

INSTYTUT ENERGGOELEKTRYKI POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
ZAKŁAD AUTOMATYKI I STEROWANIA W ENERGETYCE

Waldemar Rebizant

**CHARAKTERYSTYKI PROBABILISTYCZNE SYGNAŁÓW I WIELKOŚCI
KRYTERIALNYCH CYFROWYCH ZABEZPIECZEŃ
ELEKTROENERGETYCZNYCH I ICH ZASTOSOWANIE**

Praca doktorska
przygotowana pod kierunkiem
dr hab. inż. Janusza Szafrana, prof. PWr

Wrocław 1995

Biblioteka Główna i OIM
Politechniki Wrocławskiej



001139656



290963L/1

Akc. 604/D/96

*Autor wyraża podziękowanie
p. prof. Januszowi Szafranowi
za wieloletnią opiekę i pomoc
w przygotowaniu rozprawy*

SPIS TREŚCI	str.
1. WPROWADZENIE	4
2. STRUKTURA SYSTEMU ZABEZPIECZENIOWEGO	9
2.1. Miejsce zabezpieczeń elektroenergetycznych w strukturze sterowania stacją	9
2.2. Struktura funkcjonalna i sprzętowa zabezpieczeń cyfrowych	10
3. IDENTYFIKACJA SYGNAŁÓW W PRZEKAŹNIKU CYFROWYM	17
3.1. Estymacja wielkości kryterialnych zabezpieczeń cyfrowych	17
3.2. Filtracja cyfrowa	19
3.3. Metody pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych	24
3.3.1. Metody fourierowskie	24
3.3.2. Cyfrowe algorytmy pomiaru wielkości kryterialnych wywodzące się z metod analogowych.	28
3.3.3. Algorytmy wykorzystujące obserwatory stanu i filtrację Kalmana.	30
3.3.4. Metody bazujące na modelu zabezpieczanego obiektu.	31
3.4. Proces podejmowania decyzji w dotychczasowych rozwiązaniach zabezpieczeń cyfrowych.	33
4. PROBABILISTYCZNE CHARAKTERYSTYKI ZAKŁÓCEŃ DLA CELÓW ESTYMACJI WIELKOŚCI KRYTERIALNYCH Z UŻYCIEM FILTRU KALMANA	35
4.1. Modele sygnałów i procesu oraz ich identyfikacja	35
4.2. Filtr Kalmana	40
4.2.1. Założenia i równania podstawowe	40
4.2.2. Modele stanu dla sygnałów napięciowych i prądowych	43
4.3. Metodologia projektowania filtru Kalmana na bazie danych eksperymentalnych	45
4.3.1. Opracowanie modelu procesu i pomiaru	45
4.3.2. Wyznaczenie sygnałów zakłóceń	46
4.3.3. Określenie parametrów probabilistycznych procesu i zakłóceń	47
4.3.4. Parametry filtru Kalmana dla napięcia i prądu	49
4.4. Rozpoznanie momentu wystąpienia zaburzenia i klasyfikacja rodzaju zwarcia z użyciem filtru Kalmana	51
4.4.1. Detekcja zwarcia i estymacja stanu z użyciem filtru Kalmana oraz metod testowania hipotez statystycznych.	52
4.4.2. Zastosowanie adaptacyjnego algorytmu filtracji Kalmana do identyfikacji rodzaju zwarcia i estymacji stanu chronionego obiektu	55
5. STATYSTYCZNE PODEJMOWANIE DECYZJI W PRZEKAŹNIKU ZABEZPIECZENIOWYM	59
5.1. Statystyczne podejście do problemu podejmowania decyzji	59
5.2. Hipotezy statystyczne i ich testowanie	61
5.2.1. Pojęcia podstawowe	61
5.2.2. Określenie dopuszczalnych prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju	63

5.2.3. Budowa obszaru krytycznego i określenie niezbędnej wielkości próby	64
5.2.4. Test ilorazu wiarygodności i jego odpowiedniki w dużych próbach	65
5.2.5. Sekwencyjny test ilorazu wiarygodności	67
5.2.6. Test kwadratowy	71
5.3. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego	74
5.4. Wartość oczekiwana czasu trwania testu	77
5.5. Podsumowanie	79
6. BADANIA SYMULACYJNE	81
6.1. Projekt i analiza własności filtrów Kalmana dla sygnałów napięciowych i prądowych	81
6.1.1. Generacja przebiegów zwarciovych	81
6.1.2. Wyznaczenie sygnałów zakłóceń napięcia i prądu	83
6.1.3. Charakterystyki probabilistyczne zakłóceń sygnałów napięciowych i prądowych	87
6.1.4. Parametry filtru Kalmana dla sygnału napięciowego i prądowego	94
6.1.5. Badanie efektywności filtrów	100
6.1.6. Porównanie z filtrami deterministycznymi na przykładzie prostego zabezpieczenia	105
6.1.7. Wnioski	109
6.2. Symulacyjna analiza proponowanej probabilistycznej metody decyzyjnej	111
6.2.1. Algorytmy pomiaru wielkości kryterialnych	111
6.2.2. Sprawdzenie założeń testu	113
6.2.3. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego	115
6.2.4. Wartość oczekiwana czasu trwania testu	120
6.2.5. Analiza efektywności testu	124
6.2.6. Analiza złożoności obliczeniowej algorytmu	132
7. PODSUMOWANIE	135
8. SPIS LITERATURY	141
DODATEK A. OKREŚLANIE CHARAKTERYSTYK ZMIENNYCH LOSOWYCH I FUNKCJI ZMIENNYCH LOSOWYCH NA PODSTAWIE DANYCH EKSPERYMENTALNYCH	147
DODATEK B. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA SEKWENCYJNEGO TESTU ILORAZU WIARYGODNOŚCI W CZĘŚCI DECYZYJNEJ ZABEZPIECZENIA	153
DODATEK C. ANALIZA EFEKTYWNOŚCI PODEJMOWANIA DECYZJI PRZEZ ALGORYTM SEKWENCYJNY PRZY OGRANICZONEJ DOKŁADNOŚCI OKREŚLENIA ROZKŁADÓW PRAWDOPODOBIEŃSTWA WEKTORA DECYZYJNEGO	169
DODATEK D. PERSPEKTYWY INNYCH ZASTOSOWAŃ METOD I CHARAKTERYSTYK PROBABILISTYCZNYCH	173

1. WPROWADZENIE

Rozwój systemu elektroenergetycznego w zakresie złożoności jego konfiguracji, wzrostu wartości mocy zwarciovych na szynach stacji oraz znamionowych mocy generatorów przy jednoczesnym wzroście wymagań związanych z jakością i ciągłością dostawy energii elektrycznej powodują, że wymagania i zadania stawiane przed urządzeniami elektroenergetycznej automatyki zabezpieczeniowej są coraz wyższe. Dotyczą one zarówno szybkości działania zabezpieczeń, jak też pewności klasyfikacji stanu chronionego obiektu oraz niezawodności samego urządzenia zabezpieczeniowego. Rozwój technologii systemów mikroprocesorowych i metod cyfrowego przetwarzania sygnałów stworzył nowe możliwości w dziedzinie zarówno zakresu zadań wypełnianych przez wspomniane układy, jak i sposobu ich realizacji. Ogromne możliwości cyfrowych systemów automatyki zabezpieczeniowej sprawiają, że, zważywszy na ich niezawodność, odporność na zakłócenia i wreszcie cenę, będą one wypierać rozwiązania tradycyjne (elektromechaniczne i elektroniczne).

Zabezpieczenie elektroenergetyczne jest złożonym układem pomiarowo - decyzyjnym wraz z układami realizującymi logikę (typu kombinacyjnego i sekwencyjnego). W istocie, podstawowa różnica między układami analogowymi i cyfrowymi, gdy rozważa się ich główne funkcje, sprowadza się do tego, że w tych pierwszych korzysta się zarówno z bezpośredniego pomiaru wielkości kryterialnych, jak też z komparatorów amplitudy lub fazy, gdy tymczasem w tych drugich właściwie zawsze mierzy się wielkości kryterialne. Stwarza to podstawy do standaryzacji sprzętu, pozwala też na wykorzystanie mierzonych wielkości do innych celów. Realizacja zabezpieczeń elektroenergetycznych w technice cyfrowej wiąże się z implementacją innych metod w układach pomiarowo - decyzyjnych oraz wypełniania zupełnie nowych funkcji związanych z istnieniem obszernej, łatwo dostępnej pamięci i prostszą transmisją sygnałów cyfrowych. Są to przede wszystkim funkcje rejestracyjne, ułatwiające analizę zjawisk i zdarzeń, możliwość zdalnego nastawiania parametrów oraz sterowania pracą zabezpieczenia, jak również wizualizacji - nie tylko sygnałów dwustanowych, ale i innych wielkości, np. mierzonych wielkości eksploatacyjnych. Istotna jest też możliwość łatwego przesyłania sygnałów dwustanowych i cyfrowych z zabezpieczenia do centralnej jednostki sterującej (komputera stacyjnego) i odwrotnie, co pozwala na sterowanie pracą stacji lepiej niż dotychczas. Dodatkową funkcją realizowaną przez zabezpieczenia cyfrowe jest autotestowanie, a także testowanie niektórych obwodów zewnętrznych.

Wymienione wyżej funkcje wraz ze strukturą sprzętową zabezpieczenia i jego miejscem w złożonym systemie sterowania stacji omówiono dokładniej w rozdziale 2 pracy.

W rozdziale 3 przedstawiono natomiast etapy przetwarzania sygnałów w cyfrowym zabezpieczeniu elektroenergetycznym wraz z podstawowymi algorytmami pomiaru wiel-

kości kryterialnych i metodami podejmowania decyzji. Prądy i napięcia z systemu elektroenergetycznego, po ich odpowiednim przetworzeniu co do poziomu i zamianie na postać cyfrową, poddawane są filtracji cyfrowej, zazwyczaj celem odtworzenia pierwszej harmonicznej sygnałów niosącej podstawowe informacje o powstałym zaburzeniu. Wyznaczone składowe ortogonalne prądów i napięć fazowych wykorzystywane są do obliczenia wielkości zwanych kryterialnymi (amplitudy, składowe mocy i impedancji), które z kolei posłużą do końcowej identyfikacji stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu.

Przedstawione w rozdziale 3 algorytmy mają bogatą bibliografię. Ukształtowały się przez lata całe rodziny metod i algorytmów filtracyjno - pomiarowych. Wszystkie one mają jednak jedną wspólną cechę - niemożność jednoczesnej optymalizacji szybkości i dokładności identyfikacji określonych cech mierzonych wielkości. Algorytmy decyzyjne zaś, bazujące na metodach heurystycznych i sztywnych granicach obszarów decyzyjnych, niespójne z matematycznego punktu widzenia i dobierane przez projektantów zabezpieczeń raczej na podstawie ich doświadczenia, nie zapewniają należytej selektywności w pracy zabezpieczenia, szczególnie w przypadkach zwarć w pobliżu granic obszarów decyzyjnych, przez dużą rezystancję przejścia itp.

Dotychczasowe rozwiązania zabezpieczeń cyfrowych ciągle jeszcze powielają metody pomiarowe i decyzyjne wywodzące się z analogowej generacji przekazników zabezpieczeniowych. Nie są wykorzystywane w pełni możliwości techniki cyfrowej, szczególnie pod względem łatwo dostępnej pamięci, w której można zgromadzić większą ilość informacji na temat samego zabezpieczanego obiektu jak i jego pracy w czasie bezpośrednio poprzedzającym stan zakłócenia. Standaryzacja układów zabezpieczeniowych, wymuszona przez producentów i względy ekonomiczne, zawęża możliwości zapewnienia prawidłowej pracy systemu na drodze samego tylko wyboru typu przekaznika czy wielkości nastawy dla danego zdefiniowanego kryterium działania zabezpieczenia. Rozbudowa współczesnych systemów elektroenergetycznych i związany z nią wzrost stopnia skomplikowania układów sieciowych powoduje, że coraz częściej stosowanie szeroko rozpowszechnionych standardów pomiarowo - decyzyjnych nie wystarcza do stuprocentowo pewnej identyfikacji stanu chronionego obiektu, może też być przyczyną znacznych strat spowodowanych błędnym działaniem układów zabezpieczeniowych.

Wydaje się w związku z powyższym, że dla szczególnie ważnych elementów systemu elektroenergetycznego, konieczne będzie wykorzystanie większej ilości informacji o samym obiekcie jak i jego otoczeniu, tak podczas pomiaru wielkości kryterialnych jak i podejmowaniu decyzji przez zabezpieczenie, a przynajmniej dokładne sprawdzenie selektywności stosowanych standardowo metod i algorytmów. Informacji tej może dostarczyć analiza charakterystyk probabilistycznych sygnałów i wielkości kryterialnych zabezpieczeń we fragmencie systemu zawierającym chroniony obiekt.

Celem pracy jest wskazanie możliwości wykorzystania charakterystyk probabilistycznych sygnałów i wielkości kryterialnych cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych do zwiększenia selektywności identyfikacji stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu oraz poprawy warunków pracy systemu w warunkach zakłóceń. W pracy proponuje się wykorzystanie probabilistycznego modelu sygnałowego w procesie identyfikacji parametrów sygnałów prądowych i napięciowych (z wykorzystaniem filtracji Kalmana) oraz probabilistycznych metod podejmowania decyzji w części decyzyjnej zabezpieczenia cyfrowego. Kwestie te omówiono w rozdziałach 4 i 5 pracy, z rozszerzeniem o badania symulacyjne i ich analizę w rozdziale 6.

W rozdziale 4 przedstawiono podstawy teoretyczne dotyczące całkowicie probabilistycznego modelu sygnałowego oraz identyfikacji parametrów sygnałów z użyciem filtru Kalmana. Wyróżniono etapy prowadzące do wyznaczenia parametrów optymalnego filtru na bazie danych eksperymentalnych (symulacyjnych) wraz z metodami analizy właściwości filtru z pomocą wyznaczonych charakterystyk zakłóceń i procesu oraz elementów macierzy filtracyjnych. Poruszona została również kwestia rozpoznawania momentu zwarcia i estymacji stanu z użyciem filtru Kalmana (w wersji standardowej lub adaptacyjnej) przy współdziale metod testowania hipotez statystycznych.

W rozdziale 5 przedstawiono najpierw podstawowe wiadomości na temat weryfikacji hipotez statystycznych oraz dokonano przeglądu najważniejszych testów. Zaproponowano zastosowanie sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności (jednej z metod testowania hipotez o rozkładzie prawdopodobieństwa) jako algorytmu decyzyjnego w części decyzyjnej zabezpieczenia cyfrowego. Omówiono założenia metody, oszacowano jej złożoność obliczeniową oraz możliwość implementacji w czasie rzeczywistym. Wprowadzono pojęcie odległości rozkładów jako miarę odseparowania hipotez statystycznych oraz zaproponowano jej wykorzystanie do wstępnej analizy przydatności i wyboru wielkości kryterialnych zabezpieczenia.

W rozdziale 6 pracy zamieszczono wyniki i analizy badań symulacyjnych poświęconych filtracji Kalmana oraz podejmowaniu decyzji z użyciem metod probabilistycznych.

W części pierwszej rozdziału 6, dotyczącej filtracji Kalmana, określono parametry i charakterystyki filtrów dla sygnałów prądowych i napięciowych w badanym fragmencie systemu elektroenergetycznego oraz zbadano ich właściwości pod względem dynamiki i dokładności pomiaru. Przeanalizowano wpływ przetwarzania sygnałów przez przekładnik prądowy i dolnoprzepustowy filtr analogowy na charakterystyki zakłóceń i procesu oraz parametry filtru Kalmana. Podczas projektowania filtru prądowego uwzględniono także te realizacje procesu, w których zaobserwowano efekty związane z nieliniową pracą przekładnika prądowego (zjawiska nasyceniowe). Na przykładzie prostego zabezpiecze-

nia linii dokonano porównania właściwości zaprojektowanych filtrów Kalmana z filtrami deterministycznymi w kontekście szybkości i pewności podejmowania decyzji przez zabezpieczenie.

Symulacyjną analizę proponowanej probabilistycznej metody decyzyjnej przedstawiono w drugiej części rozdziału 6. Zamieszczono tam przykład wykorzystania sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności do wykrywania miejsca zwarcia w modelowanym fragmencie systemu. Wyznaczono histogramy przybliżające funkcje gęstości rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych dla wyróżnionych hipotez. Sprawdzono spełnienie założeń testu przez wielkości decyzyjne obliczane przy użyciu różnych algorytmów pomiarowych. Przeprowadzono analizę stacjonarności otrzymanych rozkładów prawdopodobieństwa oraz ich odległości dla wyróżnionych hipotez jako miary przydatności danej wielkości kryterialnej w probabilistycznym procesie decyzyjnym. Sprawdzono poprawność działania algorytmu decyzyjnego oraz wyznaczono średni czas przyjęcia określonej decyzji jako funkcję parametrów testu.

W podsumowaniu pracy przedstawiono wnioski końcowe sformułowane na podstawie analiz teoretycznych i wyników badań symulacyjnych.

Na zakończenie, w uzupełnieniu pracy, podano wykaz literatury oraz zamieszczono cztery dodatki. Pierwszy z nich (dodatek A) dotyczy podstaw teoretycznych znajdowania charakterystyk zmiennych losowych i funkcji zmiennych losowych według wyników doświadczeń. W dodatku B przedstawiono wyniki badań symulacyjnych zaproponowanej probabilistycznej metody podejmowania decyzji w układzie sieciowym rozbudowanym o dodatkowe połączenie w stosunku do fragmentu systemu opisanego w rozdziale 6 pracy. Sprawdzono efektywność działania algorytmu decyzyjnego w sensie selektywności oraz czasu identyfikacji stanu chronionego obiektu. W dodatku C przedstawiono analizę efektywności działania sekwencyjnego algorytmu decyzyjnego przy ograniczonej dokładności określenia rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego. Dodatek D poświęcono natomiast innym potencjalnym zastosowaniom metod i charakterystyk probabilistycznych. Wyróżniono tu grupę zastosowań związanych z testowaniem selektywności działania zabezpieczeń i doбором wielkości kryterialnych, a także wykorzystaniem charakterystyk i parametrów probabilistycznych w procesie projektowania i doboru urządzeń elektroenergetycznych i ich elementów.

2. STRUKTURA SYSTEMU ZABEZPIECZENIOWEGO

Streszczenie rozdziału

W rozdziale omówiono miejsce i rolę zabezpieczeń cyfrowych w systemie zabezpieczeń i sterowania stacją elektroenergetyczną. Przedstawiono strukturę funkcjonalną i sprzętową cyfrowego przekaźnika zabezpieczeniowego. Omówiono rolę poszczególnych bloków w procesie generacji decyzji przez zabezpieczenie.

2.1. Miejsce zabezpieczeń elektroenergetycznych w strukturze sterowania stacją

Możliwości, jakie stwarza technika cyfrowa w zakresie komunikacji z innymi urządzeniami i systemami cyfrowymi sprawiają, że zabezpieczenia cyfrowe nie stanowią wyizolowanych elementów kontroli i nadzoru pracy chronionego obiektu, ale są częścią większej struktury, jaką jest system sterowania stacją elektroenergetyczną.

Charakterystyczną cechą cyfrowego systemu sterowania i zabezpieczeń stacji jest wielopoziomowość hierarchiczna struktury sterowania oraz wzajemne rezerwowanie funkcjonalne (szczególnie w przypadkach awaryjnych czy podczas automatycznego samostawiania) [30, 40]. Hierarchiczna struktura systemu wynika przede wszystkim ze specyfiki zadań realizowanych na poszczególnych szczeblach, ale także z fizycznego rozmieszczenia urządzeń w obszarze stacji. Szczebel najniższy związany jest z funkcjami sterowania i zabezpieczeń dla pojedynczego obiektu stacji. Realizowane są tu funkcje pomiarowe sygnałów analogowych oraz rejestracji sygnałów dwustanowych. Z poziomu tego (poziomu pola) mogą być wysyłane komunikaty i inne sygnały (mierzone wielkości eksploatacyjne, sygnały blokad itp.) na szczebel wyższy - poziom stacji oraz do innych zabezpieczeń i urządzeń sterowania na tym samym poziomie. Z poziomów nadrzędnych przesyłane są do poziomu pola komunikaty nadzorcze i koordynacyjne. Poziom stacyjny, składający się zwykle z jednego lub więcej komputerów otrzymujących dane ze wszystkich sterowanych obiektów, komunikuje się zarówno z komputerami niższego poziomu, jak i z poziomem wyższym, zlokalizowanym w ośrodkach dyspozycji mocy.

Niezależnie od szczegółowego rozwiązania powiązań w strukturze hierarchicznej systemu sterowania i zabezpieczeń stacji, zadania realizowane przez system na poszczególnych szczeblach hierarchii mogą być wykonywane w konwencji zindywidualizowania funkcji bądź też mniejszej lub większej integracji sprzętowej i programowej. Najbardziej popularne, przy obecnych możliwościach sprzętowych, są koncepcje wyraźnego oddzielenia zabezpieczeń od pozostałej części systemu sterowania stacją bądź tylko częściowej

integracji funkcji sterowania i zabezpieczeń (układy zbierania danych, układy pomiarowe, komunikacja między systemami mikroprocesorowymi), przy czym funkcje zabezpieczeniowe realizowane są nadal autonomicznie. Taki stan rzeczy daje się umotywić tendencją produkowania układów, dających się łatwo wkomponować w już istniejące, tradycyjne rozwiązania systemów sterowania stacją [3, 38], a także tym, że wysokie wymagania niezawodnościowe stawiane urządzeniom realizującym funkcje zabezpieczeniowe mogą być łatwiej wypełniane w systemach o mniejszej skali integracji. Jedynie w nowo budowanych stacjach doczekać się mogą realizacji systemu, w którym funkcje sterowania i zabezpieczeń przenikają się wzajemnie i realizowane są w jednym złożonym pod względem sprzętowym i programowym układzie. Konsekwencją koncepcji maksymalnej integracji zadań w systemie sterowania i zabezpieczeń jest oczywiście oszczędność sprzętowa (zmniejszenie okablowania wtórnej stacji, wspólne dla realizacji wielu funkcji układy zbierania i wstępnego przetwarzania danych itd.). Zaletą ta jest jednak okupiona złożonością systemu mikroprocesorowego i jego oprogramowania.

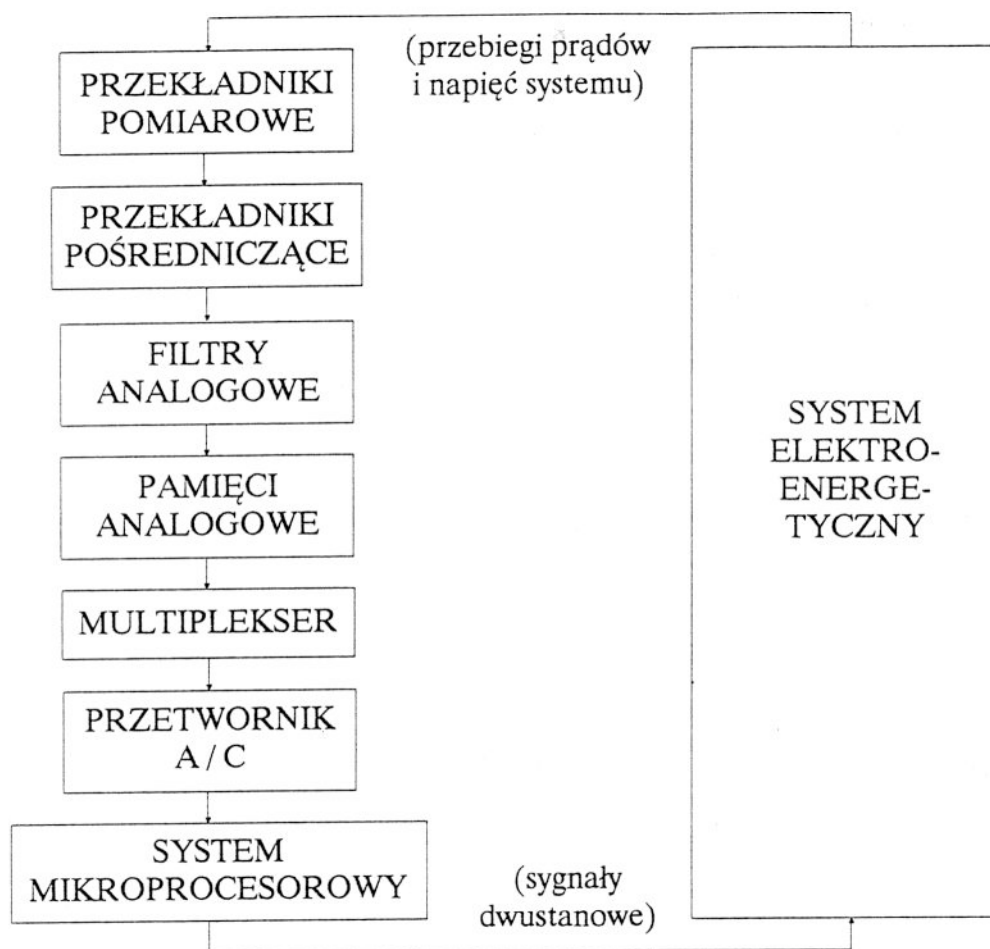
2.2. Struktura funkcjonalna i sprzętowa zabezpieczeń cyfrowych

Schemat funkcjonalny cyfrowego zabezpieczenia elektroenergetycznego wraz z elementami toru wstępnego przetwarzania sygnałów przedstawiono na rysunku 2.1.

Pierwotne przebiegi prądów i napięć z systemu elektroenergetycznego są przetwarzane z zastosowaniem zabezpieczeniowych przekładników prądowych i napięciowych na standardowe wielkości wtórne. Zadaniem przekładników pośredniczących jest konwersja sygnałów oraz separacja galwaniczna. Dodatkową funkcją jest standaryzacja używanej wielkości fizycznej. Sygnały prądowe reprezentowane są zazwyczaj od tego miejsca przez przebiegi napięciowe. Dalsze elementy schematu z rysunku 2.1, począwszy od filtrów analogowych, stanowią właściwy układ zabezpieczenia.

Dostarczenie sygnałów analogowych do części cyfrowej zabezpieczenia wymaga przeprowadzenia ich próbkowania, a następnie przekształcenia z określoną rozdzielczością do postaci cyfrowej z użyciem przetwornika analogowo-cyfrowego. Tak więc, oprócz systemu mikroprocesorowego, w układzie zabezpieczenia cyfrowego pojawiają się takie bloki, jak: filtry analogowe, pamięci analogowe (układy próbkująco-pamiętające), multiplexer i przetwornik analogowo-cyfrowy.

Rola filtrów analogowych sprowadza się do ograniczenia od góry pasma sygnałów wejściowych. Konieczność stosowania filtracji analogowej wynika z wywołanego operacją próbkowania nakładania się widm sygnału podlegającego przetwarzaniu. Twierdzenie Shanonn'a implikuje fundamentalne wymaganie stawiane filtrom analogowym: pasmo zaporowe filtru powinno rozpoczynać się przy częstotliwości mniejszej niż połowa czę-



Rys.2.1. Schemat funkcjonalny cyfrowego zabezpieczenia elektroenergetycznego.

stotliwości próbkowania. Częstotliwość odcięcia dolnoprzepustowego filtru analogowego ustalana jest zazwyczaj na poziomie od 1/4 do 1/3 częstotliwości próbkowania [18,40,58]. Filtr analogowy powinien zapewnić całkowite stłumienie częstotliwości przystających.

Istnienie w układzie pamięci analogowych i multipleksa powodowane jest względami ekonomicznymi i wykorzystaniem tylko jednego przetwornika analogowo-cyfrowego. Zadaniem zespołu pamięci analogowe - multipleksa jest uchwycenie wartości wszystkich mierzonych sygnałów w jednej chwili czasowej, a następnie kolejne doprowadzenie tych wielkości do wejścia przetwornika analogowo-cyfrowego w celu ich sekwencyjnego przetworzenia. Korzystanie z jednego przetwornika A/C możliwe jest dzięki stosowaniu układów o krótkim czasie przetwarzania. W układach z bardzo szybkimi przetwornikami A/C nie stosuje się czasami pamięci analogowych. Przetworniki te, z szybkościami przetwarzania rzędu mikrosekund, są źródłem pomijalnie małych błędów fazy czy amplitudy mierzonych sygnałów.

W odniesieniu do przetwornika A/C muszą zostać ustalone dwa parametry: częstotliwość próbkowania oraz długość słowa cyfrowego kodującego wartość sygnału po przetworzeniu. Im wyższa częstotliwość próbkowania, tym wierniejsza reprezentacja sygnałów ciągłych w czasie i potencjalnie większa ilość informacji stojąca do dyspozycji urządzenia zabezpieczeniowego. Z drugiej jednak strony konieczność wykonania przez procesor wszystkich obliczeń między dwoma kolejnymi próbkami powoduje, że częstotliwość ta nie może być zbyt duża. Ocenia się [40, 48], że uzasadnione, wystarczające wartości wynoszą od 600 do 1600 Hz, tj. między 12 a 32 próbkami w okresie składowej podstawowej, przy czym wartości 800 lub 1000 Hz uważa się za najlepiej wyważony kompromis między wymienionymi, sprzecznymi wymaganiami. Długość słowa cyfrowego warunkowana jest z kolei wartościami błędów związanych z dyskretyzacją sygnałów ciągłych w poziomie. W zależności od sposobu traktowania tego błędu otrzymuje się różne reguły wyznaczające długość słowa przetwornika [48]. Rozpatrując maksymalną wartość błędu kwantyzacji otrzymamy

$$N \geq \log_2 \left(\frac{X_z}{2 \varepsilon X_{\min}} + 1 \right) \quad (2.1)$$

Traktując z kolei wartość tego błędu jako zmienną losową dostaniemy:

$$N \geq \log_2 \left(\frac{X_z^2}{\sqrt{12} \sigma_0 X_{\min}} + 1 \right) \quad (2.2)$$

gdzie:

X_z - zakres zmian przetwarzanego sygnału ciągłego,

$X_{\min}$ - wartość minimalna sygnału mierzona poprawnie,

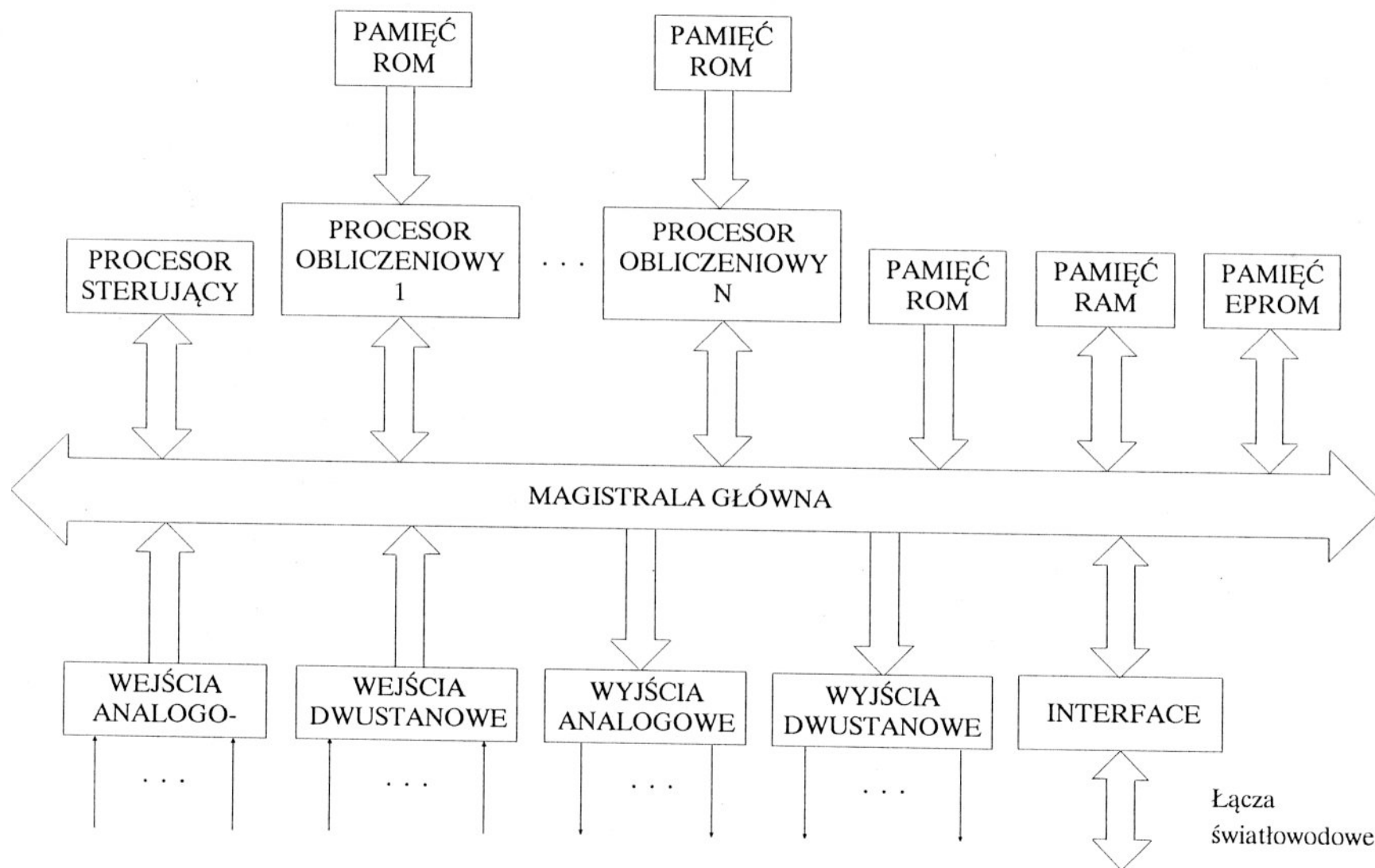
ε - dopuszczalna wartość względnego błędu kwantyzacji,

σ_0 - dopuszczalna wartość odchylenia standardowego szumu kwantyzacji,

N - długość słowa przetwornika analogowo-cyfrowego.

Dość bogate już doświadczenia eksploatacyjne rozwiązań prototypowych i urządzeń zabezpieczeniowych produkowanych seryjnie [3, 40, 48] pozwalają na określenie wymagań sprzętowych i programowych cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych. Na rysunku 2.2 przedstawiono typową strukturę cyfrowego układu zabezpieczeniowego [3, 38]. Struktura ta obejmuje takie elementy, jak: procesory, pamięci cyfrowe, układy wejścia - wyjścia oraz układy do komunikacji z innymi systemami.

Stosowanie dokładnych algorytmów pomiarowych o krótkim czasie odpowiedzi i możliwie małych błędach oraz implementacja adekwatnych algorytmów decyzyjnych li-



Rys. 2.2. Struktura sprzętowa zabezpieczenia mikroprocesorowego.

mitowane są możliwościami obliczeniowymi użytego procesora (lub procesorów). Obecne rozwiązania bazują w zdecydowanej większości na układach wieloprocessorowych [3]. Procesor sterujący nadzoruje pracę całego układu wieloprocessorowego, procesory pomocnicze zaś wykonują obliczenia niezbędne dla podjęcia decyzji. Liczba wykorzystywanych jednostek jest zależna z jednej strony od specyfiki zabezpieczenia, z drugiej zaś - wynika ze złożoności obliczeniowej zastosowanych algorytmów pomiarowych i decyzyjnych. Czynnikiem o dużym znaczeniu jest w tym kontekście częstotliwość próbkowania, której wartość wyznacza czas stojący do dyspozycji procesora (procesorów) na wykonanie jednego, pełnego cyklu obliczeń. Jako przykład służyć może cyfrowe zabezpieczenie linii średniego napięcia ZLC-10 produkcji firmy REFA "Świebodzice", które jest zbudowane z procesora sterującego, realizującego sterowanie multiplexerem i przetwornikiem analogowo-cyfrowym, a także operacje związane z automatyką i komunikacją z innymi zabezpieczeniami oraz procesora sygnałowego, którego zadaniem jest realizacja filtracji cyfrowej i pomiaru wielkości kryterialnych. Podobną organizację posiadają zabezpieczenia innych firm, np. zabezpieczenie linii RELZ 100 firmy ABB [3]. W tym drugim przypadku układ mikroprocesorowy składa się z pięciu procesorów, włącznie z procesorem sterującym.

Pamięć ROM służy do przechowywania programów sterujących pracą systemu mikroprocesorowego. W systemie wieloprocessorowym program każdej z jednostek jest zawarty w oddzielnej pamięci typu ROM. Pamięć RAM to obszar roboczy dla działających programów; pewien jej fragment jest obszarem wspólnym dla wszystkich procesorów, co umożliwia komunikację między nimi. W pamięci typu EPROM, programowanej na etapie nastawiania przekątnika, umieszcza się dane pozwalające procesorowi na określenie granic obszarów decyzyjnych (nastawy).

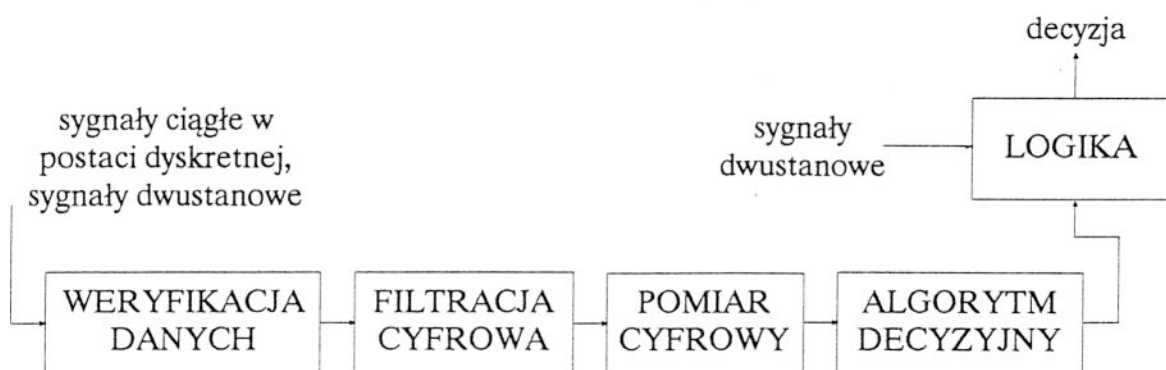
Układy wejściowe i wyjściowe mają podstawowe znaczenie dla poprawnego funkcjonowania zabezpieczenia. Części analogowej układów wejściowych (przekładniki pośredniczące, filtry analogowe) stawia się przy tym wysokie wymagania dotyczące dokładności przetwarzania sygnałów. W celu eliminacji wpływu zakłóceń elektromagnetycznych oraz pól statycznych na pracę systemu używa się optoelektronicznego sprzęgania układu mikroprocesorowego z otoczeniem. Podstawowym wymaganiem dla części cyfrowej układów wejściowych (konwerter analogowo-cyfrowy) jest rozdzielczość implikowana przez długość słowa przetwornika (zależności (2.1) i (2.2)). W przypadku przetwarzania sygnałów napięciowych często wystarcza przetwornik 12-to bitowy, z kolei dla sygnałów prądowych, charakteryzujących się większym zakresem zmian, stosowane są przetworniki 16-to i więcej - bitowe. Ciekawe rozwiązanie tego problemu zastosowano we wspomnianym już zabezpieczeniu linii ZLC-10: przetwornik analogowo-cyfrowy w torze prądowym posiada dynamiczną zmianę zakresów, dzięki czemu konwerter w istocie 12-to bitowy, daje informacje o sygnale z taką dokładnością jak przetwornik 16-to bitowy. Jest to

rozwiązanie znacznie tańsze, wymaga jednak przygotowania układu zmiany skali o odpowiedniej dokładności i dynamice.

Wobec istniejącej i uzasadnionej tendencji do umieszczania cyfrowych układów zabezpieczeń bezpośrednio w polu stacji [28, 49] niezbędne staje się stworzenie sprawnego układu komunikacji zabezpieczenia z otoczeniem. Komunikacja ta przebiega dwukierunkowo: przekaźnik wysyła do komputera stacyjnego sygnały alarmów, wartości danych pomiarowych i sygnałów dwustanowych wykorzystywane w zadaniach sterowania oraz wyniki rejestracji zjawisk i zdarzeń, ponadto komunikuje się z zabezpieczeniami rezerwowymi. Z drugiej zaś strony komputer stacyjny wysyła sygnały zmieniające wartości nastaw oraz uruchamia programy testujące sprawność urządzenia zabezpieczeniowego. Komunikacja ta odbywa się zazwyczaj z wykorzystaniem łączy światłowodowych [49].

Zabezpieczenia cyfrowe umieszczane w już istniejących stacjach komunikują się z innymi obiektami, w tym z układami wykonawczymi w zgodzie z dotychczasowym systemem okablowania stacji. Ponieważ zewnętrzne sygnały dwustanowe transmitowane są z innych obiektów jako sygnały prądowe, napięciowe (o różnych poziomach) czy też stykowe, muszą być zatem przetworzone do poziomu TTL w opracowanym do tego celu interface. Podobny interface, lecz przetwarzający sygnały poziomu TTL na inne reprezentacje dwustanowe znajduje się na wyjściu układu logiki.

Na rysunku 2.3 przedstawiono strukturę funkcjonalną części cyfrowej zabezpieczenia.



Rys.2.3. Schemat funkcjonalny części cyfrowej zabezpieczenia.

Zgodnie z rys. 2.3, w konstrukcji części cyfrowej zabezpieczenia wyodrębnić można wyraźnie oddzielone człony funkcjonalne [48] - bloki weryfikacji danych, filtracyjny, pomiarowy i decyzyjny oraz blok realizujący logikę. Weryfikacja ma na celu wykrycie uszkodzeń w obwodach wtórnych zabezpieczenia. Sprawdza się tu zakres mierzonych wiel-

kości, dynamikę ich zmian oraz spełnianie przez wartości mierzonych sygnałów pewnych związków analitycznych (np. suma napięć w układzie trójkątnym przekładników równa zero). Wykrycie nieprawidłowości na tym etapie może powodować, zależnie od przyjętej organizacji pracy zabezpieczenia, zaprzestanie realizacji funkcji zabezpieczeniowych i sygnalizację awarii lub też dalsze funkcjonowanie przekaźnika przy wyeliminowaniu (jeżeli to możliwe) z procesu pomiarowego i decyzyjnego sygnału przekłamanego.

Zadaniem bloku filtracyjnego jest wydzielenie z analizowanych przez zabezpieczenie przebiegów prądów i napięć składowych podstawowych, będących bazą dla pomiaru elementarnych i tradycyjnych wielkości kryterialnych (amplituda, moc, impedancja). Zastosowanie właściwych filtrów cyfrowych, zbliżonych do optymalnych, warunkuje dokładność i szybkość pomiaru wielkości kryterialnych oraz procesu podejmowania decyzji przez zabezpieczenie. Realizacja pomiaru wielkości kryterialnych odbywa się w bloku pomiarowym, po czym wielkości te przekazywane są do bloku decyzyjnego, gdzie wykorzystuje się je do bezpośredniego porównania z ukształtowanymi charakterystykami działania. Blok decyzyjny odpowiedzialny jest za podjęcie decyzji o zadziałaniu zabezpieczenia, gdy wartości wielkości kryterialnych przekraczają wartości progowe ustawione przez użytkownika oraz generację sygnałów dwustanowych sterujących blokiem logicznym realizującym automatykę łączeniową i sygnalizacyjną zabezpieczenia w stanach normalnych i awaryjnych.

Powyższy podział zadań realizowanych przez system mikroprocesorowy pracujący w charakterze zabezpieczenia cyfrowego pozwala między innymi na optymalizację każdego z członów z osobna ze względu na stosowane kryteria oraz na łatwiejszą samokontrolę systemu. Dokładniejszemu omówieniu najczęściej stosowanych algorytmów filtracyjnych i pomiarowych oraz sposobom podejmowania decyzji przez zabezpieczenie poświęcony jest rozdział 3 niniejszej pracy.

3. IDENTYFIKACJA SYGNAŁÓW W PRZekaźniku CYFROWYM

Streszczenie rozdziału

W rozdziale znaleźć można krótki przegląd metod filtracji sygnałów i pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych, takich jak: amplituda, moc i impedancja. Liczne podobieństwa szeregu algorytmów pozwalają na ich zebranie w kilka rodzin. W tym kontekście wyróżniono bazujące na składowych ortogonalnych metody fourierowskie, wywodzące się z układów analogowych metody uśredniania, metody zmiennych stanu (obserwatory stanu i filtracja Kalmana) oraz metody oparte na modelu zabezpieczanego urządzenia. Końcowa część rozdziału poświęcona jest konstrukcji części decyzyjnej współczesnych rozwiązań zabezpieczeń cyfrowych.

3.1. Estymacja wielkości kryterialnych zabezpieczeń cyfrowych.

Każde zabezpieczenie, niezależnie od technologii, w której zostało zrealizowane, w celu rozpoznania stanu chronionego obiektu śledzi wartości pewnej liczby sygnałów zwanych sygnałami decyzyjnymi. Określenie wartości tych sygnałów nosi miano pomiaru. Tradycyjnymi wielkościami decyzyjnymi mierzonymi w zabezpieczeniach elektroenergetycznych są: amplituda, moc bierna i czynna, składowe bierna i czynna prądów i napięć oraz impedancja. W starszych konstrukcjach zabezpieczeń realizowanych w technologii elektromechanicznej i statycznej wartości tych wielkości wyznaczane są w kontekście dwóch podstawowych typów kryteriów działania zabezpieczenia [54]:

(a) sprawdza się, czy wartość sygnału nie przekracza pewnego poziomu progowego wyznaczonego na stałe (np. zabezpieczenie nadprądowe bezzwłoczne) lub zmiennego pod wpływem drugiego z sygnałów wejściowych (np. zabezpieczenie różnicowe stabilizowane transformatora, zabezpieczenie nadprądowe zwłoczne),

(b) sprawdza się, czy impedancja między punktem zainstalowania zabezpieczenia a miejscem zwarcia, określana z relacji między prądem i napięciem, mieści się w obszarze tzw. charakterystyki impedancyjnej zabezpieczenia.

Przeważająca część wykorzystywanych do dziś kryteriów działania zabezpieczeń elektroenergetycznych sformułowano w czasie, kiedy w użyciu znajdowały się zabezpieczenia elektromechaniczne. Pojęcia amplitudy, mocy, impedancji, do których odwoływały się te kryteria, były w sensie pomiarowym dobrze zdefiniowane. Nieuniknione opóźnienia w działaniu członów pomiarowych wynikające z inercji mechanicznej i mag-

netycznej powodowały, że wynikiem pomiaru były wielkości uśrednione za czas kilku lub kilkunastu okresów składowej podstawowej, wyniki te odpowiadały więc w zasadzie sytuacji stanu ustalonego.

Inercja obwodów wejściowych w zabezpieczeniach generacji cyfrowej jest na tyle mała, iż pozwala na określenia wartości wymienionych wyżej wielkości kryterialnych po czasie obserwacji przebiegów prądów i napięć równym okresowi lub nawet ułamkowi okresu składowej podstawowej. Naturalne wydaje się pytanie, jak krótki może być czas obserwacji sygnału pozwalający na określenie pewnych jego cech (np. amplitudy) z założoną dokładnością. Odpowiedź na to pytanie zależy od przyjętego modelu zakłóceń w sygnale pomiarowym. W przypadku skrajnym, kiedy to zakłócenia nie występują, a przebiegi prądu i napięcia są sinusoidalne, wystarczą dwie próbki dla określenia podstawowych wielkości kryterialnych. Np. amplitudę przebiegu $x(t)$ można obliczyć ze wzoru:

$$X(n) = \sqrt{A [x(n) + x(n-1)]^2 + B [x(n) - x(n-1)]^2} \quad (3.1)$$

gdzie: A, B - stałe zależne od pulsacji podstawowej i okresu próbkowania.

Zależność (3.1) może sugerować, że wystarczy zwiększać częstotliwość próbkowania, a czas rozpoznania wartości amplitudy może być dowolnie mały. Wniosek taki jest jednak fałszywy z dwóch co najmniej powodów. Przebiegi prądów i napięć w stanie przejściowym daleko odbiegają od przebiegów sinusoidalnych, stąd też stosowanie zależności (3.1) prowadzi do znaczących błędów dynamicznych pomiaru. Po drugie zaś, nawet gdyby odrzucić istnienie zakłóceń w postaci składowych oscylacyjnych i aperiodycznej, to zakłócenia innego typu wnoszą do mierzonego sygnału proces jego kwantyzacji w przetworniku analogowo-cyfrowym (szum kwantyzacji). Zakłócenia takie również mogą być przyczyną poważnych błędów.

Tak więc wydaje się zrozumiałe, iż im dłuższy czas obserwacji sygnału po skokowej zmianie jego parametrów w obecności zakłóceń, tym określenie (pomiar) tych parametrów jest dokładniejsze. Zasada ta obowiązuje zarówno przy zakłóceniach o charakterze deterministycznym, częściowo probabilistycznym, jak i probabilistycznym. W ostatnich dwudziestu latach opracowano bardzo wiele metod cyfrowego pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych, które zakładają optymalizację procesu pomiarowego. Dąży się do maksymalnego skrócenia długości okna pomiarowego, a więc czasu rozpoznania wartości wielkości kryterialnej pod warunkiem minimalizacji wartości dynamicznych i statycznych błędów pomiarowych przy określonej strukturze zakłóceń. Metody pomiarowe, o których mowa, różnią się często nieznacznie i mogą zostać zgrupowane w kilka zasadniczych rodzin algorytmów pomiarowych. W dalszej części przedstawiona zostanie

krótka charakterystyka podstawowych sposobów estymacji wielkości kryterialnych w cyfrowym zabezpieczeniu elektroenergetycznym.

3.2. Filtracja cyfrowa.

Pod pojęciem filtracji można rozumieć w ogólnym sensie takie przetworzenie obserwowanych sygnałów wejściowych, które uwypukla jedne cechy tych sygnałów tłumiąc inne. W tym znaczeniu filtracją można nazwać również np. pomiar amplitudy przebiegu sinusoidalnie zmiennego. W bardziej tradycyjnym sensie filtracja utożsamiana jest z uwypukleniem składowych sygnału zawartych w pewnym paśmie częstotliwości w stosunku do składowych o innych częstotliwościach.

Występowanie w sygnałach prądowych i napięciowych wysokoczęstotliwościowych i nieokresowych zakłóceń składowych podstawowych (stanowiących sygnał użyteczny), powoduje, że w automatyce zabezpieczeniowej znalazły zastosowanie przede wszystkim filtry środkowo- i dolnoprzepustowe [48]. Ich zadaniem jest wyeksponowanie w przebiegach wejściowych pierwszych harmonicznym prądów i napięć. Warto w tym miejscu wspomnieć, że informacja związana z przebiegami pierwszych harmonicznym w przebiegach prądu i napięcia jest jedynie częścią informacji niesionej przez te sygnały. Filtracja powoduje redukcję sygnałów wejściowych do pierwszych harmonicznym, na podstawie których określone są tradycyjne wielkości decyzyjne [58].

Trzeba w tym momencie dodać, że blok funkcjonalny realizujący filtrację cyfrową może stanowić część bloku pomiarowego (np. gdy wykorzystywane są fourierowskie metody pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych) lub też blok ten w ogóle nie występuje w strukturze części cyfrowej zabezpieczenia. Ta druga sytuacja ma miejsce wtedy, gdy zabezpieczenie wykorzystuje dla klasyfikacji stanu chronionego urządzenia kryteria oparte na informacji zawartej w przebiegach stanu przejściowego. Wówczas to filtracja w ujęciu klasycznym rozumiana jako wydzielenie z obserwowanego sygnału składowej o określonej pulsacji powodowałaby utratę istotnej części informacji.

W syntezie filtrów cyfrowych, które mają być stosowane w szybkich układach czasu rzeczywistego, jakimi są cyfrowe zabezpieczenia elektroenergetyczne, istotnymi elementami projektowania są: odpowiednie charakterystyki filtracyjne, pożądane charakterystyki dynamiczne wyrażone możliwie krótkim czasem odpowiedzi filtru oraz niezbyt skomplikowany algorytm obliczeniowy w celu otrzymania efektywnych procedur obliczeniowych w zapisie stałoprzecinkowym. Wykonywane od kilkunastu lat w różnych ośrodkach na świecie badania pozwoliły na określenie typów i rodzajów filtrów cyfrowych najkorzystniejszych w układach zabezpieczeń cyfrowych.

Po pierwsze więc w układach tych stosuje się filtry nierekursywne (o skończonej odpowiedzi impulsowej - SOI), które realizują na ciągu $x(k)$ operację opisaną równaniem:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k x(n-k) \quad (3.2)$$

gdzie:

$y(n)$, $x(n)$ - wartości odpowiednio sygnału wyjściowego i wejściowego filtru w bieżącej próbkę n ,

$a_k = w(k)$ - dyskretna funkcja wagi filtru,

N - ilość próbek tworzących okno filtru.

Cechą charakterystyczną takich filtrów jest istnienie okna N , z którym związany jest też czas trwania stanu przejściowego, równy liczbie N pomnożonej przez okres próbkowania. Jest to ważna cecha tych filtrów pozwalająca na precyzyjne przewidywanie dynamiki pomiaru wielkości kryterialnych i pośrednio dynamiki podejmowania decyzji. Jest to sytuacja daleko korzystniejsza niż ta, która miała miejsce w układach zabezpieczeń wykorzystujących filtry analogowe.

Odpowiednikami filtrów analogowych pod względem czasu reakcji na wymuszenie są cyfrowe filtry rekursywne (o nieskończonej odpowiedzi impulsowej - NOI) opisane równaniem:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k x(n-k) + \sum_{k=1}^M b_k y(n-k) \quad (3.3)$$

Cyfrowe filtry rekursywne (NOI) nie znalazły szerokiego zastosowania w automatyce zabezpieczeniowej, ze względu m.in. na długi czas zanikania stanu przejściowego wielkości wyjściowej filtru, znaczną wrażliwość filtru na zmiany współczynników a_k i b_k , oraz różnice kilku rzędów między wartościami tych współczynników, co implikuje konieczność stosowania znacznych długości słowa maszynowego i komplikuje realizację filtracji w czasie rzeczywistym.

Transmitancje filtrów opisanych równaniami (3.2) i (3.3) otrzymuje się po obliczeniu transformat $\{Z\}$ lewej i prawej strony tych równań, a charakterystyki widmowe tych filtrów przez podstawienie w miejsce operatora "z" równoważnego mu operatora $e^{j\omega T_i}$, gdzie T_i jest okresem impulsowania. Uzyskanie założonej charakterystyki częstotliwości-

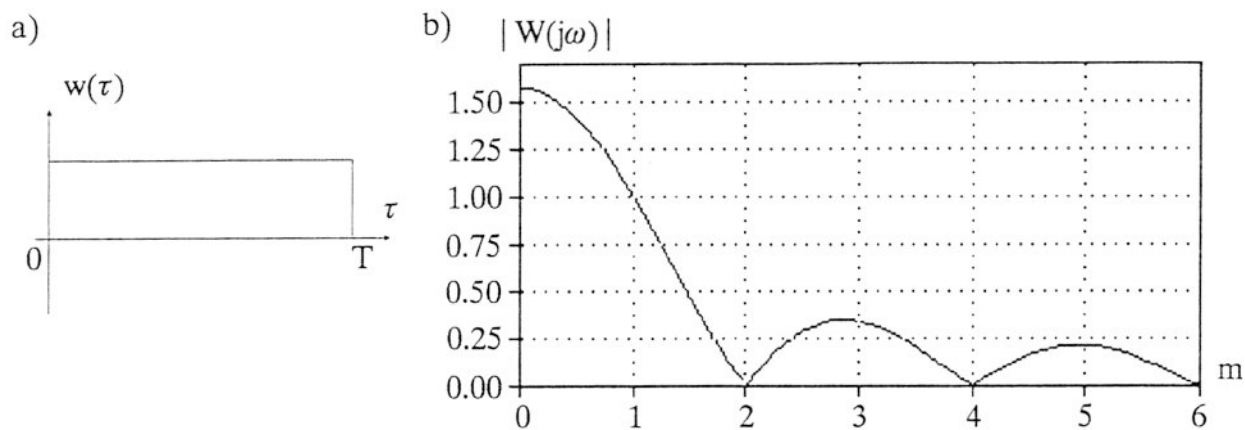
ściowej związane jest z wyborem odpowiedniej odpowiedzi impulsowej filtru (współczynniki a_k).

Zagadnienie projektowania filtrów nierekursywnych ma bogatą bibliografię. Jednak stosowanie opracowanych metod przy projektowaniu filtrów dla potrzeb cyfrowej automatyki zabezpieczeniowej jest ograniczone ze względu na niemożność jednoczesnej optymalizacji dynamiki i charakterystyki widmowej filtru. Aby otrzymać możliwie proste, oszczędne obliczeniowo procedury realizacji filtrów opisanych równaniem (3.2), współczynniki a_k tego równania powinny mieć regularne wartości (np. przedziałami takie same lub tworzące funkcje okresowe, co sprzyja realizacji równania filtru w postaci procedury rekursywnej). Założenie to powoduje, że w syntezie filtrów cyfrowych dla potrzeb cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych nie stosuje się typowych, standardowych metod syntezy.

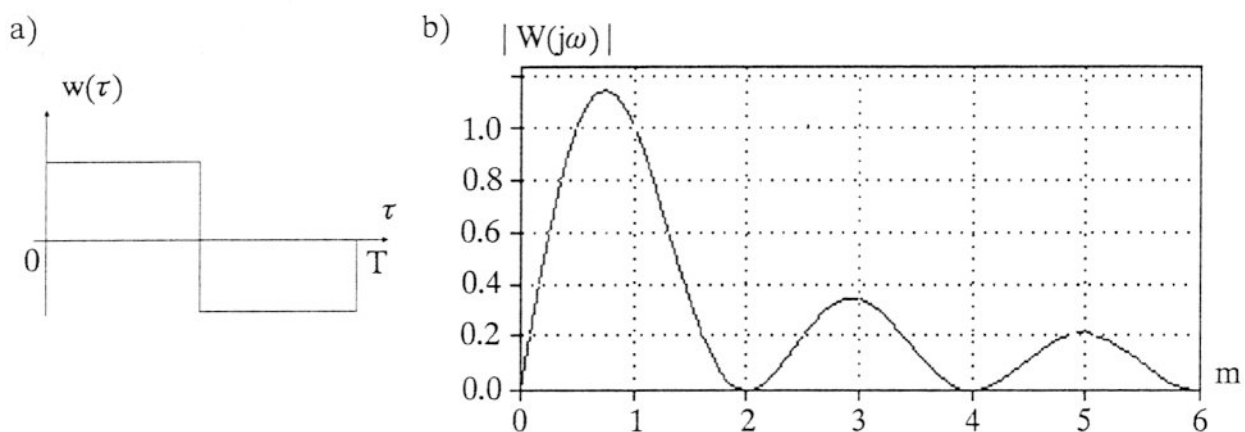
Wśród filtrów cyfrowych typu SOI najczęściej stosowane są filtry o oknie pomiarowym w kształcie funkcji Walsh'a (zerowego, pierwszego lub wyższych rzędów) oraz funkcjach sinus czy cosinus. Rysunki 3.1 - 3.5 przedstawiają kształt okna (funkcji wagi) i charakterystyki widmowe tych filtrów cyfrowych.

Oszczędność obliczeniowa algorytmów filtracyjnych o takich funkcjach wagi (jedynie operacje dodawania i/lub odejmowania w przypadku filtrów typu Walsh'a) inspirowała prace zmierzające do udoskonalenia tych metod. Przykładem może być stosowanie funkcji wagi w postaci tzw. zmodyfikowanych funkcji Walsh'a [40] czy też filtracja przy oknie pomiarowym zmiennej długości [48,57]. Ten pierwszy zabieg ma na celu polepszenie właściwości filtracyjnych przy niewielkim wzroście komplikacji obliczeniowej algorytmu. Stosowanie okna pomiarowego zmiennej długości jest możliwe pod warunkiem znajomości momentu, w którym nastąpiła skokowa zmiana parametrów sygnału. Ilość próbek brana pod uwagę wzrasta z czasem do chwili, gdy osiągnie określoną, założoną z góry wartość, po czym okno nie rozciąga się, ale przesuwa, tak, jak w metodach stałego okna pomiarowego. Zabieg taki powoduje polepszenie właściwości dynamicznych filtru.

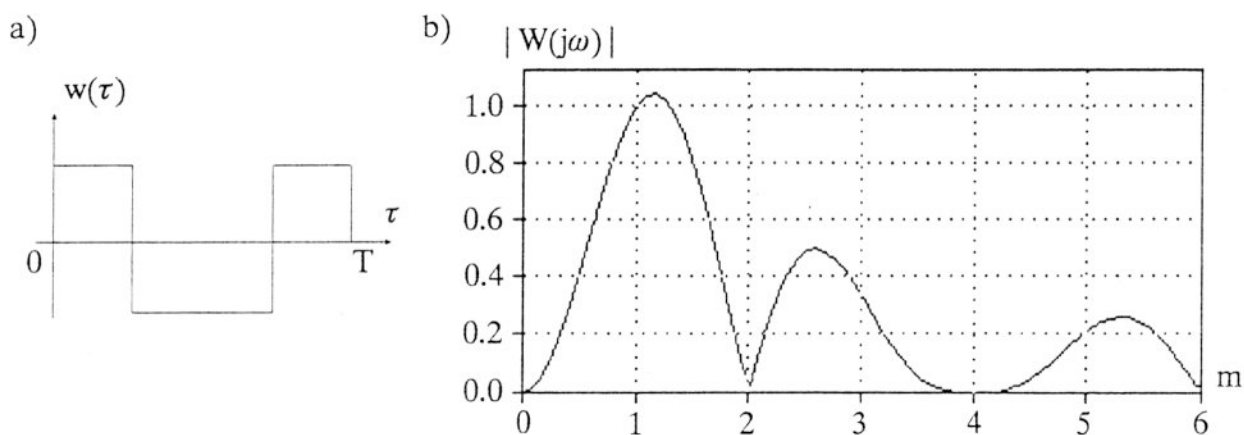
Inną metodę poprawy (kształtowania) charakterystyk widmowych filtrów może stanowić ich realizacja w postaci kaskadowej. Zastosowanie kaskady złożonej z dwóch szeregowo połączonych filtrów daje w rezultacie filtr o charakterystyce widmowej będącej iloczynem charakterystyk widmowych filtrów tworzących kaskadę. Aby otrzymać możliwie korzystne widmo filtru racjonalne jest takie dobranie filtrów składowych, aby np. w pierwszym z nich stłumiane były do zera parzyste harmoniczne składowej podstawowej, a w drugim - nieparzyste. Jednocześnie, aby nie pogorszyć dynamiki filtracji w stosunku do filtru pojedynczego, suma długości okien filtrów składowych nie powinna przekroczyć założonej wartości, np. 20 ms. Oznacza to, że w tym przypadku filtry składowe powinny mieć okna zbliżone do półokresowych. Jako ilustrację powyższej metody na rys. 3.6



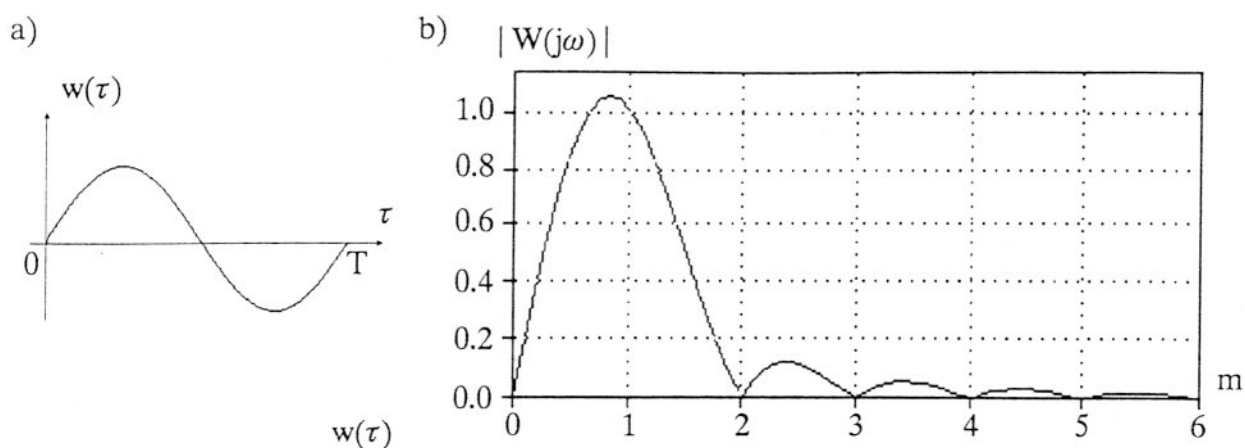
Rys. 3.1. a) Funkcja wagi Walsh'a 0-rzędu, b) Unormowane widmo funkcji $w(\tau)$ ($m = \omega / \omega_1$).



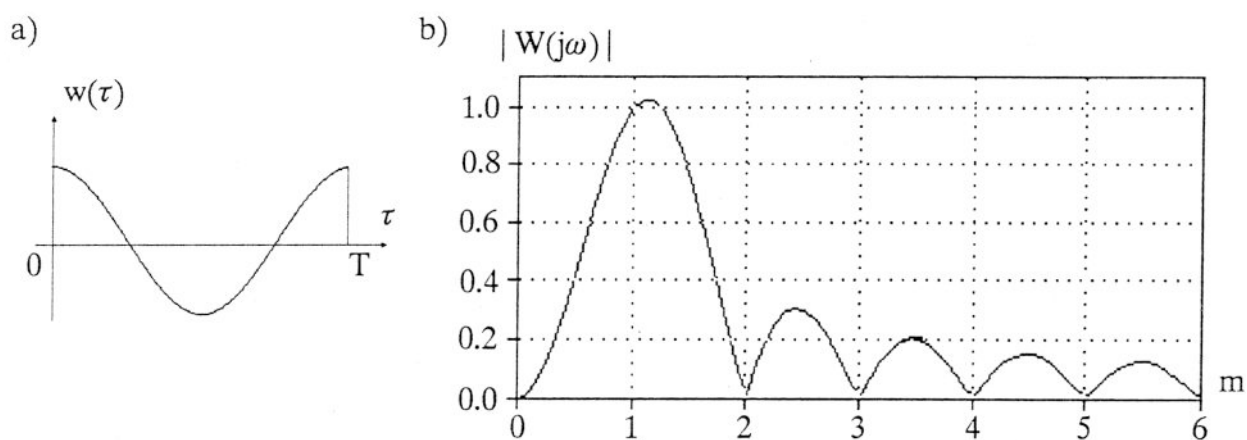
Rys. 3.2. a) Funkcja wagi Walsh'a 1-rzędu, b) Unormowane widmo funkcji $w(\tau)$ ($m = \omega / \omega_1$).



