAYLORA NA UZYSKIWANE WYNIKI OBLICZEŃ NIELINIOWYCH FUNKCJI LOSOWYCH

W przypadkach wyznaczania statystyk iloczynów zmiennych losowych korzystano z wzoru Taylora. Wpływ liczby przyjmowanych do obliczeń wyrazów szeregu oszacowano na dwóch przykładach:

1. obliczanie odchylenia standardowego oddziaływania wiatru na podstawie odchylenia standardowego prędkości wiatru,
2. obliczanie odchylenia standardowego losowego momentu obracającego w etapie drugim, z uwzględnieniem parcia wiatru.

Ad. 1. Odchylenie standardowe losowego oddziaływania wiatru obliczono tutaj dla przypadku pełnej asymetrii. Oddziaływanie wiatru jest opisane równaniem (7.5):

$$w^p = \frac{1}{2} \rho (v^p)^2 C_y b = \frac{1}{2} \cdot 1,29 \cdot (v^p)^2 \cdot 0,3 \cdot 12,5 = 2,42 (v^p)^2$$

Stosując pierwszy wyraz szeregu Taylora, odchylenie standardowe można oszacować następująco:

$$\sigma_w = 0,00242 \cdot \sqrt{4 \cdot (E[v])^2 \cdot \sigma_v^2} = 0,00242 \cdot \sqrt{4 \cdot 26,0^2 \cdot 4,1^2} = 0,516 \text{ kN / m}$$

W przypadku uwzględniania większej liczby wyrazów szeregu stosuje się wzór [50]:

$$\sigma_w = 0,00242 \cdot \sqrt{\left\{ \sigma_v^2 \cdot \left( \frac{df(E[v])}{dv} \right)^2 + \frac{1}{4} (\mu_{4v} - \sigma_v^4) \left( \frac{d^2 f(E[v])}{dv^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + \mu_{3v} \frac{df(E[v])}{dv} \cdot \frac{d^2 f(E[v])}{dv^2} \right\}}$$

Momenty trzeciego i czwartego rzędu mogą być obliczone przez przybliżone podstawienia:

$$\frac{1}{4} (\mu_{4v} - \sigma_v^4) \cong (E[v])^2 \cdot \sigma_v^2$$

$$\mu_{3v} \cong 2 \cdot E[v] \cdot \sigma_v$$

Funkcja  $f$  jest postaci:

$$f = v^2$$

Dla charakterystyk zmiennej  $v$  :

$$E[v] = 26,0 \text{ m/s}$$

$$\sigma_v = 4,1 \text{ m/s}$$

otrzymuje się:

$$\sigma_w = 0,00242 \cdot \sqrt{\{45454 + 45456 + 22152\}} = 0,814 \text{ kN / m}$$

Wartość ta jest większa o ponad 57% od uzyskanej w pierwszym przybliżeniu. Widać więc, że bardziej miarodajne jest stosowanie wzoru dokładniejszego, z uwzględnioną większą liczbą wyrazów szeregu. Wynika to bezpośrednio z charakteru funkcji  $f$ , która jest funkcją kwadratową.

Ad.2. Podobną procedurę przeprowadzono dla zmiennej losowej obliczanej według wzoru (7.8). Jest to losowy moment obracający związany z oddziaływaniem wiatru. W poniższych obliczeniach przyjęto, że występuje przypadek niezdeterminowanego położenia wypadkowej, tzn. poryw wiatru może pojawić się na całej długości wahadła.

$$M_w = k \cdot w \cdot r_w$$

W pierwszym przybliżeniu, obliczając jego odchylenie standardowe, skorzystano z wyrazu liniowego wzoru Taylora [34]:

$$\sigma_{Mw} = \sqrt{\left(\frac{\partial M_w}{\partial w}\right)^2_{w=\bar{w}} \cdot \sigma_w^2 + \left(\frac{\partial M_w}{\partial r_w}\right)^2_{r=\bar{r}} \cdot \sigma_{rw}^2} = \sqrt{(k \cdot r_w)^2 \cdot \sigma_w^2 + (k \cdot w)^2 \cdot \sigma_{rw}^2}$$

