

Danuta Strahl

STRUKTURALNA MIARA ROZWOJU OBIEKTÓW HIERARCHICZNYCH

1. Wstęp

Literatura przedmiotu dotycząca pomiaru zjawisk wielocechowych (złożonych) jest już bardzo bogata. Przegląd syntetycznych czy też agregatowych miar rozwoju można znaleźć w takich pracach, jak: [3; 7; 15; 16]. Miary te kwantyfikują poziom zjawiska złożonego w zadanym obiekcie lub w zbiorze obiektów w zadanym momencie czasowym. Są też propozycje konstrukcji miary uwzględniające aspekty dynamiczne, a więc pomiar zjawiska złożonego w kilku momentach obserwacji czy też w zadanym przedziale czasowym (por. [3; 6]). Jest także propozycja pomiaru zjawiska złożonego na obiektach mających charakter hierarchiczny, a więc będący sumą obiektów niższego rzędu (por. [3]). Propozycje te nie skupiają jednak wystarczającej uwagi na problemie wewnętrznego zróżnicowania rozwoju obiektów niższego rzędu tworzących obiekt hierarchiczny. Z tego powodu warto zaproponować inne ujęcie konstrukcji agregatowej miary rozwoju uwzględniającej wewnętrzne, przekrojowe zróżnicowanie rozwoju obiektów hierarchicznych. Ujęcie to może być szczególnie przydatne do badań przestrzennych, w których występują obiekty hierarchiczne. Przykładem są badania regionalne, w których obiektami hierarchicznymi mogą być województwa, a obiektami niższego rzędu – gminy lub powiaty. Powiaty mogą być też obiektami hierarchicznymi, w których obiektami niższego rzędu są gminy. Wdzięcznym polem aplikacyjnym dla strukturalnej miary rozwoju przestrzennych obiektów hierarchicznych jest klasyfikacja NUTS (*The Nomenclature of Territorial Units for Statistics*) stosowana w Unii Europejskiej do celów statystycznych. NUTS jest klasyfikacją hierarchiczną uwzględniającą w podstawowym układzie trzy poziomy regionalne. NUTS dzieli każdy z krajów członkowskich Unii Europejskiej na określoną liczbę regionów pierwszego szczebla (NUTS 1), które z kolei dzielą się na jednostki szczebla drugiego (NUTS 2), a te na regiony szczebla trzeciego (NUTS 3) (por. [9]).

Obowiązująca regulacja wskazuje także na możliwość podziału jednostek terytorialnych NUTS3 na jednostki szczebli lokalnych, tj. NUTS 4 i NUTS 5.

Zakres zastosowań miar o charakterze strukturalnym można rozszerzyć np. na sektory gospodarki, w których obiektami niższego rzędu będą przedsiębiorstwa.

2. Konstrukcja strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych

2.1. Podstawy formalne konstrukcji miary

Dany jest zbiór obiektów hierarchicznych $P = \{P_1, P_2, \dots, P_k, \dots, P_K\}$ opisany zbiorem m zmiennych, oznaczonych symbolami $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$. Obiektami hierarchicznymi nazywać będziemy obiekty P_k , które spełniają zależności ujęte relacjami (1) i (2):

$$P_k = \{p_1^k \cup p_2^k \cup \dots \cup p_r^k \cup \dots \cup p_R^k\}, \quad (1)$$

gdzie p_r^k oznacza obiekt niższego rzędu należący do k -tego obiektu hierarchicznego, P_k – obiekt hierarchiczny.

$$x_{kj} = \sum_{r=1}^R x_{rj}^k, \quad (2)$$

gdzie x_{kj} oznacza wartość j -tej zmiennej w k -tym obiekcie hierarchicznym, x_{rj}^k – wartość j -tej zmiennej w r -tym obiekcie niższego rzędu należącym do k -tego obiektu hierarchicznego.