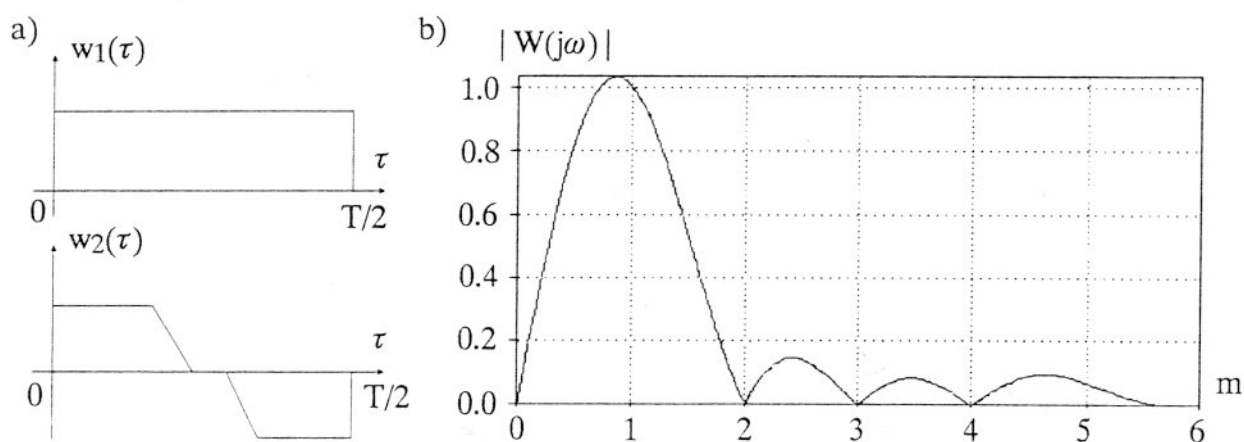
Rys. 3.3. a) Funkcja wagi Walsh'a 2-rzędu, b) Unormowane widmo funkcji $w(\tau)$ ($m = \omega / \omega_1$).



Rys. 3.4. a) Funkcja wagi sinus, b) Unormowane widmo funkcji $w(\tau)$ ($m = \omega / \omega_1$).



Rys. 3.5. a) Funkcja wagi cosinus, b) Unormowane widmo funkcji $w(\tau)$ ($m = \omega / \omega_1$).



Rys. 3.6. Połączenie kaskadowe półokresowych filtrów Walsh'a 0-go i 1-go rzędu (zmodyf.):
a) funkcje wagi filtrów składowych, b) unormowane widmo kaskady ($m = \omega / \omega_1$).

przedstawiona została charakterystyka widmowa układu szeregowego połączenia pół-okresowych filtrów typu Walsh'a zerowego rzędu i pierwszego rzędu zmodyfikowanego przez wyzerowanie dwóch środowych współczynników funkcji wagi filtru.

W podsumowaniu warto dodać, że możliwości filtrów cyfrowych pod względem swobody kształtowania charakterystyk amplitudowych są bardzo szerokie. Trzeba jednak pamiętać, iż uzyskanie charakterystyki o stromych zboczach, bez "wstęg bocznych" uwarunkowane jest wysokim rzędem filtru (długim oknem pomiarowym) i, co za tym idzie, powoduje duże opóźnienie fazowe. Opóźnienie to jest w układach zabezpieczeń zjawiskiem wysoce niekorzystnym, gdyż oznacza zwłokę w przepływie informacji do właściwej części pomiarowej i części decyzyjnej urządzenia zabezpieczeniowego.

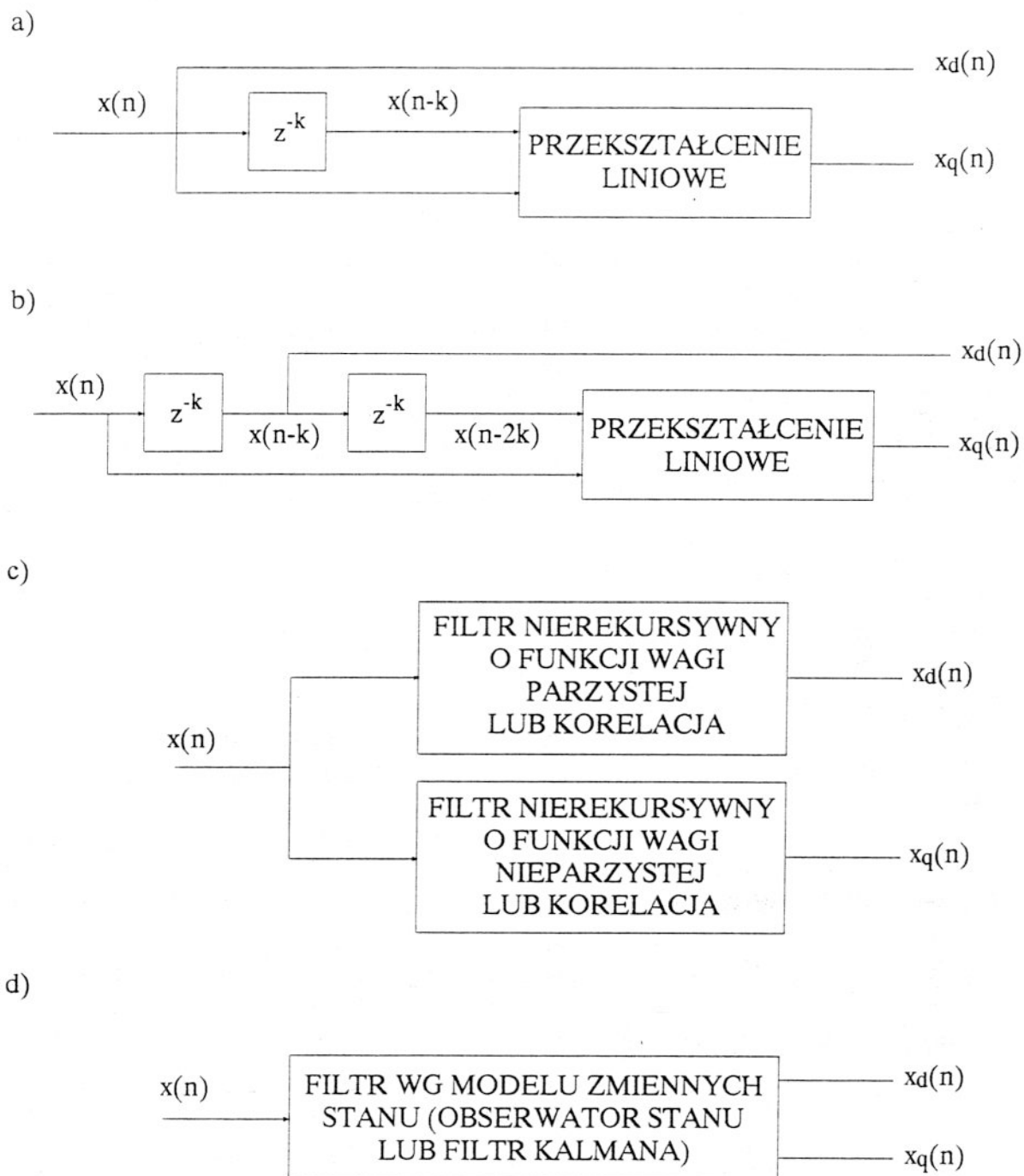
3.3. Metody pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych.

3.3.1. Metody fourierowskie

Cechą charakterystyczną tej grupy metod jest wykorzystywanie tzw. składowych ortogonalnych prądu i napięcia do pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych (amplituda, moc, impedancja). Składowymi ortogonalnymi x_d i x_q fazora $Xe^{j(\omega t + \varphi)}$ nazywa się rzeczywiste funkcje czasu otrzymywane przy rzutowaniu tego fazora na wzajemnie prostopadłe osie. Proces wyznaczania przebiegów $x_d(n)$ i $x_q(n)$ na podstawie przebiegu sygnału pierwotnego nazywany jest ortogonalizacją i może być realizowany wg jednego z czterech modeli [48] (rys.3.7):

- (a) przez pojedyncze opóźnienie,
- (b) przez podwójne opóźnienie,
- (c) przy zastosowaniu filtrów ortogonalnych,
- (d) wg modelu zmiennych stanu (przy zakłóceniach deterministycznych - metody obserwatorów stanu [40], przy zakłóceniach o charakterze probabilistycznym - filtracja Kalmana [9,48]).

Schematy 3.7. a-d odzwierciedlają dwie grupy metod różnych pod względem funkcjonalnym. W pierwszym przypadku procesy cyfrowej filtracji i ortogonalizacji są rozdzielone. Wobec tego w tych sytuacjach, gdy filtracja sygnału nie jest konieczna, możliwe jest dokonanie jedynie ortogonalizacji zgodnie z przedstawionymi schematami blokowymi. Jeśli jednak sygnał jest na tyle zakłócony, że jego filtracja cyfrowa jest konieczna, to układ ortogonalizacji jest poprzedzony odpowiednim filtrem. W drugim przypadku (rys. 3.6. c, d) procesy filtracji i ortogonalizacji sygnałów są zespolone. Wymagane przetwarzanie sygnałów dokonywane jest z wykorzystaniem pary cyfrowych filtrów ortogonalnych lub filtru stanowego Kalmana.



Rys.3.7. Metody uzyskiwania składowych ortogonalnych sygnału:

- a) przez pojedyncze opóźnienie,
- b) przez opóźnienie podwójne,
- c) przy zastosowaniu pary filtrów ortogonalnych lub korelacji,
- d) wg modelu zmiennych stanu.

Poszukiwane składowe ortogonalne wg modelu (a) wyznaczone są w oparciu o zależności:

$$x_d(n) = x(n) \quad (3.4)$$

$$x_q(n) = \frac{x(n-k) - x(n) \cos(k\omega_1 T_i)}{\sin(k\omega_1 T_i)} \quad (3.5)$$

gdzie

ω_1 - pulsacja składowej podstawowej,

T_i - okres impulsowania.

Znaczne uproszczenia wzorów (3.4) i (3.5) uzyskuje się przy zastosowaniu odpowiedniej wartości opóźnienia, np. o jedną czwartą okresu składowej podstawowej:

$$x_d(n) = x(n) \quad (3.6)$$

$$x_q(n) = x(n - \frac{N_1}{4}) \quad (3.7)$$

gdzie: N_1 - liczba próbek w okresie składowej podstawowej.

W metodzie podwójnego opóźnienia (b) przyjmuje się, że składową bezpośrednią stanowi sygnał pojedynczo opóźniony, co prowadzi do następujących relacji:

$$x_d(n) = x(n-k) \quad (3.8)$$

$$x_q(n) = \frac{x(n-2k) - x(n)}{2\sin(k\omega_1 T_i)} \quad (3.9)$$

a w szczególności, gdy wartość opóźnienia wynosi $\frac{\pi}{6}$, otrzymuje się:

$$x_d(n) = x(n - \frac{N_1}{12}) \quad (3.10)$$

$$x_q(n) = x(n - \frac{N_1}{6}) - x(n) \quad (3.11)$$

Porównując równania (3.4), (3.5) oraz (3.8), (3.9) można dojść do wniosku, że w szczególnych przypadkach opóźnienie pojedyncze pozwala na prostsze uzyskanie składowych ortogonalnych. Ten jeden parametr nie jest jednak wystarczający, by scharakte-

ryzować i porównać obie metody ortogonalizacji. O wyborze algorytmu decydują przynajmniej trzy wielkości, zależne od wartości opóźnień sygnału; są to: sama wartość opóźnienia warunkująca dynamikę pomiaru określonych wielkości, prostota równań algorytmu oraz charakterystyka częstotliwościowa ortogonalizacji, determinująca łączną charakterystykę częstotliwościową algorytmu pomiaru. Charakterystyki algorytmu ortogonalizacji otrzymuje się po prostych przekształceniach równań (3.4), (3.5) i (3.8), (3.9). Zaletą algorytmu z podwójnym opóźnieniem jest niezależność wzajemnego argumentu otrzymywanych składowych ortogonalnych sygnału od zmiany częstotliwości. Zwiększenie wartości opóźnienia poprawia charakterystyki widmowe przekształcenia i zwiększa skuteczność filtracji, pogarsza jednak dynamikę pomiaru. Wybór właściwego algorytmu jest zatem sprawą rozstrzygnięcia znanego dylematu szybkość - dokładność.

Metoda ortogonalizacji oznaczona jako (c) polega na takim doborze pary filtrów nierekursywnych, aby widma tych filtrów były przesunięte o kąt $\pi/2$ dla składowej podstawowej (ortogonalność funkcji wagi filtrów tworzących parę). Prosty przykładem może być taka para funkcji, z których jedna jest parzysta, a druga nieparzysta w odniesieniu do środka okna pomiarowego. Warunek ten spełniają pary filtrów o funkcji wagi Walsh'a zerowego rzędu - Walsh'a pierwszego rzędu czy sinus - cosinus. Sygnały wyjściowe pary takich filtrów są składowymi ortogonalnymi przebiegu wejściowego. Metoda ta nie wymaga wstępnej filtracji sygnału wejściowego. Pewnych trudności nastręcza fakt, iż jeden z filtrów może mieć charakterystykę dolnoprzepustową, co prowadzi do wrażliwości algorytmów pomiarowych na zakłócenie składową aperiodyczną.

Składowe ortogonalne sygnały mogą być także uzyskane w wyniku stosowania korelacji lub - inaczej mówiąc - odwzorowania przebiegu $x(n)$ z zastosowaniem współczynników szeregu Fouriera. Takie przekształcenie sygnału nie jest już w ścisłym sensie równaniem filtru, a sygnał wyjściowy nie jest przemienny, lecz stały. Przekształcenie to ma jednak określone własności filtracyjne. Należy tu dodać, że w przypadku, gdy funkcje wagi filtrów, funkcje korelujące oraz okna pomiarowe są takie same, wówczas charakterystyki filtracyjne są identyczne. Zagadnienia te nie będą tutaj szczegółowo rozważane.

Metoda ortogonalizacji z wykorzystaniem zmiennych stanu (d) polega na optymalnej estymacji nieznanymi parametrów modelu sygnału na podstawie obserwacji pewnej liczby próbek tego sygnału. W przypadku zakłóceń o charakterze deterministycznym estymator optymalny może być wyznaczony metodą regresji [40], w obecności zakłóceń probabilistycznych dany jest z kolei równaniem filtru Kalmana [2]. W obu przypadkach wymaga się znajomości momentu skokowej zmiany parametrów sygnału (początku zaburzenia w pracy chronionego obiektu).

Dysponowanie składowymi ortogonalnymi umożliwia obliczenie w szczególnie prosty sposób podstawowych wielkości kryterialnych (amplituda, moc, impedancja). Postać

końcowa otrzymywanych równań jest różna, w zależności od tego, jaki sposób ortogonalizacji zastosowano, ale równania wiążące składowe ortogonalne napięcie i prądów z mierzonymi wielkościami mają charakter ogólny. Elementarne związki trygonometryczne pozwalają na określenie zależności:

$$I_1(n) = \sqrt{i_d^2(n) + i_q^2(n)} \quad (3.12)$$

$$U_1(n) = \sqrt{u_d^2(n) + u_q^2(n)} \quad (3.13)$$

$$P(n) = 0.5 (u_d(n) i_d(n) + u_q(n) i_q(n)) \quad (3.14)$$

$$Q(n) = 0.5 (u_q(n) i_d(n) - u_d(n) i_q(n)) \quad (3.15)$$

$$R(n) = \frac{2 P(n)}{I_1^2} = \frac{u_d(n) i_d(n) + u_q(n) i_q(n)}{i_d^2(n) + i_q^2(n)} \quad (3.16)$$

$$X(n) = \frac{2 Q(n)}{I_1^2} = \frac{u_q(n) i_d(n) - u_d(n) i_q(n)}{i_d^2(n) + i_q^2(n)} \quad (3.17)$$

Równania pomiaru składowych admitancji (konduktancji i susceptancji) otrzymuje się, zastępując wyrażenie w mianowniku zależności (3.16) i (3.17) sumą kwadratów składowych ortogonalnych napięcia.

Inną dużą rodzinę algorytmów pomiarowych uzyskuje się przez zastosowanie składowych ortogonalnych prądów i napięć w różnych momentach czasowych (z opóźnieniem). Wszystkie te algorytmy przyjmują postać szczegółową w zależności od sposobu ortogonalizacji prądu i napięcia oraz od ilości próbek opóźnienia, które może być różne w algorytmach pomiarowych i podczas ortogonalizacji.

3.3.2. Cyfrowe algorytmy pomiaru wielkości kryterialnych wywodzące się z metod analogowych.

Używając w podtytule określenia metody analogowe mamy na uwadze metody pomiaru amplitudy (lub wartości skutecznej) przebiegów przemiennych, bazujące na wartości średniej wyprostowanych sygnałów wejściowych. Jest to metoda naturalna, stosowana od dawna w miernictwie analogowym. Cyfrowy pomiar amplitudy polega w najprostszym przypadku na przybliżonym obliczaniu całki z wartości bezwzględnej sygnału za czas równy całkowitej wielokrotności półokresu składowej podstawowej. Wykorzystu-

jąc metodę prostokątów przy półokresowym oknie pomiarowym otrzymuje się zależność [48, 58]:

$$I_1(n) = \frac{\pi}{N_1} \sum_{k=0}^{N_{1/2}-1} |i(n-k)| \quad (3.18)$$

Wyrażenie (3.18) oszczędne obliczeniowo i charakteryzujące się pewnymi właściwościami filtracyjnymi względem wyższych harmonicznym można zmodyfikować tak, że otrzymuje się algorytm o oknie krótszym niż połowa okresu:

$$I_1(n) = \frac{\sqrt{2}\pi}{N_1} \sum_{k=0}^{N_{1/4}-1} \max (|i(n-k)|, |i(n-k-\frac{N_1}{4})|) \quad (3.19)$$

lub

$$I_1(n) = \frac{2\pi}{N_1} \sum_{k=0}^{N_{1/6}-1} \max (|i(n-k)|, |i(n-k-\frac{N_1}{6})|, |i(n-k-\frac{N_1}{3})|) \quad (3.20)$$

Jeszcze innym wariantem tej metody jest uśrednianie kwadratów wartości prądów i napięć za czas równy połowie lub wielokrotności połowy okresu składowej podstawowej.

Pomiar mocy z kolei odbywa się przez uśrednianie wartości mocy chwilowych. Najprostsze algorytmy tej rodziny można zapisać jako:

$$P(n) = \frac{2}{N_1} \sum_{k=0}^{N_{1/2}-1} u(n-k) i(n-k) \quad (3.21)$$

$$Q(n) = \frac{2}{N_1} \sum_{k=0}^{N_{1/2}-1} u(n-k-\frac{N_1}{4}) i(n-k) \quad (3.22)$$

Pomiar impedancji bazuje najczęściej na zależnościach:

$$R(n) = \frac{2P(n)}{I_1^2(n)} \quad (3.23)$$

$$X(n) = \frac{2Q(n)}{I_1^2(n)} \quad (3.24)$$

niezależnie od metod estymacji wartości mocy $P(n)$ i $Q(n)$ oraz amplitudy prądu $I_1(n)$.

Zwiększanie czasu uśredniania poprawia charakterystykę filtracyjną przedstawionych algorytmów, pogarsza jednak dynamikę pomiaru. Zasygnalizować warto w tym miejscu istotną wadę algorytmów uśredniających, jaką jest duża wrażliwość na odchylenie częstotliwości sygnału i spowodowane tym znaczne błędy pomiarowe.

3.3.3. Algorytmy wykorzystujące obserwatory stanu i filtrację Kalmana.

Metody te polegają na apriorycznym założeniu postaci analizowanego sygnału, przy czym różnice między sygnałem obserwowanym a modelem interpretuje się jako zakłócenia. Jeżeli przez $\mathbf{X}(k) = [X_1(k), \dots, X_n(k)]^T$ oznaczmy wektor nieznanymi parametrów sygnału (wektor stanu), przez $\mathbf{Y}(k) = [Y_1(k), \dots, Y_m(k)]^T$ wektor pomiaru, a zależność między nimi da się przedstawić następująco:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}(k) \mathbf{X}(k) \quad (3.25)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}(k) \mathbf{X}(k) \quad (3.26)$$

to przy założeniu minimalizacji błędów estymacji o charakterze deterministycznym proces pomiaru zapisać można jako następującą procedurę rekurencyjną [9]:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}(k) \mathbf{X}(k) + \mathbf{K}(k+1) (\mathbf{Y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{X}(k)) \quad (3.27)$$

W powyższym równaniu, będącym w istocie obserwatorem Luenbergera, $\mathbf{X}(k+1)$ oznacza estymatę wektora $\mathbf{X}$ w $k+1$ -szej chwili czasowej, a $\mathbf{K}(k+1)$ jest tzw. macierzą wzmocnienia, której wartość nie zależy ani od wartości wektora stanu, ani wektora pomiaru. Z kolei dla procesu opisanego równaniami:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}(k) \mathbf{X}(k) + \mathbf{B}(k) \mathbf{U}(k) \quad (3.28)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}(k) \mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (3.29)$$

gdzie:

$\mathbf{B}(k)$ - macierz zakłóceń stanu,

$\mathbf{U}(k)$ - wektor zakłóceń stanu,

$\mathbf{V}(k)$ - wektor zakłóceń pomiaru,

przy założeniu probabilistycznego charakteru błędów (zakłóceń) estymatorem optymalnym jest tzw. filtr Kalmana [2, 48]:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}(k) \mathbf{X}(k) + \mathbf{K}(k+1) (\mathbf{Y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1) \mathbf{A}(k) \mathbf{X}(k)) \quad (3.30)$$

gdzie podobnie jak poprzednio $\mathbf{K}(k+1)$ oznacza niestacjonarną macierz wzmocnienia, dla określenia której niezbędna jest znajomość parametrów rozkładu prawdopodobieństwa zakłóceń.

Cechą charakterystyczną estymatorów (3.27) i (3.30) jest konieczność znajomości momentu zaistnienia zakłócenia ($k=0$), kiedy to uruchamiana zostaje stosowna procedura rekurencyjna, której realizacja prowadzi do nasycania się filtru danymi i określenia z coraz większą dokładnością estymaty $\mathbf{X}(k)$.

Przedstawione estymatory w najprostszym przypadku służą do określania składowych ortogonalnych sygnałów prądowych i napięciowych, co umożliwia wyznaczenie wartości podstawowych wielkości kryterialnych.

Właściwości bazującego na probabilistycznym modelu sygnałowym filtru Kalmana omówiono szerzej w rozdziale 4, w części symulacyjnej przedstawiono natomiast projekt i analizę cech filtrów wyznaczonych na bazie danych eksperymentalnych.

3.3.4. Metody bazujące na modelu zabezpieczanego obiektu.

Najbardziej rozpowszechnioną metodą tej rodziny jest wyznaczanie impedancji pętli zwarciowej na podstawie rozwiązania równania różniczkowego wiążącego sygnały obserwowane - prąd i napięcie - oraz nieznane parametry obwodu. Dla prostego obwodu RL równanie to ma postać:

$$i R + \frac{di}{dt} L = u \quad (3.31)$$

Najprostszym sposobem analizy równania (3.31) jest pomiar wartości i , di/dt oraz u dla dwóch różnych chwil czasowych, dzięki czemu tworzony jest liniowy układ równań, który może zostać rozwiązany ze względu na niewiadome R i L [58]. Wariantem tej metody jest całkowanie równania w dwóch różnych przedziałach czasu, co również prowadzi do układu dwóch równań z dwoma niewiadomymi.

Nieco inne podejście wywodzi się z analizy zależności (3.31) przy założeniu istnienia błędów związanych z przybliżonym opisem sytuacji zwarciowej uproszczonym modelem RL. (np. błędy transformacji przekładników, pominięcie pojemności linii, nieliniowa rezystancja łuku zwarciowego etc.). Stosowne równanie przedstawia się wówczas następująco:

$$iR + \frac{di}{dt}L - e = u \quad (3.32)$$

a poszukiwane wartości R i L są wartościami minimalizującymi funkcję J opisującą błąd średniokwadratowy:

$$J(R,L) = \int_{t_0}^t e^2(\tau) d\tau \quad (3.33)$$

gdzie:

t_0 - moment skokowej zmiany parametrów R i L (tj. chwila inicjacji zwarcia),

t - bieżący czas.

Jak dotąd nie rozpowszechniły się jednak inne metody analizy pracy chronionego obiektu elektroenergetycznego bazujące na rozwiązaniu jego mniej lub bardziej dokładnego modelu. Przyczyn należy upatrywać - jak się wydaje - w znacznej złożoności obliczeniowej takich algorytmów i związanej z tym trudności implementacji tych algorytmów w czasie rzeczywistym.

Kończąc rozważania dotyczące pomiaru w cyfrowej automatyce zabezpieczeniowej wypada dodać, iż zagadnienie to ma bogatą bibliografię. W ciągu ostatnich dwóch dziesięcioleci opracowano wiele rodzin algorytmów pomiaru podstawowych wielkości kryterialnych [54]. Cechą wspólną wszystkich proponowanych algorytmów pomiarowych jest niemożność jednoczesnej optymalizacji właściwości dynamicznych i dokładności pomiaru. Im dłuższy czas obserwacji mierzonego sygnału (dłuższe okno pomiarowe), tym pewność poprawnego rozpoznania sygnału większa. Fakt ten ma pierwszorzędne znaczenie w kontekście zagadnienia podejmowania decyzji w cyfrowym urządzeniu zabezpieczeniowym.

Mnogość opisanych wyżej metod obliczania wielkości kryterialnych stwarza problem wyboru konkretnego algorytmu dla implementacji praktycznej. Podczas wyboru algorytmu pomiarowego należy, decydując się na rozsądny kompromis, uwzględnić:

- wymaganą szybkość stabilizowania się wyniku obliczeń,
- wymaganą dokładność stacjonarną oraz przejściową, a w szczególności przerost wyniku obliczeń ponad wartość ustaloną po nagłej zmianie wartości sygnału,
- spodziewaną zawartość w sygnale składowych o częstotliwościach innych niż podstawowa oraz charakter tych składowych,
- oszczędność obliczeniową algorytmów.

3.4. Proces podejmowania decyzji w dotychczasowych rozwiązaniach zabezpieczeń cyfrowych.

Obserwowany w ostatnich latach znaczny postęp w zakresie pomiaru wielkości kryterialnych zabezpieczeń cyfrowych, związany ze zwiększeniem szybkości pomiaru, łatwym określaniem niekonwencjonalnych wielkości decyzyjnych czy dość swobodnym kształtowaniem charakterystyk członów pomiarowych, nie idzie niestety w parze z analogicznym postępem w dziedzinie podejmowania decyzji przez zabezpieczenie. Sposób powiązania decyzji o wyłączeniu zabezpieczanego urządzenia z rezultatami pomiaru wielkości decyzyjnych naśladuje, generalnie rzecz biorąc, rozwiązania stosowane w zabezpieczeniach starszych generacji (elektromechanicznych i elektronicznych). Rozwiązania takie, bazujące na dwuwartościowej logice Boole'a redukują część decyzyjną zabezpieczenia do prostej sieci logicznej, na wyjściu której znajduje się sygnał wyłączający zabezpieczany obiekt.

Każde zabezpieczenie opiera swoje działanie na pewnej liczbie kryteriów. Kryteria te opisują relacje między wartościami zmierzonych sygnałów decyzyjnych i pewnymi wartościami progowymi (charakterystykami działania), a stanem zabezpieczanego obiektu. Sygnały potwierdzające spełnianie poszczególnych kryteriów łączone są pewną funkcją logiczną, której wartość determinuje wysłanie impulsu na wyłączenie chronionego urządzenia. W efekcie, zbiór sygnałów decyzyjnych (amplituda, moc, impedancja etc.) tworzy wielowymiarową przestrzeń, zwaną przestrzenią decyzyjną. Wartości progowe dla każdej z wielkości decyzyjnych (nastawy) dzielą przestrzeń decyzyjną na dwa rozłączne obszary: jeden z nich odpowiada przyjęciu decyzji wyłączenia zabezpieczanego urządzenia, drugi - pozostawieniu obiektu w ruchu. Konsekwencją sztywnego podziału przestrzeni decyzyjnej na dwa obszary jest możliwość popełniania wielu błędów decyzyjnych, szczególnie w przypadkach zakłóceń umiejscowionych w pobliżu granic obszarów decyzyjnych (np. podczas rozróżniania przeciążeń od zwarć przez dużą impedancję).

Porównanie wartości wektora decyzyjnego z granicami obszarów decyzyjnych ma miejsce w każdej dyskretnej chwili czasowej (próbce) i może przynieść decyzję o zakwalifikowaniu zaistniałej sytuacji do jednej z wyróżnionych klas zjawisk. Ze względu na błędy dynamiczne pomiaru, ostrość granic obszarów decyzyjnych, jak również na ograniczoną zdolność kryteriów do szybkiego rozpoznawania stanu zabezpieczanego urządzenia, wyłączenie nie może następować w pierwszej próbce, w której wektor decyzyjny znajduje się w obszarze odpowiadającym tej decyzji. Powszechnie stosowaną metodą rozwiązania tego problemu jest wprowadzenie zwłoki czasowej: żąda się, aby ostatnie N próbek lub też ostatnie N spośród M ($M \geq N$) spełniało warunki działania zabezpieczenia. Takie podejście pozwala w większości przypadków na odstrojenie zabezpieczenia od efektów związanych ze stanem przejściowym zarówno algorytmu pomiarowego jak i samych zjawisk wywołanych zakłóceniem. Metoda ta zwiększa niestety czas własny za-

bezpieczenia, nie eliminując trudności związanych z rozróżnieniem przypadków zakłóceń położonych w pobliżu granic podziału przestrzeni decyzyjnej.

Inną, bardziej sformalizowaną, propozycją rozwiązania tego problemu jest zaproponowane przez Sagakuchi'ego [43] zastosowanie metod statystycznej teorii decyzji. Metoda wymaga znajomości rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla stanu pracy normalnej i awarii, a polega na sekwencyjnym testowaniu hipotezy o rozkładzie prawdopodobieństwa. Zastosowanie metod probabilistycznych pozwala na matematyczne ujęcie nieostrości granic podziału przestrzeni decyzyjnej (nakładanie się warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego) oraz zlikwidowanie stałej zwłoki czasowej podczas podejmowania decyzji. Rozpoznanie stanu chronionego obiektu dla przypadków wątpliwych będzie trwało dłużej, natomiast sytuacje jasne mogą być sklasyfikowane już w pierwszych próbkach po powstaniu zaburzenia. Szczegółowemu omówieniu tej metody poświęcony jest rozdział 5 pracy, w rozdziale 6 przedstawiono zaś wyniki i analizy odnośnych badań symulacyjnych.

Jak już wspomniano, większą pewność klasyfikacji stanu chronionego urządzenia uzyskuje się przez wykorzystanie w procesie decyzyjnym wielu kryteriów działania zabezpieczenia. Realizacja wielokryterialności decyzyjnej z wykorzystaniem logiki dwuwartościowej jest trudna i nie zawsze efektywna. Łączenie sygnałów logicznych opisujących spełnienie warunków każdego z kryteriów funkcją AND naraża potencjalnie zabezpieczenie na działania brakujące, w przypadku funkcji OR z kolei - na działania zbędne. Wreszcie sposób trzeci, polegający na wysłaniu sygnału wyłączającego przy spełnieniu dowolnych k z zestawu l kryteriów ($l \geq k$), nie eliminuje w pełni wad dwóch pierwszych - nie ma w tym przypadku możliwości szeregowania kryteriów wg ich pewności i niezawodności. Problemom tym próbuje wyjść naprzeciw rozwijająca się w ostatnich latach analiza decyzyjna wykorzystująca teorię zbiorów rozmytych i logikę rozmytą. W pracy [21] proponuje się wykorzystanie liczb rozmytych dla reprezentacji wielkości decyzyjnych w stanach przejściowych, co daje szansę na złagodzenie negatywnego wpływu błędów dynamiki pomiaru na podejmowaną decyzję. Tematyka ta nie będzie dokładnie omawiana w niniejszej pracy.

Wskazane probabilistyczne czy rozmyte podejścia do problemu podejmowania decyzji są metodami nowatorskimi, które nie doczekały się jeszcze praktycznej implementacji. Wydaje się jednak, że wykorzystanie możliwości techniki cyfrowej w części decyzyjnej zabezpieczeń cyfrowych poprzez zastosowanie wspomnianych metod analizy decyzyjnej przyczyni się do poprawy selektywności i szybkości klasyfikacji stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu.

4. PROBABILISTYCZNE CHARAKTERYSTYKI ZAKŁÓCEŃ DLA CELÓW ESTYMACJI WIELKOŚCI KRYTERIALNYCH Z UŻYCIEM FILTRU KALMANA

Streszczenie rozdziału

W rozdziale przedstawiono podstawy teoretyczne dotyczące całkowicie probabilistycznego modelu sygnałowego oraz identyfikacji parametrów sygnałów z użyciem filtru Kalmana. Wyróżniono etapy prowadzące do wyznaczenia parametrów optymalnego filtru na bazie danych eksperymentalnych (symulacyjnych) wraz z metodami analizy właściwości filtru przy pomocy wyznaczonych charakterystyk zakłóceń i procesu oraz elementów macierzy filtracyjnych. Przedstawiono metodologię projektowania filtru Kalmana opartego o otrzymane parametry probabilistyczne, który skutecznie filtrowałby spodziewane przebiegi zaburzeniowe, odznaczając się jednocześnie dobrymi parametrami dynamicznymi. Na zakończenie omówiono problem rozpoznawania momentu zwarcia i estymacji stanu z użyciem filtru Kalmana w wersji standardowej i adaptacyjnej przy współudziale metod testowania hipotez statystycznych.

4.1. Modele sygnałów i procesu oraz ich identyfikacja

Poprawne zaprojektowanie skutecznego algorytmu filtracji wymaga znajomości spodziewanych przebiegów prądów i napięć w punkcie zainstalowania zabezpieczenia. Przebiegi te mogą być uzyskane na drodze analitycznej w przypadku bardzo prostego obwodu zwarciovego. Otrzymane w ten sposób przebiegi przejściowe mogą jednak odbiegać od rzeczywistych mierzonych sygnałów zwarciovych. Rozbudowując obwód zwarciovowy, rozwiązanie analityczne komplikuje się i wymaga dużego nakładu obliczeniowego. Najrozsądniejsze jest więc opracowanie odpowiedniego modelu cyfrowego obwodu zwarciovego i otrzymanie spodziewanych przebiegów przejściowych prądów i napięć symulacyjnie. Model cyfrowy pozwala na symulację różnego rodzaju zaburzeń, przy różnych konfiguracjach systemu, o dowolnych warunkach początkowych i innych czynnikach mających istotny wpływ na kształt przebiegów zwarciovych. W ten sposób uzyskane przebiegi prądów i napięć są bardziej zbliżone do rzeczywistych i pozwalają precyzyjnie określić charakter składowych użytecznych i zakłóceń. Ścisła analityczna postać otrzymanych przebiegów zaburzeniowych nie jest znana. Dlatego też badane symulacyjnie przebiegi odwzorowuje się przez aproksymację, tworząc model sygnałowy.

Do rozwiązywania problemów filtracyjnych stosowane są trzy rodzaje modeli sygnałowych: model całkowicie deterministyczny, model częściowo deterministyczny i model całkowicie probabilistyczny [48].

We wszystkich modelach sygnałowych wyróżnia się dwie podstawowe składowe - składową użyteczną oraz towarzyszące jej podczas zaburzeń zakłócenia. Składowymi użytecznymi są napięcia i prądy o częstotliwości podstawowej. Kryteria działania większości zabezpieczeń korzystają bowiem z informacji zawartej właśnie w tych składowych. Pozostałe składowe uważane są za zakłócenia. Zadaniem filtracji jest odrzucenie zakłóceń od składowej użytecznej. Filtrowanie prądów i napięć jest więc redukcją rozmiaru modelu w którym przebiegi te powstały. Oddzielenie zakłóceń od przebiegu zaburzeniowego prowadzi do opracowania prostego modelu opartego o składowe użyteczne prądów i napięć.

Najpopularniejszym i najczęściej stosowanym modelem sygnałowym do rozwiązywania problemów identyfikacji sygnałów jest model całkowicie deterministyczny. W modelu tym sygnał użyteczny oraz zakłócenie uważa się za ściśle zdeterminowane funkcje czasu, których parametry nie są znane. Wyróżnia się tutaj oprócz składowej podstawowej sygnału szereg wyższych harmoniczych, składowych oscylacyjnych zanikających oraz składową aperiodyczną tworzących zakłócenia. W modelu tym wyraźnie oddziela się składową użyteczną od zakłóceń. Zwykle model upraszcza się redukując liczbę składowych zakłóceń do jednego dominującego sygnału w napięciu i dwóch w prądzie.

W modelu częściowo deterministycznym składowe użyteczne napięcia i prądy mają charakter deterministyczny, a zakłócenie probabilistyczny. W modelu tym na podstawie charakterystyk statystycznych zakłóceń dobiera się zasady filtracji optymalnej napięcia i prądu. Jeżeli zakłócenie jest szumem białym o znanej gęstości mocy, to spełniony jest dla takiego modelu warunek filtracji optymalnej. Charakter zakłóceń bada się zwykle na podstawie przebiegów przejściowych otrzymanych symulacyjnie.

W modelach deterministycznych przyjmuje się, że zarówno składowa użyteczna jak i zakłócenie powstałe na skutek zaburzenia mają charakter ściśle deterministyczny lub jedynie składowa użyteczna jest deterministyczna, a zakłócenie ma charakter probabilistyczny. Taki model sygnałowy można przyjąć, gdy znane są wszystkie warunki towarzyszące zaburzeniu oraz wszystkie czynniki pozwalające ściśle określić składową niosącą pożądane informacje oraz zakłócenie. W rzeczywistym systemie elektroenergetycznym wywołane przez zaburzenia napięcia i prądy zależą od bardzo wielu czynników takich jak: rodzaj zaburzenia, miejsce zaburzenia, rezystancja przejścia, konfiguracja systemu, warunki początkowe itd. Tych czynników jest tak wiele, że trudno określić, który z nich ma decydujący wpływ na kształt konkretnego przebiegu zwarciego. W istocie czynniki te nie są nam znane.

Powyższe argumenty przemawiają za przyjęciem modelu sygnałowego całkowicie probabilistycznego, gdzie stan przejściowy systemu elektroenergetycznego wywołany wieloma niezależnymi czynnikami traktowany jest jako proces losowy. W procesie losowym

pojedynczy przebieg przejściowy prądu lub napięcia jest tylko jednym z możliwych przebiegów, jakie mogą się zdarzyć. Jednocześnie każdy przebieg zakłócenia może wystąpić z jednakowym prawdopodobieństwem. Zbiór wszystkich przebiegów przejściowych tworzy proces losowy charakteryzujący stany zwarcia w badanym fragmencie systemu. W tak przyjętym modelu sygnałowym charakter spodziewanych przebiegów zakłóceń identyfikowany jest za pomocą parametrów probabilistycznych składowej użytecznej oraz zakłócenia. Należy jeszcze wspomnieć, że opis zaburzeń w procesie losowym nie opiera się na pojedynczej realizacji. Jego parametry nie są liczone po czasie, lecz określone są po zbiorze realizacji. W przypadku, gdy badany proces jest nieergodyczny, nie da się bowiem określić jego parametrów probabilistycznych z jednej dostatecznie długiej realizacji.

Model sygnałowy całkowicie probabilistyczny może być opisany za pomocą następujących równań w przestrzeni stanów [2, 48]:

- równanie stanu

$$[X(k+1)] = [A] [X(k)] + [B] [U(k)] \quad (4.1)$$

- równanie pomiaru

$$[Y(k+1)] = [C] [X(k)] + [V(k)] \quad (4.2)$$

gdzie

$[X(k)]$ - wektor stanu rozmiaru $n \times 1$,

$[A]$ - macierz stanu rozmiaru $n \times n$,

$[B]$ - macierz zakłóceń stanu rozmiaru $n \times n$,

$[U(k)]$ - wektor zakłóceń stanu rozmiaru $n \times 1$,

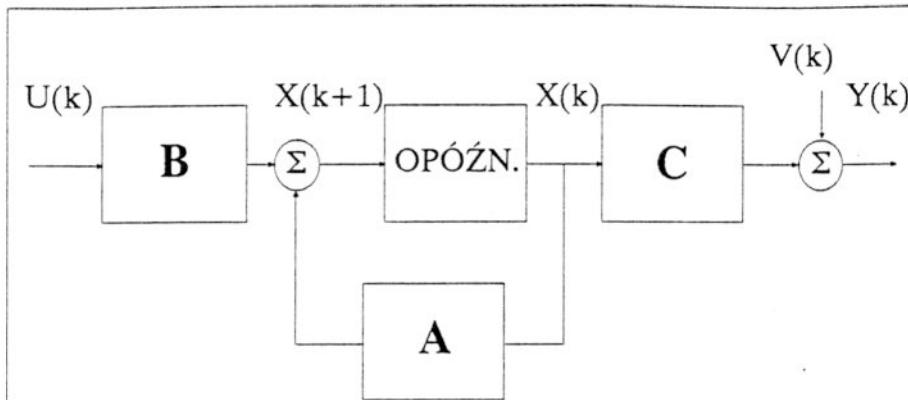
$[Y(k)]$ - wektor pomiaru rozmiaru $m \times 1$,

$[C]$ - macierz pomiaru rozmiaru $m \times n$,

$[V(k)]$ - wektor zakłóceń pomiaru rozmiaru $m \times 1$.

Schemat blokowy modelu opisanego powyższymi równaniami przedstawia rys. 4.1.

Wektorom zakłóceń procesu $[U(k)]$ oraz pomiaru $[V(k)]$ dla ich identyfikacji przypisuje się pewne cechy statystyczne. Przyjmuje się mianowicie, że wektory zakłóceń $[U(k)]$ i $[V(k)]$ są szumami białymi. Procesy losowe, które będą oznaczane symbolami $\{U(k)\}$, $\{V(k)\}$, są szumami białymi, jeśli dla dowolnych dyskretnych chwil k i m , gdzie $k \neq m$, wektory $[U(k)]$ i $[U(m)]$ oraz $[V(k)]$ i $[V(m)]$ są niezależnymi zmiennymi losowymi. Drugie założenie dotyczące zakłóceń mówi, że procesy losowe zakłóceń $\{U(k)\}$, $\{V(k)\}$ mają wartość średnią równą zero i charakteryzują się rozkładem prawdopo-



Rys. 4.1. Schemat blokowy modelu sygnałowego całkowiec probabilistycznego opisanego równaniami (4.1), (4.2).

bieństwa normalnym o znanych kowariancjach. Zakłada się również, że procesy losowe reprezentujące zakłócenia pomiaru i procesu są od siebie niezależne.

Z powyższych założeń modelu sygnałowego całkowiec probabilistycznego

dotyczących sygnałów zakłóceńowych wynikają cenne cechy ułatwiające ich identyfikację. Z założenia mówiącego o zerowej wartości średniej zakłóceń i ich rozkładzie normalnym wynika, że łączna gęstość rozkładu prawdopodobieństwa liczona dla dowolnej chwili k po zbiorze realizacji jest gęstością rozkładu normalnego. Z własności szumu białego wynika natomiast, że łączna gęstość rozkładu prawdopodobieństwa jest iloczynem indywidualnych gęstości rozkładu zmiennych losowych odpowiednio $[U(k)]$ oraz $[V(k)]$. Dlatego też łączne gęstości rozkładu procesów losowych $\{U(k)\}$ oraz $\{V(k)\}$ po zbiorze realizacji są gęstościami rozkładu normalnego.

Powyższe własności zakłóceń można opisać za pomocą następujących trzech równań:

$$E\{[U(k)][U(m)]^T\} = \begin{cases} E\{[U(k)]\} E\{[U(m)]^T\} & \text{dla } k=m \\ 0 & \text{dla } k \neq m \end{cases} \quad (4.3)$$

$$E\{[V(k)][V(m)]^T\} = \begin{cases} E\{[V(k)]\} E\{[V(m)]^T\} & \text{dla } k=m \\ 0 & \text{dla } k \neq m \end{cases} \quad (4.4)$$

$$E\{[U(k)][V(m)]^T\} = 0 \quad \text{dla wszystkich } k, m \quad (4.5)$$

Z zależności (4.3), (4.4), (4.5) wynika bardzo istotna własność sygnałów zakłóceńowych. Gęstość rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych $[U(k)]$ i $[V(k)]$, które mają rozkład normalny, jest całkowiec identyfikowalna przez ich wartości średnie $[\bar{U}(k)]$ i $[\bar{V}(k)]$ oraz kowariancje odpowiednio procesu $[Q(k)]$ i pomiaru $[P(k)]$.

Wartości średnie zakłóceń dla dowolnej chwili k są jednocześnie ich wartościami oczekiwanymi

$$[\bar{U}(k)] = E\{[U(k)]\} \quad (4.6)$$

$$[\bar{V}(k)] = E\{[V(k)]\}, \quad (4.7)$$

natomiast ich kowariancje w chwili k równe są wariancji wokół wartości średniej w tej samej chwili k :

$$[Q(k)] = E\{[[U(k)] - [\bar{U}(k)]] [[U(k)] - [\bar{U}(k)]]^T\} \quad (4.8)$$

$$[P(k)] = E\{[[V(k)] - [\bar{V}(k)]] [[V(k)] - [\bar{V}(k)]]^T\} \quad (4.9)$$

Ponieważ zakłócenia $[U(k)]$ i $[V(k)]$ są szumami białymi, więc ich wartości średnie są zerowe. Stąd dla całkowitej identyfikacji zakłóceń pomiaru oraz procesu wystarczy znajomość ich kowariancji. W takim przypadku wzory (4.3), (4.4), (4.5) przybiorą postać

$$E\{[U(k)] [U(m)]^T\} = \begin{cases} Q(k) & \text{dla } k=m \\ 0 & \text{dla } k \neq m \end{cases} \quad (4.10)$$

$$E\{[V(k)] [V(m)]^T\} = \begin{cases} P(k) & \text{dla } k=m \\ 0 & \text{dla } k \neq m \end{cases} \quad (4.11)$$

$$E\{[U(k)] [V(m)]^T\} = 0 \quad \text{dla wszystkich } k, m \quad (4.12)$$

Podobnie jak zakłóceniom, wektorowi stanu $[X(k)]$ przypisuje się również cechy statystyczne dla jego łatwiejszej identyfikacji. Przyjmuje się, że wszystkie składowe użyteczne procesu mają rozkład normalny o zerowej wartości średniej. Zakładając także, że składowe procesu są niezależne, otrzymujemy własność identyczną jak dla wektora zakłóceń, a mianowicie że wektor stanu ma rozkład łącznie normalny o gęstości będącej iloczynem indywidualnych gęstości rozkładu jego składowych. Dzięki temu scharakteryzowanie wektora stanu $[X(k)]$ wymaga jedynie znajomości jego kowariancji $[W(k)]$.

Dla rozwiązania jakiegokolwiek równania związanego z filtrowaniem rekursywnym należy jeszcze znać jego warunki początkowe. Dla chwili wyjściowej $k=0$ wystąpienia zaburzenia, stan początkowy jest zadany wektorem stanu $[X(0)]$. W przypadku procesu losowego sytuacja jest skomplikowana, gdyż dokładny pomiar $[X(0)]$ w chwili wystąpienia zwarcia jest niemożliwy, zatem jest mało prawdopodobne, aby warunki początkowe były dokładnie znane. W modelu sygnałowym całkowicie probabilistycznym przyjmuje się warunki początkowe filtracji także losowe. Zakłada się [2], że wektor wartości początkowych procesu $[X(0)]$ jest zmienną losową o rozkładzie normalnym wokół jego wartości oczekiwanej. Wartość oczekiwaną wektora $[X(0)]$ przyjmuje się jako jego wartość średnią w chwili początkowej $k=0$

$$E\{[X(0)]\} = [\bar{X}(0)], \quad (4.13)$$

stąd jego kowariancja początkowa $[W(0)]$ wyniesie

$$[W(0)] = E \{ [[X(0)] - [\bar{X}(0)]][[X(0)] - [\bar{X}(0)]]^T \} \quad (4.14)$$

Akceptując przyjęcie do opisu procesu modelu sygnałowego całkowicie probabilistycznego, problem tkwi w odpowiednim doborze modelu procesu dla sygnałów prądowych i napięciowych, tak aby ich zmienne stanu, a szczególnie zakłócenia spełniały powyższe założenia. Dąży się bowiem do tego, aby model teoretyczny sygnałów wiernie przystawał do rzeczywistości. Bada się więc symulacyjnie, na ile odzwierciedla on rzeczywistość, określając parametry i właściwości zakłóceń. Jeśli składowe użyteczne i zakłócenia spełniają wyspecyfikowane wyżej założenia, model sygnałowy całkowicie probabilistyczny pozwoli na poprawną identyfikację parametrów mierzonych sygnałów.

4.2. Filtr Kalmana

4.2.1. Założenia i równania podstawowe

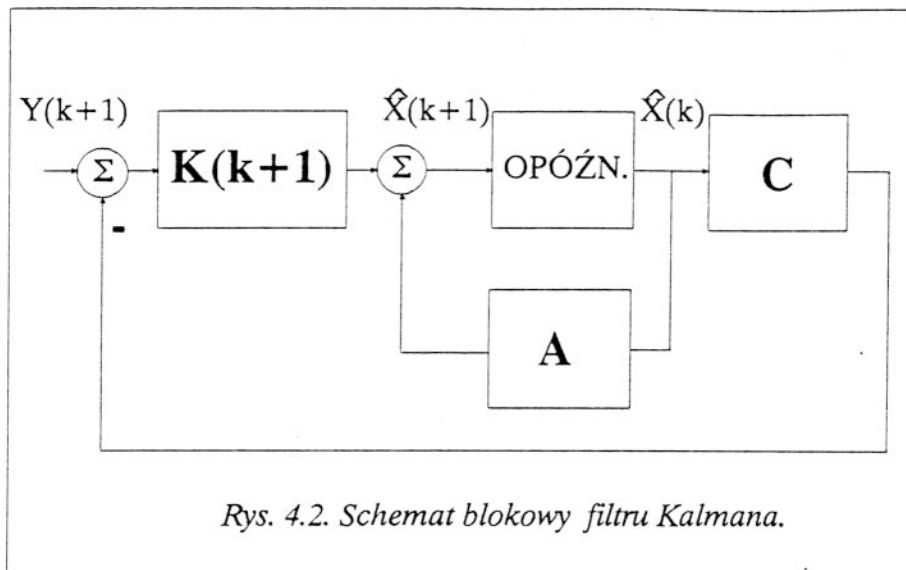
Filtr Kalmana oparty jest na całkowicie probabilistycznym modelu procesu, w którym wszystkie składowe użyteczne procesu mają rozkład normalny o zerowej wartości średniej i są niezależne. Wektory zakłóceń procesu i pomiaru są ponadto niezależnymi szumami białymi mającymi rozkład łącznie normalny o zerowej wartości średniej i znanych kowariancjach. Optymalna identyfikacja sygnału opisanego takim modelem procesu prowadzi do wykorzystania filtru Kalmana, który jest opisany następującym równaniem rekursywnym [2, 9, 48]:

$$[\hat{X}(k+1)] = [A] [\hat{X}(k)] + [K(k+1)] \{ [Y(k+1)] - [C] [A] [\hat{X}(k)] \} \quad (4.15)$$

gdzie

$[\hat{X}(k)]$ - estymata wektora stanu rozmiaru $n \times m$,
 $[K(k)]$ - macierz wzmocnień filtru.

Na rysunku 4.2 przedstawiono schemat blokowy filtru opisany równaniem (4.15). Filtr Kalmana jest układem ze sprzężeniem zwrotnym, w którym tor główny jest sterowany przez innowacje wektora stanu stanowiące ciąg zmiennych losowych będących szumem białym. Estymata wektora stanu nie jest otrzymywana na drodze klasycznej filtracji, gdzie informacja o składowej użytecznej w chwili k jest oparta o pomiary wykonane do chwili k . Filtracja jest tutaj oparta o prognozowanie jednokrokowe, gdzie estymata we-



ktora $[\hat{X}(k+1)]$ jest przewidywana w oparciu o wcześniej znaną kowariancję i bieżącą informację w chwili k .

Uruchomienie procedury filtracji (zal. (4.15)) wymaga obliczenia macierzy $[K(k)]$ oraz znajomości warunków początkowych $[\hat{X}(0)]$

dla chwili wystąpienia zaburzenia ($k=0$). Macierze $[A]$ i $[C]$ są znane i wynikają z wcześniej przyjętego modelu stanu prądu i napięcia.

Realizacja zadania minimalizacji średniokwadratowego błędu estymacji wektora $[\hat{X}(k)]$ w oparciu o jego kowariancję prowadzi do rekursywnych równań umożliwiających obliczenie macierzy wzmocnień filtru $[K(k)]$

$$[M(k)] = [A] [W(k-1)] [A]^T + [B] [Q(k)] [B]^T \quad (4.16)$$

$$[K(k)] = [M(k)] [C]^T \{ [C] [M(k)] [C]^T + [P(k)] \}^{-1} \quad (4.17)$$

$$[W(k)] = \{ [J] - [K(k)] [C] \} [M(k)] \quad (4.18)$$

gdzie

$[M(k)]$ - jednokrokowa macierz kowariancji błędów estymacji stanu (między kolejnymi chwilami k i $k+1$),

$[W(k)]$ - macierz kowariancji błędów estymacji stanu,

$[P(k)]$ - macierz kowariancji zakłóceń pomiaru,

$[Q(k)]$ - macierz kowariancji zakłóceń procesu.

$[J]$ - macierz jednostkowa.

Analizując rekursywne równania (4.16), (4.17), (4.18) można zauważyć, że występujące w nich wielkości nie zależą od wartości wielkości mierzonej $[Y(k)]$. Wynika stąd istotna zaleta filtru Kalmana: macierz wzmocnień $[K(k)]$ może być obliczona zanim filtr zacznie pracować i przechowana w pamięci. Zapewnia to duże zmniejszenie nakładu obliczeniowego procedury filtracji, co jest ważne, gdyż filtr ma być stosowany w czasie rzeczywistym. Drugą istotną zaletą jest to, że jakość filtru jest również znana zanim

zacznie on pracować. Efektywność filtru charakteryzowana jest przy pomocy macierzy kowariancji błędów estymacji stanu $[W(k)]$, która jest obliczana jednocześnie z macierzą wzmocnień $[K(k)]$.

Z powyższych równań widać też, że filtr Kalmana o przyjętych modelach procesu i pomiaru jest filtrem niestacjonarnym, co wynika ze zmienności elementów macierzy $[K(k)]$ wraz ze zmianą dyskretną chwili próbkowania. Uruchomienie rzeczywistego filtru Kalmana wymaga wyznaczenia warunków początkowych dla momentu wystąpienia zwarcia. Ponadto do uruchomienia rekursywnych procedur i obliczenia macierzy $[K(k)]$ musi być znana początkowa kowariancja procesu $[W(0)]$. Realizacja równania filtracji wymaga natomiast znajomości wektora stanu $[X(0)]$.

W przyjętym modelu sygnałowym całkowicie probabilistycznym wartość oczekiwaną wektora stanu przyjmuje się [2] jako jego wartość średnią w momencie wystąpienia zaburzenia

$$E\{[X(0)]\} = [\bar{X}(0)] \quad (4.19)$$

Kowariancję początkową procesu $[W(0)]$ przyjmuje się jako kowariancję przejścia wektora $[X(k)]$ od stanu normalnego do stanu zwarcia lub po prostu jako kowariancję wektora początkowego $[X(0)]$ wokół jego wartości oczekiwanej $E\{[X(0)]\}$.

Poszukiwane wartości początkowe wynoszą zatem:

$$[\hat{X}(0)] = [\bar{X}(0)] \quad (4.20)$$

$$[W(0)] = [W_0] \quad (4.21)$$

gdzie

$$[W_0] = E\{[[X(0)] - [\bar{X}(0)]] [[X(0)] - [\bar{X}(0)]]^T\} \quad (4.22)$$

Przebiegi przejściowe prądów i napięć podczas zaburzenia w systemie mają zupełnie różny charakter, różne wartości oczekiwane i różne kowariancje w momencie wystąpienia zwarcia. Dlatego należy spodziewać się, że macierz wzmocnień $[K(k)]$ będzie miała inne elementy przy pomiarze prądu, a inne przy pomiarze napięcia.

4.2.2. Modele stanu dla sygnałów napięciowych i prądowych

- *Model dwustanowy dla sygnału napięciowego*

Wolny od zakłóceń sygnał napięcia może być opisany przez część rzeczywistą i urojona fazona

$$u(t) = U_1 \exp [j(\omega_1 t + \alpha_u)] \quad (4.23)$$

gdzie

U_1, α_u - amplituda i faza składowej podstawowej sygnału.

Estymata napięcia może być określona w oparciu o składowe bezpośrednią $U_{d1}(t)$ i kwadraturową $U_{q1}(t)$ fazona (4.24), stanowiące zmienne stanu. Po przejściu na czas dyskretny zmienne te można zapisać w postaci

$$U_{d1}(kT_i) = U_1 \cos (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \quad (4.24)$$

$$U_{q1}(kT_i) = U_1 \sin (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \quad (4.25)$$

gdzie składowe U_{d1} i U_{q1} są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym i zerowej wartości średniej, T_i zaś jest okresem próbkowania. Przejście do kolejnej chwili próbkowania (od k do $k+1$) powoduje zmianę wartości zmiennych stanu (4.24), (4.25) według zależności

$$U_1 \cos [(k+1)\omega_1 T_i + \alpha_u] = \cos (\omega_1 T_i) U_1 \cos (k\omega_1 T_i + \alpha_u) - \sin (\omega_1 T_i) U_1 \sin (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \quad (4.26)$$

$$U_1 \sin [(k+1)\omega_1 T_i + \alpha_u] = \sin (\omega_1 T_i) U_1 \cos (k\omega_1 T_i + \alpha_u) + \cos (\omega_1 T_i) U_1 \sin (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \quad (4.27)$$

Z równań (4.26), (4.27) wynika dwustanowy model procesu dla sygnału napięciowego o macierzy stanu $[A]$ równej

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos (\omega_1 T_i) & -\sin (\omega_1 T_i) \\ \sin (\omega_1 T_i) & \cos (\omega_1 T_i) \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Macierz pomiaru $[C]$ może być przyjęta z pewną dowolnością w zależności od tego, czy wielkością mierzoną jest składowa bezpośrednia czy składowa kwadraturowa sygnału napięciowego. Zakładając, że wielkością mierzoną jest składowa bezpośrednia, macierz pomiaru $[C]$ przyjmie postać

$$[C] = [1 \ 0] \quad (4.29)$$

Macierz zakłóceń stanu odzwierciedla przypadkowe lub bardzo wolne (np. wskutek zmian częstotliwości) zmiany wektora stanu między kolejnymi chwilami próbkowania nie uwzględnione w macierzy stanu. Ponieważ zmiany te są bardzo małe w porównaniu z błędami pomiaru, macierz $[B]$ przyjmuje się często $[2, 48]$ jako macierz zerową.

Ostatecznie równania macierzowe stanu i pomiaru dla modelu napięcia mają postać:

$$\begin{bmatrix} U_1 \cos [(k+1)\omega_1 T_i + \alpha_u] \\ U_1 \sin [(k+1)\omega_1 T_i + \alpha_u] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos (\omega_1 T_i) & -\sin (\omega_1 T_i) \\ \sin (\omega_1 T_i) & \cos (\omega_1 T_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \cos (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \\ U_1 \sin (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$[Y_u(k)] = [1 \ 0] \begin{bmatrix} U_1 \cos (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \\ U_1 \sin (k\omega_1 T_i + \alpha_u) \end{bmatrix} + [V_u(k)] \quad (4.31)$$

- *Model trójstanowy dla sygnału prądowego*

W sygnale prądowym podczas zaburzeń występuje silna składowa aperiodyczna, którą należy uwzględnić w modelu procesu. Wartość chwilowa prądu (po wyeliminowaniu innych zakłóceń) może być więc opisana równaniem

$$i(t) = I_1 e^{j(\omega_1 t + \alpha_u)} + I_a e^{-\frac{t}{T_a}} \quad (4.32)$$

gdzie

I_a - wartość początkowa składowej aperiodycznej w momencie wystąpienia zakłócenia

T_a - stała czasowa zanikania składowej aperiodycznej.

Tak więc do estymacji fazora prądu oprócz składowej bezpośredniej $I_{d1}(t)$ i kwadraturowej $I_{q1}(t)$ potrzebna jest znajomość składowej aperiodycznej $I_a(t)$, która stanowi trzecią zmienną stanu w modelu prądu. Po przejściu na czas dyskretny zmienna ta przyjmie postać

$$I_a(kT_i) = I_a e^{-\frac{kT_i}{T_a}} \quad (4.33)$$

gdzie I_a jest również zmienną losową typu normalnego o zerowej wartości średniej.

Wraz ze wzrostem czasu od chwili k do $k+1$ zmienna stanu I_a zmienia się zgodnie z zależnością

$$I_a e^{-\frac{(k+1)T_i}{T_a}} = e^{-\frac{T_i}{T_a}} I_a e^{-\frac{kT_i}{T_a}} \quad (4.34)$$

Przyjmując model stanu dla składowej podstawowej analogicznie jak w modelu napięcia oraz uwzględniając powyższe równanie, macierz stanu dla modelu sygnału prądowego przyjmie postać

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos(\omega_1 T_i) & -\sin(\omega_1 T_i) & 0 \\ \sin(\omega_1 T_i) & \cos(\omega_1 T_i) & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{T_i}{T_a}} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Dla określenia sygnału prądu składowa aperiodyczna występująca w sygnale musi być dostępna pomiarowo, stąd macierz pomiaru jest następująca

$$[C] = [1 \ 0 \ 1] \quad (4.36)$$

Ostatecznie równania stanu i pomiaru dla modelu sygnału prądowego mają postać

$$\begin{bmatrix} I_1 \cos[(k+1)\omega_1 T_i + \alpha_i] \\ I_1 \sin[(k+1)\omega_1 T_i + \alpha_i] \\ I_a e^{-\frac{(k+1)T_i}{T_a}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_1 T_i) & -\sin(\omega_1 T_i) & 0 \\ \sin(\omega_1 T_i) & \cos(\omega_1 T_i) & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{T_i}{T_a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \cos(k\omega_1 T_i + \alpha_i) \\ I_1 \sin(k\omega_1 T_i + \alpha_i) \\ I_a e^{-\frac{kT_i}{T_a}} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$[Y_i(k)] = [1 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} I_{d1} \cos(k\omega_1 T_i + \alpha_i) \\ I_{q1} \sin(k\omega_1 T_i + \alpha_i) \\ I_a e^{-\frac{kT_i}{T_a}} \end{bmatrix} + [V_i(k)] \quad (4.38)$$

4.3. Metodologia projektowania filtru Kalmana na bazie danych eksperymentalnych

4.3.1. Opracowanie modelu procesu i pomiaru

Projekt filtru Kalmana rozpoczyna się od doboru odpowiedniego modelu procesu i pomiaru oddzielnie dla prądu i napięcia. Liczba stanów filtru równa jest liczbie zmiennych stanu w przyjętym modelu procesu. Im większy rozmiar modelu procesu tym filtr

Kalmana wymaga większych nakładów obliczeniowych. Dlatego przy doborze modelu procesu należy pamiętać, że filtr będzie pracował w czasie rzeczywistym. Obecne możliwości techniczne urządzeń cyfrowych pozwalają na stosowanie 2-4 - stanowych filtrów, zapewniających zadawalającą optymalność filtracji.

Kolejnym etapem w projektowaniu filtru Kalmana jest opracowanie modelu cyfrowego badanego fragmentu systemu elektroenergetycznego, który pozwoliłby na symulację szeregu przebiegów zakłóceń w punkcie zainstalowania zabezpieczenia, gdzie filtr Kalmana będzie pracował. Model powinien w maksymalnym stopniu przybliżać badany obwód zwarcia, aby jak najdokładniej uchwycić rzeczywisty charakter zaburzeń. Na podstawie otrzymanych modelowo przebiegów wyznacza się początkowe parametry probabilistyczne procesu potrzebne do zainicjowania obliczeń macierzy wzmocnień $[K(k)]$ oraz procedury filtracji. Z otrzymanych przebiegów zaburzeniowych odziera się towarzyszące im zakłócenia celem ich identyfikacji za pomocą funkcji probabilistycznych.

Do określenia charakteru zakłóceń prądów i napięć oraz oceny poprawności przyjętego modelu procesu służą funkcje statystyczne autokorelacji, widmo gęstości mocy oraz wariancja zakłóceń. Może się okazać, że dla przyjętego modelu zmiennych stanu nie jest zachowany warunek optymalnej filtracji, bo sygnał zakłóceń nie może być traktowany jako szum biały. Dzieje się tak wtedy, gdy funkcja autokorelacji zakłóceń znacznie odbiega od impulsu Diraca lub widmo gęstości mocy nie jest stałe. Istnieje wtedy konieczność rozbudowy modelu procesu, a tym samym filtru Kalmana, uwzględniając w nim składową mającą największy udział w zakłóceniu. Dla nowego modelu należy ponownie określić parametry probabilistyczne procesu i zakłóceń oraz obliczyć macierz wzmocnień $[K(k)]$. Metoda ta znana jest w literaturze pod nazwą faktoryzacji widmowej [2].

4.3.2. Wyznaczenie sygnałów zakłóceń

Sposób wyznaczenia zakłóceń zależy od obranego modelu stanu, oddzielnie dla sygnału prądowego i napięciowego. Wynika on bezpośrednio z równań procesu i pomiaru. Zakłada się tutaj (potwierdza to literatura [9], [47]), że macierz zakłóceń procesu $[U(k)]$ jest zerowa, a macierz stanu $[A]$ jest wystarczająco dobrze określona. Równanie macierzowe pomiaru (4.2) przekształcone ze względu na wektor zakłóceń pomiaru, ma wówczas postać

$$[V(k)] = [Y(k)] - [C] [X(k)] \quad (4.39)$$

Z zależności (4.39) widać, że aby otrzymać zakłócenie, należy od przebiegu przejściowego odjąć zmienne stanu dostępne pomiarowo zgodnie z wcześniej przyjętym modelem.

4.3.3. Określenie parametrów probabilistycznych procesu i zakłóceń

Do opisu głównych właściwości probabilistycznych zakłóceń stosuje się trzy funkcje statystyczne [2, 7, 30]:

- funkcję autokorelacji zakłócenia
- wariancję zakłócenia
- widmo gęstości mocy

Wariancja sygnału zakłócenia daje elementarne pojęcie o jego intensywności co do amplitudy. Funkcja autokorelacji i widmo gęstości mocy charakteryzują właściwości sygnału zakłócenia w dziedzinie odpowiednio czasowej i częstotliwościowej.

• *Funkcja autokorelacji sygnału zakłócenia*

Funkcja autokorelacji charakteryzuje wzajemne zależności wartości sygnału zakłócenia w różnych chwilach trwania zaburzenia. Głównym zadaniem tej funkcji jest określenie w jakim stopniu wartość sygnału zakłócenia w określonej chwili wpływa na wartość tego sygnału w przyszłości.

