

Na prawach rękopisu

**INSTYTUT KONSTRUKCJI I EKSPLOATACJI MASZYN
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ**

Raport Serii PREPRINTY Nr P 011/95

Praca doktorska

**SYNTEZA AKTYWNEGO UKŁADU
ZAWIESZENIA WAGONU KOLEJOWEGO**

Wiktor Słomski

promotor:

dr hab. inż. Dionizy Dudek prof. nadzw. Politechniki Wrocławskiej

Słowa kluczowe:

*modelowanie dynamiki pojazdów
pojazdy szynowe
zawieszenie aktywne*

Wrocław 1995

SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie	3
2. Cel i teza pracy	11
3. Kryteria oceny komfortu i wygody jazdy pojazdu	13
4. Model pojazdu	18
4.1. Założenia ogólne	18
4.2. Model zawieszenia pojazdu	22
4.2.1. Model fizyczny	22
4.2.2. Podstawowe założenia i uproszczenia	25
4.2.3. Model podatnego nadwozia wagonu kolejowego	27
4.2.4. Model sprężyny pneumatycznej	32
4.2.5. Model zawieszenia wagonu	38
4.2.6. Analiza drgań własnych modelu wagonu	43
4.3. Modelowa ocena komfortu jazdy	48
5. Zawieszenie aktywne	60
5.1. Klasyfikacja układów aktywnych	60
5.2. Uproszczony model pojazdu z zawieszeniem aktywnym	61
5.3. Model wagonu z zawieszeniem aktywnym	69
6. Podsumowanie	83
7. Literatura	85

1. WPROWADZENIE

Jednym ze sposobów zdobywania wiedzy o zjawiskach fizycznych jest badanie konkretnych układów fizycznych, jednak odkrycie podstawowych, ogólnych praw opisujących zachowanie układów fizycznych w warunkach rzeczywistych zawdzięczamy w głównej mierze analizie teoretycznej popartej doświadczeniem, przy czym z punktu widzenia techniki interesujące są na ogół te układy, których zachowanie może być adekwatnie opisane za pomocą modelu matematycznego [12]. Modelem matematycznym obiektu fizycznego nazywany jest zestaw formuł matematycznych opisujących proces dynamiczny tego obiektu, tzn. zestaw równań określających własności dynamiczne tego modelu fizycznego [55]. Znaczenie zagadnień dynamicznych układów fizycznych, szczególnie drgań, związane jest w głównej mierze z powszechnością ruchu cyklicznego w budowie maszyn (układ dynamiczny jest układem drgającym jeżeli jego ruch jest naprzemienny i kinematycznie możliwy [12,55]).

Podstawy teoretyczne dotyczące drgań i dynamiki układów mechanicznych zawarte są w licznej bibliografii, zarówno krajowej np.: [4,43,53,54,55] jak i zagranicznej np.: [5,9,16,11]. Dynamika układów mechanicznych jest dziedziną nauki bardzo szeroką, w skład której wchodzi m.in. zagadnienia izolacji drgań w układach dynamicznych o ogromnym znaczeniu praktycznym. Specyficzną grupę zagadnień w tej dziedzinie stanowią zagadnienia związane z izolacją drgań w pojazdach. W grupie pojazdów można wyróżnić - przede wszystkim ze względu na charakterystyczne cechy pracy układu *koło-szyna* - podgrupę pojazdów szynowych.

Dynamika pojazdów szynowych wg. definicji zawartej w pracy [52], *„jest dziedziną nauki, której zadaniem jest badanie przemieszczeń i odkształceń pojazdu i jego elementów w różnych warunkach eksploatacji [...], a rola teorii polega na opisie matematycznym drgań pojazdu przy pomocy odpowiednich układów równań różniczkowych [...], a następnie rozwiązaniu tych równań i przeprowadzeniu dyskusji rozwiązania pod kątem [...] danych potrzebnych do konstrukcji lub eksploatacji pojazdów”*.

Przytoczona powyżej definicja, chociaż stworzona na potrzeby pojazdów szynowych, ma na tyle uniwersalny charakter, iż może być odniesiona praktycznie do każdego układu mechanicznego. O przydatności takiej definicji - i zbudowanych na nich modelach -

decydują jednak często inne parametry, istotne dla danej klasy obiektów. W przypadku pojazdów są to m.in. komfort jazdy i jej bezpieczeństwo.

Kryterium komfortu jazdy jest bardzo istotnym i wielodzielowym kryterium oceny pojazdów przeznaczonych do przewozu pasażerów. W dziedzinie dynamiki mianem komfortu jazdy określa się stopień w jakim pasażer odczuwa drgania pojazdu poruszającego się po nierównej drodze. Aby zapewnić pasażerowi jak najlepszy komfort jazdy konstruktorzy dążą do możliwie maksymalnego obniżenia poziomu drgań tej części pojazdu, w której przebywa człowiek, przy czym pod pojęciem „**poziom drgań**” należy rozumieć wartość skuteczną przyspieszeń drgań. Układem, który ma za zadanie odpowiednie odizolowanie pojazdu od nierówności drogi jest jego zawieszenie. W praktyce nie jest możliwe całkowite wyeliminowanie drgań nadwozia pojazdu, ale poprzez zastosowanie w zawieszeniu odpowiednich elementów można drgania pojazdu obniżyć do wymaganego poziomu. Stosowane powszechnie w zawieszeniach pojazdów pasywne elementy sprężysto-tłumiące spełniają poprawnie swoją rolę jedynie dla ściśle określonych parametrów ruchu, stanowiących swoisty kompromis pomiędzy różnorodnymi wymaganiami. Każdorazowa zmiana warunków jazdy, jak np. zmiana prędkości, masy pojazdu czy stanu nawierzchni drogi powoduje, że w tych nowych warunkach charakterystyki zastosowanych sprężyn czy tłumików nie zachowują się tak samo dobrze. Tą wadę zawieszeń pasywnych można wyeliminować poprzez zastosowanie w zawieszeniach pojazdów aktywnych elementów sprężysto-tłumiących, których charakterystyki zmieniają się w czasie nadążając za zmianami warunków jazdy

Bezpieczeństwo jazdy pasażera jest drugim, nie mniej ważnym, kryterium oceny pojazdu, które w sposób równie istotny jak komfort jazdy zależy m.in. od parametrów zastosowanych w zawieszeniu elementów sprężysto-tłumiących. Dążeniem konstruktorów jest stworzenie takiego pojazdu, który zapewni pasażerowi obok wysokiego komfortu jazdy równie wysokie bezpieczeństwo podróżowania.

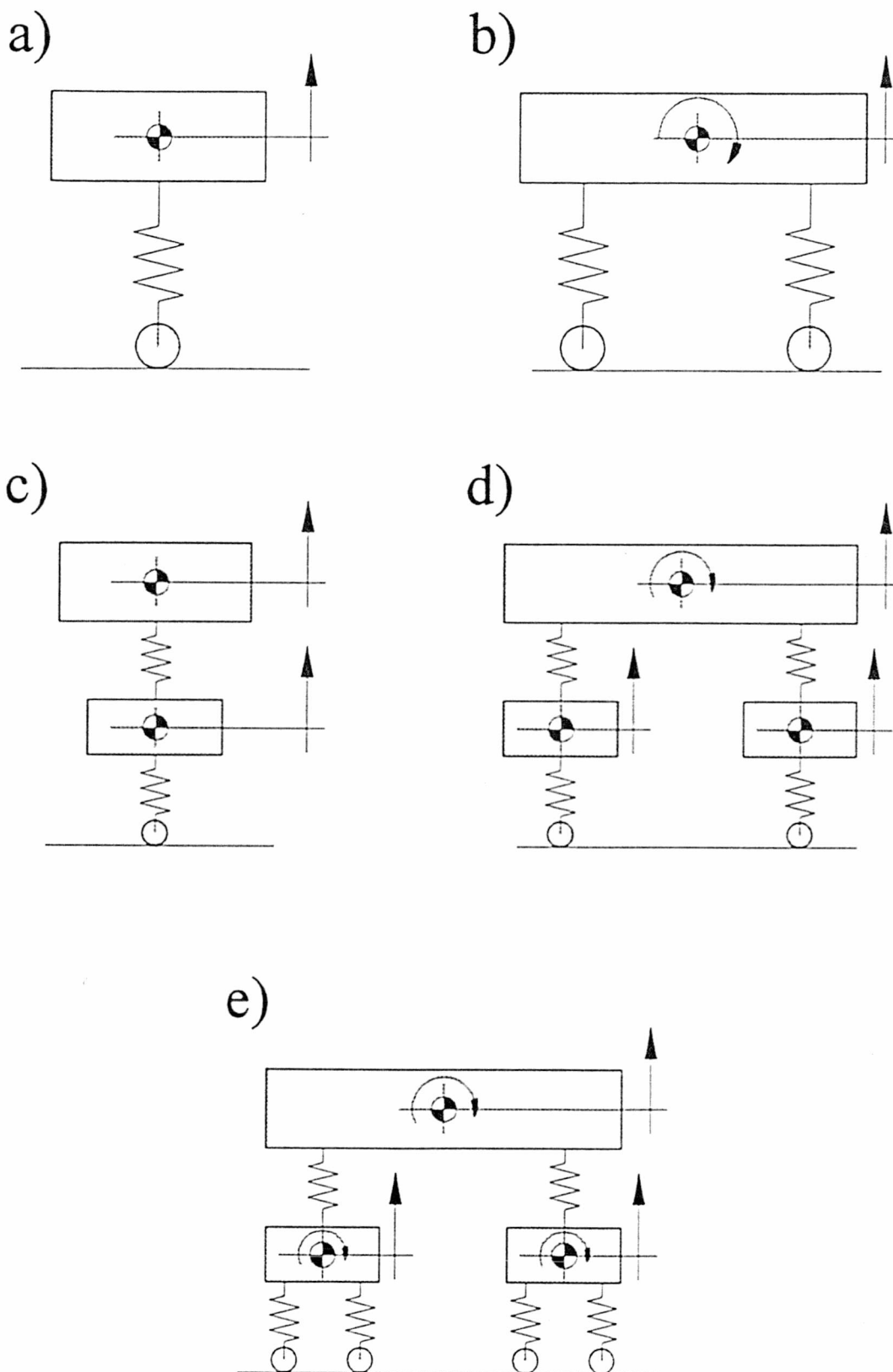
Budowa adekwatnych modeli matematycznych obiektów fizycznych, opisujących poprawnie zjawiska fizyczne związane z tymi obiektami, jak też badanie tych zjawisk poprzez odwzorowanie zachowań rzeczywistych zachowaniem się modelu matematycznego, jest bardzo powszechnym, chociaż trudnym narzędziem współczesnej nauki. Narzędzie to pozwala na prowadzenie badań symulacyjnych i optymalizację rzeczywistych konstrukcji i daje wymierne korzyści ekonomiczne przez ograniczenie do niezbędnego minimum badań

eksperymentalnych, które prawie zawsze są kosztowne, a często również niemożliwe do wykonania np. ze względów technicznych.

Obliczenia i symulacje przeprowadzane na modelu matematycznym pojazdu są obecnie bardzo istotnym składnikiem procesu jego konstruowania i coraz częściej całkowicie zastępują etapy budowy i badania prototypu. Analiza przeprowadzona na modelu matematycznym musi zatem dać konstruktorowi te informacje, które do tej pory otrzymywał badając prototyp. Konieczne jest więc aby model matematyczny, w sposób możliwie najlepszy, uwzględniał wszystkie cechy obiektu rzeczywistego, z drugiej jednak strony powinien być on w dalszym ciągu prostym i łatwym w użyciu narzędziem konstruktorskim.

Najprostszymi, spotykanymi w literaturze modelami matematycznymi pojazdów są układy o jednym (rys. 1.1a) lub dwóch stopniach swobody (rys. 1.1b). Przy bardzo wielu założeniach upraszczających układy takie - jako model pojazdu - stosowane były m.in. w pracach [18,30] oraz [52]. Innym stosowanym prostym modelem pojazdu jest dwumasowy układ o dwóch stopniach swobody (rys. 1.1c) - w literaturze anglosaskiej nazwany *quarter vehicle modell* - który jest obecnie powszechnie używany do analizy dynamiki zawiesznień aktywnych [10,33,51,67]. Bardziej rozbudowanym, również powszechnie stosowanym modelem pojazdu jest układ składający się z trzech brył (*half vehicle modell*) o czterech (rys. 1.1d) [48,52,61] lub sześciu (rys. 1.1e) [17,28,34,52] stopniach swobody.

Schemat z rys. 1.1e przyjmowany jest często jako płaski model czteroosiowego (*dwa dwuosowe wózki*) wagonu kolejowego. Stosowanie płaskich modeli pozwala na znaczne ograniczenie liczby stopni swobody, a tym samym liczby równań opisujących ruch analizowanego układu. Jest to bardzo istotne w sytuacji, gdy rozwiązywanie równania ruchu prowadzi się metodami analitycznymi. Jednak postępujący rozwój współczesnych pojazdów szynowych - w szczególności w aspekcie uzyskiwania coraz wyższych prędkości jazdy - nie jest możliwy bez szczegółowych badań dynamicznych. Nie ulega wątpliwości, że bardzo korzystne jest, aby właściwości biegowe pojazdu mogły być określane już na etapie projektowania. Konieczne zatem staje się budowanie coraz większych i bardziej skomplikowanych przestrzennych modeli pojazdów [13,16,28,35]. Jest to oczywiście możliwe dzięki rozwojowi techniki komputerowej, która na tyle przyspiesza obliczenia, że pozwala to na zastosowanie w większości modeli dokładniejszych opisów zjawisk fizycznych zachodzących na styku koła i szyny [32].



Rys. 1.1. Schematy prostych modeli pojazdów

Przyjmowane dotychczas w analizie układów dynamicznych uproszczenie umożliwiające stosowanie modeli dyskretnych, tzn. takich, w których masę każdego elementu materialnego skupia się w jednym punkcie i pomija jego sztywność wewnętrzną, są uproszczeniami, które nawet w przypadku modeli o małej liczbie stopni swobody zapewniają często wystarczającą dokładność obliczeń. Teoretyczna analiza dynamiki pojazdu w takich przypadkach sprowadza się do analizy liniowego, kilkumasowego modelu dyskretnego, w którym bryłami sztywnymi zastępuje się główne elementy pojazdu (nadwozie, wózki, zestawy kołowe). W rzeczywistym pojeździe nadwozie wykonuje jednak również drgania giętno-skrętne, więc przyjęcie do analizy modelu składającego się wyłącznie z brył sztywnych może stać się powodem znacznych błędów metodologiczno-konstrukcyjnych. Jako przykład może posłużyć wagon szybkiej kolei francuskiej TGV, w której dobrane optymalnie - ze względu na kryterium komfortu jazdy - elementy sprężyste drugiego stopnia zawieszenia wagonów wzbudzały - w czasie jazdy z dużymi prędkościami - drgania nadwozia o częstotliwości równej drugiej podstawowej częstotliwości drgań własnych konstrukcji nadwozia [42]. Podobny przypadek zdarzył się w Japonii, gdzie w nowych wagonach szybkiej kolei Shinkansen zaobserwowano znaczne pogorszenie komfortu jazdy przy dużych prędkościach. Badania wykazały, że powodem tego była zmiana sztywności konstrukcji, wynikająca z zastosowania w konstrukcji wagonu stopów metali lekkich. W wyniku zmiany sztywności konstrukcji niekorzystnie zmieniły się również jej częstości drgań własnych [66].

Nie mniej wiele ważnych zagadnień dynamiki maszyn pozwala, w sposób oczywisty i eksperymentalnie sprawdzalny, na założenie absolutnej sztywności elementów. Dyskretyzacja układów fizycznych znakomicie upraszcza analizę ich zachowań i pozwala na wyznaczenie poszukiwanych wielkości z żadaną, wystarczającą dla przewidywanych zastosowań, dokładnością już przy niewielu stopniach swobody modelu. W związku z powyższym w zdecydowanej większości problemów, dotyczących badań dynamiki pojazdu, przyjmowany jest model dyskretny składający się z brył sztywnych (również nadwozie w całości traktowane jest jako bryła sztywna), posiadających masę skupioną w jednym punkcie, połączonych bezmasowymi elementami sprężystymi i tłumiącymi [12,13,16,17,28,34,35,52]. W nielicznych publikacjach prezentowane są również modele pojazdów, w których nadwozie przyjmowane jest jako bryła odkształcalna. Jednym ze sposobów uwzględnienia odkształcalności nadwozia pojazdu jest zbudowanie modelu w oparciu o metodę elementów skończonych (MES). Taki sposób modelowania został zastosowany w przypadku modelu wagonu kolejowego [3,69] oraz samochodu [36]. Z kolei w pracach [39,40,41] proponuje

się, aby podatność brył modelować za pomocą metody sztywnych elementów skończonych (SES). Obie te metody powodują znaczne utrudnienia w przeprowadzeniu analizy dynamicznej, a autorzy stosujący MES lub SES do modelowania brył elastycznych ograniczają się najczęściej do wyznaczenia częstości i postaci drgań własnych analizowanej konstrukcji.

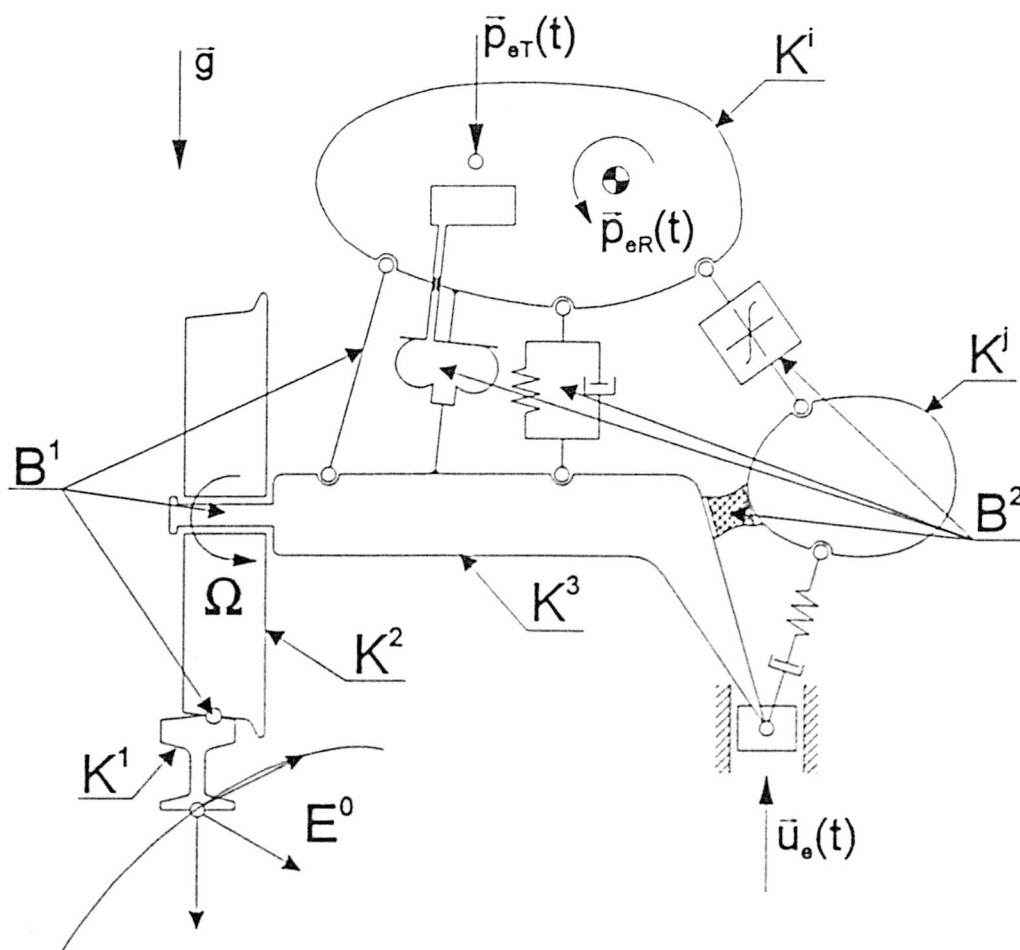
Inne podejście do zagadnienia prezentuje praca [66], gdzie nadwozie czteroosiowego wagonu kolejowego zostało potraktowane jako odkształcalna belka podparta sprężystości (sposób postępowania podobny jak w przypadku modelowania odkształcalnego toru kolejowego [6,7,8]), a jej właściwości dynamiczne opisano równaniem różniczkowym postaci:

$$E \cdot I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0,$$

w którym pierwszy człon opisuje linię ugięcia belki, natomiast drugi jednostkową siłę bezwładności ($E \cdot I$ - sztywność belki, γ - masa jednostkowa). Na uwagę zasługuje również fakt, że dla tak sformułowanego modelu wagonu przeprowadzono symulację jazdy po nierównym torze, badając przy tym poziom drgań, zwłaszcza pionowych. Określono również wartości wskaźników komfortu jazdy w funkcji prędkości jazdy i sztywności nadwozia.

Istnieje również możliwość dyskretyzacji układów ciągłych metodą mas skupionych i metodą sił [3]. Jej stosowanie jest jednak ograniczone tylko do przypadków, gdy konstrukcja w sposób naturalny wykazuje pewne cechy układu dyskretnego.

Rosnąca w błyskawicznym tempie moc obliczeniowa maszyn cyfrowych oraz ciągle rozwijane i wzbogacane metody numeryczne umożliwiły stworzenie pakietów programowych do bardziej wiarygodnej symulacji dynamiki układów materialnych. Pakiety te są obecnie powszechnie znane jako angielskie **MultiBody Systems (MBS)** lub niemieckie **MehrKörper Systeme (MKS)**. Na ich temat ukazała się w ostatnich czasach bardzo bogata literatura, której przegląd można znaleźć w pracach [27,58,64]. Najbardziej znanymi z liczego grona systemów komputerowych są **ADAMS**, **DADS**, **MESAVERDE**, **SIMPAC** czy **MEDYNA**. Z pośród wymienionych programów jedynie **MEDYNA** jest w pełni przystosowana do analizy modeli pojazdów szynowych, m.in. z tego względu, iż posiada blok opisujący współpracę koła i szyny zarówno w liniowym, jak i nieliniowym ujęciu [70]. Możliwości budowania struktury modelu pojazdu przy wykorzystaniu systemu **MEDYNA** w sposób schematyczny pokazano na rys. 1.2. Przedstawiono na nim wszystkie typy połączeń stanowiące standardowe wyposażenie biblioteki systemu **MEDYNA**.



Rys. 1.2. Schemat struktury z typowymi elementami systemu MEDYNA

- K^i - ciało sztywne lub elastyczne,
- B_1 - połączenia z więzami kinematycznymi,
- B_2 - połączenia z zadanymi obciążeniami,
- Ω - prędkość kąтова żyrostatu,
- $\vec{p}_e$ - zewnętrzne wymuszenia dynamiczne (siły i momenty),
- $\vec{u}_e$ - zewnętrzne wymuszenia kinematyczne,
- $\vec{g}$ - grawitacja,
- E^0 - referencyjny układ współrzędnych (ruch unoszenia)

2. CEL I TEZA PRACY

Z przytoczonych powyżej przykładów oraz analizy literatury wynikają następujące wnioski:

- dla pewnych zakresów prędkości jazdy występuje widoczne pogorszenie komfortu jazdy na skutek znacznego wzrostu udziału drgań własnych konstrukcji nadwozia w ogólnym ruchu pojazdu. Jest to m.in. efektem nieuwzględniania w modelu, a więc i w procesie konstruowania pojazdu, odkształcalności nadwozia;
- stosowane dotychczas w zawieszeniach pojazdów elementy sprężysto-tłumiące nie są wystarczająco skuteczne przy eliminacji drgań strukturalnych nadwozia pojazdu. Obniżenie poziomu drgań własnych nadwozia może być dokonywane m.in. poprzez zastosowanie w zawieszeniu pojazdu elementów aktywnych.

W związku z powyższym jako cele niniejszej pracy przyjęto wykonanie:

1. oceny wpływu odkształcalności nadwozia wagonu kolejowego na komfort jazdy pasażera,
2. oceny wybranych charakterystyk członów aktywnych w układzie zawieszenia wagonu pod kątem zmniejszenia poziomu drgań nadwozia, ze szczególnym uwzględnieniem drgań wynikających z odkształcalności nadwozia.

Sformułowano również tezę pracy:

OBNIŻENIE SKUTECZNEJ WARTOŚCI PRZYSPIESZEŃ PIONOWYCH NADWOZIA W SYTUACJACH, GDY POGORSZENIE KOMFORTU JAZDY WYNIKA Z ODKSZTAŁCALNOŚCI NADWOZIA JEST MOŻLIWE DZIĘKI ZASTOSOWANIU W ZAWIESZENIU WAGONU KOLEJOWEGO ELEMENTÓW AKTYWNYCH O CHARAKTERYSTYCE BĘDĄCEJ FUNKCJĄ PRĘDKOŚCI BEZWZGLĘDNEJ NADWOZIA ORAZ JEGO PRZEMIESZCZENIA WZGLĘDEM TORU:

$$u_n = \sum_{j=1}^n h'_j \cdot \dot{z}_j + \sum_{j=1}^n h''_j \cdot (z_j - z_0).$$

W powyższej zależności przyjęto:

- u_n - siła z jaką człon aktywny oddziałuje na elementy układu,
- h', h'' - współczynniki,
- $\dot{z}, z$ - zmienne stanu układu,
- n - rząd elementu aktywnego - liczba punktów pomiaru wielkości sterujących,
- j - kolejny numer punktu pomiarowego.

Realizację postawionych celów przedstawiono w rozdziale 4 i 5 niniejszej pracy. Rozdział 4 zawiera opis dyskretnego przestrzennego modelu zawieszenia pojazdu, w którym została uwzględniona odkształcalność nadwozia. Model odkształcalnego nadwozia wagonu kolejowego został zbudowany w oparciu o wyniki pomiarów drgań rzeczywistego pojazdu. W tym rozdziale przedstawiono również wyniki symulacji jazdy modelu wagonu po nierównym torze, a wynikiem przeprowadzonych, przy użyciu programu do analizy układów wielomasowych MEDYNA v 8.0, symulacji są wartości wskaźnika komfortu jazdy w funkcji prędkości i położenia na nadwoziu punktu pomiarowego. Przez porównanie otrzymanych w trakcie symulacji wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi dla modelu, w którym nadwozie jest traktowane jako bryła sztywna, określono wpływ uwzględnienia podatności nadwozia na modelową ocenę komfortu jazdy.

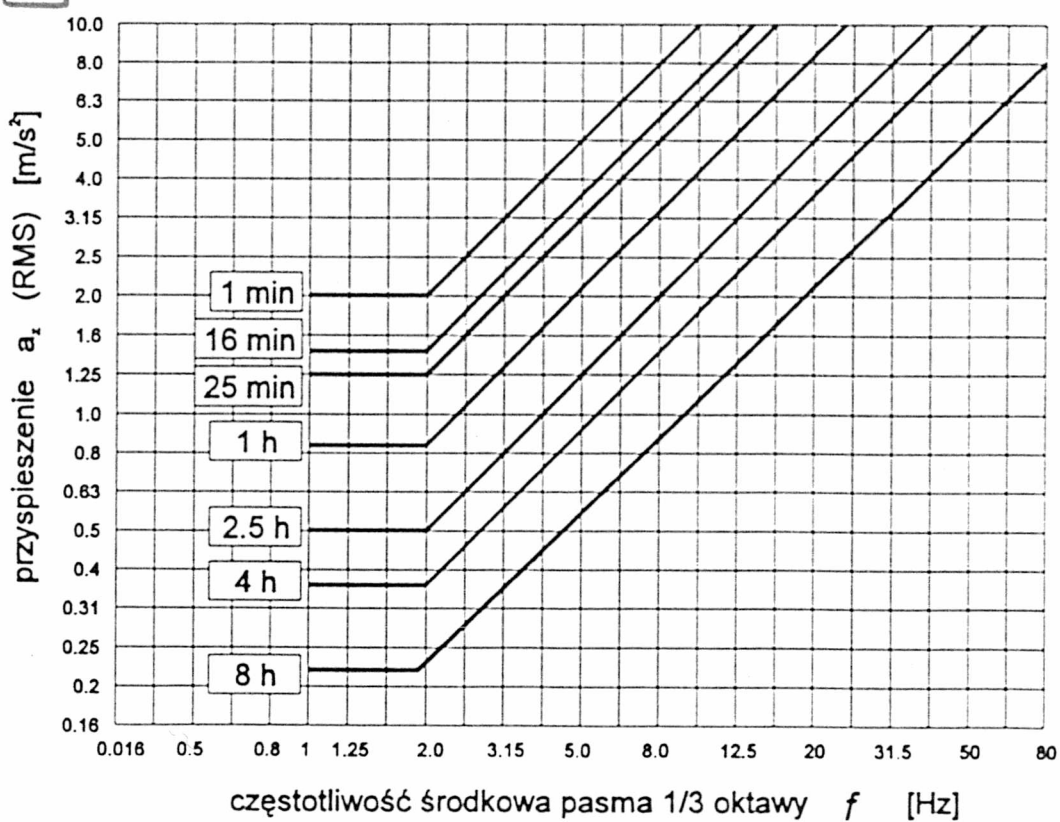
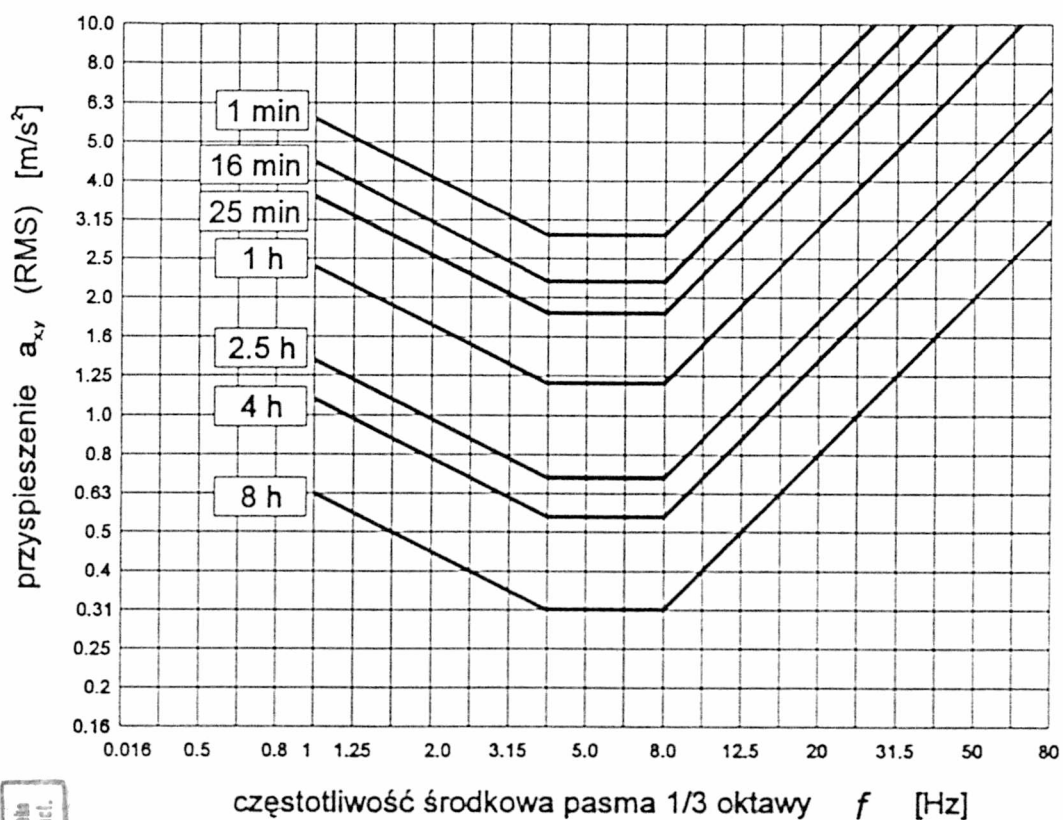
Z kolei w rozdziale 5 przedstawiono znaną procedurę doboru optymalnych, względem przyjętego kryterium, charakterystyk elementów aktywnych zawieszenia pojazdu opartą na zasadzie maksimum Pontriagina oraz zaprezentowano sposób modyfikacji charakterystyk tych elementów w celu osiągnięcia pożądanego efektu eliminacji drgań strukturalnych konstrukcji nadwozia pojazdu. Na przykładach pokazano wpływ uwzględnienia podatności nadwozia w procesie kształtowania charakterystyki członów aktywnych na skuteczność eliminowania drgań strukturalnych.