Stąd opis liczbowy obiektów hierarchicznych ma postać macierzy:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & & x_{1m} \\ \vdots & x_{kj} & \vdots \\ x_{K1} & \cdots & x_{Km} \end{bmatrix}_{K \times m}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (3)$$

gdzie x_{kj} oznacza wartość j -tej zmiennej w k -tym obiekcie hierarchicznym, a opis liczbowy obiektów niższego rzędu ma postać macierzy (4):

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11}^k & \cdots & x_{1m}^k \\ \vdots & x_{rj}^k & \vdots \\ x_{R1}^k & \cdots & x_{Rm}^k \end{bmatrix}, \quad r = 1, 2, \dots, R, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (4)$$

gdzie x_{rj}^k oznacza wartość j -tej zmiennej w r -tym obiekcie niższego rzędu należącym do k -tego obiektu hierarchicznego.

2.2. Etapy budowy strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych

Etap I – normalizacja danych

1° Elementy macierzy X_r poddajemy procedurze normalizacji, standaryzacji lub unitaryzacji (por. [4; 5; 12-14]), otrzymując znormalizowaną macierz:

$$X' = \begin{bmatrix} x'_{11} & \dots & x'_{1m} \\ \vdots & x'_{rj} & \vdots \\ x'_{R1} & \dots & x'_{Rm} \end{bmatrix}_{K \times m}, \quad (5)$$

gdzie $x'_{rj} = f(x_{rj}^k)$ jest znormalizowaną za pomocą funkcji f wartością j -tej zmiennej w r -tym obiekcie niższego rzędu należącym do k -tego obiektu hierarchicznego.

2° Wyznaczamy dla każdej zmiennej medianę wg jednego ze wzorów (por. [8; 11]):

$$Me X_j = \frac{x_{kj}^{i=(K:2)} + x_{kj}^{i=(K:2)+1}}{2} \text{ dla parzystej liczby badanych obiektów,} \quad (6)$$

$$Me [X_{kj}] = \frac{x_{kj}^{i=(K \cdot m):2} + x_{kj}^{i=(K \cdot m):2+1}}{2} \text{ dla nieparzystej liczby badanych obiektów.} \quad (7)$$

Etap II – klasyfikacja obiektów niższego rzędu

Proponowana procedura klasyfikacji uwzględnia dwa przypadki. W pierwszym algorytm klasyfikacji prowadzi do budowy $m+1$ klas, gdy zbiory opisane są za pomocą m zmiennych. W drugim algorytm klasyfikacji prowadzi do budowy 2^m klas możliwych kombinacji z m zmiennych.

Rozważmy zatem **przypadek pierwszy**.

- 1° Do klasy S_1 należą obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k , których wartości wszystkich zmiennych X_j , czyli m zmiennych, są wyższe od zadanej statystyki pozycyjnej lub jej równe. Dla ustalenia uwagi przyjmujemy, że statystyką tą będzie mediana (Me). Stąd:

$$\bigwedge_j : x_{ij}^k \geq Me x_j, \quad (8)$$

gdzie $k = 1, 2, \dots, K$, $j = 1, 2, \dots, m$.

- 2° Do klasy S_2 należą obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k (oprócz obiektów wyłonionych w pkt 1°), których wartości tylko $m-1$ zmiennych spełniają warunek:

$$x_{rj}^k \geq Me x_j \text{ dla } P_k \notin S_1. \quad (9)$$

- m° Do klasy S_m należą obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k , których tylko wartość jednej zmiennej X_j ze zbioru X spełnia warunek (8).
- $(m+1)^\circ$ Do klasy S_{m+1} należą obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k , których wartość x_{kj} żadnej zmiennej X_j nie spełnia warunku (8).

Przypadek drugi:

- 1° Klasę S_1 tworzą te obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k , których wartości wszystkich m zmiennych X_j spełniają warunek:

$$x_{kj} \geq Me x_j, \quad (10)$$

gdzie $j = 1, 2, \dots, m$.