Przyjmując  $\sigma_w = 0,57 \text{ kN/m}$ , (przypadek II), uzyskuje się:

$$\sigma_{Mw} = \sqrt{(30,0 \cdot 0,0)^2 \cdot 0,57^2 + (30,0 \cdot 1,0)^2 \cdot 17,3^2} = 519 \text{ kNm}$$

Dokładniejsze przybliżenie wartości  $\sigma_{Mw}$  wymaga obliczenia dalszych wyrazów rozwinięcia funkcji momentu i nałożenia nań operatora wariancji [50].

$$M_w = f(w, r) \cong f(m_w, m_r) + \frac{\partial f}{\partial w}(m_w, m_r) \cdot (w - m_w) + \frac{\partial f}{\partial r}(m_w, m_r) \cdot (r - m_r) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial w^2}(m_w, m_r) \cdot (w - m_w)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2}(m_w, m_r) \cdot (r - m_r)^2 + \right.$$

$$\left. + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r}(m_w, m_r) \cdot (w - m_w) \cdot (r - m_r) \right]$$

$$\begin{aligned}
Var[M_w] = & \left( \frac{\partial f}{\partial w} \right)^2 \cdot Var[w] + \left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 \cdot Var[r] + \\
& + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \right)^2 \cdot E[w - m_w]^4 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right)^2 \cdot E[r - m_r]^4 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} \right)^2 \cdot E[(w - m_w)^2 (r - m_r)^2] + \\
& + 2 \cdot \frac{\partial f}{\partial w} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \cdot Cov(w, r) + \frac{\partial f}{\partial w} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} E[(w - m_w)^3] + \frac{\partial f}{\partial w} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} E[(w - m_w) \cdot (r - m_r)^2] + \\
& + 2 \cdot \frac{\partial f}{\partial w} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} E[(w - m_w)^2 \cdot (r - m_r)] + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} E[(r - m_r) \cdot (w - m_w)^2] + \\
& + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} E[(r - m_r)^3] + 2 \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} E[(w - m_w) \cdot (r - m_r)^2] + \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} E[(w - m_w)^2 \cdot (r - m_r)^2] + \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} E[(w - m_w)^3 \cdot (r - m_r)] \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} + \\
& + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} E[(r - m_r)^3 \cdot (w - m_w)] \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} + \\
& - \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \right)^2 \cdot (Var[w])^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right)^2 \cdot (Var[r])^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} \right) (Cov[w, r])^2 + \right. \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \cdot Var[w] \cdot Var[r] + \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} Var[w] \cdot Cov[w, r] + \\
& \left. + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} Var[r] \cdot Cov[w, r] \right\}
\end{aligned}$$

Zakładając niezależność obu zmiennych losowych, wzór ten można przepisać do postaci:

$$\begin{aligned}
Var[M_w] = & \left( \frac{\partial f}{\partial w} \right)^2 \cdot Var[w] + \left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 \cdot Var[r] + \\
& + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \right)^2 \cdot \mu_{4w} + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right)^2 \cdot \mu_{4r} + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w \partial r} \right)^2 \cdot Var[w] \cdot Var[r] + \\
& + \frac{\partial f}{\partial w} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \cdot \mu_{3w} + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \cdot \mu_{3r} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} Var[w] \cdot Var[r] + \\
& - \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \right)^2 \cdot (Var[w])^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right)^2 \cdot (Var[r])^2 + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial w^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \cdot Var[w] \cdot Var[r] \right\}
\end{aligned}$$

Postać funkcji  $f$  jest następująca:

$$f(w, r) = w \times r$$

Podstawiając charakterystyki:

$$E[w] = 1,0 \text{ kN/m}, \quad \sigma_w = 0,57 \text{ kN/m}$$

$$E[r] = 0,0 \text{ m} \quad \sigma_r = 17,3 \text{ m}$$

i wykonując rachunki, otrzymuje się:

$$\sigma_{Mw} = 597 \text{ kNm}$$

Otrzymana wartość odchylenia standardowego jest o 15% większa od wartości otrzymanej przy użyciu wzoru uproszczonego.