3. KRYTERIA OCENY KOMFORTU I WYGODY JAZDY

Drgania mają różnorodny i wielostronny wpływ na funkcjonowanie układów organizmu ludzkiego, w tym na słuch, wzrok, układ krążenia, układ nerwowo-mięśniowy i pracę mózgu. Najczęściej wpływ ten objawia się w postaci zaburzeń funkcji fizjologicznych organizmu, przy czym wielkość zaburzeń w sposób istotny zależy od czasu narażenia na oddziaływanie wibracji [63]. Po ustaniu drgań organizm człowieka wraca do normalnego stanu. Potrzebuje jednak na to pewnego czasu, który jest tym dłuższy, im drgania są intensywniejsze i dłuższy jest czas ich ekspozycji. W skrajnym przypadku wibracje mogą prowadzić do trwałych zmian w organizmie nazywanych chorobą wibracyjną.

Również drgania pojawiające się w pojazdach mogą wywierać ujemny wpływ na pasażerów, powodując pogorszenie samopoczucia. Drgań pojazdów nie da się wyeliminować całkowicie, można jedynie obniżyć je do określonej granicy, wynikającej z możliwości technicznych i konstrukcyjnych. Ponieważ osiągnięcie granicy możliwości technicznych wiąże się najczęściej ze znacznymi kosztami i dużym stopniem skomplikowania konstrukcji, istotniejsze jest określenie możliwej granicy obniżenia poziomu drgań, ze względu na zapewnienie pasażerom odpowiedniej wygody podczas jazdy.

Z wielu względów jednoznaczne powiązanie pomiędzy parametrami drgań (częstotliwość, amplituda, czas narażenia itd.) a komfortem jazdy i wyrażenie tego związku za pomocą liczby, będącej miarą poziomu komfortu jazdy, jest rzeczą bardzo trudną. Stwierdzono jednakże [34,63], że najbardziej uniwersalnym parametrem, charakteryzującym drgania w sensie ich oddziaływania na człowieka, przy dużej liczbie procesów okresowych i losowych, jest średnia kwadratowa wartość ich przyspieszenia. Rzeczą bardzo istotną jest również określenie kierunku działania wibracji na człowieka. Jako pionowy przyjmuje się kierunek *głowa - nogi*, jako poprzeczny *ręka - ręka*, natomiast jako wzdłużny kierunek *klatka piersiowa - plecy*. Kierunki te obowiązują bez względu na pozycję człowieka. Jednym ze sposobów oceny stopnia narażenia organizmu człowieka na drgania jest norma ISO 2631, w której dokonuje się analizy widmowej drgań pojazdu, a wyznaczone wartości skuteczne przyspieszeń w poszczególnych pasmach tercjowych odnosi się do krzywych



Rys. 3.1. Krzywe jednakowej dokuczliwości wg. normy ISO 2631
a) dla drgań pionowych,
b) dla drgań poprzecznych

jednakowej dokuczliwości (rys. 3.1). Krzywe te przedstawiają dopuszczalne wartości przyspieszeń skutecznych drgań w poszczególnych tercjach, dla których określony został maksymalny czas narażenia na drgania. Kryterium oceny w tej metodzie jest aby rzeczywisty czas narażenia na drgania nie przekraczał czasu dopuszczalnego.

W przypadku pojazdów szynowych istnieje od lat kilka metod oceny komfortu jazdy, wśród których duże znaczenie mają:

- metoda współczynnika spokojności biegu pojazdu według Sperlinga [34,50],
- metoda ORE zwana również metodą czasu zmęczenia [34,63], która w swej istocie jest zbieżna z opisaną wcześniej metodą ISO.

W metodzie zaproponowanej przez Sperlinga jakość wagonu określa się na podstawie takich parametrów technicznych jak:

- *spokojność biegu pojazdu* - stateczność ruchu z punktu widzenia możliwości wykolejenia, oddziaływanie pojazdu na tor oraz względne przemieszczenia węzłów konstrukcyjnych w pojeździe,
- *wygoda jazdy* - oddziaływanie drgań mechanicznych pojazdu na pasażerów.

Wskaźniki spokojności biegu pojazdu i wygody jazdy wyrażane są w jednostkach umownych, wyznaczanych zgodnie z następującymi zależnościami:

1) dla oceny spokojności biegu:

$$W_z = 0.896 \cdot \sqrt[10]{\frac{a^3}{f}}, \quad (3.1)$$

2) dla oceny wygody jazdy:

$$W_z = 0.896 \cdot \sqrt[10]{\frac{a^3}{f} \cdot F(f)}, \quad (3.2)$$

gdzie:

- a - amplituda przyspieszeń w $[\text{cm/s}^2]$,
- f - częstotliwość drgań w $[\text{Hz}]$
- $F(f)$ - współczynnik wpływu częstotliwości i kierunku drgań na samopoczucie pasażera

Zależności (3.1) i (3.2) służą do oceny pojazdu dla określonej wartości częstotliwości lub wybranego pasma. Chcąc dokonać analizy drgań w całym zmierzonym zakresie częstotliwości należy zmierzone widmo przyspieszenia rozłożyć na pasma i dla poszczególnych pasm określić za pomocą równań (3.1) i (3.2) wartości współczynników $W_{z1}, W_{z2}, \dots, W_{zn}$. Na ich podstawie wyznacza się zastępczy współczynnik W_{zg} , stosując następujące wzory:

1) dla oceny spokojności biegu:

$$W_{zg} = 10 \sqrt[n]{\sum_{i=1}^n W_{zi}^{10}}, \quad (3.3)$$

2) dla oceny wygody jazdy:

$$W_{zg} = 6.67 \sqrt[n]{\sum_{i=1}^n W_{zi}^{6.67}}. \quad (3.4)$$

Obliczone na podstawie powyższych wzorów wskaźniki porównuje się ze standardową skalą ocen i na podstawie tego wnioskuje się o właściwościach biegowych wagonu oraz o komforcie jazdy pasażerów. Zamieszczona w tabeli 3.1 standardowa skala ocen wskaźnika spokojności biegu pojazdu oraz wskaźnika komfortu (wygody) jazdy została określona na podstawie subiektywnych odczuć losowo wybranej grupy ludzi poddanych działaniu drgań mechanicznych [50].

Autor, w ramach niniejszej pracy, dokonał modelowej oceny poziomu drgań wagonu kolejowego, przy czym przy ocenie pojazdu posłużono się metodą Sperlinga. Podstawowym kryterium oceny była wartość wskaźnika W_z wg. definicji (3.3) i (3.4). W rzeczywistości pojazdy szynowe są oceniane na podstawie pomiaru wartości wskaźnika W_z podczas jazd próbnych, przy czym tradycyjnie pomiaru dokonuje się na nadwoziu w miejscach znajdujących się nad czopem skrętowym wózka (rzeczywistym lub teoretycznym).

Przy ocenie modelowej wartości wskaźnika komfortu jazdy wyliczono na podstawie przebiegów gęstości widmowej mocy przyspieszeń w określonych punktach na nadwoziu. W pracy nie ograniczono się jednak do tradycyjnych punktów pomiaru wskaźnika W_z lecz zbadano w jaki sposób na jego wartość wpływa położenie punktu pomiarowego na długości nadwozia wagonu. Przeanalizowano również w jaki sposób komfort jazdy zmienia się wraz ze wzrostem prędkości jazdy.

Tabela 3.1

Ocena spokojności biegu i wygody jazdy według wartości wskaźnika W_z

Spokojność biegu		Wygoda jazdy	
Skala	Ocena	Skala	Ocena
$W_z = 1$	bardzo dobra	$W_z = 1$	ledwo wyczuwalna
$W_z = 2$	dobra	$W_z = 2$	wyraźnie wyczuwalna
$W_z = 3$	dostateczna	$W_z = 2.5$	silnie odczuwalna, ale jeszcze nie przykra, do zniesienia
$W_z = 4$	dopuszczalna do eksploatacji	$W_z = 3$	silnie odczuwalna, niepokojna, jeszcze do zniesienia
$W_z = 4.5$	niedopuszczalna do eksploatacji	$W_z = 3.25$	silnie niepokojna
$W_z = 5$	niebezpieczna	$W_z = 3.5$	bardzo niepokojna, przykra, dokuczliwa, nie do wytrzymania jeśli trwa dłuższy czas
		$W_z = 4$	niezwykle przykra, szkodliwa, jeśli utrzymuje się przez dłuższy czas

Przy obliczeniach wartości wskaźnika W_z jako miernika komfortu jazdy posłużono się systemem do symulacji dynamiki układów materialnych MEDYNA v 8.0, który posiada standardową procedurę do wyznaczania wartości wskaźnika W_z wg. metody Sperlinga.

4. MODEL POJAZDU

4.1. ZAŁOŻENIA OGÓLNE

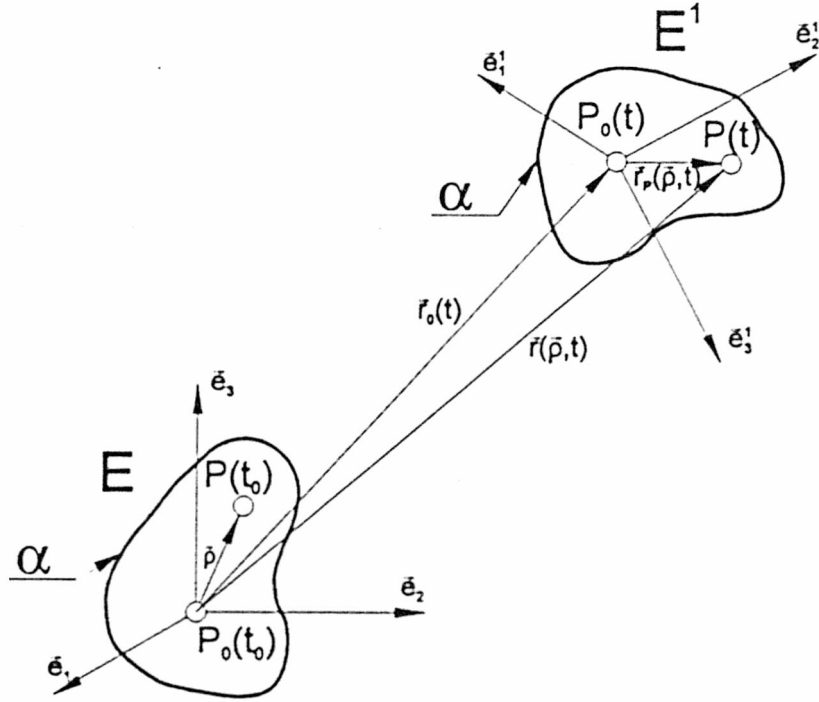
Jak wiadomo z mechaniki dowolne ciało sztywne poruszające się swobodnie w przestrzeni posiada sześć stopni swobody i do opisu jego położenia potrzeba sześciu niezależnych parametrów [43]. Niech wraz ze sztywnym ciałem α , którego ruchu nie ograniczają żadne więzy, porusza się, niezmiennie z nim związany, prostokątny układ współrzędnych E^α (rys 4.1) - nazywany dalej lokalnym układem współrzędnych - którego początek stanowi punkt P_0 . W chwili $t_0 = 0$ lokalny układ współrzędnych pokrywa się z układem nominalnym E_N^α - układem wyznaczającym położenie nominalne bryły α . Nominalny układ współrzędnych stanowi układ odniesienia, względem którego określane będzie położenie ciała α . Jeżeli po upływie czasu $\Delta t = t - t_0$ ciało α znajdzie się w nowym położeniu, które wyznaczone jest przez aktualne położenie lokalnego układu współrzędnych (rys 4.1), to niezależnymi parametrami określającymi położenie ciała w dowolnej chwili czasu t są trzy przemieszczenia (składowe wektora $\bar{\mathbf{r}}^\alpha(t)$) oraz trzy obroty (wyrażone za pomocą macierzy kosinusów kierunkowych $\mathbf{G}^\alpha(t)$, nazywanej również macierzą transformacji [34]) przedstawiające obrót lokalnego układu współrzędnych względem układu nominalnego [59].

W dowolnym, uogólnionym układzie odniesienia chwilowe położenie swobodnie poruszającego się sztywnego ciała α można opisać za pomocą uogólnionego wektora stanu $\bar{\mathbf{x}}_\alpha(t)$:

$$\bar{\mathbf{x}}_\alpha(t) = [x_{\alpha 1} \quad x_{\alpha 2} \quad x_{\alpha 3} \quad x_{\alpha 4} \quad x_{\alpha 5} \quad x_{\alpha 6}]^T, \quad (4.1)$$

którego składowymi są trzy przemieszczenia w kierunkach określonych przez osie uogólnionego układu współrzędnych oraz trzy obroty w płaszczyznach wyznaczonych przez osie układu. Jeżeli ruch ciała nie jest ruchem swobodnym, lecz jest wywołany przez działające

w układzie siły oraz jest to ruch naprzemienny i kinematycznie możliwy, to mamy do czynienia z układem drgającym [12].



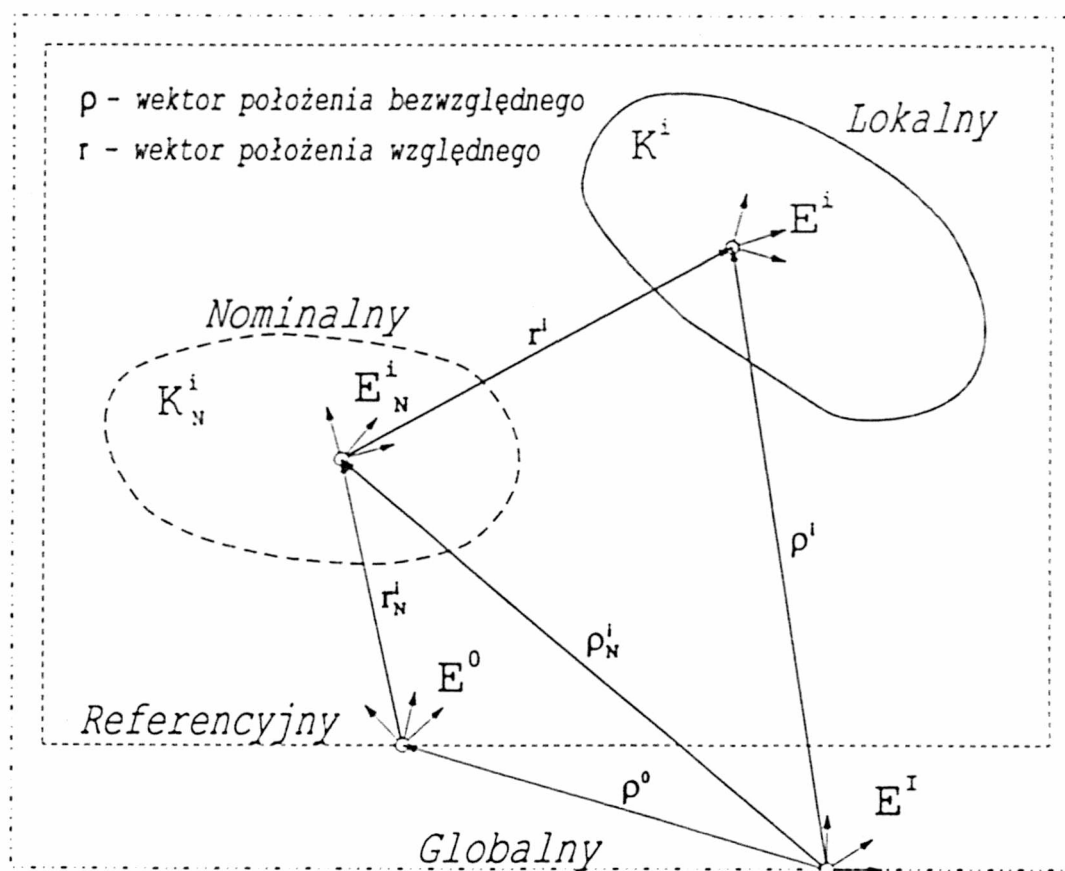
Rys. 4.1. Ciało sztywne poruszające się swobodnie w przestrzeni

Przyjmijmy, że analizowany jest system n połączonych ze sobą brył sztywnych, z którym związany jest układ odniesienia E^0 , nazwany referencyjnym układem współrzędnych. Względem tego układu odniesienia - za pomocą niezmiennych w czasie: wektora położenia $\bar{r}_N^a$ i macierzy transformacji G_N^a - określone jest położenie nominalne każdej z brył (położenie nominalnego układu współrzędnych E_N^a). Uogólniony wektor stanu (4.1), określający chwilowe położenie każdej z brył względem ich położenia nominalnego, po przetransformowaniu do referencyjnego układu współrzędnych, jest składnikiem globalnego wektora stanu, opisującego położenie całego systemu:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1^T & \bar{\mathbf{x}}_2^T & \dots & \bar{\mathbf{x}}_n^T \end{bmatrix}^T. \quad (4.2)$$

Liczba niezależnych współrzędnych globalnego wektora stanu niezbędnych do określenia położenia wszystkich materialnych elementów układu fizycznego w dowolnie wybranej chwili określa liczbę stopni swobody tego układu.

Referencyjny układ współrzędnych E^0 , a wraz z nim cały system n brył sztywnych połączonych ze sobą za pomocą elementów sprężystych i tłumiących, może poruszać się w przestrzeni, przy czym w ogólnym przypadku ruch ten może być wypadkową ruchu postępowego i obrotowego. Jeżeli ruch tego układu odbywa się po ściśle określonej trajektorii to mamy do czynienia z ruchem zadany [58,59] lub ruchem unoszenia [70]. Ruch unoszenia definiowany jest w globalnym układzie współrzędnych E^I - inercjalny, nieruchomo związany z torem układ odniesienia - który w chwili początkowej $t_0 = 0$ pokrywa się całkowicie z referencyjnym układem współrzędnych E^0 . Układ połączonych ze sobą brył może stanowić model pojazdu, a trajektoria ruchu - model drogi (toru), będącej dla pojazdu źródłem wymuszeń tak kinematycznych, jak i dynamicznych.



Rys 4.2. Układy współrzędnych dla opisu systemu połączonych brył sztywnych

Przyjmijmy, że model pojazdu jest układem dyskretnym, co przy wykorzystaniu podstawowych praw mechaniki niutonowskiej, oraz przy dodatkowych, wymaganych w tej

mechanice założeniach [4,5,12,34,53], pozwala na opisanie ruchu modelu za pomocą układu liniowych równań różniczkowych zwyczajnych. Jeżeli położenie ciała α , będącego częścią składową modelu, opisuje uogólniony wektor stanu $\bar{\mathbf{x}}_\alpha(t)$ - zgodny z definicją (4.1) - to ruch tego ciała względem jego nominalnego położenia opisuje równanie następujące [59]:

$$\mathbf{M}_\alpha(\bar{\mathbf{x}}_\alpha) \cdot \ddot{\bar{\mathbf{x}}}_\alpha(t) + \bar{\mathbf{q}}_\alpha(\bar{\mathbf{x}}_\alpha, \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\alpha) = \bar{\mathbf{p}}_\alpha(t), \quad (4.3)$$

w którym:

- $\mathbf{M}_\alpha$ - symetryczna macierz masowa ciała α (macierz inercji),
- $\bar{\mathbf{q}}_\alpha$ - uogólniony wektor sił wewnętrznych działających na ciało α ,
- $\bar{\mathbf{p}}_\alpha$ - uogólniony wektor sił zewnętrznych działających na ciało α .

Globalny ruch modelu pojazdu z uwzględnieniem ruchu unoszenia opisuje zależność:

$$\mathbf{M}(\bar{\mathbf{x}}) \cdot \ddot{\bar{\mathbf{x}}}(t) + \bar{\mathbf{q}}(\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}}) = \bar{\mathbf{p}}(\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}}, t), \quad (4.4)$$

gdzie:

- $\bar{\mathbf{x}}(t)$ - globalny wektor stanu, zdefiniowany zależnością (4.2),
- $\mathbf{M}(\bar{\mathbf{x}}) = \text{diag}\{\mathbf{M}_1 \quad \mathbf{M}_2 \quad \dots \quad \mathbf{M}_n\}$ - globalna macierz masowa układu,
- $\bar{\mathbf{q}}(\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}}) = [\bar{\mathbf{q}}_1^T \quad \bar{\mathbf{q}}_2^T \quad \dots \quad \bar{\mathbf{q}}_n^T]^T$ - globalny wektor sił wewnętrznych,
- $\bar{\mathbf{p}}(\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}}, t) = [\bar{\mathbf{p}}_1^T \quad \bar{\mathbf{p}}_2^T \quad \dots \quad \bar{\mathbf{p}}_n^T]^T$ - globalny wektor sił zewnętrznych.

Pod pojęciem siły wewnętrzne należy rozumieć obciążenia (siły i momenty) działające na elementy materialne układu, będące wynikiem względnego przemieszczenia końców elementów łączących oraz siły żyroskopowe. W ogólnym przypadku wektor sił zewnętrznych - siły, które oddziałują na elementy masowe spoza układu - może być zależny od globalnego wektora stanu i jego pochodnej po czasie.

4.2. MODEL ZAWIESZENIA POJAZDU

4.2.1. Model fizyczny

Z uwagi na znaczny stopień komplikacji konstrukcyjnej strukturę modelu fizycznego zawieszenia pojazdu zbudowano na przykładzie struktury typowego, pasażerskiego wagonu kolejowego. Na podstawie analizy różnych rozwiązań konstrukcyjnych [17,29,56,65] przyjęto, że takim typowym wagonem pasażerskim, przeznaczonym do jazdy z dużymi prędkościami (tzn. powyżej 120 km/h [18]), jest czteroosiowy pojazd wózkowy o dwustopniowym układzie zawieszenia, przedstawiony na rys. 4.3.

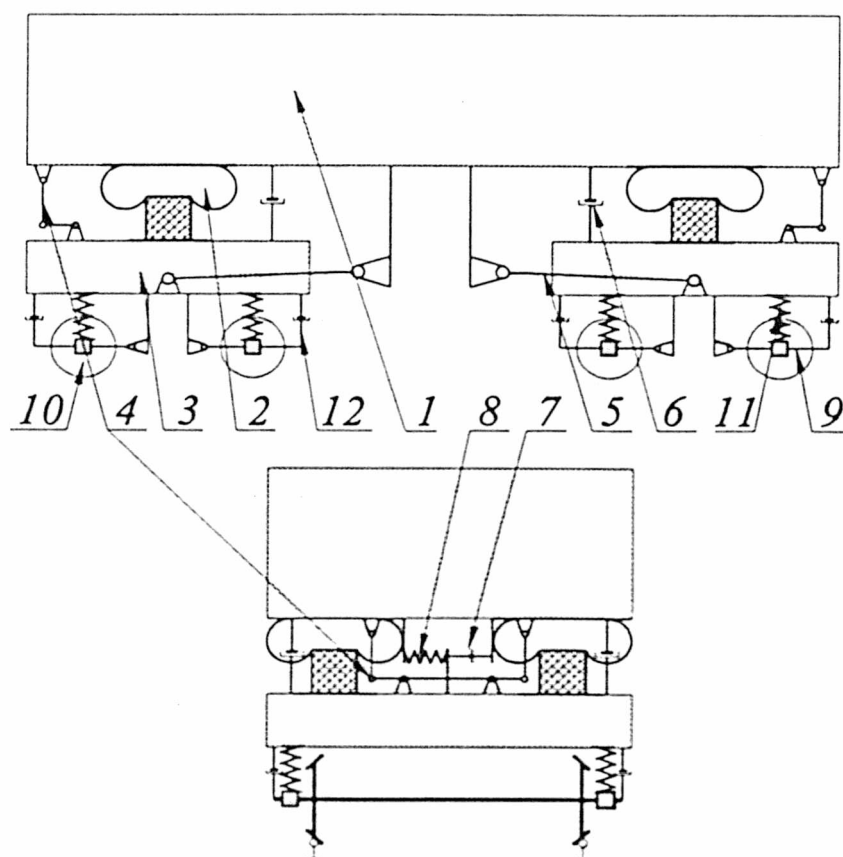
Nadwozie wagonu (1) (pudło zawierające przedziały pasażerskie, osadzone na masywnej ramie - ostoji) opiera się za pośrednictwem czterech sprężyn drugiego stopnia usprężynowania (2) (ze względu na swoje liczne zalety coraz częściej w tym miejscu stosowane są wielkogabarytowe sprężyny pneumatyczne) na dwóch wózkach jezdnych (3). Elementami dodatkowymi, wchodzącymi w skład układu zawieszenia na drugim stopniu usprężynowania, są:

- stabilizator kołysań nadwozia (4),
- prowadnik (5) - łącznik mocowany sprężysto do ramy wózka i przegubowo do nadwozia, którego zadaniem jest przenoszenie sił wzdłużnych (sił trakcyjnych) pomiędzy wózkiem i ostoją wagonu,
- pionowy (6) i poprzeczny (7) tłumik drgań,
- centrownik (8) - poprzeczny element sprężysty wspomagający sprężyny główne.

Względny obrót wózka i nadwozia może odbywać się dzięki temu, że sprężyny pneumatyczne mają możliwość dużych odkształceń poprzecznych (górne końce sprężyn są zamontowane bezpośrednio do nadwozia, a dolne do ramy wózka), w związku z czym między wózkiem i nadwoziem nie ma czopu skrętowego.

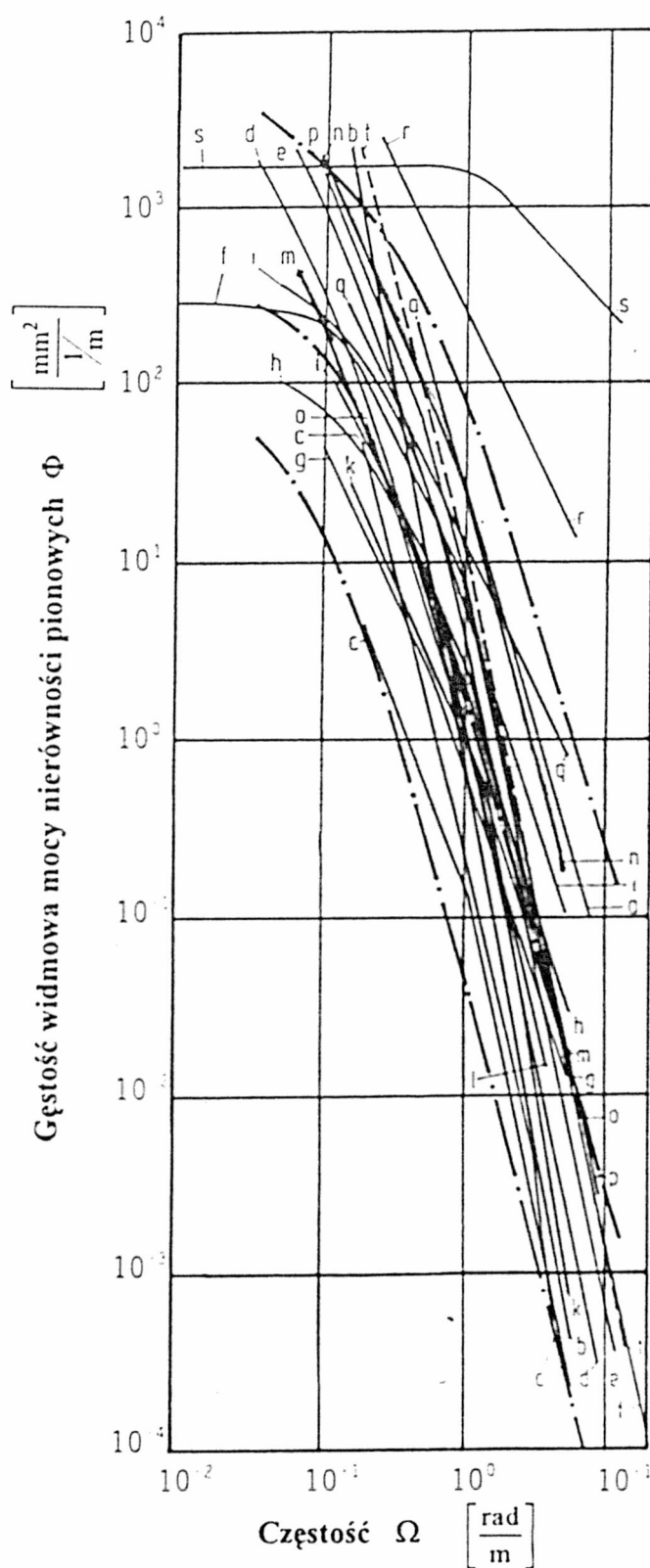
Prowadzenie zestawów kołowych (10) odbywa się za pośrednictwem wzdłużnych wahaczy (9), które z jednej strony są sztywno związane z małnicami zestawu, natomiast drugi koniec wahacza przymocowany jest przegubowo do ramy wózka (3). Gumowy przegub zapewnia sprężystość w kierunku wzdłużnym i poprzecznym, natomiast na kierunku

pionowym, pomiędzy maźnicą zestawu kołowego a ramą wózka, działa blok stalowych sprężyn śrubowych (11) i hydrauliczny tłumik drgań (12).