- 2° Klasę S_2 tworzą te obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k , których wartości jedynie $m-1$ zmiennych tworzących jedną z kombinacji $\binom{m}{m-1}$ zmiennych spełniają warunek (9).
- 3° Klasę trzecią S_3 tworzą te obiekty niższego rzędu ze zbioru P_k , których wartości zmiennych kolejnej kombinacji $(m-1)$ -elementowej spełniają warunek (9). Po wyczerpaniu kombinacji $(m-1)$ -elementowych tworzymy klasy dla kombinacji $(m-2)$ -elementowych i stawiamy warunek (9).
- $2m^\circ$ Klasę S_{2m} tworzymy z obiektów niższego rzędu, dla których wartości x_{kj} wszystkich zmiennych X_j nie spełniają warunku (9).

Jak widać, oba przypadki mają wyraźnie odmienne założenia klasyfikacyjne. W przypadku pierwszym przypisujemy identyczne znaczenie wszystkim cechom, rozróżniając jedynie klasy obiektów poprzez liczbę cech spełniających zadane warunki. Natomiast w przypadku drugim rozróżniamy grupy obiektów poprzez identyfikację specyfikacji cech spełniających zadane warunki klasyfikacji.

Etap III – budowa strukturalnej miary rozwoju obiektów hierarchicznych

Idea strukturalnej miary rozwoju obiektu hierarchicznego zasadza się na uwzględnieniu jego zróżnicowania ze względu na obiekty niższego rzędu określone w procedurze klasyfikacji etapu II.

Propozycja konstrukcji strukturalnej miary rozwoju obiektu hierarchicznego obejmuje dwa warianty. Wariant pierwszy opiera się na liczbie obiektów niższego rzędu w danej klasie rozwoju, wariant drugi zaś uwzględnia dodatkową zmienną ilustrującą potencjał obiektów niższego rzędu w każdej wyróżnionej klasie.

Strukturalna miara rozwoju obiektów hierarchicznych ma postać:

Wariant I

$$SMROH_k^I = \sum_{g=1}^G w_g \cdot \frac{n_g^k}{N_k}, \quad (11)$$

gdzie n_g^k oznacza liczbę obiektów niższego rzędu w g -tej klasie z k -tego obiektu hierarchicznego ($g = 1, 2, \dots, G$; $G = m + 1$), N_k – liczbę obiektów niższego rzędu ogółem k -tego obiektu hierarchicznego, w_g – wagę dla klasy g ($g = 1, 2, \dots, G$; $G = m + 1$) określoną wg wzoru:

$$w_g = \frac{l_g}{\sum_{g=1}^G l_g}, \quad (12)$$

gdzie l_g oznacza liczbę zmiennych (cech) w g -tej klasie spełniających warunek:

$$x_{rj}^k > Me \ x_j, \quad (13)$$

gdzie $Me \ X_j$ oznacza medianę cechy X_j .

Wariant II

$$SMROH_k^2 = \sum_{g=1}^G w_g \cdot \frac{\sum d_{rg}^k}{D_k}, \quad (14)$$

gdzie d_{rg}^k oznacza wartość cechy ilustrującej potencjał sumy obiektów niższego rzędu zaklasyfikowanych do klasy g -tej, $g = 1, 2, \dots, G$; $G = m + 1$ i należących do k -tego obiektu hierarchicznego, D_k – wartość cechy ilustrującej potencjał k -tego regionu hierarchicznego, w_g – wagi obliczone wg wzoru

$$w_g = \frac{l_g}{\sum_{g=1}^G l_g}. \quad (15)$$

3. Ilustracja proponowanej procedury

Ideę przedstawionej propozycji wykorzystam do pomiaru rozwoju regionalnego 25 państw Unii Europejskiej na poziomie regionów typu NUTS 2. Obiektami hierarchicznymi zatem będą państwa (25), a obiektami niższego rzędu będą regiony (252 regionów typu NUTS 2).

Podział terytorium wg jednostek NTS 2 w krajach rozszerzonej Unii Europejskiej podano w tab. 1.