Funkcja autokorelacji liczona po czasie wyraża się wzorem [30]

$$\Phi_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t+\tau) dt \quad (4.40)$$

W przypadku procesu niestacjonarnego i nieergodycznego praktyczne zastosowanie mogą znaleźć jednak jedynie zależności po zbiorze realizacji, a nie po czasie. Funkcja autokorelacji całego procesu zakłóceń liczona po zbiorze realizacji wynosi zatem

$$\Phi_{xx}(\tau) = E \{ x(t+\tau) x(t) \} \quad (4.41)$$

Rozważając zbiór M różnych sygnałów zakłócenia zdeterminowanych przez M różnych przypadków zwarciovych, gdzie prawdopodobieństwo każdego z nich wynosi $1/M$, oraz przyjmując, że momentem odniesienia będzie chwila wystąpienia zaburzenia $t=0$, zależność (4.41) przyjmie postać [10]

$$\Phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_j(0) x_j(\tau) \quad (4.42)$$

a w zapisie cyfrowym

$$\Phi_{xx}(nT_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_j(0) x_j(nT_i) \quad (4.43)$$

gdzie

x_j - sygnał zakłócenia prądu lub napięcia j -tej realizacji.

- *Wariancja sygnału zakłócenia*

Wariancja daje pojęcie o koncentracji amplitudy zakłóceń w określonej chwili τ po wystąpieniu zburzenia. Podobnie jak dla funkcji autokorelacji, rozważając M różnych sygnałów (realizacji procesu), wariancja dla chwili τ od momentu wystąpienia zwarcia liczona po zbiorze realizacji wynosi [10]

$$\text{var}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_j^2(nT_i) \quad (4.44)$$

- *Widmo gęstości mocy sygnału zakłócenia*

Widmo gęstości mocy opisuje strukturę częstotliwościową zakłócenia. Jeśli w otoczeniu pewnej częstotliwości widmo wykazuje wyraźnie większe wartości, a dla pozostałych częstotliwości jest stałe, oznacza to, że składowa o tej częstotliwości ma największy udział w zakłóceniu. Zakłócenia takiego nie można wówczas uznać za szum biały i nie są spełnione warunki optymalnej filtracji.

Widmo gęstości mocy procesu wyraża się wzorem [30]

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4.45)$$

Jest to po prostu transformata Fouriera funkcji autokorelacji zakłóceń. Moduł widma gęstości mocy zakłóceń w postaci cyfrowej (dla skończonego przedziału całkowania) wynosi [10]

$$\text{Abs} [F(jk\omega_i)] = T_i \text{Abs} \left[\sum_{m=0}^N \Phi_{xx}(mT_i) e^{-j\frac{2\pi km}{N}} \right] \quad (4.46)$$

gdzie ω_i - krok impulsowania w dziedzinie częstotliwości.

4.3.4. Parametry filtru Kalmana dla napięcia i prądu

- *Wartość oczekiwana wektora stanu*

Wartość oczekiwana zmiennych stanu w chwili $k=0$ potrzebna jest do zainicjowania procedury filtracji. Wcześniej stwierdzono, że w modelu sygnałowym całkowicie probabilistycznym wartość początkowa wektora stanu jest wartością średnią w momencie wystąpienia zaburzenia liczoną po zbiorze realizacji. W związku z tym, rozważając grupę M różnych przebiegów przejściowych, gdzie prawdopodobieństwo wystąpienia każdego z nich jest równe $1/M$, wartość oczekiwana składowej bezpośredniej napięcia lub prądu wynosi

$$E\{X_{d1}(0)\} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M X_{d1j}(0) \quad (4.47)$$

$$E\{X_{d1}(0)\} = \bar{X}_{d1}(0) \quad (4.48)$$

gdzie

$X_{d1j}(0)$ - wartość składowej bezpośredniej napięcia lub prądu j -tego przebiegu w chwili wystąpienia zwarcia.

$\bar{X}_{d1}(0)$ - wartość średnia składowej bezpośredniej w chwili wystąpienia zwarcia.

Składową kwadraturową sygnału otrzymuje się przez opóźnienie składowej podstawowej o kąt $\pi/2$. Jeśli dla pojedynczej realizacji składowa bezpośrednia dla czasu $t=0$ wyraża się wzorem

$$X_{d1j}(0) = X_{md1j} \cos(\alpha_{d1}) \quad (4.49)$$

to wartość oczekiwana składowej kwadraturowej wyniesie

$$E\{X_{q1}(0)\} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M X_{md1j} \cos\left(\alpha_{d1} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.50)$$

gdzie

X_{md1j} - amplituda składowej bezpośredniej napięcia lub prądu w chwili wystąpienia zaburzenia

α_{d1} - faza składowej bezpośredniej sygnału.

W trójstanowym modelu prądu należy wyznaczyć również wartość oczekiwaną składowej aperiodycznej w momencie zaburzenia oraz jej stałą czasową. Wartość oczekiwana składowej aperiodycznej w chwili $k=0$ wynosi

$$E\{X_a(0)\} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M X_{aj}(0) \quad (4.51)$$

natomiast wartość oczekiwana jej stałej czasowej zanikania może być wyznaczona jako

$$T_a = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M T_{aj} \quad (4.52)$$

gdzie T_{aj} - stała czasowa j -tego przebiegu przejściowego prądu.

- *Macierz kowariancji błędów estymacji stanu*

Kowariancja błędów estymacji stanu w chwili wystąpienia zaburzenia potrzebna jest do zainicjowania rekursywnych procedur obliczenia macierzy wzmocnień $[K(k)]$. W pracy przyjęto, że do projektu filtru Kalmana będzie używana kowariancja wokół wartości oczekiwanej wektora stanu w chwili wystąpienia zaburzenia. Kowariancje składowej bezpośredniej i kwadraturowej są takie same i wyrażają się zależnością

$$\sigma_{x10}^2 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [X_{d1}(0) - X_{d1j}(0)]^2 \quad (4.53)$$

Kowariancja składowej aperiodycznej wynosi natomiast

$$\sigma_{xa0}^2 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [X_a(0) - X_{aj}(0)]^2 \quad (4.54)$$

Z własności szumu białego wynika, że macierz kowariancji estymacji stanu jest diagonalna, a elementy jej głównej przekątnej stanowią kowariancje poszczególnych

zmiennych stanu. Stąd dla modelu napięciowego i prądowego macierz ta ma odpowiednio postać

$$W_u(0) = \begin{bmatrix} \sigma_{u10}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{u10}^2 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$W_i(0) = \begin{bmatrix} \sigma_{i10}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{i10}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{a10}^2 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Dalsze szczegóły dotyczące projektowania filtrów, a także wyznaczone charakterystyki procesu i zakłóceń oraz parametry filtrów Kalmana dla sygnałów napięciowych i prądowych podano w części pracy opisującej badania symulacyjne (rozdz. 6.1).

4.4. Rozpoznanie momentu wystąpienia zaburzenia i klasyfikacja rodzaju zwarcia z użyciem filtru Kalmana.

Implementacja rekursywnych procedur filtracji Kalmana dla otrzymania optymalnych estymat prądów i napięć wymaga, oprócz dostarczenia wiedzy a priori o chronionym obiekcie w postaci charakterystyk probabilistycznych procesu i zakłóceń, także określenia momentu wystąpienia zaburzenia. Detekcja momentu zwarcia może być oparta na fakcie, że w chwili powstania zaburzenia następuje skokowa zmiana parametrów mierzonych sygnałów co do amplitudy i/lub fazy. Ze względu na w większości indukcyjny charakter eksploatowanych współcześnie sieci, zmiany wartości chwilowych prądów fazowych nie następują tak szybko, jak w przypadku sygnałów napięciowych. Można zatem powiedzieć, że sygnałem bardziej wartościowym w sensie możliwości rozpoznania momentu zwarcia jest sygnał napięciowy, aczkolwiek względne wartości zmian amplitudy prądu w stanie ustalonym mogą być porównywalne lub nawet większe niż dla sygnału napięciowego.

Najprostsza, i najczęściej stosowana, metoda wyznaczenia momentu wystąpienia zaburzenia polega na porównywaniu wartości chwilowych (próbek) napięcia lub prądu fazowego z chwili bieżącej i sprzed okresu (lub wielokrotności okresu) składowej podstawowej. Sprawdzanie takie przeprowadza się dla sygnałów wszystkich faz. Sprawdzaniem wystąpienia zwarcia doziemnego może być oczywiście również chwilowa wartość prądu lub napięcia kolejności zerowej. W przypadku stwierdzenia istotnej skokowej zmiany wartości sygnału w stosunku do wartości sprzed okresu można założyć, że mo-

ment wystąpienia zaburzenia został wykryty. Nie jest to oczywiście metoda dokładna. Jest ona niestety wrażliwa na impulsowe zakłócenia sygnału, dyskusyjny jest także sposób określenia progu dyskryminacji, bowiem rzeczywisty poziom zmian mierzonych wielkości może być różny dla zwarć i przeciążeń, zależy on ponadto od takich wielkości jak odległość do miejsca zwarcia, rezystancja przejścia w miejscu zwarcia, rodzaj zwarcia itp. Niemniej jednak metoda ta może stanowić pierwszy etap w wykrywaniu zaburzenia, po którym nastąpi dalsza szczegółowa analiza mierzonych wielkości z użyciem deterministycznych lub statystycznych algorytmów pomiarowych.

Bardziej zaawansowane algorytmy rozpoznawania momentu zwarcia mogą bazować na charakterystykach probabilistycznych procesu i zakłóceń oraz wielkości kryterialnych zabezpieczenia i wykorzystywać statystyczne metody estymacji i podejmowania decyzji. W rozdziale 5 opisano jedną z metod statystycznego podejmowania decyzji - sekwencyjny test ilorazu wiarygodności. Algorytm ten może być wykorzystany do identyfikacji momentu powstania zaburzenia i klasyfikacji stanu chronionego obiektu, jeżeli wyróżnionymi do identyfikacji hipotezami będą: "stan normalny" i "stan zwarcia". Inną metodą identyfikacji zaburzenia jest wykorzystanie filtracji Kalmana w wersji standardowej lub adaptacyjnej, co opisano w dalszej części niniejszego rozdziału.

4.4.1. Detekcja zwarcia i estymacja stanu z użyciem filtru Kalmana oraz metod testowania hipotez statystycznych.

Wykorzystanie filtru Kalmana do identyfikacji stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu posiada bogatą bibliografię [np. 9-13, 41]. W wymienionych pozycjach literatury zakłada się, że znane bądź założone są parametry statystyczne zakłóceń i procesu oraz wartości początkowe estymat poszukiwanych wielkości. Metodę projektowania filtrów Kalmana przy uwzględnieniu dokładnego modelu fragmentu systemu elektroenergetycznego, gdzie filtr będzie pracował, opisano w punktach 4.2 i 4.3.

Stosunkowo nowym pomysłem jest natomiast wykorzystanie filtru Kalmana do detekcji zwarcia we współpracy z metodami testowania hipotez statystycznych [5]. Metoda proponowana tutaj zakłada, że filtr Kalmana pracuje w sposób ciągły służąc początkowo jako detektor zaburzenia, później zaś (po wykryciu zwarcia i restarcie filtracji) dostarczając estymat mierzonych wielkości. W stanie ustalonym (przed zwarcie) różnica pomiędzy wartością rzeczywistą wielkości mierzonej a jej estymatą (nazywana tu residuum równania filtru) jest bliska zeru, a filtr, ze względu na zanikające w funkcji dyskretnego czasu wartości elementów macierzy wzmocnień $K(k)$, jest w stanie nasycenia. W momencie powstania zaburzenia wartość residuum wzrasta w sposób znaczący, co jest zwią-

zane ze stanem przejściowym zarówno procesu jak i samej filtracji. Residuum równania filtru dane zależnością

$$[R(k)] = [Y(k)] - [C(k)] [A] [\hat{X}(k-1)] \quad (4.57)$$

może więc być wykorzystane jako statystyka, na bazie której określi się, czy miała miejsce skokowa zmiana parametrów sygnału (równoważna stwierdzeniu wystąpienia zaburzenia). W równaniu (4.57) przyjęto, że macierz stanu $[A]$ jest macierzą diagonalną jedynkową, macierz pomiaru $[C(k)]$ wynosi natomiast:

$$[C(k)] = [\cos(\omega_0 k \Delta t) \quad -\sin(\omega_0 k \Delta t)] \quad (4.58)$$

Macierz kowariancji residuum $[R(k)]$ może być opisana równaniem

$$[Q_{R(k)}] = E \{[R(k)] [R(k)]^T\} = [C(k)]^T [M(k)] [C(k)] + [P(k)] \quad (4.59)$$

gdzie $[M(k)]$ - jednokrokowa macierz kowariancji błędów estymacji, zdefiniowana jako

$$[M(k)] = E \{([X(k)] - [\hat{X}(k)]) ([X(k)] - [\hat{X}(k)]^T)\} \quad (4.60)$$

jest uaktualniana rekursywnie w kolejnych chwilach czasu k .

Residuum $[R(k)]$ jest macierzą zmiennych losowych o zerowej wartości średniej, której normalizacji można dokonać według równania:

$$[R_n(k)] = [R(k)] \frac{1}{\sqrt{Q_{R(k)}}} \quad (4.61)$$

Ponieważ w momencie wystąpienia zaburzenia następuje skokowa zmiana parametrów sygnału, tzn.

$$[X(k)] = [X(k-1)] + [\Delta X] \quad (4.62)$$

to można napisać, że wówczas

$$[R(k)] = [C(k)]^T ([X(k-1)] - [\hat{X}(k-1)]) + [V(k)] + [C(k)]^T [\Delta X] \quad (4.63)$$

Biorąc wartości oczekiwane obydwu stron zależności (4.63) otrzymujemy:

$$E \{[R(k)]\} = [C(k)]^T [\Delta X] \quad (4.64)$$

co oznacza, że w momencie wystąpienia zwarcia ($\Delta X \neq 0$) wartość oczekiwana residuum staje się różna od zera. Można także pokazać [2], że wariancja zmiennej losowej $[R_n(k)]$ będzie wówczas większa od jedności.

W tym momencie, zauważając występowanie przesunięcia wartości średniej residuum $[R_n(k)]$ w początkowej chwili po rozpoczęciu zaburzenia (podczas stanu nieustalonego filtracji), można zaproponować wykorzystanie statystycznej teorii testowania hipotez dla rozstrzygnięcia, czy prawdziwa jest hipoteza zerowa H_0 : "nie wystąpiła skokowa zmiana parametrów sygnału" czy też hipoteza alternatywna H_1 : "wystąpiła skokowa zmiana parametrów sygnału".

Dla bardziej przejrzystego przedstawienia właściwości i zasad powyższej metody detekcji chwili zwarcia wygodniej będzie od tej pory ograniczyć rozważania do układu jednowyjściowego, tzn. residuum $[R(k)]$ będzie wielkością skalarną $R(k)$ (odpowiednio również inne wielkości macierzowe związane z $R(k)$).

Stosowna reguła decyzyjna musi być opracowana tak, aby możliwe było odrzucenie (akceptacja) hipotezy H_0 (H_1) na podstawie wielkości residuum $R_n(k)$. Ponieważ $R_n(k)$ posiada rozkład $N(0, 1)$ w stanie przed zwarcie, możliwe jest wykorzystanie tablic rozkładu normalnego do określenia wartości granicznych (progów) dla dyskryminacji wyróżnionych hipotez. Reguła podejmowania decyzji w tym przypadku przedstawia się zatem jako:

"odrzuć H_0 jeżeli $|R_n(k)| > A$ ",

gdzie A oznacza wartość progową odrzucenia hipotezy H_0 . Wartość progowa A określana jest przez projektanta na podstawie maksymalnej dopuszczalnej wartości prawdopodobieństwa fałszywego alarmu α , nazywanego często w literaturze błędem pierwszego rodzaju. Wartość $1-\alpha$ nazywana jest często poziomem ufności testu. Akceptacja hipotezy H_0 następuje wtedy, gdy nie może być ona odrzucona (tzw. dwustanowa reguła decyzyjna). Dalsze szczegóły i aspekty związane ze statystycznymi metodami i algorytmami podejmowania decyzji zostały opisane w rozdziale 5 pracy.

Badania symulacyjne działania opisanego wyżej algorytmu detekcji chwili zwarcia [6] dowodzą jego przydatności jako wydajnej i szybkiej metody określania momentu powstania zaburzenia. Prowadzenie jednoczesnej estymacji w torze prądowym i napięciowym danej fazy stwarza ponadto redundancję informacji i daje dodatkowe zabezpieczenie przed przekłamaniami związanymi z zakłóceniami impulsowymi.

Identyfikacja stanu chronionego obiektu po wykryciu zaburzenia polegać będzie na wyznaczeniu optymalnych estymat napięć i prądów z użyciem algorytmów deterministycznych lub statystycznych i obliczeniu wielkości będących podstawą podejmowania

decyzji przez blok decyzyjny zabezpieczenia. W przypadku zastosowania filtru Kalmana po dokonaniu detekcji zwarcia należy dokonać jego powtórnej inicjalizacji (restartu rekursywnej procedury obliczeniowej).

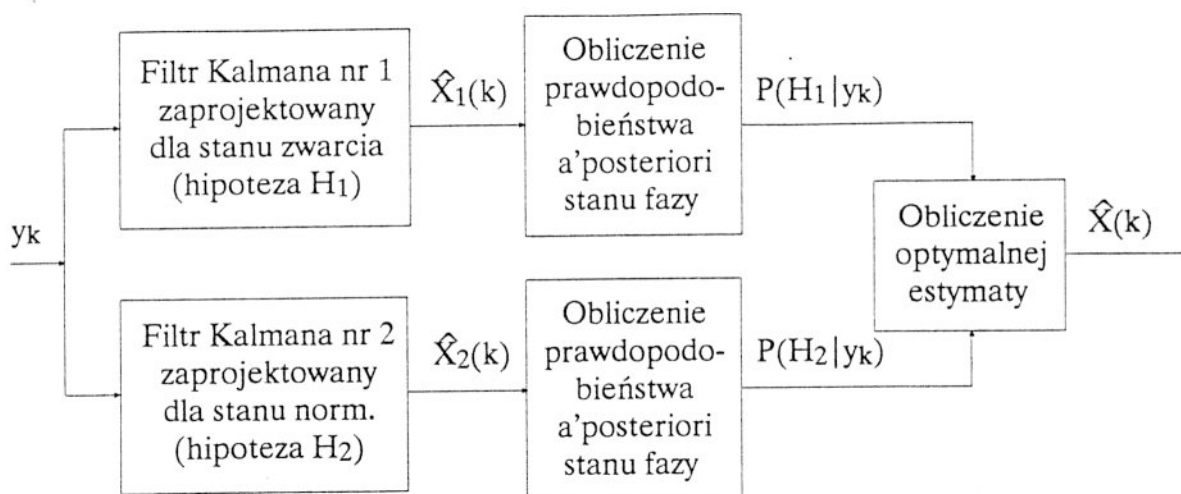
4.1.2. Zastosowanie adaptacyjnego algorytmu filtracji Kalmana do identyfikacji rodzaju zwarcia i estymacji stanu chronionego obiektu.

Zastosowanie statystycznego podejścia do klasyfikacji rodzaju zwarcia jest jak dotąd relatywnie rzadkie we współczesnych zabezpieczeniach elektroenergetycznych. Biorąc pod uwagę losowość rodzaju zwarcia i jego lokalizacji opracowano nową probabilistyczną metodę klasyfikacji rodzaju zwarcia opartą na adaptacyjnym filtrze Kalmana [12]. Metoda ta wykorzystuje fakt, że wariancja zakłócenia sygnału jak również zmiany w amplitudzie oraz początkowa macierz kowariancji stanu są zdecydowanie różne dla sygnałów fazy zwartej i fazy nieuszkodzonej. Proponuje się więc aplikację jednocześnie dwóch filtrów Kalmana do estymacji parametrów sygnału w każdej z faz, przy czym parametry jednego z filtrów dobrane są jak dla fazy uszkodzonej, drugiego zaś - jak dla fazy nieuszkodzonej. Obliczenie prawdopodobieństw a’posteriori stanu danej fazy (na bazie otrzymanych z filtrów estymat sygnałów) pozwala na podjęcie decyzji i w efekcie wyróżnienie faz zwartych i nieuszkodzonych czyli klasyfikację rodzaju zwarcia.

Zakłada się zatem, że dla sygnału mającego podlegać estymacji (napięcia lub prądu) ustalony został model filtracji (macierze $[A]$, $[C]$), a także znane są parametry zakłóceń stanu i procesu oraz estymaty sygnału w chwili $k=0$. Nie wiadomo jednak, czy badana faza jest uszkodzona czy też nie, stan fazy można więc traktować w kategoriach kolejnego parametru losowego. W takim przypadku zaprojektowany filtr powinien mieć własności samouczące, aby mógł dostosować się do bieżącej sytuacji.

Model adaptacyjnego filtru Kalmana zaproponowany tutaj oparty jest na estymatorze Magill’a [5, 27]. W estymatorze tym nieznaną parametr jest dyskretną zmienną losową o skończonej liczbie możliwych realizacji. Ponieważ stan danej fazy jest zmienną losową o dwóch możliwych wartościach, schemat Magill’a doskonale nadaje się do naszej analizy.

Rysunek 4.3 ilustruje zasadę adaptacyjnej klasyfikacji zwarcia i estymacji parametrów sygnału. Próbki estymowanego sygnału y_k dostarczane są do pracujących równolegle filtrów Kalmana, których działalność inicjowana jest po uprzednim stwierdzeniu powstania zaburzenia (np. przez porównanie próbek sygnału bieżącej i sprzed okresu). Wyjścia filtrów stanowią estymaty warunkowe dla stanu zwarcia i pracy normalnej $\hat{X}_1(k)$ i $\hat{X}_2(k)$, na podstawie których obliczane są prawdopodobieństwa a’posteriori stanu fazy



Rys. 4.3. Schemat adaptacyjnej filtracji Kalmana dla potrzeb klasyfikacji rodzaju zwarcia i optymalnej estymacji parametrów sygnałów.

$P(H_1|y_k)$ i $P(H_2|y_k)$ (H_1, H_2 oznaczają hipotezy stanu danej fazy) oraz optymalna estymata $\hat{X}(k)$.

Wskaźnikiem poprawności obliczonych estymat $\hat{X}_1(k)$ i $\hat{X}_2(k)$ może być residuum $R(k)$ równania filtru Kalmana, jako różnica pomiędzy wartością mierzoną i jej estymatą, i jego wariancja $Q_R(k)$ (zależności (4.57), (4.59)). Prawdopodobieństwa a'posteriori uzyskania wartości mierzonej y_k dla danego stanu fazy H_i wyznacza się rekursywnie jako:

$$P(y_k|H_i) = \{ [2\pi Q_R(k)]^{-0.5} \exp [-0.5 \frac{R(k)^2}{Q_R(k)}] \} P(y_{k-1}|H_i); \quad i=1,2 \quad (4.65)$$

przy czym można przyjąć, że $P(y_0|H_1) = P(y_0|H_2) = 0.5$. Zakładając jednakowe prawdopodobieństwa stanu zwarcia i pracy normalnej danej fazy oraz stosując regułę Bayesa wzór na prawdopodobieństwo wystąpienia danego stanu H_1, H_2 będzie miał postać:

$$P(H_i|y_k) = \frac{P(y_k|H_i)}{P(y_k|H_1) + P(y_k|H_2)}; \quad i=1, 2 \quad (4.66)$$

Ponieważ stany H_1, H_2 wzajemnie się uzupełniają, a zatem suma prawdopodobieństw $P(H_1|y_k)$ i $P(H_2|y_k)$ jest równa jedności, w praktyce wystarczy obliczać jedno z nich. Jeżeli badana faza jest uszkodzona, prawdopodobieństwo $P(H_1|y_k)$ będzie dążyć z upływem czasu do jedności, a prawdopodobieństwo $P(H_2|y_k)$ - do zera. Odwrotnie będzie, gdy badana faza nie będzie uszkodzona.

Prawdopodobieństwa $P(H_1|y_k)$ i $P(H_2|y_k)$ mogą posłużyć, w charakterze współczynników wagowych, do wyznaczenia optymalnej estymaty $\hat{X}(k)$ według zależności:

$$\hat{X}(k) = P(H_1|y_k) \hat{X}_1(k) + P(H_2|y_k) \hat{X}_2(k) \quad (4.67)$$

Zaproponowana metoda adaptacyjnej filtracji Kalmana według schematu Magill'a pozwala na szybką i dokładną klasyfikację rodzaju zwarcia, dostarczając jednocześnie optymalnych estymat prądów i napięć fazowych potrzebnych do obliczenia wielkości kryterialnych zabezpieczenia. Klasyfikacja stanu faz układu na bazie sygnałów prądowych i napięciowych stwarza redundancję informacji, pozwalając na bezbłędne określenie rodzaju zwarcia. Przedstawiony algorytm wydaje się skomplikowany obliczeniowo. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że wartości residuów $R(k)$ i ich wariancji $Q_R(k)$ są obliczane na bieżąco w równaniach filtru Kalmana i nie muszą być wyznaczane z odrębnych zależności. Realizacja numeryczna pozostałych zależności nie stwarza już większych trudności. Wątpliwości budzić może ilość filtrów Kalmana (6 dla sygnałów napięciowych i 6 lub 8 dla sygnałów prądowych), które muszą jednocześnie pracować dla implementacji algorytmu we wszystkich fazach. Parametry zakłóceń i macierze filtrów Kalmana przy założeniu odpowiednio uszkodzenia i pracy normalnej są identyczne dla każdej z faz napięcia (także prądu) i mogą być przechowywane pod tymi samymi zmiennymi. W literaturze podano przykład praktycznej implementacji zaproponowanego algorytmu z wykorzystaniem procesora sygnałowego VSP ZORAN [13], uzyskując zadowalające czasy realizacji wymaganych obliczeń przy częstotliwości próbkowania 960 Hz (16 próbek w okresie składowej podstawowej 60 Hz). Uzyskane czasy klasyfikacji rodzaju zwarcia wahały się od 1/8 do 1/4 okresu składowej podstawowej.

5. STATYSTYCZNE PODEJMOWANIE DECYZJI W PRZekaźNIKU ZABEZPIECZENIOWYM

Streszczenie rozdziału

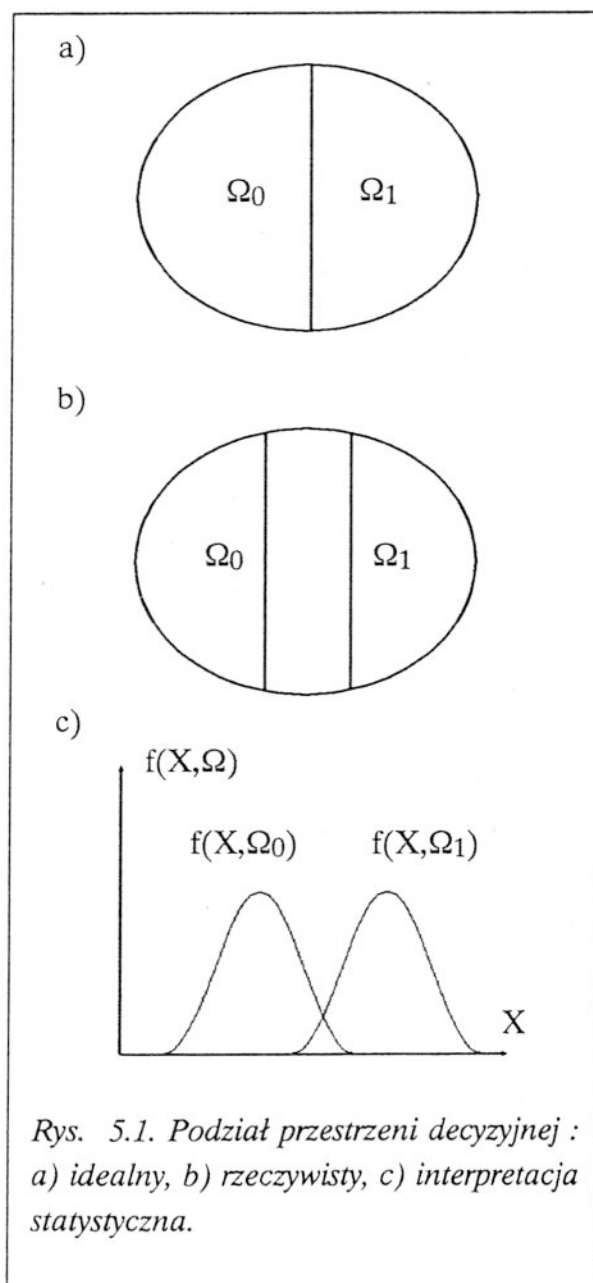
Zaproponowano zastosowanie probabilistycznych metod decyzyjnych w części decyzyjnej cyfrowego przekaźnika zabezpieczeniowego. Przedstawiono ogólny zarys teorii weryfikacji hipotez statystycznych oraz przegląd podstawowych testów. Szczególną uwagę poświęcono metodom opartym na sekwencyjnym teście ilorazu wiarygodności. Przedstawiono istotę metody, oszacowano jej złożoność obliczeniową oraz rozważono możliwość stosowania w czasie rzeczywistym. Jako sprawdzian spełnienia założeń testu zaproponowano funkcje autokorelacji wielkości kryterialnych będących sygnałami wejściowymi algorytmu decyzyjnego. Wprowadzono definicję odległości rozkładów jako miarę chwilowego odseparowania rozkładów dla testowanych hipotez.

5.1. Statystyczne podejście do problemu podejmowania decyzji

Kryteria działania każdego przekaźnika zabezpieczeniowego dzielą przestrzeń decyzyjną Ω na dwa obszary: Ω_0 odpowiadający warunkom pracy normalnej i Ω_1 związane z uszkodzeniem chronionego obiektu. W sytuacji wyidealizowanej zakłada się, że po pierwsze wymiar przestrzeni decyzyjnej Ω jest wystarczający dla podjęcia wiarygodnej decyzji, tzn. iż uwzględniono wszystkie istotne w procesie rozpoznawania stanu chronionego obiektu sygnały decyzyjne; po drugie - przyjmuje się, że przekaźnik zabezpieczeniowy wyposażony został w kryteria bezbłędnie odróżniające stan pracy bezawaryjnej obiektu i uszkodzenia zewnętrzne od awarii wewnętrznej chronionego urządzenia. W takich warunkach proces decyzyjny mający miejsce w przekaźniku zabezpieczeniowym sprowadzałby się do testowania położenia wektora decyzyjnego w obszarze Ω . Sygnał wyłączający chronione urządzenie wysyłany byłby w pierwszej próbie po przekroczeniu przez wektor decyzyjny ustalonej granicy pomiędzy obszarami Ω_0 i Ω_1 z zerowym błędem podjęcia niewłaściwej decyzji.

W rzeczywistości jednak warunki podejmowania decyzji w urządzeniu zabezpieczeniowym odbiegają od powyższego schematu i prawidłowe podjęcie decyzji napotyka często na poważne trudności. Przyczyny takiej sytuacji to: niedoskonałość sformułowanych dotychczas kryteriów działania zabezpieczeń, błędy dynamiczne pomiaru wielkości kryterialnych, uchyby transformacji prądów i napięć przez przekładniki, wymóg podejmowania decyzji w krótkim czasie itp. Tak więc można powiedzieć, że w przestrzeni decyzyjnej istnieją nie dwa ale trzy obszary: obszar, co do którego nie ma wątpliwości,

że w świetle zastosowanych kryteriów i mierzonych wielkości decyzyjnych odpowiada uszkodzeniu wewnętrznemu obiektu; obszar, który z pewnością odpowiada pracy normalnej lub awarii zewnętrznej i wreszcie obszar trzeci, będący obszarem niepewności, w którym wektor decyzyjny może się znaleźć zarówno przy pracy normalnej, jak i awarii zabezpieczanego obiektu.



Statystyczna teoria decyzji interpretuje nakładanie się obszarów odpowiadających dwu różnym klasom zjawisk jako nakładanie się warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego. W myśl statystycznego podejścia do podejmowania decyzji w cyfrowym przekąźniku zabezpieczeniowym zakłada się bowiem [19], iż wielkości kryterialne mają charakter zmiennych losowych i znane są przy tym warunkowe (przy pracy normalnej oraz uszkodzeniu wewnętrznym) rozkłady prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego. Probabilistyczny charakter wektora decyzyjnego wynika m. in. z przypadkowego umiejscowienia zwarcia w chronionym urządzeniu, czy przypadkowych warunków zaburzenia (rezystancja przejścia w miejscu zwarcia, faza napięcia w chwili zwarcia, obciążenie obiektu przed zwarcie, zależne od warunków atmosferycznych rezystancje uziomów etc.).

Ponieważ podstawową cechą właściwie wybranej wielkości decyzyjnej powinna być zdolność rozróżniania sytuacji wymagających wyłączenia od stanu pracy bezawaryjnej, to należy spodziewać się, że rozkłady prawdopodobieństwa dla obu klas zjawisk (praca bezawaryjna lub uszkodzenie

zewnętrzne, uszkodzenie wewnętrzne) będą dostatecznie "odizolowane" od siebie, aby umożliwić ich rozpoznanie (klasyfikację zdarzenia do jednej z klas) z możliwie małym błędem. Różnice pomiędzy rozkładami zależą będą przy tym zarówno od wybranej wielkości kryterialnej, konfiguracji systemu, w którym pracować będzie zabezpieczenie, jak i rodzaju zjawiska podlegającego identyfikacji.

5.2. Hipotezy statystyczne i ich testowanie

5.2.1. Pojęcia podstawowe

Przedmiotem rozważań teorii statystyki matematycznej są metody wnioskowania o rozkładach zmiennych losowych na podstawie zebranych informacji o realizacji tych zmiennych, czyli w oparciu o tak zwaną próbę statystyczną [31]. Wnioskowanie na podstawie próby statystycznej może mieć różny charakter w zależności od zasadniczego celu, jaki został postawiony. Klasyczna teoria statystyki matematycznej zna dwa zasadnicze podejścia do problemu wnioskowania o rozkładach zmiennych losowych: estymację oraz weryfikację hipotez statystycznych. Pierwsze podejście charakteryzuje się tym, że przystępując do wnioskowania nie mamy w zasadzie żadnych z góry przyjętych lub pochodzących spoza pobranej próby wiadomości, które mogłyby wzbogacić i uściślić wnioskowanie. W rezultacie wnioskując o rozkładzie zmiennej lub o wartościach parametrów przyjmujemy jako wynik wnioskowania taki rozkład lub takie wartości parametrów, które wydają się najbardziej prawdopodobne w świetle analizowanej próby statystycznej. Natomiast w przypadku weryfikacji hipotez, statystyk z góry formułuje pewne przypuszczenia (hipotezy) co do postaci rozkładu zmiennych losowych, wartości parametrów rozkładu, niezależności zmiennych etc. i następnie, na podstawie próby statystycznej wnioskuje, czy w świetle zaobserwowanych wyników wysuniętą hipotezę można przyjąć, czy też należy ją odrzucić. Uogólnieniem i połączeniem teorii estymacji i weryfikacji hipotez jest podejście oparte na teorii statystycznych funkcji decyzyjnych A. Walda [44]. Wnioskowanie o rozkładzie zmiennych losowych powiązane jest tu z podejmowaniem praktycznych decyzji (np. gospodarczych), przy czym decyzje te zależą od postaci rozpatrywanego rozkładu. Jeżeli dodatkowo przyjmiemy, że błąd w ocenie rozkładu prowadzi do fałszywej decyzji, która z kolei pociąga za sobą pewną stratę gospodarczą, wówczas podejście zaproponowane przez Walda sprowadza się do postulatu takiego podejmowania decyzji, aby stratę tę zminimalizować.

Kluczowe idee klasycznej teorii weryfikacji hipotez statystycznych zostały sformułowane przez Neymana i Pearsona [44].

Poniżej podano zestaw podstawowych definicji i pojęć związanych z szeroko pojętym problemem weryfikacji hipotez statystycznych [4, 31].

Hipotezą statystyczną nazywać będziemy każde takie przypuszczenie dotyczące rozkładu (lub charakterystyk rozkładu) określonej zmiennej losowej, że o prawdziwości lub fałszywości tego przypuszczenia można wnioskować w oparciu o losowo pobraną próbę realizacji tej zmiennej losowej.

Wnioskowanie o słuszności postawionej hipotezy nazywać będziemy sprawdzeniem hipotezy lub jej weryfikacją, przy czym rząd dokładności tego wnioskowania jest zwykle mierzony prawdopodobieństwem popełnienia błędów.

Hipotezy dotyczące wartości parametrów rozkładu nazywać będziemy hipotezami parametrycznymi, pozostałe zaś - nieparametrycznymi.

Hipoteza statystyczna nazywa się prostą, jeżeli w jednoznaczny sposób określa dystrybucję zmiennej losowej. Hipoteza złożona natomiast nie określa rozkładu w sposób jednoznaczny. Hipotezy nieparametryczne są z natury rzeczy hipotezami złożonymi.

Ponieważ weryfikacja hipotez statystycznych oparta jest na próbie losowej, możliwe jest popełnienie błędów przy decydowaniu o tym, czy hipotezę sprawdzaną należy uznać za prawdziwą, czy za fałszywą. Możliwe jest przy tym popełnienie jednego z dwóch rodzajów błędów, a mianowicie błędu pierwszego rodzaju lub błędu drugiego rodzaju. Oznaczmy symbolem H_0 hipotezę sprawdzaną. Błąd pierwszego rodzaju polega na odrzuceniu hipotezy H_0 , gdy jest ona prawdziwa. Błąd drugiego rodzaju polega na przyjęciu hipotezy H_0 , gdy jest ona fałszywa, a więc gdy prawdziwa jest jakaś inna hipoteza. Hipotezę, którą jesteśmy skłonni przyjąć, jeżeli w świetle wyników próby należy odrzucić hipotezę sprawdzaną, nazwiemy hipotezą alternatywną i oznaczmy przez H_1 . Hipotezy H_0 i H_1 są zatem hipotezami wzajemnie się uzupełniającymi, pokrywając cały obszar możliwych zdarzeń.

Testem statystycznym nazywamy regułę postępowania rozstrzygającą, przy jakich wynikach próby hipotezę sprawdzaną można przyjąć, przy jakich zaś należy ją odrzucić (na korzyść hipotezy alternatywnej).

Wyborowi testu statystycznego dla danych hipotez towarzyszy zawsze określenie dopuszczalnych prawdopodobieństw popełnienia błędów przy wnioskowaniu o słuszności postawionej hipotezy, wybór sprawdzianu hipotezy oraz obszaru krytycznego i obszaru przyjęcia hipotezy H_0 .

Przez sprawdzian hipotezy rozumie się każdą statystykę, której wartość w próbie będzie podstawą do zdecydowania, czy hipotezę H_0 należy odrzucić, czy też nie ma ku temu dostatecznych podstaw. Obszarem krytycznym testu nazywamy zaś taki zbiór W możliwych wartości wybranego sprawdzianu Q , że zaobserwowanie w próbie wartości sprawdzianu należącej do W powodować będzie odrzucenie hipotezy H_0 . W przypadku znajomości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju α i β obszar W powinien być tak zbudowany, aby spełnione były dwie następujące relacje

$$P \{ Q \in W / H_0 \} = \alpha \quad (5.1)$$

$$P \{ Q \in W/H_1 \} = 1 - \beta \quad (5.2)$$

Wyrażenie $1-\beta$ nazywa się mocą lub funkcją mocy testu.

5.2.2. Określenie dopuszczalnych prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju

Jeżeli możliwe jest określenie (oszacowanie) strat, jakie wynikną z popełnienia błędu pierwszego lub drugiego rodzaju, wówczas można wyznaczyć prawdopodobieństwa α i β w oparciu o kryteria ekonomiczne [31]. Niech mianowicie C_1 oznacza stratę, jaka wyniknie z odrzucenia hipotezy H_0 , gdy jest ona prawdziwa i niech C_2 będzie stratą, jaka wystąpi w przypadku przyjęcia hipotezy H_0 , gdy w rzeczywistości prawdziwa jest hipoteza H_1 . Przez $n(\alpha, \beta)$ oznaczać będziemy funkcję przyporządkowującą założonym prawdopodobieństwom błędów pierwszego i drugiego rodzaju niezbędną wielkość próby. Ponieważ pobranie próby losowej pociąga za sobą pewne koszty, przeto przez K_n oznaczać będziemy koszty pobrania próby złożonej z n obserwacji. W pierwszym przybliżeniu można przyjąć, że

$$K_n = \gamma_0 + \gamma_1 n(\alpha, \beta) \quad (5.3)$$

Poniesienie straty C_1 (a także C_2) jest zdarzeniem losowym. Rozsądniej więc będzie rozpatrywać wartości oczekiwane strat i kosztów związanych z weryfikacją hipotezy. Jeżeli hipoteza H_0 jest prawdziwa, to oczekiwana strata jest równa

$$E(C/H_0) = 0(1 - \alpha) + C_1 \alpha = C_1 \alpha \quad (5.4)$$

Stąd oczekiwany koszt związany z weryfikacją hipotezy H_0 , gdy jest ona prawdziwa, jest równy

$$E(K/H_0) = C_1 \alpha + K_n = C_1 \alpha + \gamma_0 + \gamma_1 n(\alpha, \beta) \quad (5.5)$$

Podobnie oczekiwany koszt związany z weryfikacją hipotezy H_0 , gdy prawdziwa jest jej alternatywa, jest dany wzorem

$$E(K/H_1) = C_2 \beta + K_n = C_2 \beta + \gamma_0 + \gamma_1 n(\alpha, \beta) \quad (5.6)$$

Za optymalne wartości α i β można teraz przyjąć takie, które minimalizują jeden z powyższych kosztów. Niekiedy funkcją, którą minimalizuje się ze względu na α i β , może być średnia ważona kosztów (5.5) i (5.6):

$$E(K/H_1) = \delta [C_1 \alpha + \gamma_0 + \gamma_1 n(\alpha, \beta)] + (1 - \delta) [C_2 \beta + \gamma_0 + \gamma_1 n(\alpha, \beta)] \quad (5.7)$$

przy czym $0 < \delta < 1$. Wielkość δ traktuje się często jako prawdopodobieństwo a priori tego, że hipoteza H_0 będzie prawdziwa. Wyrażenie $1-\delta$ jest wobec tego prawdopodobieństwem a priori tego, że prawdziwa będzie hipoteza alternatywna.

Jeżeli z pewnych względów określenie strat, które mogą wyniknąć na skutek podjęcia nieprawidłowej decyzji, nie jest możliwe, doboru dopuszczalnych prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju α i β dokonuje się w ten sposób, że zakłada się ich wartości na poziomie wymaganej dokładności podejmowania decyzji. Ewentualnego ich zróżnicowania dokonuje się na podstawie doświadczenia bądź intuicji co do prawdopodobnych skutków błędnej weryfikacji hipotezy podstawowej względem jej alternatywy.

5.2.3. Budowa obszaru krytycznego i określenie niezbędnej długości próby

Z relacji (5.1), (5.2) wynika, że obszar krytyczny testu powinien być zbudowany w ten sposób, aby prawdopodobieństwo wpadnięcia sprawdzianu do obszaru krytycznego było równe założonemu poziomowi istotności α , gdy prawdziwa jest hipoteza H_0 , oraz aby prawdopodobieństwo wpadnięcia sprawdzianu do W było dostatecznie duże, gdy prawdziwa jest hipoteza alternatywna H_1 (zdarzenie to oznacza nie popełnienie w tych warunkach błędu drugiego rodzaju). Rozwiązując układ równań (5.1), (5.2) (przy znanej postaci rozkładu sprawdzianu Q) można wyznaczyć niezbędną liczbę obserwacji n oraz liczbę (liczby) wyznaczającą obszar krytyczny W .

Zaletą statystycznej teorii weryfikacji hipotez statystycznych jest to, że dla wyróżnionych hipotez H_0 i H_1 można obliczyć, jak duża powinna być próba, aby prawdopodobieństwa błędów pierwszego i drugiego rodzaju nie przekraczały z góry zadanego poziomu. Dzięki temu istnieje możliwość sprowadzenia ryzyka podjęcia fałszywej decyzji do dowolnie małych rozmiarów.

Efektywne rozwiązanie układu równań (5.1), (5.2) nie jest zazwyczaj łatwe. Jednym z wyjątków jest przypadek, gdy hipotezy H_0 i H_1 dotyczą wartości parametru μ w rozkładzie normalnym i gdy znana jest wartość odchylenia standardowego σ . Załóżmy mianowicie, że jest $H_0: \mu = \mu_0$ wobec alternatywy $H_0: \mu = \mu_1$, przy czym $\mu_1 > \mu_0$, tak że najlepszym obszarem krytycznym jest obszar prawostronny zawierający wszystkie wartości $\bar{X}$ większe od pewnej liczby A . Równania (5.1) i (5.2) przybierają teraz postać

$$P \{ \bar{X} = A/\mu_0 \} = \alpha \quad (5.8)$$

$$P \{ \bar{X} = A/\mu_1 \} = 1 - \beta \quad (5.9)$$

Standaryzując zmienną $\bar{X}$ każdorazowo odpowiednio do przyjętego założenia o prawdziwej wartości parametru μ , dostajemy

$$P \left\{ \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \geq \frac{A - \mu_0}{\sigma} = z_{1-\alpha} \right\} = \alpha \quad (5.10)$$

$$P \left\{ \frac{\bar{X} - \mu_1}{\sigma} \sqrt{n} \geq \frac{A - \mu_1}{\sigma} = z_\beta \right\} = \beta \quad (5.11)$$

przy czym $z_{1-\alpha}$ oraz z_β są takimi wartościami odczytanymi z tablic dystrybucyj $N(0,1)$, że $F(z_{1-\alpha}) = 1-\alpha$ oraz $F(z_\beta) = \beta$. Z układu (5.10), (5.11) otrzymujemy dwa równania, których rozwiązanie daje nam poszukiwane wartości n oraz A . Pomijając przekształcenia otrzymujemy ostatecznie wyniki

$$A = \frac{z_{1-\alpha} \mu_1 - z_\beta \mu_0}{z_{1-\alpha} - z_\beta} \quad (5.12)$$

$$n = \frac{(z_{1-\alpha} - z_\beta)^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2} \sigma^2 \quad (5.13)$$

Jeżeli na przykład $\mu_0 = 5.0$, $\mu_1 = 10$, $\sigma = 4.0$ oraz założono dopuszczalne wartości błędów pierwszego i drugiego rodzaju $\alpha = \beta = 0.05$, otrzymujemy: $A = 7.5$, $n = \text{ok } 7$. Otrzymane wyniki wskazują więc na to, że należy wziąć do próby siedem niezależnych obserwacji, a obszar krytyczny wyznaczony jest przez nierówność $\bar{X} \geq 7.5$. Przykład ten jest oczywiście trywialny, gdyż nawet intuicyjnie widać, że dla dwóch rozkładów o tej samej wariancji oraz przy $\alpha = \beta$ wartość A musi wypaść pośrodku między wartościami średnimi. Ilustruje on jednak w pewnym sensie zastosowanie wzorów (5.12) i (5.13).

Z wyjątkiem niektórych szczególnych przypadków, obliczenia niezbędnej wielkości n są jednak tak żmudne, że w praktyce obiera się drogę postępowania, przy której kontrolowany jest jedynie poziom prawdopodobieństwa błędu pierwszego rodzaju. Możliwe jest również dynamiczne potraktowanie problemu wielkości próby losowej i zastosowanie jednej z metod testowania sekwencyjnego, przy założeniu minimalizacji liczby obserwacji koniecznych do podjęcia wiarygodnej decyzji przy określonych poziomach błędów pierwszego i drugiego rodzaju.

5.2.4. Test ilorazu wiarygodności i jego odpowiedniki w dużych próbach

Podjęcie decyzji minimalizujących wartości błędów pierwszego i drugiego rodzaju może odbywać się przy zastosowaniu testu ilorazu wiarygodności [31, 44].

Z podstawowego lematu Neymana-Pearsona o testach najmocniejszych [44] wynika, że weryfikując hipotezę H_0 względem jej alternatywy H_1 , obszar krytyczny testu można zbudować porządkując punkty przestrzeni próbek według wartości ilorazu $p_1(x)/p_0(x)$. Każdy punkt x , dla którego ten iloraz jest duży, sugeruje, że prawdziwa jest raczej hipoteza H_1 niż H_0 . Ponieważ zbudowany obszar krytyczny powinien zawierać elementy wskazujące na Θ_1 jako na prawdziwą wartość parametru rozkładu (hipoteza H_1), wydaje się sensowne włączenie do tego zbioru wszystkich tych punktów x , dla których iloraz $p_1(x)/p_0(x)$ ma dużą wartość; innymi słowy, obszar krytyczny testu powinien mieć postać $\{x: p_1(x)/p_0(x) \geq k\}$. Szukaną wartość ilorazu k należy wybrać tak, jeżeli jest to możliwe, aby spełniona została zależność

$$P_{H_0} \{ x: \frac{p_1(x)}{p_0(x)} \geq k \} = \alpha \quad (5.14)$$

W przypadku gdy P_{H_0} i P_{H_1} są rozkładami dyskretnymi, równanie to może mieć rozwiązania tylko dla pewnych szczególnych wartości α . Może się zdarzyć, że nie można w ten sposób zbudować najmocniejszego testu dla weryfikacji hipotezy H_0 przeciwko H_1 . Istnieją dwa sposoby pokonania tej trudności; jeden z nich jest związany z praktycznymi zastosowaniami, drugi raczej z elegancją teorii.

"Matematyczna" metoda przezwyciężenia trudności spowodowanych ewentualną nieciągłością rozkładów prawdopodobieństwa pojawiających się w rozważanym problemie polega na dopuszczeniu "randomizacji" testu [44]. Metodyka postępowania w takich przypadkach nie będzie tu szczegółowo omawiana. Otrzymuje się wówczas ogólniejszą klasę testów, do której stosuje się również kryterium optymalności Neymana-Pearsona. Optymalnym testem jest wtedy tzw. zrandomizowany test oparty na ilorazie wiarygodności.

W praktycznych zastosowaniach, jeżeli nie jesteśmy w stanie zbudować testu o rozmiarze równym dokładnie α , budujemy po prostu test (oparty na ilorazie wiarygodności) na poziomie istotności α i o rozmiarze możliwie bliskim α .

W przypadku, gdy rozważane hipotezy statystyczne są hipotezami nieparametrycznymi (a więc złożonymi), testy oparte na ilorazie wiarygodności są w zasadzie jedynymi, jakie mogą być brane pod uwagę w praktycznych zastosowaniach. Testy te są zawsze zgodne i asymptotycznie mają największą moc [44]. Wynik pojedynczej realizacji próby statystycznej (ciąg wartości zmiennej losowej o długości n), zależny od wartości nieznanego bądź nieznanymi parametrów Θ , może być zakwalifikowany do podobszaru Ω_0 (odpowiadającego spełnieniu hipotezy H_0) zbioru wszystkich możliwych realizacji procesu Ω , jeżeli nie należy on do obszaru krytycznego testu o postaci

$$\{ x: \lambda(x) \geq k \} \quad (5.15)$$

gdzie

$$\lambda(x) = \frac{\sup_{\theta \in \Omega - \Omega_0} p(x, \theta)}{\sup_{\theta \in \Omega_0} p(x, \theta)} \quad (5.16)$$

a k wyznaczone jest z warunku

$$\sup_{\theta \in \Omega_0} P_{\theta} \{ x: \lambda(x) > k \} = \alpha \quad (5.17)$$

Wielkość $\lambda(x)$ jest dość skomplikowaną funkcją obserwowanych w procesie zmiennych losowych i wyznaczenie jej rozkładu prawdopodobieństwa napotyka zwykle na trudności. Jeżeli długość próby n jest duża, możemy skorzystać z odpowiednich wyników teorii dużych próbek i w ten sposób otrzymać dobre oszacowanie potrzebnej wielkości k w zależności od założonej wielkości α .

Przy odpowiednich warunkach regularności, zmienna losowa $2 \log \lambda$ ma, dla każdego Θ należącego do Ω_0 , w przybliżeniu rozkład χ^2 o r stopniach swobody (r jest liczbą ograniczeń na parametr Θ potrzebnych do wyspecyfikowania hipotezy H_0). Obszarem krytycznym takiego testu jest wówczas zbiór

$$\{ x: \chi^2 \geq k \} \quad (5.18)$$

W przypadku gdy wyznaczenie warunkowych estymatorów największej wiarygodności dla danej hipotezy wymagałoby dużo pracy, konkurencyjny do powyższego jest tzw. test W oparty na estymatorach bezwarunkowych. W dużych próbach test ten jest równoważny testowi opartemu na ilorazie wiarygodności.

5.2.5. Sekwencyjny test ilorazu wiarygodności

Metody weryfikacji hipotez, przedstawione w p. 5.2.1 do 5.2.4, umożliwiają udzielenie odpowiedzi na pytanie: "Czy mamy dostateczne dowody tego, że dana hipoteza (H_0) jest fałszywa?". Jeżeli moc zastosowanego testu jest mała, może się zdarzyć, że z pozytywnej odpowiedzi na powyższe pytanie nie wynika jednoznacznie, że prawdziwa jest hipoteza alternatywna. W pewnych sytuacjach chcielibyśmy jednak podjąć definitywną decyzję, która hipoteza jest prawdziwa, co można interpretować jako chęć wyznaczenia zarówno dolnej granicy dla mocy testu jak i jego rozmiaru, to znaczy jako chęć jednoczesnego ograniczenia prawdopodobieństw błędów obu rodzajów. Plan ekspery-

mentu oraz długość próby n powinniśmy wtedy wybrać tak, aby zapewnić uzyskanie ilości informacji dostatecznej dla realizacji tego żądania.

Rozważany problem można rozwiązać w następujący sposób. Dla każdej liczby n prób możemy obliczyć moc najmocniejszego testu na poziomie istotności α , służącego do weryfikacji hipotezy H_0 przy hipotezie alternatywnej H_1 . Moc testu będzie oczywiście wzrastała wraz z liczbą n . Za liczbę prób, które trzeba będzie przeprowadzić, wybiera się wówczas najmniejsze n , dla którego moc testu jest równa bądź większa od $1 - \beta$. Taki plan postępowania zapewni żadaną wielkość prawdopodobieństw obu błędów.

Jeżeli można dokonywać obserwacji kolejno jedna po drugiej, bardziej naturalnym sposobem przeprowadzenia procesu decyzyjnego byłoby bieżące (po każdej obserwacji) sprawdzanie, czy uzyskana już informacja jest wystarczająca do wyboru jednej z dwóch rozważanych hipotez. Jeżeli tak będzie, możemy podjąć decyzję bez dalszych prób; jeżeli nie - wykonujemy kolejną obserwację i postępujemy według tego samego schematu. Bez formalnej analizy może być jednak trudno ocenić, czy ilość informacji jest już odpowiednia do podjęcia decyzji. Pomocna staje się tu teoria sekwencyjnej weryfikacji hipotez A. Walda [31].

Podstawową cechą odmienną od teorii Neymana-Pearsona procedury sekwencyjnej jest zastąpienie założenia, że wielkość próby n jest z góry ustalona, rozwiązaniem bardziej elastycznym, że n jest wielkością losową, zależną od zaobserwowanych w próbie wyników. Rozwiązanie to jest znacznie praktyczniejsze z punktu widzenia elektroenergetycznej automatyki zabezpieczeniowej, gdyż z jednej strony informacje (próbki wielkości kryterialnych) dostarczane są do urządzeń zabezpieczeniowych w sposób sekwencyjny, z drugiej zaś - wiarygodną decyzję co do stanu chronionego obiektu chcielibyśmy podjąć tak szybko, jak to tylko możliwe. Zastosowanie procedury decyzyjnej o ustalonym n można porównać do filtracji przy oknie czasowym o stałej długości, podczas gdy niektóre przebiegi wielkości kryterialnych pochodzące od zaburzeń o charakterze wyraźnie różnym od stanu pracy normalnej, mogą zostać sklasyfikowane w czasie znacznie krótszym przy użyciu testu sekwencyjnego.

Umieszczenie każdej kolejnej otrzymanej w teście sekwencyjnym próbki (obserwacji wielkości kryterialnej) w przestrzeni decyzyjnej powoduje przyjęcie jednej z trzech wzajemnie wyłączających się decyzji: 1) przyjąć hipotezę H_0 , 2) odrzucić hipotezę H_0 i przyjąć hipotezę alternatywną H_1 , 3) odłożyć decyzję do uzyskania kolejnej obserwacji, co oznacza kontynuację testu.

Stosowanie sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności [43, 44, 50] oparte jest na dwóch fundamentalnych założeniach:

- losowe wielkości decyzyjne są w dwóch różnych chwilach czasu stochastycznie niezależne,
- znane są warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla obu hipotez.

Procedura sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności przy zastosowaniu sprawdzianu Q_k może być zapisana następująco [19, 44]:

$$\text{Jeżeli } \begin{cases} Q_k \geq A \\ A > Q_k > B \\ Q_k \leq B \end{cases} \text{ to } \begin{cases} \text{przerwij testowanie i zaakceptuj hipotezę } H_1 \\ \text{kontynuuj pobieranie próbek} \\ \text{przerwij testowanie i zaakceptuj hipotezę } H_0 \end{cases} \quad (5.19)$$

Sprawdzian Q_k jest stosunkiem wiarygodności otrzymanej próby w danej chwili czasu obliczonej przy założeniu prawdziwości hipotezy H_1 oraz wiarygodności obliczonej przy założeniu, że prawdziwa jest hipoteza H_0

$$Q_k = \frac{L(X_k, \Theta_1)}{L(X_k, \Theta_0)} \quad (5.20)$$

gdzie $L(X_k, \Theta_i)$ jest funkcją wiarygodności próby zdefiniowaną wzorem (5.21).

Z definicji funkcji wiarygodności (łącznie prawdopodobieństwo próby losowej ze względu na nieznaną wartość parametru Θ , od którego zależy postać rozkładu zmiennej losowej X) nie wynika, że kolejne obserwacje wielkości kryterialnej muszą być niezależne. Realizacja obliczania wiarygodności próby na podstawie rozkładów warunkowych byłaby jednak zadaniem bardzo trudnym i czasochłonnym, co przy konieczności pracy w czasie rzeczywistym równałoby się przekreśleniem zalet metody. W praktycznych zastosowaniach należy więc wybierać takie sygnały decyzyjne, których funkcja autokorelacji jest zbliżona do delty Diraca, co oznacza niezależność kolejnych obserwacji.

Przy założeniu niezależności kolejnych próbek sygnału decyzyjnego funkcja wiarygodności próby dla danego momentu czasowego k może być obliczona jako

$$L(X, \Theta) = \prod_{i=1}^k f_i(x_i, \Theta) \quad (5.21)$$

gdzie $f_i(x_i, \Theta)$ jest rozkładem prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego X dla danej hipotezy w chwili i (postać tego rozkładu jest zależna od wartości wektora parametrów Θ dla tej hipotezy).

Wartość sprawdzianu Q może być wtedy wyznaczona rekursywnie z zależności

$$Q_1 = 1 \quad (5.22)$$

$$Q_k = Q_{k-1} \frac{f_k(x_k, \Theta_1)}{f_k(x_k, \Theta_0)}$$

Opisana procedura minimalizuje wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju [31, 43]. Wartości stałych A i B ustalane są na podstawie dopuszczalnych wartości prawdopodobieństw błędów α i β :

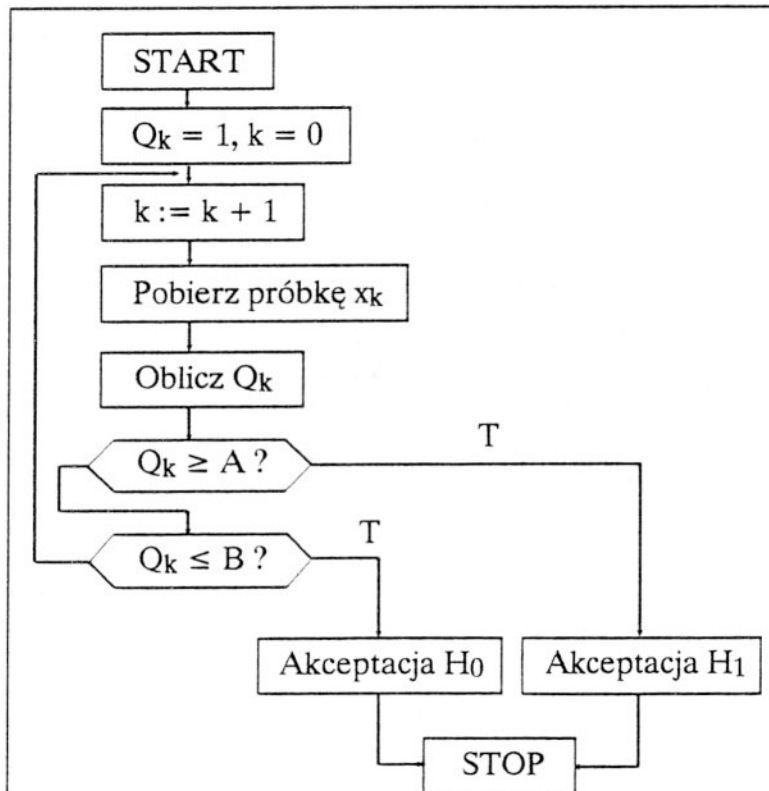
$$A = \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (5.23)$$

$$B = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (5.24)$$

W literaturze [7, 31] spotyka się również logarytmiczną postać procedury testu. Zależność (5.22) przybiera postać

$$\ln Q_1 = 0 \quad (5.25)$$

$$\ln Q_k = \ln Q_{k-1} + \ln f_k(x_k, \Theta_1) - \ln f_k(x_k, \Theta_0)$$



Rys. 5.2. Przebieg procesu podejmowania decyzji wg procedury sekwencyjnej.

a odpowiednimi wartościami progowymi są wówczas

$$A_\Delta = \ln \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (5.26)$$

$$B_\Delta = \ln \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (5.27)$$

Schemat blokowy procesu podejmowania decyzji wg przedstawionej metody zamieszczono na rys. 5.2.

Na gruncie waldowskiej teorii testów sekwencyjnych pojawiają się dwa zasadnicze problemy. Po pierwsze, konieczne jest rozstrzygnięcie kwestii, czy postępowanie sekwencyjne jest skończone (zbieżne), czy też może trwać nieskończenie długo. Po drugie, powstaje zagadnienie obliczenia przeciętnej liczby obserwacji nie-

zbędnych do podjęcia ostatecznej decyzji. Przytoczyć warto tu dwa twierdzenia, które oba te zagadnienia rozwiązują [31].

1.) Jeżeli zmienna losowa

$$Z = \log \frac{f(x, H_1)}{f(x, H_0)} \quad (5.28)$$

posiada dodatnią wariancję, to prawdopodobieństwo tego, że postępowanie sekwencyjne zakończy się po skończonej liczbie etapów, jest równe jedności.

Ponieważ wariancja zmiennej losowej Z (zależność (5.28)) może być ujemna tylko dla wartości zmiennej Z w zbiorze liczb zespolonych, zaś dla liczb rzeczywistych jest z definicji dodatnia, przeto można być pewnym, że procedura sekwencyjna zakończy się po skończonej liczbie kroków. Czas uzyskania decyzji zależy przy tym od wielu czynników związanych z postacią warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa dla rozważanych hipotez, bieżącym ciągiem próbek wielkości kryterialnej itd.

2.) Jeżeli Θ jest prawdziwym wektorem parametrów rozkładu obserwowanej zmiennej losowej X , to oczekiwana liczba obserwacji niezbędnych w postępowaniu sekwencyjnym do podjęcia jednej z dwóch decyzji (przyjąć H_0 , przyjąć H_1), jest równa

$$E(n/\Theta) = \frac{C(\Theta) \log B + [1 - C(\Theta)] \log A}{E(Z/\Theta)}, \text{ gdy } E(Z/\Theta) \neq 0 \quad (5.29)$$

oraz

$$E(n/\Theta) = \frac{\log A \log B}{E(Z^2/\Theta)}, \text{ gdy } E(Z/\Theta) = 0 \quad (5.30)$$

przy czym $C(\Theta)$ jest funkcją operacyjno-charakterystyczną testu sekwencyjnego, czyli prawdopodobieństwem przyjęcia hipotezy H_0 , gdy Θ jest prawdziwym wektorem parametrów rozkładu zmiennej losowej X .

5.2.6. Test kwadratowy

Jeżeli znana jest analityczna postać dynamicznych rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla weryfikowanych hipotez i rozkłady te są rozkładami normalnymi, to procedurą sekwencyjną minimalizującą wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju może być test kwadratowy [50].

Niech w k -tej chwili czasowej po zaistnieniu zakłócenia rozkład zmiennej decyzyjnej będzie rozkładem normalnym o średniej $m_0^{(k)}$ dla hipotezy H_0 i $m_1^{(k)}$ dla hipotezy H_1 oraz o wariancji $\delta_0^{(k)}$ i $\delta_1^{(k)}$ odpowiednio dla hipotezy H_0 i H_1 . Z k próbek sygnału decyzyjnego może zostać ułożony wektor

$$X_k = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T \quad (5.31)$$

Parametry rozkładów tworzą z kolei macierze:

wartości średnich

$$m_0 = \begin{bmatrix} m_0^{(1)} & & & \\ & m_0^{(2)} & & 0 \\ & & \dots & \\ & 0 & & \dots \\ & & & & m_0^{(k)} \end{bmatrix} \quad m_1 = \begin{bmatrix} m_1^{(1)} & & & \\ & m_1^{(2)} & & 0 \\ & & \dots & \\ & 0 & & \dots \\ & & & & m_1^{(k)} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

oraz kowariancji

$$K_0 = \begin{bmatrix} \delta_0^{(1)} & & & \\ & \delta_0^{(2)} & & 0 \\ & & \dots & \\ & 0 & & \dots \\ & & & & \delta_0^{(k)} \end{bmatrix} \quad K_1 = \begin{bmatrix} \delta_1^{(1)} & & & \\ & \delta_1^{(2)} & & 0 \\ & & \dots & \\ & 0 & & \dots \\ & & & & \delta_1^{(k)} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Wymiar wektora X i macierzy m_0 , m_1 , K_0 i K_1 zwiększa się oczywiście o jeden wraz z pobraniem kolejnej próbki sygnału decyzyjnego (dokonaniem kolejnej obserwacji). Jeżeli teraz oznaczmy [50]:

$$A = K_0^{-1} - K_1^{-1} \quad (5.34)$$

$$b = 2 (K_0^{-1} m_0 - K_1^{-1} m_1) \quad (5.35)$$

$$c = m_1^T K_1^{-1} m_1 - m_0^T K_0^{-1} m_0 + \ln \frac{|K_1|}{|K_0|} \quad (5.36)$$

to możemy zapisać:

$$\ln Q_k = X_k^T A X_k + b^T X_k + c \quad (5.37)$$

Stosowna reguła decyzyjna przedstawia się zaś następująco:

$$\text{Jeżeli } \left\{ \begin{array}{l} \ln Q_k \leq -2 A_\Delta \\ -2 A_\Delta < \ln Q_k < -2 B_\Delta \\ \ln Q_k \geq -2 B_\Delta \end{array} \right\} \text{ to } \left\{ \begin{array}{l} \text{przerwij testowanie i} \\ \text{zaakceptuj hipotezę } H_1 \\ \text{kontynuuj pobieranie próbek} \\ \text{przerwij testowanie i} \\ \text{zaakceptuj hipotezę } H_0 \end{array} \right\} \quad (5.38)$$

gdzie: A_Δ , B_Δ - wartości progowe określone wzorami (5.26), (5.27) zależne od dopuszczalnych wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju.