Rys. 4.3. Struktura modelu fizycznego zawieszenia wagonu kolejowego

Wagon wyposażony jest w typowe zestawy kołowe o średnicy toczonej 920 mm (profil S 1002) i porusza się po torze o tzw. normalnej szerokości (rozstaw toków szynowych wynosi 1435 mm). Przyjmowanym przez większość zarządów kolejowych standardem jest tor wykonany z szyn o profilu S60. Droga, po której porusza się wagon, może składa się z odcinków prostych, łuków o stałym promieniu krzywizny oraz odcinków o zmiennym promieniu krzywizny, tzw. krzywych przejściowych (na krzywej przejściowej następuje łagodne przejście toru prostego w łuk oraz stopniowe uniesienie zewnętrznej szyny, co powoduje że pojazd poruszający się w łuku jest pochylony do wewnątrz łuku). Tor jazdy, oprócz promienia krzywizny charakteryzują również nierówności szyn: pionowe i poprzeczne oraz zaburzenie ich równoległego ułożenia - tzw. wichrowatość toru. Ze względu na poziom nierówności występujących na torze, rzeczywiste odcinki torów klasyfikuje się jako tory o dobrym lub złym stanie utrzymania.



Rys. 4.4. Gęstość widmowa mocy nierówności pionowych torów [15]

a	DB	Hannover-Eichenberg	l	SNCF	Nancy-Paris
b	DB	Aachen-West	m	BR	dobry tor
c	DB	jedna szyna	n	BR	zły tor
d	RSVD	dobry tor	o	BR	Melton Junction-Edwalton
e	RSVD	zły tor	p	AAR	dobry tor, klasa 6
f	DR	dobry tor	q	AAR	dobry tor, klasa 6
g	SNCF	Les Aubrais-Vierzon	r	AAR	zły tor, klasa 3
h	SNCF	dobry tor	s	AAR	
i	SNCF	zły tor	t	ÖPNV	RBG Düsseldorf
j	SNCF				

Na rys. 4.4 zaprezentowano (w oparciu o pracę [15]) wyniki pomiarów nierówności pionowych różnych odcinków widmowych mocy $\Phi \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{l/m}} \right]$ w funkcji częstości Ω wyrażonej w $[\text{rad/m}]$. Linie oznaczone na wykresie literami "m" i "n" przedstawiają gęstości widmowe mocy nierówności pionowych toru, przyjmowane przez UIC jako wzorcowe dla toru o dobrym ("m") i złym ("n") stanie utrzymania.

4.2.2. Podstawowe założenia i uproszczenia

Dokładne odwzorowanie w modelu matematycznym wszystkich cech rzeczywistego pojazdu szynowego wiąże się z koniecznością rozwiązania szeregu skomplikowanych zagadnień teoretycznych, z których do najważniejszych należą:

- opis współpracy koła z szyną przy uwzględnieniu nieliniowej geometrii powierzchni styku, odkształcalności materiału w strefie styku oraz przemieszczania tej strefy w fazie ruchu,
- opis nieliniowych charakterystyk członów lepko-sprężystych, zawierających nielinowości np. typu histereza,
- opis charakterystyk członów aktywnych,
- opis sprężystych właściwości elementów pojazdu (np. nadwozia) przy uwzględnieniu ich skomplikowanej struktury konstrukcyjnej.

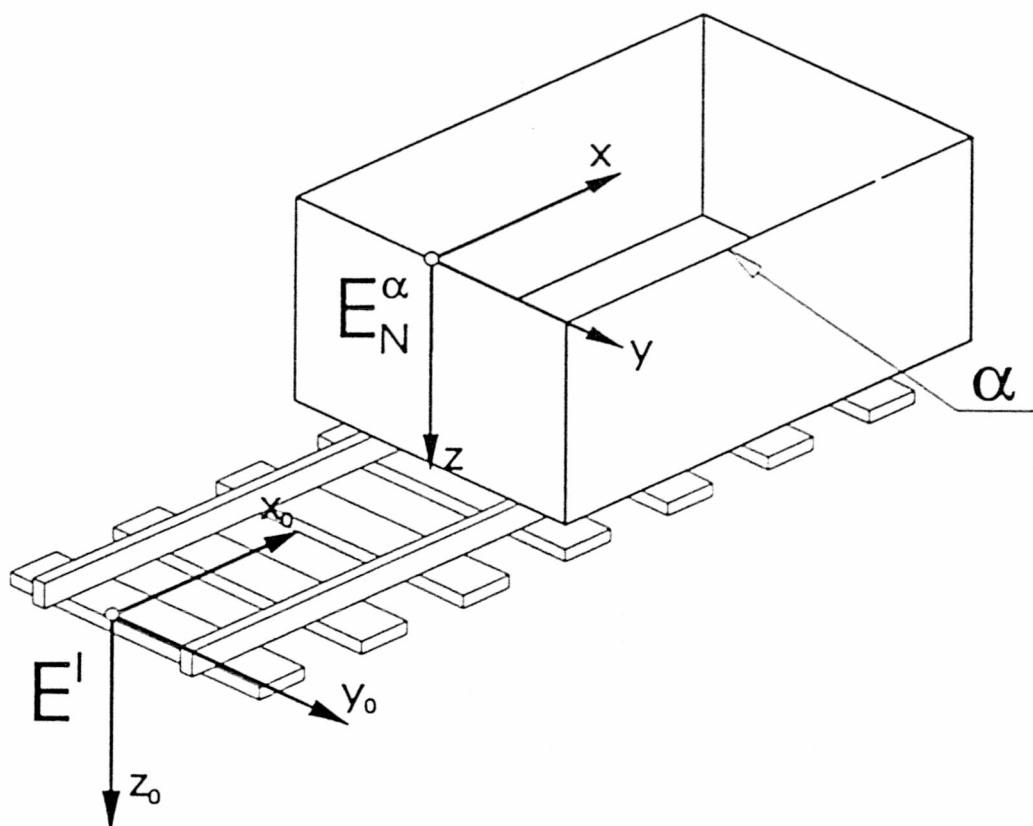
Zrealizowanie powyższych zadań jest możliwe np. dzięki zastosowaniu rozwiązań pomocniczych takich jak:

- podzielenie modelu na podstruktury opisane osobnymi modelami [64].
- wyróżnienie odkształcalnego nadwozia jako podstruktury, której własności dynamiczne określono wcześniej korzystając np. z MES [69],

nie da się jednak uniknąć pewnych ograniczeń i uproszczeń. Przy budowie modelu matematycznego pojazdu szynowego, który zaprezentowano w niniejszej pracy przyjęto następujące założenia i uproszczenia:

1. model pojazdu jest modelem dyskretnym,
2. w pojeździe wyróżniono sześć brył sztywnych (dwa wózki i cztery zestawy kołowe) oraz bryłę odkształcalną reprezentującą nadwozie pojazdu,

3. elementy podatne (sprężyny, tłumiki itd.), łączące wyróżnione bryły układu, są nieważkie,
4. charakterystyki elementów podatnych są w ogólnym przypadku liniowe,
5. wszystkie więzy występujące w układzie, za wyjątkiem styku koła z szyną, są holonomiczne i skleronomiczne,
6. istnieje symetria w rozkładzie mas i elementów podatnych względem płaszczyzn pionowych pojazdu: wzdłużnej i poprzecznej,
7. ruch unoszenia pojazdu odbywa się po idealnie sztywnym torze, natomiast zaburzenia ruchu podstawowego (drżania poszczególnych elementów pojazdu wokół swoich położenia nominalnych) są wynikiem wymuszeń kinematycznych (nierówności geometryczne toru) oraz dynamicznych (siły występujące na stykach kół z szyną),
8. wymuszenia kinematyczne stanowią proces losowy stacjonarny i są wynikiem nierówności pionowych i poziomych toków szynowych oraz wichrowatości toru,
9. oś X globalnego układu współrzędnych pokrywa się z osią toru [34] i wyznacza kierunek jazdy, pozostałe osie zorientowane są zgodnie ze schematem zamieszczonym na rys. 4.5,



Rys. 4.5. Orientacja globalnego i nominalnych układów współrzędnych

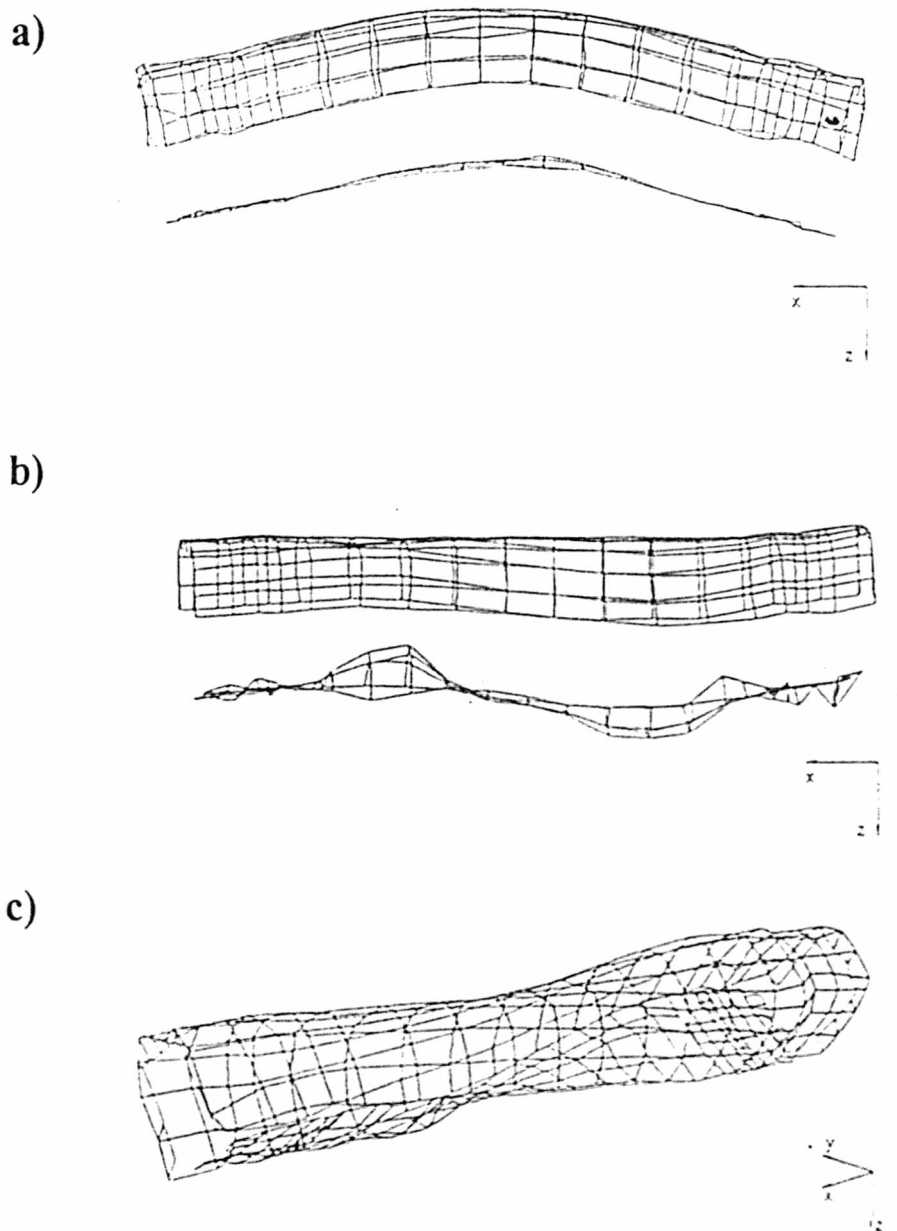
4.2.3. Model podatnego nadwozia wagonu kolejowego

Jak wspomniano we wstępie do niniejszej pracy traktowanie poszczególnych elementów pojazdu - w tym również nadwozia - jako nieodkształcalnej bryły może być powodem błędnej oceny zachowania się pojazdu. Obliczenia modelowe oraz pomiary częstotliwości drgań własnych konstrukcji rzeczywistego wagonu kolejowego [69] wykazały, że nadwozie wagonu drga z takimi częstotliwościami (tabela 4.1), które mogą mieć duży wpływ na zachowanie się pojazdu w torze, a w szczególności na komfort jazdy. W tabeli 4.1 zaprezentowano wyniki pomiarów częstotliwości drgań własnych wagonu typu 291.3 kolei niemieckich DB, natomiast na rys 4.6 pokazano w formie graficznej wyniki pomiarów wybranych postaci drgań nadwozia tego wagonu [69].

Tabela 4.1

Wyniki pomiarów częstotliwości drgań własnych
wagonu typu 291.3 kolei DB [69]

Numer postaci drgań	Kierunek i postać drgań	Częstotliwość [Hz]	Współczynnik tłumienia
1		1.37	0.03734
2	I-sza postać drgań giętnych nadwozia w kierunku pionowym	7.86	0.00314
3		8.76	0.99500
4		9.67	0.01845
5		10.28	0.00334
6	I-sza postać drgań skrętnych nadwozia wokół osi wzdłużnej	11.88	0.00552
7	II-ga postać drgań giętnych nadwozia w kierunku pionowym (drgania podłogi)	12.82	0.00415
8		14.23	0.08066
9	I-sza postać drgań giętnych nadwozia w kierunku poprzecznym	15.48	0.00340
10	III-cia postać drgań giętnych nadwozia w kierunku pionowym (drgania podłogi)	15.93	0.00749
11		16.94	0.00826



Rys. 4.6. Wybrane postaci drgań własnych nadwozia wagonu typu 291.3 kolei DB [69]:

- a) I-sza postać drgań pionowych - zginanie nadwozia,
- b) II-ga postać drgań pionowych - zginanie podłogi,
- c) I-sza postać drgań skrętnych wokół osi X

Jak wspomniano w rozdziale 4.2.2 jednym ze sposobów uwzględnienia w modelu pojazdu podatności nadwozia jest wyodrębnienie go jako podstruktury opisanej osobnym modelem. Model nadwozia może być zbudowany np. w oparciu o MES [38,57,69], jednak w takiej sytuacji otrzymuje się model bardzo rozbudowany, który jest powodem znacznych

trudności interpretacyjnych oraz kłopotów z identyfikacją dużej liczby parametrów modelu. Model taki jest dobrym narzędziem do analizy wytrzymałościowej konstrukcji, przestaje być jednak dobrym narzędziem do analizy dynamiki pojazdu. Kompromisem pomiędzy sytuacją w której chcemy mieć do czynienia w dalszym ciągu z łatwym do analizowania modelem o niewielkiej liczbie stopni i jednocześnie modelem uwzględniającym odkształcalność poszczególnych elementów konstrukcji pojazdu jest model, w którym podstruktury przedstawiające elementy podatne zbudowane są na bazie prostych modeli dyskretnych.

Specyfiką wagonu kolejowego jest to, iż sztywność skrętna i giętą konstrukcji wózka jest kilkukrotnie większa niż sztywność konstrukcji nadwozia [17,56]. Dążąc więc do minimalizacji ilości stopni swobody całego układu przyjęto, że jedynie nadwozie wagonu będzie bryłą odkształcalną, natomiast wózki oraz zestawy kołowe będą traktowane jako bryły idealnie sztywne. Aby elastyczne nadwozie wagonu można było zamodelować za pomocą prostego modelu dyskretnego należy przyjąć następujące założenia upraszczające, które pozwolą na potraktowanie nadwozia jako jednorodnej belki:

- rzeczywiste nadwozie wagonu jest jednorodną bryłą, o równomiernym rozkładzie masy na całej długości oraz w płaszczyźnie poprzecznej,
- w każdym punkcie nadwozia konstrukcja posiada taką samą sztywność,
- środek masy znajduje się idealnie w środku geometrycznym nadwozia.

Wyniki pomiarów zamieszczone w tabeli 4.1 wskazują, że w przypadku rzeczywistej konstrukcji wagonu znaczną rolę odgrywają drgania samej podłogi, które jedynie dla pierwszej postaci drgań pionowych pokrywają się z drganiami całego pudła wagonu (rys. 4.6 a). W przypadku drugiej (rys. 4.6 c) i trzeciej postaci drgań w kierunku pionowym drganiom podłogi towarzyszą jedynie minimalne odkształcenia całej konstrukcji nadwozia. W związku z powyższym przybliżenie nadwozia wagonu za pomocą jednorodnej belki jest uproszczeniem, które pozwoli na zamodelowanie drgań całego nadwozia jednak bez możliwości uwzględnienia drgań samej podłogi wagonu. Niemniej jednak potraktowanie nadwozia wagonu jako jednorodnej belki umożliwi proste przejście z modelu belkowego na model dyskretny.

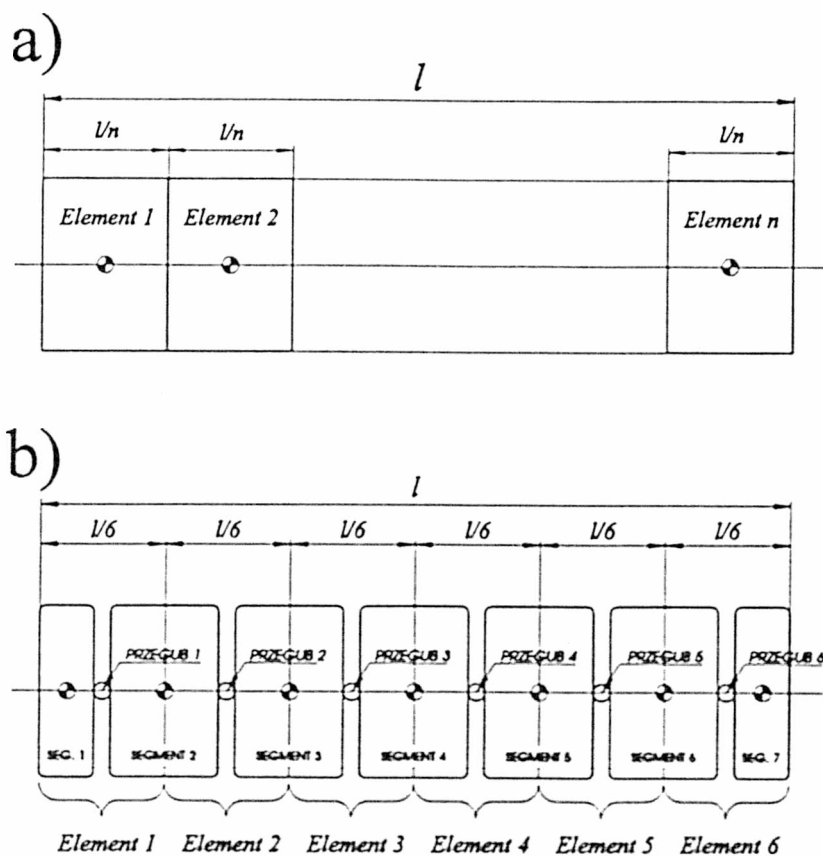
Wzorując się na metodzie sztywnych elementów skończonych [38,39], nadwozie wagonu, traktowane jako jednorodna belka, można myślowo podzielić na szereg jednakowych elementów w taki sposób, że własności sprężysto-tłumiące konstrukcji, rozłożone do tej pory w sposób ciągły na całej długości nadwozia, zostają skupione w punktach wyznaczonych przez środek ciężkości każdego elementu (rys. 4.7a), pomiędzy którymi znajdują

się jednorodne, idealnie sztywne segmenty nadwozia. Z analizy danych literaturowych [3,39] wynika, że dokładność odwzorowania częstotliwości drgań własnych elementu belkowego za pomocą modelu dyskretnego silnie zależy od gęstości podziału belki na elementy sprężyste, przy czym dla zamodelowania trzech pierwszych postaci drgań własnych belki swobodnie podpartej z błędem nie przekraczającym 2% wystarcza już podział na 6 elementów sprężystych. Mając na uwadze fakt, iż w przypadku modelu nadwozia wagonu odwzorowywane będą tylko częstotliwości drgań całego nadwozia za wystarczający do dalszej analizy przyjęto podział nadwozia na 6 elementów, co pokazano na rys. 4.7b.

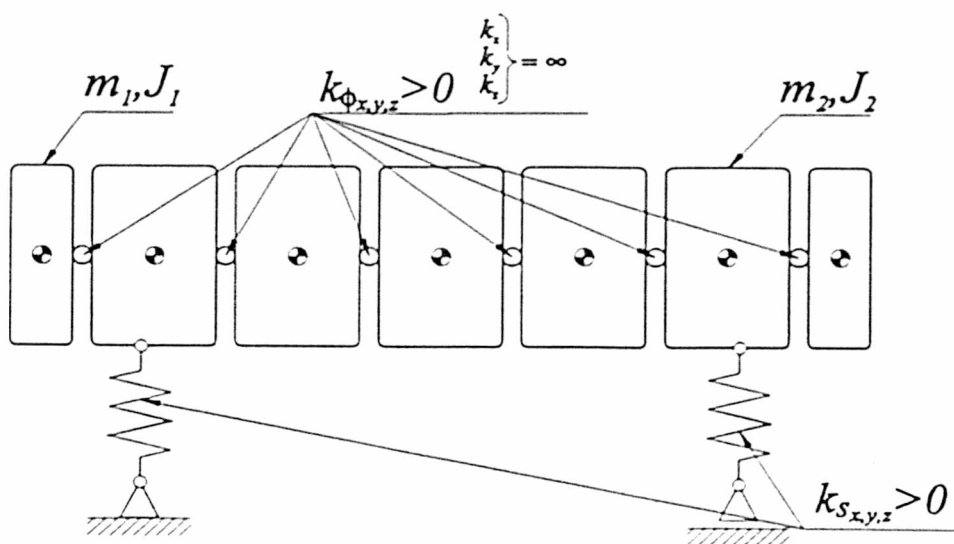
W wyniku takiego podziału w modelu nadwozia zostało wyodrębnionych 7 sztywnych segmentów, połączonych ze sobą za pomocą sprężystych przegubów, przy czym segmenty środkowe (segmenty o numerach od 2 do 6) są dwukrotnie większe (tzn. mają dwukrotnie większą długość i masę) niż segmenty skrajne. Momenty bezwładności wszystkich segmentów względem ich układów nominalnych zostały dobrane tak, aby sumaryczne momenty bezwładności względem nominalnego układu współrzędnych modelu nadwozia odpowiadały wartościom rzeczywistym.

Z porównania zamieszczonych w tabeli 4.1 wartości współczynnika tłumienia dla poszczególnych postaci drgań stwierdzono, że tłumienie w samej konstrukcji nadwozia jest wielokrotnie mniejsze niż tłumienie na I i II stopniu zawieszenia (poz. 1 i 3 w tab.4.1), w związku z czym w dalszych rozważaniach przyjęto że w elementach łączących sztywne segmenty nadwozia nie będzie występowało tłumienie. Ponadto przyjęto, że przeguby łączące segmenty nadwozia są idealnie sztywne ze względu na odkształcenia translacyjne, czyli że $k_x, k_y, k_z \approx \infty$.

Podstawowym kryterium, którym kierowano się przy doborze parametrów elementów sprężystych łączących sztywne segmenty modelu nadwozia, była zgodność częstotliwości drgań własnych przyjętego modelu z częstotliwościami drgań własnych rzeczywistego wagonu. Przy doborze wartości współczynników sprężystości elementów łączących sztywne segmenty nadwozia posłużono się modelem przedstawionym na rys 4.8, dla którego metodą kolejnych przybliżeń tak dobrano współczynniki sprężystości, aby wartości częstotliwości pierwszych postaci drgań własnych modelu nadwozia w każdym z kierunków (tzn. zginania w płaszczyźnie wzdłużnej pionowej i poziomej oraz skręcania w płaszczyźnie poprzecznej) były identyczne z wartościami zmierzonymi na rzeczywistym wagonie. Otrzymano następujące wartości sztywności kątowych przegubów:



Rys. 4.7. Schemat podziału nadwozia-belki na sprężyste elementy:
a) ogólny podział belki na elementy,
b) podział nadwozia na 6 elementów (7 segmentów)



Rys. 4.8. Dyskretny model nadwozia wagonu

$$k_{\varphi_x} = 6,63 \cdot 10^6 \text{ [Nm]}$$

$$k_{\varphi_y} = 6,54 \cdot 10^8 \text{ [Nm]}$$

$$k_{\varphi_z} = 2,56 \cdot 10^9 \text{ [Nm]}$$

Sztywności elementów sprężystych stanowiących podpory dla nadwozia są równe sztywnościom sprężyn znajdujących się na drugim stopniu zawieszenia rzeczywistego wagonu. Wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych przyjętego modelu nadwozia dla wyznaczonych parametrów sztywności przegubów przedstawiono w tabeli 4.2.

Tabela 4.2

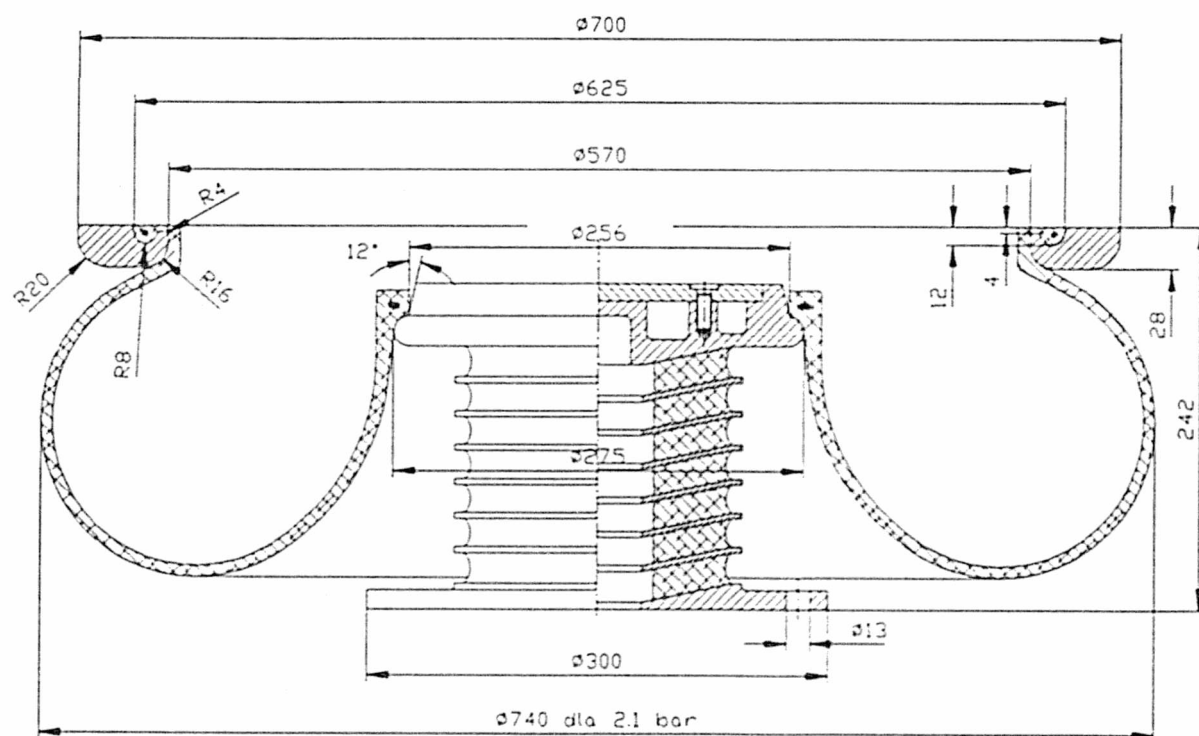
Wyniki obliczeń częstotliwości podstawowych postaci drgań własnych dyskretnego modelu nadwozia dla zginania i skręcania

Nr postaci drgań	Postać drgań	Częstotliwość [Hz]
1	drgania poprzeczne	0.77
2	obracanie wokół osi pionowej	1.02
3	drgania pionowe	1.24
4	obracanie wokół osi poziomej poprzecznej	1.49
5	drgania wzdłużne	3.17
6	obracanie wokół osi poziomej wzdłużnej	6.76
7	I-sza postać zginania w płaszczyźnie pionowej	7.86
8	I-sza postać skręcania względem osi wzdłużnej	11.88
9	I-sza postać zginania w płaszczyźnie poziomej	15.48
10	II-ga postać skręcania względem osi wzdłużnej	16.42
11	II-ga postać zginania w płaszczyźnie pionowej	20.16
12	III-cia postać skręcania względem osi wzdłużnej	21.85

Postaci o numerach od 1 do 6 dotyczą drgań całej bryły nadwozia, w trakcie których nie występuje odkształcanie konstrukcji lub odkształcenie to jest pomijalnie małe, natomiast pozostałe zamieszczone w powyższej tabeli wartości dotyczą drgań, przy których następuje zginanie lub skręcanie nadwozia.

4.2.4. Model sprężyny pneumatycznej

Podstawowym elementem sprężystym na drugim stopniu zawieszenia analizowanego pojazdu są wielkogabarytowe sprężyny pneumatyczne ze swobodną powłoką. Schemat przykładowej sprężyny typu 1Ao116 produkowanej przez firmę PHOENIX pokazano na rys. 4.9..



Rys. 4.9. Sprężyna pneumatyczna typu 1Ao116 firmy PHOENIX

Elastyczna powłoka takiej sprężyny mocowana jest do tarczy górnej i dolnej tylko na krawędziach i tworzy jedną fałdę o dużym promieniu. Taki sposób mocowania powłoki oraz stosunkowo duża średnica sprężyny umożliwiają znaczne przemieszczenia poprzeczne tarczy górnej względem mocowania dolnego. W przypadku zawieszenia wagonu kolejowego jest to istotna zaleta, poza tym zastosowanie sprężyn pneumatycznych ze swobodną powłoką spowodowało znaczne uproszczenie konstrukcji drugiego stopnia układu zawieszenia wagonu

Typowa sprężyna pneumatyczna jest obiektem o złożonej strukturze. Zazwyczaj składa się z komory elastycznej (sprężyny właściwej, która w trakcie pracy zmienia swoją objętość), objętości dodatkowej (najczęściej stalowy zbiornik o stałej objętości) oraz stosu gumowego stanowiącego sprężynę awaryjną. Pomiedzy sprężyną właściwą a zbiornikiem dodatkowym następuje przepływ powietrza, a odpowiednie dławienie tego przepływu wywołuje efekt tłumienia drgań [22,23]. Przez zmianę wielkości objętości dodatkowej można w znacznym stopniu kształtować charakterystykę sprężyny pneumatycznej [26,46]. Oprócz zbiornika dodatkowego wpływ na charakterystykę sprężyny pneumatycznej mają również ciśnienie początkowe zgromadzonego w niej gazu i wysokość statyczna sprężyny [1], a także - przede wszystkim w kierunku poprzecznym - stopień odkształcenia powłoki sprężyny.