Do opisu rozwoju regionalnego rozszerzonej UE przyjęto, że względu na dostępność oraz kompletność informacji (por. [5]), następujące cechy-zmienne (dane za 2001 r., $k = 1, 2, \dots, 252$):

Tabela 1. Jednostki terytorialne NTS2 w państwach rozszerzonej Unii Europejskiej

Obiekt	Kraj	Liczba regionów NTS 2	Przeciętna powierzchnia (km ²)	Przeciętna liczba mieszkańców (tys.)
P_1	Belgia	$R = 11$	2 774	933
P_2	Dania	$R = 1$	43 094	5 349
P_3	Niemcy	$R = 41$	8 707	2 006
P_4	Grecja	$R = 13$	10 125	812
P_5	Hiszpania	$R = 19$	26 632	2 112
P_6	Francja	$R = 26$	24 356	2 271
P_7	Irlandia	$R = 2$	35 137	1 913
P_8	Włochy	$R = 21$	14 348	2 754
P_9	Luksemburg	$R = 1$	2 586	441
P_{10}	Holandia	$R = 12$	3 461	1 332
P_{11}	Austria	$R = 9$	9 318	902
P_{12}	Portugalia	$R = 7$	13 129	1 470
P_{13}	Finlandia	$R = 5$	67 620	1 036
P_{14}	Szwecja	$R = 3$	51 367	1 110
P_{15}	Wielka Brytania	$R = 37$	6 590	1 614
P_{16}	Czechy	$R = 8$	9 900	1 284
P_{17}	Cypr	$R = 1$	9 300	786
P_{18}	Estonia	$R = 1$	45 200	1 393
P_{19}	Litwa	$R = 1$	65 300	3 696
P_{20}	Łotwa	$R = 1$	64 600	2 432
P_{21}	Malta	$R = 1$	300	386
P_{22}	Polska	$R = 16$	19 500	2 415
P_{23}	Słowacja	$R = 4$	12 300	1 350
P_{24}	Słowenia	$R = 1$	20 300	1 990
P_{25}	Węgry	$R = 7$	13 300	1 432

Źródło [1; 2; 10].

x_{1k} – stopę bezrobocia,

x_{2k} – PKB/m wg PPS (parytet siły nabywczej – *Purchasing Power Standard*),

x_{3k} – tempo przyrostu PKB/m wg PPS w latach 2000-2001.

Ten skromny zasób informacji zdaje się wypełniać potrzeby opisu rozwoju regionalnego, gdyż ilustruje problemy strukturalne regionu poprzez stopę bezrobocia, bogactwo regionu poprzez PKB/m przy zachowaniu porównywalnych jednostek miary PPS (*Purchasing Power Standard*) oraz zdolność regionu do rozwoju poprzez ilustrację wskaźnikiem tempa przyrostu PKB/m.

Stosując zaproponowaną w poprzednim punkcie procedurę, obliczono wartości mediany trzech cech:

x_{1k} – wartość mediany (6,8%),

x_{2k} – wartość mediany (20841 PPS),

x_{3k} – wartość mediany (104,0%).

Następnie przeprowadzono klasyfikację 252 regionów na cztery klasy z podgrupami (wyniki klasyfikacji uwzględniające podział na podgrupy można znaleźć w pracach [12; 13]).

Trzeba przypomnieć, że:

klasę I tworzą regiony, których wartości wszystkich cech są korzystniejsze od mediany; są to więc regiony najwyżej rozwinięte,

klasę II tworzą regiony, których wartości dwóch cech są korzystniejsze od mediany,

klasę III tworzą regiony, których wartości jednej cechy są korzystniejsze od mediany,

klasę IV tworzą regiony, których wszystkie cechy mają wartości poniżej mediany.

Wyniki klasyfikacji oraz wartości uwzględniające w wariancie I liczbę regionów w każdej z czterech możliwych klas i w wariancie II liczbę ludności zamieszkującej w regionach każdej klasy podano w tab. 2.

Tabela 2. Klasyfikacja regionów UE wg trzech cech w 2001 r.