Diagonalna postać macierzy kowariancji i macierzy wartości średnich pozwala na prostszy zapis równania (5.37), a mianowicie:

$$\begin{aligned} \ln Q_k = & \sum_{n=1}^k \left[x_n^2 \left(\frac{1}{\delta_1^{(n)2}} - \frac{1}{\delta_0^{(n)2}} \right) \right] + 2 \sum_{n=1}^k \left[x_n \left(\frac{m_0^{(n)}}{\delta_0^{(n)2}} - \frac{m_1^{(n)}}{\delta_1^{(n)2}} \right) \right] + \\ & + \sum_{n=1}^k \left[\left(\frac{m_1^{(n)}}{\delta_1^{(n)}} \right)^2 - \left(\frac{m_0^{(n)}}{\delta_0^{(n)}} \right)^2 + 2 \ln \delta_1^{(n)} - 2 \ln \delta_0^{(n)} \right] \end{aligned} \quad (5.39)$$

Zależność powyższa może być również przepisana w formie rekurencyjnej:

$$\ln Q_k = \ln Q_{k-1} + a_k x_k^2 + b_k x_k + c_k \quad (5.40)$$

gdzie: a_k , b_k , c_k - elementy tablic przechowywane w pamięci przełącznika cyfrowego, przy czym:

$$a_k = \frac{1}{\delta_1^{(k)2}} - \frac{1}{\delta_0^{(k)2}} \quad (5.41)$$

$$b_k = \frac{m_0^{(k)}}{\delta_0^{(k)2}} - \frac{m_1^{(k)}}{\delta_1^{(k)2}} \quad (5.42)$$

$$c_k = \left(\frac{m_1^{(k)}}{\delta_1^{(k)}} \right)^2 - \left(\frac{m_0^{(k)}}{\delta_0^{(k)}} \right)^2 + 2 \ln \delta_1^{(k)} - 2 \ln \delta_0^{(k)} \quad (5.43)$$

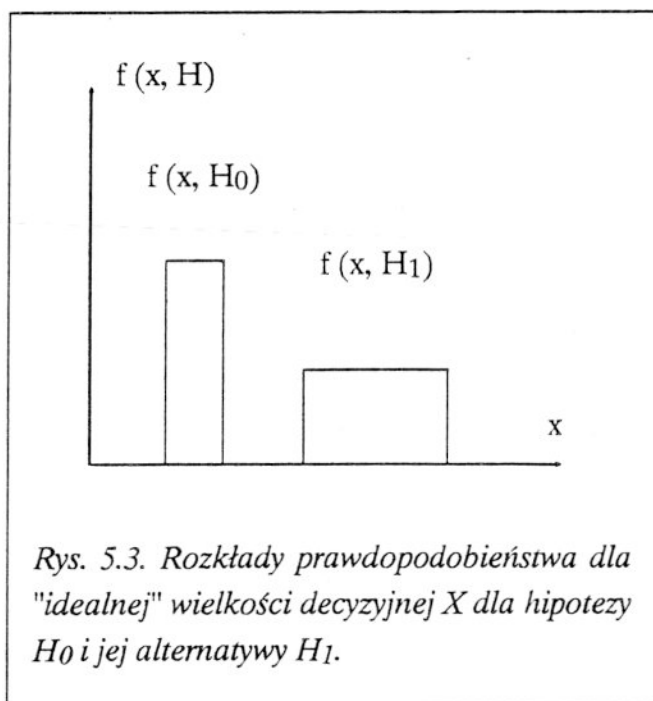
Jak wykazały badania, postać rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego nie jest z reguły normalna. Bardzo często rozkłady te są odmianami rozkładu beta, a czasem wręcz (np. gdy wielkością decyzyjną jest impedancja bądź jej składowe) nie poddają się wogóle opisowi analitycznemu, mając charakter dwuczęściowy (ujemne i

dodatnie wartości składowych impedancji tak w pracy normalnej jak i w stanie przejściowym podczas wystąpienia zwarcia). W takiej sytuacji test kwadratowy może mieć zastosowanie jedynie w niewielu przypadkach. Możliwe jest naturalnie przybliżenie prawdziwego rozkładu prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego rozkładem normalnym, trzeba sobie jednak wówczas zdawać sprawę z nieoptymalności tak skonstruowanego testu.

5.3. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego

Dynamiczne rozkłady prawdopodobieństwa wielkości (sygnałów) decyzyjnych dla rozważanych hipotez ulegają rozsunięciu w miarę trwania stanu przejściowego, przy czym jako stan przejściowy należy rozumieć zarówno zjawiska zachodzące w systemie podczas początkowej fazy trwania zaburzenia do momentu ustalenia się wielkości zwarciovych, jak też charakterystyczną dla elementów toru pomiarowego (przekładniki, filtry analogowe, próbkowanie, filtracja cyfrowa, algorytmy pomiarowe) inercję w przetwarzaniu sygnałów. Wzrost odseparowania rozkładów (osiągający nasycenie po ustaniu stanu przejściowego) oznacza dostarczenie coraz większej ilości informacji o klasyfikowanych procesach (weryfikowanych hipotezach) do członu decyzyjnego zabezpieczenia. Wielkość odseparowania (odległości) rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnej w stanie ustalonym, jak również szybkość zmian tego odseparowania (będąca odzwierciedleniem przyrostu ilości informacji o weryfikowanych hipotezach) może być miernikiem przydatności (jakości) danej wielkości decyzyjnej w procesie generacji decyzji co do stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu. Idealną z punktu widzenia statystycznej teorii podejmowania decyzji

wielkością kryterialną byłaby taka, której rozkłady prawdopodobieństwa dla weryfikowanych hipotez byłyby w stanie ustalonym całkowicie odseparowane od siebie (tak jak to pokazano na rysunku 5.3), a stan przejściowy dochodzenia rozkładów do stanu ustalonego trwałby możliwie jak najkrócej.



Podjęcie decyzji z pomocą wielkości kryterialnej X o takich właściwościach zapewniałoby oczywiście 100 %-ową pewność klasyfikacji stanu chronionego urządzenia, a więc zniwelowanie do zera prawdopodobieństw popełnienia błędów pierwszego i dru-

giego rodzaju α i β . Oznaczałoby to zerowe prawdopodobieństwo wystąpienia decyzji zbędnych i brakujących.

Zadaniem szczególnej wagi jest w świetle powyższych rozważań dobór takiej (takich) wielkości decyzyjnej, która dla danego fragmentu systemu elektroenergetycznego (miejsca zainstalowania zabezpieczenia) oraz weryfikowanych hipotez (wyróżnionych do klasyfikacji stanów pracy chronionego obiektu) charakteryzować się będzie maksymalnym odseparowaniem rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla hipotezy H_0 i jej alternatywy H_1 .

Miarą wzajemnego odseparowania rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego może być odległość rozkładów Δ zdefiniowana jako [31]:

$$\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} [f(x, H_0) - f(x, H_1)]^2 dx \quad (5.44)$$

gdzie $f(x, H_0)$ i $f(x, H_1)$ są funkcjami gęstości rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej X dla weryfikowanych hipotez.

W przypadku rozkładów dyskretnych odległość Δ będzie określona jako:

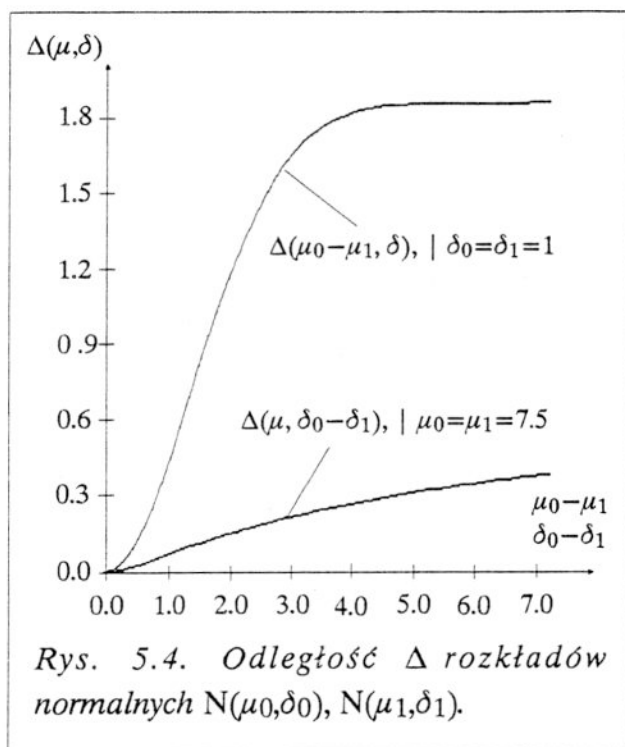
$$\Delta = \sum_{p=1}^G [f(x_p, H_0) - f(x_p, H_1)]^2 \quad (5.45)$$

przy czym G oznacza tu całkowitą ilość przedziałów, na które podzielony został obszar zmienności skokowej zmiennej losowej X , a $f(x_p, H_i)$ jest wartością prawdopodobieństwa tego, że zmienna losowa X przybierze wartość należącą do przedziału p rozkładu dla danej hipotezy.

W przypadku, gdy warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej dla wyróżnionych hipotez są rozkładami normalnymi o średnich μ_0 i μ_1 oraz wariancjach odpowiednio δ_0 i δ_1 , odległość między nimi, zgodnie z definicją (5.44), wynosi

$$\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\delta_0}} e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\delta_0}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta_1}} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\delta_1}} \right]^2 dx \quad (5.46)$$

Wykres zależności wskaźnika Δ w funkcji różnicy wartości średnich $\mu_0 - \mu_1$ oraz wariancji $\delta_0 - \delta_1$ przy ustalonej wartości drugiego z parametrów rozkładów normalnych przedstawiono na rysunku 5.4.



Rys. 5.4. Odległość Δ rozkładów normalnych $N(\mu_0, \delta_0)$, $N(\mu_1, \delta_1)$.

Odległość Δ między tymi rozkładami jest oczywiście tym większa, im bardziej różnią się między sobą wartości średnie μ_0 i μ_1 , a przy jednakowych wartościach średnich - im większa jest różnica pomiędzy wariancjami δ_0 i δ_1 . W praktycznych przypadkach mamy zazwyczaj do czynienia z sytuacją, w której po zaistnieniu zaburzenia rozkłady prawdopodobieństwa wielkości kryterialnej dla obu hipotez będą się różniły raczej wartością średnią. Odległość między tymi rozkładami będzie wtedy zwiększała się znacznie szybciej niż w przypadku, gdyby różniły się one tylko wariancją. Decyzja co do klasyfikacji stanu chronionego obiektu (przyjęcie określonej hipotezy) może być

wówczas podjęta szybciej i z mniejszym ryzykiem popełnienia błędu decyzyjnego.

Metodą maksymalizacji odległości Δ rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego można wyznaczyć optymalną wielkość bądź optymalny zestaw wielkości kryterialnych dla realizacji funkcji zabezpieczeniowej w wybranym fragmencie systemu elektroenergetycznego. Metoda ta może również stanowić podstawę dla matematycznego uzasadnienia (bądź weryfikacji) poprawności stosowanych dotychczas kryteriów działania zabezpieczeń.

W przypadku, gdy wielkość odseparowania rozkładów dla jednowymiarowego wektora decyzyjnego (pojedynczej wielkości kryterialnej) okaże się niewystarczająca, należy zwiększyć wymiar wektora decyzyjnego, dokonując wyboru kolejnej wielkości kryterialnej drogą maksymalizacji odległości łącznych rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla weryfikowanych hipotez. Łączne rozkłady prawdopodobieństwa określone są na przestrzeni parametrów wektora decyzyjnego (a nie jak dotąd - na prostej), a ich odległość może być wyznaczona z zależności:

$$\Delta = \sum_{p=1}^G [f(x_p, H_0) - f(x_p, H_1)]^2 \quad (5.47)$$

gdzie p jest numerem kolejnego przedziału w m -wymiarowej przestrzeni wartości przyjmowanych przez zmienną losową X . Wartość G ilości przedziałów, na które podzielona została przestrzeń wartości zmiennej losowej X jest tutaj iloczynem ilości przedziałów g_i zdefiniowanych dla i -tej składowej wektora decyzyjnego:

$$G = \prod_{i=1}^m g_i \quad (5.48)$$

Do analizy wzajemnego odseparowania rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego X dla hipotezy podstawowej i jej alternatywy można wykorzystać również inny wskaźnik odległości, a mianowicie [31]:

$$\Delta = \sup_{-\infty < x < \infty} |F(x, H_1) - F(x, H_0)| \quad (5.49)$$

Wskaźnik ten wyraża maksymalną różnicę (co do modułu) dystrybuant porównywanych rozkładów $f_1(x)$, $f_0(x)$. Dla rozkładów dyskretnych zależność powyższa przyjmuje postać

$$\Delta = \sup_{d_i \in D_X, i=1..p} |F(x_i, H_1) - F(x_i, H_0)| \quad (5.50)$$

gdzie p jest ilością przedziałów d_i , na które podzielony został obszar zmienności D_X zmiennej losowej X . Dla wielowymiarowego wektora decyzyjnego X poszukiwania maksimum modułu różnicy łącznych dystrybuant dla poszczególnych hipotez dokonuje się po wszystkich przedziałach G m -wymiarowej przestrzeni składowych wektora X . Wielkość G określona jest zależnością (5.47) (identycznie jak dla średniokwadratowego wskaźnika odległości).

Liniowa postać wskaźnika Δ (zależność (5.50)) pozwala na dogodne porównanie ze sobą wielkości decyzyjnych o różnych rozmiarach, a zatem na ocenę stopnia poprawy warunków podejmowania decyzji przez algorytm sekwencyjny przy zmianie rozmiaru wektora decyzyjnego.

5.4. Wartość oczekiwana czasu trwania testu

Istotne z punktu widzenia parametrów użytkowych algorytmu decyzyjnego byłoby rozważenie wartości oczekiwanej czasu trwania testu dla wyróżnionych hipotez. Obliczenia wartości oczekiwanej $E(n/\Theta)$ można dokonać w oparciu o zależność (5.29) lub (5.30).

Przy założeniu stacjonarności zmiennej losowej Z (zał. (5.28)) (niezmienności rozkładów prawdopodobieństwa sygnałów decyzyjnych) wartość oczekiwana czasu trwania testu jest funkcją założonych prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju α i β mnożoną przez współczynnik skali będący odwrotnością wartości oczekiwanej zmiennej Z dla danej hipotezy

$$E(n/\Theta_i) = f_i(\alpha, \beta) \frac{1}{E(Z/\Theta_i)} \quad (5.51)$$

gdzie

$$f_0(\alpha, \beta) = \alpha \log B + (1 - \alpha) \log A = \alpha \log \frac{\beta}{1 - \alpha} + (1 - \alpha) \log \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (5.52)$$

$$f_1(\alpha, \beta) = (1 - \beta) \log B + \beta \log A = (1 - \beta) \log \frac{\beta}{1 - \alpha} + \beta \log \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (5.53)$$

$$E(Z/\Theta_0) = E(Z/H_0) = \log \frac{E\{f(x_p, H_1)/H_0\}}{E\{f(x_p, H_0)/H_0\}} \quad (5.54)$$

$$E(Z/\Theta_1) = E(Z/H_1) = \log \frac{E\{f(x_p, H_1)/H_1\}}{E\{f(x_p, H_0)/H_1\}} \quad (5.55)$$

W przypadku, gdy $\alpha = \beta = \varepsilon$ funkcja $f_i(\alpha, \beta)$ przyjmuje odpowiednio postać

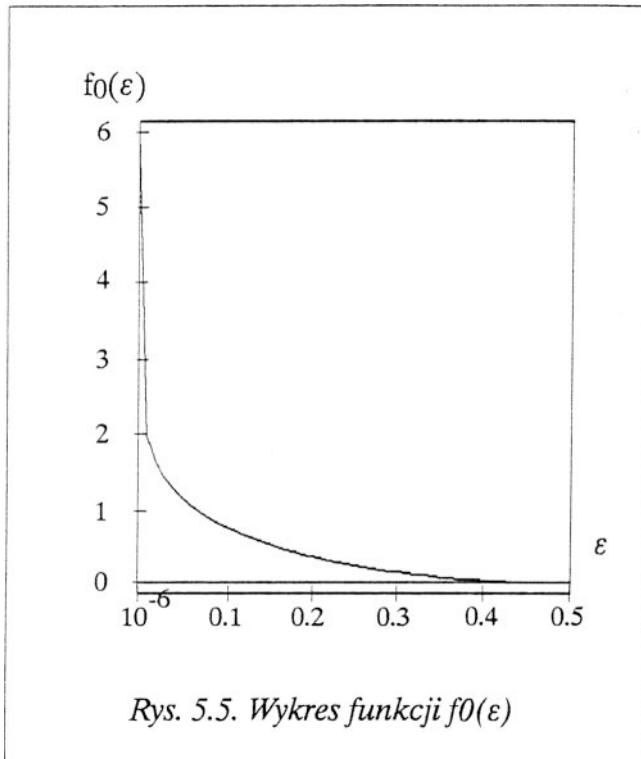
$$f_0(\varepsilon) = (2\varepsilon - 1) \log \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (5.56)$$

$$f_1(\varepsilon) = (1 - 2\varepsilon) \log \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (5.57)$$

Wykres funkcji $f_0(\varepsilon)$ (w odpowiedniej skali również wartości oczekiwanej czasu trwania testu) przedstawiono na rysunku 5.5. Z zależności (5.56) i (5.57) widać, że $f_1(\varepsilon) = -f_0(\varepsilon)$, wykres funkcji $f_1(\varepsilon)$ jest zatem symetryczny do wykresu funkcji $f_0(\varepsilon)$ względem osi odciętych.

Funkcja $f_0(\varepsilon)$ (a także proporcjonalna do niej wartość oczekiwana czasu trwania testu dla hipotezy H_0) jest jak widać funkcją malejącą. Osiąga ona wartość 0 dla $\varepsilon = 0.5$. Fakt ten można interpretować w ten sposób, że zakładając 50 %-owe prawdopodobieństwa błędów pierwszego i drugiego rodzaju nie zależy nam wcale na efekcie procesu decyzyjnego i możemy podjąć decyzję już w momencie powstania zaburzenia, niezależnie od przebiegu wielkości decyzyjnych. W praktyce wartości prawdopodobieństw α i β przyjmuje się oczywiście (lub oblicza) na poziomie niższym niż owe 50 %. Często są to wartości rzędu 10^{-1} do 10^{-3} , dla których funkcja $f(\varepsilon)$ wynosi od ok. 0.7 do ok. 3.

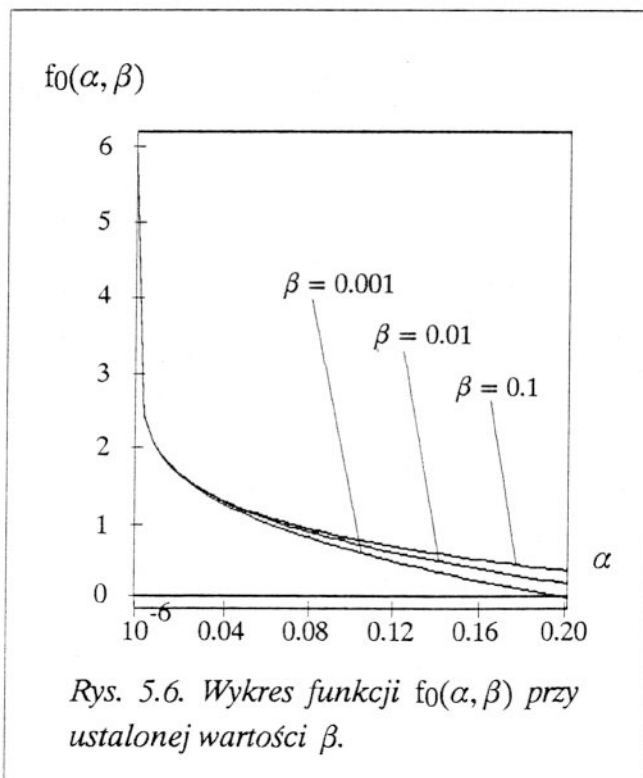
W praktycznych przypadkach wartości prawdopodobieństw błędów α i β mogą się różnić między sobą. Taka sytuacja może mieć miejsce na przykład wtedy, gdy wartość prawdopodobnych strat przy wygenerowaniu błędnej decyzji jest różna dla działań zbędnych i brakujących zabezpieczenia. Na rysunkach 5.6 i 5.7 przedstawiono wykresy funkcji



Rys. 5.5. Wykres funkcji $f_0(\varepsilon)$

przy prawdziwości hipotezy H_1) jest silnie zależny od β przy niewielkim wpływie wartości prawdopodobieństwa błędu pierwszego rodzaju α .

Zróżnicowanie wartości założonych prawdopodobieństw błędów decyzyjnych α i β



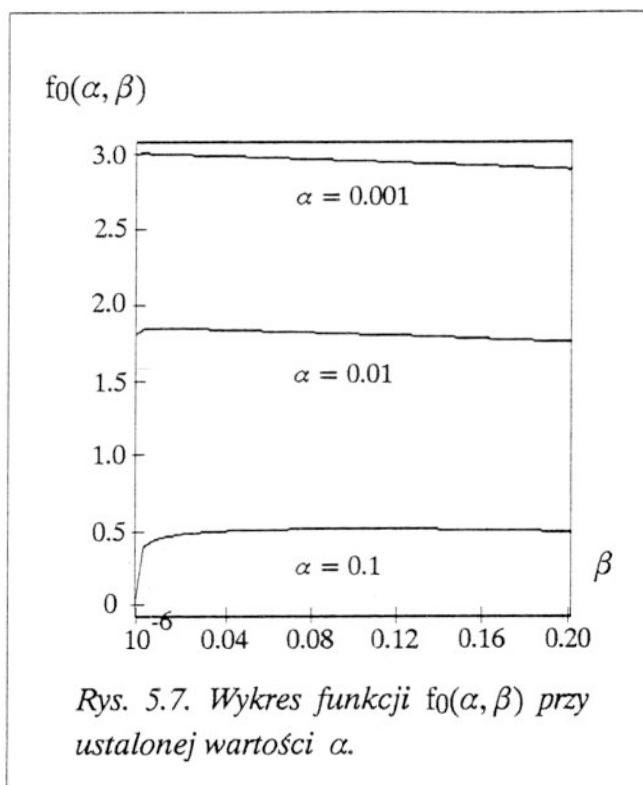
Rys. 5.6. Wykres funkcji $f_0(\alpha, \beta)$ przy ustalonej wartości β .

$f_0(\alpha, \beta)$ w zależności od jednego z prawdopodobieństw błędów przy ustalonej wartości drugiego z nich. Można zauważyć, że na wartość $f_0(\alpha, \beta)$ (a także na oczekiwany czas trwania testu w przypadku gdy prawdziwa jest hipoteza H_0) niewielki wpływ ma wartość założonego prawdopodobieństwa błędu drugiego rodzaju β . Nasuwa się więc wniosek, że bez obawy o pogorszenie parametrów czasowych procedury testu wartość β można wybierać na poziomie mniejszym lub zbliżonym do wartości prawdopodobieństwa błędu pierwszego rodzaju α . Podobna zależność istnieje jednak również dla funkcji $f_1(\alpha, \beta)$. Przebieg jej (w odpowiedniej skali także czas trwania testu

wpływa więc, oprócz uzyskiwanej dokładności (poprawności podejmowania decyzji), na czas rozpoznawania hipotez, odpowiednio H_0 i H_1 . Wypadkowy czas weryfikacji hipotezy H_0 względem jej alternatywy H_1 (wypadkowy czas klasyfikacji stanu chronionego obiektu) będzie zatem średnią arytmetyczną czasów akceptacji dla wyróżnionych hipotez.

5.5. Podsumowanie

Stosowanie statystycznej teorii podejmowania decyzji w cyfrowym przekaźniku zabezpieczeniowym zaproponowano stosunkowo niedawno [43]. Atrakcyjność podejścia polega na



Rys. 5.7. Wykres funkcji $f_0(\alpha, \beta)$ przy ustalonej wartości α .

możliwości oszacowania pewności podejmowanej decyzji (poprzez wartości prawdopodobieństwa błędów pierwszego i drugiego rodzaju) oraz na prostocie obliczeniowej procedury decyzyjnej. Zasadniczą trudność praktycznej implementacji algorytmu tkwi w konieczności wyznaczenia bądź oszacowania rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych decyzyjnych. Złożoność zagadnienia wyklucza analizę teoretyczną [43]. Histogramy przybliżające funkcje gęstości prawdopodobieństwa można wyznaczyć na dwa sposoby. Pierwszy z nich polega na analizie zapisów rejestratorów pracujących na rzeczywistych obiektach, drugi - na analizie obliczeń symulacyjnych. Ze

względów technicznych i ekonomicznych tylko to ostatnie rozwiązanie może wchodzić w grę w praktycznych sytuacjach. Zakładając jednostajny lub normalny rozkład prawdopodobieństwa czynników (składowych wektora parametrów Θ) warunkujących postać rozkładu prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego i prowadząc obliczenia dla dostatecznie dużej liczby przypadków zakłóceń otrzymuje się poszukiwane rozkłady prawdopodobieństwa dla postawionych hipotez.

W obliczu rosnących kosztów chronionych przez zabezpieczenia urządzeń jak również rozmiarów strat mogących wystąpić wskutek nieprawidłowego działania urządzeń zabezpieczeniowych we współczesnych systemach elektroenergetycznych uzasadnione staje się wkładanie maksimum wysiłku w prace związane z wyposażeniem zabezpieczenia w zestaw takich kryteriów oraz informacji o zabezpieczanym obiekcie, który zapewni pewne spełnienie funkcji zabezpieczeniowych oraz bezpieczną pracę chronionego obiektu. Przeprowadzenie koniecznych prac symulacyjnych na etapie projektowania przekąźnika zaowocuje poprawą selektywności oraz czasu własnego zabezpieczenia w warunkach eksploatacyjnych.

W rozdziale 6.2 przedstawiono badania symulacyjne statystycznego algorytmu podejmowania decyzji - sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności.

6. BADANIA SYMULACYJNE

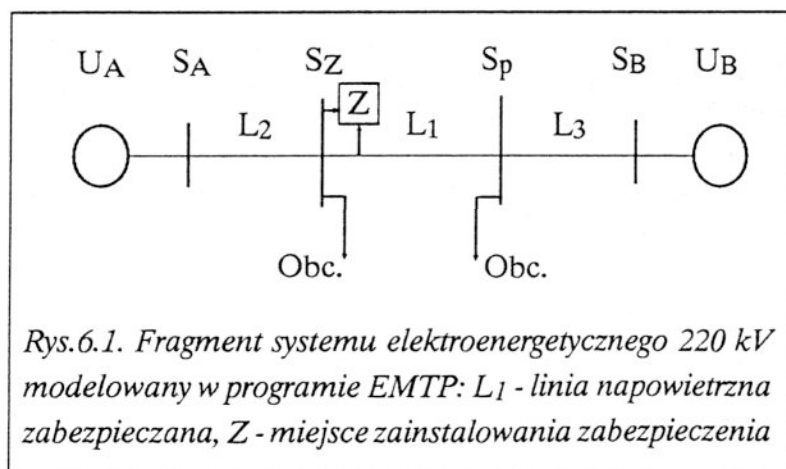
6.1. PROJEKT I ANALIZA WŁASNOŚCI FILTRÓW KALMANA DLA SYGNAŁÓW NAPIĘCIOWYCH I PRĄDOWYCH

Streszczenie rozdziału

W tej części pracy przedstawiono badania symulacyjne zmierzające do zaprojektowania filtra Kalmana dla sygnałów napięciowych i prądowych. Z wykorzystaniem pakietu symulacyjnego EMTP modelowano szereg zakłóceń tak wewnętrznych, jak i zewnętrznych w stosunku do zabezpieczanej linii. Za czynniki losowe uznano miejsce zwarcia, rezystancję przejścia w miejscu zwarcia, fazę napięcia w chwili zwarcia itd. W modelu uwzględniono podstawowe elementy toru pomiarowego. Filtr napięciowy oparto na modelu dwustanowym, dla sygnałów prądowych sprawdzono natomiast stosowalność filtrów dwustanowych i trzystanowych. Dla wszystkich przypadków wyznaczono probabilistyczne charakterystyki procesu i zakłóceń warunkujące optymalność procesu filtracji. Na podstawie elementów macierzy wzmocnień i kowariancji błędów estymacji stanu dokonano analizy właściwości filtrów pod względem dynamiki i dokładności identyfikacji. Na bazie prostego zabezpieczenia linii porównano efektywność działania filtra Kalmana w kontekście szybkości i selektywności pracy zabezpieczenia jako całości z zabezpieczeniem wykorzystującym standardowe filtry deterministyczne. Przeprowadzono analizę wpływu przekładnika prądowego i filtra analogowego na parametry filtra Kalmana i jakość filtracji. W badaniach uwzględniono przypadki występowania zjawisk nasyceniowych w przekładniku prądowym.

6.1.1. Generacja przebiegów zwarciovych

Wykorzystując pakiet modelowania elektromagnetycznych stanów przejściowych EMTP (ATP) [8] zamodelowano fragment systemu elektroenergetycznego przedstawiony na rysunku 6.1.



Rys.6.1. Fragment systemu elektroenergetycznego 220 kV modelowany w programie EMTP: L₁ - linia napowietrzna zabezpieczana, Z - miejsce zainstalowania zabezpieczenia

Linie napowietrzne L₁, L₂, L₃ przedstawiono w modelu w postaci pięciu czwórników RLC. W miejscu zainstalowania zabezpieczenia zamodelowano również przekładniki napięciowy i prądowy oraz jednakowe dla każdej z faz prądu i napięcia analo-

gowe filtry dolnoprzepustowe (Butterwortha drugiego rzędu), których nie zaznaczono na rysunku.

Na modelu symulowano zwarcia jednofazowe doziemne fazy A w linii zabezpieczanej L_1 oraz w liniach zewnętrznych L_2 i L_3 , rejestrując przy tym napięcia fazowe U_A , U_B , U_C oraz prądy fazowe I_A , I_B , I_C (wielkości chwilowe) mierzone w miejscu zainstalowania zabezpieczenia (za przekładnikami i filtrami analogowymi). Czas rejestracji wybranych przebiegów wynosił 0.125 sek, co przy przyjętej częstotliwości próbkowania $f_p = 800$ Hz (16 próbek w okresie składowej podstawowej) odpowiada 100 próbkom każdej z mierzonych wielkości.

Dla osiągnięcia stochastycznego charakteru badanych zjawisk w każdej z linii przedstawionych na rys. 6.1 zamodelowano po 1050 przypadków zwarć jednofazowych w fazie A, przy czym parametrami zmienianymi dla każdej realizacji były:

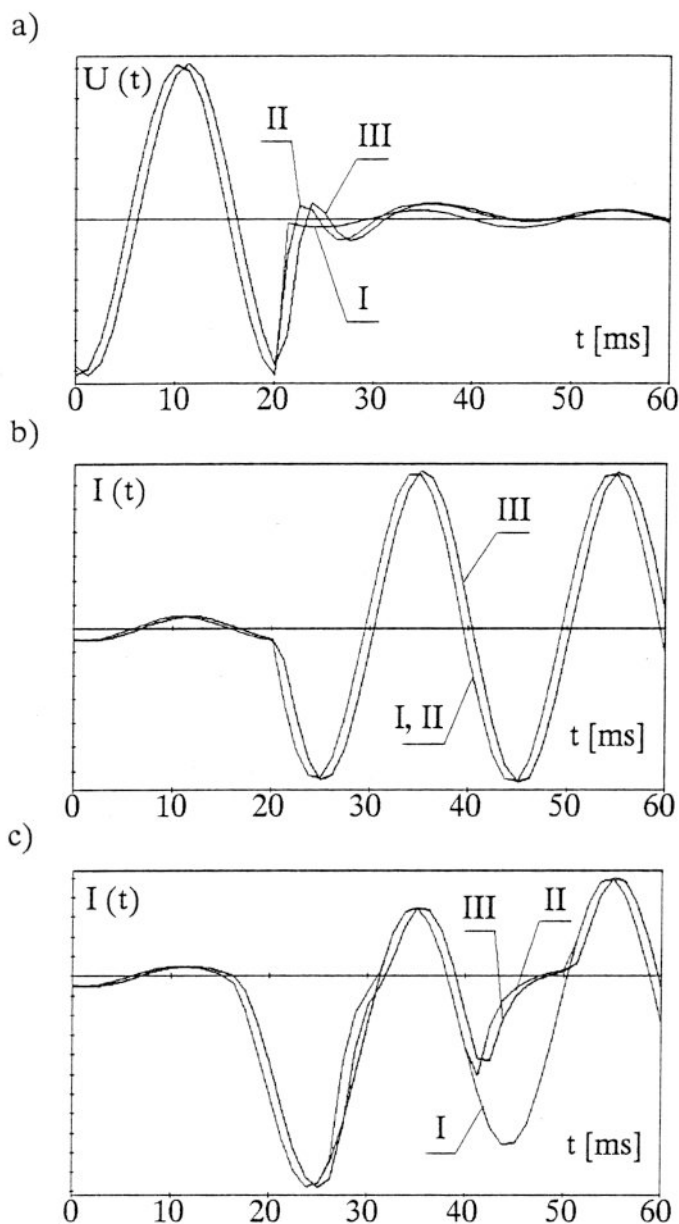
- wartość fazy napięcia trójfazowego systemu B (0° , $\pm 5^\circ$, $\pm 10^\circ$, $\pm 15^\circ$),
- wartość modułu napięcia systemu B ($U_B = 0.93, 1.00, 1.07 U_A$),
- wartość rezystancji przejścia w miejscu zwarcia ($R_p = 0.5, 2.0, 5.0, 10.0, 15.0 \Omega$),
- miejsce zwarcia (20, 40, 60, 80, 100 % długości linii),
- moment zwarcia (zwarcie w zerze napięcia fazowego i zwarcie w maksimum fali).

Modelowano zwarcia w linii L_1 (zabezpieczana) oraz L_2 i L_3 . Nie symulowano zaś różnych stanów pracy normalnej systemu.

Na rysunku 6.2 przedstawiono przykładowe przebiegi przejściowe prądów i napięć uzyskane symulacyjnie z opisanego modelu cyfrowego badanego fragmentu systemu el-en. (rys.6.1). Krzywe I, II, III odpowiadają przebiegom pierwotnym, wtórnym (za przekładnikami napięciowymi i prądowymi) oraz po filtracji analogowej. Wybrane przebiegi są jednocześnie typowymi zaburzeniami jakie mogą wystąpić w badanym obwodzie zwarciovym. Można powiedzieć, że są to typowe realizacje badanego procesu.

Rysunek 6.2.a przedstawia zaburzenie napięciowe. Przy zwarcu jednofazowym amplituda napięcia fazy uszkodzonej maleje skokowo. Załamanie napięcia fazowego podczas zwarcia pociąga za sobą (podczas stanu przejściowego) generację zanikających składowych oscylacyjnych i aperiodycznych. W przebiegu napięciowym na początku zaburzenia występują także niewielkie odkształcenia spowodowane oddziaływaniem pojemnościowego przekładnika napięciowego.

Rysunki 6.2.b i 6.2.c przedstawiają przebiegi sygnałów prądowych zarejestrowanych w punkcie zainstalowania zabezpieczenia podczas zwarcia. Zaburzeniu prądowemu towarzyszy kilkukrotny skok amplitudy, stąd należy się spodziewać, że względna początkowa kowariancja procesu w modelu prądowym będzie duża. Rysunek 6.2.b przedstawia przebieg prądu zwarciovego podczas zwarcia w maksimum fali napięciowej. W przebie-



Rys. 6.2. Typowe realizacje procesu: a) sygnał napięciowy, b) sygnał prądowy - liniowy zakres pracy przekładnika prądowego, c) sygnał prądowy - przypadek z nasyceniem przekładnika prądowego; I - przebiegi pierwotne, II - sygnały na wyjściu przekładników, III - przebiegi po filtracji analogowej.

przebiegu przejściowego odjąć zmienne stanu dostępne pomiarowo.

Sygnał zakłócenia prądu i napięcia w dwustanowym modelu procesu otrzymuje się przez odjęcie od każdego przebiegu przejściowego ustalonej składowej podstawowej przebiegu zwarcia. W modelu trójstanowym prądu dodatkowo odejmuje się od

prądu nie obserwuje się wtedy składowej aperiodycznej. Na rysunku 6.2.c pokazano z kolei przebieg prądu podczas zwarcia w okolicy przejścia napięcia przez zero. W sygnale prądowym pojawia się wówczas składowa aperiodyczna o znacznych wartościach początkowych. Składowa ta może powodować nasycenie przekładnika prądowego, w wyniku czego na wyjściu otrzymuje się silnie odkształcony sygnał prądowy.

Szczegółowa analiza zakłóceń sygnałów wykaże, jakie dodatkowe szumy towarzyszą zaburzeniom prądu i napięcia. Pozwoli także ocenić, czy wybrane modele procesu są poprawne ze względu na warunki filtracji optymalnej. Wcześniej jednak należy odzyskać zakłócenia towarzyszące składowej podstawowej podczas zwarcia i poddać je obróbce statystycznej.

6.1.2. Wyznaczenie sygnałów zakłóceń napięcia i prądu

Sposób wyznaczenia zakłóceń zależy od obranego modelu stanu, oddzielnie dla sygnału napięciowego i prądowego. Wynika on bezpośrednio z równań procesu (4.1) i pomiaru (4.2) oraz zależności (4.39), zgodnie z którą, aby otrzymać zakłócenie, należy od

przebiegu przejściowego składową aperiodyczną.

Otrzymane na drodze symulacyjnej przebiegi zaburzeniowe zostały poddane filtracji cyfrowej tak, aby w miarę możliwości pozostawić jedynie składową podstawową. Następnie zmierzono amplitudę oraz fazę odfiltrowanego sygnału i na tej podstawie odtworzono składową podstawową, uwzględniając przesunięcie fazowe wprowadzone przez filtr cyfrowy. Dalej wyznaczono różnicę sygnału przejściowego i otrzymanej składowej podstawowej, a od sygnału prądowego odjęto dodatkowo składową aperiodyczną, odtworzoną ze zmierzonej wcześniej stałej czasowej oraz wartości początkowej.

Algorytmy filtracji oraz pomiaru dobierano starannie, aby precyzyjnie odzyskać zakłócenia z przebiegów zaburzeniowych. Dokładne wyznaczenie parametrów probabilistycznych zakłóceń pozwoli ocenić poprawność założonych modeli procesu oraz dobrać prawidłowo parametry projektowe filtru Kalmana.

Źródłem dużych błędów pomiaru jest składowa aperiodyczna. Szczególnie w sygnale prądowym przybiera ona duże wartości początkowe. Składowa ta jest trudna do określenia i odfiltrowania ze względu na zmieniającą się w szerokim zakresie stałą czasową. Ma ona jednak charakter zanikający w trakcie trwania zaburzenia, dlatego wskazane są pomiary możliwie w stanie ustalonym, aby zminimalizować jej wpływ na błąd pomiaru. Czas rejestracji przebiegów zwarciovych wynosił 4.5 okresów od momentu wystąpienia zwarcia. Wielkości potrzebne do uzyskania sygnałów zakłóceńowych określono dla ostatnich próbek z okna rejestracji sygnałów, uznając, że po tak długim czasie udział składowej aperiodycznej w sygnale prądowym można pominąć.

Algorytmy filtracji i pomiaru parametrów modelu

- Filtracja

Do odfiltrowania zakłóceń od składowej podstawowej sygnału zastosowano filtr cyfrowy pasmowoprzepustowy o funkcji wagi sinus i pełnookresowym oknie pomiarowym [58]. Realizacja numeryczna tego filtru jest następująca

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N_1-1} a_k x(n-k) \quad (6.1)$$

$$\text{gdzie: } a_k = \sin \left[\omega_1 T_i \left(\frac{N_1-1}{2} - k \right) \right] \quad (6.2)$$

Tak opisany filtr sinus wprowadza przesunięcie fazowe α_s równe

$$\alpha_s = -\omega_1 \frac{T_i}{2} + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{N_1} + \frac{\pi}{2} \quad (6.3)$$

- Pomiar amplitudy

Do pomiaru amplitudy prądu i napięcia użyto algorytm bazujący na składowych ortogonalnych. Dla ortogonalizacji przez podwójne opóźnienie otrzymuje się następujący algorytm pomiaru kwadratu amplitudy [39, 48]

$$X_m^2(k) = \frac{1}{\sin^2(p\omega_1 T_i)} [x^2(k-p) - x(k)x(k-2p)] \quad (6.4)$$

Dla opóźnienia składowej podstawowej o $p=N_1/4$ algorytm znacznie upraszcza się. Aby otrzymać amplitudę należy spierwiastkować prawą stronę równania. Wyrażenie podpierwiastkowe może przyjąć wartość ujemną przy niewielkich zakłóceniach, dlatego należy przyjąć jego wartość bezwzględną. Ostatecznie algorytm ma postać

$$X_m(k) = \sqrt{\text{Abs} [x_2(k-\frac{N_1}{4}) - x(k)x(k-\frac{N_1}{2})]} \quad (6.5)$$

Algorytm (6.6) wybrano do pomiaru amplitudy, ponieważ posiada on dobre właściwości filtracyjne typu pasmowoprzepustowego oraz jest w dużym stopniu odporny na błędy pomiaru wywołane składową aperiodyczną. Algorytm umożliwia oczywiście także dokładny pomiar amplitudy sygnału niezakłóconego.

- Pomiar fazy

Pomiar fazy zwarciowej składowej podstawowej napięcia i prądu zrealizowano w oparciu o algorytm wykorzystujący opóźnienie sygnału o 1/4 okresu składowej podstawowej, wg zależności

$$\alpha(t) = \arctg \left[\frac{x(t)}{x(t-\frac{T_1}{4})} \right] \quad (6.6)$$

Wersja cyfrowa algorytmu ma postać

$$\alpha(k) = \arctg \left[\frac{x(k)}{x(k-\frac{N_1}{4})} \right] \quad (6.7)$$

- Pomiar stałej czasowej składowej aperiodycznej prądu

Mając dwie dowolne próbki składowej aperiodycznej $I_a(k_1)$, $I_a(k_2)$, dla chwil $k_1 T_i$,

$k_2 T_i$ od momentu wystąpienia zwarcia ($k_2 > k_1$), jej stałą czasową można wyznaczyć według algorytmu

$$T_a = \frac{(k_2 - k_1) T_i}{\ln \left[\text{Abs} \left(\frac{I_a(k_1)}{I_a(k_2)} \right) \right]} \quad (6.8)$$

- Pomiar wartości początkowej składowej aperiodycznej prądu

Mając wyznaczoną stałą czasową składowej aperiodycznej oraz dowolną próbkę $I_a(k_1)$ dla chwili k_1 , jej wartość początkową obliczono według wzoru

$$I_a(0) = I_a(k_1) e^{-\frac{k_1 T_i}{T_a}} \quad (6.9)$$

Sygnał zakłóceńowy dla przebiegów napięciowych i prądowych

- Sygnał zakłóceńowy napięcia

Zmierzona składową podstawową napięcia podczas zwarcia można zapisać w postaci

$$u_z(k) = U_z \cos(k \omega_1 T_i + \alpha_{uz}) \quad (6.10)$$

gdzie: U_z , α_{uz} - zmierzona amplituda oraz faza składowej podstawowej

Uwzględniając opóźnienie wprowadzone przez filtr sinus o kąt $-\pi/2$, co odpowiada $N_1/4$ próbkom, wzór (6.11) przyjmie postać

$$u_z(k) = U_z \cos \left[\left(k + \frac{N_1}{4} \right) \omega_1 T_i + \alpha_{uz} \right] \quad (6.11)$$

Ostatecznie sygnał zakłóceńowy napięcia wyznaczono z zależności

$$v_u(k) = y_u(k) - U_z \cos \left[\left(k + \frac{N_1}{4} \right) \omega_1 T_i + \alpha_{uz} \right] \quad (6.12)$$

- Sygnał zakłóceńowy prądu

Składową zakłóceńową prądu otrzymano analogicznie jak dla napięcia wg wzoru

$$v_i(k) = y_i(k) - I_z \cos \left[\left(k + \frac{N_1}{4} \right) \omega_1 T_i + \alpha_{iz} \right] - I_a(0) e^{-\frac{k T_i}{T_a}} \quad (6.13)$$

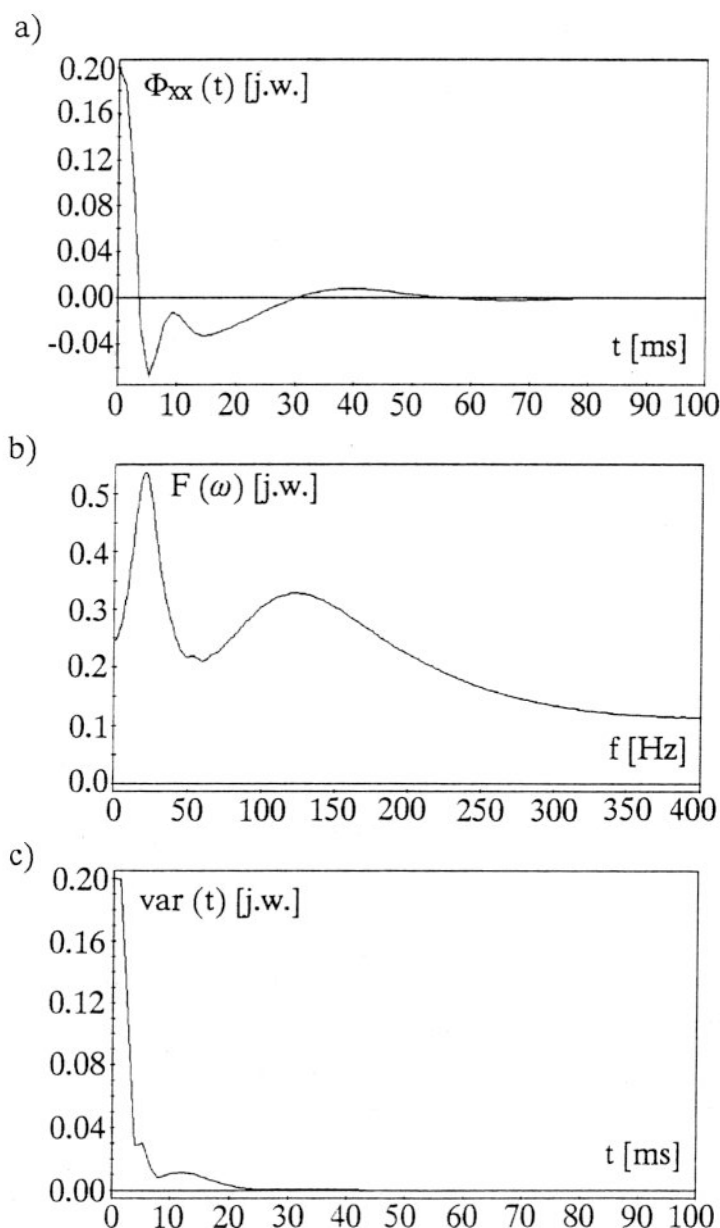
gdzie: $I_a(0)$, T_a - zmierzone wartości początkowa oraz stała czasowa składowej aperiodycznej

riodycznej.

Otrzymane sygnały zakłóceńowe poddano obróbce statystycznej dla określenia ich właściwości oraz parametrów probabilistycznych.

6.1.3. Charakterystyki probabilistyczne zakłóceń sygnałów napięciowych i prądowych

Zakłócenie napięciowe



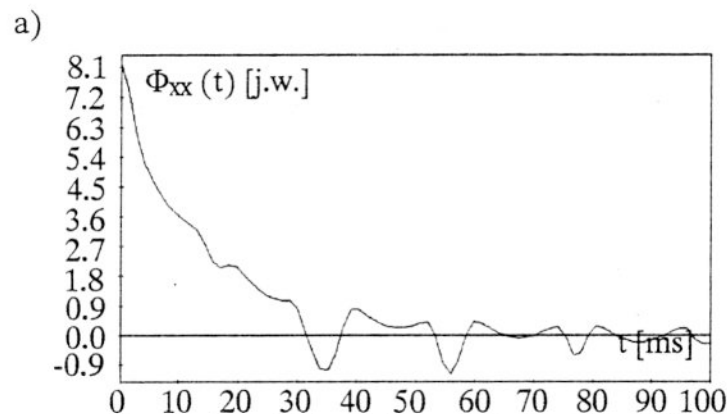
Rys. 6.3. Charakterystyki probabilistyczne zakłócenia napięciowego (model 2-stanowy): a) funkcja autokorelacji, b) widmo gęstości mocy, c) wariancja.

Funkcje statystyczne: autokorelację, wariancję oraz widmo gęstości mocy zakłóceń napięcia i prądu wyznaczono zgodnie z równaniami (4.43), (4.44) i (4.46).

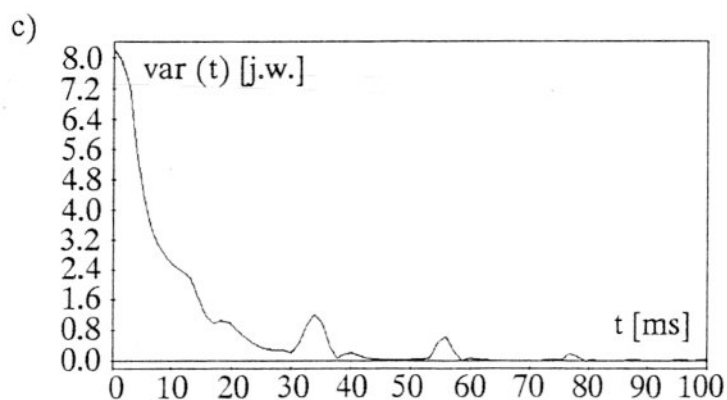
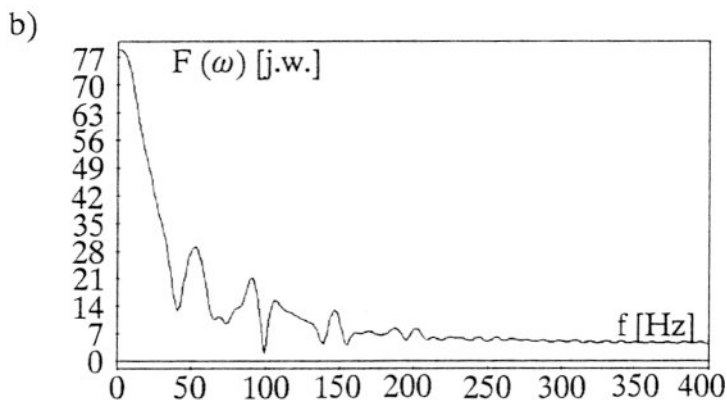
Rysunek 6.3 przedstawia otrzymane funkcje autokorelacji, widmo gęstości mocy oraz wariancję zakłóceń napięcia fazy uszkodzonej. Analizując jednocześnie funkcję autokorelacji oraz widmo gęstości mocy widać, że sygnał zakłóceńowy napięcia może być traktowany jako szum biały o bardzo szybko zanikającej wariancji. Jego funkcja autokorelacji jest zbliżona do impulsu Diraca, a widmo gęstości mocy można uznać za stałe. Nie ma w nim składowych zakłóceńowych, które wyraźnie miałyby największy udział w mocy zwarciorowej. Z przebiegu wariancji widać, że największą intensywność zakłócenie napięciowe wykazuje w momencie wystąpienia zaburzenia, ale już praktycznie po czasie równym okresowi składowej podstawowej zupełnie zanika. Należy jeszcze

zwrócić uwagę na niewielką wariancję początkową zakłócenia, która odniesiona do wartości znamionowej napięcia wynosi 0.2. Stąd można się spodziewać, że początkowa kowariancja procesu również będzie nieduża. Niewielkie odkształcenia w przebiegu funkcji autokorelacji spowodowane są oddziaływaniem przekładnika napięciowego. Skokowemu załamaniu napięcia towarzyszy stan nieustalony w przekładniku, podczas którego w sygnale napięciowym pojawiają się składowe harmoniczne o charakterze zanikającym. Ich obecność w zakłóceniu widać na wykresie widma gęstości mocy, w którym reprezentowane są przez pierwszą podharmoniczną i trzecią wyższą harmoniczną.

Przyjęty dwustanowy model napięcia spełnia warunki optymalnej filtracji. Po odjęciu od przebiegów przejściowych składowej podstawowej pozostałe zakłócenie jest w przybliżeniu szumem białym. Dwustanowy filtr Kalmana powinien przynieść dobre efekty filtracyjne.



Zakłócenie prądowe.

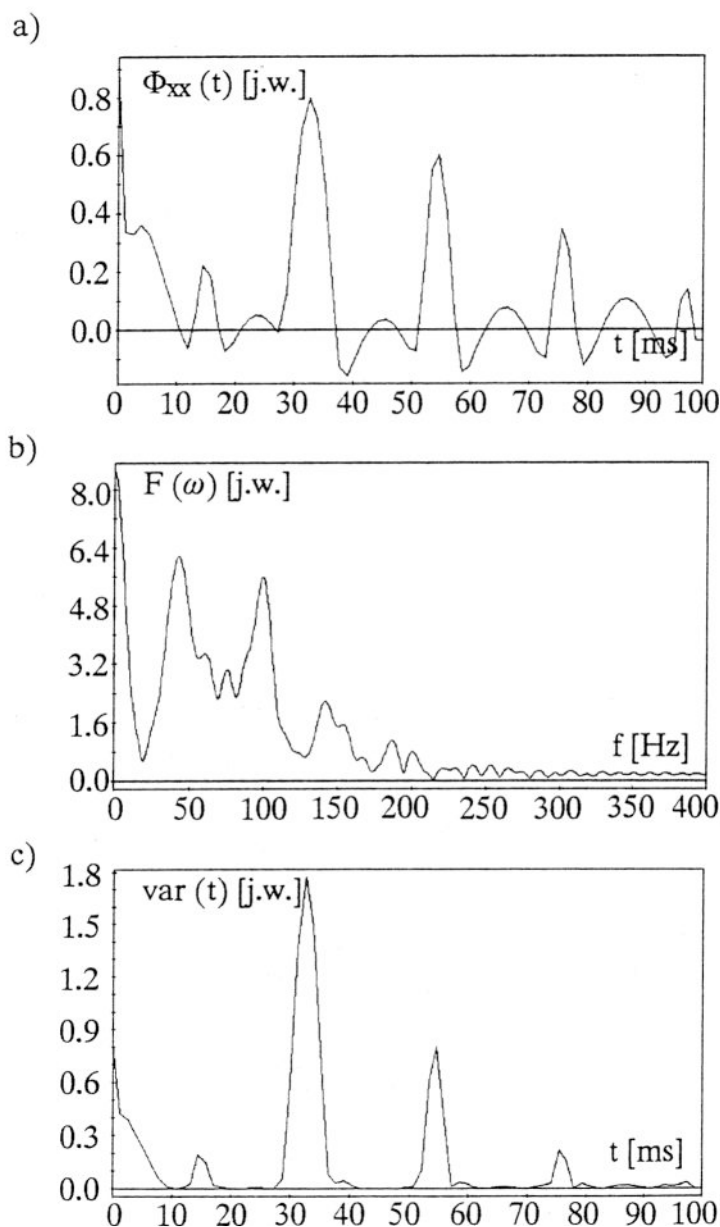


Rys. 6.4. Charakterystyki probabilistyczne zakłócenia prądowego (model 2-stanowy): a) funkcja autokorelacji, b) widmo gęstości mocy, c) wariancja.

W pracy najpierw przebadano zakłócenie prądowe w modelu procesu dwustanowym, aby ocenić czy dwustanowy filtr Kalmana sprosta wymogom filtracyjnym. Rysunek 6.4 przedstawia odpowiednio funkcję autokorelacji, widmo gęstości mocy oraz wariancję zakłócenia prądowego fazy uszkodzonej otrzymanego przez odjęcie od przebiegu przejściowego składowej podstawowej sygnału. Funkcja autokorelacji wraz z widmem gęstości mocy pokazują, że zakłócenie prądu jest losowym procesem expotencjalnym na który nakłada się szum biały o zanikającej wariancji. Z przebiegu widma gęstości mocy widać, że duża energia zwarciowa zawarta jest w składowej aperi-

dycznej prądu, która szczególnie wysokie wartości przyjmuje na początku zaburzenia. Zakłócenie prądowe charakteryzuje się również dużą wariancją początkową, która w jednostkach względnych wynosi około 8.0. Spodziewać się zatem należy, że początkowa kowariancja procesu również będzie znaczna.

Z powyższych badań widać, że potwierdzają się wcześniejsze przypuszczenia - w modelu dwustanowym prądu zakłócenie pomiaru nie jest szumem białym ze względu na występującą w nim składową aperiodyczną. Dla otrzymania optymalnych efektów filtracji, należy rozbudować model procesu, uwzględniając w nim składową nieokresową. Rysunek 8.5 przedstawia funkcje statystyczne identyfikacji zakłóceń otrzymane w trójsta-

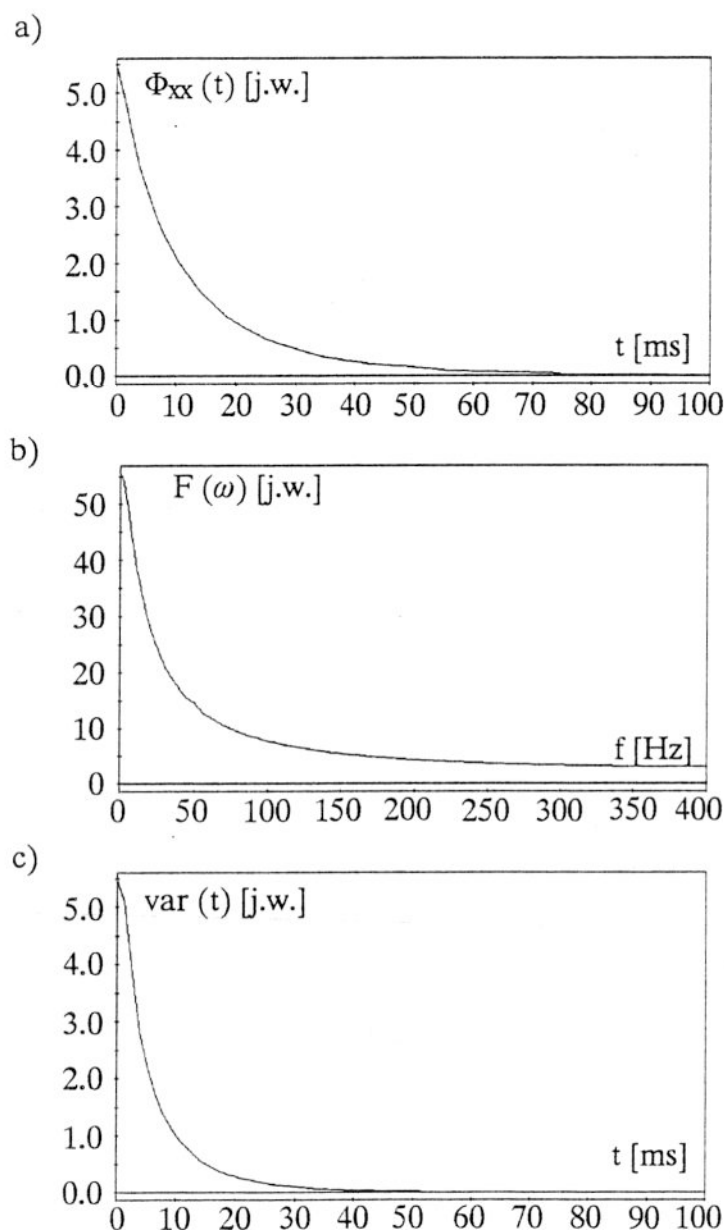


Rys. 6.5. Charakterystyki probabilistyczne zakłócenia prądowego (model 3-stanowy): a) funkcja autokorelacji, b) widmo gęstości mocy, c) wariancja.

nowym modelu procesu prądu, gdzie od przebiegu przejściowego odejmuje się również składową aperiodyczną jako zmienną stanu. Po usunięciu tej składowej w zakłóceniu prądowym dominują zniekształcenia wprowadzone przez przekładnik prądowy. Zakłócenia te mają stosunkowo mniejszą wariancję w porównaniu z zakłóceniami otrzymanymi w poprzednim modelu. Znaczne wartości prądu podczas zaburzeń, a szczególnie pojawienie się składowej aperiodycznej powodują nasycenie przekładnika i odkształcenie sygnału na jego wyjściu (rys.6.2.c). W rzeczywistym systemie takie sytuacje również się zdarzają i filtr Kalmana powinien sobie z nimi radzić.

Założmy, że w miejscu zainstalowania zabezpieczenia zastosowano przekładnik wysokiej klasy, niewrażliwy na występowanie składowej aperiodycznej i znacznych wartości prądu. Taka sytuacja jest możliwa w rzeczywistości, mimo że jest to droższe rozwiązanie. W pracy chciano zbadać efekty filtracji Kalmana rze-

czywistych przebiegów przejściowych badanego fragmentu systemu bez pośrednictwa przekładnika prądowego i jego ingerencji w zmianę charakteru zakłóceń. Osiągnięto to, odrzucając przebiegi przejściowe odkształcone przez przekładnik prądowy. W procesie losowym odnaleziono blisko 200 takich realizacji. Pozostała liczba zaburzeń (ponad 850) również oddaje charakter probabilistyczny badanych zjawisk i pozwala z dostateczną dokładnością określić parametry procesu i zakłóceń. Rysunek 6.6 przedstawia funkcję autokorelacji, widmo gęstości mocy oraz wariancję zakłócenia prądowego wolnego od zniekształceń przekładnika w modelu dwustanowym. Analizując funkcję autokorelacji wraz z widmem gęstości mocy widać, że zakłócenie prądowe w tak przyjętym modelu



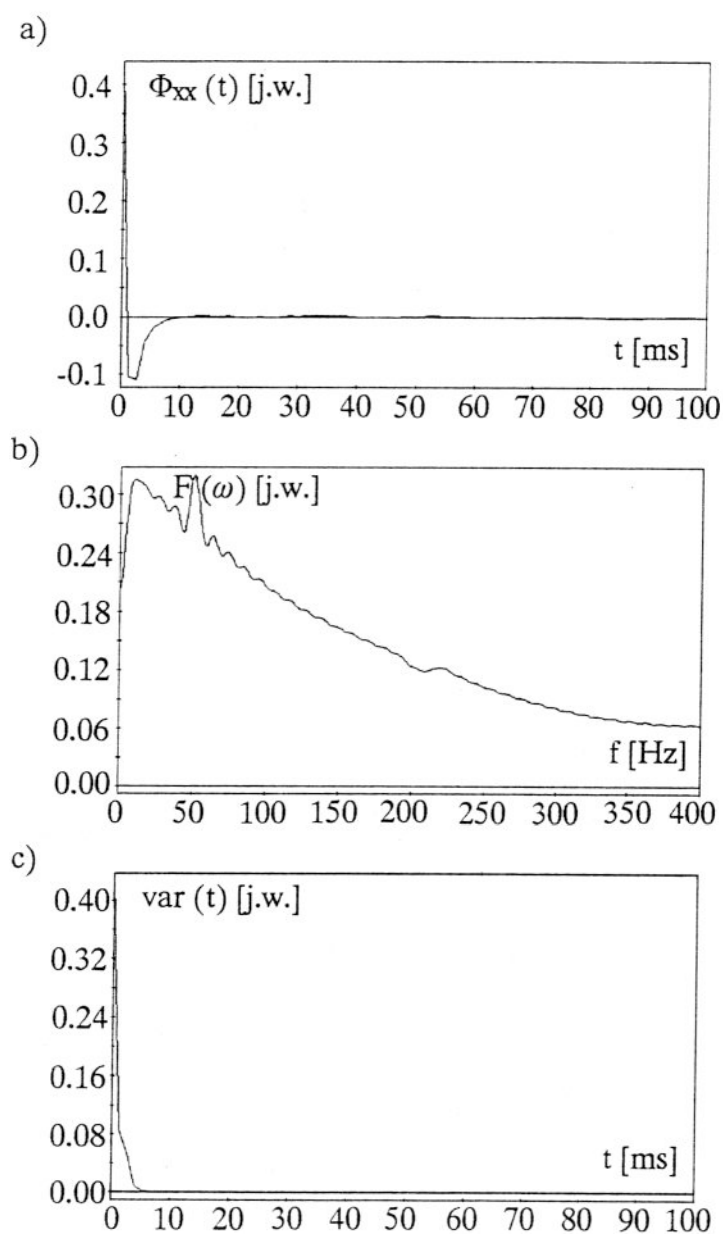
Rys. 6.6. Charakterystyki probabilistyczne zakłócenia prądowego (model 2-stanowy, liniowy zakres pracy przekładnika): a) funkcja autokorelacji b) widmo gęstości mocy, c) wariancja.

stanowi jedynie składowa nie-okresowa zanikająca eksponentalnie. Brak innych szumów towarzyszących składowej aperiodycznej jest głównie spowodowany ich wstępnym odfiltrowaniem przez dolnoprzepustowy filtr analogowy. Poza tym składowa nie-okresowa prądu osiąga tak duże wartości, że w porównaniu z nią ewentualne szумы są pomijalnie małe. Obecność znacznej składowej aperiodycznej w zakłóceniu podobnie jak w poprzednim modelu dwustanowym powoduje, że nie może być ono traktowane jako szum biały.

Charakter zakłóceń prądu po odjęciu składowej aperiodycznej przedstawiają wykresy 6.7. Wyniki otrzymane w tak przyjętym trójstanowym modelu procesu są bardzo dobre. Funkcja autokorelacji zakłócenia jest bardzo zbliżona do impulsu Diraca. Świadczy to o tym, że zakłócenie prądowe jest szumem białym o bardzo korzystnych właściwościach. Jego wariancja w chwili $t=0$ jest bardzo mała. W porównaniu z wyżej opisanym modelem trójstanowym jest ona kilkakrot-

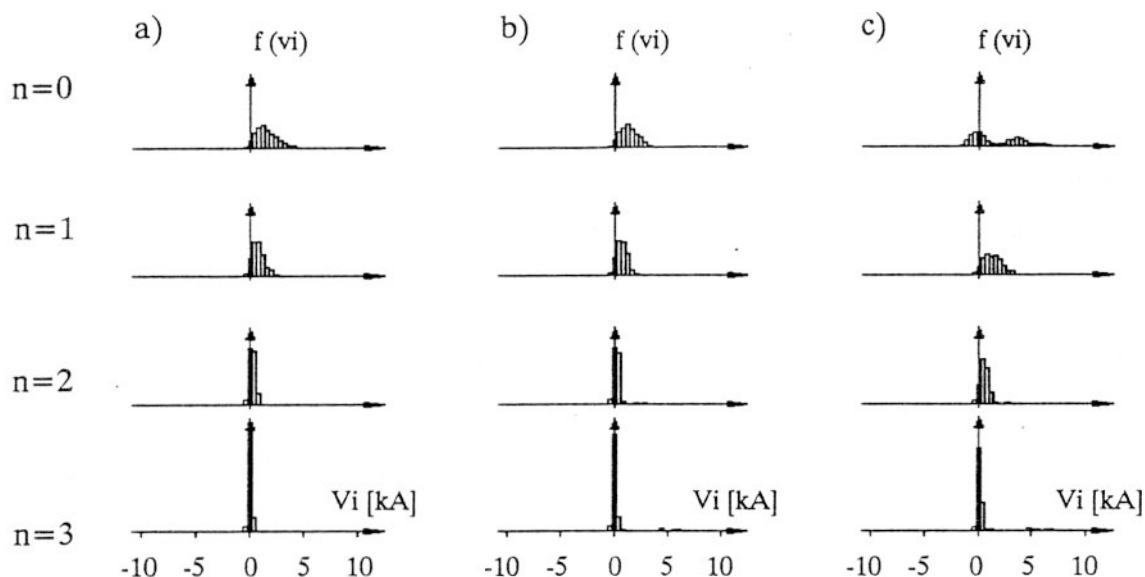
nie mniejsza. Poza tym zakłócenie bardzo szybko zanika. Już po 1/4 okresu składowej podstawowej jego wariancja jest równa zero. W modelu procesu, gdzie zakłócenia stanowią szum biały o tak korzystnych parametrach, należy się spodziewać dużej efektywności filtracji Kalmana.