W literaturze oraz w materiałach udostępnianych przez producentów sprężyn pneumatycznych można znaleźć wyniki pomiarów charakterystyk pionowych sprężyn (siły pionowej P_z) w funkcji trzech parametrów:

- p_0 - ciśnienia początkowego powietrza w sprężynie,
- V_d - wielkości zbiornika dodatkowego,
- Δz - ugięcia pionowego sprężyny,

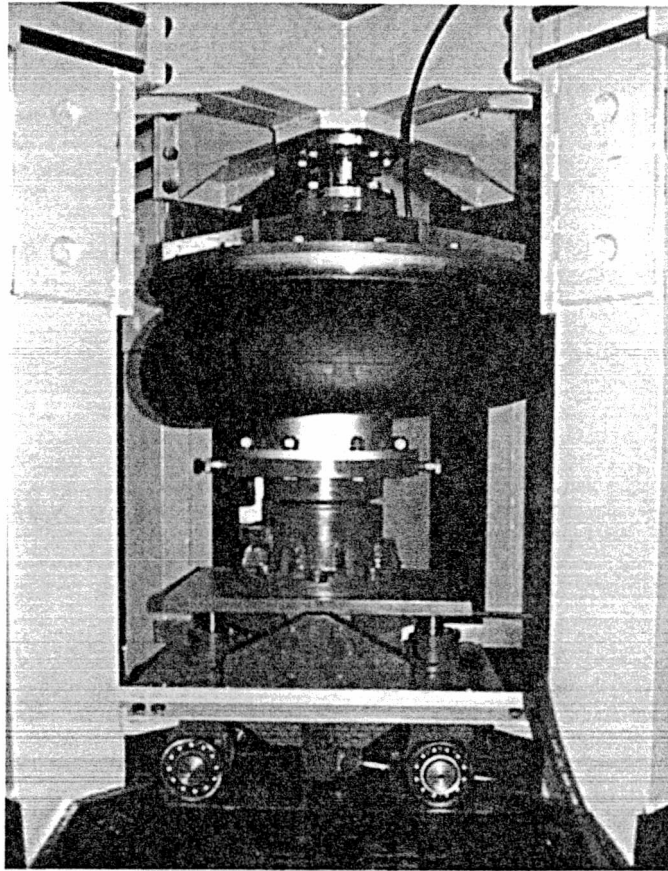
$$P_z = f(p_0, V_d, \Delta z).$$

Nieliczne pozycje zawierają również dane z pomiarów siły poprzecznej P_y w funkcji:

- p_0 - ciśnienia początkowego powietrza w sprężynie,
- V_d - wielkości zbiornika dodatkowego,
- Δy - ugięcia pionowego sprężyny,

$$P_y = f(p_0, V_d, \Delta y).$$

W dostępnej literaturze nie ma natomiast żadnych informacji na temat charakterystyk momentu zginającego M_y (moment względem osi Y) czy momentu skręcającego M_z (moment względem osi Z) sprężynę, nie ma również informacji o wpływie odkształceń w kierunkach innych niż kierunek pomiaru charakterystyki. W celu uzyskania pełniejszych informacji o charakterystykach sprężyn pneumatycznych zbudowane zostało stanowisko pomiarowe do pomiaru charakterystyk kierunkowych w funkcji wielu parametrów. Widok i schemat stanowiska przedstawia rys. 4.10.



Rys. 4.10. Widok stanowiska do pomiarów charakterystyk kierunkowych wielkogabarytowych sprężyn pneumatycznych ze swobodną powłoką

Stanowisko umożliwiło pomiar charakterystyk we wszystkich kierunkach w funkcji wszystkich możliwych odkształceń sprężyny oraz ciśnienia początkowego w sprężynie i początkowej wysokości sprężyny:

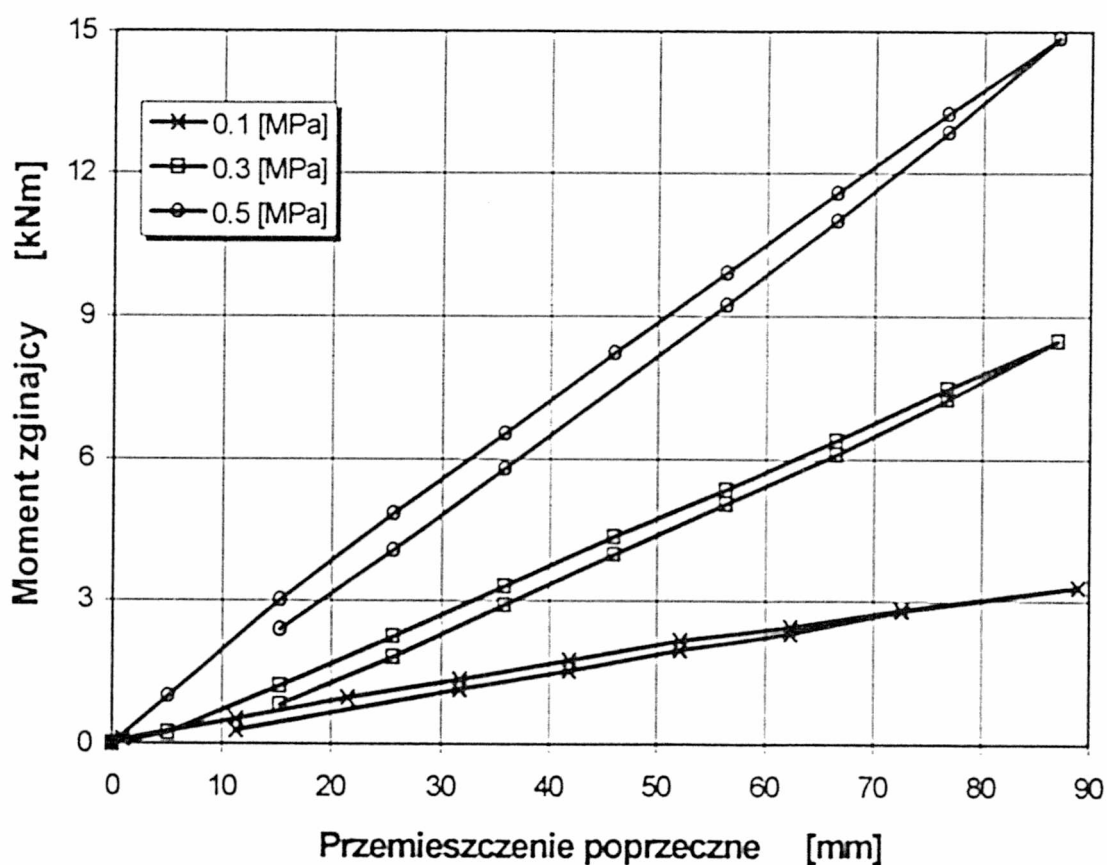
$$P_{(x,y,z)} = f(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, p_0, h_0),$$

$$M_{(x,y,z)} = f(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, p_0, h_0),$$

gdzie:

- $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ - przemieszczenia translacyjne tarczy górnej względem dolnego mocowania sprężyny,
- $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ - przemieszczenia kątowe tarczy górnej względem dolnego mocowania sprężyny.

Pomiary przeprowadzono dla trzech sprężyn z typoszeregu 1Ao (1Ao116, 1Ao103 i 1Ao90) wyprodukowanych przez firmę PHOENIX. Sprawozdanie z pomiarów zawierające komplet wyników zostało zamieszczone w pracy [1]. Na rys. 4.11 zaprezentowano przykładowy wynik pomiaru momentu zginającego w funkcji odkształcenia poprzecznego sprężyny typu 1Ao116 dla trzech wartości ciśnienia początkowego w sprężynie (0.1, 0.3 i 0.5 MPa) oraz dla wysokości statycznej sprężyny wynoszącej 42 mm przy zerowym (0°) kącie skręcenia tarcz mocujących.



Rys. 4.11. Charakterystyki momentu zginającego sprężyny w funkcji przemieszczenia poprzecznego tarcz mocujących

Po analizie wyników pomiarów oraz porównaniu ich z ogólną definicją macierzy sztywności elementu gumowego [38] przyjęto, że macierz sztywności sprężyny pneumatycznej ze swobodną powłoką, którą w można ogólności przedstawić jako pochodną cząstkową wektora obciążeń względem wektora odkształceń [24]:

$$C(h_0, p_0) = \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{p}}}{\partial \bar{\mathbf{x}}^T} \right], \quad (4.5)$$

gdzie:

- $\bar{\mathbf{p}}^T = [P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z]$ - wektor obciążeń,
- $\bar{\mathbf{x}}^T = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z]$ - wektor odkształceń elementu sprężystego,
- h_0 - statyczna wysokość sprężyny,
- p_0 - ciśnienie początkowe w sprężynie,

przyjmie - dla ustalonych wartości p_0 i $h_0 = const.$ - następującą postać:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_3 & & & & & k_4 \\ & k_3 & & -k_4 & & \\ & & k_1 & & & \\ & -k_4 & & k_5 & & \\ k_4 & & & & k_5 & \\ & & & & & k_2 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

W niewypełnionych polach macierzy (4.6) znajdują się współczynniki o zerowej wartości.

Pojawienie się w charakterystykach sił i momentów histerezy wskazuje na występowanie w sprężynie tłumienia wewnętrznego, które jest wynikiem tarcia powłoki o brzegi tarcz mocujących, jak również spowodowane jest tarciem pomiędzy poliamidowymi włóknami zbrojenia i materiałem powłoki. Przyjęto, że postać macierzy tłumienia wewnętrznego w sprężynie jest identyczna z postacią macierzy sztywności (4.6), i że tłumienie to ma charakter tłumienia wiskotycznego:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_3 & & & & & b_4 \\ & b_3 & & -b_4 & & \\ & & b_1 & & & \\ & -b_4 & & b_5 & & \\ b_4 & & & & b_5 & \\ & & & & & b_2 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

przy czym wartości poszczególnych składników macierzy tłumienia wyznaczono na podstawie pomiarów wielkości histerezy.

Wobec powyższego równanie opisujące charakterystykę wielkogabarytowej sprężyny pneumatycznej ze swobodną powłoką przedstawia się następująco:

$$\bar{\mathbf{p}} = \mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \cdot \dot{\bar{\mathbf{x}}}, \quad (4.8)$$

gdzie:

- $\bar{\mathbf{p}}$ - wektor obciążeń,
- $\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}}$ - wektor przemieszczeń względnych (liniowych i kątowych) górnego i dolnego końca sprężyny oraz jego pochodna po czasie (wektor prędkości),
- $\mathbf{k}$ - macierz sztywności sprężyny,
- $\mathbf{b}$ - macierz tłumienia wewnętrznego w sprężynie.

4.2.5. Model zawieszenia wagonu

Do zbudowania przestrzennego modelu matematycznego wagonu z uwzględnieniem elastyczności nadwozia został wykorzystany system do analizy dynamiki układów materialnych MEDYNA, który dzięki temu, iż zawiera specjalny moduł opisujący układ dynamiczny koło-szyna przeznaczony jest szczególnie do badań dynamiki pojazdów szynowych. Jedną z głównych zalet programu jest automatyczne generowanie równań ruchu modelowanego obiektu w oparciu o uogólnione równania Newtona-Eulera, zasadę d’Alamberta oraz zasadę mocy przygotowanych [60], a ponadto program umożliwia wykonanie następujących obliczeń i analiz:

- wartości własnych i wektorów własnych,
- funkcji przenoszenia,
- macierzy kowariancji,
- gęstości widmowej mocy sygnału wyjściowego,
- przebiegów czasowych i ich analizy częstotliwościowej,
- cykli granicznych.

Moduł opisujący substrukturę „zestaw kołowy - tor”, w którym opis zjawisk kontaktowych na styku koła i szyny o określonych - również standardowych - profilach realizowany jest wg. następujących opcji:

- wg. Kalkera metodą przybliżoną,

- wg. Kalkera metodą iteracyjną,
- wg. Vermuelena-Johnsona metodą przybliżoną,

umożliwia wyznaczenie dla każdego z kół następujących wielkości:

- przemieszczeń zestawu kołowego względem toru i położenia punktów styku,
- sił normalnych na styku,
- sił tarcia wzdłużnego i poprzecznego oraz momentu tarcia wiertnego,
- poślizgów suwnych i wiertnych,
- mocy tarcia.

System MEDYNA pozwala na budowę złożonych i szczegółowych modeli pojazdów oraz usprawnia analizę ich zachowania się w czasie ruchu po nierównym torze (również zakrzywionym) m.in. dzięki procedurom do wyznaczania w dowolnym punkcie pojazdu następujących wskaźników ocenowych:

- wskaźnik spokojności biegu wg. ORE 116 RP8,
- liczba komfortu dla pojazdu wg. VDI 2557,
- wartość skuteczna przyspieszeń wg. ISO 2631 Nr5.

Po uwzględnieniu w modelu wagonu substruktury opisującej elastyczne nadwozie (rozdz. 4.2.3) model zawieszenia wagonu kolejowego stanowić będzie układ trzynastu idealnie sztywnych brył (tabela 4.3),

Tabela 4.3

Zestawienie ciał materialnych tworzących model zawieszenia wagonu

Numer ciała	Nazwa ciała
1	Zestaw kołowy I
2	Zestaw kołowy II
3	Zestaw kołowy III
4	Zestaw kołowy IV
5	Wózek I
6	Wózek II
7	Nadwozie - segment I
8	Nadwozie - segment II
9	Nadwozie - segment III
10	Nadwozie - segment IV
11	Nadwozie - segment V
12	Nadwozie - segment VI
13	Nadwozie - segment VII

połączonych ze sobą za pomocą elementów sprężystych i tłumiących. Struktura geometryczna modelu została pokazana na rys. 4.12, na którym zaznaczono również w schematycznej postaci elementy łączące ze sobą poszczególne człony masowe.

Każde z trzynastu ciał tworzących model posiada 6 stopni swobody, w związku z czym położenie całego układu określa wektor składający się z 78 niezależnych współrzędnych stanu. Zgodnie z założeniami model pojazdu porusza się po torze prostym ze stałą prędkością (prędkość unoszenia), a z ruchem tym związany jest również ruch wirowy zestawów kołowych toczących się bez poślizgu po szynach. Wirowanie zestawów kołowych odbywa się ze stałą prędkością, proporcjonalną do prędkości ruchu postępowego, a jego efektem jest występowanie w układzie sił i momentów żyroskopowych. Oś obrotu zestawu kołowego jest oś Y nominalnego układu współrzędnych.

Oprócz elementów materialnych w modelu znajduje się również 46 nieważkich elementów łączących, z czego 38 to elementy sprężyste i sprężysto-tłumiące (równoległe połączenie elementu sprężystego i tłumiącego), które wiążą ze sobą poszczególne bryły wchodzące w skład modelu, oraz 8 łączników, reprezentujących styk koła z szyną, realizujące połączenie modelu pojazdu z torem. Wszystkie występujące w modelu łączniki można podzielić na: jednokierunkowe i przestrzenne, przy czym jednokierunkowe mogą być ściśnięte (rozciągane) lub skręcane.

Łączniki jednokierunkowe (sprężyste i tłumiące) działają tylko w jednym z wybranych kierunków (np. tylko wzdłuż osi X lub tylko wokół osi Y) i posiadają charakterystykę o postaci:

$$p_{\beta} = k_{\beta} \cdot (x_{P'} - x_{P'}) \quad \text{lub} \quad p_{\beta} = b_{\beta} \cdot (\dot{x}_{P'} - \dot{x}_{P'}), \quad (4.9)$$

gdzie:

- p_{β} - siła lub moment przyłożone w punktach węzłowych łącznika β ,
- $x_{P'}, x_{P'}$ - składowe wektora położenia lub prędkości (liniowe lub kątowe) punktów węzłowych P' i P' łącznika β ,
- k_{β} - współczynnik sztywności łącznika β ,
- b_{β} - współczynnik tłumienia łącznika β .

W analizowanym modelu pojazdu łącznikami jednokierunkowymi są:

- na I stopniu usprężynowania:

- sprężysty element wzdłużny (oś X) - sztywność poprzeczna sprężyny I stopnia i sztywność w kierunku wzdłużnym elastycznego przegubu wahacza,
 - sprężysty element poprzeczny (oś Y) - sztywność poprzeczna sprężyny I stopnia i sztywność w kierunku poprzecznym elastycznego przegubu wahacza,
 - sprężysto-tłumiący element pionowy (oś Z) - sztywność pionowa sprężyny I stopnia i współczynnik tłumienia tłumika hydraulicznego,
- na II stopniu usprężynowania:
- sprężysty element rotacyjny (obrot względem osi X) tzn. stabilizator kołysań nadwozia.

Sprężysto-tłumiące łączniki przestrzenne reagują zarówno na odkształcenia translacyjne, jak i rotacyjne, a ich charakterystyka przestrzenna ma następującą postać:

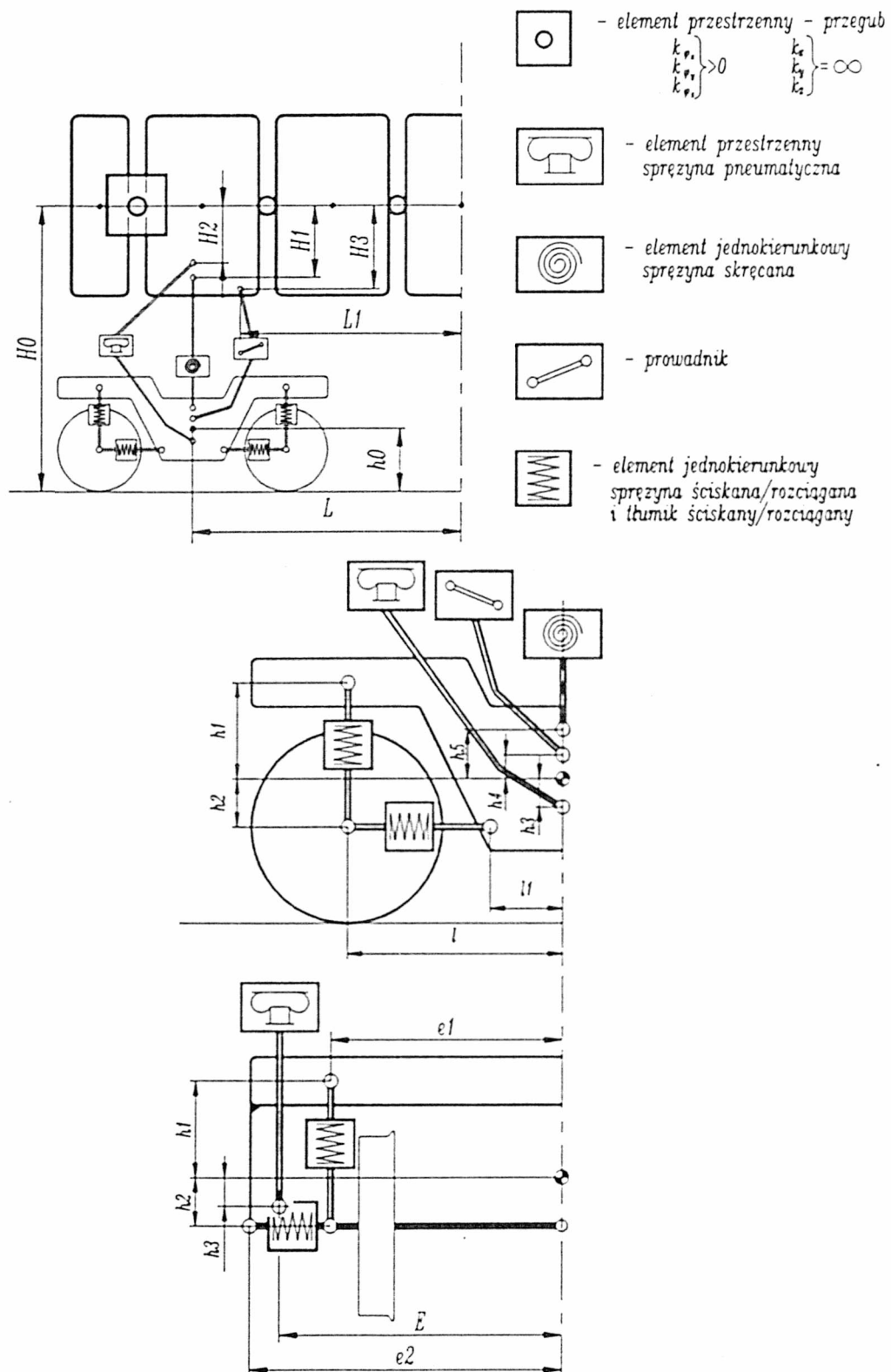
$$\bar{\mathbf{p}}_{\beta} = \mathbf{k}_{\beta} \cdot \begin{bmatrix} x_{P'} - x_{P''} \\ y_{P'} - y_{P''} \\ z_{P'} - z_{P''} \\ \varphi_{P'}^x - \varphi_{P''}^x \\ \varphi_{P'}^y - \varphi_{P''}^y \\ \varphi_{P'}^z - \varphi_{P''}^z \end{bmatrix} + \mathbf{b}_{\beta} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_{P'} - \dot{x}_{P''} \\ \dot{y}_{P'} - \dot{y}_{P''} \\ \dot{z}_{P'} - \dot{z}_{P''} \\ \dot{\varphi}_{P'}^x - \dot{\varphi}_{P''}^x \\ \dot{\varphi}_{P'}^y - \dot{\varphi}_{P''}^y \\ \dot{\varphi}_{P'}^z - \dot{\varphi}_{P''}^z \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

gdzie:

- $\bar{\mathbf{p}}_{\beta}$ - wektor sił i momentów przykładany do punktów węzłowych łącznika β ,
- $\mathbf{k}_{\beta}$ - diagonalna macierz 6×6 sztywności (translacyjnych i rotacyjnych) łącznika β ,
- $\mathbf{b}_{\beta}$ - diagonalna macierz 6×6 współczynników tłumienia (translacyjnych i rotacyjnych) łącznika β ,
- $\begin{matrix} x, & y, & z \\ \varphi^x & \varphi^y & \varphi^z \end{matrix}$ - składowe wektorów położenia punktów węzłowych łącznika β ,
- $\begin{matrix} \dot{x}, & \dot{y}, & \dot{z} \\ \dot{\varphi}^x & \dot{\varphi}^y & \dot{\varphi}^z \end{matrix}$ - składowe wektorów prędkości punktów węzłowych łącznika β .

Łączniki sprężysto-tłumiące o charakterystyce wg. zależności (4.10) wykorzystano do zamodelowania następujących elementów:

- prowadniki,
- przeguby łączące sztywne segmenty w substrukturze elastycznego nadwozia wagonu.



Rys. 4.12. Struktura geometryczna i schemat połączeń przestrzennego modelu zawieszenia wagonu kolejowego

Do zamodelowania zjawisk kontaktowych na styku koła i szyny wykorzystano standardowy moduł systemu MEDYNA, z uwzględnieniem opcji opisu tych zjawisk zgodnie z iteracyjną metodą Kalkera. Element łączący reprezentujący sprężynę pneumatyczną znajdującą się na II stopniu zawieszenia wagonu posiada charakterystykę zgodną z zależnością (4.8).

4.2.6. Analiza drgań własnych modelu wagonu

Dla przestrzennego modelu zawieszenia wagonu z elastycznym nadwoziem wyznaczone zostały wartości własne i odpowiadające im postaci drgań. Wyniki obliczeń wartości własnych pierwszych piętnastu postaci drgań zamieszczono w tabeli 4.5, natomiast na rys. 4.13. ÷ 4.16 w postaci graficznej zaprezentowano wybrane postaci drgań układu. Dla porównania w tabeli 4.6 zamieszczono wyniki obliczeń wartości własnych dla modelu zawieszenia wagonu, w którym nadwozie pojazdu w całości zostało potraktowane jako jednorodna, sztywna bryła.

Porównanie odpowiednich wartości zamieszczonych w tabelach 4.5 i 4.6 wskazuje, że w zakresie niskich częstotliwości (od 0 do 7.08 [Hz]) nadwozie podzielone na segmenty zachowuje się jak bryła idealnie sztywna - w trakcie drgań elastyczne nadwozie wagonu praktycznie nie ulega odkształceniu - a różnice wartości częstotliwości drgań i pierwiastków równania charakterystycznego w obu tabelach nie przekraczają 5%.

Pierwszych 6 postaci drgań własnych to drgania całej bryły nadwozia we wszystkich kierunkach. Na rys. 4.13. pokazano przykładowo diagram przedstawiający III postać drgań układu, z którego wyraźnie wynika, iż wszystkie segmenty nadwozia drgają w kierunku pionowym prawie z tą samą amplitudą i w tej samej fazie.

Tabela 4.5

Wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych modelu zawieszenia wagonu z elastycznym nadwoziem

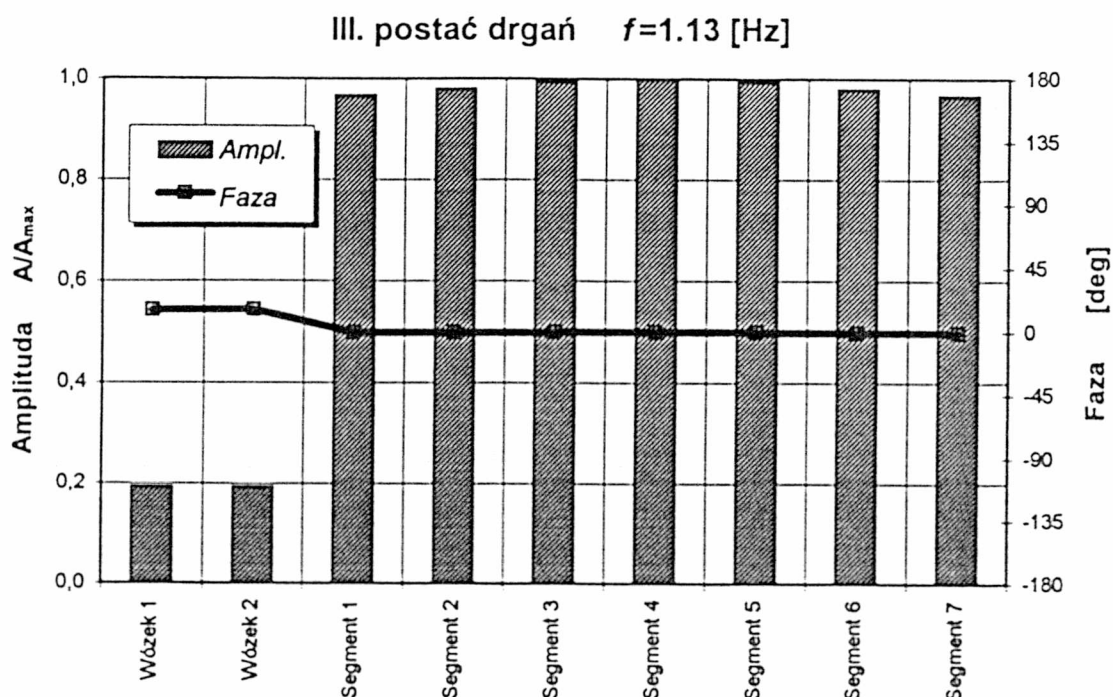
Nr postaci drgań	Pierwiastki równania charakt.		Częstotliwość [Hz]
	Re	Im	
I	-0.884	+/- 4.41	0.72
II	-1.701	+/- 6.06	1.00
III	-1.380	+/- 6.95	1.13
IV	-2.016	+/- 8.27	1.35
V	-1.023	+/- 17.42	2.78
VI	-17.194	+/- 25.84	4.94
VII	-27.286	+/- 34.61	7.01
VIII	-27.344	+/- 35.07	7.08
IX	-24.011	+/- 42.32	7.74
X	-0.629	+/- 49.39	7.86
XI	-28.654	+/- 51.59	9.39
XII	-28.576	+/- 51.86	9.42
XIII	-21.982	+/- 71.35	11.88
XIV	-4.148	+/- 79.12	12.61
XV	-6.247	+/- 88.01	14.04

Tabela 4.6

Wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych modelu zawieszenia wagonu ze sztywnym nadwoziem

Nr postaci drgań	Pierwiastki równania charakt.		Częstotliwość [Hz]
	Re	Im	
I	-0.886	+/- 4.41	0.72
II	-1.988	+/- 6.25	1.04
III	-1.405	+/- 6.98	1.13
IV	-2.020	+/- 8.34	1.37
V	-1.024	+/- 17.44	2.78
VI	-17.918	+/- 24.73	4.86
VII	-27.285	+/- 34.70	7.02
VIII	-26.995	+/- 35.13	7.05
IX	-28.694	+/- 51.52	9.39
X	-28.584	+/- 51.82	9.42
XI	-33.065	+/- 55.07	10.22
XII	-41.039	+/- 63.77	12.07
XIII	-7.135	+/- 78.74	12.58
XIV	-9.011	+/- 82.15	13.15
XV	-6.657	+/- 129.87	20.70

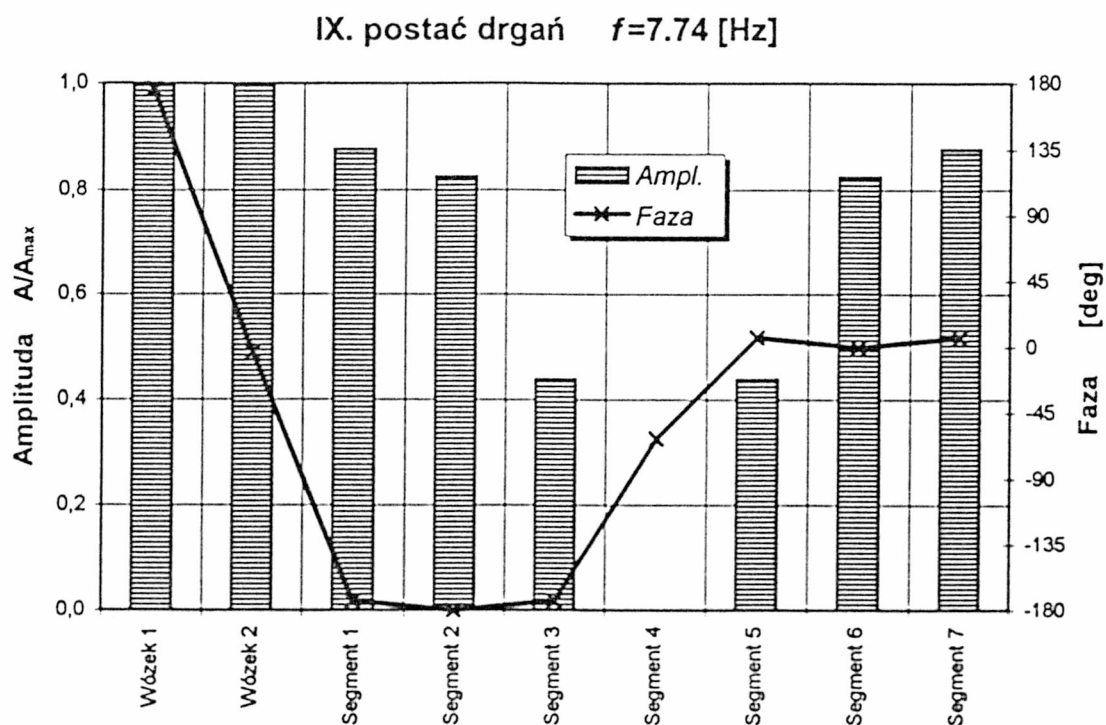
W pozostałych pięciu kierunkach, w zakresie częstotliwości do 7 [Hz], drgania nadwozia mają bardzo zbliżony charakter.