Kraj		Klasyfikacja strukturalna				
		klasa I	klasa II	klasa III	klasa IV	ogółem
Belgia	a	2	4	2	3	11
	b	1,57	4,8	1,2	2,73	10,3
Dania	a		1			1
	b		0,53			0,53
Niemcy	a		16	14	10	40
	b		36,18	33,27	11,93	82,5
Grecja	a		3	6	4	13
	b		1,1	3,83	6,01	11
Hiszpania	a	2	4	10	2	18
	b	1,35	14,91	22,27	1,72	41,55
Francja	a	4	11	7	4	26
	b	7,28	38,9	12,88	1,91	59,6
Irlandia	a	1	1			1
	b	2,89	1			3,96
Włochy	a	1	10	2	7	20
	b	0,94	30,65	6,58	19,52	57,32
Luksemburg	a		1			1
	b		0,44			0,44
Holandia	a	10	2			12
	b	15,38	0,72			16,19
Austria	a		9			9
	b		8,06			8,06

Tab. 2 cd.

Portugalia	a	1	4	2		7
	b	0,63	5,88	3,81		10,4
Finlandia	a	1	2	2	1	6
	b	0,02	2,08	2,49	0,55	5,2
Szwecja	a	1	6	1		8
	b	1,86	6,25	0,83		8,9
Wielka Brytania	a	14	9	12	2	37
	b	24,69	17,39	15,05	2	59,3
Czechy	a	1	3	4		8
	b	1,18	3,77	5,3		10,2
Cypr	a		1			1
	b		0,7			0,7
Estonia	a				1	1
	b				1,35	1,35
Litwa	a			1		1
	b			3,5		3,5
Łotwa	a			1		1
	b			2,37		2,37
Malta	a			1		1
	b			0,39		0,39
Polska	a			16		16
	b			38,6		38,6
Słowacja	a		1		3	4
	b		0,6		4,8	5,4
Słowenia	a		1			1
	b		1,99			1,99
Węgry	a		24,2	5,945		7
	b					10,14

a – liczba regionów; b – liczba ludności w mln w regionach.

Źródło: obliczenia własne na podstawie [1; 2; 10].

Wartości miary strukturalnej obliczone wg wzoru (11) – wariant I – oraz według wzoru (14) – wariant II – dla 25 obiektów hierarchicznych (25 krajów członkowskich Unii Europejskiej) podano w formie uporządkowanej w tab. 3.

Strukturalna miara rozwoju pokazuje, że najwyższy poziom rozwoju regionalnego występuje w takich krajach, jak: Holandia, Irlandia, Dania, Luksemburg i Austria. Do najsłabiej rozwiniętych państw – ze względu na struktury regionalne – należą: Estonia, Słowacja, Grecja i Polska. Widać, że miara ta faworyzuje kraje, w których cały kraj zakwalifikowano jako region NUTS 2 (Cypr i Słowenia znalazły się w pierwszej dziesiątce krajów unijnych).

Jak widać, wyniki uporządkowania 25 państw Unii Europejskiej są wyraźnie odmienne w obu wariantach. W wariantcie uwzględniającym potencjał regionów, w tym przypadku liczbę ludności, w ocenie rozwoju regionalnego zyskały takie

Tabela 3. Wartość strukturalnej miary rozwoju regionalnego krajów UE

Kraj	Wartość miary strukturalnej	Lokata		Kraj	Wartości miary
Wariant I			Wariant II		
Holandia	47,16	1	1	Holandia	49
Irlandia	41,5	2	2	Irlandia	44,8
Dania	33	3	3	Szwecja	35,1
Luksemburg	33	3	4	Wielka Brytania	34,5
Austria	33	3	5	Dania	33
Szwecja	33	3	5	Luksemburg	33
Cypr	33	3	5	Austria	33
Słowenia	33	3	5	Cypr	33
Wielka Brytania	32,7	9	5	Słowenia	33
Portugalia	30,5	10	10	Francja	31,1
Czechy	26,6	11	11	Portugalia	27,5
Francja	26	12	12	Czechy	26,3
Finlandia	24,7	13	13	Belgia	24,8
Belgia	24	14	14	Węgry	23
Hiszpania	23,6	15	15	Hiszpania	22
Węgry	20,8	16	16	Finlandia	21
Włochy	20,6	17	16	Niemcy	21
Niemcy	18,8	18	18	Włochy	20
Litwa	16	19	19	Litwa	16
Łotwa	16	19	19	Łotwa	16
Malta	16	19	19	Malta	16
Polska	16	19	19	Polska	16
Grecja	12,4	23	23	Grecja	8,8
Słowacja	8,2	24	24	Słowacja	3,7
Estonia	0	25	25	Estonia	0