Dla sprawdzenia założeń filtracji optymalnej dotyczących postaci rozkładu prawdopodobieństwa sygnałów zakłóceń (zakłócenia procesu powinny posiadać rozkład normalny o zerowej wartości średniej) obliczono parametry tych rozkładów dla zakłócenia napięciowego i prądowego.



Rys. 6.7. Charakterystyki probabilistyczne zakłócenia prądowego (model 3-stanowy, liniowy zakres pracy przekładnika): a) funkcja autokorelacji b) widmo gęstości mocy, c) wariancja.

Na rysunku 6.8 przedstawiono rozkłady prawdopodobieństwa zakłócenia prądowego dla kolejnych momentów czasowych (próbek) po wystąpieniu zaburzenia obliczone dla sygnałów prądowych z trzech punktów toru analogowego przetwarzania sygnałów: dla sygnałów pierwotnych, przebiegów wyjściowych przekładników prądowych i po filtrze analogowym. Można zauważyć, że założenie normalności rozkładu prawdopodobieństwa zakłócenia prądowego jest spełnione dla wszystkich trzech zestawów sygnałów prądowych. Rozkłady te są rozkładami typu Gaussa o (w przybliżeniu) zerowej wartości średniej, przy czym wariancja rozkładów jest malejącą funkcją czasu. Jest to zrozumiałe, zważywszy że zakłócenia procesu mają charakter zanikający. Z porównania rozkładów prawdopodobieństwa zakłóceń w różnych punktach toru przetwarzania sygnałów widać nieznaczny wpływ filtru analogowego na postać rozkładu w próbkę odpowiadającej wystąpieniu zaburzenia. Wpływ przekładnika prądowego na postać rozkładu

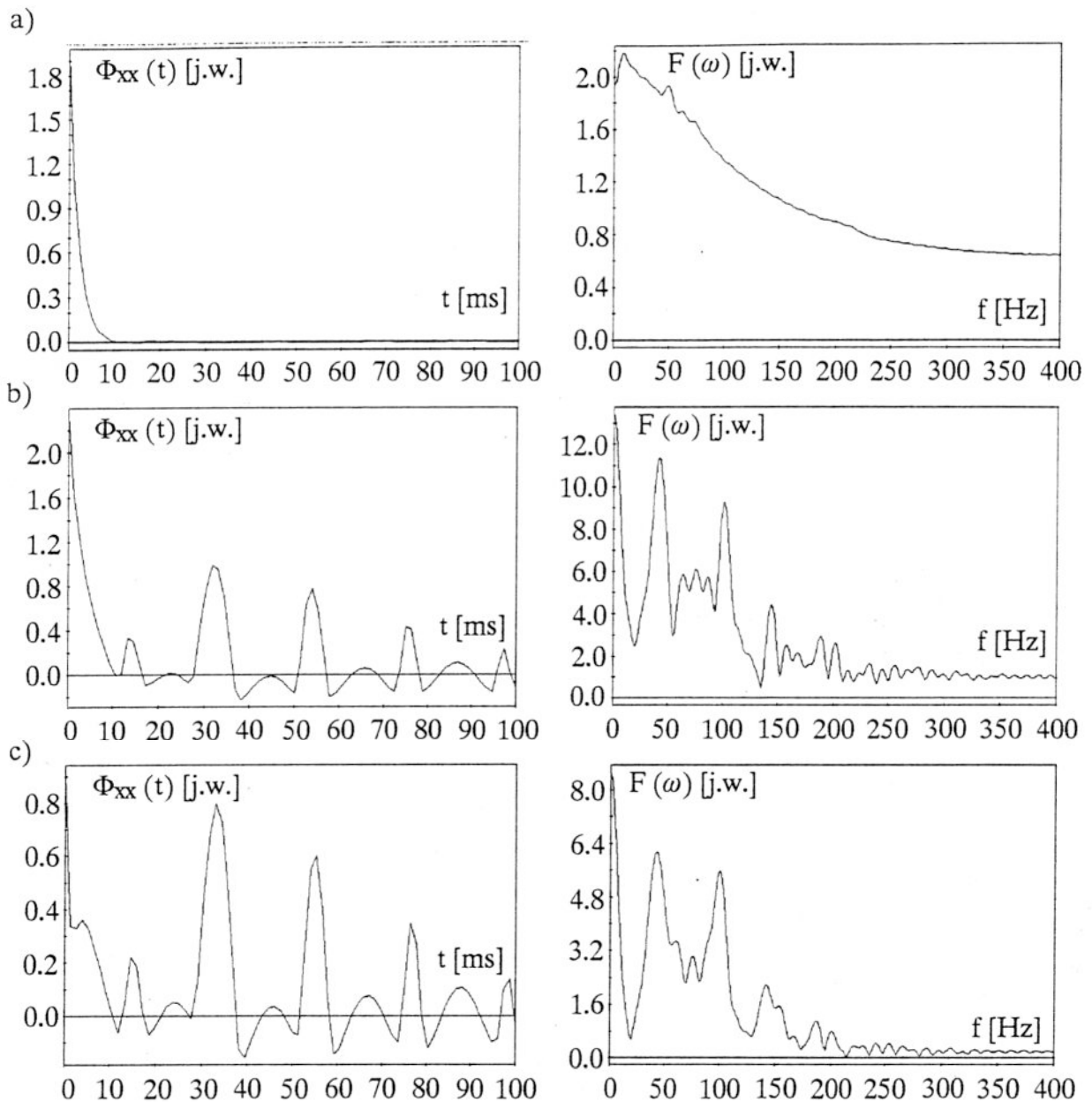


Rys. 6.8. Funkcje rozkładu prawdopodobieństwa zakłócenia prądowego dla kolejnych próbek (n) po wystąpieniu zwarcia dla: a) sygnałów pierwotnych, b) przebiegów na wyjściu przekładnika prądowego, c) sygnałów po filtracji analogowej.

jest znikomy, w rozpatrywanym zakresie czasowym (ćwierć okresu składowej podstawowej), w sygnałach prądowych nie występują jeszcze bowiem zakłócenia wywołane wejściem przekładników prądowych w stan nasycenia.

Nieco więcej informacji na temat oddziaływania przekładników prądowych i filtrów analogowych na charakter zakłócenia może przynieść porównanie funkcji autokorelacji i widma gęstości mocy zakłócenia dla zestawu sygnałów z poszczególnych punktów toru pomiarowego. Funkcje te w 3-stanowym modelu sygnałowym obliczone dla przebiegów pierwotnych (uwzględniając wszystkie realizacje procesu), po przekładniku prądowym i po filtrze analogowym pokazano na rysunku 6.9. Można powiedzieć, że w zasadzie tylko dla przebiegów pierwotnych zakłócenie jest faktycznie szumem białym, gdyż funkcja autokorelacji jest zbliżona do delty Diraca, a w widmie gęstości mocy nie dominuje wyraźnie żadna składowa (rys. 6.9.a).

Wpływ przekładnika ujawnia się zarówno w funkcji autokorelacji jak i w widmie zakłócenia (rys. 6.9.b). Wyraźnie obserwowalne "piki" w funkcji autokorelacji są wynikiem zjawisk nasyceniowych w przekładniku prądowym, pojawiających się średnio od 30-tej milisekundy po zaistnieniu zaburzenia. Zauważalna jest też 20-milisekundowa okresowość zjawiska (wchodzenie w nasycenie i wychodzenie przy odpowiednich połówkach sygnału przemiennego). Podczas nasycenia przekładnika generowana jest cała gama harmonicznych, co widać na przebiegu widma gęstości mocy. Początkowa część funkcji autokorelacji (do ok. 30 ms, bez zjawisk nasyceniowych) ujawnia niewielką pasmość charakterystyki częstotliwościowej przekładnika prądowego. Przeniesione na wyj-



Rys. 6.9. Funkcja autokorelacji (po lewej) i widmo gęstości mocy (po prawej) zakłócenia prądowego w 3-stanowym modelu sygnałowym obliczone dla przebiegów: a) pierwotnych, b) po przekładniku prądowym, c) po filtrze analogowym.

ście przekładnika zakłócenia sygnału prądowego nie są już czystym szumem białym.

Obecność dolnoprzepustowego filtra analogowego w torze wstępnego przetwarzania sygnałów, choć konieczna z innych (opisanych w rozdziale 2) względów, powoduje dalszą "koloryzację" zakłócenia, co widać zarówno na wykresie funkcji autokorelacji jak i widma gęstości mocy (rys. 6.9.c).

W większości publikowanych dotychczas prac dotyczących filtracji Kalmana [9, 10, 11] parametry projektowanych filtrów szacuje się lub ustala na podstawie charakterystyk

zakłóceń sygnałów pierwotnych (które nie są w rzeczywistości obserwowalne), nie uwzględniając wpływu elementów toru analogowego przetwarzania sygnałów. Na wyjściu układu przekładnik prądowy - filtr analogowy mamy jednak zawsze do czynienia nie z szumem białym, ale z kolorowym, co sprawia, że należy się liczyć z suboptymalnością tak zaprojektowanych filtrów.

Dalsza analiza właściwości filtrów Kalmana dla sygnałów napięciowych i prądowych zostanie przeprowadzona na podstawie parametrów zaprojektowanych filtrów (macierzy wzmocnień i kowariancji błędów estymacji stanu).

6.1.4. Parametry filtru Kalmana dla sygnału napięciowego i prądowego

- Dwustanowy filtr Kalmana do estymacji napięcia

Z poprzedniego rozdziału wynika, że dwustanowy filtr Kalmana jest wystarczający do estymacji napięcia. Projekt filtru opiera się na dwustanowym modelu napięcia opisanym równaniami (4.30), (4.31).

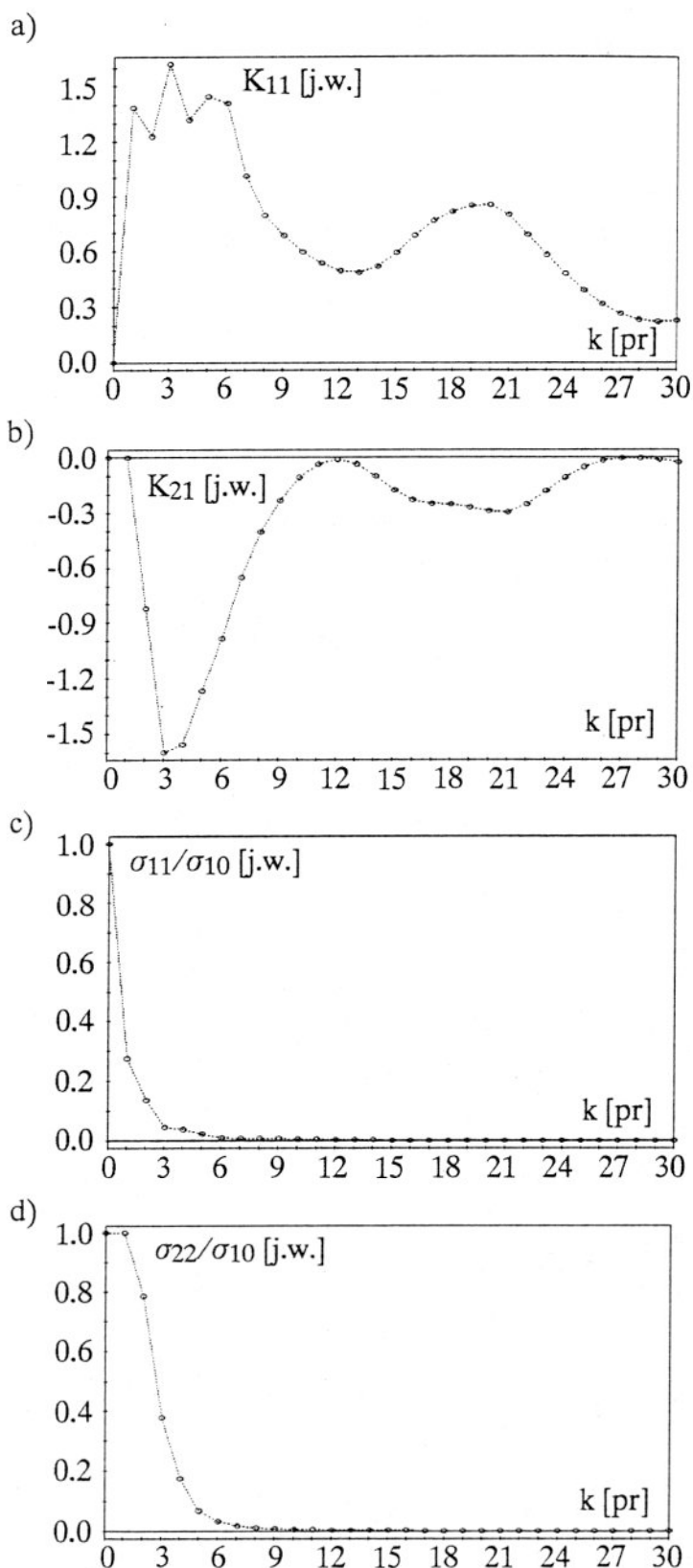
Do uruchomienia procedury filtracji wymagana jest znajomość wartości oczekiwanej wektora stanu w chwili $k=0$. Początkowy wektor stanu w modelu napięciowym ma postać

$$[\hat{U}(0)] = \begin{bmatrix} E\{U_{d1}(0)\} \\ E\{U_{q1}(0)\} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

gdzie wartości oczekiwane zmiennych stanu dla składowych bezpośredniej i kwadraturowej obliczono odpowiednio według równań (4.47) i (4.50). Wszystkie obliczenia projektowe prowadzono w jednostkach względnych [j.w.] odniesionych do wartości znamionowej amplitudy napięcia systemu. Wyznaczona wartość oczekiwana wektora stanu w chwili wystąpienia zaburzenia wynosi

$$[\hat{U}(0)] = \begin{bmatrix} -0.403 \\ -0.280 \end{bmatrix}$$

Do zainicjowania rekursywnych procedur obliczenia macierzy wzmocnień $[K]$ niezbędna jest znajomość początkowej macierzy kowariancji estymacji stanu. Jest to macierz diagonalna, której elementami są kowariancje początkowe składowej bezpośredniej i kwadraturowej w modelu dwustanowym. Kowariancje te są sobie równe, a obliczono je z zależności (4.53). Zgodnie z równaniem (4.55) macierz $[W_U(0)]$ ma postać



Rys. 6.10. Filtr napięciowy (model 2-stanowy) - elementy macierzy wzmocnień $[K(k)]$ i kowariancji błędów estymacji $[W(k)]$ dla składowych bezpośredniej (a, c) i kwadraturowej (b, d).

$$[W_U(0)] = \begin{bmatrix} 0.512 & 0 \\ 0 & 0.512 \end{bmatrix}$$

Do obliczenia macierzy wzmocnień $[K]$ konieczna jest również znajomość macierzy kowariancji zakłóceń pomiaru $[P(k)]$. W przyjętym modelu napięcia macierz $[P_U(k)]$ jest skalar, a jej wartości dla kolejnych chwil są po prostu wariancją zakłóceń σ_{VU}^2 obliczoną według wzoru (4.44).

Wcześniejszą jakościową ocenę filtracji można przeprowadzić zanim filtr zacznie pracować w oparciu o elementy macierzy wzmocnień. W dwustanowym filtrze, składa się ona z dwóch elementów K_{11} i K_{21} , które w trakcie filtracji poprzez sprzężenie zwrotne sterują wartościami zmiennych stanu odpowiednio bezpośredniej i kwadraturowej.

Rysunek 6.10.a, 6.10.b przedstawia elementy macierzy $[K(k)]$ w dwustanowym filtrze Kalmana do estymacji napięcia obliczane zgodnie z rekursywnymi równaniami (4.16), (4.17), (4.18). Filtr Kalmana jest filtrem niestacjonarnym, o czym świadczy zmienność elementów macierzy wzmocnień w funkcji dyskretnego czasu k . W pierwszych kilku próbkach elementy K_{11} i K_{21} osiągają znaczne wartości co oznacza, że filtr charakteryzuje się silnym sprzężeniem zwrotnym na początku filtracji. Następnie K_{11} ,

K_{21} wolno dążą do wartości ustalonej, którą osiągają po 28 próbkach od wystąpienia zaburzenia. Po tym czasie filtr nasycy się danymi i kolejne próbki sygnału wejściowego nie mają wpływu na dalszą estymację.

Powyższe przebiegi elementów macierzy $[K(k)]$ prowadzą do minimalnej macierzy kowariancji błędów estymacji stanu $[W(k)]$, którą wyznacza się równocześnie z obliczeniem macierzy wzmocnień zgodnie z rekursywną procedurą (4.16), (4.17), (4.18). Rysunki 6.10.c, 6.10.d przedstawiają otrzymane kowariancje błędów estymacji składowej bezpośredniej i kwadraturowej, które odpowiadają elementom $W[1,1]$ i $W[2,2]$ macierzy kowariancji.

Na podstawie ich przebiegu można określić efektywność filtracji co do jej dynamiki oraz dokładności jeszcze przed uruchomieniem filtru. Z przebiegów widać, że w sensie średnim filtr będzie charakteryzował się dobrą dynamiką i dokładnością estymacji. Kowariancja składowej bezpośredniej już po 6 próbkach osiąga wartość ustaloną równą zeru, kowariancja składowej kwadraturowej zaś - po 8 próbkach. Należy się spodziewać, że średnio po tym czasie otrzyma się ustaloną estymatę wektora stanu z dużą dokładnością.

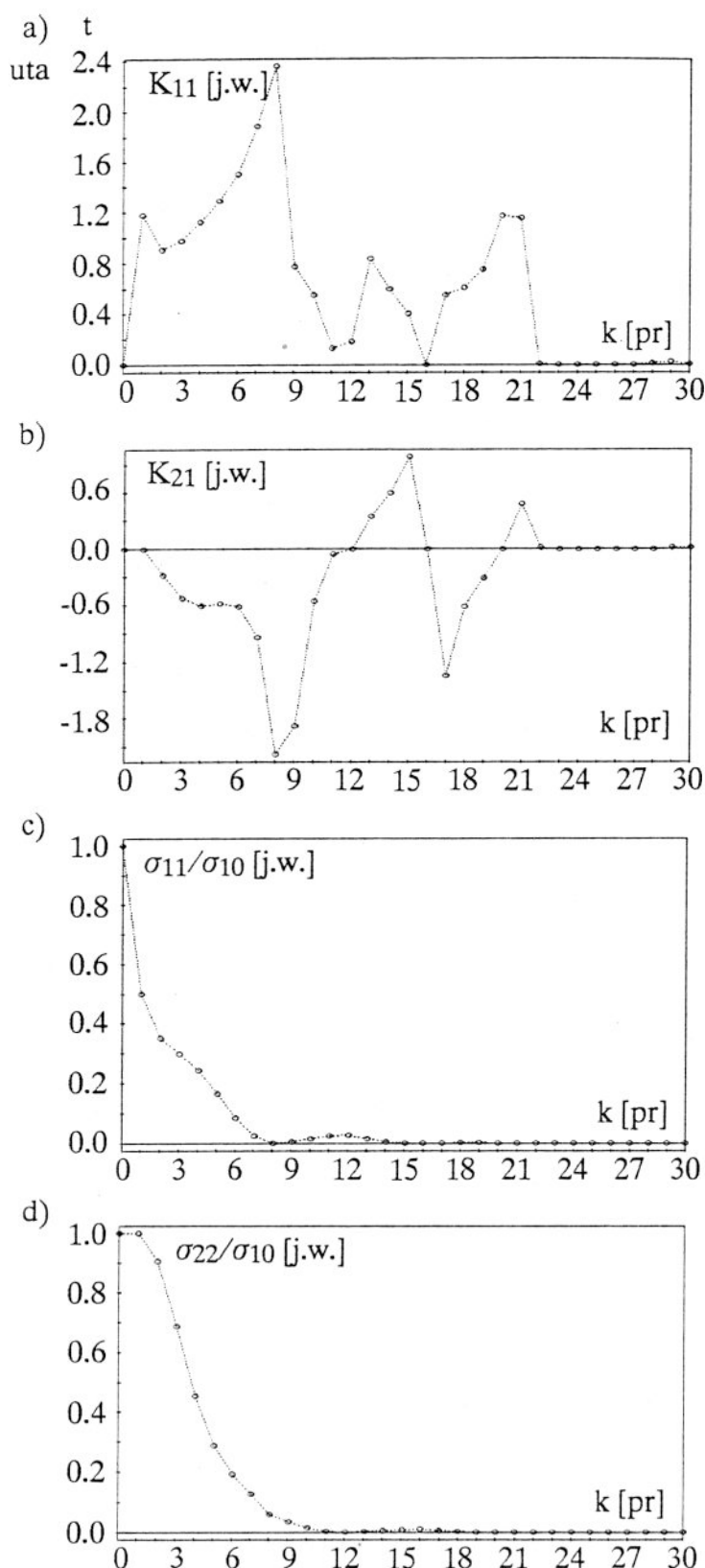
- Trójstanowy filtr Kalmana do estymacji prądu

Z analizy zakłóceń prądowych wynika, że optymalną filtrację sygnału prądowego zapewnia trójstanowy filtr Kalmana. Projekt filtru opiera się zatem na trójstanowym modelu procesu, gdzie trzecią zmienną stanu jest składowa aperiodyczna (zależności (4.37), (4.38)). Przedstawione niżej parametry i charakterystyki probabilistyczne dotyczą filtrów zaprojektowanych dla sygnałów z wyjścia filtrów analogowych.

Początkowy wektor stanu w trójstanowym modelu prądowym, z uwzględnieniem wszystkich realizacji procesu, ma postać

$$[\hat{I}(0)] = \begin{bmatrix} E\{I_{d1}(0)\} \\ E\{I_{q1}(0)\} \\ E\{I_a(0)\} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Wartości oczekiwane zmiennych stanu związanych ze składową podstawową obliczono analogicznie jak w projekcie filtru dla napięcia. Wartość oczekiwaną składowej aperiodycznej w chwili wystąpienia zaburzenia obliczono z zależności (4.51). Ostatecznie wartość oczekiwana prądowego wektora stanu w chwili $t=0$ wynosi



Rys. 6.11. Filtr prądowy (model 3-stanowy "pełny") - elementy macierzy wzmocnień $[K(k)]$ i kowariancji błędów estymacji $[W(k)]$ dla składowych bezpośredniej (a, c) i kwadraturowej (b, d).

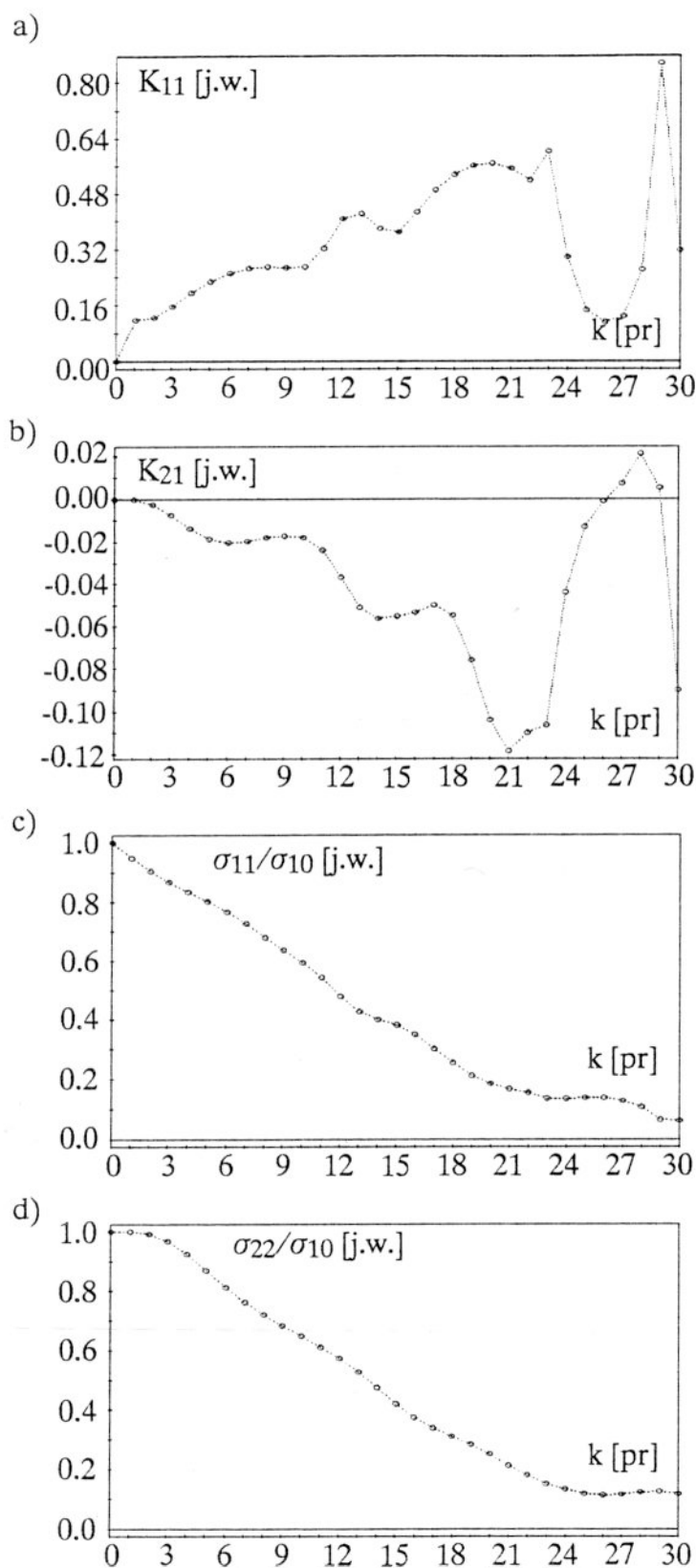
$$[\hat{I}(0)] = \begin{bmatrix} -0.015 \\ -0.013 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Początkowa macierz kowariancji procesu w modelu trójstanowym prądu ma postać zgodną z równaniem (4.56). Jest ona również macierzą diagonalną, której elementy głównej przekątnej stanowią kowariancje poszczególnych zmiennych stanu w chwili $t=0$. Kowariancje zmiennych stanu bezpośredniej i kwadraturowej wyznaczono analogicznie jak w modelu napięcia. Początkową kowariancję składowej aperiodycznej obliczono z zależności (4.54). Wyznaczona macierz $[W_i(0)]$ ma tutaj postać

$$[W_i(0)] = \begin{bmatrix} -1.034 & 0 & 0 \\ 0 & -1.034 & 0 \\ 0 & 0 & -0.147 \end{bmatrix}$$

W prądowym modelu procesu macierz kowariancji zakłóceń pomiaru $[P(k)]$ jest także skalar, równym wariancji zakłóceń w kolejnych dyskretnych chwilach czasu k .

Analogicznie jak w projekcie filtra napięciowego, wyznaczono również macierz wzmocnień $[K(k)]$ trójstanowego filtra dla sygnałów prądowych. Rysunki 6.11.a, 6.11.b przedstawiają przebiegi elementów K_{11} i K_{21} tej macierzy odpowiedzialnych za estymatę zmiennych stanu bezpośredniej i kwadraturowej. Na początku filtracji elementy K_{11} , K_{21} mają znaczne wartości, osiągając

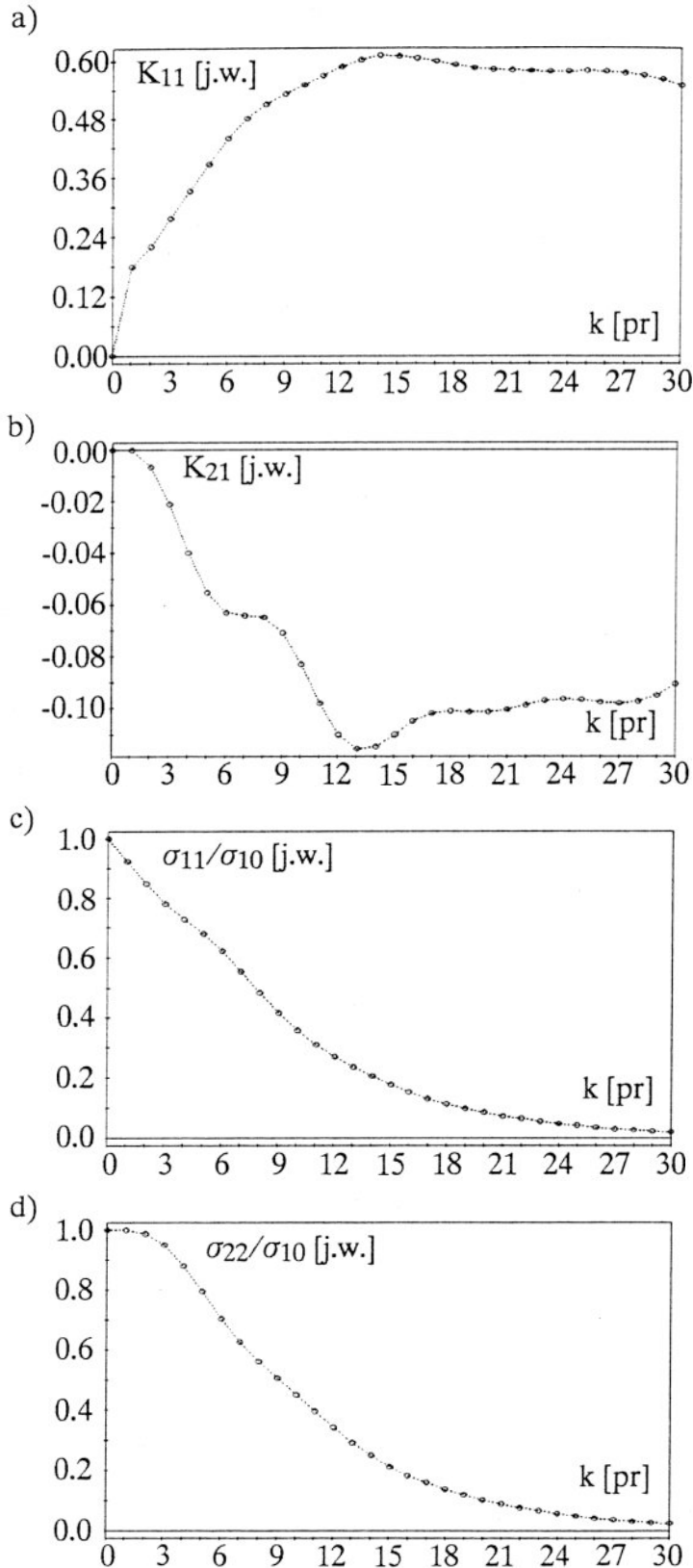


Rys. 6.12. Filtr prądowy (model 2-stanowy) - elementy macierzy wzmocnień $[K(k)]$ i kowariancji błędów estymacji $[W(k)]$ dla składowych bezpośredniej (a, c) i kwadraturowej (b, d).

maksymalny poziom po 8 próbkach (odpowiednio 2.4 i -2.1). Wtedy to filtr będzie się charakteryzował również maksymalnym sygnałem sterującym. W pętli zmiennej stanu kwadraturowej będzie on nieznacznie mniejszy. Następnie wzmocnienia maleją oscylacyjnie do wartości ustalonej, którą osiągają po 21 próbkach. Po tym czasie filtr nasycy się danymi. Należy jeszcze zwrócić uwagę, że wartości elementów K_{11} , K_{21} dla poszczególnych próbek posiadają znaki przeciwne oraz są w przybliżeniu symetryczne względem wartości zerowej.

Rysunki 6.11.c, 6.11.d przedstawiają kowariancje zmiennych stanu związanych ze składową podstawową (elementy macierzy $[W_i(k)]$). Kowariancja zmiennej stanu bezpośredniej bardzo szybko maleje na początku filtracji, następnie wolniej, by po 14 próbkach osiągnąć wartość ustaloną. Kowariancja zmiennej kwadraturowej ma nieco lepszą dynamikę, gdyż ustala się po 11 próbkach.

Dla porównania obliczono również macierze wzmocnień i kowariancji błędów estymacji stanu filtru Kalmana dwustanowego, a także przeanalizowano właściwości filtrów dwu- i trójstanowego zaprojektowanych dla sygnałów prądowych pozbawionych wpływu zjawisk nasyceniowych w przekładniku prądowym. Rysunki

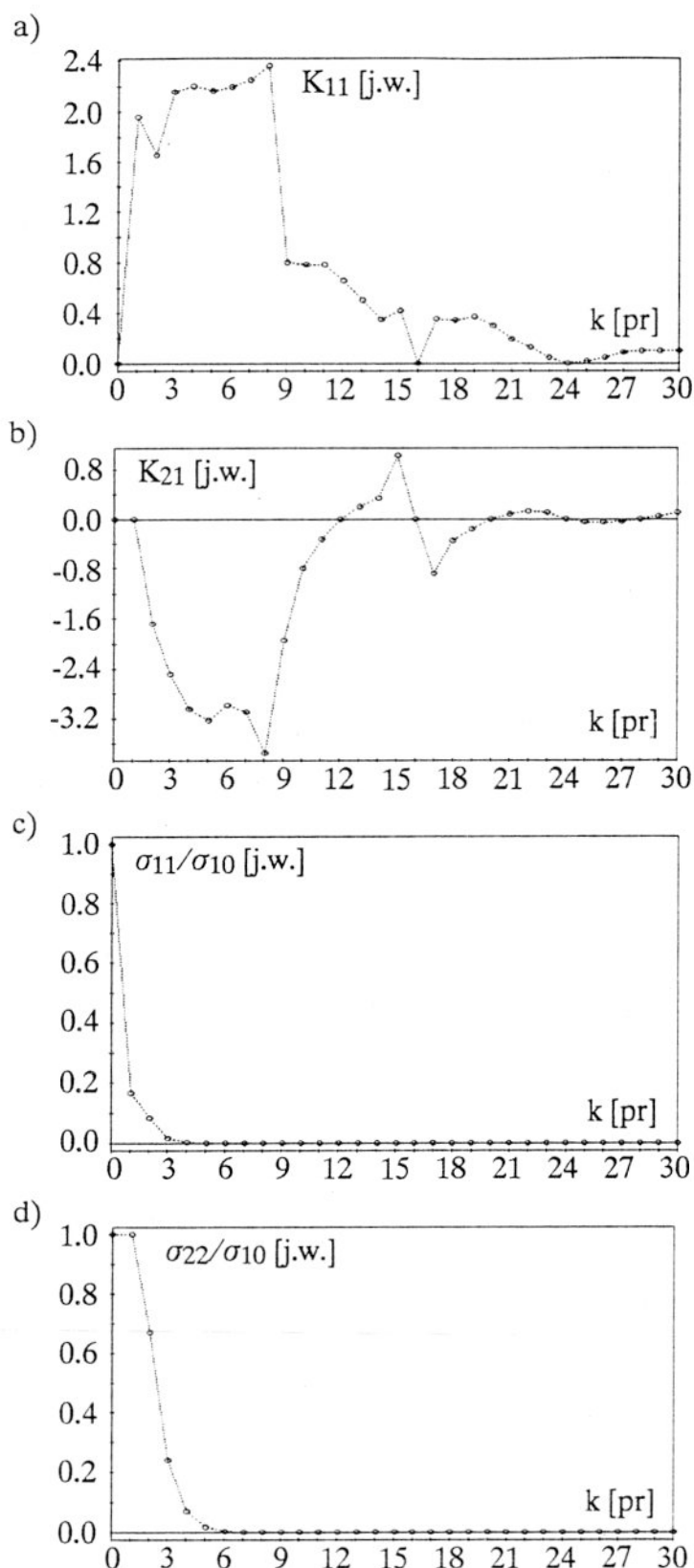


Rys. 6.13. Filtr prądowy (model 2-stan., liniowy zakr. pracy przekł.) - elementy macierzy wzmocnień $[K(k)]$ i kowariancji błędów estymacji $[W(k)]$ dla składowych bezpośredniej (a, c) i kwadraturowej (b, d).

6.12.c, 6.12.d przedstawiają kowariancje filtra dwustanowego. Dwustanowy filtr Kalmana do estymacji prądu posiada bardzo złą dynamikę w porównaniu z filtrem trójstanowym. Nawet po 30 próbkach (prawie dwa okresy składowej podstawowej) kowariancja błędów estymacji stanu nie osiąga wartości ustalonej. Symulacyjna realizacja filtracji sygnałów zaburzeniowych powinna potwierdzić, że dwustanowy filtr Kalmana nie będzie się nadawał do estymacji prądu.

Na rysunku 6.13 przedstawiono elementy macierzy wzmocnień $[K(k)]$ i kowariancji błędów estymacji $[W(k)]$ dla filtra prądowego dwustanowego zaprojektowanego przy uwzględnieniu jedynie przypadków zwarciovych, w których nie występowało nasycenie przekładników prądowych. Również w tym przypadku właściwości filtra są niezadawalające.

Rysunek 6.14 przedstawia natomiast elementy macierzy $[K(k)]$ i $[W(k)]$ dla filtra trójstanowego zaprojektowanego przy odrzuceniu realizacji zwarciovych z nasyceniem przekładników prądowych. Widać, że filtr będzie posiadał lepszą dynamikę od filtra zaprojektowanego z uwzględnieniem zniekształceń przekładnika prądowego. Kowariancja błędów estymacji dla składowej bezpośredniej bardzo szybko zanika do zera (już po czterech próbkach



Rys. 6.14. Filtr prądowy (model 3-stan., liniowy zakr. pracy przekł.) - elementy macierzy wzmocnień $[K(k)]$ i kowariancji błędów estymacji $[W(k)]$ dla składowych bezpośredniej (a, c) i kwadraturowej (b, d).

od momentu wystąpienia zaburzenia). Natomiast kowariancja składowej kwadraturowej ustala się po 5 próbkach. Średnio po tym czasie należy oczekiwać ustalonej estymaty sygnału prądowego.

6.1.5. Badanie efektywności filtrów

Badanie efektywności filtracji pod względem dynamiki przeprowadzono na podstawie estymaty amplitudy prądu i napięcia przebiegów zaburzeniowych otrzymanych symulacyjnie. Amplitudę obliczono w oparciu o estymaty zmiennych stanu składowej podstawowej według wzoru

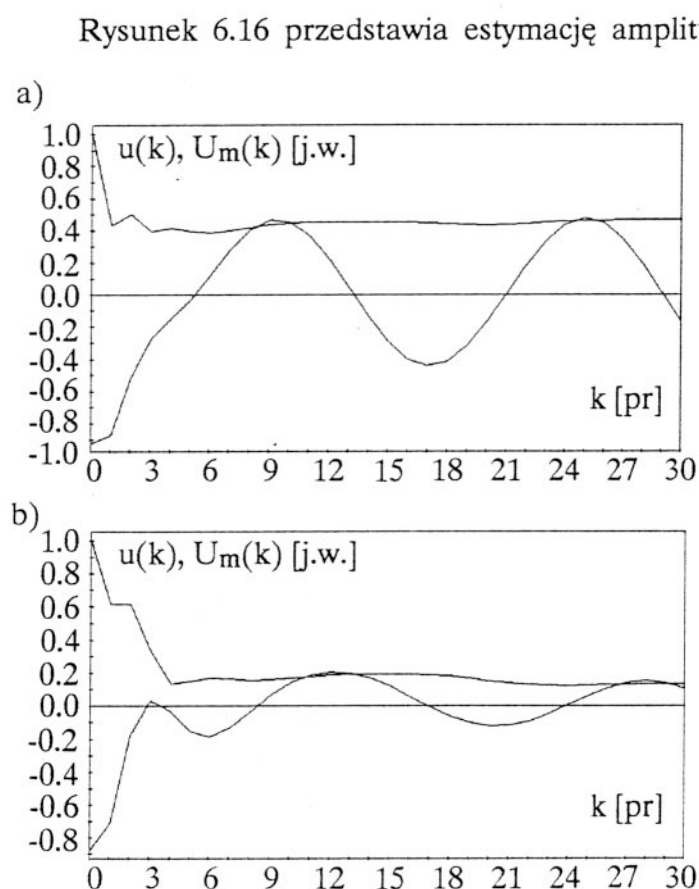
$$\hat{X}_m(k) = \sqrt{[\hat{X}_{d1}(k)]^2 + [\hat{X}_{q1}(k)]^2} \quad (6.16)$$

gdzie $\hat{X}_{d1}(k)$, $\hat{X}_{q1}(k)$ - estymaty składowej bezpośredniej i kwadraturowej prądu lub napięcia.

Na wstępie należy jeszcze nadmienić, że jakość filtracji Kalmana określa się odmiennie niż dla filtrów klasycznych. Wynika to z faktu, że filtr Kalmana jest zaprojektowany w oparciu o parametry probabilistyczne zakłóceń i procesu. Wyniki pojedynczej realizacji nie mogą tutaj być miarodajne, gdyż optymalność filtracji

należy oceniać po zbiorze realizacji, a nie w dziedzinie czasu. Filtry zostały zaprojektowane dla wartości średnich (oczekiwanych) parametrów składowych użytecznych i zakłóceń. Należy się zatem spodziewać, że najbardziej typowe przebiegi zaburzeniowe badanego fragmentu systemu będą filtrowane efektywniej, natomiast realizacje skrajne, najmniej prawdopodobne - gorzej. Niemniej jednak analiza pewnych charakterystycznych przypadków zwarciovych powinna dostarczyć cennych informacji na temat dynamiki i dokładności statycznej filtrów oraz potwierdzić wnioski wyciągnięte na podstawie analizy macierzy filtrów.

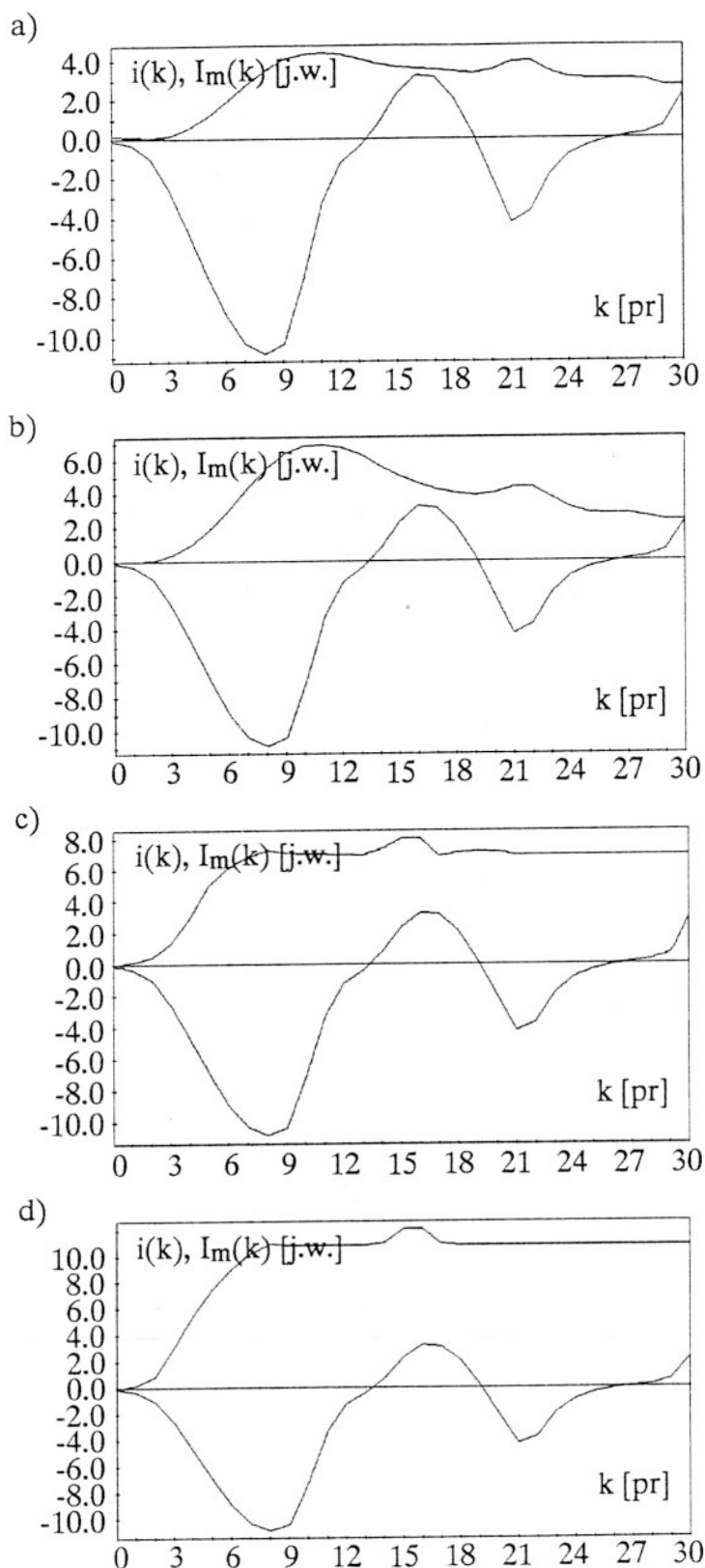
Rysunek 6.15 przedstawia estymację amplitudy napięcia przez dwustanowy filtr Kalmana. Z przebiegów widać, że filtr ma bardzo dobrą dynamikę. Estymata wiernie śledzi przebieg amplitudy odkształconego napięcia, a po całkowitym zaniku zakłócenia amplituda składowej podstawowej jest dokładnie mierzona. W przypadku zwarcia przez dużą rezystancję (rys.6.15a) już po dwóch próbkach (2.5 ms) od momentu wystąpienia zwarcia odpowiedź filtru jest w przybliżeniu ustalona. Dla przypadku z rys.6.15b (zwarcie przez małą rezystancję) stan przejściowy procesu filtracji trwa ok. 5 ms.



Rys. 6.15. Estymacja amplitudy napięcia z użyciem 2-stanowego filtra Kalmana: a) zwarcie przez dużą rezystancję przejścia, b) zwarcie przez małą rezystancję przejścia.

Rysunek 6.16 przedstawia estymację amplitudy prądu dla przypadku, w którym wystąpiło nasycenie przekładnika prądowego przez filtry Kalmana dwustanowy i trójstanowy zaprojektowane dla wszystkich realizacji procesu i przy odrzuceniu przypadków z nasyceniem przekładnika. Na rysunku 6.17 zaś pokazano przebieg estymacji amplitudy prądu przez wszystkie filtry dla realizacji procesu przy niezna- cznej składowej nieokresowej, bez nasycenia przekładnika prądowego.

Estymacja amplitudy składowej podstawowej prądu dla filtru dwustanowego podczas występowania nasycenia przekładnika (znaczące odkształcenia w przebiegu prądu) obarczona jest znacznym błędem. Nasycenie filtru danymi trwa tutaj tak długo, że poprawna wartość amplitudy nie jest osiągnięta przed wejściem

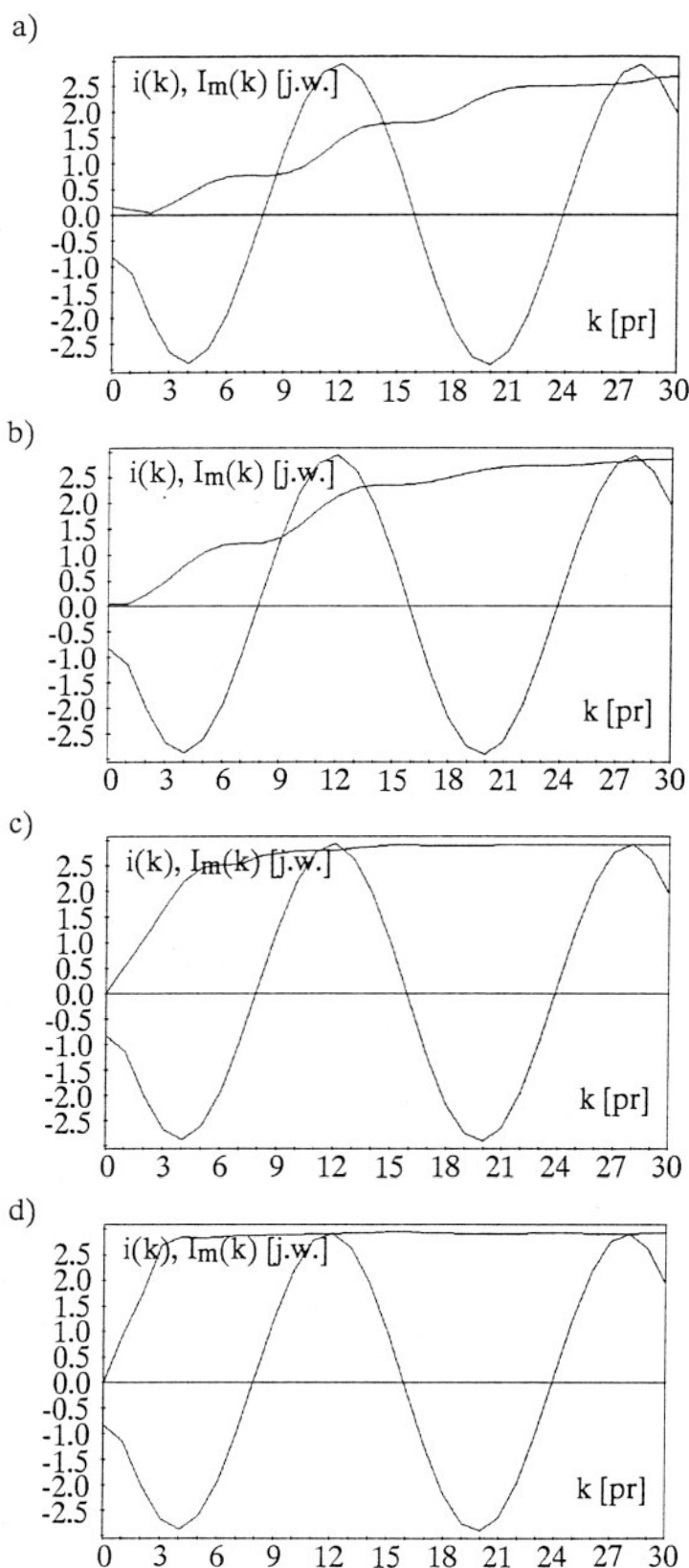


Rys. 6.16. Estymacja amplitudy prądu - przypadek z nasyceniem przekładnika przy zastosowaniu filtru Kalmana: a) 2-stanowego, b) 2-st., liniowy zakr. pr. przekł., c) 3-stanowego, d) 3-st., jak w b).

przekładnika w obszar nasycenia. Jako wynik pomiaru otrzymuje się chwilową wartość amplitudy odkształconego przebiegu - efekt filtracji zakłóceń nie jest w zasadzie widoczny. Dla realizacji procesu bez składowej aperiodycznej filtr dochodzi do wartości ustalonej po około 30 próbkach, tj. ok. 40 ms. Taki wynik jest zgodny z wcześniejszymi analizami odnośnie przebiegu elementów macierzy kowariancji błędów estymacji stanu dla tego filtru.

Dwustanowy filtr Kalmana zaprojektowany przy odrzuceniu realizacji z nasyceniem przekładnika także nie radzi sobie z filtracją składowej nieokresowej. Filtr ten posiada nieco lepszą dynamikę, reagując szybciej na skokową zmianę parametrów sygnału, nie jest jednak również w stanie odfiltrować składowej aperiodycznej. W przypadku realizacji zwarcia bez składowej aperiodycznej uzyskuje się poprawną wartość amplitudy składowej podstawowej, stan nieustalony filtru trwa jednak aż 21 próbek, co jest czasem dłuższym od okresu składowej podstawowej. Potwierdziło się zatem stwierdzenie, że dwustanowy filtr Kalmana nie nadaje się do estymacji parametrów sygnału prądowego.

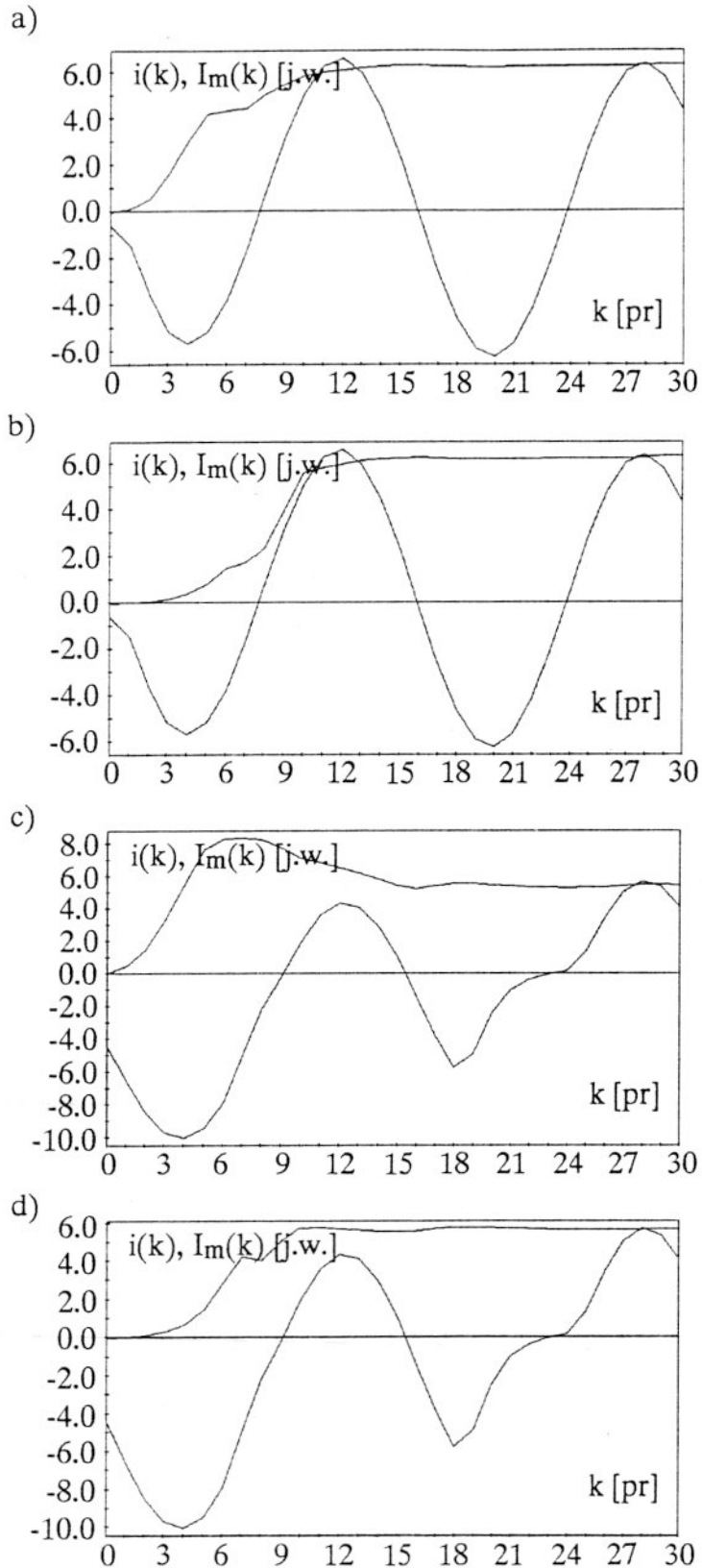
Dla filtru trójstanowego wartość ustaloną amplitudy przebiegu prądowego bez składowej aperiodycznej otrzymuje się po



Rys. 6.17. Estymacja amplitudy prądu - przypadek bez nasycenia przekładnika przy zastosowaniu filtru Kalmana: a) 2-standowego, b) 2-st., liniowy zakr. pr. przekł., c) 3-standowego, d) 3-st., jak w b).

ok. 8 próbkach od momentu zaistnienia zaburzenia. Pojawienie się składowej nieokresowej w prądzie nie pogarsza dynamiki filtru. Stan nieustalony pomiaru trwa połowę okresu składowej podstawowej. Trójstanowy filtr jest zatem wystarczający do estymacji prądu, gdyż dobrze odrzuca składową aperiodyczną przy jednoczesnych dobrych właściwościach dynamicznych. Amplituda składowej podstawowej sygnału jest mierzona dokładnie nawet w przypadku nasycenia przekładnika. Dzieje się tak dlatego, że filtr nasycy się danymi przed wejściem przekładnika w obszar nasycenia. Dalsza zmiana sygnału nie ma już żadnego wpływu na proces estymacji.

Jeszcze lepszą dynamikę posiada trójstanowy filtr prądu zaprojektowany w oparciu o przebiegi pozbawione zniekształceń wprowadzanych przez przekładnik prądowy. Stan nieustalony filtru trwa w przypadku realizacji zwarciowej bez składowej nieokresowej jedynie trzy próbki, co jest czasem krótszym niż $1/4$ okresu składowej podstawowej. W przypadku występowania składowej nieokresowej i nasycenia przekładnika dynamika filtracji jest podobna jak dla filtru trójstanowego zaprojektowanego dla wszystkich realizacji zwarciowych. Filtr ten nie radzi sobie jednak ze składową aperiodyczną zawartą w sygnale prądowym, czego efe-



Rys. 6.18. Estymacja amplitudy prądu - przypadek bez nasycenia (a,b) i z nasyceniem (c,d) przekładnika przy zastos. filtru Kalmana 3-stan. zaprojektowanego dla sygnałów: a,c) pierwotnych, b,d) po filtrze analog.

ktem jest niewłaściwa wartość estymowanej amplitudy.

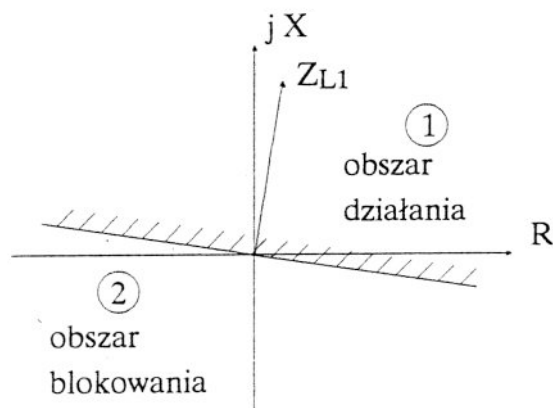
Rezultaty estymacji otrzymywane dla dokładnie zaprojektowanych trójstanowych filtrów Kalmana wydają się bardzo obiecujące. Nawet w przypadku nasycenia się przekładników prądowych proces estymacji trwa bardzo krótko i jest dokładny pod warunkiem nasycenia się filtru danymi przed wejściem przekładników w stan nasycenia, poprawny pomiar dokonywany jest bowiem tylko podczas liniowej pracy przekładników. Jeżeli dynamika filtru jest na tyle szybka (można ją ocenić na podstawie analizy macierzy kowariancji błędów estymacji stanu $[W(k)]$), że pomiar kończy się przed nasyceniem przekładnika, wyniki estymacji będą zawsze poprawne.

Dla sprawdzenia wpływu elementów toru analogowego przetwarzania sygnałów na parametry filtrów Kalmana i jakość filtracji, na rysunku 6.18 przedstawiono przykładowe przebiegi estymacji amplitudy sygnału prądowego przez 3-stanowe filtry Kalmana zaprojektowane dla sygnałów pierwotnych oraz z za przekładników i filtrów analogowych. Zarówno baza sygnałowa do projektu filtrów jak i pokazane na rys. 6.18 wybrane przebiegi prądowe pochodzą z układu sieciowego omawianego w dodatku B (rys. B.1). W przypadku bez na-

sycenia przekładnika prądowego (rys. 6.18 a, b) czas trwania stanu przejściowego procesu filtracji wynosi dla obu filtrów ok. 12 próbek (15 ms), różny jest natomiast tor dochodzenia chwilowej wartości estymowanej amplitudy sygnału do stanu ustalonego. Istotna różnica w działaniu obu filtrów Kalmana widoczna jest na rys. 6.18 c, d, przedstawiających proces estymacji amplitudy sygnału, w którym obserwowalna jest znaczna składowa aperiodyczna powodująca nasycenie przekładnika prądowego. Stan przejściowy filtracji dla filtru "pierwotnego" trwa tutaj ok. 16 próbek (20 ms), z zauważalnym przeregulowaniem pomiaru (ok. 60 %). Filtr "wtórny" natomiast osiąga stan ustalony filtracji bez przeregulowania po ok. 8 próbkach (10 ms). Właściwość ta wynika z faktu, iż parametry filtru zaprojektowanego dla sygnałów z wyjścia toru przetwarzania analogowego uwzględniają zjawiska nasyceniowe w przekładniku oraz koloryzację zakłócenia przez filtr analogowy. Mimo, że charakterystyki probabilistyczne zakłócenia dla sygnałów po filtrze analogowym (rys. 6.9 c) wskazują na suboptymalność filtru Kalmana opartego na tej bazie sygnałowej, jest on na pewno lepiej "dopasowany" do rzeczywistych sygnałów doprowadzanych do części cyfrowej zabezpieczenia niż filtr "pierwotny", co potwierdzają przedstawione na rysunku 6.18 przebiegi estymacji.

6.1.6. Porównanie z filtrami deterministycznymi na przykładzie prostego zabezpieczenia

Biorąc pod uwagę fakt, że jakość filtru Kalmana powinno się oceniać nie na podstawie efektów filtracyjnych dla wybranego przypadku zwarciowego lecz po zbiorze realizacji procesu, analizy właściwości filtrów dokonano dla dużej grupy przebiegów zwarciowych (po 1050 z linii zabezpieczanej L1 i linii "za plecami" - L2, rysunek 6.1). Przeprowadzono zatem ocenę statystyczną działania filtrów, przy czym ocena ta nie dotyczyła



Rys. 6.19. Charakterystyka kierunkowa zabezpieczenia linii na płaszczyźnie impedancji; Z_{L1} - wektor impedancji linii zabezpieczanej.

efektywności filtracji w rozumieniu klasycznym (tj. dokładności w stanie ustalonym i dynamiki pomiaru), ale selektywności i szybkości działania zabezpieczenia jako całości. Zaprojektowane filtry Kalmana, różne dla sygnałów prądowych i napięciowych, stanowiły część zabezpieczenia nadprądowego kierunkowego linii przesyłowej L1. Uzyskane z ich pomocą optymalne estymaty składowych ortogonalnych napięć i prądów posłużyły do obliczenia wartości amplitudy prądu fazy uszkodzonej $I_a(k)$ oraz składowych impe-

dancji $R(k)$, $X(k)$ do miejsca zwarcia dla kolejnych chwil czasowych wyznaczonych przez krok próbkowania. Charakterystykę kierunkową zamodelowanego zabezpieczenia na płaszczyźnie impedancji przedstawiono na rysunku 6.19.

Założono, że dla filtracji przebiegów napięciowych będzie używany filtr dwustanowy, dla sygnałów prądowych zaś - 3-stanowy filtr Kalmana zaprojektowany dla wszystkich realizacji procesu (sygnały po filtracji analogowej).

Testowanie jakości filtru Kalmana i jego dynamiki w kontekście szybkości i pewności podejmowania decyzji przez zabezpieczenie.

Część decyzyjną zabezpieczenia linii wyposażono w regułę decyzyjną, zgodnie z którą decyzja o wyłączeniu linii była podejmowana wtedy, gdy amplituda prądu fazowego $I_a(k)$ fazy uszkodzonej przekroczyła wartość nastawy I_{ap} (ustawionej powyżej prądu maksymalnego obciążenia linii, poniżej zaś minimalnego prądu zwarcia jednofazowego), a wektor zmierzonej impedancji do miejsca zwarcia znalazł się w obszarze działania zabezpieczenia (obszar 1 na rys. 6.19). Umieszczenie wektora impedancji w obszarze blokowania (obszar 2) wskazywało na wystąpienie zwarcia w linii L_2 (za plecami).

Ze względów opisanych w r.3.4 pracy (dynamiczne błędy pomiaru, sztywny podział przestrzeni decyzyjnej, ograniczona pewność identyfikacji stanu obiektu przez sformułowane dotychczas kryteria), klasyczna część decyzyjna zabezpieczenia wyposażona jest z reguły w "wielopróbkowy" algorytm podejmowania decyzji. Wymaga się mianowicie, aby ostatnie N lub ostatnie N spośród M ($N \leq M$) próbek wielkości kryterialnych spełniało warunki działania zabezpieczenia bądź postuluje się wprowadzenie stałej zwłoki czasowej. W przeprowadzonych badaniach model zabezpieczenia poddano testom w przypadku braku zwłoki czasowej (dla $N=1$) i przy wprowadzonym warunku konieczności spełnienia kryteriów działania zabezpieczenia przez kilka kolejnych próbek ($N=3$ lub $N=5$).

Zabezpieczenie pobudzano sygnałami zwarciovymi z linii zabezpieczanej L_1 i z linii "za plecami" L_2 . Przebiegów zwarciovych z linii L_3 (dalszej) nie dostarczano do zabezpieczenia, bowiem przyjęty zestaw kryteriów działania nie pozwala na rozróżnianie zwarć w liniach L_1 i L_3 . Na bazie wykonanych symulacji obliczono statystyczną efektywność zabezpieczenia linii bazującego na filtrze Kalmana biorąc pod uwagę ilość poprawnych decyzji w możliwie najkrótszym czasie. W tym celu obliczono sumaryczny odsetek błędnych decyzji (decyzje o wyłączeniu podczas zwarcia w linii L_2 , decyzje brakujące w przypadku zwarcia w linii L_1 oraz nie podjęcie żadnej decyzji w czasie 1 okresu składowej podstawowej) oraz średni czas podejmowania decyzji od momentu powstania zwarcia dla algorytmów z opóźnieniem i bez opóźnienia.

Wyniki testów i obliczeń przedstawiono w tabeli 6.1.

N - ilość próbek wielk. kryterialnych spełniających warunki działania zabezpieczenia wymaganych do podjęcia decyzji	Sumaryczny odsetek błędnych decyzji [%]	Decyzje błędne [%] przy zwarcjach w		Brak jakiegokolwiek decyzji [%] przy zwarcjach w linii L ₁ i L ₂	Średni czas podejmowania decyzji [próbki]	Średni czas podejmowania decyzji [próbki] przy zwarcjach w	
		linii L ₁	linii L ₂			linii L ₁	linii L ₂
1	17.5	4.5	24.3	6.2	4.0	2.0	6.0
3	0.1	0.0	0.1	0.0	4.5	4.0	5.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	6.5	6.0	7.0

Tabela 6.1. Efektywność decyzyjna zabezpieczenia nadprądowego kierunkowego linii L₁ opartego na filtrze Kalmana: odsetek błędnych decyzji i średni czas podejmowania decyzji.