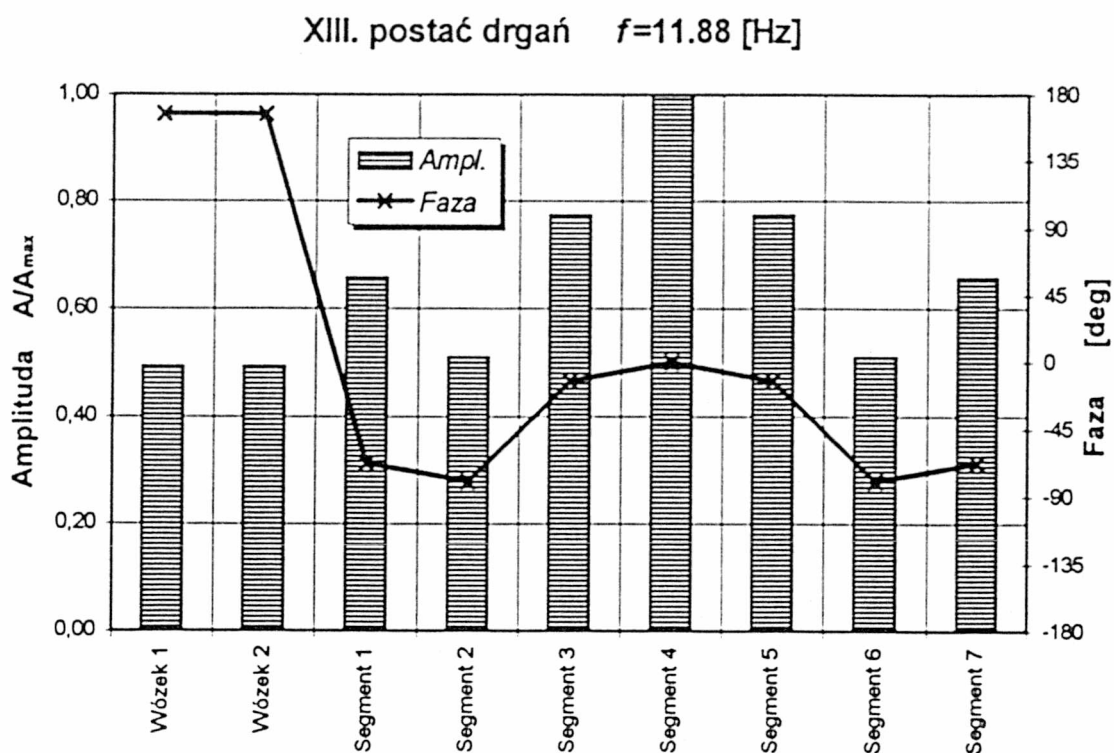
Rys. 4.13. Amplitudy i fazy III postaci drgań układu z elastycznym nadwoziem
- drgania pionowe wózków i segmentów nadwozia

Bardzo zbliżone wartości parametrów w tabelach 4.5 i 4.6 mają również VII i VIII postać drgań, które zarówno w przypadku nadwozia elastycznego, jak i sztywnego przedstawiają drgania pionowe wózków odpowiednio: przeciwne w fazie (VII) oraz zgodne w fazie (VIII). IX i X postać drgań układu z elastycznym nadwoziem nie mają już swoich odpowiedników w tabeli 4.6, co wynika z faktu, iż przy tych częstotliwościach drgań następuje już odkształcanie nadwozia wagonu.

Przy częstotliwości 7.74 [Hz] (IX postać drgań) wózki wagonu drgają wykonując przeciwne w fazie obroty wokół osi wzdłużnej (oś x), czemu towarzyszy skręcanie nadwozia. Podczas obliczania częstotliwości drgań własnych dla modelu elastycznego nadwozia na sprężystych podporach (rys. 4.8 i tabela 4.2) skręcanie nadwozia występowało dopiero przy częstotliwości 11.88 [Hz], co w przypadku przestrzennego modelu zawieszenia wagonu odpowiada XIII postaci drgań. Na rys 4.14 i 4.15 przedstawiono diagramy ilustrujące IX i XIII postać drgań układu z elastycznym nadwoziem, z których widać, że przy częstotliwości 7.74 [Hz] (IX postać drgań) mamy do czynienia z pierwszą postacią drgań skrętnych



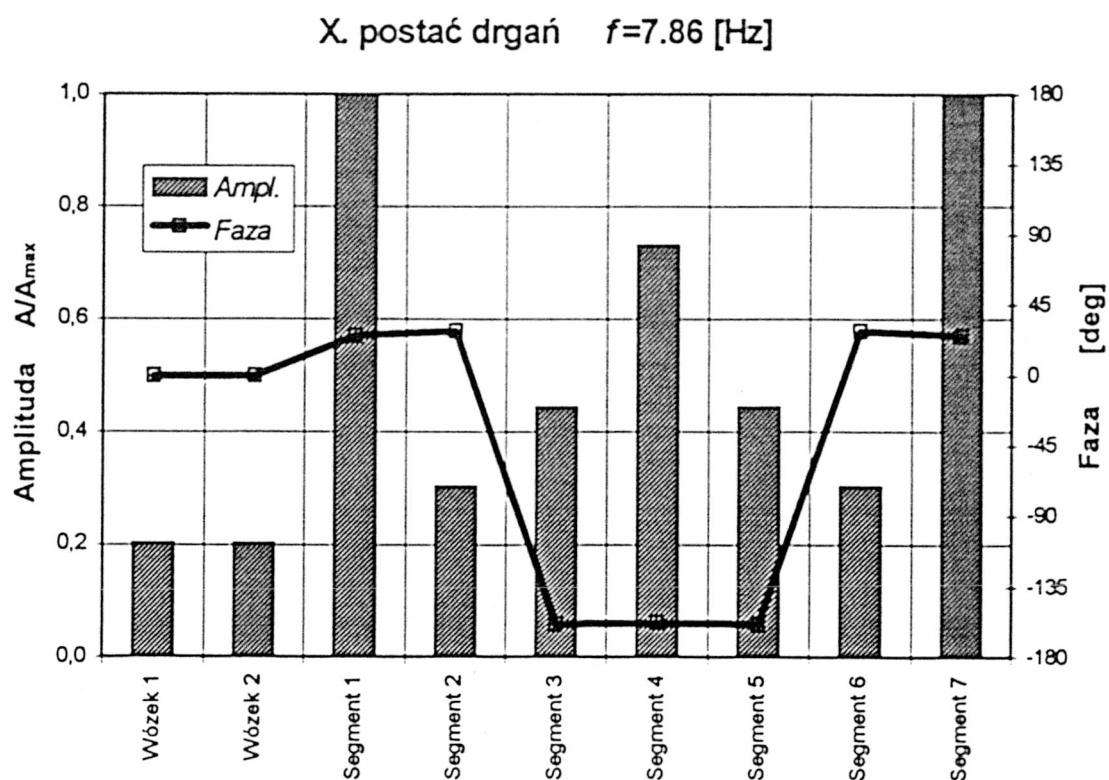
Rys. 4.14. Amplitudy i fazy IX postaci drgań układu z elastycznym nadwoziem
- obracanie wózków wokół osi wzdłużnej i skręcanie nadwozia



Rys. 4.15. Amplitudy i fazy XIII postaci drgań układu z elastycznym nadwoziem
- skręcanie nadwozia i obracanie wózków wokół osi wzdłużnej

nadwozia, przy czym maksymalne wartości amplitud związane są z przemieszczeniami wózków, natomiast przy częstotliwości 11.88 [Hz] (XIII postać drgań) występuje druga postać drgań skrętnych nadwozia, a maksymalne amplitudy drgań związane są z przemieszczeniami segmentów nadwozia. Z powyższego wynika, że uwzględnienie w przestrzennym modelu zawieszenia wagonu I stopnia usprężynowania oraz dodatkowych elementów na II stopniu spowodowało obniżenie, w stosunku do wyników obliczeń dla modelu elastycznego nadwozia na sprężystych podporach, o 35% wartości częstotliwości drgań, przy której występuje pierwsza postać drgań skrętnych nadwozia.

Ze względu na komfort jazdy mierzony wartością wskaźnika W_z najistotniejsze znaczenie będzie miała X postać drgań, w której następuje zginanie nadwozia w płaszczyźnie pionowej. Jak wynika z diagramu przedstawionego na rys 4.16 jest to pierwsza postać drgań giętnych nadwozia w kierunku pionowym. Jak widać z porównania wyników obliczeń w tabelach 4.5 i 4.2 w powyższym przypadku uwzględnienie w przestrzennym modelu zawieszenia I stopnia usprężynowania nie powoduje zmiany wartości częstotliwości drgań, przy której następuje zginanie nadwozia.

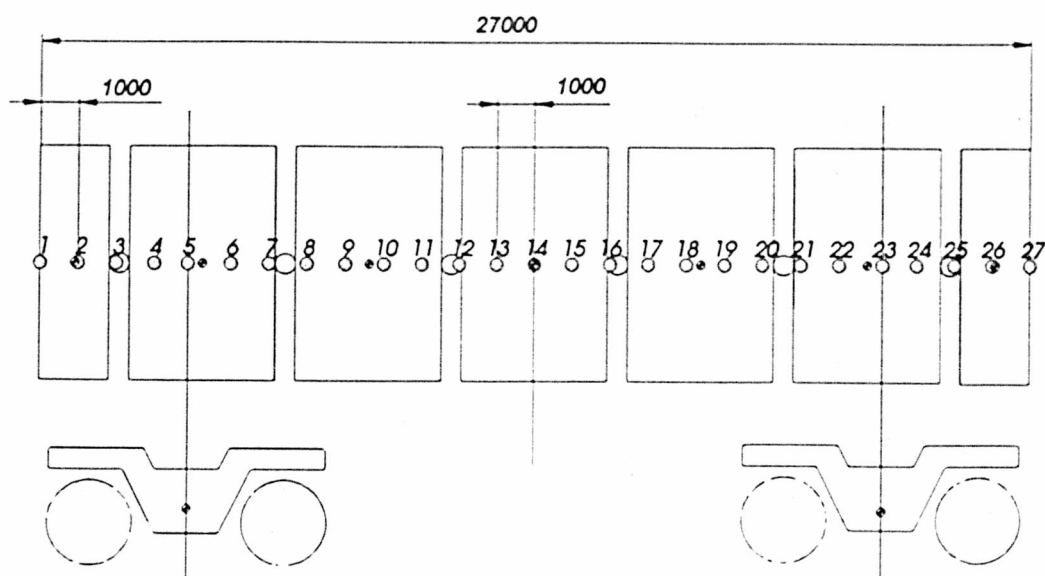


Rys. 4.16. Amplitudy i fazy X postaci drgań układu z elastycznym nadwoziem
- zginanie nadwozia w płaszczyźnie pionowej

4.3. MODELOWA OCENA KOMFORTU JAZDY

W celu sprawdzenia w jakim stopniu uwzględnienie podatności nadwozia w modelu zawieszenia wagonu wpływa na wyniki modelowej oceny poziomu komfortu jazdy przeprowadzono eksperyment numeryczny (komputerowa symulacja jazdy wagonu kolejowego po nierównym torze), w trakcie którego dla różnych prędkości jazdy wyznaczano wartości wskaźnika W_z , będącego miernikiem komfortu jazdy, przy czym analizowano dwa modele: ze sztywnym i z podatnym nadwoziem. W trakcie symulacji oba modele wagonu przejechały z jednakowymi prędkościami ten sam odcinek prostego toru, którego nierówności pionowe charakteryzowała funkcja gęstości widmowej mocy. Parametry opisujące funkcję nierówności znamionowały tor o dobrym stanie utrzymania - krzywa "m" na rys 4.5 - przy czym nierówności obu toków szynowych opisane były tą samą funkcją - koherencja $\gamma = 1$.

W obu analizowanych przypadkach wartość wskaźnika W_z mierzono w 27 punktach rozmieszczonych równomiernie co 1 [m] na całej długości nadwozia, symetrycznie względem jego środka. Rys. 4.17 pokazuje rozmieszczenie "punktów pomiarowych" na przykładzie modelu z elastycznym nadwoziem.



Rys. 4.17. Rozmieszczenie punktów obserwacji wskaźnika W_z na nadwoziu

Wszystkie punkty pomiarowe leżą w płaszczyźnie wzdłużnej pojazdu na wysokości środka ciężkości nadwozia, przy czym na szczególne podkreślenie zasługują punkty znajdujące się w charakterystycznych punktach nadwozia, do których należą:

- punkty położone na końcach nadwozia (punkty nr 1 i 27),
- punkty położone nad teoretycznymi czopami skrętowymi (punkty nr 5 i 23),
- punkt w środku ciężkości nadwozia (punkt nr 14).

Symulację jazdy obu modeli wagonu przeprowadzono dla różnych prędkości jazdy z zakresu od 10 do 120 [m/s]. Kierunek jazdy wyznaczał punkt pomiarowy o numerze 27, który znajdował się na przodzie wagonu. Wartości wyliczonych wskaźników W_z zamieszczono w tabelach 4.7 i 4.8, natomiast w postaci graficznej zależność wskaźnika od położenia punktu pomiarowego i prędkości jazdy pokazano na rys. 4.18 ÷ 4.21.

Wyniki obliczeń wskazują na silną zależność wartości wskaźnika W_z od prędkości jazdy - tzn. wraz ze wzrostem prędkości wzrasta wartość wskaźnika W_z , a tym samym pogorsza się komfort jazdy i dzieje się tak zarówno w przypadku nadwozia sztywnego, jak i elastycznego. Z przebiegu linii przedstawiających rozkład wartości W_z na długości wagonu (W_z w funkcji odległości od środka nadwozia - rys. 4.18) wynika, że w obu rozpatrywanych przypadkach pomiędzy strefą środkową a punktami skrajnymi nadwozia występują znaczne różnice wartości wskaźnika W_z . W przypadku modelu wagonu ze sztywnym nadwoziem charakter tej funkcji nie zmienia się w całym analizowanym zakresie prędkości (najniższa wartość w części środkowej, najwyższa na końcach wagonu), natomiast w przypadku nadwozia elastycznego przy prędkościach powyżej 40 [m/s] środek wagonu przestaje być strefą, w której wartość wskaźnika W_z jest najmniejsza. Wynika to również z wykresów zamieszczonych na rys. 4.19. W przypadku nadwozia sztywnego przebieg linii przedstawiających zależności $W_z(v)$ dla punktów charakterystycznych nadwozia wskazuje na degressywny charakter tej zależności, a prawie równoległe ułożenie tych linii powyżej prędkości 80 [m/s] wskazuje na równomierny wzrost wartości W_z we wszystkich punktach nadwozia. Po uwzględnieniu odkształcalności nadwozia przebieg zależności $W_z(v)$ w punkcie znajdującym się nad czopem skrętowym praktycznie nie uległ zmianie - rys. 4.20 pokazuje, że w tym przypadku różnice wartości wskaźnika W_z dla sztywnego i odkształcalnego nadwozia nie przekraczają 3 %. Natomiast różnice występujące w punkcie końcowym nadwozia, a zwłaszcza w jego środku są już bardzo istotne. Jak pokazuje rys. 4.19 w przypadku

Tabela 4.7

Wyniki obliczeń wskaźnika W_z dla modelu wagonu ze sztywnym nadwoziem

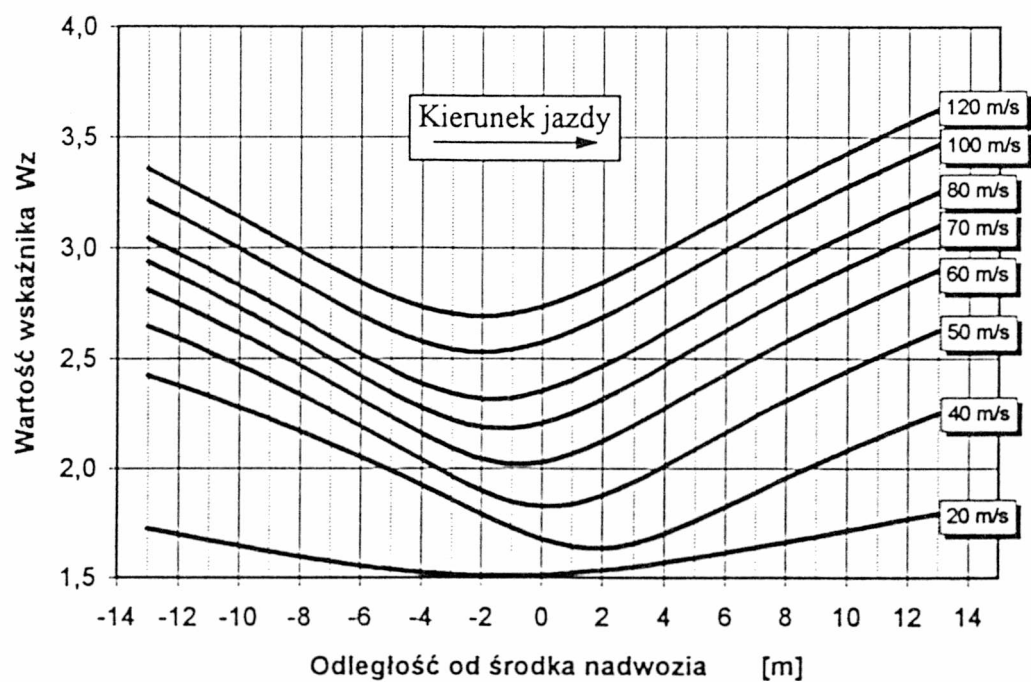
Nr punktu	Prędkość jazdy [m/s]											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	1,1193	1,7220	2,1217	2,4242	2,6465	2,8107	2,9377	3,0424	3,1331	3,2142	3,2883	3,3578
2	1,0959	1,6962	2,0880	2,3776	2,5902	2,7481	2,8714	2,9739	3,0632	3,1434	3,2169	3,2852
3	1,0827	1,6707	2,0536	2,3290	2,5313	2,6828	2,8023	2,9028	2,9910	3,0706	3,1437	3,2117
4	1,0699	1,6455	2,0183	2,2784	2,4697	2,6145	2,7305	2,8292	2,9165	2,9958	3,0688	3,1367
5	1,0606	1,6271	1,9913	2,2389	2,4215	2,5614	2,6749	2,7725	2,8595	2,9388	3,0118	3,0799
6	1,0459	1,5979	1,9454	2,1701	2,3374	2,4692	2,5793	2,6759	2,7632	2,8430	2,9168	2,9854
7	1,0351	1,5762	1,9080	2,1103	2,2666	2,3925	2,5009	2,5979	2,6863	2,7675	2,8424	2,9119
8	1,0254	1,5567	1,8703	2,0517	2,1929	2,3139	2,4223	2,5214	2,6122	2,6955	2,7722	2,8429
9	1,0169	1,5398	1,8325	1,9886	2,1167	2,2352	2,3464	2,4496	2,5443	2,6307	2,7097	2,7819
10	1,0098	1,5263	1,7952	1,9233	2,0396	2,1596	2,2775	2,3875	2,4876	2,5779	2,6595	2,7334
11	1,0044	1,5167	1,7590	1,8567	1,9647	2,0929	2,2223	2,3416	2,4481	2,5427	2,6268	2,7021
12	1,0007	1,5114	1,7249	1,7906	1,8977	2,0432	2,1887	2,3186	2,4315	2,5296	2,6155	2,6916
13	0,9990	1,5107	1,6941	1,7286	1,8475	2,0197	2,1830	2,3226	2,4403	2,5406	2,6274	2,7035
14	0,9930	1,5146	1,6681	1,6768	1,8246	2,0278	2,2065	2,3527	2,4731	2,5742	2,6608	2,7361
15	1,0015	1,5229	1,6484	1,6435	1,8350	2,0656	2,2544	2,4040	2,5251	2,6257	2,7114	2,7859
16	1,0056	1,5353	1,6366	1,6361	1,8759	2,1251	2,3189	2,4695	2,5901	2,6897	2,7742	2,8472
17	1,0115	1,5511	1,6336	1,6565	1,9377	2,1971	2,3929	2,5431	2,6628	2,7613	2,8446	2,9166
18	1,0190	1,5699	1,6398	1,6998	2,0105	2,2748	2,4708	2,6204	2,7390	2,8366	2,9190	2,9903
19	1,0278	1,5910	1,6546	1,7573	2,0872	2,3537	2,5495	2,6983	2,8163	2,9132	2,9950	3,0659
20	1,0379	1,6138	1,6767	1,8219	2,1640	2,4315	2,6270	2,7754	2,8929	2,9894	3,0710	3,1416
21	1,0489	1,6379	1,7047	1,8886	2,2388	2,5070	2,7024	2,8506	2,9679	3,0643	3,1458	3,2165
22	1,0607	1,6628	1,7368	1,9548	2,3108	2,5797	2,7753	2,9235	3,0409	3,1374	3,2191	3,2900
23	1,0764	1,6947	1,7809	2,0348	2,3963	2,6663	2,8624	3,0111	3,1289	3,2257	3,3078	3,3792
24	1,0861	1,7140	1,8085	2,0810	2,4453	2,7161	2,9127	3,0617	3,1789	3,2770	3,3595	3,4312
25	1,0994	1,7399	1,8460	2,1402	2,5081	2,7800	2,9774	3,1271	3,2458	3,3435	3,4265	3,4988
26	1,1128	1,7656	1,8838	2,1969	2,5680	2,8413	3,0396	3,1901	3,3094	3,4077	3,4913	3,5643
27	1,1265	1,7912	1,9215	2,2510	2,6253	2,9001	3,0995	3,2508	3,3709	3,4699	3,5542	3,6277
$W_{z_{min}}$	1,1265	1,7912	2,1217	2,4242	2,6465	2,9001	3,0995	3,2508	3,3709	3,4699	3,5542	3,6277
$W_{z_{max}}$	0,9930	1,5107	1,6336	1,6361	1,8246	2,0197	2,1830	2,3186	2,4315	2,5296	2,6155	2,6916
ΔW_z [%]	13,44	18,57	29,88	48,17	46,14	43,59	41,98	40,21	38,63	37,17	35,89	34,78

Tabela 4.8

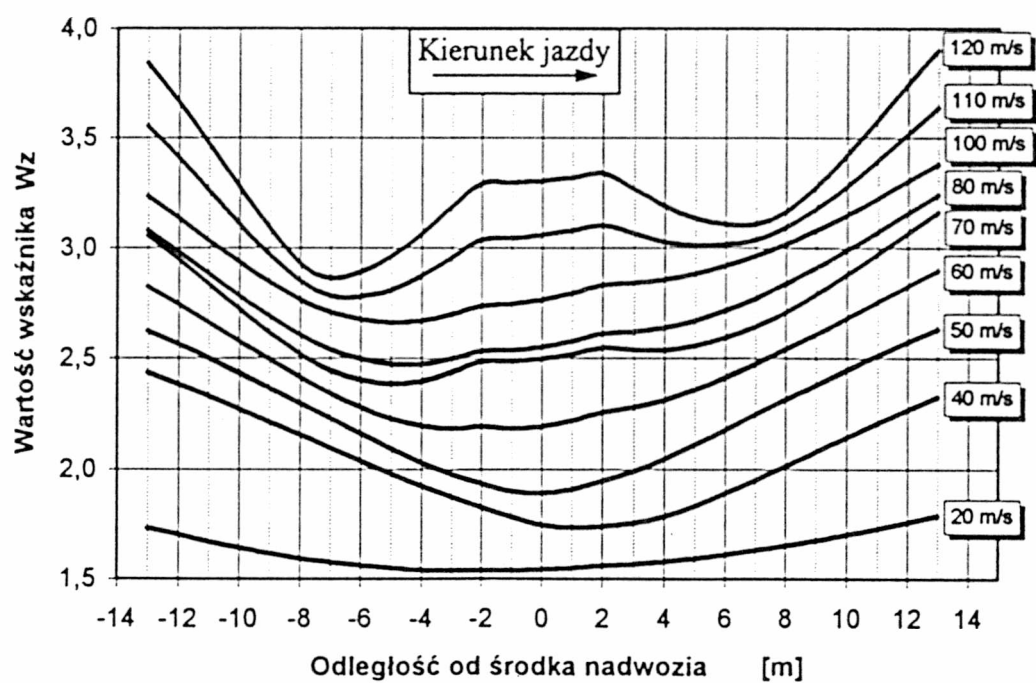
Wyniki obliczeń wskaźnika W_z dla modelu wagonu z podatnym nadwoziem

Nr punktu	Prędkość jazdy [m/s]											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	1,1372	1,7320	2,1489	2,4372	2,6243	2,8230	3,0550	3,0784	3,0461	3,2350	3,5551	3,8429
2	1,1127	1,7014	2,1084	2,3841	2,5634	2,7434	2,9478	2,9811	2,9706	3,1347	3,4110	3,6660
3	1,0971	1,6716	2,0677	2,3291	2,5002	2,6612	2,8364	2,8815	2,8947	3,0331	3,2596	3,4752
4	1,0819	1,6431	2,0267	2,2719	2,4340	2,5771	2,7238	2,7823	2,8198	2,9342	3,1079	3,2789
5	1,0714	1,6236	1,9969	2,2289	2,3840	2,5152	2,6426	2,7117	2,7666	2,8655	3,0003	3,1351
6	1,0551	1,5946	1,9485	2,1557	2,2985	2,4147	2,5186	2,6049	2,6843	2,7657	2,8483	2,9302
7	1,0436	1,5755	1,9119	2,0968	2,2292	2,3418	2,4450	2,5396	2,6285	2,7093	2,7833	2,8601
8	1,0337	1,5603	1,8773	2,0379	2,1601	2,2796	2,4032	2,4974	2,5826	2,6769	2,7797	2,8903
9	1,0252	1,5486	1,8443	1,9791	2,0918	2,2280	2,3853	2,4732	2,5457	2,6618	2,8097	2,9604
10	1,0187	1,5413	1,8144	1,9225	2,0281	2,1943	2,3976	2,4733	2,5242	2,6696	2,8722	3,0648
11	1,0143	1,5388	1,7888	1,8712	1,9741	2,1838	2,4377	2,4977	2,5203	2,6991	2,9568	3,1862
12	1,0118	1,5390	1,7668	1,8269	1,9338	2,1913	2,4863	2,5332	2,5304	2,7381	3,0374	3,2920
13	1,0097	1,5395	1,7398	1,7804	1,9003	2,1827	2,4859	2,5357	2,5367	2,7464	3,0446	3,2960
14	1,0098	1,5428	1,7175	1,7476	1,8908	2,1919	2,4969	2,5505	2,5579	2,7656	3,0583	3,3054
15	1,0120	1,5498	1,7012	1,7336	1,9074	2,2177	2,5183	2,5766	2,5923	2,7944	3,0781	3,3200
16	1,0163	1,5602	1,6918	1,7413	1,9464	2,2571	2,5488	2,6121	2,6369	2,8312	3,1032	3,3395
17	1,0208	1,5685	1,6782	1,7540	1,9907	2,2792	2,5376	2,6201	2,6741	2,8399	3,0637	3,2670
18	1,0270	1,5796	1,6722	1,7849	2,0468	2,3123	2,5362	2,6379	2,7173	2,8550	3,0265	3,1889
19	1,0351	1,5941	1,6771	1,8320	2,1111	2,3589	2,5557	2,6716	2,7673	2,8829	3,0101	3,1332
20	1,0449	1,6116	1,6923	1,8888	2,1789	2,4149	2,5935	2,7180	2,8221	2,9216	3,0164	3,1082
21	1,0557	1,6311	1,7155	1,9498	2,2470	2,4749	2,6432	2,7720	2,8775	2,9650	3,0389	3,1079
22	1,0678	1,6528	1,7472	2,0135	2,3147	2,5402	2,7099	2,8367	2,9346	3,0170	3,0923	3,1645
23	1,0844	1,6830	1,7970	2,0946	2,3981	2,6279	2,8129	2,9302	3,0101	3,0967	3,2022	3,3136
24	1,0950	1,7025	1,8380	2,1427	2,4469	2,6818	2,8799	2,9898	3,0564	3,1495	3,2817	3,4239
25	1,1101	1,7300	1,8779	2,2068	2,5115	2,7552	2,9738	3,0731	3,1202	3,2252	3,3983	3,5831
26	1,1255	1,7582	1,9266	2,2682	2,5731	2,8273	3,0683	3,1571	3,1837	3,3034	3,5195	3,7450
27	1,1412	1,7868	1,9753	2,3273	2,6325	2,8979	3,1610	3,2401	3,2468	3,3822	3,6394	3,9008
$W_{z_{max}}$	1,1412	1,7868	2,1489	2,4372	2,6325	2,8979	3,1610	3,2401	3,2468	3,3822	3,6394	3,9008
$W_{z_{min}}$	1,0097	1,5388	1,6722	1,7336	1,8908	2,1827	2,3853	2,4732	2,5203	2,6618	2,7797	2,8601
ΔW_z [%]	13,02	16,12	28,51	40,59	39,23	32,77	32,52	31,01	28,83	27,06	30,93	36,39

a)