Źródło: obliczenia własne.

państw, jak: Wielka Brytania, Francja, Niemcy, Węgry i nieco Belgia. W wariantcie II w ocenie rozwoju regionalnego straciły: Dania, Luksemburg, Austria, Cypr, Słowenia, Portugalia, Czechy, Finlandia. Identyczną pozycję w obu wariantach oceny zachowały: Holandia, Irlandia, Włochy, Szwecja, Hiszpania, Grecja, Słowacja, Litwa, Łotwa, Malta, Polska, Estonia.

4. Zakończenie

Zaproponowana miara rozwoju o charakterze strukturalnym, a więc uwzględniająca strukturę obiektów hierarchicznych, uwypukla specyfikę obiektów przestrzennych. W tych obiektach szczególne znaczenie ma zróżnicowanie przestrzenne, które powinno być uwzględniane w kwantyfikacji zjawisk ekonomicznych. Na podstawie przykładu widać, że wprowadzenie zmiennej ilustrującej potencjał regionu (wariant II) wydaje się bardziej przybliżać obraz rzeczywisty struktury obiektów hierarchicznych o charakterze przestrzennym.

Literatura

- [1] Behrens A., *Regional gross domestic product in candidate countries 2000*, „Statistics in Focus”, theme 1-2/2003.
- [2] Behrens A., *Regional gross domestic product in the european union 2000*, „Statistics in Focus”, theme 1-2/2003.
- [3] Cieślak M., *Taksonomiczna procedura programowania rozwoju gospodarczego i określania potrzeb na kadry kwalifikowane*, „Przegląd Statystyczny” 1974 nr 1.
- [4] *Ekonometria przestrzenna*, red. A. Zeliaś, PWE, Warszawa 1991.
- [5] Grabiński T., *Analiza taksonometryczna krajów Europy w ujęciu regionów*, AE, Kraków 2003.
- [6] Hellwig Z., *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny” 1968 nr 4.
- [7] Jajuga K., *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.
- [8] Luszniwicz A., Słaby T., *Statystyka stosowana*, PWE, Warszawa 1996.
- [9] Obrębalski M., *Podział terytorialny krajów UE a cele i kryteria regionalnych funduszy rozwojowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 807, AE, Wrocław 1999, s. 117-127.
- [10] Sikström M., *GDP of the candidate countries 2002*, „Statistics in Focus”, theme 2-47/2003.
- [11] Strahl D., *Klasyfikacja regionów z medianą*, Ekonometria 10, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej nr 950, AE, Wrocław 2002, s. 11-18.
- [12] Strahl D., *Miejsce Polski w regionalnej przestrzeni UE*, AE, Kraków (w druku).
- [13] Strahl D., *Zróźnicowanie przestrzeni regionalnej rozszerzonej UE*, PAN, Kraków 2004.
- [14] Strahl D., Walesiak M., *Normalizacja zmiennych w skali przedziałowej i ilorazowej w granicznym systemie referencyjnym*, „Przegląd Statystyczny” 1997, nr 1, s. 69-77.
- [15] *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróźnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, red. A. Zeliaś, AE, Kraków 2000.
- [16] Walesiak M., *Metody analizy danych marketingowych*, PWN, Warszawa 1996.

STRUCTURAL MEASURE OF DEVELOPMENT OF HIERARCHICAL OBJECTS

Summary

The article presents a proposal of constructing a structural measure of development, taking into account the internal diversification of statistical hierarchical objects that include lower-tier objects. The structural measure of development has two versions. The first is based on the number of lower-tier objects, and the other one – on the lower-tier objects' potential. The measure was used to evaluate regional development of 25 countries of enlarged Europe.