Testy zabezpieczenia z filtrami deterministycznymi

W celu porównania działania zabezpieczenia opartego na filtrze Kalmana z rozwiązaniami standardowymi wykorzystującymi algorytmy fourier'owskie, tym samym testom poddano zabezpieczenie, w którym przetwarzanie sygnałów oparte zostało na parze ortogonalnych filtrów nierekursywnych o oknach w postaci funkcji sinus - cosinus (filtracja pełnookresowa) i funkcji Walsha zerowego i pierwszego rzędu (filtracja półokresowa). Wyniki testów i obliczeń dla tych algorytmów zebrano w tabeli 6.2.

N - ilość próbek wielk. kryterialnych spełniających warunki działania zabezpieczenia wymaganych do podjęcia decyzji	Sumaryczny odsetek błędnych decyzji [%]	Decyzje błędne [%] przy zwarcjach w		Brak jakiegokolwiek decyzji [%] przy zwarcjach w linii L ₁ i L ₂	Średni czas podejmowania decyzji [próbki]	Średni czas podejmowania decyzji [próbki] przy zwarcjach w	
		linii L ₁	linii L ₂			linii L ₁	linii L ₂
1	50.0	64.3	35.7	0.0	1.0	1.0	1.0
3	42.1	48.4	35.8	0.0	5.0	5.0	5.0
5	26.3	33.5	19.0	0.0	7.0	7.0	7.0

a) filtry o odpowiedzi impulsowej w postaci funkcji sinus - cosinus;

N - ilość próbek wielk. kryterialnych spełniających warunki działania zabezpieczenia wymaganych do podjęcia decyzji	Sumaryczny odsetek błędnych decyzji [%]	Decyzje błędne [%] przy zwarcjach w		Brak jakiegokolwiek decyzji [%] przy zwarcjach w linii L ₁ i L ₂	Średni czas podejmowania decyzji [próbki]	Średni czas podejmowania decyzji [próbki] przy zwarcjach w	
		linii L ₁	linii L ₂			linii L ₁	linii L ₂
1	58.3	71.2	45.3	0.0	1.0	1.0	1.0
3	50.1	50.0	50.2	0.0	5.0	5.0	5.0
5	35.9	45.8	26.0	0.0	7.0	7.0	7.0

b) filtry o oknach w postaci funkcji Walsha zerowego i pierwszego rzędu.

Tabela 6.2. Odsetek błędnych decyzji i średni czas podejmowania decyzji zabezpieczenia nadprądowego kierunkowego linii L₁ dla fourier'owskich algorytmów filtracyjnych.

Porównanie działania zabezpieczenia linii L₁ dla różnych algorytmów filtracyjnych pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków:

(1) Zastosowanie fourier'owskich algorytmów filtracji sygnałów przyniosło, przy tak wybranym zestawie wielkości decyzyjnych i heurystycznym algorytmie podejmowania decyzji, znaczące błędy decyzyjne (rzędu kilkudziesięciu procent).

(2) Zastosowanie opóźnienia w podejmowaniu decyzji (wymaganie spełnienia warunków działania zabezpieczenia przez kilka kolejnych próbek) zmniejszyło nieco odsetek błędnych decyzji, był on jednak ciągle większy niż 25 %. Dalsza poprawa selektywności zabezpieczenia byłaby z pewnością możliwa przy zastosowaniu zwłoki czasowej, nie krótszej jednak niż długość okna pomiarowego zastosowanych filtrów.

(3) Zabezpieczenie miało większe kłopoty z rozpoznawaniem zwarć wewnątrz chronionej linii niż w linii L₂ ("za plecami").

(4) Zabezpieczenie linii oparte na filtrze Kalmana z algorytmem decyzyjnym bez opóźnienia (N=1) charakteryzowało się odsetkiem błędnych decyzji niewiele powyżej 10 %.

(5) Zastosowanie opóźnienia czasowego (N=3, N=5) redukuje odsetek błędnych decyzji praktycznie do zera.

(6) Zwarcia w linii zabezpieczanej L₁ były rozpoznawane łatwiej niż w linii za

plecami, rozpatrując zarówno czas podejmowania decyzji jak i selektywność działania zabezpieczenia. Własność taka wydaje się być zrozumiała, zważywszy że parametry filtru Kalmana były określone na podstawie zestawu sygnałów zwarciovych z zabezpieczanej linii.

Wykorzystanie optymalnego estymatora wielkości kryterialnych w bloku filtracyjno - ortogonalizacyjnym cyfrowego zabezpieczenia linii przesyłowej zaowocowało znakomitymi parametrami decyzyjnymi. Porównanie efektów zastosowania filtrów Kalmana i fourier'owskich algorytmów przetwarzania sygnałów w części pomiarowej zabezpieczenia wypadło dużo korzystniej dla tych pierwszych. Zabezpieczenie linii wykorzystujące filtry Kalmana do identyfikacji sygnałów odznaczało się znacznie lepszymi parametrami, jeśli chodzi o selektywność i czas własny, niż podobne z filtrami deterministycznymi. Zastosowanie probabilistycznego modelu sygnałowego w procesie identyfikacji wielkości kryterialnych obniżyło znacznie zarówno poziom błędów decyzyjnych jak i czas własny zabezpieczenia.

6.1.7. Wnioski

Starannie prowadzone obliczenia i projekt prowadzą do otrzymania filtru Kalmana o wysokiej efektywności filtracji i dobrej dynamice przy jednoczesnej oszczędności obliczeniowej.

Procedura filtracji nie wymaga dużego obciążenia obliczeniowego, co decyduje o możliwości stosowania filtru w czasie rzeczywistym. Dla każdej zmiennej stanu w filtrze dwustanowym należy wykonać trzy operacje mnożenia i jedną dodawania, natomiast w filtrze trójstanowym - jedną operację mnożenia więcej. Realizacja filtracji nie wymaga ponadto stosowania pamięci do przechowywania ciągu danych wejściowych, gdyż korzysta jedynie z bieżących wartości sygnału. Potrzebna jest jednak nieduża pamięć do przechowania elementów macierzy wzmocnień, która jest obliczana zanim filtr zacznie pracować.

Eksperymentalna weryfikacja koniecznego dla optymalnej identyfikacji sygnałów rozmiaru modelu sygnałowego i związanego z nim rzędu filtru Kalmana potwierdziła ogólnie przyjęte zasady doboru dla sygnałów napięciowych i prądowych. Do estymacji napięcia wystarczający jest dwustanowy filtr Kalmana, który daje zadawalające efekty filtracji. Filtrowanie prądu wymaga stosowania filtru trójstanowego ze względu na występowanie w nim podczas zaburzeń składowej aperiodycznej. Starannie opracowany filtr prądowy znacznie lepiej tłumi składową aperiodyczną niż tradycyjne filtry nierekurtywne.

Jak wykazały badania, podstawą poprawnego projektu filtru Kalmana powinny być sygnały zarejestrowane na wyjściu układu przekładnik - filtr analogowy, nie zaś sygnały pierwotne, które nie są w rzeczywistości doprowadzane do części cyfrowej zabezpieczenia. Wpływu tych elementów toru analogowego przetwarzania sygnałów na warunki optymalnej filtracji nie można pomijać, gdyż zmieniają one zasadniczo charakterystyki probabilistyczne zawartego w sygnale zakłócenia. Uwzględnienie tego faktu pozwala, jak się okazuje, na uzyskanie lepszego "dopasowania" projektowanego filtru do rzeczywistych sygnałów, szczególnie w przypadkach nasycenia przekładnika prądowego.

Badania przeprowadzone w pracy dowodzą, że filtr Kalmana posiada bardzo dobre właściwości dynamiczne. Czas trwania stanu przejściowego filtracji dla poprawnie zaprojektowanych filtrów nie jest z reguły dłuższy niż połowa okresu składowej podstawowej. Zdecydowanie najlepszą dynamikę posiada 3-stanowy filtr prądowy oparty na "okrojonej" bazie sygnałowej (bez uwzględniania przypadków, w których występowało nasycenie przekładników prądowych). Filtr taki może być jednak stosowany jedynie wtedy, gdy stosowane do transformacji prądów przekładniki będą dobrane w taki sposób, aby nawet w najgorszych warunkach zwarciovych nie nasycyły się. W przeciwnym razie otrzymane z użyciem takiego filtru wartości estymat wektora stanu będą obarczone znacznym błędem.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że wspomniane wyżej parametry dynamiczne filtracji uzyskano przy założeniu dokładnej znajomości chwili powstania zaburzenia, a więc w sytuacji idealnej. W rzeczywistych sytuacjach proces identyfikacji skokowej zmiany parametrów sygnału wywołanej zaburzeniem trwa zwykle jakiś czas, może być też obarczony błędem. Jest zatem oczywiste, że dynamika i efektywność filtracji będą zależeć od wielkości opóźnienia wprowadzanego przez algorytm identyfikacji momentu zwarcia. Faktu tego nie uwzględniano w badaniach symulacyjnych.

6.2. SYMULACYJNA ANALIZA PROPONOWANEJ PROBABILISTYCZNEJ METODY DECYZYJNEJ

Streszczenie rozdziału

Zamieszczono przykład cyfrowego zabezpieczenia linii przesyłowej wykorzystującego zaproponowane metody decyzyjne. Z wykorzystaniem pakietu symulacyjnego EMTP zamodelowano fragment systemu elektroenergetycznego, a w nim szereg zakłóceń tak wewnętrznych, jak i zewnętrznych w stosunku do zabezpieczanej linii. Wyznaczono histogramy przybliżające funkcję gęstości rozkładu prawdopodobieństwa (jako funkcje czasu) wybranych sygnałów decyzyjnych tak dla przypadków zakłóceń wewnętrznych tj. wymagających wyłączenia chronionej linii, jak i dla zwarc z zewnętrznych (wymagane blokowanie). Jako sprawdzian spełnienia założeń testu obliczono funkcje autokorelacji wielkości kryterialnych będących sygnałami wejściowymi algorytmu decyzyjnego. Przeprowadzono analizę stacjonarności otrzymanych rozkładów prawdopodobieństwa sygnałów decyzyjnych oraz odległości rozkładów jako miary chwilowego ich odseparowania dla testowanych hipotez. Sprawdzone poprawność działania algorytmu decyzyjnego oraz wyznaczono średni czas przyjęcia określonej decyzji jako funkcję wymaganej wartości prawdopodobieństwa błędu klasyfikacji.

6.2.1. Algorytmy pomiaru wielkości kryterialnych

Wykorzystując pakiet modelowania elektromagnetycznych stanów przejściowych EMTP (ATP) [8] zamodelowano fragment systemu elektroenergetycznego przedstawiony na rysunku 6.1. Modelowano zwarcia w linii L₁ (zabezpieczana) oraz L₂ i L₃. Nie symulowano różnych stanów pracy normalnej systemu przyjmując, że testowaniu będą podlegać jedynie pary hipotez: (1) H₀: "zwarcie w linii L₁", H₁: "zwarcie w linii L₂" oraz (2) H₀: "zwarcie w linii L₁", H₁: "zwarcie w linii L₃".

Otrzymane na drodze symulacji przebiegi wartości chwilowych prądów i napięć fazowych posłużyły do wyznaczenia następujących wielkości:

- wartości chwilowych prądu kolejności zerowej,
- wartości chwilowych prądu pętli zwarciorowej dla zwarć jednofazowych:

$$I_{zw}(n) = I_A(n) + 3 k_0 I_0(n) \quad (6.17)$$

- wartości amplitud napięcia i prądu fazy zwartej, prądu kolejności zerowej oraz rezystancji i reaktancji (na bazie składowych ortogonalnych):

amplituda:

$$Y = \sqrt{y_d^2 + y_q^2} \quad (6.18)$$

rezystancja:

$$R(n) = \frac{U_{Ad}(n) I_{zwd}(n) + U_{Aq}(n) I_{zwq}(n)}{I_{zwd}(n)^2 + I_{zwq}(n)^2} \quad (6.19)$$

reaktancja:

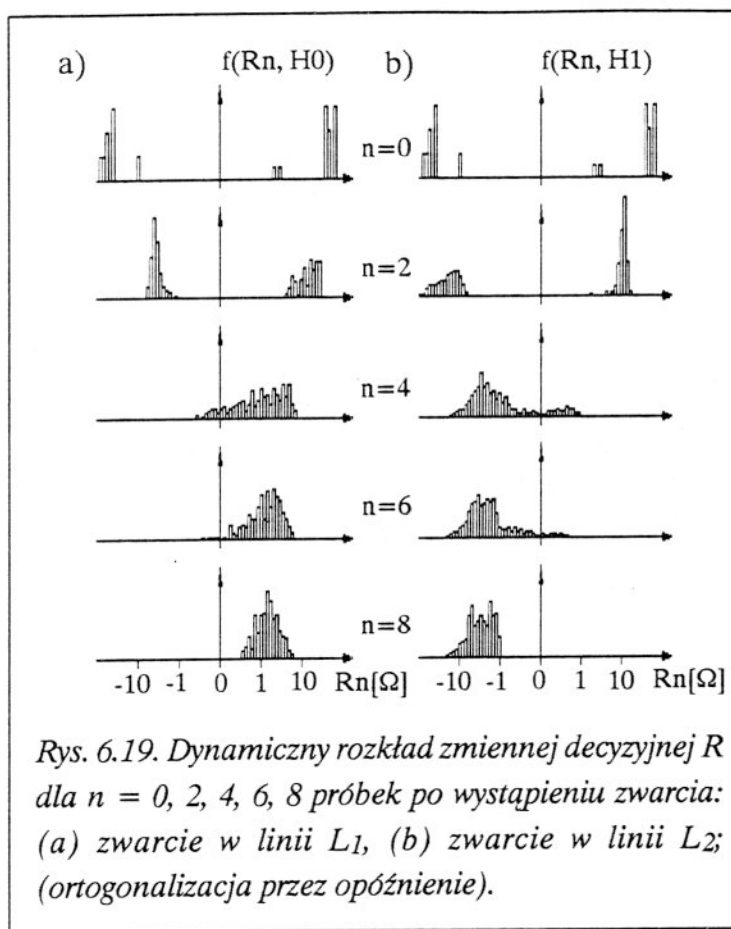
$$X(n) = \frac{U_{Aq}(n) I_{zwd}(n) - U_{Ad}(n) I_{zwq}(n)}{I_{zwd}(n)^2 + I_{zwq}(n)^2} \quad (6.20)$$

Ortogonalizację wymienionych wyżej sygnałów przeprowadzono na drodze:

- filtracji parą filtrów ortogonalnych o oknach w postaci funkcji [48, 58] Walsh'a 1-go i 2-go rzędu (długość okna 1/2 okresu składowej podstawowej),
- jw lecz o oknie sinus - cosinus (filtracja pełnookresowa),
- opóźnień o jedną próbkę,
- filtracji Kalmana.

Otrzymano w ten sposób 3 x 1050 zbiorów zawierających przebiegi sygnałów kryterialnych, na podstawie których sporządzono odpowiednie rozkłady prawdopodobieństwa dla kolejnych próbek po wystąpieniu zwarcia. Rozkłady te zmieniają się w czasie (ich "rozbieżność" dla zwarć w linii zabezpieczanej L₁ i w liniach zewnętrznych zwiększa się), co pociąga za sobą poprawę warunków podejmowania decyzji przez algorytm testu sekwencyjnego.

W celu dokonania oceny dokładności wyznaczenia rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych obliczono dwa wskaźniki. Względny błąd wyznaczania wariancji rozkładów dla n=1050 realizacji zwarciovych wynosi 4.7%, natomiast względny błąd wyznaczania wartości oczekiwanej rozkładów (odniesiony do wartości odchylenia standardowego) nie przekracza 6%. Oba wskaźniki zostały obliczone na poziomie ufności 0.95. Szczegółowe wiadomości na temat metod oceny dokładności rozkładów otrzymanych z wyników doświadczeń można znaleźć w dodatku A.



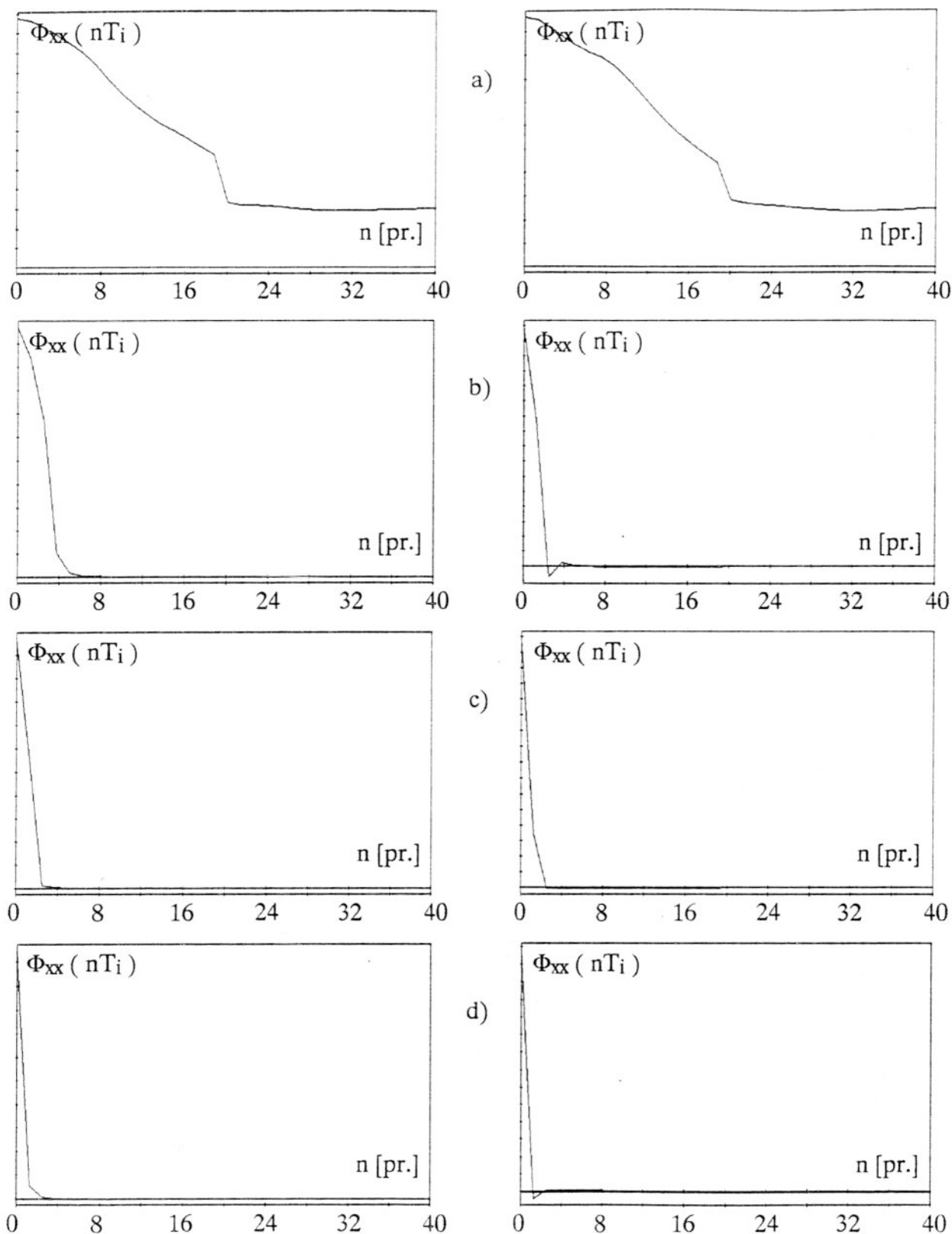
Przykładowe rozkłady prawdopodobieństwa zmiennej decyzyjnej w postaci reaktancji dla hipotez "zwarcie w linii zabezpieczanej L_1 " oraz "zwarcie w linii L_2 " dla algorytmu ortogonalizacji poprzez opóźnienie o jedną próbkę przedstawiono na rysunku 6.19.

Ponieważ otrzymane rozkłady prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych nie należały do klasy rozkładów normalnych, analizę decyzyjną (polegającą na lokalizacji zaburzenia w jednej z trzech przedstawionych na rysunku 6.1 linii) przeprowadzono w oparciu o sekwencyjny test ilorazu wiarygodności opisany w punkcie 5.2.5.

Za najbardziej wartościowe pod względem możliwości wykorzystania do statystycznego podejmowania decyzji w rozważanym fragmencie systemu el-en. uznano po analizie wstępnej sygnały $R(n)$ (rezystancja do miejsca zwarcia), $X(n)$ (reaktancja do miejsca zwarcia) (przestrzeń decyzyjna jednowymiarowa) oraz $Z(n)$ (impedancja do miejsca zwarcia) (przestrzeń decyzyjna dwuwymiarowa). Przy podejmowaniu decyzji z użyciem tych wielkości kryterialnych otrzymano najmniejszy odsetek decyzji błędnych (zadziałań brakujących i zadziałań zbędnych lub braku podjęcia jakiegokolwiek decyzji). Dlatego też dokładniejsza analiza i testy modelu zabezpieczenia wykorzystującego zaproponowany algorytm decyzyjny przeprowadzona została dla tych właśnie wielkości kryterialnych.

6.2.2. Sprawdzenie założeń testu.

Spośród wyspecyfikowanych w p. 5.2.5 założeń sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności omówienia i sprawdzenia wymaga jedynie założenie dotyczące stochastycznej niezależności wielkości decyzyjnych jako zmiennych losowych w dwóch różnych chwilach czasu.



Rys. 6.20. Przebiegi funkcji autokorelacji sygnałów decyzyjnych R (po lewej), X (po prawej) dla różnych algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja pełnookresowa (sinus - cosinus), b) filtracja półokresowa (Walsh 1, 2 - go rzędu), c) ortogonalizacja przez opóźnienie, d) filtracja Kalmana.

Analizę zaproponowanej metody decyzyjnej oparto na sygnałach kryterialnych (R , X , Z) uzyskanych przy różnych metodach ortogonalizacji sygnału. Dla sprawdzenia, czy otrzymane sygnały kryterialne są ciągami niezależnych obserwacji zmiennej losowej, obliczono funkcje autokorelacji (zależność (4.43)) przebiegów R , X , Z w funkcji czasu dla poszczególnych algorytmów pomiarowych. Wyniki obliczeń przedstawiono w formie wykresów na rysunku 6.20.

Przebiegi funkcji autokorelacji sygnałów decyzyjnych dla wszystkich, z wyjątkiem filtracji parą filtrów o oknach w postaci funkcji sinus - cosinus, algorytmów ortogonalizacji są zbliżone do delty Diraca. Kolejne próbki wielkości kryterialnych mogą być więc uznane za obserwacje niezależne, a zatem spełnione są założenia testu. Zastosowanie dokładniejszej filtracji (para filtrów sinus - cosinus) okazało się operacją niewłaściwą z punktu widzenia założeń procedury testu. Filtry te opóźniają znacznie przepływ informacji o zaistniałym zaburzeniu do części decyzyjnej zabezpieczenia. Eliminują ponadto w sposób niepożądany pewną część informacji zawartej w nieprzetworzonych sygnałach prądowych i napięciowych. Informacja ta, niewyfiltrowana, mogłaby być wykorzystana do wyraźniejszego odseparowania rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla weryfikowanych hipotez, a zatem poprawy warunków podejmowania decyzji.

6.2.3. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego

Przykładowe przebiegi zmian odległości rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych dla weryfikowanych hipotez H_0 i H_1 w funkcji czasu (obliczonych wg zależności (5.45)) otrzymanych na podstawie modelowania fragmentu systemu (rys. 6.1) przedstawiono na rysunkach 6.21, 6.22 i 6.23.

Wszystkie przebiegi odległości Δ w funkcji czasu charakteryzują się pewnym stanem przejściowym, podczas którego odległość rozkładów wzrasta aż do ustabilizowania się wokół stanu ustalonego. Nie jest to stan ustalony w ścisłym sensie, wartość odległości oscyluje, czasem nawet dosyć wyraźnie, wokół pewnej wartości średniej. Niemniej jednak można mówić o stabilizacji odległości wokół pewnego poziomu (w pewnym paśmie wartości). Czas narastania odległości rozkładów jest najkrótszy dla szybkich algorytmów ortogonalizacji (opóźnienie, filtracja Kalmana). W tabeli 6.3 zebrano wartości maksymalne odległości Δ (w całym przedziale obserwacji) dla różnych algorytmów pomiarowych, wielkości decyzyjnych oraz wyróżnionych hipotez.

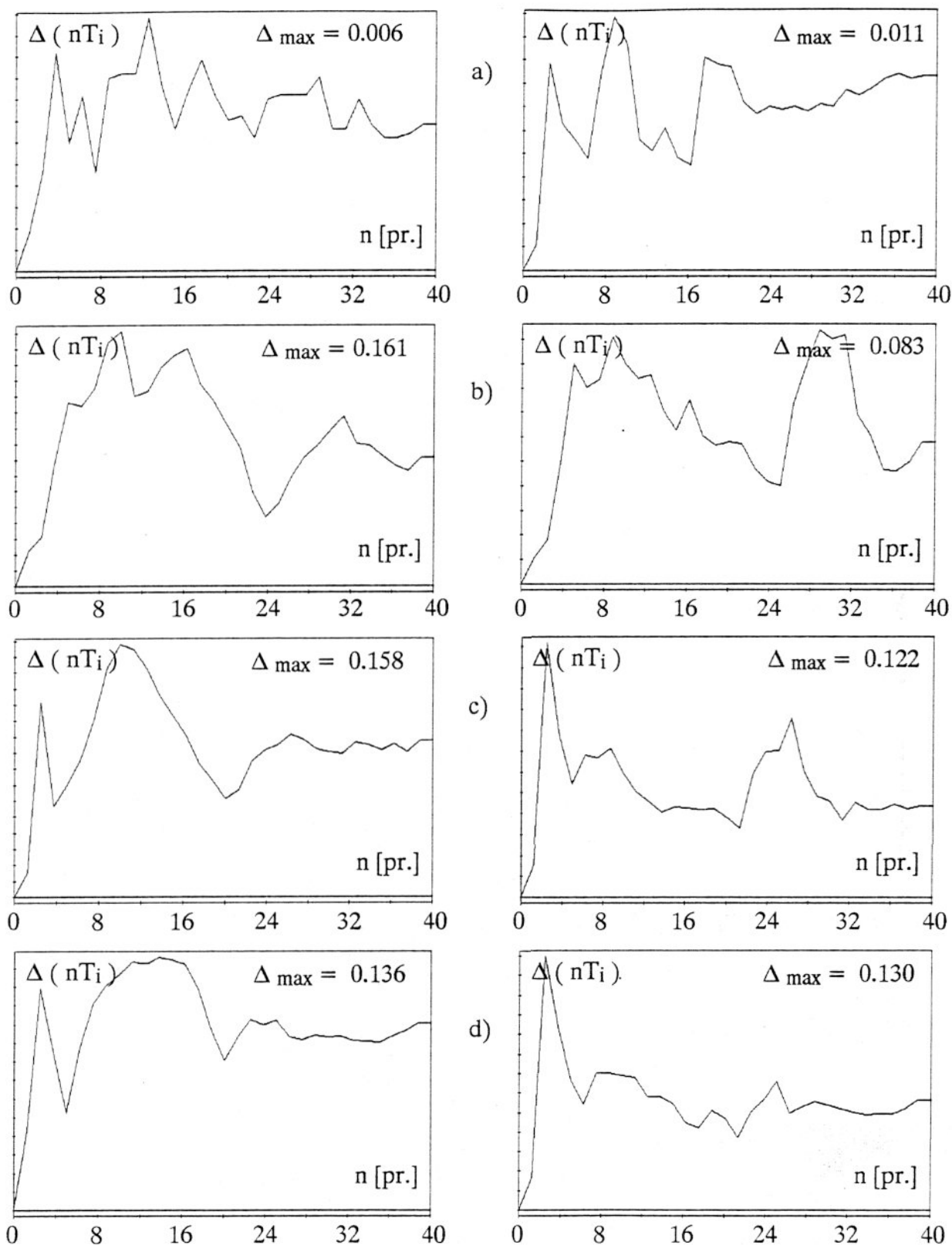
Algorytm ortogon.:	Filtracja Kalmana		Opóźnienie o jedną próbkę		Filtracja parą filtrów Walsh'a		Filtracja parą filtrów sinus - cosinus	
	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃
Wekt. R(n)	0.136	0.130	0.158	0.122	0.161	0.083	0.006	0.011
Wekt. X(n)	0.184	0.202	0.205	0.339	0.177	0.306	0.017	0.024
Wekt. Z(n)	0.081	0.077	0.087	0.102	0.063	0.105	0.008	0.013

Tabela 6.3. Wartości maksymalne odległości Δ (zależność (5.45)) rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych.

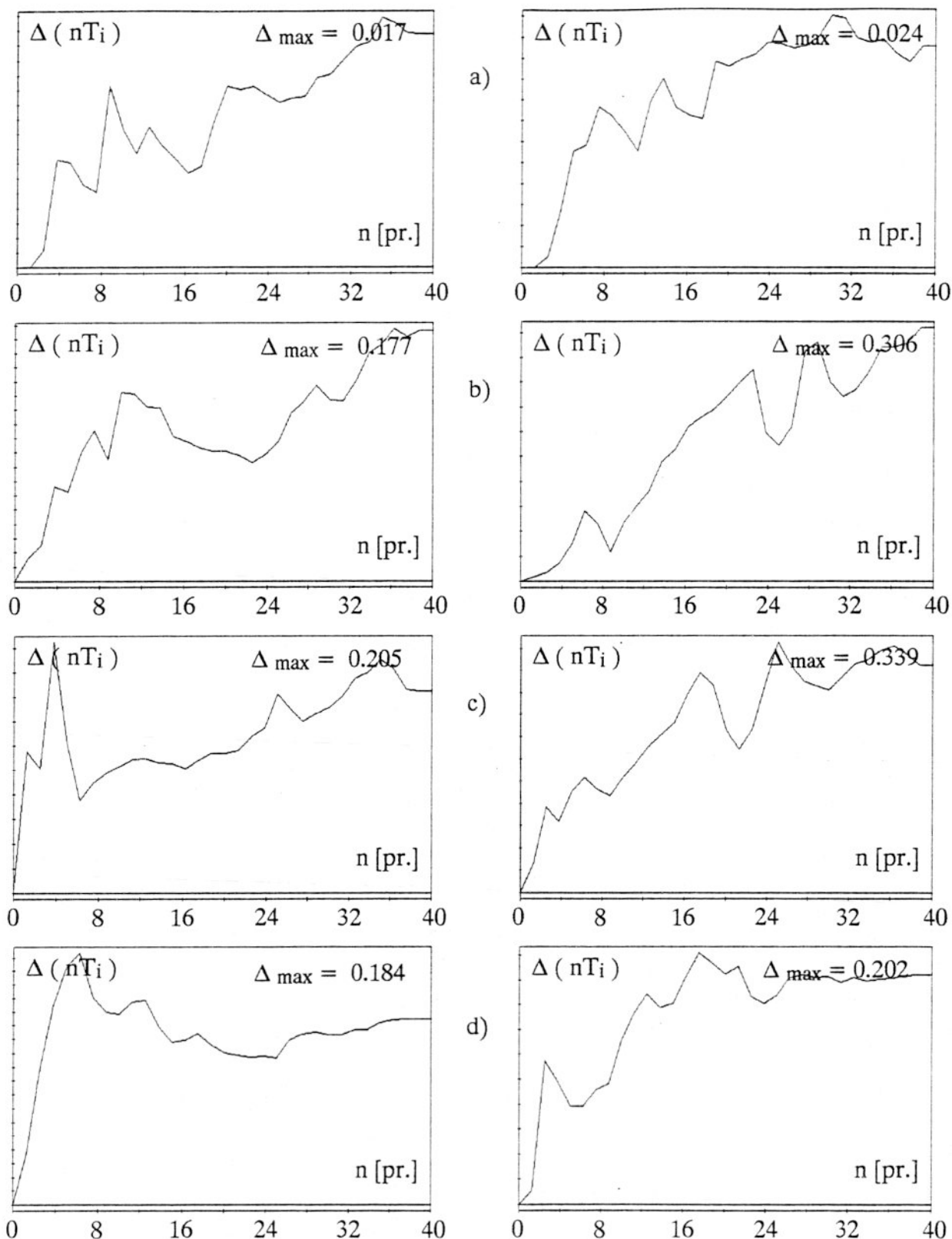
Najmniejszą wartością odległości charakteryzowały się rozkłady wielkości decyzyjnych otrzymanych przy algorytmie ortogonalizacji poprzez filtrację pełnookresową. Filtry o oknach sinus - cosinus w torze pomiarowym wprowadzają znaczne opóźnienie, wyfiltrują ponadto taką ilość informacji z sygnałów pierwotnych, że otrzymane rozkłady stają się mało wartościowe (zawierają zbyt mało danych o charakterze zaburzeń klasyfikowanych do zbiorów opisanych wyróżnionymi hipotezami). W kontekście maksimum odległości można powiedzieć, że spośród testowanych wielkości kryterialnych najlepszą (najbardziej efektywną w sensie testu ilorazu wiarygodności) jest reaktancja do miejsca zwarcia widziana z punktu zainstalowania zabezpieczenia. Porównanie takie można prowadzić jednak tylko pomiędzy wielkościami stanowiącymi wektor decyzyjny o tym samym rozmiarze ze względu na kwadratowy charakter zastosowanego wskaźnika (zależność (5.45)). Jak pokazuje praktyka (wyniki zgromadzone w tabeli 6.5), lepsze efekty decyzyjne uzyskuje się, korzystając z dwuwymiarowego wektora decyzyjnego w postaci impedancji Z(n), choć wartości odległości rozkładów dla tej zmiennej losowej są mniejsze niż dla reaktancji czy rezystancji.

Odległość rozkładów Δ może być jak widać wskaźnikiem "dobroci" (jakości) wybranej wielkości decyzyjnej dla wyróżnionych hipotez (przy postawionym zadaniu klasyfikacyjnym). Może być ona również podstawą (przynajmniej wstępnej) klasyfikacji stosowanych standardowo sygnałów decyzyjnych dla realizacji danej funkcji zabezpieczeniowej.

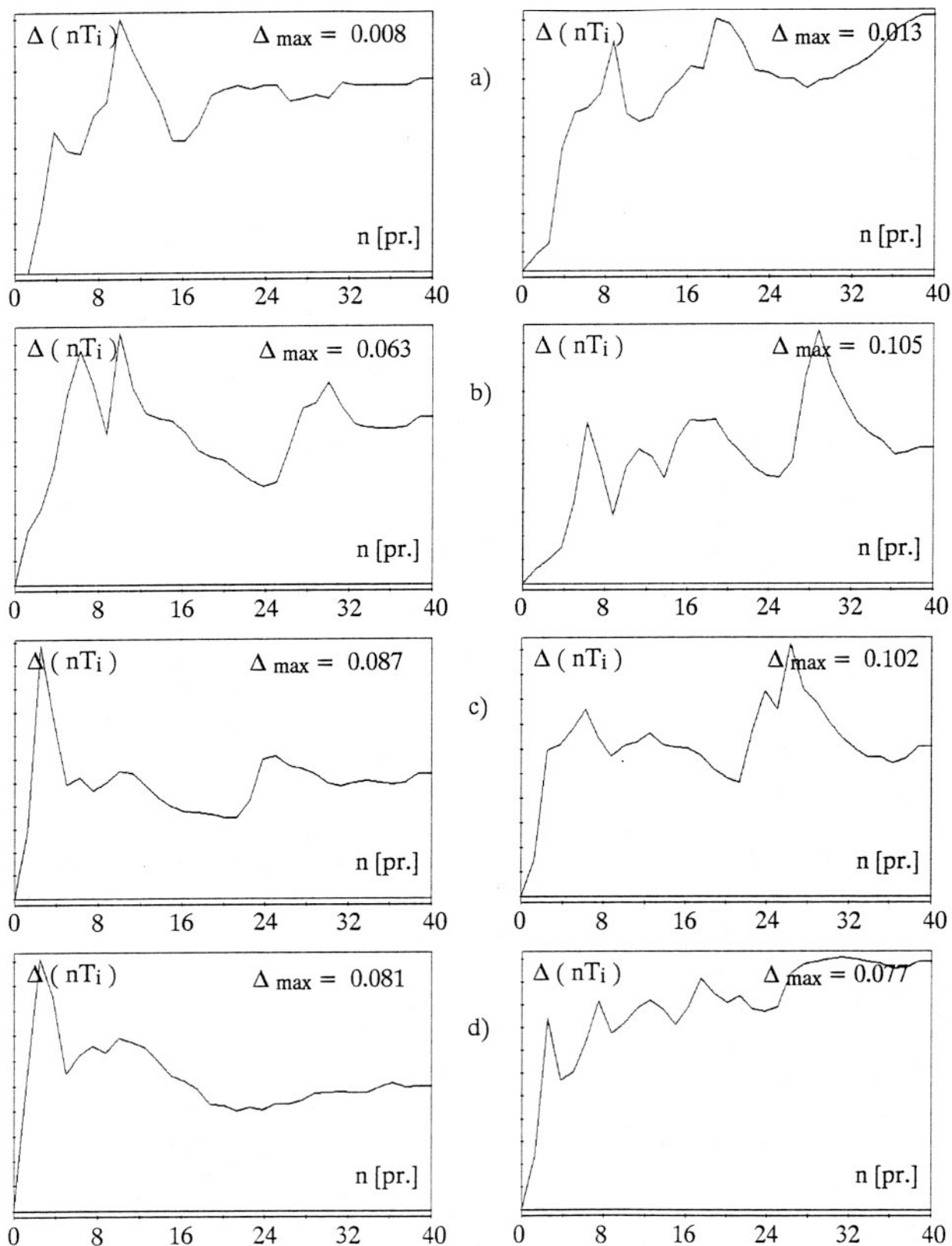
W tabeli 6.4 zebrano wartości maksymalne odległości rozkładów liczonych według zależności (5.50) dla różnych algorytmów pomiarowych, wielkości decyzyjnych oraz wy-



Rys. 6.21. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $R(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.45)).



Rys. 6.22. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $X(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.45)).



Rys. 6.23. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $Z(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.45)).

różnionych hipotez, natomiast przebiegi czasowe wskaźnika przedstawiono na rysunkach 6.24, 6.25 i 6.26.

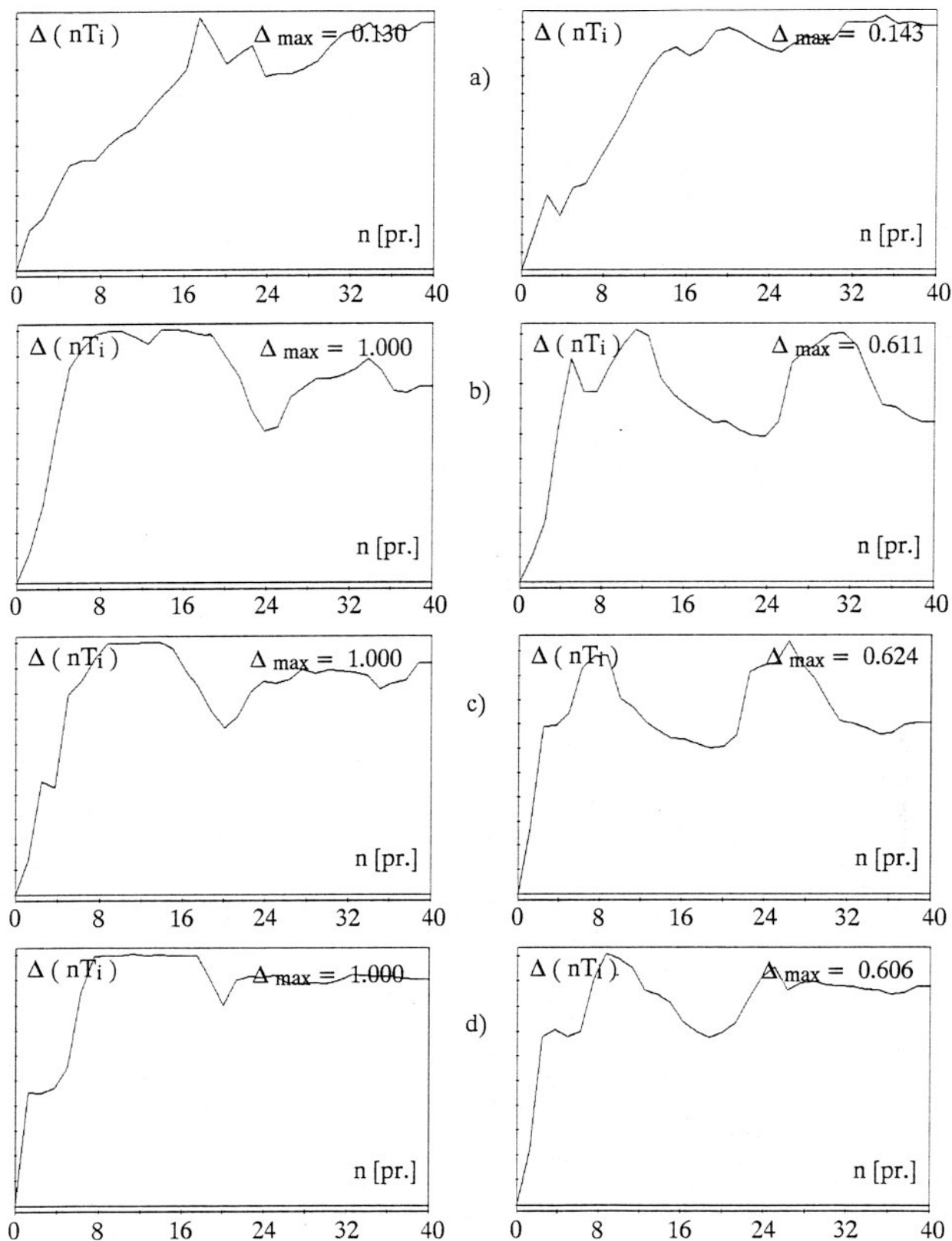
Algorytm ortogon.:	Filtracja Kalmana		Opóźnienie o jedną próbkę		Filtracja parą filtrów Walsh'a		Filtracja parą filtrów sinus - cosinus	
	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃
Wekt. R(n)	1.000	0.606	1.000	0.624	1.000	0.611	0.130	0.143
Wekt. X(n)	1.000	0.747	1.000	0.856	0.972	0.853	0.231	0.218
Wekt. Z(n)	1.000	0.849	1.000	0.858	1.000	0.853	0.318	0.313

Tabela 6.4. Wartości maksymalne odległości Δ (zależność (5.50)) rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych.

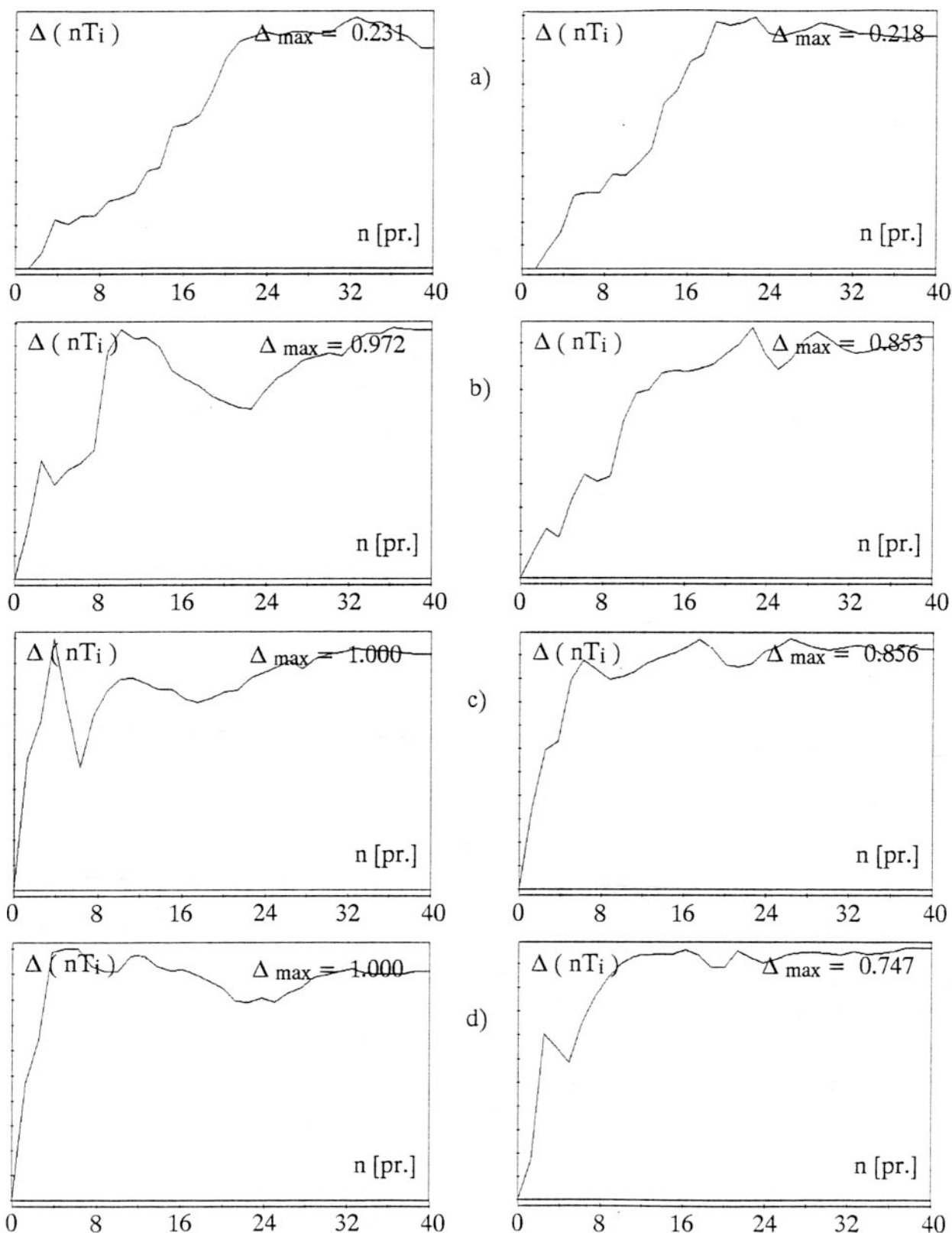
Na podstawie wartości maksymalnych wskaźnika odległości Δ można stwierdzić, że każda z testowanych wielkości decyzyjnych (składowe impedancji, impedancja do miejsca zwarcia) nadaje się do pewnej klasyfikacji stanu obiektu w przypadku pary hipotez "zwarcie w linii zabezpieczanej", "zwarcie w linii za plecami" dla dowolnego algorytmu ortogonalizacji z wyjątkiem filtracji pełnookresowej sinus-cosinus (przyczyny identyczne jak dla wskaźnika średniokwadratowego). Najskuteczniejszej weryfikacji hipotez "zwarcie w linii zabezpieczanej", "zwarcie w linii dalszej" można oczekiwać przy wykorzystaniu jako wielkości decyzyjnej impedancji Z do miejsca zwarcia. Niewiele ustępuje jej zmienna jednowymiarowa X(n) - reaktancja. Wykresy czasowe wskaźnika Δ dostarczają natomiast informacji o dynamice procesu, potwierdzając przewagę algorytmów ortogonalizacji przez opóźnienie i filtrację o zmiennym oknie czasowym (filtracja Kalmana) nad filtracją przy oknie czasowym o stałej długości. Liniowa postać wskaźnika Δ (zależność (5.50)) pozwala na dogodne porównanie ze sobą wielkości decyzyjnych o różnych rozmiarach, a zatem na ocenę stopnia poprawy warunków podejmowania decyzji przez algorytm sekwencyjny przy zmianie rozmiaru wektora decyzyjnego.

6.2.4. Wartość oczekiwana czasu trwania testu

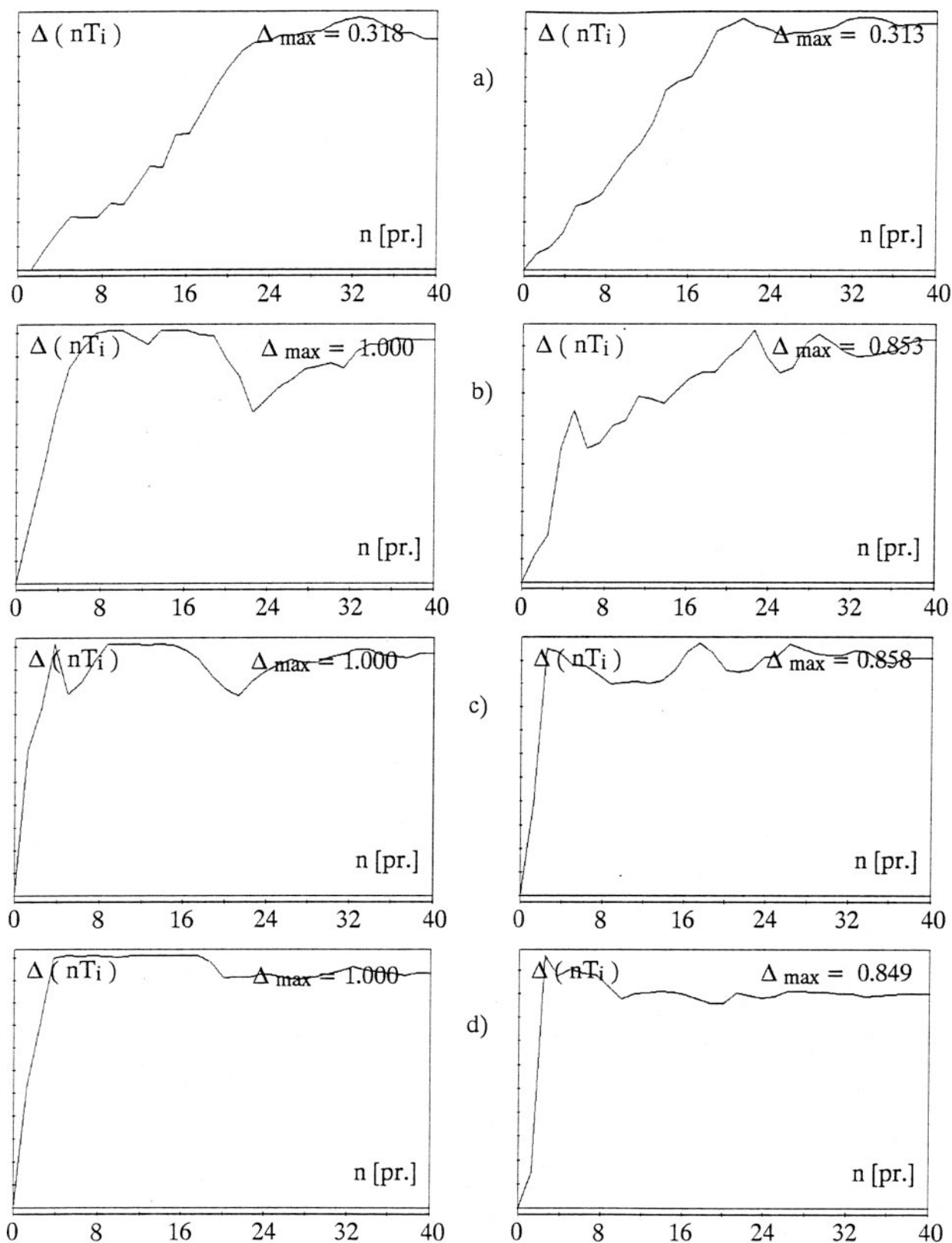
Istotna trudność przy obliczaniu wartości oczekiwanej czasu trwania testu (wg zależności (5.29) lub (5.30)) wynika z faktu, że zmienna losowa Z (zdefiniowana wzorem (5.28)) jest zmienną niestacjonarną. Wynika to ze zmienności rozkładów prawdopodo-



Rys. 6.24. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $R(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.50)).



Rys. 6.25. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $X(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.50)).



Rys. 6.26. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $Z(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.50)).

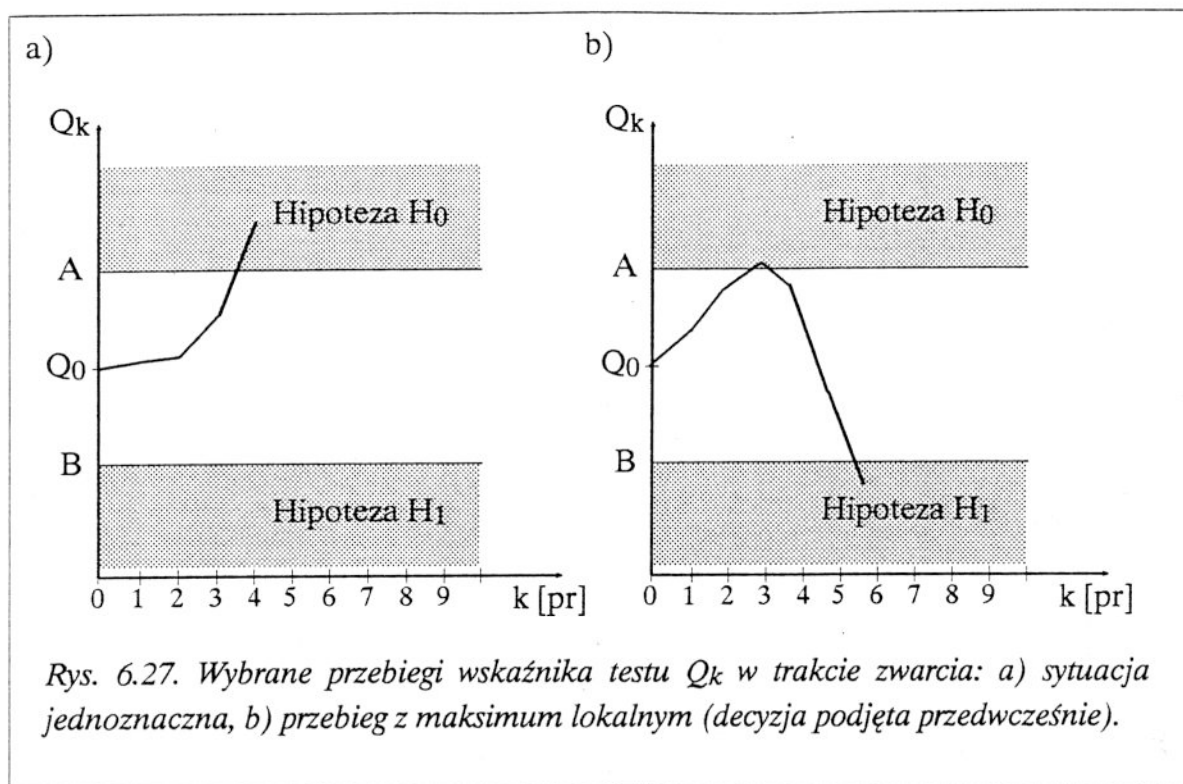
bieństwa wektora decyzyjnego w funkcji czasu. Nie jest zatem możliwe wyznaczenie jednej konkretnej wartości oczekiwanego czasu trwania procedury sekwencyjnej, a jedynie ciągu wartości dla kolejnych chwil próbkowania. Odpowiednia interpretacja otrzymanych wyników powinna przynieść informację o właściwej wartości czasu trwania testu. Istotne jest, że wariancja zmiennej losowej Z jest, jak sprawdzono, stale dodatnia, a zatem (zgodnie z twierdzeniem 1 przytoczonym na zakończenie paragrafu 5.2.5) procedura sekwencyjna z całą pewnością zakończy się po skończonej liczbie etapów.

Oczekiwany czas trwania testu można wstępnie oszacować, obliczając jego wartość od momentu czasowego, w którym odseparowanie (odległość Δ) rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla testowanych hipotez osiągnie stan ustalony. Wartość tę należy powiększyć o czas trwania stanu przejściowego wskaźnika Δ . Będzie to oczywiście oszacowanie od góry, a rzeczywista wartość oczekiwana czasu trwania testu powinna być mniejsza, gdyż algorytm decyzyjny rozpoczyna pracę wcześniej, korzystając również z informacji stanu przejściowego. Wykonane obliczenia pozwalają stwierdzić, że oszacowanie to jest bardzo zgrubne i z dużym zapasem, gdyż otrzymane w ten sposób wartości oczekiwanego czasu trwania testu przekraczają 2-3-krotnie wartości średnie wyznaczone na drodze symulacji działania procedury decyzyjnej. Oszacowanie takie, ze względu na niestacjonarność zmiennej Z , pozwala jedynie zorientować się (z pewnym zapasem) w parametrach czasowych procedury sekwencyjnej. Wydaje się, że dysponując przebiegami zwarciovymi prądów i napięć modelowanego fragmentu systemu elektroenergetycznego (na ich podstawie obliczono rozkłady prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych), rozsądniej jest zasymulować działanie części decyzyjnej zabezpieczenia i na tej drodze określić przeciętny czas podejmowania decyzji.

6.2.5. Analiza efektywności testu

Wyniki testów algorytmu podejmowania decyzji bazującego na sekwencyjnym teście ilorazu wiarygodności dla różnych algorytmów pomiaru wielkości kryterialnych zebrano w tabeli 6.5. W trakcie testowania procedury decyzyjnej zauważono, że ze względu na oscylacje wielkości odseparowania rozkładów sygnałów kryterialnych w stanie ustalonym jak też charakter przebiegu samych wielkości decyzyjnych, porównanie wskaźnika testu Q_k z wartościami progowymi A i B nie zawsze ma charakter jednoznaczny. Wybrane przebiegi wskaźnika testu Q podczas zwarcia pokazano na rysunku 6.27.

Stan nieustalony algorytmu decyzyjnego (sytuacja pokazana na rys. 6.27.b) można częściowo wyeliminować wprowadzając, jeżeli to konieczne, stałą zwłokę czasową. Kolumny b i c w tabeli 6.5 przedstawiają wyniki podejmowania decyzji przez algorytm sekwencyjny ze stałym opóźnieniem odpowiednio 5 i 10 ms.



	ε	Testowanie linii L1 i L2						Testowanie linii L1 i L3					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	15.6	13.9	10.2	3.0	5.1	9.0	22.6	22.6	21.4	5.5	6.7	9.5
	.01	12.4	12.7	9.6	3.8	5.4	9.0	27.4	17.2	26.2	7.8	8.6	10.5
	.001	12.0	11.6	8.9	4.5	5.8	9.0	33.6	32.7	32.0	9.4	10.1	11.6
Wekt. dec. X(n)	.1	9.1	3.6	0.0	3.4	5.3	9.0	13.9	11.6	12.2	5.7	7.1	9.9
	.01	4.8	2.0	0.0	4.4	5.6	9.0	14.3	12.9	12.7	7.7	8.8	10.8
	.001	3.7	1.3	0.0	4.7	5.8	9.0	17.6	16.3	15.9	8.7	9.8	11.4
Wekt. dec. Z(n)	.1	5.9	0.7	0.0	2.2	5.0	9.0	13.7	8.0	9.1	3.1	5.5	9.3
	.01	6.1	0.7	0.0	2.3	5.0	9.0	13.6	8.2	9.2	4.1	6.2	9.7
	.001	6.1	0.7	0.0	2.3	5.0	9.0	14.5	9.0	10.1	4.6	6.8	10.0

I - filtracja pełnookresowa (para filtrów o oknach sinus - cosinus)

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	7.9	0.0	0.0	2.7	5.0	9.0	17.7	16.6	16.9	4.9	6.3	9.6
	.01	4.4	0.0	0.0	3.1	5.0	9.0	22.8	19.4	19.7	7.0	8.0	10.3
	.001	4.4	0.0	0.0	3.2	5.0	9.0	24.9	22.1	22.2	8.3	9.2	11.0
Wekt. dec. X(n)	.1	8.5	1.9	0.1	2.6	5.1	9.0	12.5	11.2	11.8	4.5	6.0	9.3
	.01	4.0	0.9	0.1	3.5	5.2	9.0	12.5	12.3	12.8	6.1	7.1	9.8
	.001	2.0	0.1	0.1	3.9	5.2	9.0	14.2	14.0	14.3	7.0	8.0	10.3
Wekt. dec. Z(n)	.1	4.3	0.0	0.0	1.7	5.0	9.0	9.5	7.6	7.4	2.8	5.3	9.2
	.01	3.7	0.0	0.0	1.7	5.0	9.0	8.0	5.9	5.9	3.4	5.7	9.3
	.001	3.7	0.0	0.0	1.7	5.0	9.0	7.4	4.9	5.0	3.9	6.2	9.5

II - filtracja półokresowa (para filtrów o oknach Walsh'a 1-go i 2-go rzędu)

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	3.4	0.6	0.0	2.4	5.1	9.0	15.1	13.1	14.3	2.9	5.6	9.4
	.01	1.2	0.1	0.0	3.1	5.2	9.0	15.4	16.0	18.0	4.7	6.8	10.1
	.001	0.9	0.1	0.0	3.4	5.2	9.0	21.6	21.0	21.5	6.0	7.9	10.6
Wekt. dec. X(n)	.1	4.8	0.9	1.1	1.8	5.0	9.0	13.3	10.9	10.9	3.2	5.6	9.2
	.01	3.5	0.8	0.9	2.2	5.0	9.0	11.5	9.1	9.1	4.6	6.5	9.6
	.001	3.0	0.8	0.9	2.3	5.0	9.0	10.8	9.4	9.4	5.5	7.0	9.8
Wekt. dec. Z(n)	.1	3.0	0.0	0.0	1.2	5.0	9.0	6.3	5.8	6.8	1.8	5.2	9.1
	.01	3.0	0.0	0.0	1.2	5.0	9.0	5.2	5.3	6.3	2.3	5.4	9.3
	.001	3.0	0.0	0.0	1.2	5.0	9.0	4.9	4.9	6.0	2.8	5.6	9.4

III - ortogonalizacja przez opóźnienie o 1 próbkę (filtracja wyłączona)

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	4.8	0.5	0.0	1.6	5.0	9.0	15.6	15.9	15.1	3.3	5.6	9.4
	.01	2.1	0.3	0.0	2.2	5.1	9.0	18.9	18.1	18.9	4.9	6.8	10.0
	.001	1.2	0.1	0.0	2.4	5.1	9.0	22.1	21.6	21.7	6.1	7.7	10.4
Wekt. dec. X(n)	.1	0.4	0.0	0.2	1.7	5.0	9.0	13.1	9.8	10.5	2.9	5.7	9.3
	.01	0.0	0.0	0.2	1.9	5.0	9.0	15.7	13.4	14.6	4.8	6.9	9.9
	.001	0.0	0.0	0.2	2.0	5.0	9.0	20.9	18.1	17.8	5.8	7.8	10.4
Wekt. dec. Z(n)	.1	0.9	0.0	0.0	1.4	5.0	9.0	6.8	6.6	8.3	2.4	5.2	9.2
	.01	0.8	0.0	0.0	1.4	5.0	9.0	6.7	6.4	7.4	3.1	5.5	9.4
	.001	0.8	0.0	0.0	1.4	5.0	9.0	7.0	6.6	8.0	3.7	5.9	9.6

IV - filtracja Kalmana

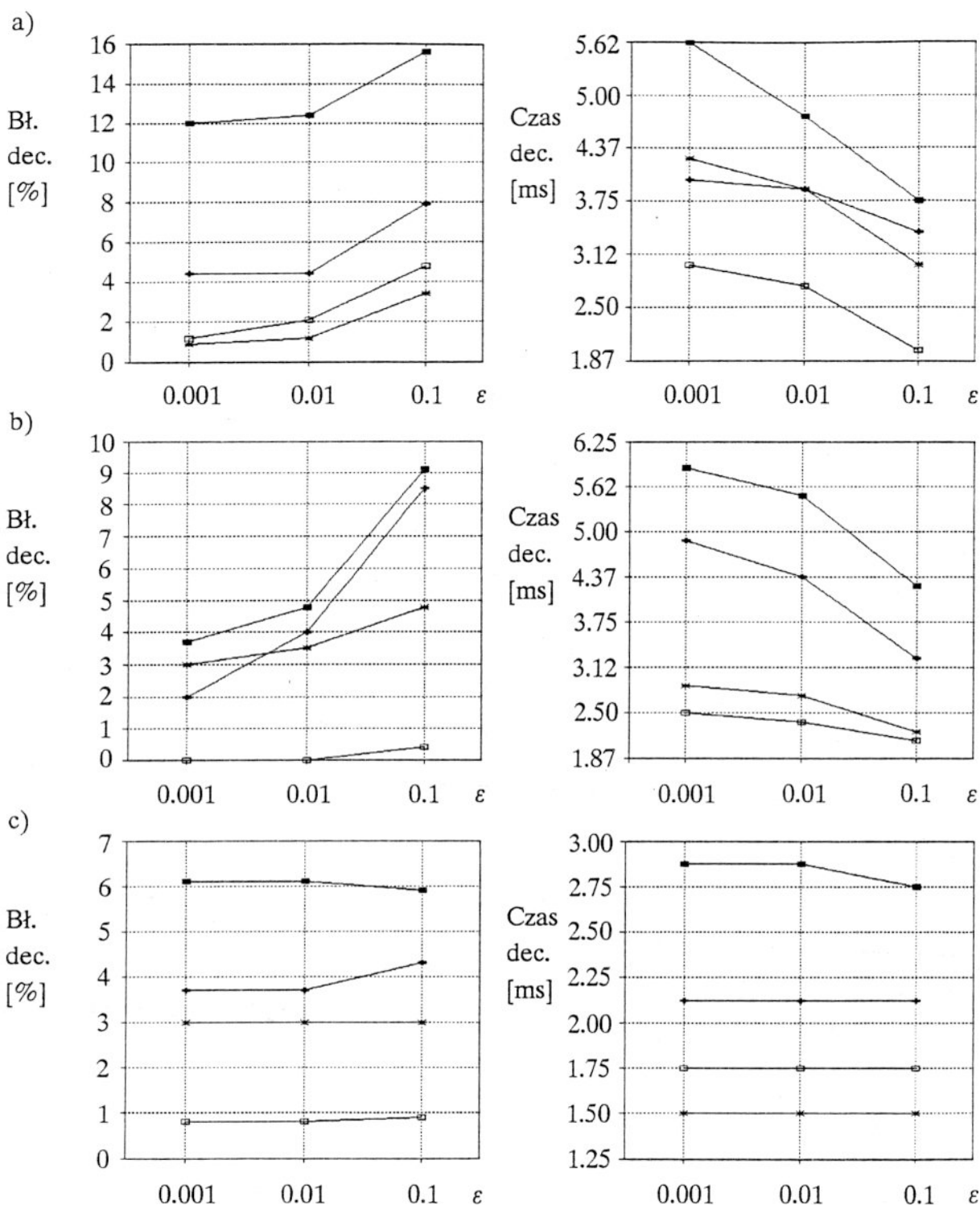
Tabela 6.5. Prawdopodobieństwo błędu decyzyjnego [%] i średni czas podjęcia decyzji [w próbkach] w zależności od parametrów algorytmu podejmowania decyzji (a - decyzje podejmowane bez dodatkowego opóźnienia, b - decyzje przyjmowane z opóźnieniem 4 próbek (5 ms), c - jak w b lecz z opóźnieniem 8 próbek (10 ms)); I - IV - algorytmy ortogonalizacji sygnałów kryterialnych; (założono: $\alpha = \beta = \varepsilon$).

Na rysunkach 6.28 i 6.29 przedstawiono przykładowe przebiegi błędów decyzyjnych i czasu podejmowania decyzji (wartości wybrane z tabeli 8.5) w funkcji założonych wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju α i β ($\alpha = \beta = \varepsilon$).