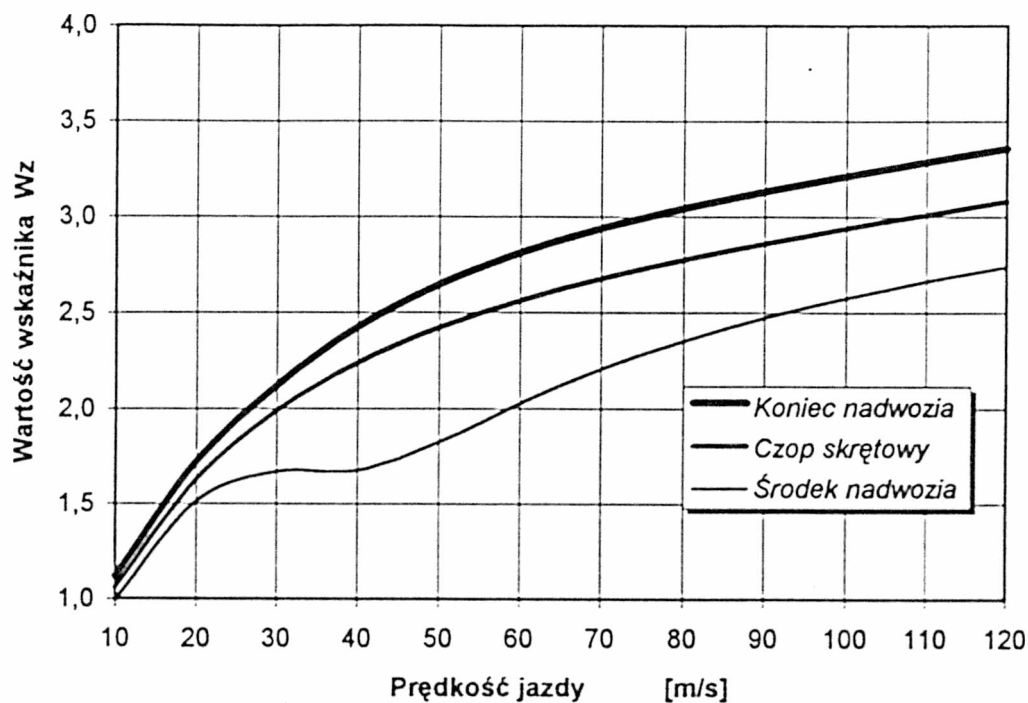


b)

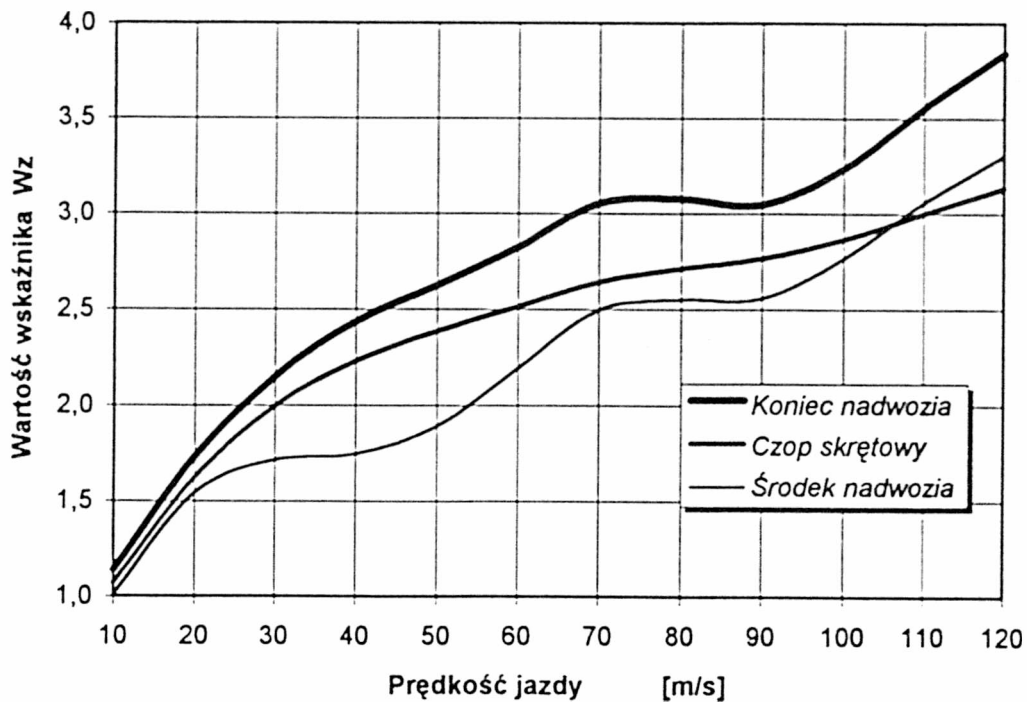


Rys. 4.18. Rozkład wartości wskaźnika W_z na długości wagonu w funkcji prędkości jazdy: a) model z nadwoziem sztywnym, b) model z nadwoziem podatnym

a)



b)

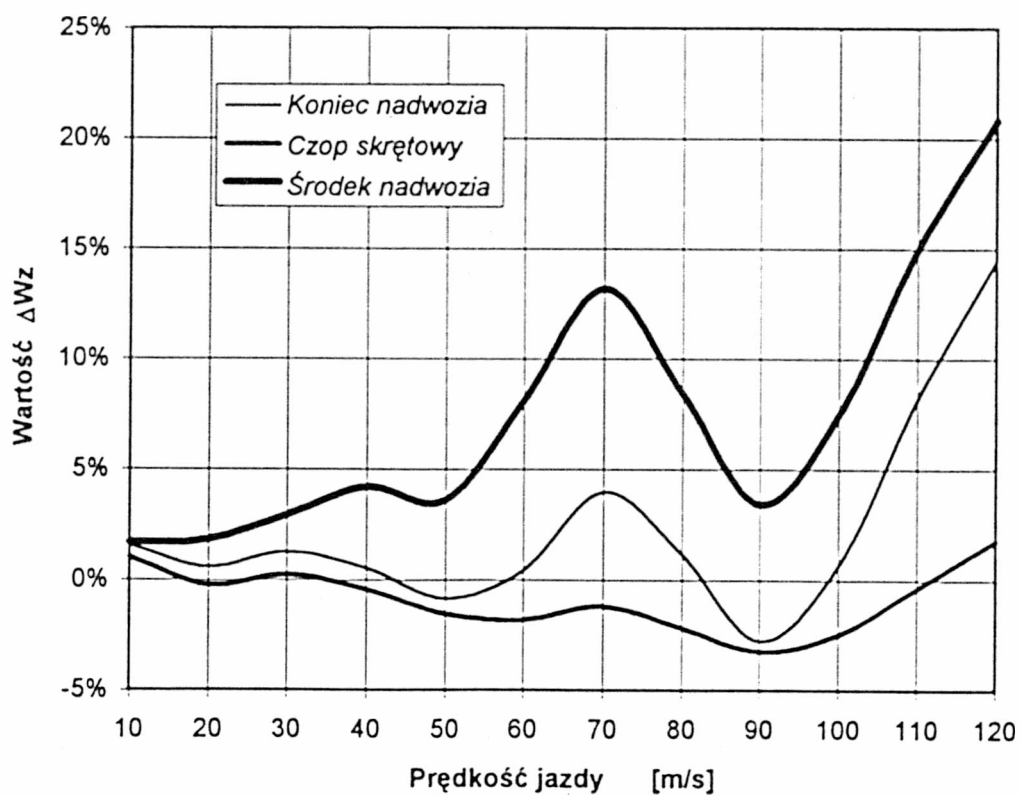


Rys. 4.19. Zależność wartości wskaźnika W_z od prędkości jazdy w charakterystycznych punktach nadwozia:
a) model z nadwoziem sztywnym,
b) model z nadwoziem podatnym

Tabela 4.9

Wyrażone w procentach różnice wartości wskaźnika W_z
w charakterystycznych punktach nadwozia sztywnego i podatnego

Nr punktu	Prędkość jazdy [m/s]											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	1,60	0,58	1,28	0,54	-0,84	0,44	3,99	1,18	-2,78	0,65	8,11	14,45
5	1,02	-0,22	0,28	-0,45	-1,55	-1,80	-1,21	-2,19	-3,25	-2,49	-0,38	1,79
14	1,69	1,86	2,96	4,22	3,63	8,09	13,16	8,41	3,43	7,44	14,94	20,81
23	0,74	-0,69	0,90	2,94	0,08	-1,44	-1,73	-2,69	-3,80	4,00	-3,19	-1,94
27	1,30	-0,25	2,80	3,39	0,27	-0,08	1,98	-0,33	3,68	-2,53	2,40	7,53



Rys. 4.20. Różnice wartości wskaźnika W_z w charakterystycznych punktach nadwozia sztywnego i podatnego w zależności od prędkości jazdy

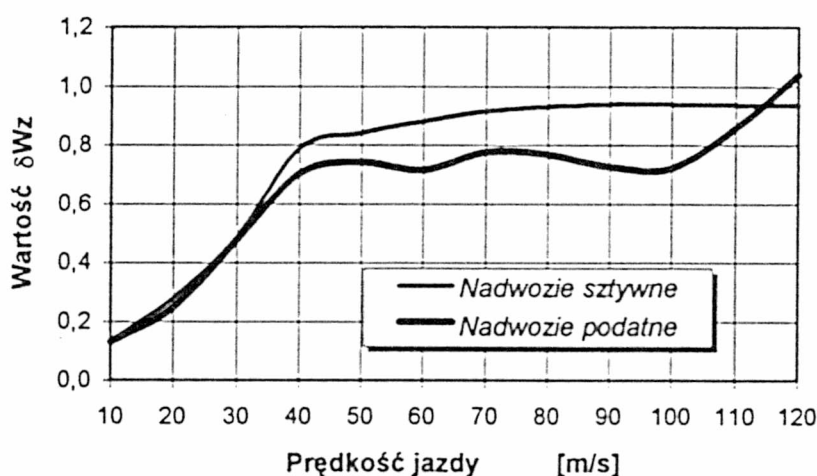
odkształcalnego nadwozia począwszy od prędkości 90 [m/s] wartość wskaźnika W_z w punkcie środkowym i na końcu nadwozia wzrasta intensywniej niż w punkcie znajdującym się nad czopem skrętowym. W wyniku tego linie wykresu przedstawiającego zależność $W_z(v)$ dla punktu środkowego i czopa skrętowego przecinają się, w związku z czym wartości wskaźnika W_z na środku nadwozia są przy prędkości 110 i 120 [m/s] wyższe niż w punkcie nr 5 znajdującym się nad czopem skrętowym.

Przedstawiony w tabeli 4.9 i na rys. 4.20 parametr ΔW_z stanowi miarę wpływu odkształcalności nadwozia na komfort jazdy. Parametr ten został zdefiniowany jako różnica pomiędzy wartościami wskaźnika W_z wyznaczonymi dla elastycznego i sztywnego nadwozia w odniesieniu do wartości uzyskanych dla przypadku ze sztywnym nadwoziem. Rys. 4.20 potwierdza wcześniejsze spostrzeżenia, że odkształcalność nadwozia ma największy wpływ na komfort jazdy w punkcie środkowym nadwozia (punkt nr 14). Z wykresu przedstawionego na rys. 4.20 wynika, że w całym analizowanym zakresie prędkości wartości wskaźnika W_z wyliczone dla przypadku nadwozia elastycznego są wyższe niż w przypadku nadwozia sztywnego (parametr ΔW_z ma dodatnie wartości), a przy prędkości 120 [m/s] różnica ta przekracza nawet poziom 20%.

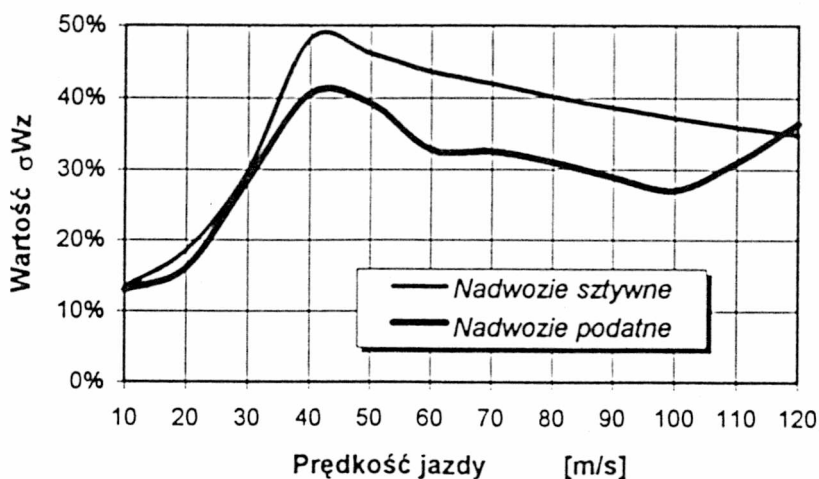
Wykresy na rys. 4.21 i 4.22 pokazują w jakim stopniu prędkość jazdy wpływa na różnicę pomiędzy wartością maksymalną $W_{z_{max}}$ a wartością minimalną $W_{z_{min}}$ wskaźnika W_z . W przypadku nadwozia odkształcalnego parametr δW_z , definiowany jako bezwzględna różnica między wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z oraz parametr σW_z , definiowany jako różnica między wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z w odniesieniu do wartości $W_{z_{min}}$, stanowią miarę dla określenia wpływu parametrów zawieszenia wagonu na drgania strukturalne nadwozia.

Z wykresu na rys. 4.21 wynika, że w zakresie do 40 [m/s] następuje szybki wzrost wartości parametru δW_z , przy czym wartości wyliczone dla przypadku sztywnego i elastycznego nadwozia praktycznie nie różnią się między sobą. Począwszy od prędkości 40 [m/s] przebieg wykresu $\delta W_z(v)$ jest praktycznie płaski aż do prędkości 100 [m/s] - występują tylko nieznaczne wahania wartości parametru δW_z . Sytuacja zmienia się w znaczący sposób przy prędkości 100 [m/s], gdzie głównie ze względu na duży wzrost wartości wskaźnika W_z na końcach nadwozia również znacząco wzrasta wartość parametru δW_z .

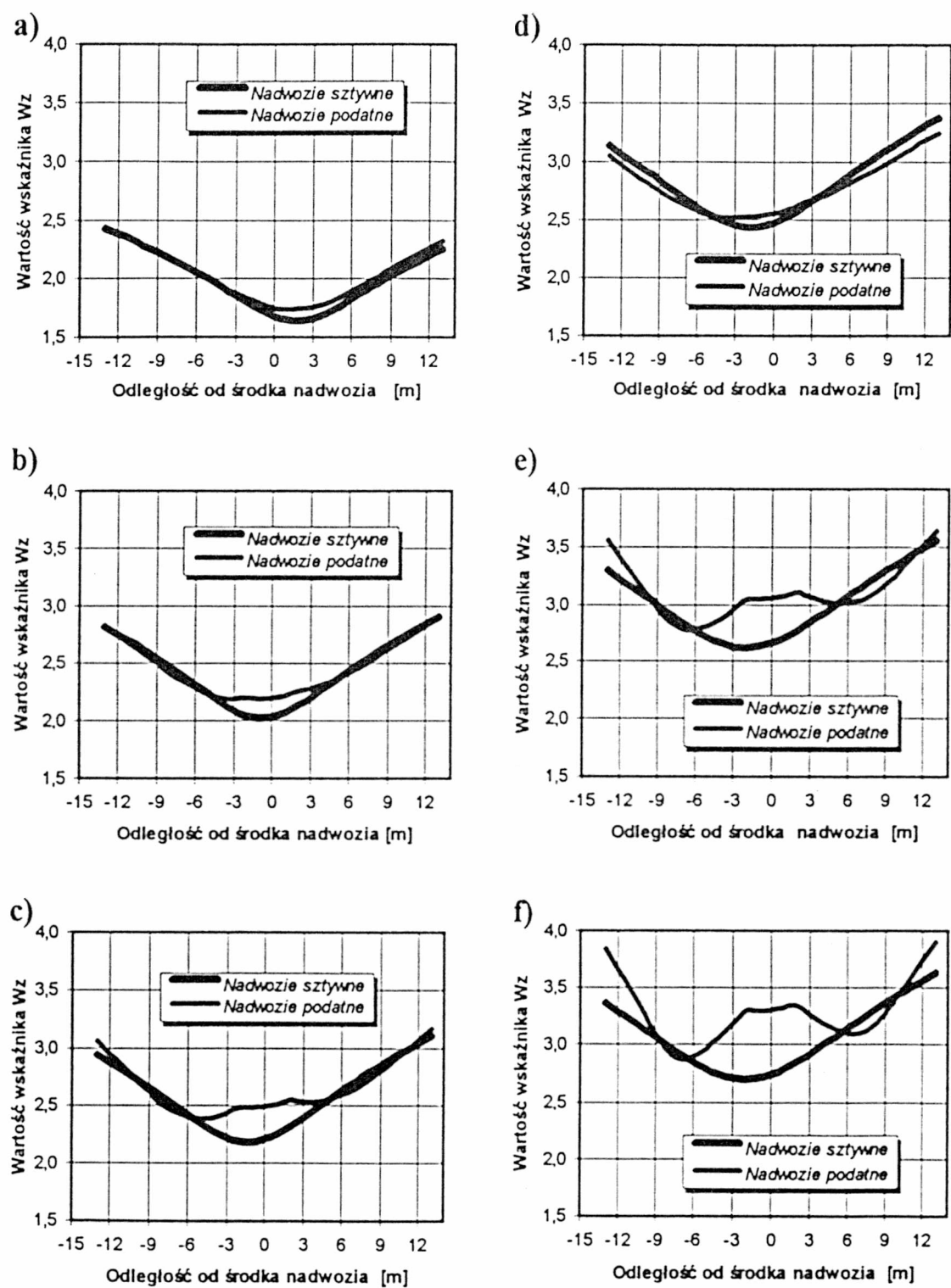
Z wykresów na rys. 4.22 można odczytać, że przy prędkości 40 [m/s] różnice pomiędzy wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z w odniesieniu do $W_{z_{min}}$ są dla analizowanego zakresu prędkości największe i w przypadku nadwozia elastycznego przekraczają 40%. Szczególne znaczenie prędkości 40 [m/s] pokazują również wykresy na rys. 4.18. Z porównania odpowiednich krzywych widać, że powyżej tej prędkości zaczynają występować znaczne różnice w rozkładzie wskaźnika W_z na długości nadwozia w wariancie sztywnym i wariancie elastycznym, przy czym różnice te powiększają się wraz ze wzrostem prędkości jazdy. Wykresy zamieszczone na rys. 4.23 dokładniej ilustrują różnice w zachowaniu się obu wariantów nadwozia powyżej prędkości 40 [m/s].



Rys. 4.21. Różnice pomiędzy wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z w funkcji prędkości jazdy



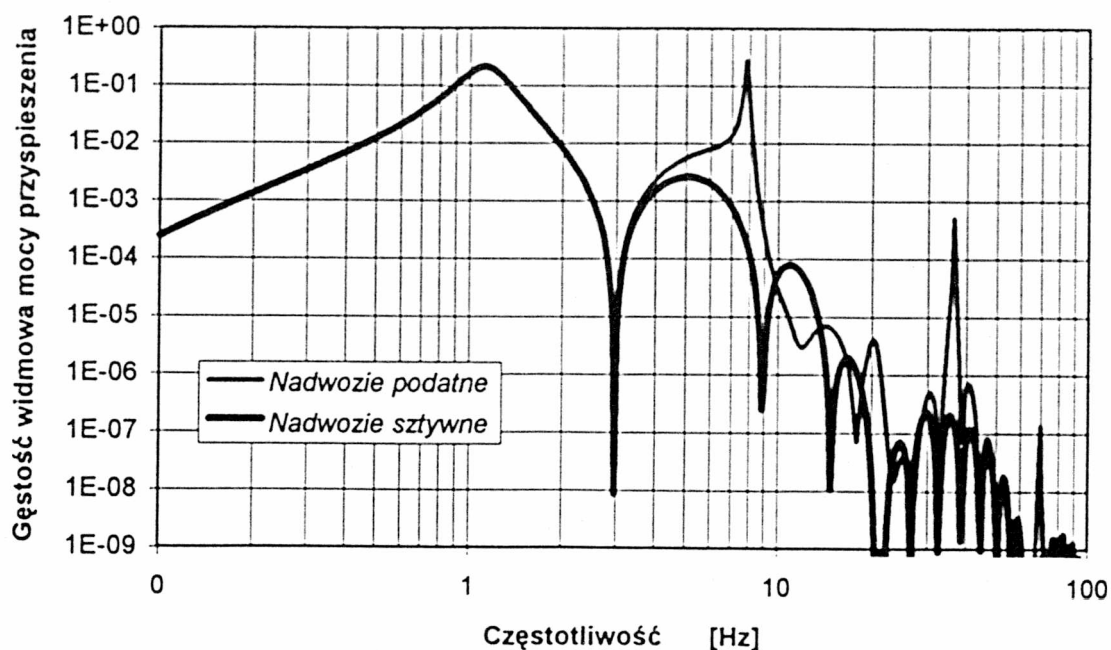
Rys. 4.22. Różnice pomiędzy wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z w stosunku do wartości $W_{z_{min}}$ w funkcji prędkości jazdy



Rys. 4.23. Porównanie rozkładu wartości wskaźnika W_z dla nadwozia sztywnego i podatnego przy różnych prędkościach jazdy:
a) 40 [m/s], b) 60 [m/s], c) 70 [m/s],
d) 90 [m/s], e) 110 [m/s], f) 120 [m/s]

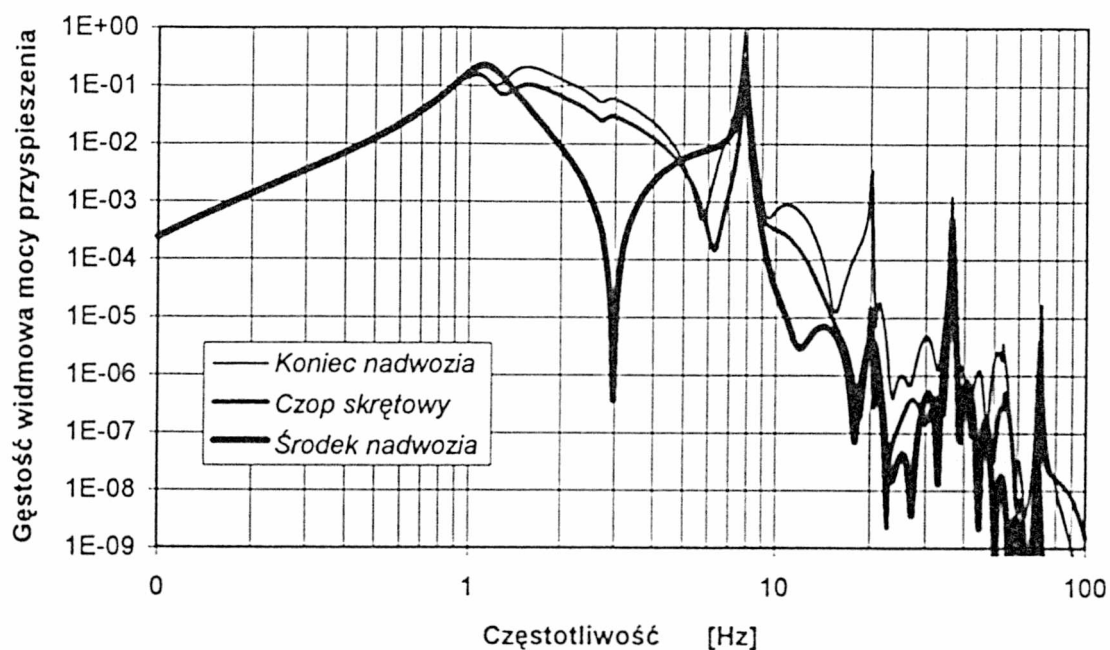
W celu znalezienia przyczyny różnego zachowania się analizowanych modeli przy dużych prędkościach wyznaczono przebiegi gęstości widmowej mocy przyspieszenia w kierunku pionowym w punktach charakterystycznych nadwozia. Wyniki obliczeń zamieszczono na rys. 4.24, 4.25 i 4.26

Z analizy zamieszczonych wykresów wynika, że powodem zasadniczej różnicy w zachowaniu się testowanych modeli zawieszenia wagonu podczas symulowanej jazdy po nierównym torze jest przede wszystkim X postać drgań własnych układu z elastycznym nadwoziem, podczas której następuje zginanie nadwozia w płaszczyźnie wzdłużnej XZ z częstotliwością 7,86 [Hz]. Jak widać na rys. 9.24 przy tej częstotliwości w przypadku modelu z elastycznym nadwoziem wyznaczone wartości przyspieszeń znacznie przekraczają wartości uzyskane dla nadwozia sztywnego. Na kolejnym wykresie (rys. 4.25) porównano ze sobą przebiegi gęstości widmowej mocy przyspieszeń w punktach charakterystycznych nadwozia. Widać wyraźnie, że przy prędkości 50 [m/s] linia odpowiadająca punktowi końcowemu na nadwoziu osiąga największe wartości przyspieszeń - stąd najwyższe wartości wskaźnika W_z - natomiast w przypadku punktu środkowego jest sytuacja odwrotna i wartości wskaźnika w tym punkcie są najmniejsze. Wykres przedstawiony na rys. 4.26 wyjaśnia dlaczego układ z podatnym nadwoziem przy prędkości 50 [m/s] zachowuje się jeszcze podobnie jak układ ze sztywnym nadwoziem. Z przebiegu wykresów widać, że

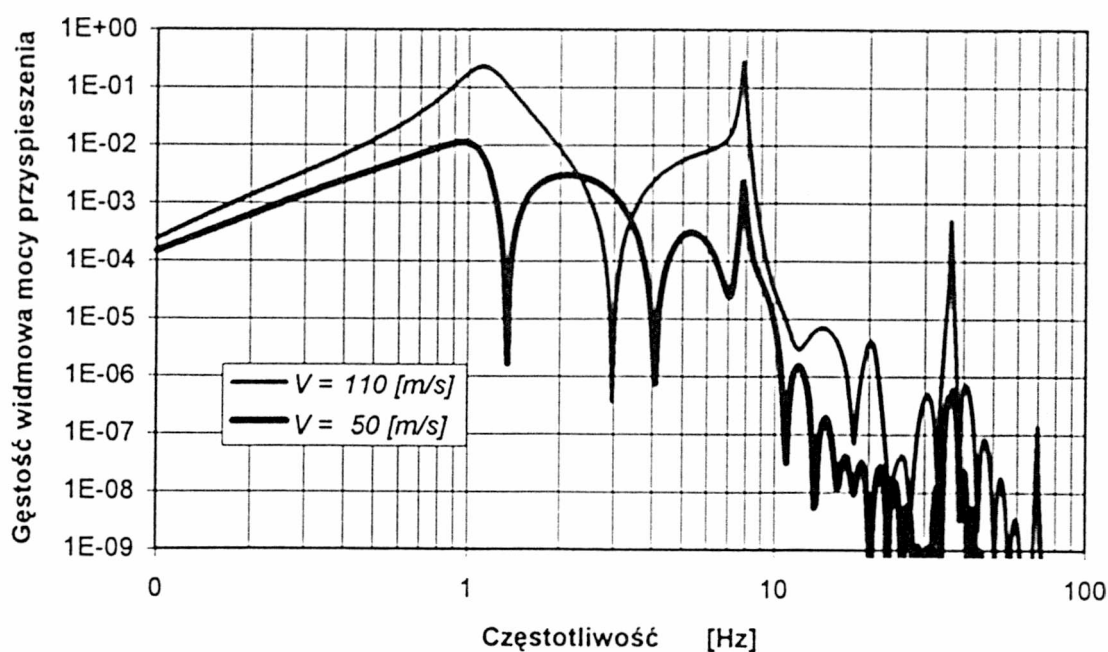


Rys. 4.24. Gęstość widmowa mocy przyspieszenia w kierunku pionowym punktu środkowego nadwozia dla przypadku sztywnego i podatnego nadwozia przy prędkości $v = 110$ [m/s]

przyspieszenia odpowiadające częstotliwości 7,86 [Hz] mają jeszcze małe wartości, które w niewielkim stopniu rzutują na globalną wartość wskaźnika komfortu jazdy.



Rys. 4.25. Gęstość widmowa mocy przyspieszenia w kierunku pionowym w punktach charakterystycznych nadwozia elastycznego ($v = 50$ [m/s])



Rys. 4.26. Gęstość widmowa mocy przyspieszeń w kierunku pionowym punktu środkowego nadwozia elastycznego dla wybranych prędkości jazdy

5. ZAWIESZENIE AKTYWNE

5.1. KLASYFIKACJA UKŁADÓW AKTYWNYCH

Ze względu na rodzaje elementów wchodzących w skład układów eliminujących drgania w pojazdach oraz ze względu na postaci funkcji opisujących charakterystyki tych elementów systemy zawieszeń pojazdów można w sposób ogólny podzielić na *pasywne* i *sterowane (regulowane)* [37,65].

Pod pojęciem *układy pasywne* należy rozumieć systemy składające się wyłącznie z elementów magazynujących i rozpraszających energię, których charakterystyki są niezmiennie w czasie. Specyficzną grupę układów pasywnych stanowią tzw. *układy półpasywne*, w których możliwa jest skokowa zmiana wartości parametrów określających charakterystykę zawieszenia (masa, sztywność, tłumienie), przy czym zmiany te nie mają charakteru zmian dynamicznych, dokonywanych np. w czasie jazdy [30,60].

Układy sterowane wymagają zastosowania zewnętrznego źródła energii, a ze względu na sposób jej wykorzystania można podzielić je na [37]:

- układy *aktywne* - zawierające dodatkowe elementy wykonawcze oddziałujące siłowo na elementy pojazdu,
- układy *semiaktywne*, w których elementy wykonawcze - podobnie jak w układach półpasywnych - powodują zmianę parametrów układu, z tym że zmiany te są szybkie i mogą być dokonywane np. w czasie jazdy.