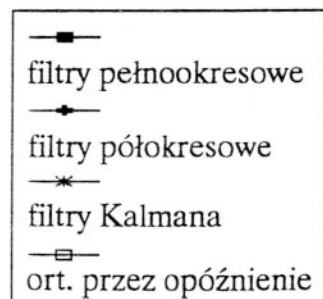
Informacje zawarte w tabeli (także przedstawione wykreslnie) pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

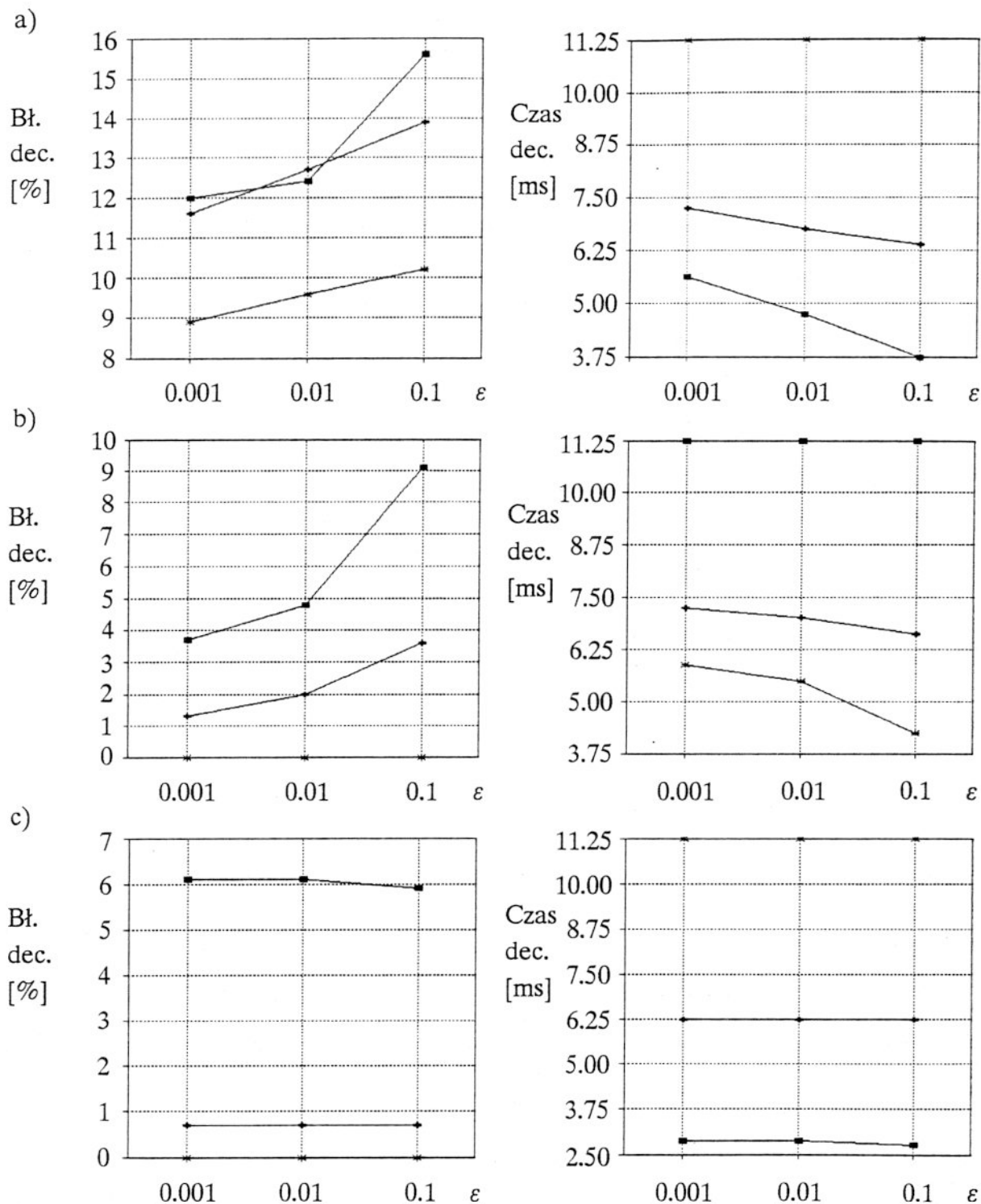
(1) Niezależnie od stosowanego algorytmu pomiarowego i stosowanej wielkości kryterialnej decyzje podejmowane są stosunkowo szybko (w ciągu kilku - kilkunastu próbek). Właściwość ta wynika z faktu, że algorytm decyzyjny korzysta również z informacji zawartych w stanie przejściowym sygnałów kryterialnych.

(2) Z wyjątkiem przypadku, gdy decyzje opierano na wartości zmierzonej rezystancji do miejsca zwarcia, odsetek zadziałań błędnych nie przekracza kilkunastu procent, mimo, że funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zostały wyznaczone z ograniczoną dokładnością.



Rys. 6.28. Przykładowe przebiegi wartości błędów decyzyjnych i czasu podejmowania decyzji w funkcji założonej wartości prawdopodobieństw α i β ($\alpha = \beta = \epsilon$) dla hipotez "zwarcie w linii L1", "zwarcie w linii L2" dla różnych algorytmów ortogonalizacji przy zmiennych decyzyjnych: a) rezystancja $R(n)$, b) reaktancja $X(n)$, c) impedancja $Z(n)$; (decyzje podejmowane bez dodatkowego opóźnienia).





Rys. 6.29. Przykładowe przebiegi wartości błędów decyzyjnych i czasu podejmowania decyzji w funkcji założonej wartości prawdopodobieństw α i β ($\alpha = \beta = \varepsilon$) dla hipotez "zwarcie w linii L1", "zwarcie w linii L2", bez i z opóźnieniem w algorytmie podejmowania decyzji przy zmiennych decyzyjnych: a) rezystancja $R(n)$, b) reaktancja $X(n)$, c) impedancja $Z(n)$; (ortogonalizacja przez filtrację półokresową - filtry Walsh'a).

(3) Najlepszą wg oceny statystycznej wielkością kryterialną okazała się - co zgodne z praktyką - impedancja do miejsca zwarcia, choć istnieją przypadki, gdy mniej zawodne działanie algorytmu uzyskuje się przy korzystaniu z samej reaktancji.

(4) Większą pewność decyzji uzyskano dla testowania linii L_1 względem L_2 (linii znajdującej się "z tyłu" przekaźnika) w porównaniu z linią L_3 (linia "z przodu"). W tym pierwszym przypadku sygnał kryterialny dla zwarcia w linii zabezpieczanej i zewnętrznej ma bowiem różny znak.

(5) Zmniejszanie wartości założonych prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju α i β (równoznaczne z zawężaniem obszaru niepewności - pokrywania się obszarów odpowiadających konkurencyjnym hipotezom) pociąga za sobą ograniczenie ilości błędnych (brakujących i zbędnych) decyzji. Czas trwania procedury sekwencyjnej zwiększa się wtedy, co jest zrozumiałe wobec zaostrzonych warunków podejmowania decyzji (zmniejszenia rozmycia granicy pomiędzy obszarami Ω_0 i Ω_1 przestrzeni decyzyjnej). Zależności te stają się bardziej płaskie (znikomy wpływ wartości α i β na wartość czasu podejmowania decyzji i średnią ilość błędów) w przypadku szybkich algorytmów pomiarowych (np. z filtracją Kalmana), odseparowanie rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego dla wyróżnionych hipotez osiąga bowiem szybko stan ustalony. Zależność oczekiwanego (średniego) czasu podejmowania decyzji od wartości α i β maleje wraz ze zwiększaniem się odległości między rozkładami.

(6) W przypadku stosowania półokresowego algorytmu pomiarowego średni czas podjęcia decyzji jest krótszy w porównaniu z czasem decyzji przy algorytmie pełnookresowym. Odsetek działań błędnych jest w tym przypadku również mniejszy (2-3-krotnie) (redukcja czasu własnego nie odbywa się kosztem selektywności zabezpieczenia). Wspomnieć tu należy wyniki badań dotyczące funkcji autokorelacji sygnałów kryterialnych otrzymanych na drodze pomiaru z algorytmem ortogonalizacji poprzez filtrację pełnookresową (filtry sinus - cosinus). Kolejne próbki sygnałów decyzyjnych nie są niezależne, stąd stosunkowo niska efektywność algorytmu decyzyjnego (szczególnie dla rezystancji $R(n)$ jako wielkości decyzyjnej). Warto jednak przy okazji zauważyć, że nie spełnienie warunku niezależności kolejnych obserwacji wielkości decyzyjnej, choć odbija się wyraźnie na wynikach, nie przekreśla całkowicie możliwości stosowania procedury sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności dla tych sygnałów. Funkcje wiarygodności próby dla kolejnych momentów czasowych powinny być, zgodnie z teorią, obliczane na podstawie rozkładów warunkowych, co byłoby operacją zbyt złożoną dla aplikacji takiej procedury w czasie rzeczywistym.

(7) Znacznie lepsze efekty, tak pod względem czasu jak i poprawności podejmowania decyzji, uzyskano dla algorytmów ortogonalizacji przez opóźnienie lub przez filtrację Kalmana. Wyłączenie filtracji bądź zastosowanie filtru z oknem o zmiennej dłu-

gości poprawia dynamikę procesu oraz szybkość doprowadzenia informacji do algorytmu decyzyjnego. Uzyskane czasy oraz poziom błędów decyzyjnych, szczególnie dla testowania linii L₁ względem L₂, można uznać za bardzo dobre.

(8) Opóźnienie decyzji generalnie poprawia selektywność zabezpieczenia. Analizowano wpływ 5ms i 10ms zwłoki w działaniu. Pierwsza wartość redukuje odsetek działań zbędnych kilkukrotnie, druga - nawet do zera. Niestety można również zaobserwować przypadki, w których opóźnienie decyzji wpływa negatywnie na selektywność przekaznika.

(9) Obserwowane prawdopodobieństwo działań nieprawidłowych przekracza nie-
stety założone wartości projektowe. Wynika to z niedostatecznej dokładności wyznaczenia funkcji rozkładu prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego (ograniczona liczba symulowanych przebiegów zwarciovych, założenie jednostajnego rozkładu czynników warunkujących przebieg procesu, podział obszaru zmienności składowych wektora decyzyjnego na skończoną liczbę przedziałów itp.). Odsetek działań błędnych można interpretować tu jako prawdopodobieństwo a posteriori, natomiast założone wartości α i β - jako prawdopodobieństwa a priori podjęcia nieprawidłowej decyzji.

Na zakończenie symulacyjnej analizy proponowanej metody decyzyjnej należy wspomnieć, że uruchomienie procedury sekwencyjnej weryfikacji hipotez przy tak sformułowanym zadaniu (rozpoznanie miejsca zwarcia jednofazowego) wymaga określenia momentu powstania zaburzenia oraz rodzaju zwarcia. Ponieważ wyznaczenie momentu wystąpienia zwarcia trwa zwykle jakiś czas (proste algorytmy rozpoznawania stanu obiektu pozwalają na określenie momentu zwarcia w przeciągu kilku próbek), odpowiednią ilość (k_x) próbek sygnałów kryterialnych należy przechowywać w pamięci zabezpieczenia, aby można było obliczyć wartości wskaźnika testu Q dla chwil próbkowania pomiędzy rzeczywistym momentem powstania zaburzenia, a chwilą otrzymania informacji o jego wystąpieniu. Może się wówczas zdarzyć, że ilość próbek sygnału decyzyjnego konieczna do podjęcia decyzji jest mniejsza od k_x ; decyzja co do stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu może być wtedy wygenerowana już w chwili stwierdzenia wystąpienia zwarcia.

Znajomość momentu wystąpienia zwarcia nie jest konieczna w sytuacji, gdy jedną z wyróżnionych hipotez jest stan normalny, a drugą - stan zaburzeniowy. Procedura testu sekwencyjnego, po odpowiedniej modyfikacji, jest bowiem algorytmem samostartującym. Algorytm decyzyjny nie rozpoczyna pracy w momencie zasygnalizowania wystąpienia zaburzenia, lecz pracuje w sposób ciągły. Po wygenerowaniu jakiegokolwiek decyzji (rozpoznanie stanu normalnego bądź stanu zwarcia) parametry procedury sekwencyjnej

ustawia się na ich wartości początkowe ($k=0$, $Q_k=1$) i algorytm rozpoczyna kolejny cykl pracy. W przypadku trwałego stanu normalnego uzyskuje się wtedy ciąg decyzji "pozostawić w pracy" (odpowiadających akceptacji hipotezy H_0), od momentu powstania zakłócenia zaś - decyzje "wyłączyć obiekt" (akceptacja hipotezy alternatywnej). Jeżeli badane zaburzenie będzie miało charakter trwały, algorytm generował będzie sekwencję jednobrzmiących komunikatów o rozpoznaniu zaburzenia, które (w obecności wielu kryteriów) mogą być wykorzystane do ostatecznej identyfikacji stanu chronionego obiektu.

6.2.6. Analiza złożoności obliczeniowej algorytmu

Specyfika procesu podejmowania decyzji w cyfrowym zabezpieczeniu elektroenergetycznym polega na wymogu działania w czasie rzeczywistym. Wszystkie obliczenia realizowane przez procesor (procesory), związane z funkcjami pomiarowymi i decyzyjnymi przekaźnika, muszą zostać wykonane w czasie wyznaczonym dwoma kolejnymi chwilami próbkowania. W tym kontekście wypada stwierdzić, że sekwencyjny test hipotezy o rozkładzie prawdopodobieństwa, jakim są przedstawione metody (test ilorazu wiarygodności i test kwadratowy), jest umiarkowanie uciążliwy obliczeniowo, a schemat logiczny procedury (rys. 5.2) - bardzo prosty. Obciążenie procesora zależy natomiast od sposobu obliczania sprawdzianu Q_k lub $\ln Q_k$. Jeżeli funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa hipotez H_0 i H_1 będą przechowywane w pamięci komputera w postaci tablic (co może spowodować wykorzystanie dość dużych obszarów pamięci systemu mikroprocesorowego), to obliczenie wyrażenia Q_k (rekurencyjna procedura (5.22)) wymaga jednego dzielenia i jednego mnożenia. Obliczenie wartości wyrażenia $\ln Q_k$ (zależność (5.25)) jest jeszcze prostsze, gdyż wymaga zaledwie jednego dodawania i jednego odejmowania, pod warunkiem, że w pamięci systemu umieszczone będą tablice logarytmów z funkcji rozkładu prawdopodobieństwa. Czas potrzebny na obliczenie wartości Q_k lub $\ln Q_k$ w istocie zwiększy się w stosunku do aproksymowanego powyżej, gdyż należy uwzględnić konieczność wykonania obliczeń związanych z adresowaniem tablic $f(X, H_0)$ i $f(X, H_1)$ lub $\ln[f(X, H_0)]$ i $\ln[f(X, H_1)]$, co staje się operacją dość złożoną, zwłaszcza przy dużych wymiarach wektora decyzyjnego X .

W przypadku, gdy znana jest analityczna postać funkcji rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych decyzyjnych, część obliczeń może zostać wykonana na etapie nastawiania przekaźnika. Wyniki tych obliczeń (tablice współczynników a_k , b_k , c_k dla równania (5.40)) przechowywane są w pamięci systemu, zajmując, jak łatwo zauważyć, mniej miejsca niż tablice rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych decyzyjnych. Dla obliczenia wartości wyrażenia $\ln Q_k$ wg zależności (5.40) (sprawdzian testu kwadratowego) potrzeba zaledwie czasu trzech mnożeń i trzech dodawań.

Złożoność obliczeniowa przedstawionych algorytmów jest więc niewielka. Rozmiar pamięci potrzebnej na przechowywanie tablic funkcji rozkładu prawdopodobieństwa sytuuje się znacznie poniżej zdolności adresowej współczesnych procesorów. Zatem algorytmy te mogą być z powodzeniem stosowane we współczesnych zabezpieczeniach cyfrowych.

7. PODSUMOWANIE

Zasadniczym celem niniejszej rozprawy jest **wskazanie możliwości wykorzystania metod statystycznych oraz charakterystyk probabilistycznych sygnałów i wielkości kryterialnych do poprawy selektywności i szybkości działania cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych**. Punktem wyjścia dla zawartych w pracy rozważań było założenie, że stosowane w dotychczasowych rozwiązaniach zabezpieczeń deterministyczne algorytmy pomiarowe i metody podejmowania decyzji nie są w stanie, przy wzrastającej złożoności konfiguracji systemu elektroenergetycznego, zapewnić należytej ochrony zabezpieczanego obiektu. Wynikające z podejścia deterministycznego ograniczenia i uproszczenia odnośnie przyjętego modelu sygnałowego, a także charakterystyk częstotliwościowych i czasowych algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnałów, sprawiają, że istotna część informacji, zawarta w przebiegach przejściowych mierzonych wielkości, nie jest dostarczana do części decyzyjnej zabezpieczenia. Sztywność granic obszarów decyzyjnych z kolei oraz heurystyczne podejście do problemu podejmowania decyzji sprzyjają popełnianiu wielu błędów, szczególnie podczas zwarć w pobliżu granic obszarów decyzyjnych.

Parametry użytkowe współczesnych zabezpieczeń elektroenergetycznych są pochodną zastosowanych w nich metod pomiaru wielkości kryterialnych i algorytmów podejmowania decyzji, a także cech niezawodnościowych samych urządzeń zabezpieczeniowych. Możliwości, jakie stwarza technika cyfrowa, związane z obszerną pamięcią, zdolnościami obliczeniowymi (operacje arytmetyczne i logiczne) oraz możliwością samotestowania nie są wykorzystywane w pełni w dotychczasowych rozwiązaniach zabezpieczeń cyfrowych. Powielają one często rozwiązania wywodzące się z konstrukcji urządzeń starszych generacji - elektromechanicznych czy elektronicznych.

Biorąc pod uwagę, że zabezpieczenie elektroenergetyczne jest urządzeniem pomiarowo-decyzyjnym i jako takie dokonuje klasyfikacji stanu chronionego obiektu, wypada stwierdzić, iż dokładność samego pomiaru, jakkolwiek istotna, nie jest wystarczającym warunkiem poprawnej pracy zabezpieczenia. Efektywność działania urządzenia zabezpieczeniowego mierzona jest przede wszystkim jego selektywnością, a więc ilością poprawnie podjętych decyzji podczas identyfikacji zjawisk zachodzących w systemie w sytuacjach zakłóceń. W tym też duchu (zabezpieczenie jako urządzenie klasyfikujące, rozpoznające obrazy) próbuje się obecnie adaptować w technice zabezpieczeniowej nowoczesne metody i algorytmy związane z zastosowaniem sztucznych sieci neuronowych czy teorii zbiorów rozmytych, których wykorzystanie mogłoby się przyczynić do poprawy parametrów użytkowych zabezpieczeń.

W pracy niniejszej proponuje się zastosowanie metod statystycznych podczas pomiaru oraz podejmowania decyzji w cyfrowym zabezpieczeniu elektroenergetycznym. Jest to jeszcze jedno podejście do problemu klasyfikacji zjawisk, oparte na wykorzystaniu większej ilości informacji o zabezpieczanym obiekcie i jego otoczeniu w procesie pomiarowo-decyzyjnym. Informacje te zbierane są, z oczywistych względów, na drodze symulacji pracy fragmentu systemu, w którym zabezpieczenie ma być zainstalowane, i przedstawiane w postaci parametrów i charakterystyk probabilistycznych wielkości uznanych za wartościowe do rozwiązania stojącego przed zabezpieczeniem zadania identyfikacji.

W rozprawie zaproponowano zastosowanie charakterystyk probabilistycznych sygnałów i wielkości kryterialnych zabezpieczeń w procesie pomiarowym (filtracja Kalmana) i decyzyjnym (sekwencyjny test ilorazu wiarygodności). Charakterystyki te mogą być również wykorzystane do innych celów. W dodatku D wymieniono dwie podstawowe grupy potencjalnych zastosowań, a mianowicie:

- ocena selektywności kryteriów działania zabezpieczeń oraz wymaganej liczby i rodzaju wielkości decyzyjnych,
- określenie warunków pracy bądź wymagań projektowych dla elementów systemu i urządzeń stacyjnych.

Cenną zaletą przedstawionych w pracy analiz i badań jest uwzględnienie pełnego modelu zarówno systemu elektroenergetycznego jak i elementów toru wstępnego przetwarzania sygnałów (przekładników prądowych i napięciowych oraz filtrów analogowych). W większości publikowanych dotychczas prac dotyczących filtrów Kalmana czy algorytmów podejmowania decyzji parametry projektowe szacuje się lub ustala na podstawie charakterystyk probabilistycznych sygnałów pierwotnych (które nie są w rzeczywistości obserwowalne). Obecność przekładników zabezpieczeniowych i filtrów analogowych, konieczna z oczywistych względów, powoduje zmianę charakterystyk częstotliwościowych przetwarzanych sygnałów. Wpływ przekładników wynika zarówno z dolno-przepustowej charakterystyki częstotliwościowej jak i zjawisk nasyceniowych (podczas nasycenia przekładnika prądowego generowana jest cała gama harmonicznych). Obecność dolnoprzepustowego filtra analogowego w torze wstępnego przetwarzania sygnałów powoduje zawężenie pasma przenoszonych częstotliwości. W procesie projektowania filtrów Kalmana czy wyznaczaniu rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych koniecznych w statystycznej analizie decyzyjnej korzystać trzeba zatem z zestawu sygnałów z wyjścia przekładników i filtrów analogowych, uwzględniając wpływ tych elementów na parametry probabilistyczne sygnałów doprowadzanych do części cyfrowej zabezpieczenia.

Analiza teoretyczna i symulacyjna omawianych w pracy metod pozwoliła na wyciągnięcie wniosków, które w sposób szczegółowy zostały przedstawione na zakończenie odpowiednich rozdziałów pracy. Poniżej omówione zostaną więc jedynie ogólne właściwości przedstawionych metod wynikające z analizy wyników badań opisanych w rozdziale 6 pracy oraz dodatkach B i C. Wnioski te zgrupowano w dwóch blokach dotyczących filtracji sygnałów oraz podejmowania decyzji w zabezpieczeniu cyfrowym.

W odniesieniu do filtracji Kalmana wypada podkreślić następujące cechy i właściwości tak samych filtrów jak i parametrów probabilistycznych zakłóceń i składowych użytecznych sygnału:

- Starannie prowadzone obliczenia i projekt prowadzą do otrzymania filtru Kalmana o wysokiej efektywności filtracji i dobrej dynamice przy jednoczesnej oszczędności obliczeniowej.
- Analiza elementów niestacjonarnej macierzy kowariancji błędów estymacji stanu $[W(k)]$, obliczanej razem z macierzą wzmocnień $[K(k)]$ filtru, pozwala ocenić dynamikę filtracji jeszcze zanim filtr zacznie pracować - na etapie jego projektowania.
- Dla filtracji napięcia wystarczający jest model dwustanowy. Parametry funkcji statystycznych zakłócenia - autokorelacji i widma gęstości mocy otrzymane dla sygnałów napięciowych uprawniają do przyjęcia takiego modelu, pozwalając oczekiwać dobrych parametrów użytkowych zaprojektowanych filtrów.
- Dla sygnałów prądowych sprawdzono stosowalność filtrów dwustanowych i trójstanowych. Ze względu na obecność w prądzie składowej aperiodycznej stosowanie dwustanowego modelu sygnałowego jest niedopuszczalne. Konieczne jest zatem rozszerzenie modelu o trzecią zmienną stanu, co prowadzi do filtru trójstanowego.
- Projektowanie filtru prądowego można opierać na "okrojonej" bazie sygnałowej - bez uwzględniania przebiegów z nasyceniem przekładnika. Parametry probabilistyczne zakłóceń w takim modelu są znacznie lepsze niż w przypadku uwzględniania wszystkich przebiegów, a zaprojektowany filtr ma bardzo dobrą dynamikę. Może on być jednak stosowany tylko wówczas, gdy używany przekładnik prądowy będzie gwarantował pracę na liniowej części charakterystyki magnesowania we wszystkich spodziewanych przypadkach zaburzeniowych.
- Dokładnie opracowany filtr prądowy znacznie lepiej tłumi składową aperiodyczną niż filtry tradycyjne, charakteryzując się stanem przejściowym nie dłuższym niż połowa okresu składowej podstawowej. Dobrze zaprojektowany filtr radzi sobie również z przypadkami nasycenia przekładników prądowych.

- Porównanie statystycznej efektywności oraz czasu działania zabezpieczenia z filtrami Kalmana oraz filtrami deterministycznymi (fourierowskimi) wypada zdecydowanie korzystniej dla tych pierwszych. Nawet przy bardzo skąpo wybranym zestawie wielkości kryterialnych, zastosowanie w procesie pomiarowym filtrów Kalmana pozwala na uzyskanie wysokiej selektywności przy krótkim czasie własnym zabezpieczenia.
- Uruchomienie rekursywnej procedury filtracyjnej wymaga oczywiście określenia momentu powstania zaburzenia (skokowej zmiany parametrów sygnału). Od szybkości i dokładności wyznaczenia tego momentu zależeć będzie zarówno dynamika jak i efektywność procesu filtracji.
- Procedura filtracji nie wymaga dużego obciążenia obliczeniowego. Sygnalizowane są aplikacje zestawu filtrów Kalmana w czasie rzeczywistym, na procesorach sygnałowych, nawet w wersji adaptacyjnej, umożliwiające uzyskanie informacji o momencie wystąpienia i rodzaju zwarcia w czasie od $1/4$ do $1/8$ okresu składowej podstawowej.

Przedstawiony algorytm podejmowania decyzji bazujący na charakterystykach probabilistycznych wielkości kryterialnych charakteryzuje się następującymi cechami:

- Algorytm sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności umożliwia podejmowanie decyzji w czasie ok. 5 ms z kilkuprocentowym ryzykiem błędu. Błąd ten może być zredukowany do zera przez zastosowanie dodatkowej stałej zwłoki czasowej.
- Możliwy jest również taki dobór kryteriów rozpoznawania zakłóceń (składowych wektora decyzyjnego), aby zapewnić maksymalne odseparowanie (odległość) rozkładów prawdopodobieństwa dla wyróżnionych hipotez, co stwarza optymalne warunki dla podejmowania decyzji z użyciem zaproponowanej metody.
- W części symulacyjnej pracy sprawdzono działanie algorytmu decyzyjnego dla trzech wielkości decyzyjnych, tj. rezystancji R , reaktancji X i impedancji Z widzianych z punktu zainstalowania zabezpieczenia do miejsca zwarcia. Najlepszą wg oceny statystycznej wielkością kryterialną okazała się impedancja (wektor decyzyjny dwuwymiarowy), charakteryzując się najkorzystniejszą postacią i dynamiką warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa i w konsekwencji najwyższą potencjalną zdolnością do klasyfikacji analizowanych przebiegów.
- Parametry użytkowe procesu decyzyjnego (selektywność, czas własny) zależą silnie od parametrów samego testu (założonych wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju), a także wybranych wielkości decyzyjnych i sposobu ich wyznaczenia (algorytmu pomiarowego).

- Zmniejszanie założonych wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju (równoznaczne z zawężaniem obszaru pokrywania się obszarów odpowiadających konkurencyjnym hipotezom) pociąga za sobą ograniczenie ilości błędnych decyzji, wydłuża natomiast czas trwania procedury sekwencyjnej. Zależności te stają się mniej widoczne (bardziej płaskie) w przypadku szybkich algorytmów pomiarowych i wielkości decyzyjnych charakteryzujących się znacznym odseparowaniem (odległością) rozkładów prawdopodobieństwa dla wyróżnionych hipotez.
- Z punktu widzenia przydatności danej wielkości decyzyjnej w sekwencyjnym probabilistycznym procesie decyzyjnym nie jest wskazane stosowanie algorytmów pomiarowych o długim oknie czasowym (o lepszych własnościach częstotliwościowych w stanie ustalonym). Otrzymane z zastosowaniem takich algorytmów wielkości decyzyjne z jednej strony charakteryzują się niewielkim odseparowaniem rozkładów prawdopodobieństwa dla wyróżnionych hipotez, z drugiej zaś strony nie spełniają założeń testu co do niezależności w kolejnych momentach czasowych (funkcje autokorelacji różne od delty Diraca). Uzyskane z ich wykorzystaniem efekty decyzyjne są niezadawalające.
- Znacznie lepsze efekty, tak pod względem czasu jak i poprawności podejmowania decyzji uzyskuje się dla algorytmów pomiarowych z ortogonalizacją sygnałów przez opóźnienie lub przez filtrację Kalmana. Wyłączenie filtracji bądź zastosowanie filtru z oknem o zmiennej długości poprawia dynamikę procesu oraz szybkość doprowadzenia informacji do algorytmu decyzyjnego. Redukcja czasu własnego (szybszy algorytm pomiarowy) nie odbywa się tutaj kosztem selektywności zabezpieczenia.
- Działanie algorytmu decyzyjnego opartego na sekwencyjnym teście ilorazu wiarygodności przetestowano dla dwóch konfiguracji systemu elektroenergetycznego (opisanych w rozdziale 6.2 i w dodatku B). Uzyskane w obu układach wyniki są podobne, potwierdzając możliwość skutecznej pracy algorytmu i klasyfikacji zjawisk w różnych układach sieciowych.
- Skuteczność stosowania testu ilorazu wiarygodności jako metody decyzyjnej jest uzależniona od dokładności wyznaczenia niezbędnych w procesie decyzyjnym rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych. Stwierdzono (dodatek C), że efektem zmniejszenia dokładności wyznaczenia odnośnych rozkładów (z ± 5 do $\pm 10\%$) jest w przybliżeniu dwukrotne pogorszenie selektywności oraz zwiększenie czasu podejmowania decyzji.
- Stosowanie algorytmu testu sekwencyjnego generalnie wymaga znajomości momentu powstania zaburzenia. W pewnych sytuacjach (np. gdy jedną z hipotez jest stan normalny, a drugą stan zwarcia) procedura testu może być algorytmem samostartującym.

Po odpowiedniej modyfikacji algorytm testu może pracować w sposób ciągły, generując sekwencję sygnałów decyzyjnych odpowiadających aktualnemu stanowi chronionego obiektu.

- Algorytm testu ilorazu wiarygodności może pracować autonomicznie lub jako uzupełniający klasyczną część decyzyjną zabezpieczenia w sytuacjach niejasnych. Decyzja generowana przez algorytm testu sekwencyjnego byłaby wtedy jedną z wielu branych pod uwagę przy opracowaniu ostatecznej decyzji o wyłączeniu bądź pozostawieniu w pracy chronionego obiektu.

Zastosowanie charakterystyk probabilistycznych sygnałów i wielkości kryterialnych w części cyfrowej zabezpieczenia pozwala na optymalizację procesu identyfikacji stanu pracy chronionego obiektu. Uwzględnienie prawdopodobieństwa występowania poszczególnych zaburzeń w danym fragmencie systemu umożliwia uzyskanie cech adaptacyjnych zabezpieczenia. Adaptacyjność ta dotyczy zarówno czasu i dokładności pomiaru wielkości kryterialnych jak też elastycznego ustawienia i matematycznego ujęcia nieostrości granic podziału przestrzeni decyzyjnej.

Zasadnicza trudność praktycznej implementacji opisanych w pracy statystycznych metod pomiaru wielkości kryterialnych i podejmowania decyzji w przekaźniku zabezpieczeniowym tkwi w konieczności wyznaczenia bądź oszacowania charakterystyk probabilistycznych sygnałów i wielkości kryterialnych. Zakładając jednostajny lub normalny rozkład prawdopodobieństwa czynników warunkujących zwarcie i prowadząc obliczenia symulacyjne dla dostatecznie dużej liczby przypadków zakłóceń, otrzymuje się poszukiwane parametry i charakterystyki probabilistyczne. Jest oczywiste, że dokładność wyznaczenia tych charakterystyk ma wpływ na selektywność działania zabezpieczenia.

Stosowanie metod wykorzystujących charakterystyki probabilistyczne sygnałów i wielkości kryterialnych w zabezpieczeniach wymaga z pewnością większego nakładu pracy, szczególnie pod względem symulacyjnym i projektowym, niż w przypadku wykorzystania metod deterministycznych. Zarówno jednak znakomite efekty otrzymywane z wykorzystaniem metod opartych na probabilistycznym modelu sygnałowym jak i wzrastające koszty jednostkowe zabezpieczanych urządzeń oraz wielkość strat, które mogą wystąpić w sieci i u odbiorców energii na skutek błędnego działania zabezpieczeń, będą powodowały, że podejmowanie zwiększonych wysiłków na etapie projektowania algorytmów zabezpieczeniowych stanie się opłacalne, owocując poprawą warunków zasilania i jakości energii elektrycznej w systemie elektroenergetycznym.

8. SPIS LITERATURY

- [1] Anders G.J., *Probability Concepts in Electric Power Systems.*, Wiley & Sons, New York 1990.
- [2] Anderson B.D.O., Moore J.B., *Filtracja optymalna.*, WNT, Warszawa 1984.
- [3] ASEA BROWN BOVERI *Zabezpieczenia linii wysokich napięć.* Materiały seminarium, Kraków, październik 1990.
- [4] Benjamin J. R., Cornell C. A., *Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów*, WNT, Warszawa, 1977.
- [5] Brown R.G., *A New Look at the Magill Adaptive Filter as a Practical Means of Multiple Hypothesis Testing.*, IEEE Trans., Vol. CAS-30, October 1983, No 10, s.775-778.
- [6] Chowdhury F.N., Christensen J.P., Aravena J.L., *Power System Fault Detection and State Estimation Using Kalman Filter with Hypothesis Testing*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol 6, No 3, July 1991, s.1025-1029.
- [7] Dowdy S., Wearden S. *Statistic for Research.* Wiley & Sons, New York 1983.
- [8] EMTP Reference manual, Leuven Center, 1987.
- [9] Girgis A.A., *Application of Kalman Filtering in Computer Relaying.* IEEE Trans., Vol.PAS 100, 1981, No 7, pp.3387-3397.
- [10] Girgis A.A., *Modelling of Fault Induced Noise Signals for Computer Relaying Applications.* IEEE Trans., Vol.PAS-102, 1983, No 9, pp.2834-2841.
- [11] Girgis A. A., *A new Kalman Filtering Based Digital Distance Relay*, IEEE PES Winter Meeting 1982, New York City, Paper No 82WM166-7.
- [12] Girgis A.A., Brown R.G., *Adaptive Kalman Filtering in Computer Relaying: Fault Classification Using Voltage Models.*, IEEE Trans., Vol.PAS-104, May 1983, No 5, s.1168-1177.
- [13] Girgis A.A., Hart D.G., *Implementation of Kalman and Adaptive Kalman Filtering Algorithms for Digital Distance Protection on a Vector Signal Processor.*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 4, January 1989, No 1, s.141-152.

- [14] Iżykowski J., Moftah Abubaker Moftah, *Computer simulation of power system transients for testing of digital protective algorithms*, AMSE Conference, Alexandria, December 1992.
- [15] Iżykowski J., Kasztenny B., Rosołowski E.: *Modelling of power system transients for testing of digital protective systems*, 5th International Symposium on Short-Circuit Currents in Power System, paper 1.27, Warsaw 8-10 Sep. 1992.
- [16] Iżykowski J., Kasztenny B., Rosołowski E.: *Modelowanie procesów dynamicznych w elektroenergetycznych przekładnikach pomiarowych*, VII Ogólnopolskie Sympozjum Symulacji Procesów Dynamicznych, Zakopane, 8-12 czerwca 1992, s.159-166.
- [17] Iżykowski J., Kasztenny B., Rosołowski E.: *Simulative investigations of instrument transformers transients on digital protective systems operation*. International Conference on Modelling in Measurement Processes, Szklarska Poręba - czerwiec 1992, s.128-133.
- [18] Johnson N.C., Sachdev M.S., Wood H.C., *Use of the Kalman filtering technique for power system protection - an insight*. IEE Conference Publication No 249, Developments in Power System Protection, London 1985.
- [19] Kasztenny B., *Algorytmy decyzyjne w cyfrowej automatyce zabezpieczeniowej*, Raporty Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej, Seria SPR, Nr 800, Wrocław, 1991.
- [20] Kasztenny B., Michalik M., Rosołowski E. *Projekt laboratoryjnego układu mikrokomputerowego do szybkich pomiarów wielkości zabezpieczeniowych w stacji*. Raporty Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii SPR, Nr 707, Wrocław 1989.
- [21] Kasztenny B. *Rachunek zbiorów rozmytych w podejmowaniu decyzji w cyfrowym zabezpieczeniu elektroenergetycznym*. Raporty Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii SPR, Nr 774, Wrocław 1990.
- [22] Kasztenny B., *Wielokryterialne podejmowanie decyzji w cyfrowym przekaźniku zabezpieczeniowym*. Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki PWr Serii KONFERENCJE Nr 31, Wrocław 1991, s.54-66.
- [23] Kasztenny B., Michalik M., Rosołowski E., *Simulation of digital power system protection and control devices using TACS*, EMTP Users Meeting, Leuven EMTP Center 1992, paper 92-R-001.
- [24] Kasztenny B., Rebizant W., *Probabilistyczne metody decyzyjne w części decyzyjnej cyfrowego zabezpieczenia elektroenergetycznego*, III Sympozjum: Metody Matematy-

czne w Energetyce, Zakopane, listopad 1993, s. 107-113.

- [25] Kasztenny B., Rebizant W., Szafran J., *Probabilistic Approach to Estimation of Criterion Values and Decision Making Process of Power System Protection*, konferencja AMSE: Signals, Data, Systems. Methodologies and Applications, Bangalore (Indie), grudzień 1993, AMSE Press, Vol. 31, No 4, 1994, s. 31-40.
- [26] Łobos T., *Algorytmy cyfrowej identyfikacji zwarć w liniach elektroenergetycznych*, Przegląd Elektrotechniczny 1982, Nr 1-4, s.26-30.
- [27] Magill D.T., *Optimal Adaptive Estimation of Sampled Stochastic Processes.*, IEEE Trans., Vol AC-10, October 1965, s.434-439.
- [28] Michalik M., Rosołowski E., Sebastian R., Wiszniewski A. *Założenia zintegrowanego systemu sterowania stacją elektroenergetyczną*. Raporty Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii SPR, Nr 520, Wrocław 1987.
- [29] Moore P.G. *Ryzyko w podejmowaniu decyzji*. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1975.
- [30] Papoulis A., *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*, WNT, Warszawa, 1972.
- [31] Pawłowski Z., *Statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa, 1978.
- [32] Peterson J.N., Wall R.W. *Interactive relay controlled power system modelling*. IEEE Trans. on Power System Delivery, Vol 6, No 1, January 1991, s.96-102.
- [33] Phadke A.G., Thorp J.S. *Computer relaying for power systems*, Wiley & Sons, New York 1988.
- [34] Pinto de Sa J.L., *The Stochastic Modelling of Fault Induced Transients*. IEEE Trans. PWRD, Vol.7, No 3, July 1992, pp.1156-1166.
- [35] Pinto de Sa J.L., *An Investigation on The Transient Performance of Very High Speed Digital Distance Relays*. Proceedings of 11-th Power System Computation Conference, September 1993, Avignon France, pp.781-787.
- [36] Pugaczew W.S., *Teoria funkcji przypadkowych i jej zastosowanie do zagadnień sterowania automatycznego*, Wyd. MON, Warszawa, 1960.
- [37] Rebizant W., Sowa Z., Szafran J., *Fault currents estimation using Kalman filters in cases of different states of current transformers operation*, 6th International Sympos-

- sium "Short Circuit Currents in Power Systems", Liege (Belgia) 1994, paper 1.10.
- [38] Rosołowski E., Sebastian R. *Organizacja współczesnych układów zabezpieczeń cyfrowych*. [w:] Teoria cyfrowych systemów zabezpieczeń, Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Konferencje nr 27, Wrocław 1988, s.65-74.
 - [39] Rosołowski E., Szafran J. *Metody analizy zakłóceń w stacjach elektroenergetycznych*, Raporty Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Sprawozdania, Nr 414, Wrocław 1985.
 - [40] Rosołowski E. *Analiza algorytmów cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych* Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Monografie, Nr 27, Wrocław 1992.
 - [41] Rosołowski E., Szafran J. *Nowa metoda filtracji zakłóceń aperiodycznych*. [w:] Algorytmy cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych. Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Konferencje, Nr 27, Wrocław 1987, s.83-92.
 - [42] Sachdev M.S., Wood H.C., Johnson N.G., *Kalman Filtering Applied to Power System Measurement for Relaying.*, IEEE Trans., Vol PAS-104, December 1985, No 12, s.3565-3573.
 - [43] Sakaguchi T. *A Statistical Decision Theoretic Approach to Digital Relaying*, IEEE Trans. PAS-99, 1980, No 5, s.1918-1926.
 - [44] Silvey S. D., *Wnioskowanie statystyczne*, PWN, Warszawa, 1978.
 - [45] Smoliński W.J. *An algorithm for digital impedance calculation using a single π section transmission line model*. IEEE Trans. on PAS, Vol. 98, 1979, s.1546.
 - [46] Strzałkowski A., Śliżyński A., *Matematyczne metody opracowywania wyników pomiarów*, PWN, Warszawa 1978.
 - [47] Szafran J. *Charakterystyki dwustanowego filtru Kalmana w dziedzinie czasu i częstotliwości*. [w:] Teoria cyfrowych systemów zabezpieczeń, Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Konferencje nr 27, Wrocław 1988, s.75-86.
 - [48] Szafran J. *Rozpoznawanie sygnałów w cyfrowej automatyce zabezpieczeniowej*, Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Monografie, Nr 23, Wrocław 1990.
 - [49] Synal B., Korejwo E., Bałaban E. *Rozpoznanie i analiza istniejących rozwiązań i koncepcji rozwoju mikroprocesorowych struktur EAZ w krajach wysoko rozwiniętych*.

Raporty Instytutu Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii SPR Nr 591, Wrocław 1988.

- [50] Therrien C. W. *Decision, Estimation and Classification: An Introduction to Pattern Recognition and Related Topics*. Wiley & Sons, New York, 1983.
- [51] Winkler W. *Ocena wrażliwości algorytmów cyfrowej lokalizacji zwarć na sygnały zakłócające w prądzie i napięciu*. [w:] Podstawy teorii nowoczesnej automatyki elektroenergetycznej, Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Konferencje, Nr 22, Wrocław 1985, s.41-48.
- [52] Winkler W., Dawid Z., Mikrut M., Pilch Z., *Digital simulation of faults and emergency conditions in generator-transformer units for power system protection purposes*, Proc. of 27th UPEC, University of Bath, 1992.
- [53] Wiszniewski A. *Signal Recognition in Protective Relaying*, IEE Conference Publ. No 185, Developments in Power System Protection, London 1980, s.132-136.
- [54] Wiszniewski A. *Zabezpieczenia elektroenergetyczne w punkcie zwrotnym*, Przegląd Elektrotechniczny, Nr 1-4, 1982, s.16-18.
- [55] Wiszniewski A. *Cyfrowy pomiar prądu w zabezpieczeniach sieci średnich napięć*. [w:] Algorytmy cyfrowych zabezpieczeń elektroenergetycznych, Prace Naukowe Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii Konferencje Nr 27, Wrocław 1987, s.93-99.
- [56] Wiszniewski A. *Przekładniki w elektroenergetyce*. WNT, Warszawa 1982.
- [57] Wiszniewski A., Iżykowski J., Michalik M., Rosołowski E., Szafran J. *Podstawy teoretyczne pomiarów dokonywanych przez urządzenia podejmujące decyzje w komputerowych układach automatyki zabezpieczeniowej*. Raporty Inst. Energoelektryki Pol. Wrocławskiej Serii SPR Nr 728, Wrocław 1989.
- [58] Wiszniewski A. *Algorytmy pomiarów cyfrowych w automatyce zabezpieczeniowej*. WNT, Warszawa 1990.
- [59] Wiszniewski A., Kasztenny B.: *Primary protective relays with elements of expert systems*, CIGRE Session 1992, Paper 34,2,CN
- [60] Zhizhe Z., Deshu C. *An adaptive approach in digital distance protection*, IEEE Trans. on Power System Delivery, Vol 6, No 1, January 1991, s.135-142.
- [61] Żuchowski A., *Pomiary dynamiczne*, Wydawnictwo Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1984.

- [61] Żydanowicz J., *Elektroenergetyczna automatyka zabezpieczeniowa t.2. Automatyka eliminacyjna*, WNT, Warszawa 1985.

DODATEK A

OKREŚLANIE CHARAKTERYSTYK ZMIENNYCH LOSOWYCH I FUNKCJI ZMIENNYCH LOSOWYCH NA PODSTAWIE DANYCH EKSPERYMENTALNYCH.

Podstawą metod eksperymentalnych znajdowania prawdopodobieństw zdarzeń i charakterystyk probabilistycznych zmiennych losowych jest prawo wielkich liczb. Zgodnie z prawem wielkich liczb prawdopodobieństwa zdarzeń można zastąpić odpowiednimi częstościami przy dużej liczbie doświadczeń, zaś wartości oczekiwane zmiennych losowych - odpowiednimi średnimi arytmetycznymi. Przy bardzo dużej liczbie doświadczeń możemy być - praktycznie biorąc - pewni, że otrzymane w ten sposób prawdopodobieństwa zdarzeń i charakterystyki zmiennych losowych są bliskie ich wartościom rzeczywistym. W praktyce jednak trzeba się często ograniczyć do stosunkowo niewielkiej lub nawet małej liczby doświadczeń (obserwacji), szczególnie w tych przypadkach, gdy każde doświadczenie wymaga długiego czasu i wiąże się ze znacznymi kosztami. Konieczne jest wówczas dokonanie oceny dokładności charakterystyk otrzymanych z doświadczenia.

Ponieważ wyniki każdego poszczególnego doświadczenia są przypadkowe, więc oczywiste jest, że prawdopodobieństwa zdarzeń i charakterystyki probabilistyczne zmiennych losowych nie mogą być wyznaczone dokładnie według wyników skończonej liczby doświadczeń. Nie można również mówić o przybliżonym - w zwykłym sensie - wyznaczaniu szukanych wielkości, gdyż zwykłe pojęcie przybliżonego rozwiązania zadania zawiera w sobie zasadniczą możliwość znalezienia rzeczywistej oceny błędu, podczas gdy w zagadnieniach statystycznych można jedynie mówić o prawdopodobieństwie tego, że błąd nie przekroczy danych granic. Dlatego w statystyce mówi się zwykle nie o przybliżonych wartościach szukanych wielkości, ale o ich oszacowaniu. Wielkość próby losowej zależy oczywiście od estymowanej wielkości czy charakterystyki, będzie zatem inna dla problemu określania prawdopodobieństwa pojedynczego zdarzenia, inna zaś przy wyznaczaniu pełnych charakterystyk szukanych zmiennych losowych [36].

Znajdowanie prawdopodobieństw zdarzeń, funkcji dystrybucji i gęstości prawdopodobieństwa.

Jeżeli według wyników n niezależnych doświadczeń, przeprowadzonych w jednakowych warunkach, trzeba wyznaczyć prawdopodobieństwo p pewnego zdarzenia A , to naturalną oceną szukanego prawdopodobieństwa jest otrzymana w wyniku doświadczeń częstość p^* zdarzenia A . Wartość oczekiwana częstości zachodzenia zdarzenia A w n doświadczeniach jest równa średniej arytmetycznej prawdopodobieństw zajścia tego zda-

rzenia p_i w każdym z doświadczeń

$$E[Y] = \frac{1}{n} E[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n p_i \quad (\text{A.1})$$

wariancja częstości zachodzenia zdarzenia A w n niezależnych doświadczeniach wynosi natomiast

$$W[Y] = \frac{1}{n^2} W[X] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^n p_i(1-p_i) \quad (\text{A.2})$$

Jeżeli rozważane doświadczenia są obserwacjami tego samego zjawiska w n kolejnych próbach (a zatem prawdopodobieństwa p_i są równe), to wartość oczekiwana częstości zachodzenia zdarzenia A i jej wariancja może być wyrażona za pomocą prawdopodobieństwa p zdarzenia A następującymi wzorami

$$E[P^*] = p \quad (\text{A.3})$$

$$W[P^*] = \frac{p(1-p)}{n} \quad (\text{A.4})$$

Wzór (A.3) pokazuje, że częstość jest nieobciążoną oceną prawdopodobieństwa zdarzenia. Wariancja częstości natomiast może służyć jako charakterystyka dokładności wyznaczenia prawdopodobieństwa zdarzenia według wyników doświadczeń. Zakładając, że wariancja określenia danego parametru (w tym przypadku prawdopodobieństwa zdarzenia) nie może być większa od pewnej wartości W, z zależności (A.4) wyznaczyć można wymaganą minimalną licznosc próby n.

Oceną funkcji dystrybucji zmiennej losowej X może być otrzymana w wyniku doświadczeń częstość zdarzenia $\{X < x\}$ jako funkcja parametru x. Po wygładzeniu wykresu otrzymanej w ten sposób funkcji dystrybucji można znaleźć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej X stosując którąkolwiek z przybliżonych metod różniczkowania.

Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej X można również wyznaczyć bezpośrednio bez uprzedniego znalezienia funkcji dystrybucji. W tym celu trzeba rozbić otrzymany w wyniku doświadczeń (symulacji) całkowity przedział wartości zmiennej losowej na równe części i obliczyć średnią gęstość częstości w każdej z części jako stosunek częstości wartości zmiennej losowej w tej części do jej długości. Przedziały, na które został rozbity całkowity zakres zmienności zmiennej losowej, otrzymane w wyniku doświadczeń nie powinny być przy tym zbyt małe, gdyż przy bardzo małych przedziałach zatraci się charakter zależności gęstości prawdopodobieństwa od parametru x. Tak na przykład, jeżeli przedziały są tak małe, że w każdym z nich zawarta jest tylko jedna lub

też nie ma ani jednej spośród otrzymanych w wyniku doświadczeń wartości zmiennej losowej, to otrzymana gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej będzie dla każdej wartości x albo równa zero, albo równa pewnej stałej w pełni określonej liczbie ($p^* = 1/n$) bez względu na rzeczywistą zależność gęstości prawdopodobieństwa od parametru x . Przy bardzo dużych przedziałach również zatraci się charakter zależności gęstości prawdopodobieństwa od parametru x na skutek uśredniania gęstości częstości. Dlatego przy bezpośrednim wyznaczaniu gęstości prawdopodobieństwa według wyników doświadczeń trzeba wziąć przedziały takiej długości, aby w każdym z nich było średnio nie mniej niż dziesięć otrzymanych w wyniku doświadczeń wartości zmiennej losowej. Całkowita ilość wyników doświadczeń powinna być przy tym rzędu kilkuset.

Znajdowanie wartości oczekiwanych i wariancji zmiennych losowych.

Rozpatrzmy teraz zadanie znalezienia wartości oczekiwanej m_x zmiennej losowej X według wyników n niezależnych doświadczeń przeprowadzonych w jednakowych warunkach. Wobec stałości warunków doświadczenia zmienne losowe X_i związane z i -tym doświadczeniem są niezależne, ponadto wariancje ich są jednakowe i równe wariancji W_x zmiennej losowej X . Spełnione są zatem wszystkie założenia twierdzenia Czebyszewa [4] i jako ocenę wartości oczekiwanej zmiennej losowej X można wziąć średnią arytmetyczną jej wartości, otrzymanych w wyniku doświadczenia

$$m_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{A.5})$$

Uwzględniając poczynione powyżej założenia, wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej M_x^* wyrażają się wzorami

$$E[M_x^*] = m_x \quad (\text{A.6})$$

$$W[M_x^*] = \frac{W_x}{n} \quad (\text{A.7})$$

Wzór (A.6) pokazuje, że średnia arytmetyczna wyników doświadczenia jest nieobciążoną oceną wartości oczekiwanej. Wzór (A.7) może natomiast służyć do oceny dokładności wyznaczania wartości oczekiwanej według wzoru (A.6).

Ponieważ wariancja w_x zmiennej losowej X jest wartością oczekiwaną kwadratu odchylenia zmiennej losowej X od jej wartości oczekiwanej, za estymatę (ocenę) wariancji zmiennej losowej X można przyjąć

$$w_x^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)^2 \quad (\text{A.8})$$

Wzór ten daje nieobciążoną ocenę wariancji zmiennej losowej X . Ocenę dokładności wariancji zmiennej losowej X można znaleźć wyznaczając wariancję zmiennej losowej W_x^* . Po odpowiednich przekształceniach otrzymuje się

$$W[W_x^*] = \frac{2}{n-1} W_x^2 \quad (\text{A.9})$$

Względny błąd wyznaczania wariancji zmiennej losowej X według wzoru (A.8) charakteryzuje się zatem odchyleniem średnim wynoszącym

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \quad (\text{A.10})$$

Wobec tego dla wyznaczenia wariancji z odpowiednim odchyleniem średnim 20% trzeba przeprowadzić 51 doświadczeń. Aby wyznaczyć wariancję z odpowiednim odchyleniem średnim 5% trzeba zaś przeprowadzić aż 801 doświadczeń.

Ocena dokładności doświadczalnego znajdowania charakterystyk probabilistycznych.

Dokładność ocen (estymatorów) prawdopodobieństw zdarzeń i charakterystyk probabilistycznych zmiennych losowych może być scharakteryzowana za pomocą średnich błędów kwadratowych tych ocen, które dla ocen nieobciążonych są identyczne z ich odchyleniami średnimi (czyli pierwiastkami kwadratowymi z wariancji). Dla pełniejszego scharakteryzowania dokładności ocen trzeba umieć obliczać prawdopodobieństwa różnych przybliżeń ocen do odpowiednich charakterystyk probabilistycznych; w tym celu trzeba znać rozkłady tych ocen.

Jeżeli liczba doświadczeń jest odpowiednio duża, to rozkłady wszystkich rozpatrzonych ocen są bliskie rozkładowi normalnemu (dla częstości zdarzeń wynika to z twierdzenia granicznego Laplace'a). Dlatego przy dużej liczbie doświadczeń prawdopodobieństwa różnych przybliżeń wartości ocen do wyznaczonych przez te oceny charakterystyk probabilistycznych można obliczyć według wzoru

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - m_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - m_x}{\sigma_x}\right) \quad (\text{A.11})$$

dla ocen obciążonych i według wzoru

$$P(|X - m_x| < \varepsilon) = 2 \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_x}\right) \quad (\text{A.12})$$

dla ocen nieobciążonych. Trzeba się przy tym oczywiście posłużyć tablicą funkcji $\Phi(u)$. Potrzebne do obliczeń wartości oczekiwane i wariancje ocen można znaleźć za pomocą odpowiednich wzorów z poprzedniego paragrafu. To, że wartości oczekiwane i wariancje ocen wyrażają się za pomocą nieznanych prawdopodobieństw zdarzeń, nie stanowi - przy dużej liczbie doświadczeń - trudności, gdyż nie zmniejszając ogólności można przy badaniu dokładności przyjąć te charakterystyki jako równe odpowiednim wartościom ocen wyznaczonych z wyników doświadczeń.

Dla obliczenia prawdopodobieństw różnych przybliżeń średniej arytmetycznej wartości zmiennej losowej, otrzymanych w wyniku doświadczeń, do jej wartości oczekiwanej, można się posługiwać rozkładem zmiennej losowej T zdefiniowanej jako

$$T = \frac{M_x^* - m_x}{S_x^*}, \quad S_x^* = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - M_x^*)^2} \quad (\text{A.13})$$

zakładając, że obserwowana zmienna losowa X ma rozkład normalny. Wykorzystując fakt, że zmienna losowa T jest funkcją niezależnych zmiennych losowych $X_1, X_2, \dots, X_n$, mających ten sam rozkład normalny, to po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy następujący wzór na gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej T

$$s_k(t) = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\sqrt{k\pi} \Gamma(\frac{k}{2})} \left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}, \quad (k=n-1) \quad (\text{A.14})$$

Rozkład prawdopodobieństwa określony tym wzorem nazywa się zwykle rozkładem Studenta o $k=n-1$ stopniach swobody. Dla prawdopodobieństw

$$p = S_k(t_p) = P(|T| < t_p) = \int_{-t_p}^{t_p} s_k(t) dt \quad (\text{A.15})$$

są konstruowane odpowiednie tablice. Posługując się tymi tablicami dla dowolnych dwóch spośród wielkości p, t_p i k można znaleźć trzecią. Ponieważ zachodzi równość

$$P(M_x^* - t_p S_x^* < m_x < M_x^* + t_p S_x^*) = P(|T| < t_p) \quad (\text{A.16})$$

więc można znaleźć prawdopodobieństwa różnych przybliżeń średniej arytmetycznej zmiennej losowej do jej wartości oczekiwanej korzystając z tablic funkcji $S_k(t_p)$. Względny wskaźnik dokładności wyznaczenia wartości oczekiwanej rozkładu może być wielkość δ_x zdefiniowana jako

$$\delta_x = \frac{M_x^* - m_x}{\sqrt{W_x^*}} = \frac{t_p}{\sqrt{n}} \quad (\text{A.17})$$

gdzie t_p jest wielkością odczytaną z tablic rozkładu T-Studenta dla próby o długości n na danym poziomie ufności p .

Dla obliczenia prawdopodobieństw różnych przybliżeń nieobciążonej oceny dla wariancji posługujemy się zwykle rozkładem zmiennej losowej

$$X = \sqrt{(n-1) \frac{W_x^*}{W_x}}, \quad W_x^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - M_x^*)^2 \quad (\text{A.18})$$

której analiza prowadzi do rozkładu χ o $k=n-1$ stopniach swobody. Dla prawdopodobieństw

$$p = L_k(\varepsilon_p) = P\left(\frac{\sqrt{k}}{1+\varepsilon_p} < X < \frac{\sqrt{k}}{1-\varepsilon_p}\right) = \int_{\frac{\sqrt{k}}{1+\varepsilon_p}}^{\frac{\sqrt{k}}{1-\varepsilon_p}} p_k(\chi) d\chi \quad (\text{A.19})$$

są skonstruowane odpowiednie tablice, według których można znaleźć dowolną z trzech wielkości p , ε_p i k , jeśli podane są dwie pozostałe. Ponieważ zachodzi równość

$$P\left(1-\varepsilon_p < \sqrt{\frac{W_x}{W_x^*}} < 1+\varepsilon_p\right) = P\left(\frac{\sqrt{k}}{1+\varepsilon_p} < X < \frac{\sqrt{k}}{1-\varepsilon_p}\right) \quad (\text{A.20})$$

więc można znaleźć prawdopodobieństwa różnych przybliżeń oceny wariancji i odchylenia średniego korzystając z tablic funkcji $L_k(\varepsilon_p)$.

Obliczanie prawdopodobieństw różnych przybliżeń ocen innych parametrów rozkładu do ich wartości rzeczywistych jest zadaniem o wiele bardziej skomplikowanym i nie będzie tu rozważane.

Na zakończenie wypada stwierdzić, że określenie liczby doświadczeń (obserwacji zmiennej losowej) koniecznych do wyznaczenia poszukiwanego rozkładu prawdopodobieństwa z określoną dokładnością musi odbywać się w oparciu o pewne wybrane parametry rozkładu, takie jak wartość oczekiwana czy wariancja zmiennej losowej, z wykorzystaniem przedstawionych wyżej metod. Mimo, że poszukiwane rozkłady nie muszą mieć koniecznie charakteru normalnego, centralne twierdzenie graniczne pozwala na wykorzystanie metod opracowanych dla rozkładów typu Gaussa [36].

DODATEK B

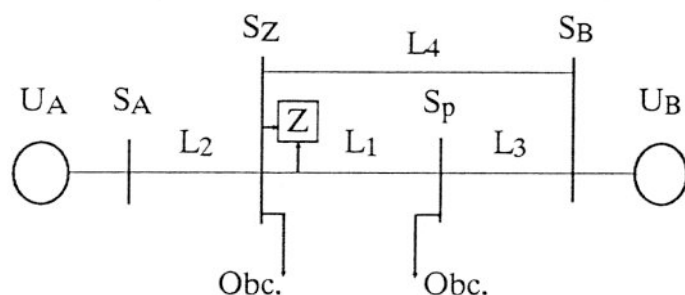
PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA SEKWENCYJNEGO TESTU ILORAZU WIARYGODNOŚCI W CZĘŚCI DECYZYJNEJ ZABEZPIECZENIA

Streszczenie rozdziału

W rozdziale zamieszczono przykład zastosowania sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności jako metody decyzyjnej w cyfrowym zabezpieczeniu linii przesyłowej. Z wykorzystaniem pakietu EMTP (ATP) zamodelowano fragment systemu elektroenergetycznego rozbudowany o dodatkowe połączenie w stosunku do fragmentu systemu opisanego w rozdziale 6. Na bazie przeprowadzonych symulacji wyznaczono histogramy przybliżające funkcje gęstości prawdopodobieństwa wybranych sygnałów decyzyjnych dla wyróżnionych hipotez oraz dokonano oceny spełnienia założeń testu co do niezależności kolejnych próbek sygnałów kryterialnych. Sprawdzono efektywność działania algorytmu decyzyjnego wraz z określeniem procentowej selektywności oraz czasu identyfikacji stanu chronionego obiektu. Uzyskane wyniki porównano z rezultatami opisanymi w rozdziale 8 pracy.

B.1. Generacja przebiegów zwarciovych.

Wykorzystując pakiet modelowania elektromagnetycznych stanów przejściowych EMTP (ATP) zamodelowano fragment systemu elektroenergetycznego przedstawiony na rysunku B.1. W miejscu zainstalowania zabezpieczenia (Z) umieszczono również modele przekładników prądowych i napięciowych oraz konieczne ze względu na operację próbkowania dolnoprzepustowe filtry analogowe, których nie zaznaczono na rysunku. Na modelu symulowano zwarcia jednofazowe doziemne fazy A w linii zabezpieczanej L_1 oraz w liniach zewnętrznych L_2 i L_3 . Nie symulowano różnych stanów pracy normalnej



systemu zakładając, że testowane będą jedynie pary hipotez: (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 ".

Rys.B.1. Fragment systemu elektroenergetycznego 220 kV modelowany w programie EMTP: L_1 - linia napowietrzna zabezpieczana, Z - miejsce zainstalowania zabezpieczenia

Dla osiągnięcia stochastycznego charakteru badanych zjawisk, podczas symulacji kolejnych przypadków

zwarcie zmieniano (podobnie jak podczas badań opisanych w rozdziale 6 pracy) następujące parametry:

- wartość fazy i modułu napięcia systemu B,
- wartość rezystancji przejścia w miejscu zwarcia,
- miejsce zwarcia,
- moment zwarcia.

Analiza wyników symulacji w modelowanym fragmencie systemu pozwoliła określić charakter oraz poziom sygnałów prądowych i napięciowych podczas zwarcia w sieci. Jak można się było spodziewać, poziom prądów zwarciovych w modelowanym układzie był znacznie wyższy niż we fragmencie systemu opisanym w rozdziale 6. Wynika to z konfiguracji systemu. Zwarcia w liniach L_1 i L_3 , objętych równoległą linią L_4 , są zasilane przez każde ze źródeł U_A i U_B z obu stron. W przypadku zwarcia w linii L_2 impedancja pomiędzy źródłem U_B i miejscem zwarcia jest mniejsza niż we wspomnianym układzie z rozdziału 6.

Otrzymane na drodze symulacji przebiegi wartości chwilowych napięć i prądów fazowych posłużyły do wyznaczenia m. in. takich wielkości jak składowe R i X impedancji widzianej z punktu zainstalowania zabezpieczenia do miejsca zwarcia. Po wstępnej analizie wielkości te zaaprobowano jako wartościowe sygnały kryterialne dla podejmowania decyzji co do miejsca zwarcia w badanym fragmencie systemu. Wartości rezystancji R i reaktancji X w kolejnych momentach próbkowania obliczono wg zależności (6.20) i (6.21) na bazie składowych ortogonalnych napięć i prądów, przy czym ortogonalizację w/w sygnałów przeprowadzono na drodze:

(a) filtracji parą filtrów ortogonalnych o oknach w postaci funkcji Walsh'a 1-go i 2-go rzędu (długość okna równa połowie okresu składowej podstawowej),

(b) jw lecz o oknach sinus - cosinus (filtracja pełnookresowa),

(c) opóźnień o jedną próbkę,

(c) filtracji Kalmana.

Parametry filtrów Kalmana dla sygnałów prądowych i napięciowych określono na drodze projektowej, przyjmując model trójstanowy dla prądu i dwustanowy dla napięcia. Zgodnie z obranym modelem stanu z przebiegów przejściowych prądów i napięć fazowych odzyskano zakłócenia celem identyfikacji ich parametrów probabilistycznych (rozkłady prawdopodobieństwa zakłóceń, funkcje autokorelacji, wariancji i widma gęstości

mocy). Na bazie przeprowadzonych symulacji wyznaczono macierze wzmocnień filtrów i inne wielkości potrzebne do zainicjowania procedury filtracji.

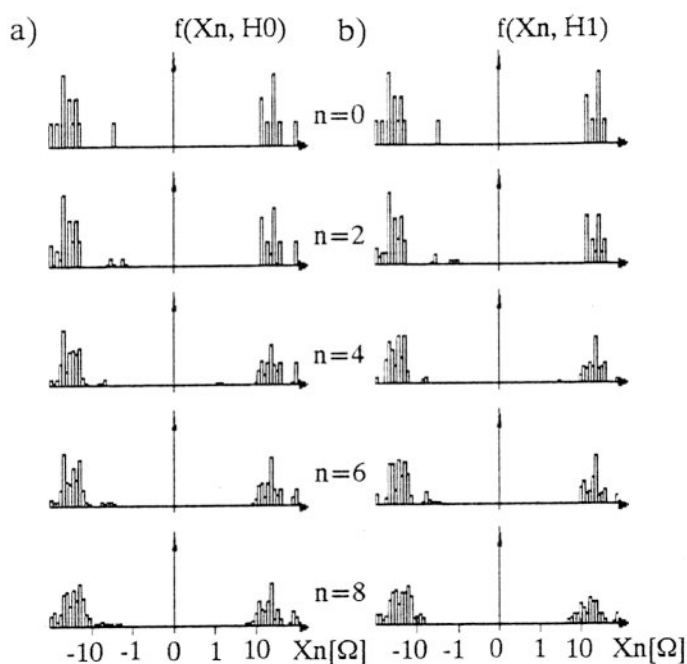
B.2. Wyznaczenie rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych.

Dla każdej z wymienionych w punkcie B.1 metod ortogonalizacji sygnałów otrzymano 3 x 1050 (po 1050 przypadków zwarć w liniach L₁, L₂ i L₃) zbiorów zawierających przebiegi sygnałów kryterialnych, na podstawie których sporządzono odpowiednie rozkłady dynamiczne częstości (prawdopodobieństwa) dla kolejnych próbek po wystąpieniu zwarcia. Rozkłady te zmieniają się w czasie niosąc, w miarę zwiększania się odległości między nimi, coraz więcej informacji użytecznej dla podjęcia właściwej decyzji (przyjęcia określonej hipotezy) przez algorytm decyzyjny.