Ilość dostarczanej z zewnątrz energii, w przypadku układów aktywnych, jest ze względu na konieczność zasilania siłowych elementów wykonawczych bardzo duża, podczas gdy do aktywnego sterowania parametrami w układach semiaktywnych potrzebna jest niewielka ilość dodatkowej energii.

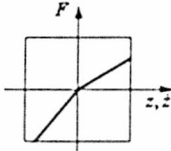
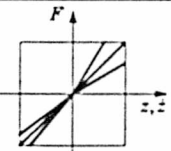
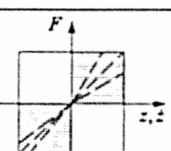
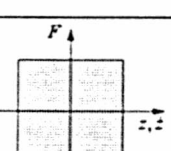
Biorąc pod uwagę takie kryteria jak [20]:

- możliwość kształtowania charakterystyki zawieszenia w funkcji parametrów stanu,
- prędkość zmian parametrów układu zawieszenia,
- ilość energii dostarczanej z zewnątrz,

układy zawieszeń pojazdów można podzielić na cztery grupy w sposób pokazany w tabeli 5.1.

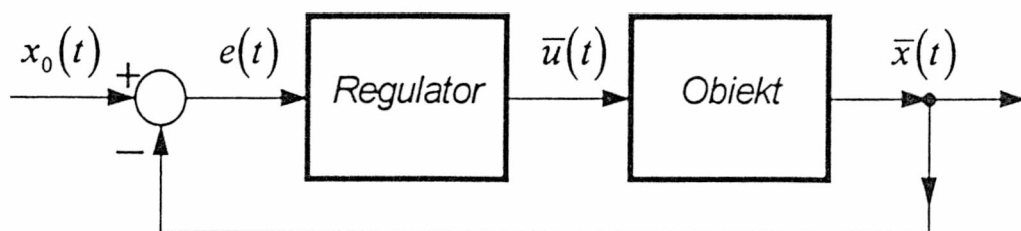
Tabela 5.1

Klasyfikacja układów zawieszeń pojazdów wg. [20]

Typ układu zawieszenia	Charakterystyka siły	Częstotliwość zmian parametrów	Ilość energii dostarczanej z zewnątrz
pasywny			
półpasywny		mniejsza niż częstotliwość własna układu	mała
semiaktywny		większa niż częstotliwość własna układu	mała
aktywny		większa niż częstotliwość własna układu	duża

5.2. UPROSZCZONY MODEL POJAZDU Z ZAWIESZENIEM AKTYWNYM

Działanie mające na celu wyznaczenie sterowania np. dla układu aktywnego zawieszenia pojazdu nazywane jest w literaturze synteza sterowania [31], przy czym z reguły mówi się o sterowaniu optymalnym, czyli najlepszym w sensie przyjętego kryterium oceny. Aktywne zawieszenie pojazdu jest jednym z wielu przykładów układu regulacji automatycznej. Jak pokazuje rys. 5.1. zasadniczymi elementami takiego układu są: regulator (element sterujący i wykonawczy np. siłownik) oraz obiekt (np. pojazd).



Rys. 5.1. Schemat blokowy układu regulacji automatycznej

Jeżeli dynamikę obiektu opisuje układ równań różniczkowych, w ogólnym przypadku nieliniowych, o postaci [31]:

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad (5.1)$$

gdzie:

$\bar{x}$ - wektor zmiennych stanu,

$\bar{u}$ - wektor sterowań,

t - czas,

natomiast kryterium optymalności dla tego układu regulacji ma w ogólnym przypadku postać funkcjonału:

$$Q = \int_0^{t_r} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt, \quad (5.2)$$

w którym

$f_0(\bar{x}, \bar{u}, t)$ - funkcja strat chwilowych,

t_r - czas regulacji,

to sterowaniem optymalnym dla obiektu opisanego równaniem (5.1) jest takie sterowanie dopuszczalne $\bar{u}$, dla którego funkcjonał (5.2) osiąga ekstremum (minimum lub maksimum).

Jednym ze sposobów wyznaczania sterowania optymalnego na drodze analitycznej jest opisywana w literaturze metoda maksimum Pontriagina [31]. Metoda ta ma szczególne znaczenie praktyczne w odniesieniu do obiektów liniowych, których dynamikę można opisać układem równań różniczkowych zwyczajnych:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \mathbf{A} \cdot \bar{x} + \mathbf{B} \cdot \bar{u} \\ \bar{y} = \mathbf{C} \cdot \bar{x} \end{cases}, \quad (5.3)$$

gdzie:

$\bar{x}$ - wektor zmiennych stanu,

$\mathbf{A}$ - macierz stanu,

$\mathbf{B}$ - macierz sterowania,

$\bar{u}$ - wektor sterowań,

$\bar{y}$ - wektor wielkości wyjściowych,

$\mathbf{C}$ - macierz wyjścia,

natomiast kryterium optymalności wyrażone jest za pomocą kwadratowego wskaźnika jakości:

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\bar{x}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \bar{x} + \bar{u}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \bar{u}) dt, \quad (5.4)$$

gdzie:

$\mathbf{P}$ - nieujemnie określona macierz współczynników,

$\mathbf{R}$ - dodatnio określona macierz współczynników.

Dla obiektu opisanego równaniem (5.3) i dla wskaźnika jakości wyrażonego zależnością (5.4) reguła opisująca sterowanie optymalne przyjmuje postać:

$$\bar{u} = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \bar{x}, \quad (5.5)$$

lub

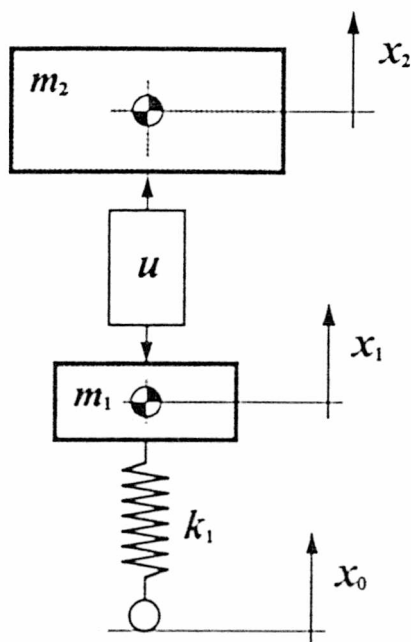
$$\begin{aligned} \bar{u} &= \mathbf{h} \cdot \bar{x}, \\ \mathbf{h} &= -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

gdzie macierz $\mathbf{K}$ jest rozwiązaniem algebraicznego równania Riccatiego postaci

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{K} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} - \mathbf{P} = 0. \quad (5.7)$$

W licznych publikacjach [10,36,51,67] przedstawiona powyżej metoda została wykorzystana do wyznaczenia optymalnego układu aktywnego zawieszenia pojazdu, przy czym jako

model pojazdu przyjmowano płaski, dwumasowy układ o dwóch stopniach swobody, którego strukturę pokazuje rys. 5.2.



Rys. 5.2. Dwumasowy model pojazdu z zawieszeniem aktywnym

Na drugim stopniu zawieszenia analizowanego układu (rys. 5.2) pasywny element sprężysto-tłumiący został zastąpiony elementem aktywnym, który na nadwozie i na wózek oddziałuje siłą u . Położenie tego układu opisuje czteroelementowy wektor stanu:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}, \quad (5.8)$$

natomiast dynamikę układu opisują równania różniczkowe ruchu:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= k_1 \cdot (x_0 - x_1) / m_1 - u / m_2, \\ \ddot{x}_2 &= u / m_2, \end{aligned} \quad (5.9)$$

gdzie:

k_1 - sztywność sprężyn na pierwszym stopniu zawieszenia,

m_1, m_2 - masy brył,

x_0 - nierówność drogi,

lub w zapisie macierzowym:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \mathbf{A} \cdot \bar{x} + \mathbf{B}_1 \cdot u + \mathbf{B}_2 \cdot x_0, \\ \bar{y} = \mathbf{C} \cdot \bar{x}, \end{cases} \quad (5.10)$$

gdzie:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{m_1} \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

W równaniu (5.10) występuje macierz $\mathbf{B}_2$, która powoduje, że równanie to ma inną niż wymagana formę określoną zależnością (5.3). Jednak po zmodyfikowaniu wektora zmiennych stanu (5.8) do postaci:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ x_2 - x_0 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

równania ruchu (5.10) przyjmują następującą postać:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \mathbf{A} \cdot \hat{x} + \mathbf{B}_1 \cdot u, \\ \hat{y} = \mathbf{C} \cdot \hat{x}. \end{cases} \quad (5.12)$$

Jeżeli przyjąć, że rozpatrywany układ zawieszenia aktywnego ma za zadanie:

- zminimalizować przemieszczenia ciała nr 1 względem drogi,
- zminimalizować przemieszczenia ciała 2 względem ciała 1,

– zminimalizować energię dostarczoną do układu

to dla tak postawionych wymagań kwadratowy wskaźnik jakości (5.4) przyjmuje postać:

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(q_1 \cdot (x_0 - x_1)^2 + q_2 \cdot (x_1 - x_2)^2 + \rho \cdot u^2 \right) dt, \quad (5.13)$$

co odpowiada następującym postaciom macierzy $\mathbf{P}$ i $\mathbf{R}$ z równania (5.4):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 0 & 0 \\ -q_2 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [\rho]$$

przy czym parametry q_1 , q_2 i ρ są współczynniki wagi w przyjętym kryterium jakości.

Po rozwiązaniu równania Riccatiego (5.6) i wstawieniu wyników do zależności (5.5) otrzymuje się przepis na sterowanie elementami aktywnymi w zawieszeniu pojazdu [67]:

$$u = h_1 \cdot (x_1 - x_2) + h_3 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + (h_1 + h_2) \cdot (x_2 - x_0) + (h_3 + h_4) \cdot \dot{x}_2, \quad (5.14)$$

gdzie h_1 , h_2 , h_3 i h_4 są niezerowymi elementami macierzy $\mathbf{h}$ (5.6). Pierwszy i drugi składnik powyższej zależności to charakterystyki pasywnych elementów tzn. sprężyny i tłumika:

$$u_b = \underbrace{h_1 \cdot (x_1 - x_2)}_{\text{sprężyna}} + \underbrace{h_3 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}_{\text{tłumik}},$$

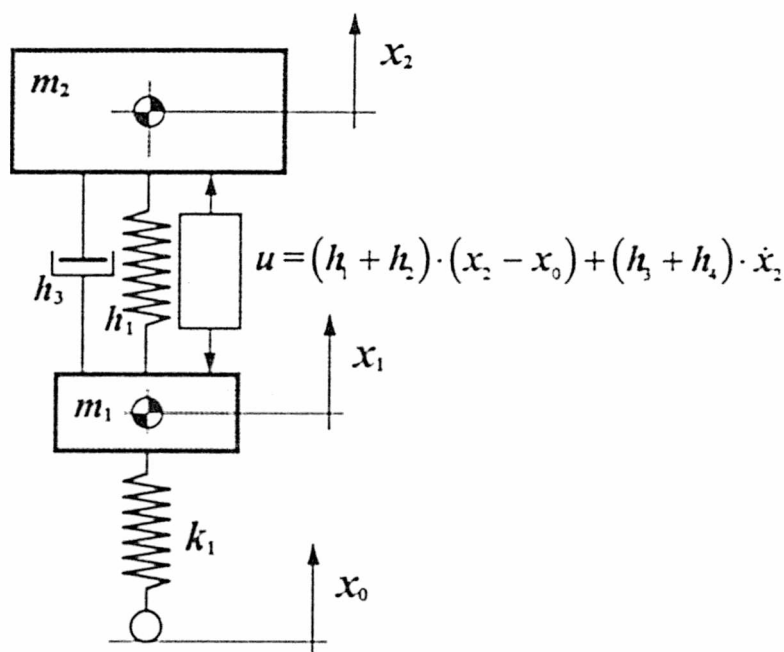
natomiast pozostałe składniki stanowią charakterystykę elementu aktywnego:

$$u_a = (h_1 + h_2) \cdot (x_2 - x_0) + (h_3 + h_4) \cdot \dot{x}_2. \quad (5.15)$$

Z powyższej zależności wynika, że siła z jaką człon aktywny oddziałuje na obie masy jest zależna od bezwzględnej prędkości ciała nr 2 (tłumik bezwzględny) oraz od jego przemieszczenia względem nierówności drogi stanowiących wymuszenie kinematyczne. Zmienne stanu układu niezbędne do określenia charakterystyki członu aktywnego będą dalej nazywane wielkościami sterującymi. W rzeczywistych układach wielkości te są mierzone za pomocą odpowiednich czujników. Ponieważ do określenia charakterystyki członu aktywnego wg. zależności (5.15) potrzebny jest pomiar wielkości sterujących w jednym punkcie

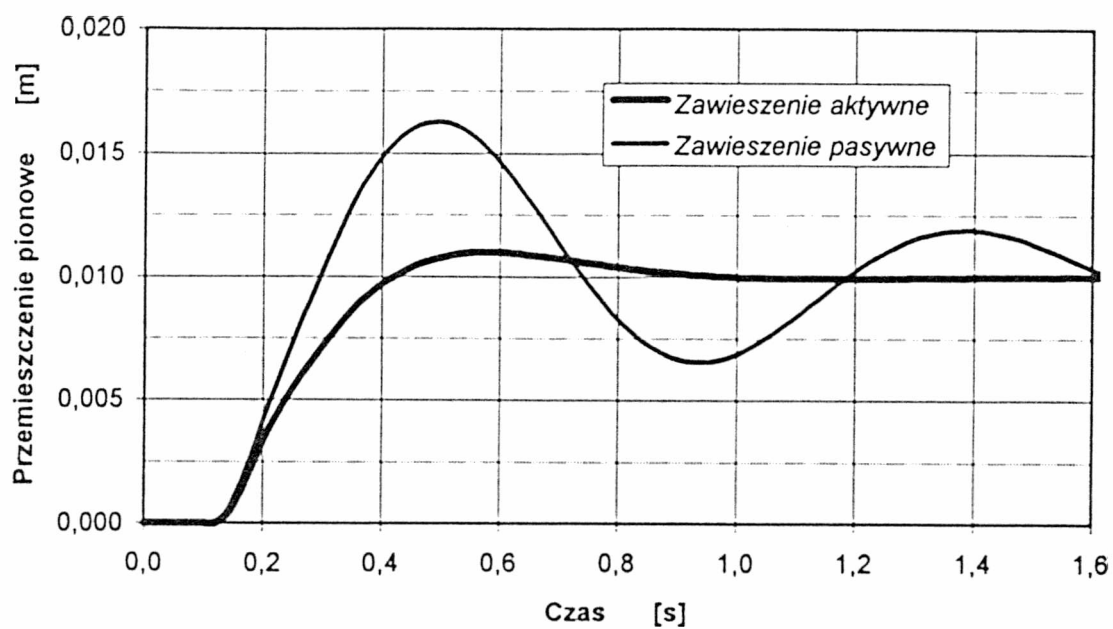
na ciele nr 2 wszystkie elementy aktywne posiadające charakterystykę zgodną z zależnością (5.15) będą nazywane elementami aktywnymi I-go rzędu. W ogólnym przypadku rząd elementu aktywnego będzie określany poprzez liczbę niezbędnych do określenia charakterystyki członu aktywnego punktów pomiarowych wielkości sterujących.

Biorąc pod uwagę zależności (5.14) i (5.15) strukturę dwumasowego modelu pojazdu z zawieszeniem aktywnym (rys. 5.2) można zastąpić nową strukturą pokazaną na rys. 5.3, gdzie na drugim stopniu zawieszenia obok elementu aktywnego znajdują się równolegle działające elementy pasywne: tłumik i sprężyna.

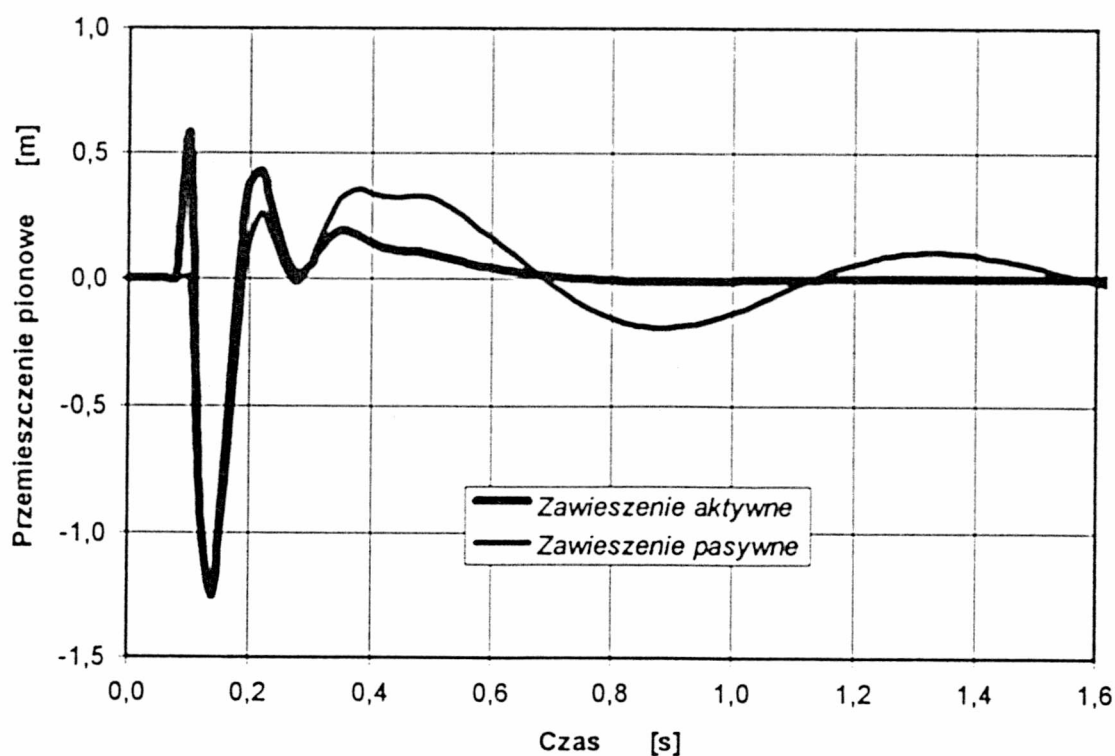


Rys. 5.3. Dwumasowy model pojazdu z zawieszeniem aktywnym i sterowaniem wg. zależności (5.14)

Stosując cały szereg założeń upraszczających układ przedstawiony na rys. 5.3 może stanowić bardzo prosty model zawieszenia wagonu kolejowego. W modelu tym ciało o masie m_1 reprezentuje wózek, ciało o masie m_2 połowę nadwozia, a sprężyna o sztywności k_1 zastępuje sprężyny pionowe pierwszego stopnia zawieszenia znajdujące się na jednym wózku. Na drugim stopniu zawieszenia działają równolegle sprężyna tłumik i element aktywny, których parametry - elementy macierzy $\mathbf{h}$ - zostaną wyznaczone po rozwiązaniu dla tego przypadku równania Riccatiego (5.7). Na podstawie pracy [67] do obliczeń przyjęto następujące wartości współczynników wag w kryterium oceny (5.13): $q_1 = 10$, $q_2 = 1$, $\rho = 1 \times 10^{-12}$. Równanie (5.7) rozwiązano na drodze numerycznej przy zastosowaniu metody eliminacji Gaussa, a otrzymane wartości elementów macierzy $\mathbf{K}$ wstawiono do zależności



Rys. 5.4. Wyniki obliczeń amplitudy drgań pionowych nadwozia przy użyciu dwumasowego modelu pojazdu



Rys. 5.5. Wyniki obliczeń przyspieszeń pionowych nadwozia przy użyciu dwumasowego modelu pojazdu

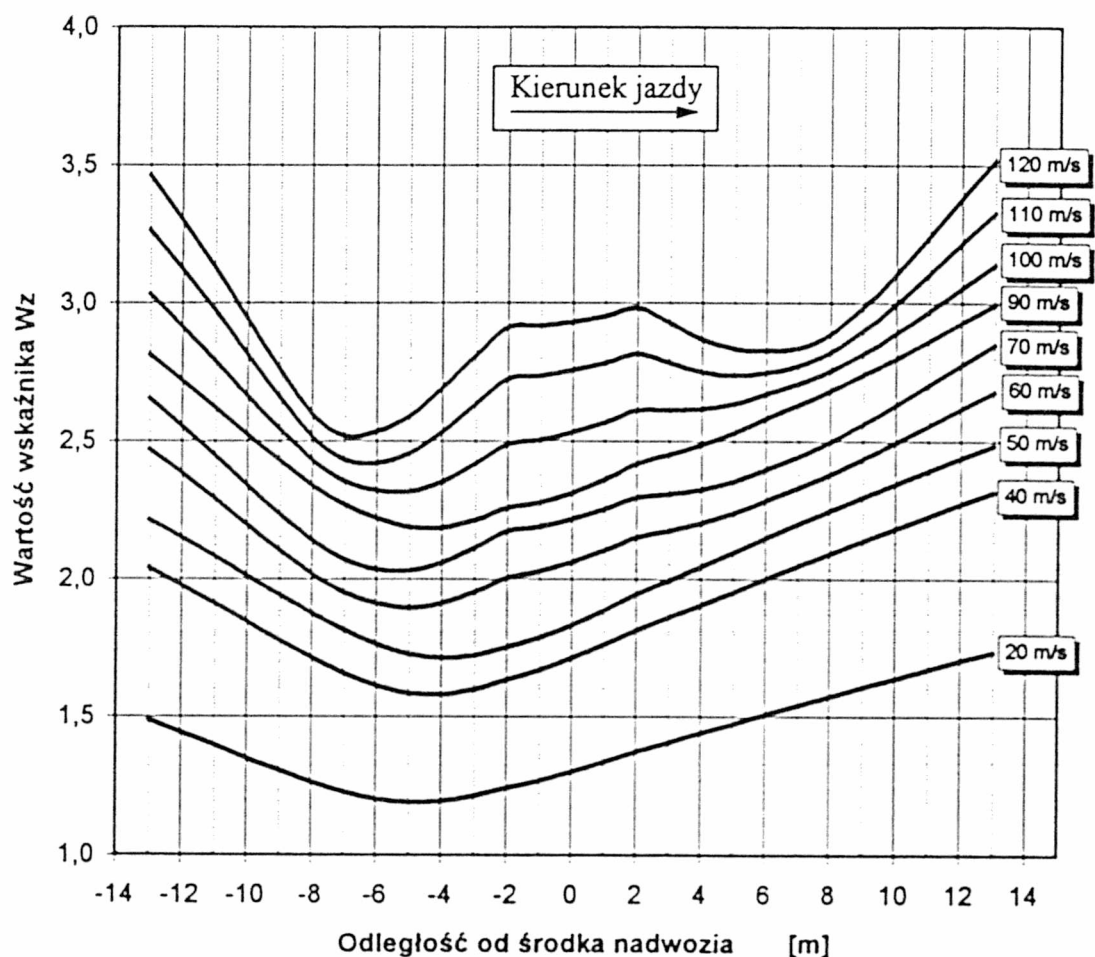
(5.6). Dla uzyskanych w ten sposób wartości elementów macierzy $\mathbf{h}$ zbadano odpowiedź układu na skokowe wymuszenie kinematyczne przyłożone do dolnego końca sprężyny na pierwszym stopniu zawieszenia (wjazd na „schodek” o wysokości 10 [mm]). Wyniki obliczeń symulacyjnych porównano z wynikami identycznej symulacji przeprowadzonej na modelu posiadającym na drugim stopniu tylko elementy pasywne. Porównanie przebiegów amplitudy przemieszczeń i przyspieszeń nadwozia przedstawiono na rys. 5.4 i 5.5.

Jak wynika z rysunku 5.4 zastosowanie elementu aktywnego na drugim stopniu zawieszenia pojazdu pozwala na znaczne - w stosunku do pojazdu z zawieszeniem pasywnym - zmniejszenie amplitudy drgań pionowych nadwozia podczas przejazdu przez pojedynczą nierówność np. złącze szyn. Tak dobry efekt ograniczenia przemieszczeń został osiągnięty za cenę niewielkiego wzrostu wartości przyspieszeń pionowych. Jak widać na rys. 5.5 maksymalne wartości przyspieszeń w przypadku zawieszenia aktywnego są w początkowej fazie wjazdu na nierówność nieznacznie wyższe niż w przypadku zawieszenia pasywnego.

5.3. MODEL WAGONU Z ZAWIESZENIEM AKTYWNYM

Symulacja przeprowadzona na prostym dwumasowym modelu pojazdu pokazała jak skutecznie mogą być tłumione drgania przez aktywne elementy zawieszenia. Aby stwierdzić czy i w jakim stopniu zawieszenie aktywne zmienia komfort jazdy wyrażany wartością wskaźnika W_z , przeprowadzono szereg symulacji jazdy wagonu posiadającego na II stopniu zawieszenia elementy aktywne, których charakterystykę opisuje zależność (5.15). W obliczeniach przyjęto wyznaczone wcześniej dla dwumasowego modelu pojazdu wartości parametrów macierzy sterowania $\mathbf{h}$. Prędkości pionowe nadwozia oraz jego przemieszczenia względem nierówności toru, stanowiące zmienne wejściowe dla elementów aktywnych są mierzone w punktach znajdujących się w drugim i szóstym segmencie nadwozia bezpośrednio nad miejscem mocowania elementów II stopnia zawieszenia (w modelu przyjęto, że sprężyna, tłumik oraz człon aktywny mocowane są w tych samych punktach do nadwozia i do ramy wózka). W trakcie symulowanych jazd modelowany wagon wyposażony w zawieszenie aktywne poruszał się po prostym, nierównym torze, przy czym nierówności toru opisywała ta sama funkcja gęstości widmowej mocy co w przypadku symulacji jazdy modelu z zawieszeniem pasywnym. Obserwacja wartości wskaźnika W_z odbywała się w tych

samych 27 punktach równomiernie rozłożonych na długości nadwozia (rys. 4.17). Wyniki obliczeń zamieszczono w tabeli 5.2, natomiast w postaci graficznej rozkład wartości wskaźnika W_z na długości wagonu w funkcji prędkości jazdy przedstawiono na rys. 5.6.