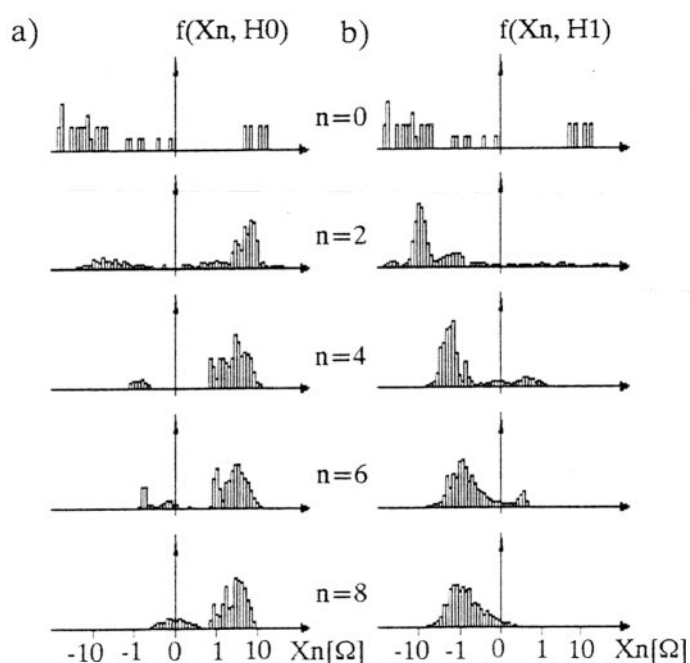
Przykładowe rozkłady prawdopodobieństwa reaktancji X widzianej z punktu zainstalowania zabezpieczenia do miejsca zwarcia dla hipotez "zwarcie w linii zabezpieczonej" oraz "zwarcie w linii za plecami" dla metod pomiarowych z ortogonalizacją przez filtrację pełnookresową i przez opóźnienie pokazano na rysunkach B.2 i B.3.

Analiza kształtu oraz szybkości zmian rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych (tutaj: reaktancji do miejsca zwarcia) pozwala wyróżnić te spośród algorytmów pomiarowych, które zapewniają odpowiednią dynamikę i selektywność procesu decyzyjnego. Jak już wspomniano w rozdziale 5, wartościową wielkością decyzyjną (z punktu widzenia zastosowania sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności) będzie ta, której rozkłady prawdopodobieństwa dla wyróżnionych hipotez będą rozdzielone w jak najkrótszym czasie po powstaniu zaburzenia. Jeżeli wielkość decyzyjna jest wynikiem przetworzenia sygnałów pierwotnych wg pewnych algorytmów (jest tak w przypadku składowych impedancji), to postać i dynamika odnośnych rozkładów prawdopodobieństwa zależą będzie silnie od właściwości częstotliwościowych i czasowych tych algorytmów.

Z rysunków B.2 i B.3 widać wyraźnie, że w przypadku algorytmu pomiarowego z ortogonalizacją przez filtrację pełnookresową sinus - cosinus rozkłady prawdopodobieństwa reaktancji dla zwarć w linii zabezpieczonej i w linii za plecami nie różnią się od siebie na tyle, po upływie 10ms, aby można się było spodziewać poprawnej identyfikacji zwarcia z użyciem tak obliczanej wielkości decyzyjnej. Przypuszczenie to potwierdzają testy opisane w dalszej części rozdziału. W przypadku algorytmu ortogonalizacji sygnałów przez opóźnienie (także dla filtracji z użyciem filtrów typu Walsh'a i filtracji Kalmana) dynamika zmian oraz końcowe odseparowanie rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej X pozwalają oczekiwać, że rozpoznanie miejsca zwarcia przez algorytm decyzyjny nastąpi szybko i z dużą selektywnością.



Rys. B.2. Dynamiczny rozkład zmiennej decyzyjnej $X(n)$ dla $n = 0, 2, 4, 6, 8$ próbek po wystąpieniu zwarcia: (a) zwarcie w linii L_1 , (b) zwarcie w linii L_2 ; (ortogonalizacja przez filtrację pełnookresową).

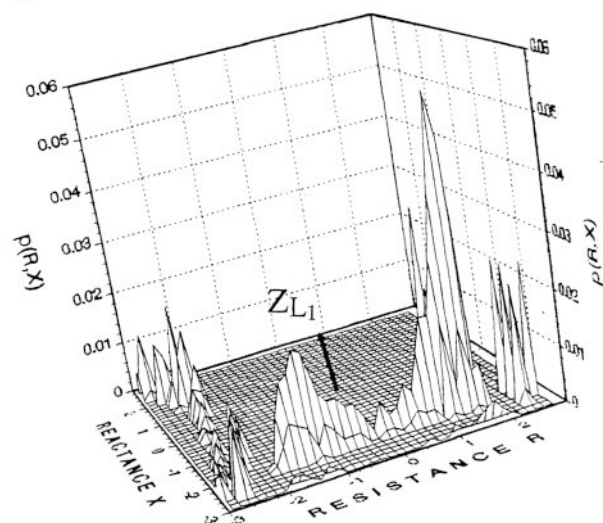
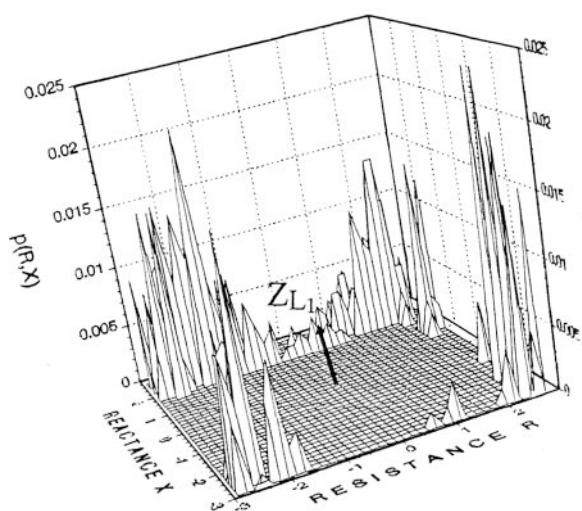


Rys. B.3. Dynamiczny rozkład zmiennej decyzyjnej $X(n)$ dla $n = 0, 2, 4, 6, 8$ próbek po wystąpieniu zwarcia: (a) zwarcie w linii L_1 , (b) zwarcie w linii L_2 ; (ortogonalizacja przez opóźnienie).

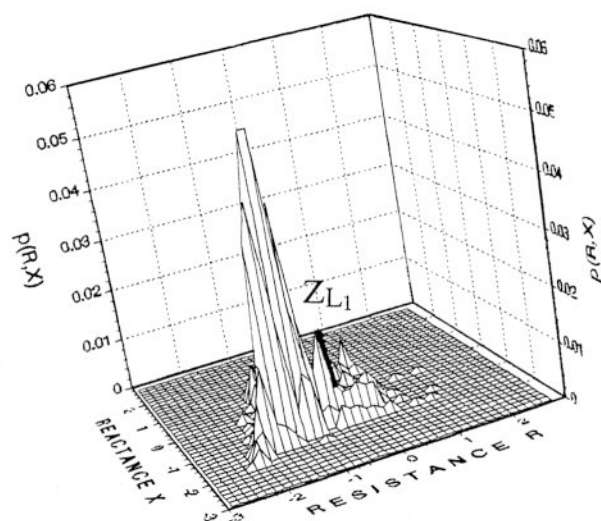
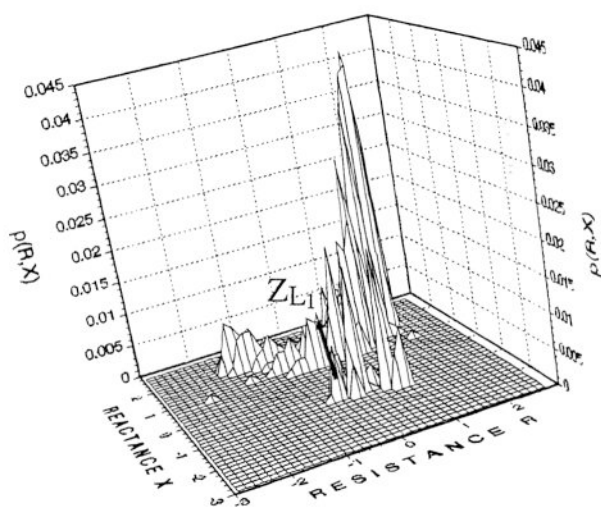
Warto tu przy okazji zauważyć, że rozkłady prawdopodobieństwa reakcji X dla wyróżnionych hipotez (rys. B.3 - ortog. przez opóźnienie) nie są całkowicie odseparowane w stanie ustalonym (tu: po upływie 10ms). Nakładanie się rozkładów jest niewielkie, oznacza to jednak, że należy spodziewać się albo pewnej ilości błędnych decyzji, albo nieco dłuższego, niż w przypadku opisanym w rozdziale 6.2 pracy, czasu analizy sytuacji przez algorytm decyzyjny.

Na rysunku B.4 pokazano rozkłady dwuwymiarowej zmiennej decyzyjnej Z (impedancja do miejsca zwarcia) obliczanej przy zastosowaniu algorytmu ortogonalizacji przez opóźnienie dla hipotez: "zwarcie w linii zabezpieczanej" oraz "zwarcie w linii za plecami" dla $n=1, 4, 8$ próbek po powstaniu zaburzenia. Na rysunku naniesiono wektor impedancji linii zabezpieczanej Z_{L1} celem umożliwienia porównania położenia rozkładów w danej chwili z kierunkiem wektora Z_{L1} . Rozkład zmiennej Z dla hipotezy "zwarcie w linii L_1 " po krótkim czasie zdąża do stanu ustalonego w kierunku dodatnim, pokrywając obszar wokół wektora Z_{L1} . Zauważalne jest przesunięcie rozkładu w kierunku większych rezystancji związane z niezerową średnią rezystancją przejścia w

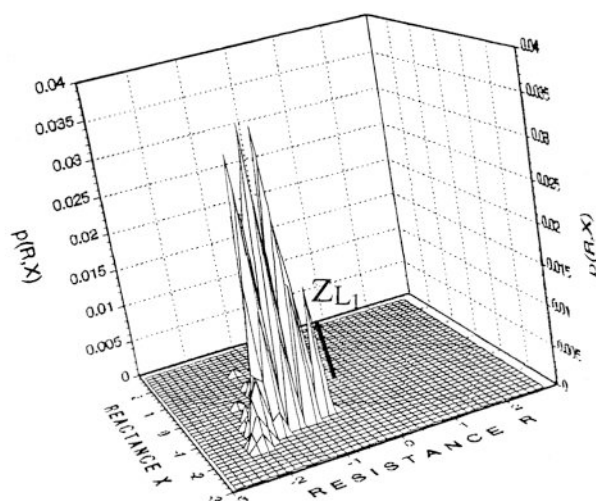
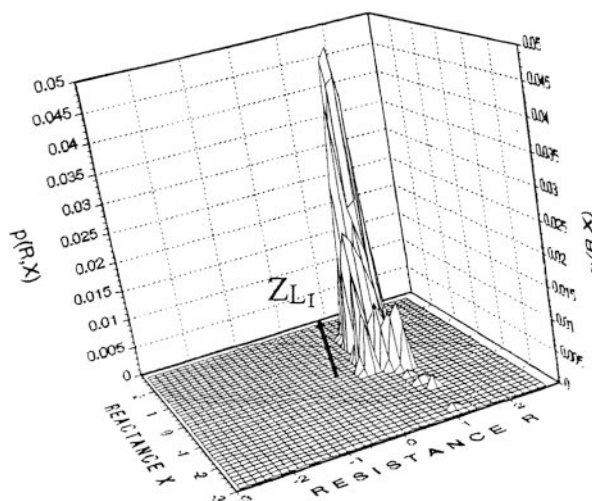
$n=1$



$n=4$



$n=8$



Rys. B.4. Rozkłady prawdopodobieństwa zmiennej decyzyjnej Z dla wybranych chwil (n) po wystąpieniu zaburzenia dla zwarć: w linii L_1 (po lewej) i w linii L_2 (po prawej).

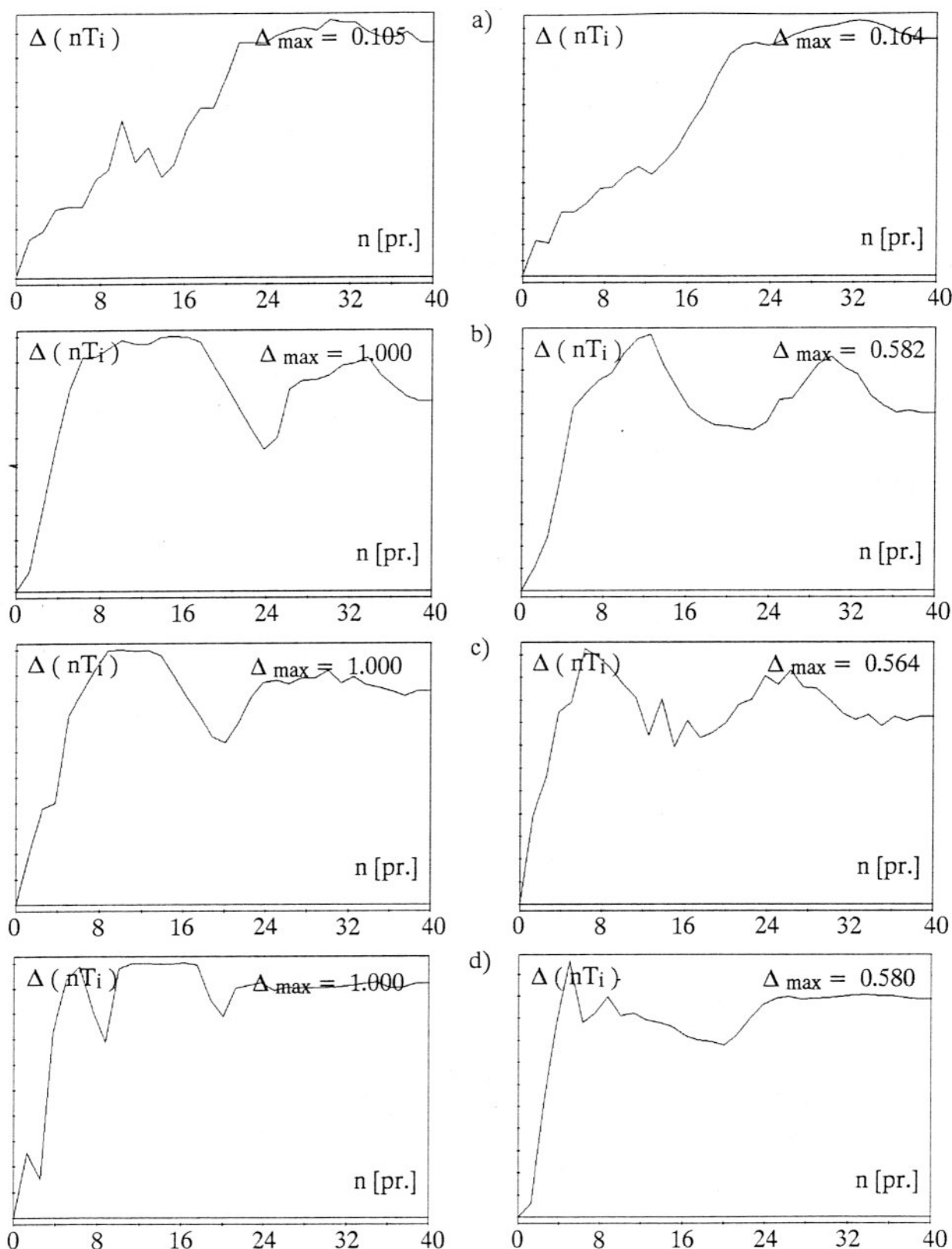
miejscu zwarcia. Rozkład impedancji dla zwarć w linii L₂ sytuuje się po stronie przeciwnej, co odpowiada ujemnym wartościom impedancji i wskazuje na wystąpienie zwarcia "za plecami" zabezpieczenia. Rozkłady prawdopodobieństwa impedancji Z dla wyróżnionych hipotez charakteryzują się bardzo dobrą dynamiką oraz wyraźnym odseparowaniem w stanie ustalonym, co stwarza doskonałe warunki do podejmowania decyzji przez sekwencyjny algorytm decyzyjny.

Miarą ilości informacji decydującej do części decyzyjnej zabezpieczenia może być wielkość odseparowania rozkładów wielkości decyzyjnej dla wyróżnionych hipotez wyrażona liczbowo jako odległość Δ zdefiniowana w rozdziale 5 - zależności (5.45) i (5.50). Przebiegi zmian odległości dystrybuantowej Δ (zal. (5.50)) dla wielkości decyzyjnych R, X, Z obliczanych z wykorzystaniem wspomnianych wyżej algorytmów ortogonalizacji dla par hipotez: (1) H₀: "zwarcie w linii L₁", H₁: "zwarcie w linii L₂" oraz (2) H₀: "zwarcie w linii L₁", H₁: "zwarcie w linii L₃" przedstawiono na rysunkach B.5 - B.7. Wartości maksymalne odległości dystrybuantowej Δ dla poszczególnych metod ortogonalizacji i wielkości kryterialnych zebrano w tabeli B.1.

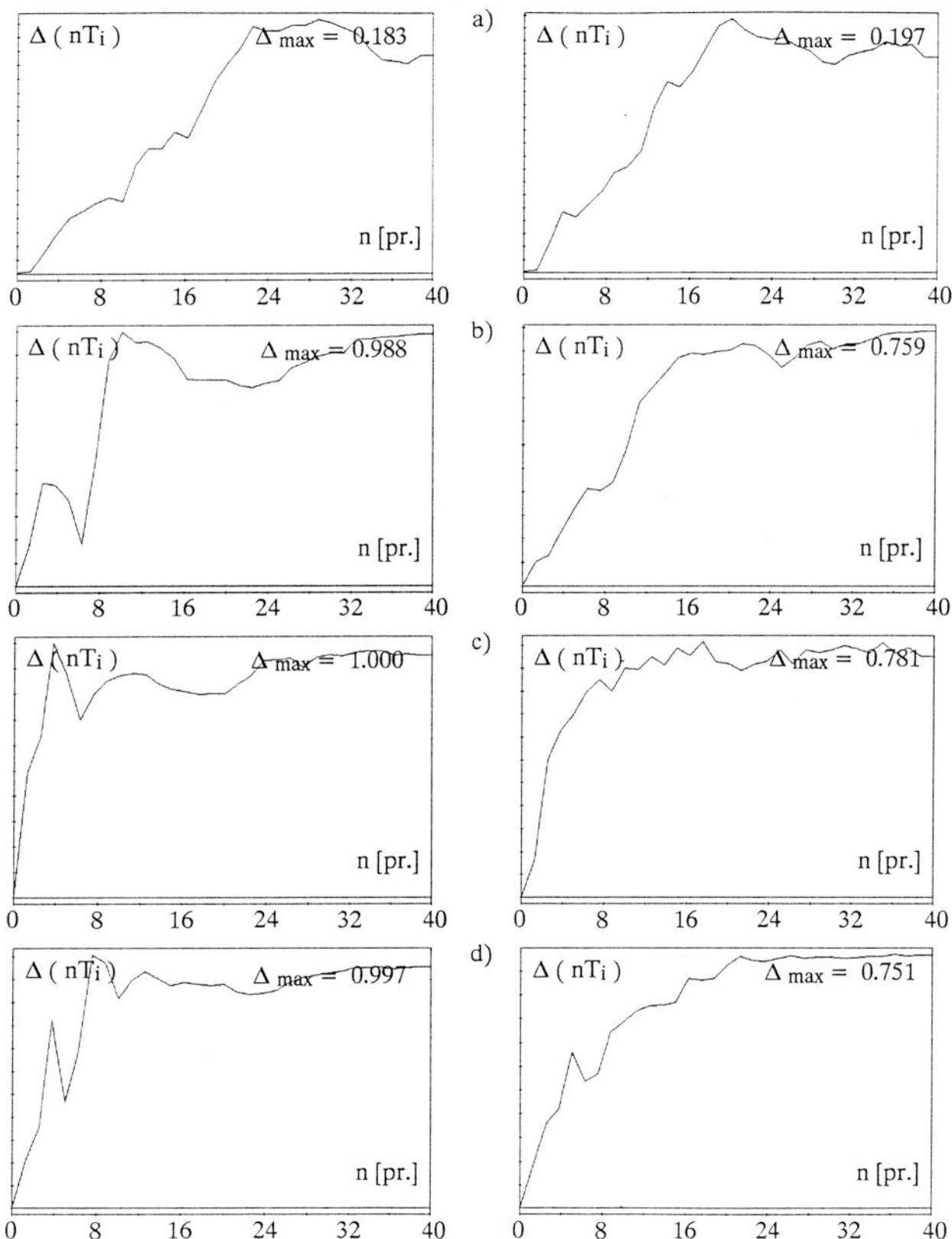
Algorytm ortogon.:	Filtracja Kalmana		Opóźnienie o jedną próbkę		Filtracja parą filtrów Walsh'a		Filtracja parą filtrów sinus - cosinus	
	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃	Linie: L ₁ - L ₂	Linie: L ₁ - L ₃
Wekt. R(n)	1.000	0.580	1.000	0.564	1.000	0.582	0.105	0.164
Wekt. X(n)	0.997	0.751	1.000	0.781	0.988	0.759	0.183	0.197
Wekt. Z(n)	1.000	0.775	1.000	0.846	1.000	0.759	0.209	0.276

Tabela B.1. Odległość dystrybuantowa rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych R, X, Z.

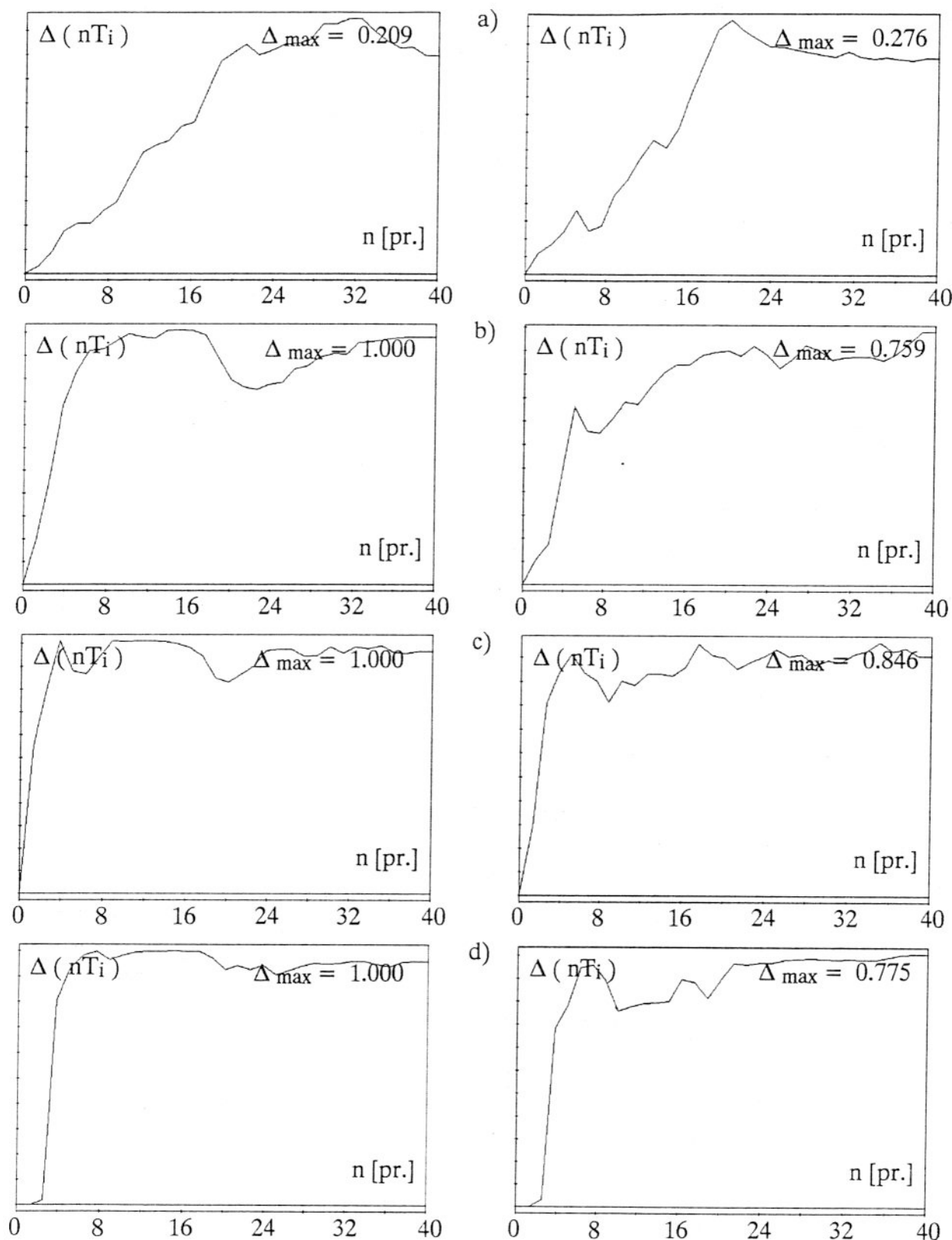
Informacje zawarte w tabeli B.1 wskazują jednoznacznie, że stosowanie w statystycznym procesie decyzyjnym wielkości kryterialnych obliczonych z wykorzystaniem algorytmu ortogonalizacji przez filtrację pełnookresową byłoby niewłaściwe, ilość informacji dostarczana do części decyzyjnej zabezpieczenia jest bowiem zbyt niska, aby zapewnić poprawną identyfikację stanu chronionego obiektu. Pozostałe algorytmy pomiarowe do-



Rys. B.5. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $R(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.50)).



Rys. B.6. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $X(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.50)).



Rys. B.7. Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej $Z(n)$ dla par hipotez (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " (po lewej) oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 " (po prawej) w funkcji czasu (w próbkach) dla algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja sinus-cosinus, b) filtracja Walsha 1, 2-rz, c) opóźnienie o 1 próbkę, d) filtracja Kalmana; (odległość Δ obliczona wg zależności (5.50)).

starczają wielkości kryterialnych o pożądanych cechach dynamicznych, pozwalających na szybką i selektywną klasyfikację miejsca zwarcia. Wartości maksymalne odległości rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych dla linii zabezpieczanej L_1 i linii dalszej L_3 są mniejsze od jedności dla każdego z algorytmów pomiarowych, należy się zatem spodziewać niższej efektywności podejmowania decyzji przy klasyfikacji zwarć w tych liniach.

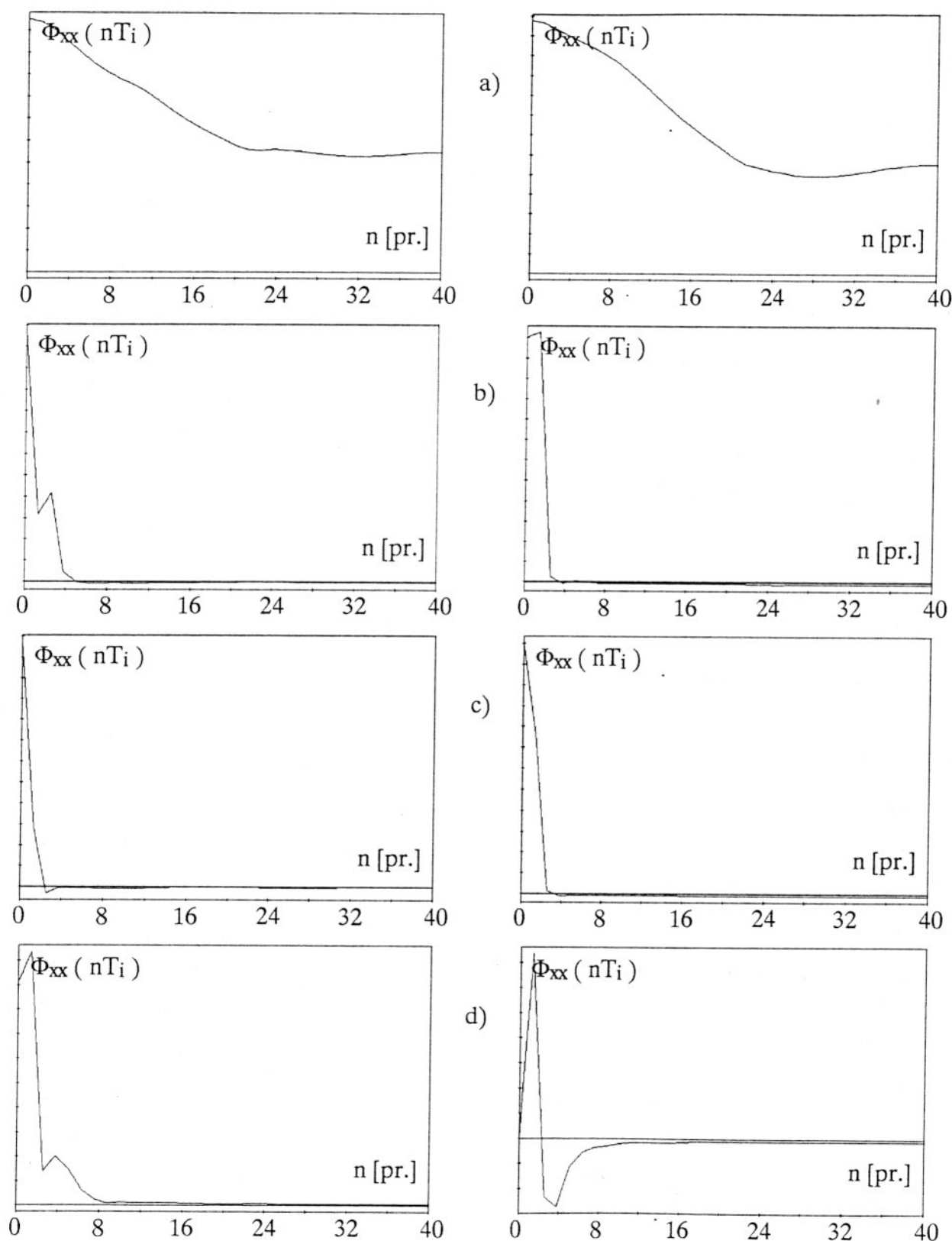
Dynamika zmian odległości rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych R , X , Z jest uzależniona po części od właściwości użytych algorytmów pomiarowych, jest ona również pochodną dynamiki procesów fizycznych zachodzących w badanym fragmencie systemu podczas zwarcia. Okazuje się, że (podobnie jak w układzie z rozdz. 6) wprowadzenie filtracji o długim oknie czasowym wpływa niekorzystnie na postać otrzymanych rozkładów i w konsekwencji możliwości rozpoznawania miejsca zwarcia przez algorytm decyzyjny. Najkrótsze czasy podejmowania decyzji zapewniają algorytmy pomiarowe z ortogonalizacją przez opóźnienie i filtracją Kalmana. Metody te nie wprowadzają praktycznie żadnej zwłoki czasowej w przepływie informacji o aktualnym stanie chronionego obiektu do części decyzyjnej zabezpieczenia.

B.3. Sprawdzenie założeń testu.

Praktyczna implementacja sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności w przekazniku zabezpieczeniowym wymaga (jak już wspomniano w rozdziale 5) rekursywnego obliczania funkcji wiarygodności próby dla wyróżnionych hipotez. Jest to możliwe pod warunkiem statystycznej niezależności wielkości decyzyjnych w kolejnych chwilach próbkowania.

Dla sprawdzenia, czy otrzymane sygnały kryterialne są ciągami niezależnych obserwacji zmiennych losowych obliczono funkcje autokorelacji wielkości decyzyjnych R i X dla wszystkich czterech algorytmów ortogonalizacji sygnałów. Funkcje te przedstawione zostały graficznie na rysunku B.8.

Niezależność kolejnych obserwacji zmiennej losowej jest zapewniona, gdy funkcja autokorelacji rozpatrywanej zmiennej jest Deltą Diraca. W przypadku algorytmu pomiarowego z filtracją pełnookresową funkcje autokorelacji zmiennych R i X dalece odbiegają od funkcji $\delta(t)$, nie są zatem spełnione założenia testu. Pozostałe algorytmy pomiarowe dostarczają zmiennych decyzyjnych o funkcjach autokorelacji, które z większym lub mniejszym przybliżeniem można uważać za funkcję $\delta(t)$. Najmniejsze skorelowanie kolejnych próbek sygnałów R , X otrzymano dla algorytmu pomiarowego bez filtracji, z ortogonalizacją przez opóźnienie.



Rys. B.8. Przebiegi funkcji autokorelacji sygnałów decyzyjnych R (po lewej), X (po prawej) dla różnych algorytmów ortogonalizacji: a) filtracja pełnookresowa (sinus - cosinus), b) filtracja półokresowa (Walsh 1, 2 -go rzędu), c) ortogonalizacja przez opóźnienie, d) filtracja Kalmana.

B.4. Badanie efektywności zaproponowanej statystycznej metody decyzyjnej.

Wyniki testów statystycznej sekwencyjnej metody podejmowania decyzji (sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności) zamieszczono w tabeli B.2. Tabela ta obejmuje testy dla obu wyróżnionych par hipotez, tj.: (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 ", trzech zmiennych decyzyjnych, tj. rezystancji R , reaktancji X (przestrzeń decyzyjna jednowymiarowa) i impedancji Z (przestrzeń decyzyjna dwuwymiarowa) widzianych z punktu zainstalowania zabezpieczenia do miejsca zwarcia oraz dla wymienionych wcześniej czterech metod ortogonalizacji sygnałów w części pomiarowej zabezpieczenia. Istotnym parametrem testu jest uwzględniona w badaniach wielkość ε (założona wartość prawdopodobieństwa błędu pierwszego i drugiego rodzaju, $\varepsilon = \alpha = \beta$). Ze względu na obserwowany w badaniach stan przejściowy algorytmu decyzyjnego (związany z niestacjonarnością i niemonotonicznością zmian rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych) wprowadzono do algorytmu dodatkową stałą zwłokę czasową. Kolumny b i c tabeli B.2 przedstawiają wyniki podejmowania decyzji przez algorytm sekwencyjny ze stałym opóźnieniem odpowiednio 5 i 10 ms.

	ε	Testowanie linii L_1 i L_2						Testowanie linii L_1 i L_3					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. $R(n)$	.1	42.8	42.7	43.4	15.0	15.1	16.0	27.6	27.8	28.0	10.1	10.6	12.3
	.01	59.4	59.5	59.6	20.2	20.3	20.7	38.8	38.9	39.6	15.8	16.2	17.0
	.001	70.4	70.5	70.8	22.0	22.1	22.3	50.6	50.7	51.1	18.3	18.6	19.4
Wekt. dec. $X(n)$	.1	33.3	33.1	33.2	12.6	12.8	13.6	26.7	26.7	27.9	9.3	9.8	11.4
	.01	40.4	40.5	41.0	17.1	17.3	17.7	30.9	30.9	31.3	13.3	13.7	14.7
	.001	47.6	47.6	48.1	19.4	19.5	19.8	36.4	36.4	36.7	15.6	15.9	16.8
Wekt. dec. $Z(n)$	.1	22.7	22.8	20.7	8.5	8.8	10.4	20.2	20.5	20.6	7.3	7.9	9.9
	.01	26.9	26.9	26.3	11.0	11.2	12.0	21.6	21.7	22.3	9.4	9.8	11.2
	.001	31.7	31.7	30.8	12.0	12.2	12.8	26.1	26.3	26.8	10.5	11.0	12.2

I - filtracja pełnookresowa (para filtrów o oknach sinus - cosinus)

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	10.9	1.5	0.2	3.2	5.1	9.0	14.6	15.6	14.5	4.6	6.0	9.5
	.01	3.4	1.1	0.2	4.0	5.1	9.0	16.9	16.1	16.4	7.2	8.1	10.7
	.001	3.2	1.0	0.2	4.5	5.3	9.0	19.0	18.5	18.8	9.0	9.9	11.9
Wekt. dec. X(n)	.1	6.7	4.6	0.0	3.1	5.3	9.0	14.4	12.8	12.1	5.4	6.6	9.7
	.01	2.3	1.7	0.0	4.0	5.6	9.0	13.4	12.3	12.7	7.8	8.6	11.0
	.001	1.3	0.7	0.0	4.5	5.8	9.0	16.4	14.9	15.2	9.5	10.3	12.2
Wekt. dec. Z(n)	.1	1.7	0.1	0.0	1.7	5.0	9.0	9.4	7.9	8.5	2.9	5.3	9.2
	.01	0.9	0.0	0.0	1.8	5.0	9.0	8.8	7.1	7.7	3.7	5.9	9.5
	.001	0.9	0.0	0.0	1.9	5.0	9.0	9.5	7.8	8.4	4.3	6.4	9.7

II - filtracja półokresowa (para filtrów o oknach Walsh'a 1-go i 2-go rzędu)

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	5.7	1.9	0.0	2.4	5.1	9.0	15.1	14.0	15.0	3.5	5.8	9.6
	.01	2.3	0.8	0.0	3.3	5.2	9.0	16.9	17.0	17.8	5.9	7.5	10.8
	.001	1.1	0.5	0.0	3.8	5.4	9.0	20.7	20.5	21.1	7.9	9.3	11.9
Wekt. dec. X(n)	.1	4.1	1.2	1.8	1.7	5.3	9.0	12.9	12.4	11.6	3.9	5.9	9.4
	.01	0.8	0.4	0.6	2.2	5.4	9.2	11.4	11.2	11.2	5.8	8.2	10.0
	.001	0.5	0.1	0.3	2.5	5.4	9.3	12.3	12.1	12.1	7.0	8.1	10.7
Wekt. dec. Z(n)	.1	0.6	0.0	0.0	1.2	5.0	9.0	6.7	7.2	6.9	2.1	5.2	9.2
	.01	0.5	0.0	0.0	1.2	5.0	9.0	6.2	6.6	6.7	2.9	5.6	9.4
	.001	0.5	0.0	0.0	1.2	5.0	9.0	6.2	6.7	6.7	3.4	6.0	9.6

III - ortogonalizacja przez opóźnienie o 1 próbkę (filtracja wyłączona)

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	49.9	0.3	0.1	1.0	5.0	9.0	49.9	14.1	14.3	1.0	5.6	9.5
	.01	50.0	0.2	0.1	1.0	5.0	9.0	50.0	17.0	17.3	1.0	7.3	10.8
	.001	50.0	0.2	0.1	1.0	5.0	9.0	50.0	21.0	21.3	1.0	8.2	11.6
Wekt. dec. X(n)	.1	20.8	3.9	1.2	1.8	5.2	9.1	9.8	9.9	12.0	4.4	5.9	9.5
	.01	21.5	0.2	1.1	2.0	5.4	9.1	10.5	10.8	12.3	6.4	7.5	10.5
	.001	20.4	0.0	1.1	2.0	5.5	9.2	12.3	12.6	13.6	7.7	8.8	11.4
Wekt. dec. Z(n)	.1	2.1	0.0	0.0	2.9	5.0	9.0	16.3	8.0	10.5	3.6	5.5	9.4
	.01	2.1	0.0	0.0	2.9	5.0	9.0	9.7	9.2	10.9	4.9	6.3	9.8
	.001	2.1	0.0	0.0	2.9	5.0	9.0	10.4	10.1	11.8	5.3	6.7	10.1

IV - filtracja Kalmana

Tabela B.2. Prawdopodobieństwo błędu decyzyjnego [%] i średni czas podjęcia decyzji [w próbkach] w zależności od parametrów algorytmu podejmowania decyzji (a - decyzje podejmowane bez dodatkowego opóźnienia, b - decyzje przyjmowane z opóźnieniem 4 próbki (5 ms), c - jak w b lecz z opóźnieniem 8 próbek (10 ms)); I - IV - algorytmy ortogonalizacji sygnałów; (założono: $\alpha = \beta = \varepsilon$).

Zastosowanie do pomiaru wielkości kryterialnych algorytmu ortogonalizacji przez filtrację pełnookresową (nieuzasadnione, biorąc pod uwagę kształt i dynamikę rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych decyzyjnych) przyniosło spodziewany efekt w postaci znacznej liczby błędów decyzyjnych i długiego czasu trwania testu. Wysoki odsetek decyzji błędnych stanowią w tym przypadku decyzje nie podjęte (czas trwania testu ustalono na 30 ms).

W przypadku pozostałych algorytmów pomiarowych wyniki testów algorytmu decyzyjnego są bardzo obiecujące. Weryfikacja hipotez statystycznych H_0 : "zwarcie w linii L₁" względem H_1 : "zwarcie w linii L₂" wymaga średnio czasu ok. 5 ms, przy czym ilość błędów decyzyjnych jest uzależniona od użytej zmiennej decyzyjnej i algorytmu pomiarowego. Najlepszą (najefektywniejszą) zmienną decyzyjną okazała się impedancja Z do miejsca zwarcia, z użyciem której, przy zastosowaniu 5 ms zwłoki czasowej, udaje się uzyskać 100% - wą selektywność podejmowania decyzji. Najlepsze efekty decyzyjne uzyskano dla algorytmu pomiarowego z ortogonalizacją przez opóźnienie i filtrację Kalmana. W przypadku filtracji sygnałów filtrami Walsh'a czas identyfikacji stanu chronionego

obiektu jest krótszy niż 10 ms, co potwierdza stwierdzenie, że algorytm decyzyjny wykorzystuje także informacje zawarte w stanie przejściowym sygnałów kryterialnych.

Podczas rozpoznawania przypadków zwarciovych z linii L2 i L3 algorytm decyzyjny popełniał, niezależnie od wartości ε oraz dodatkowej stałej zwłoki czasowej, większą ilość błędów (ok. 10-15%), co jest spowodowane większym nałożeniem rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych dla wyróżnionych hipotez (odległość Δ rozkładów w stanie ustalonym wynosi ok. 0.7). Poprawę selektywności podejmowania decyzji dla przypadków zwarciovych z tych linii możnaby uzyskać zwiększając rozmiar wektora decyzyjnego o odpowiednio wybraną nową składową (np. moc czynną). Odległość rozkładów prawdopodobieństwa wektora decyzyjnego powinna wówczas wzrosnąć, poprawiając znacząco warunki podejmowania decyzji.

DODATEK C

ANALIZA EFEKTYWNOŚCI PODEJMOWANIA DECYZJI PRZEZ ALGORYTM SEKWENCYJNY PRZY OGRANICZONEJ DOKŁADNOŚCI OKREŚLENIA ROZKŁADÓW PRAWDOPODOBIENSTWA WEKTORA DECYZYJNEGO

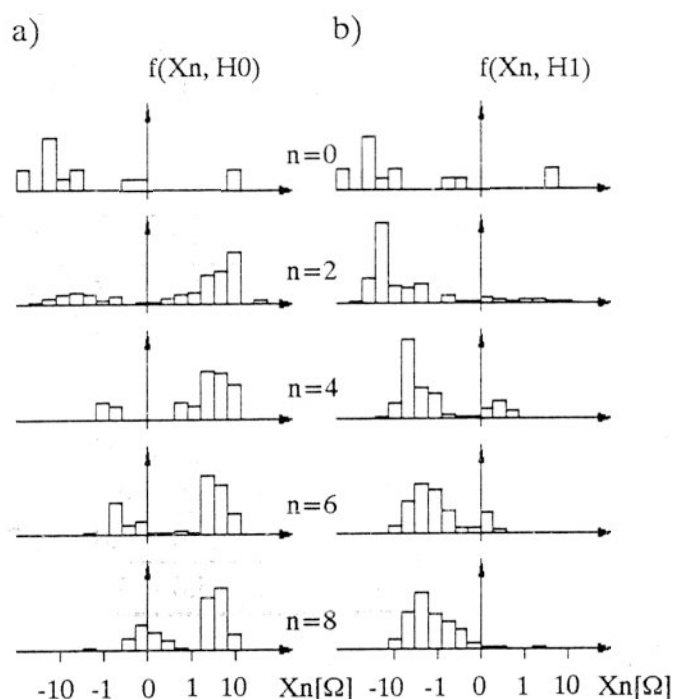
Streszczenie rozdziału

W rozdziale przedstawiono analizę wpływu zmniejszenia dokładności wyznaczenia rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych na efektywność procesu decyzyjnego w wybranym fragmencie systemu elektroenergetycznego. Na bazie przeprowadzonych symulacji wyznaczono histogramy przybliżające funkcje gęstości prawdopodobieństwa sygnałów decyzyjnych dla wyróżnionych hipotez dla mniejszej liczności próby (po 216 przypadków zakłóceń dla każdej z linii). Sprawdzono efektywność działania algorytmu decyzyjnego przy pobudzaniu zabezpieczenia pełnym i ograniczonym zestawem przebiegów zwarciovych. Uzyskane wyniki porównano z rezultatami opisanymi w dodatku B.

C.1. Wybór realizacji zwarciovych i wyznaczenie rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych.

W badaniach wykorzystano wyniki symulacji sytuacji awaryjnych dla fragmentu systemu elektroenergetycznego opisanego w dodatku B (rys. B.1). Wyróżnionymi do rozpoznawania w teście sekwencyjnym hipotezami były (podobnie jak w poprzednio) pary: (1) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_2 " oraz (2) H_0 : "zwarcie w linii L_1 ", H_1 : "zwarcie w linii L_3 ". Z zestawu 1050 przypadków zwarciovych w każdej z wyróżnionych linii (L_1 , L_2 , L_3) wybrano po 216 realizacji przy zachowaniu jednostajnego rozkładu czynników warunkujących postać otrzymanych przebiegów, tj. miejsca zwarcia, momentu zwarcia, rezystancji przejścia, wartości amplitudy i fazy źródła zasilającego U_B (pomijając wybrane wartości tych parametrów).

Wspomnianą liczbę realizacji zwarciovych (216) przyjęto na podstawie wskaźników dokładności określania parametrów rozkładów na bazie danych eksperymentalnych (zależności (A.17) i (A.20) - dodatek A) zakładając 10%-wą dokładność wyznaczenia wartości oczekiwanej i wariancji rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych (margines błędu dla $n=1050$ realizacji zwarciovych wynosił ok. 5%). Odczytana z tablic odpowiednich rozkładów (T-Studenta, χ) niezbędna wielkość próby wynosi 200, na poziomie ufności 0.95. Przyjęta liczba realizacji równa 216 spełnia więc postawione założenia.



Rys. C.1. Dynamiczny rozkład zmiennej decyzyjnej $X(n)$ dla $n = 0, 2, 4, 6, 8$ próbek po wystąpieniu zwarcia: (a) zwarcie w linii L_1 , (b) zwarcie w linii L_2 .

W badaniach ograniczono się do jednego tylko algorytmu ortogonalizacji sygnałów - przez opóźnienie o 1 próbkę. Przykładowe rozkłady prawdopodobieństwa reaktancji X widzianej z punktu zainstalowania zabezpieczenia do miejsca zwarcia dla pary hipotez "zwarcie w linii zabezpieczanej" oraz "zwarcie w linii za plecami" dla pokazano na rysunku C.1.

Porównanie rozkładów z rys. C.1 z odpowiednimi rozkładami wyznaczonymi dla 1050 przypadków zwarciovych (rys. B.3) pozwala stwierdzić, że własności dynamiczne rozkładów i ich wzajemne odseparowanie dla wyróżnionych hipotez

w stanie ustalonym po wystąpieniu zwarcia są podobne; z samej obserwacji postaci rozkładów nie można więc określić wpływu ograniczenia wielkości próby na efektywność procesu decyzyjnego. Informacji na ten temat mogą dostarczyć natomiast testy algorytmu decyzyjnego pobudzanego odpowiednimi przebiegami przejściowymi.

C.2. Badanie efektywności sekwencyjnego algorytmu decyzyjnego.

W tabeli C.1 zebrano wyniki testów sekwencyjnego algorytmu decyzyjnego korzystającego z rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnych wyznaczonych dla ograniczonej ilości przebiegów zwarciovych (wielkość próby $n=216$). Tabela ta obejmuje testy dla obu wyróżnionych par hipotez, trzech zmiennych decyzyjnych (R, X, Z) oraz wprowadzenia do algorytmu decyzyjnego dodatkowego opóźnienia (kolumny b i c tabeli). Zabezpieczenie pobudzano sygnałami prądowymi i napięciowymi pochodzącymi z przebiegów zwarciovych z grupy 216 przypadków, dla których wyznaczone zostały potrzebne rozkłady (część I tabeli C.1). Druga część testów (tabela C.1 II) dotyczy pobudzenia zabezpieczenia pełnym zestawem 1050 realizacji zaburzeniowych.

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	4.2	0.9	0.0	2.6	5.1	9.0	17.6	17.1	17.8	3.5	5.5	9.4
	.01	2.3	0.7	0.0	3.4	5.2	9.0	18.3	18.3	18.3	6.3	7.5	10.6
	.001	0.7	0.5	0.0	3.6	5.3	9.0	20.4	20.4	20.8	8.5	9.6	11.9
Wekt. dec. X(n)	.1	0.5	0.9	1.6	1.7	5.5	9.3	17.6	16.4	16.4	4.2	6.0	9.6
	.01	0.5	0.0	0.0	2.5	5.6	9.4	18.5	17.6	18.3	6.8	8.1	10.9
	.001	0.0	0.0	0.0	2.5	5.6	9.4	20.1	19.2	19.7	7.8	9.1	11.5
Wekt. dec. Z(n)	.1	2.1	0.0	0.0	1.3	5.0	9.0	14.6	13.4	13.0	3.0	5.5	9.4
	.01	0.9	0.0	0.0	1.4	5.0	9.0	14.1	12.5	13.0	4.8	6.7	10.0
	.001	0.9	0.0	0.0	1.4	5.0	9.0	16.2	15.0	15.0	5.8	7.8	10.3

I - ograniczony zestaw (216) przebiegów zwarciovych.

	ε	Testowanie linii L ₁ i L ₂						Testowanie linii L ₁ i L ₃					
		Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]			Błędy dec. [%]			Czas śr. [próbki]		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
Wekt. dec. R(n)	.1	8.8	2.9	0.0	2.6	5.1	9.0	16.8	16.6	17.8	3.8	5.7	9.4
	.01	6.6	2.7	0.0	3.3	5.2	9.0	18.1	18.2	20.4	6.4	7.5	10.6
	.001	4.5	2.2	0.0	3.6	5.3	9.0	21.5	21.7	23.2	8.4	9.4	11.7
Wekt. dec. X(n)	.1	13.3	9.0	1.3	1.6	5.3	9.2	18.1	24.1	16.3	4.2	6.3	9.7
	.01	8.1	8.7	0.7	2.4	5.3	9.2	17.3	22.8	15.6	6.7	8.4	11.1
	.001	8.0	8.7	0.6	2.5	5.4	9.2	25.7	27.4	20.1	7.8	9.4	11.7
Wekt. dec. Z(n)	.1	3.6	8.6	0.0	1.4	5.0	9.0	16.8	11.2	11.3	2.8	5.5	9.3
	.01	3.1	8.6	0.0	1.5	5.0	9.0	15.6	10.7	10.7	4.4	6.6	9.8
	.001	3.1	8.6	0.0	1.5	5.0	9.0	17.0	12.4	12.4	5.3	7.5	10.1

II - pełny zestaw (1050) przebiegów zwarciovych

Tabela C.1. Prawdopodobieństwo błędu decyzyjnego [%] i średni czas podjęcia decyzji [w próbkach] w zależności od parametrów algorytmu podejmowania decyzji przy pobudzeniu zabezpieczenia pełnym lub ograniczonym zestawem przebiegów zwarciovych (a - decyzje podejmowane bez dodatkowego opóźnienia, b - decyzje przyjmowane z opóźnieniem 4 próbki (5 ms), c - jak w b lecz z opóźnieniem 8 próbek (10 ms)); (założono: $\alpha = \beta = \varepsilon$).

Parametry procesu decyzyjnego, tzn. ilość popełnianych błędów i czas podjęcia decyzji w przypadku $n=216$ pobudzeń są tylko nieznacznie gorsze (porównywalne) od efektów uzyskiwanych dla $n=1050$ realizacji zwarciovych i rozkładów wielkości decyzyjnych wyznaczonych z 5%-wą dokładnością (tabela B.2 III). Wpływ ograniczonej (10%-wej) dokładności wyznaczenia rozkładów jest bardziej widoczny podczas testowania algorytmu decyzyjnego pełnym zestawem 1050 przebiegów zwarciovych, a więc również tymi przebiegami, których nie uwzględniono podczas sporządzania rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych.

Czasy podejmowania decyzji przez algorytm sekwencyjny (tabela C.1 II) nie zmieniają się znacząco (w porównaniu z wynikami z tabeli B.2 III), tak podczas rozpoznawania zwarc z linii L_1 i L_2 , jak i klasyfikacji zakłóceń z linii L_1 i L_3 . Ilość błędów decyzyjnych podczas testowania hipotez H_0 : "zwarcie w linii zabezpieczanej L_1 " względem H_1 : "zwarcie w linii z tyłu L_2 " zwiększa się natomiast 2- lub więcej-krotnie, w zależności od rodzaju wielkości decyzyjnej i założonej wartości ε (prawdopodobieństwa popełnienia błędów I-go i II-go rodzaju). Wprowadzenie 5 ms zwłoki czasowej nie poprawia istotnie selektywności działania algorytmu decyzyjnego. 100%-wą selektywność rozpoznawania miejsca zwarcia uzyskuje się dopiero przy wprowadzeniu większego opóźnienia, tj. 10 ms.

W przypadku testowania hipotez H_0 : "zwarcie w linii zabezpieczanej L_1 " względem H_1 : "zwarcie w linii dalszej L_3 " opisane wyżej tendencje są mniej widoczne (za wyjątkiem korzystania ze zmiennej decyzyjnej Z). Jest to związane z większym nałożeniem rozkładów wielkości kryterialnych (także tych bliższych rzeczywistym) wyznaczonych z dokładnością 5%-wą dla wyróżnionych hipotez.

Uzyskanie żądanej efektywności algorytmu decyzyjnego korzystającego z mniej dokładnych danych wiąże się zatem z koniecznością wprowadzenia większych opóźnień do procesu decyzyjnego i w konsekwencji z pogorszeniem dynamiki podejmowania decyzji przez zabezpieczenie. Wykorzystanie zalet sekwencyjnego testu ilorazu wiarygodności jako metody decyzyjnej, polegających na wysokiej selektywności i krótkim czasie własnym, jest więc uzależnione od dokładności wyznaczenia rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych. Dokładność ta jest pochodną ilości przeprowadzonych symulacji sytuacji awaryjnych w rozważanym fragmencie systemu elektroenergetycznego.

DODATEK D

PERSPEKTYWY INNYCH ZASTOSOWAŃ METOD I CHARAKTERYSTYK PROBABILISTYCZNYCH.

Wyniki obszernych badań symulacyjnych prowadzących do zaprojektowania filtra Kalmana czy dostarczenia rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych wymaganych w probabilistycznym procesie decyzyjnym mogą być również wykorzystane do innych celów. Zastosowania te można podzielić ogólnie na dwie grupy:

- a) badania statystyczne oraz ocena selektywności działania zabezpieczeń wykorzystujących metody pomiarowe i decyzyjne bazujące na podejściu deterministycznym,
- b) określenie warunków pracy bądź wymagań projektowych dla elementów systemu i urządzeń stacyjnych.

Dobór wielkości kryterialnych i statystyczna analiza selektywności działania zabezpieczeń.

Zastosowania metod probabilistycznych do celów wymienionych w podtytule były już sygnalizowane i częściowo opisane w rozdziale 6 pracy. W grupie tej wymienić można przede wszystkim następujące kierunki możliwych analiz i badań:

- ocena selektywności kryteriów działania zabezpieczeń w już zainstalowanych zabezpieczeniach cyfrowych,
- ocena wymaganej liczby i rodzaju wielkości decyzyjnych.

Realizacja wymienionych zadań może odbywać się w formie symulacji oraz testów fizycznych zabezpieczenia jak również analiz teoretycznych odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych.

Zestaw przebiegów symulacyjnych otrzymanych na etapie przygotowania danych dla probabilistycznego algorytmu decyzyjnego może być wykorzystany do testowania modelu zabezpieczenia na maszynie cyfrowej. Możliwe są także badania fizyczne zabezpieczenia przez pobudzenie go na zaciskach sygnałami symulacyjnymi bądź pochodzącymi z rejestracji sytuacji awaryjnych na stacji. Sygnały te są przetwarzane do odpowiedniego poziomu przez sterowany cyfrowo tester (układ wzmacniaczy prądowych i napięciowych

S. 98

o odpowiednim paśmie częstotliwościowym i dynamice). Program badań statystycznych może obejmować m.in.:

- wyznaczenie średniego czasu reakcji zabezpieczenia na dane pobudzenie,
- wyznaczenie odsetka działań błędnych (zbędnych i brakujących),
- wyznaczenie warunków nieselektywności wybranego kryterium decyzyjnego itp.

Analiza przyczyn błędów klasyfikacji stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu może prowadzić do konieczności rozszerzenia dotychczasowego zestawu kryteriów działania zabezpieczenia o dodatkowe zmienne decyzyjne. Pomocna w tym ostatnim zadaniu, oprócz testów przebiegami symulacyjnymi, może być analiza rozkładów prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych, ich odseparowania i dynamiki zmian dla wyróżnionych hipotez (klas zjawisk mających podlegać rozpoznawaniu). Optymalny dobór dodatkowej wielkości decyzyjnej powinien zapewnić maksymalny wzrost odległości Δ rozkładów wektora decyzyjnego. Niezależnie od stosowanego sposobu podejmowania decyzji (deterministycznego czy probabilistycznego), wykorzystanie uzupełnionego zestawu wielkości kryterialnych powinno przynieść poprawę selektywności działania zabezpieczenia.

Przykłady analiz odległości rozkładów wielkości kryterialnych dla wyróżnionych w procesie decyzyjnym hipotez statystycznych wraz z odpowiednimi testami selektywności algorytmu decyzyjnego zamieszczono w rozdziale 6.2 pracy. Rozszerzenie rozmiaru wektora decyzyjnego R lub X o dodatkową składową (nowym wektorem decyzyjnym była wielkość impedancji Z do miejsca zwarcia) powodowało zwiększenie odległości między rozkładami, a zatem poprawę warunków podejmowania decyzji przez zabezpieczenie. Przydatność danej wielkości kryterialnej w probabilistycznym procesie decyzyjnym zależy dodatkowo, jak pokazały wyniki obliczeń i testów, od wyboru konkretnego algorytmu filtracyjno - pomiarowego. Wykorzystywany w procesie pomiarowym sposób ortogonalizacji sygnałów miał istotny wpływ na cechy statyczne (selektywność) i dynamiczne procesu decyzyjnego.

Filozofia projektowania i doboru urządzeń elektroenergetycznych na bazie danych probabilistycznych.

Elementy i urządzenia pracujące w systemie elektroenergetycznym podczas całego okresu ich eksploatacji narażone są na różnego rodzaju obciążenia tak natury mechanicznej jak i elektrycznej. Obciążenia te powodują odpowiednie naprężenia w strukturze danego elementu, będąc czasami przyczyną jego uszkodzenia. Dzieje się tak, gdy wartość

powstałych wskutek obciążenia naprężeń przekroczy poziom określony granicą wytrzymałości (wytrzymałością) urządzenia na danego rodzaju naprężenia.

Tradycyjny proces projektowania i doboru urządzeń i ich elementów polega na takim doborze ich parametrów (wymiarów, rodzaju materiału, rodzaju obróbki itp.), aby projektowane elementy były w stanie przenieść bez uszkodzeń określone obciążenia, których rodzaj i kombinacja narzucona jest przez zakładane parametry eksploatacyjne. W procesie projektowania urządzenia zakłada się, że jego elementy powinny sprostać "najgorszym" warunkom eksploatacyjnym zachowując w pełni swoje parametry użytkowe. Oznacza to, że minimalna wytrzymałość urządzenia na dany rodzaj obciążenia powinna być większa od największych naprężeń wywołanych obciążeniem, przy czym owa minimalna wytrzymałość i najgorsze warunki eksploatacyjne (największe obciążenia) mogą być określone jedynie na podstawie subiektywnych sądów opartych na doświadczeniach z podobnymi systemami. Uwzględniając związaną z oceną warunków eksploatacyjnych czy parametrów materiałowych niepewność projektową, deterministyczną filozofię projektowania można przedstawić w postaci nierówności

$$R_n > \gamma Q_n \quad (7.1)$$

gdzie R_n jest nominalną wytrzymałością urządzenia na dane obciążenie, Q_n jest maksymalnym naprężeniem wywołanym "najgorszym" obciążeniem, γ zaś - odpowiednim współczynnikiem bezpieczeństwa.

Wyniki projektowania z uwzględnieniem marginesu bezpieczeństwa są raczej konserwatywne, a otrzymane parametry są często przewymiarowane. Deterministyczne metody projektowania nie pozwalają na uzyskanie bardziej dokładnych wyników, nie uwzględniają ponadto aspektu niezawodności poszczególnych elementów oraz nie dają ilościowej oceny pewności działania koniecznej w analizach kosztowych (zysków i strat).

Probabilistyczne metody i narzędzia pozwalają nie tylko na ocenę ryzyka związanego z wyborem takiego czy innego rozwiązania, ale także dają możliwość ilościowej i jakościowej oceny samego procesu projektowego. Metody projektowania oparte na czynniku niezawodności (RBD - reliability based design) nie mogą oczywiście zastąpić profesjonalnej oceny ani też nie negują reguł i zasad wynikających ze wcześniejszych rozwiązań i doświadczenia. Pozwalają natomiast na wyostrzenie i uzupełnienie tych źródeł informacji i metod analizy o właściwą interpretację niepewności dostępnych danych.

Podstawowym założeniem stosowanym w metodach RBD jest przypisanie losowego charakteru tak naprężeniom wywołanym przez obciążenia jak i cechom wytrzymałościowym. Wielkości te mogą być zatem reprezentowane przez zmienne losowe, których parametry probabilistyczne (rozkłady prawdopodobieństwa) są znane lub mogą być określone w sposób analityczny. Dla przykładu, amplituda prądu zwarciovego w danym ele-

mencie systemu reprezentowana będzie przez rozkład prawdopodobieństwa o pewnej wartości średniej i pewnej wariancji, nie zaś - jak w przypadku metod deterministycznych - przez wartość maksymalną.

W procesie projektowania z użyciem metod probabilistycznych mogą być wyróżnione następujące etapy:

- zbieranie danych lub modelowanie zjawisk mających istotny wpływ na cechy funkcjonalne i niezawodność urządzenia i jego komponentów; przedstawienie w użytecznej formie cech wytrzymałościowych materiałów i struktury, informacji o wymiarach i ich tolerancjach, metodach obróbki i montażu, parametrów funkcjonalnych itp; sporządzenie rozkładów prawdopodobieństwa odpowiednich zmiennych losowych;
- opracowanie modelu strukturalnego oraz identyfikacja zależności geometryczno - materiałowych i konstrukcyjnych z uwzględnieniem przyjętych założeń i uproszczeń; określenie naprężeń przy danych obciążeniach; analiza numeryczna zjawisk dynamicznych i parametrów statycznych celem otrzymania wielkości naprężeń i cech wytrzymałościowych elementu w postaci umożliwiającej ich bezpośrednie porównanie;
- sprawdzenie wzajemnego odseparowania charakterystyk probabilistycznych naprężeń i cech wytrzymałościowych projektowanego elementu dla spełnienia założeń procesu projektowego.

w przypadku niezadawalających wyników porównania - korekta przyjętych rozwiązań technicznych.

Wymienione powyżej etapy projektowania urządzeń i ich elementów wg metod probabilistycznych dotyczą sytuacji podejmowania decyzji co do wymiarów, rodzaju materiału czy rozwiązań technicznych istotnych ze względu na cechy konstrukcyjne i wytrzymałościowe danego elementu. W wielu praktycznych przypadkach poziom wielkości czy sygnałów powodujących określone naprężenia w danym elemencie powinien być znacznie mniejszy od dopuszczalnego ze względów związanych nie tyle z zagrożeniem uszkodzenia (przekroczeniem granicy wytrzymałości) danego urządzenia, co z zachowaniem parametrów użytkowych czy metrologicznych - zachowaniem klasy, poziomu błędów przetwarzania sygnałów itp. Bardzo często zadaniem inżyniera nie jest bowiem projektowanie danego urządzenia w ścisłym sensie, a jedynie jego dobór z dostępnego szeregu zgodnie z postawionymi warunkami.

Podobnie jak w procesie projektowania, tak i podczas doboru urządzenia czy jego elementu posługiwanie się maksymalnymi wartościami spodziewanych obciążeń (sygnałów) daje rozwiązania przewymiarowane, a więc drogie. Analiza rozkładów i parametrów probabilistycznych wielkości będących czynnikami doboru, uwzględniająca wartości pra-

wdopodobieństwa (częstości) występowania danych obciążeń w warunkach rzeczywistych, może pozwolić na uzyskanie bardziej optymalnych rozwiązań i pewnych oszczędności w tej dziedzinie. Wykorzystać można tu informacje zawarte w przebiegach przejściowych i rozkładach prawdopodobieństwa wielkości kryterialnych sporządzanych dla zabezpieczeń elektroenergetycznych.

W przypadku doboru przekładnika prądowego istotnym parametrem jest na przykład spodziewana wartość amplitudy przebiegów prądowych czy wielkości prądu udarowego podczas zwarc. Znajomość tych wielkości jest istotna przynajmniej z dwóch powodów. Po pierwsze, przekładnik powinien być przygotowany wytrzymałościowo na przeniesienie znacznych prądów w pierwszej chwili po wystąpieniu zaburzenia. Po drugie zaś, chcielibyśmy, aby w większości możliwych przypadków sytuacji awaryjnych transformacja prądów zakłóceń przebiegała na liniowej części charakterystyki magnesowania przekładnika. To ostatnie wymaganie, ważne ze względów pomiarowych, wiąże się z wyborem liczby przetężeniowej przekładnika (granicznego współczynnika dokładności). Przyjęcie liczby przetężeniowej zbyt wysokiej (nastawionej na maksymalne wartości prądu mającego podlegać transformacji z określoną dokładnością) pociąga za sobą określone koszty. Rozsądnym byłoby więc przyjęcie tej liczby na nieco niższym poziomie, godząc wymagania metrologiczne i cenowe projektowanego układu.

Właściwe pod względem użytkowym i cenowym parametry przekładnika mogą być uzyskane przy uwzględnieniu faktu, iż z matematycznego punktu widzenia ekstremalne wartości danej wielkości (np. amplitudy prądu) są bardzo mało prawdopodobne. Jeżeli tylko stosowane w części cyfrowej zabezpieczenia metody i algorytmy pomiarowe i decyzyjne posiadają pewne cechy filtracyjne (jeśli chodzi o zjawiska związane z nasyceniem przekładnika), to obniżenie liczby przetężeniowej o pewną wartość (odrzucając pewien procent zdarzeń o prawdopodobieństwie zajścia mniejszym od założonej wartości) nie powinno powodować pogorszenia selektywności pracy układu przekładnik - zabezpieczenie jako całości. Do określenia poziomu realnych (prawdopodobnych) wielkości sygnałów prądowych może być wykorzystany rozkład amplitudy prądu zwarcowego w pierwszych chwilach po wystąpieniu zaburzenia.

Szczegółowy opis probabilistycznych metod i kryteriów projektowania oraz doboru urządzeń można znaleźć w literaturze [1]. Dalsze rozważania na ten temat nie będą tutaj prowadzone, wykraczają one bowiem poza ramy niniejszej pracy.