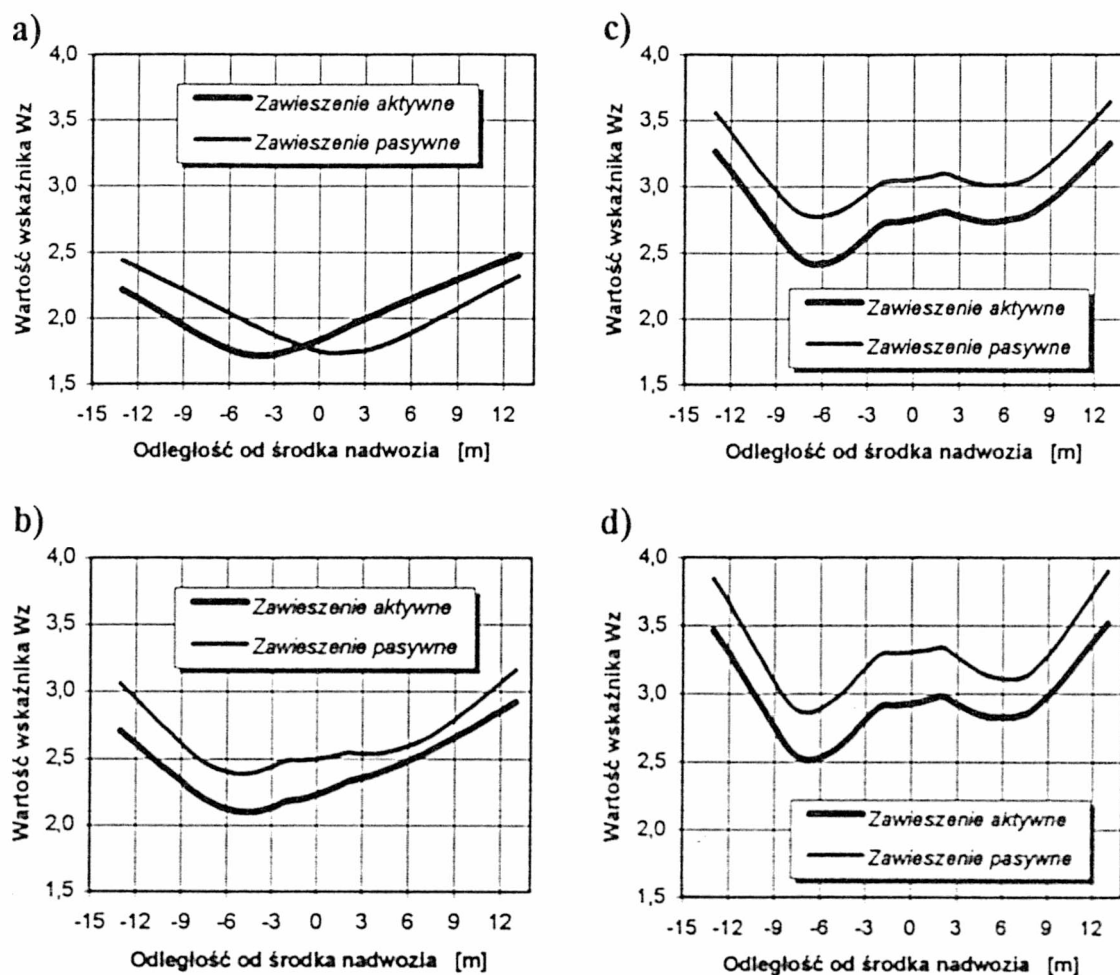
Rys. 5.6. Rozkład wartości wskaźnika W_z na długości nadwozia w funkcji prędkości jazdy dla wagonu z elastycznym nadwoziem i zawieszeniem aktywnym wg. zależności (5.15)

Analiza wykresu na rys. 5.6 oraz porównanie otrzymanych wyników z wynikami zamieszczonymi w tabeli 4.2 i na rys. 4.12 pozwala stwierdzić, że zastosowanie w pojeździe układu aktywnej eliminacji drgań o charakterystyce opisanej zależnością (5.15) powoduje znaczne obniżenie wartości wskaźnika W_z w całym rozpatrywanym zakresie prędkości. Z kolei z porównania rozkładów wartości wskaźnika W_z na długości nadwozia w przypadku zawieszenia pasywnego i aktywnego wynika, że w charakterze tego rozkładu nie zaszły praktycznie żadne istotne zmiany. Ilustrują to wykresy zamieszczone na rys. 5.7, z których wynika, że przy wyższych prędkościach jazdy (praktycznie począwszy już od 70 [m/s])

Tabela 5.2

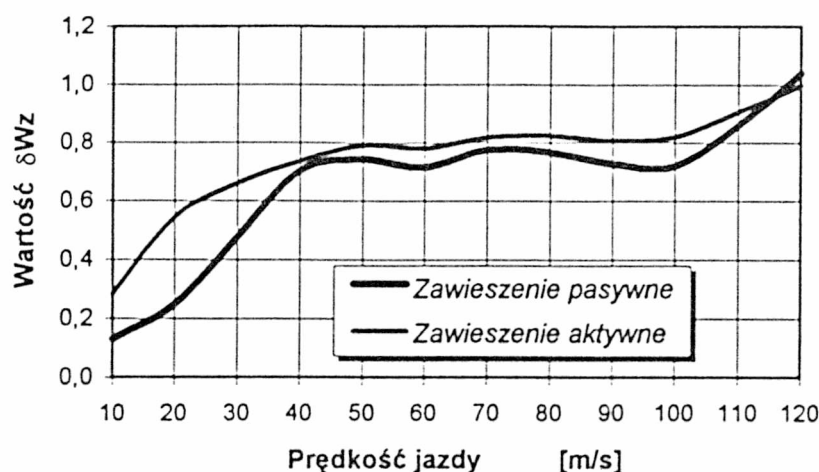
Wyniki obliczeń wskaźnika W_z dla modelu wagonu z podatnym nadwoziem i zawieszeniem aktywnym

Nr punktu	Prędkość jazdy [m/s]											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	1,0106	1,4881	1,7970	2,0399	2,2141	2,4690	2,6524	2,7035	2,8121	3,0311	3,2645	3,4622
2	0,9876	1,4430	1,7440	1,9777	2,1498	2,3842	2,5525	2,6129	2,7180	2,9136	3,1228	3,3004
3	0,9647	1,3967	1,6891	1,9130	2,0829	2,2901	2,4475	2,5186	2,6205	2,7898	2,9705	3,1247
4	0,9418	1,3493	1,6324	1,8458	2,0135	2,1962	2,3398	2,4226	2,5222	2,6634	2,8121	2,9407
5	0,9256	1,3150	1,5907	1,7961	1,9619	2,1273	2,2612	2,3527	2,4510	2,5714	2,6945	2,8031
6	0,9008	1,2615	1,5238	1,7154	1,8775	2,0197	2,1404	2,2431	2,3405	2,4314	2,5157	2,5973
7	0,8840	1,2264	1,4769	1,6582	1,8158	1,9527	2,0710	2,1728	2,2708	2,3542	2,4304	2,5176
8	0,8710	1,2019	1,4405	1,6134	1,7643	1,9121	2,0369	2,1250	2,2213	2,3202	2,4202	2,5339
9	0,8625	1,1898	1,4179	1,5847	1,7272	1,8959	2,0307	2,0980	2,1890	2,3166	2,4544	2,5911
10	0,8594	1,1935	1,4145	1,5792	1,7122	1,9110	2,0584	2,1010	2,1866	2,3520	2,5307	2,6894
11	0,8622	1,2122	1,4311	1,5981	1,7227	1,9535	2,1133	2,1335	2,2147	2,4175	2,6313	2,8075
12	0,8701	1,2406	1,4620	1,6340	1,7535	2,0062	2,1739	2,1798	2,2585	2,4878	2,7241	2,9105
13	0,8805	1,2673	1,4942	1,6682	1,7871	2,0287	2,1904	2,1987	2,2773	2,5032	2,7354	2,9155
14	0,8946	1,2997	1,5344	1,7122	1,8330	2,0621	2,2177	2,2318	2,3126	2,5304	2,7552	2,9292
15	0,9114	1,3354	1,5792	1,7621	1,8864	2,1037	2,2537	2,2758	2,3606	2,5675	2,7823	2,9511
16	0,9302	1,3726	1,6260	1,8146	1,9435	2,1506	2,2961	2,3272	2,4170	2,6122	2,8156	2,9801
17	0,9487	1,4054	1,6679	1,8596	1,9938	2,1740	2,3061	2,3559	2,4487	2,6113	2,7812	2,9248
18	0,9680	1,4387	1,7103	1,9055	2,0448	2,2025	2,3232	2,3907	2,4848	2,6154	2,7486	2,8670
19	0,9879	1,4729	1,7534	1,9528	2,0968	2,2400	2,3538	2,4352	2,5294	2,6351	2,7370	2,8325
20	1,0080	1,5072	1,7962	2,0004	2,1488	2,2841	2,3952	2,4865	2,5801	2,6684	2,7478	2,8266
21	1,0279	1,5407	1,8378	2,0467	2,1992	2,3301	2,4417	2,5394	2,6295	2,7058	2,7713	2,8367
22	1,0477	1,5739	1,8787	2,0925	2,2483	2,3802	2,4967	2,5962	2,6808	2,7538	2,8207	2,8869
23	1,0722	1,6151	1,9291	2,1494	2,3089	2,4498	2,5773	2,6737	2,7527	2,8342	2,9228	3,0125
24	1,0867	1,6395	1,9589	2,1832	2,3446	2,4935	2,6291	2,7219	2,7983	2,8893	2,9966	3,1055
25	1,1061	1,6722	1,9986	2,2284	2,3922	2,5542	2,7018	2,7885	2,8623	2,9695	3,1045	3,2409
26	1,1249	1,7037	2,0369	2,2721	2,4382	2,6151	2,7754	2,8555	2,9276	3,0531	3,2165	3,3800
27	1,1433	1,7346	2,0742	2,3148	2,4830	2,6754	2,8483	2,9218	2,9928	3,1371	3,3271	3,5150
$W_{z_{max}}$	1,1433	1,7346	2,0742	2,3148	2,4830	2,6754	2,8483	2,9218	2,9928	3,1371	3,3271	3,5150
$W_{z_{min}}$	0,8594	1,1898	1,4145	1,5792	1,7122	1,8959	2,0307	2,0980	2,1866	2,3166	2,4202	2,5176
ΔW_z [%]	33,03%	45,79%	46,64%	46,58%	46,19%	41,12%	40,26%	39,27%	36,87%	35,42%	37,47%	39,62%



Rys.5.7. Porównanie rozkładu wartości wskaźnika komfortu jazdy W_z na nadwoziu sztywnym i podatnym dla następujących prędkości jazdy: a) 40 [m/s], b) 70 [m/s], c) 110 [m/s], d) 120 [m/s]

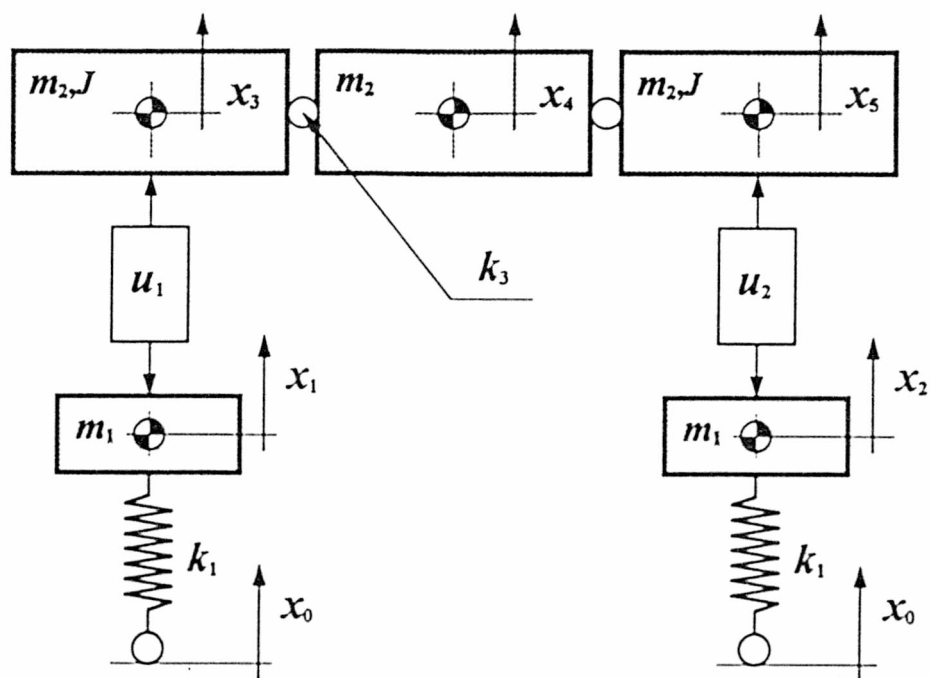
wykresu dla zawieszenia aktywnego przebiegają prawie równoległe do linii wykresu dla zawieszenia pasywnego. Przy prędkości jazdy 120 [m/s] można nawet powiedzieć o stałej różnicy pomiędzy wartościami uzyskanymi dla zawieszenia pasywnego i aktywnego wynoszącej 0,4. Analiza parametru δW_z (rys. 5.8) pokazuje, że po zastosowaniu w zawieszeniu wagonu elementów aktywnych o charakterystyce (5.16) różnice pomiędzy wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z są w zakresie do 40 [m/s] wyższe niż w przypadku zawieszenia pasywnego. Powyżej tej prędkości wartości parametru δW_z uzyskane dla zawieszenia pasywnego i aktywnego są bardzo zbliżone, przy czym na szczególną uwagę zasługuje fakt iż dla zawieszenia aktywnego, podobnie jak w przypadku zawieszenia pasywnego, przy prędkości 100 [m/s] następuje załamanie linii wykresu funkcji $\delta W_z(v)$ i wartość parametru δW_z rośnie wraz ze wzrostem prędkości jazdy.



Rys. 5.8. Różnice pomiędzy wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z w funkcji prędkości jazdy

Takie zachowanie się układu z zawieszeniem aktywnym należy tłumaczyć tym, że charakterystykę elementów aktywnych zawieszenia (5.15) opracowano w oparciu o prosty dwumasowy model pojazdu, w którym nadwozie traktowane jest jak bryła idealnie sztywna. To założenie upraszczające spowodowało, że działanie elementu aktywnego zawieszenia zostało uzależnione jedynie od drgań pionowych całej bryły nadwozia, bez uwzględnienia jego odkształcalności. Aby zawieszenie aktywne mogło reagować na zmiany stanu obiektu wynikające z odkształcalności nadwozia należy określić nową formułę sterowania elementami aktywnymi zawieszenia wykorzystując do tego celu model pojazdu, w którym uwzględniona jest odkształcalność nadwozia.

Ze względu na znaczną złożoność zagadnienia oraz skomplikowaną procedurę obliczeniową do określenia nowej charakterystyki członów aktywnych uwzględniających podatność nadwozia przyjęto płaski model pojazdu, którego schemat przedstawiono na rys. 5.9. Elastyczność nadwozia została w tym przypadku zamodelowana za pomocą trzech, połączonych ze sobą sprężystymi przegubami, jednakowych brył o masie m_2 równej 1/3 masy nadwozia, przy czym w celu ograniczenia ilości stopni swobody układu przyjęto, że bryły o masie m_1 przedstawiające wózki oraz segment środkowy nadwozia posiadają tylko jeden stopień swobody - przemieszczenia w kierunku pionowym - natomiast skrajne segmenty nadwozia posiadają po dwa stopnie swobody - przemieszczenie w pionie i obrót. Po uwzględnieniu istniejących w układzie więzów wektor stanu opisujący położenie układu przyjmie następującą postać:



Rys. 5.9. Uproszczony płaski model wagonu z zawieszeniem aktywnym i odkształcalnym nadwoziem

$$\bar{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_3 \ \dot{x}_4 \ \dot{x}_5]^T, \quad (5.16)$$

a ruch modelu opisują następujące równania:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \mathbf{A} \cdot \bar{x} + \mathbf{B}_1 \cdot \bar{u} + \mathbf{B}_2 \cdot \bar{x}_0, \\ \bar{y} = \mathbf{C} \cdot \bar{x}, \end{cases} \quad (5.17)$$

w których macierz stanu $\mathbf{A}$, macierz sterowania $\mathbf{B}_1$, macierz wejścia $\mathbf{B}_2$ i macierz wyjścia $\mathbf{C}$ dane są następująco:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & A_3 & A_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_5 & -2A_5 & A_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_4 & A_3 & A_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \frac{-k_1}{m_1},$$

$$A_2 = \frac{-4k_3(8J + m_2l^2)}{m_2^2l^4 + 16m_2l^2J + 48J^2},$$

$$A_3 = \frac{4k_3(4J + m_2l^2)}{m_2^2l^4 + 16m_2l^2J + 48J^2},$$

$$A_4 = \frac{16k_3}{m_2^2l^4 + 16m_2l^2J + 48J^2},$$

$$A_5 = \frac{4k_3}{m_2l^2 + 16J},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_1 & 0 \\ 0 & B_1 \\ B_2 & B_3 \\ B_4 & B_4 \\ B_3 & B_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -A_1 & 0 \\ 0 & -A_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \frac{-1}{m_1},$$

$$B_2 = \frac{m_2^2l^4 + 12m_2l^2J + 16J^2}{m_2(m_2^2l^4 + 16m_2l^2J + 48J^2)},$$

$$B_3 = \frac{16J^2}{m_2(m_2^2l^4 + 16m_2l^2J + 48J^2)},$$

$$B_4 = \frac{4J}{m_2(m_2l^2 + 12J)},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Aby równanie ruchu (5.17) posiadało wymaganą formę przedstawioną zależnością (5.3) wektor stanu należy przekształcić do następującej postaci:

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ x_2 - x_0 \\ x_3 - x_0 \\ x_4 - x_0 \\ x_5 - x_0 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix}.$$

Po modyfikacji wektora stanu zależność (5.17) przyjmie postać

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \bar{\mathbf{u}}, \\ \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}, \end{cases} \quad (5.18)$$

gdzie $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1$. Podobnie jak w przypadku dwumasowego modelu pojazdu przyjęto, że zawieszenie aktywne ma za zadanie:

- zminimalizować przemieszczenia wózków względem toru,
- zminimalizować przemieszczenia nadwozia względem wózków,
- zminimalizować energię dostarczoną do układu.

Wobec powyższego kryterium optymalności (5.4) przyjęło następującą postać:

$$\begin{aligned} Q = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} & \left[q_1 \cdot (x_0 - x_1)^2 + q_1 \cdot (x_0 - x_2)^2 + \rho \cdot (u_1^2 + u_2^2) \right. \\ & \left. + q_2 \cdot (x_1 - x_3)^2 + q_2 \cdot (x_2 - x_5)^2 \right] dt, \end{aligned} \quad (5.19)$$

co odpowiada następującym postaciom macierzy $\mathbf{P}$ i $\mathbf{R}$ z równania (5.4)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & 0 & -q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_1 + q_2 & 0 & 0 & -q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_2 & 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -q_2 & 0 & 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix}.$$

Po rozwinięciu wzoru (5.6) otrzymujemy zależności określające charakterystyki członów aktywnych:

$$\begin{aligned} u_1 = & h_{1,1} \cdot (x_1 - x_3) + h_{1,6} \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + \\ & + (h_{1,1} + h_{1,3}) \cdot (x_3 - x_0) + h_{1,4} \cdot (x_4 - x_0) + h_{1,5} \cdot (x_5 - x_0) + \\ & + (h_{1,6} + h_{1,8}) \cdot \dot{x}_3 + h_{1,9} \cdot \dot{x}_4 + h_{1,10} \cdot \dot{x}_5, \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} u_2 = & h_{2,2} \cdot (x_2 - x_5) + h_{2,7} \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_5) + \\ & + h_{2,3} \cdot (x_3 - x_0) + h_{2,4} \cdot (x_4 - x_0) + (h_{2,2} + h_{2,5}) \cdot (x_5 - x_0) + \\ & + h_{2,6} \cdot \dot{x}_3 + h_{2,9} \cdot \dot{x}_4 + (h_{2,7} + h_{2,10}) \cdot \dot{x}_5, \end{aligned}$$

w których można wyróżnić część bierną:

$$u_{b1} = h_{1,1} \cdot (x_1 - x_3) + h_{1,6} \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3)$$

$$u_{b2} = h_{2,2} \cdot (x_2 - x_5) + h_{2,7} \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_5)$$

przedstawiającą charakterystyki sprężyn i tłumików na II stopniu zawieszenia oraz część aktywną:

$$u_{a1} = (h_{1,1} + h_{1,3}) \cdot (x_3 - x_0) + h_{1,4} \cdot (x_4 - x_0) + h_{1,5} \cdot (x_5 - x_0) +$$

$$+ (h_{1,6} + h_{1,8}) \cdot \dot{x}_3 + h_{1,9} \cdot \dot{x}_4 + h_{1,10} \cdot \dot{x}_5$$

(5.21)

$$u_{a2} = h_{2,3} \cdot (x_3 - x_0) + h_{2,4} \cdot (x_4 - x_0) + (h_{2,2} + h_{2,5}) \cdot (x_5 - x_0) +$$

$$+ h_{2,6} \cdot \dot{x}_3 + h_{2,9} \cdot \dot{x}_4 + (h_{2,7} + h_{2,10}) \cdot \dot{x}_5$$

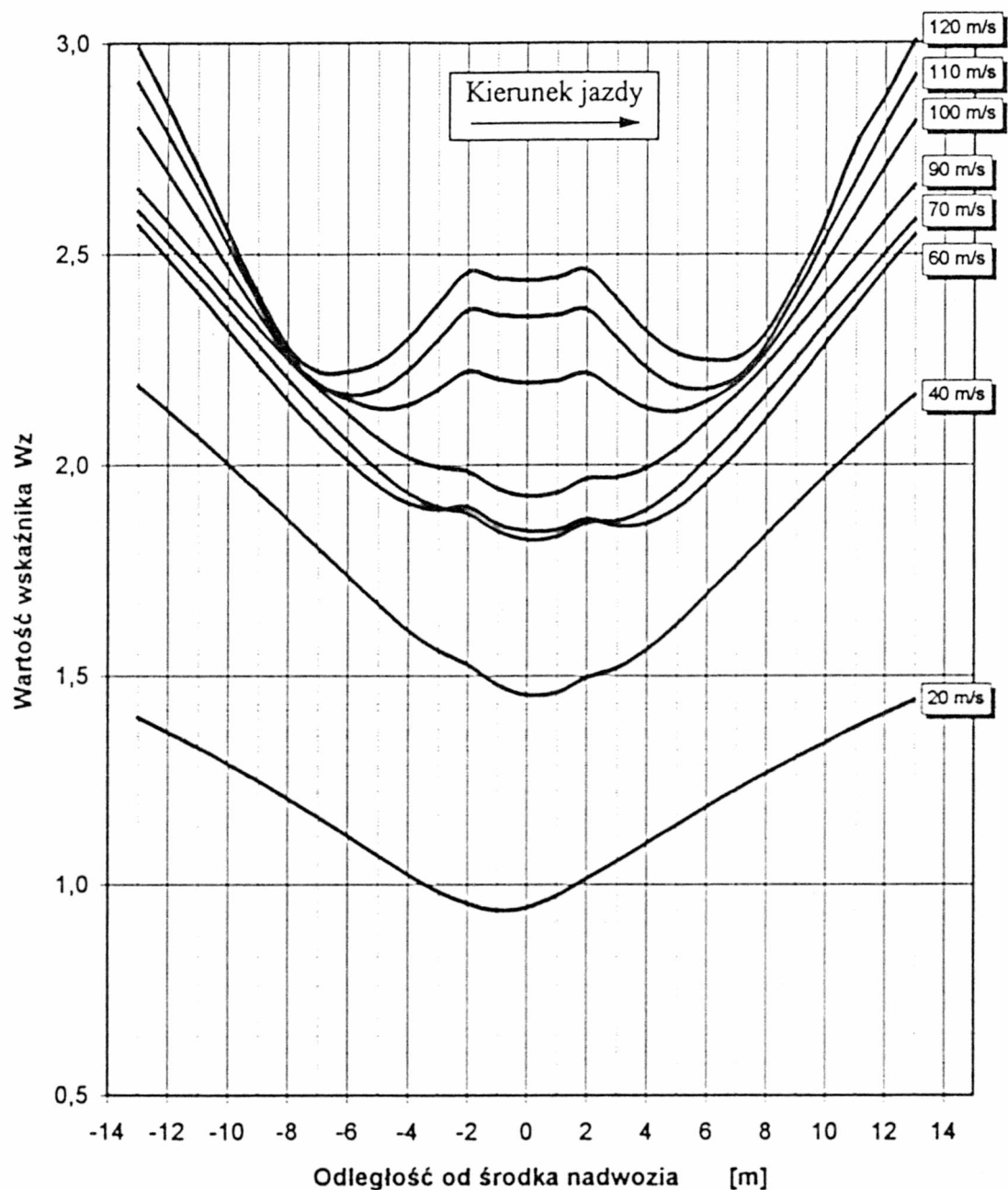
z czego wynika, że również w tym przypadku na II stopniu zawieszenia wagonu będą działały równoległe elementy pasywne i aktywne. Analiza zależności (5.21) pokazuje, że działanie elementów aktywnych będzie uzależnione od bezwzględnej prędkości w kierunku pionowym każdego z segmentów nadwozia oraz od ich przemieszczeń względem drogi.

Równanie Riccatiego (5.7) rozwiązano na drodze numerycznej przy wykorzystaniu metody eliminacji Gaussa, przyjmując do obliczeń następujące wartości współczynników wag przyjętego kryterium oceny: $q_1 = 10$, $q_2 = 1$, $\rho = 1 \times 10^{-12}$. Otrzymane wartości elementów macierzy $\mathbf{K}$ wstawiono do wzoru (5.6) i wyliczono wartości elementów macierzy $\mathbf{h}$. Dotychczasowe charakterystyki członów aktywnych w przestrzennym modelu zawieszenia wagonu zamieniono na nowe wyrażone zależnością (5.21), a następnie powtórzono eksperyment numeryczny, w trakcie którego podczas symulowanych jazd wagonu wyznaczano w różnych punktach nadwozia (rys. 4.7) wartości wskaźnika W_z . Wyniki obliczeń wartości wskaźnika W_z w funkcji prędkości jazdy i położenia na nadwoziu punktu obserwacji przedstawiono w tabeli 5.3 oraz na rys. 5.10.

Tabela 5.3

Wyniki obliczeń wskaźnika W_z dla modelu wagonu z podatnym nadwoziem i zawieszeniem aktywnym wg. formuły (5.21)

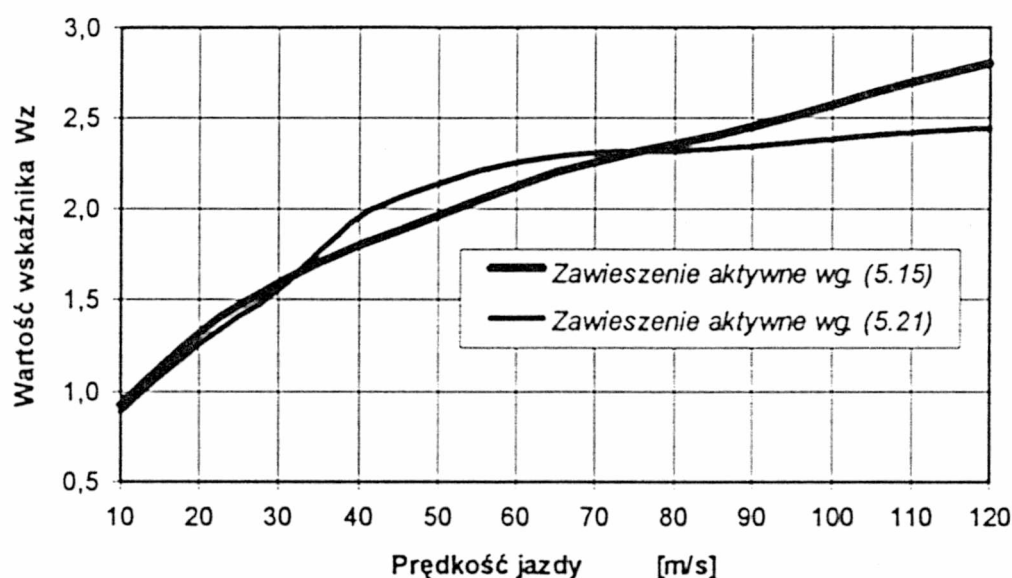
Nr punktu	Prędkość jazdy [m/s]											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	0,9657	1,4010	1,7453	2,1897	2,3702	2,5677	2,6013	2,5618	2,6543	2,7980	2,9053	2,9885
2	0,9457	1,3658	1,6962	2,1303	2,3132	2,4891	2,5267	2,5013	2,5742	2,6917	2,7836	2,8512
3	0,9250	1,3289	1,6451	2,0683	2,2534	2,4071	2,4491	2,4381	2,4919	2,5806	2,6538	2,7040
4	0,9033	1,2896	1,5919	2,0032	2,1896	2,3223	2,3684	2,3715	2,4086	2,4681	2,5195	2,5530
5	0,8870	1,2594	1,5519	1,9539	2,1406	2,2590	2,3079	2,3207	2,3478	2,3866	2,4203	2,4424
6	0,8592	1,2067	1,4845	1,8694	2,0544	2,1543	2,2065	2,3225	2,2508	2,2632	2,2689	2,2823
7	0,8367	1,1627	1,4324	1,8018	1,9815	2,0771	2,1286	2,1594	2,1834	2,1947	2,1914	2,2227
8	0,8142	1,1170	1,3832	1,7352	1,9046	2,0096	2,0561	2,0820	2,1227	2,1561	2,1687	2,2236
9	0,7921	1,0698	1,3363	1,6689	1,8224	1,9498	1,9877	1,9983	2,0628	2,1338	2,1783	2,2444
10	0,7715	1,0238	1,2973	1,6079	1,7363	1,9079	1,9320	1,9121	2,0174	2,1428	2,2256	2,3026
11	0,7534	0,9836	1,2721	1,5599	1,6498	1,8920	1,8982	1,8268	1,9937	2,1811	2,2990	2,3847
12	0,7395	0,9553	1,2604	1,5273	1,5676	1,8993	1,8837	1,7472	1,9851	2,2252	2,3685	2,4585
13	0,7299	0,9377	1,2352	1,4790	1,4824	1,8588	1,8420	1,6696	1,9436	2,2042	2,3573	2,4435
14	0,7211	0,9443	1,2264	1,4543	1,4316	1,8413	1,8225	1,6294	1,9251	2,1961	2,3537	2,4394
15	0,7316	0,9725	1,2359	1,4606	1,4414	1,8451	1,8295	1,6444	1,9338	2,2018	2,3580	2,4463
16	0,7427	1,0137	1,2616	1,4960	1,5059	1,8694	1,8615	1,7074	1,9676	2,2206	2,3700	2,4640
17	0,7576	1,0549	1,2742	1,5182	1,5813	1,8542	1,8655	1,7832	1,9710	2,1748	2,3020	2,3942
18	0,7760	1,0986	1,3001	1,5616	1,6698	1,8599	1,8920	1,8702	1,9930	2,1360	2,2315	2,3180
19	0,7967	1,1430	1,3395	1,6229	1,7609	1,8973	1,9448	1,9603	2,0398	2,1279	2,1882	2,2666
20	0,8186	1,1864	1,3864	1,6919	1,8487	1,9574	2,0135	2,0482	2,1029	2,1526	2,1826	2,2517
21	0,8406	1,2276	1,4356	1,7619	1,9310	2,0280	2,0880	2,1304	2,1687	2,1956	2,2095	2,2562
22	0,8625	1,2668	1,4876	1,8334	2,0089	2,1105	2,1692	2,2083	2,2419	2,2693	2,2896	2,3170
23	0,8894	1,3139	1,5545	1,9222	2,1003	2,2221	2,2754	2,3013	2,3451	2,3970	2,4409	2,4722
24	0,9052	1,3410	1,5942	1,9738	2,1520	2,2892	2,3386	2,3546	2,4088	2,4802	2,5393	2,5795
25	0,9263	1,3765	1,6470	2,0416	2,2190	2,3785	2,4226	2,4242	2,4952	2,5941	2,6725	2,7567
26	0,9464	1,4101	1,6977	2,1059	2,2815	2,4642	2,5031	2,4898	2,5800	2,7061	2,8013	2,8710
27	0,9659	1,4422	1,7463	2,1672	2,3408	2,5459	2,5801	2,5525	2,6621	2,8129	2,9222	3,0061
$W_{z_{max}}$	0,9659	1,4422	1,7463	2,1897	2,3702	2,5677	2,6013	2,5618	2,6621	2,8129	2,9222	3,0061
$W_{z_{min}}$	0,7211	0,9377	1,2264	1,4543	1,4316	1,8413	1,8225	1,6294	1,9251	2,1279	2,1687	2,2227
ΔW_z [%]	33,95%	53,80%	42,39%	50,57%	66,96%	39,45%	42,73%	57,22%	38,28%	32,19%	34,74%	35,25%



Rys. 5.10. Rozkład wartości wskaźnika W_z na długości nadwozia w funkcji prędkości jazdy dla wagonu z zawieszeniem aktywnym wg. zależności (5.21)

Z porównania rys. 5.6 i 5.10 widać, że zastosowanie członów aktywnych o nowych charakterystykach nie spowodowało rewolucyjnych zmian w charakterze funkcji $W_z(v, l)$, gdzie v jest prędkością jazdy, a l określa położenie na nadwoziu punktu obserwacji. Należy jednak zauważyć, że nowe człony aktywne spowodowały dalsze obniżenie wartości wskaźnika W_z , przede wszystkim przy wyższych prędkościach jazdy, przy których wyraźnie uwidocznił

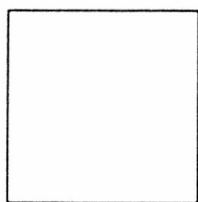
się wpływ drgań strukturalnych nadwozia na komfort jazdy. Widać to wyraźnie na rys. 5.10, gdzie począwszy od prędkości 60 [m/s] linie przedstawiające rozkład wartości wskaźnika W_z są - pomimo znacznego rozciągnięcia skali na wykresie - bardzo ściśnięte. Jak pokazuje rys. 5.11 wartość wskaźnika W_z w punkcie położonym nad czopem skrętowym powyżej prędkości 60 [m/s] praktycznie nie ulega zmianie - linia wykresu przebiega płasko. Jedynie na końcach nadwozia, a przede wszystkim w jego części środkowej (rys. 5.12) występują większe zmiany wartości W_z .



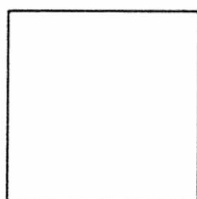
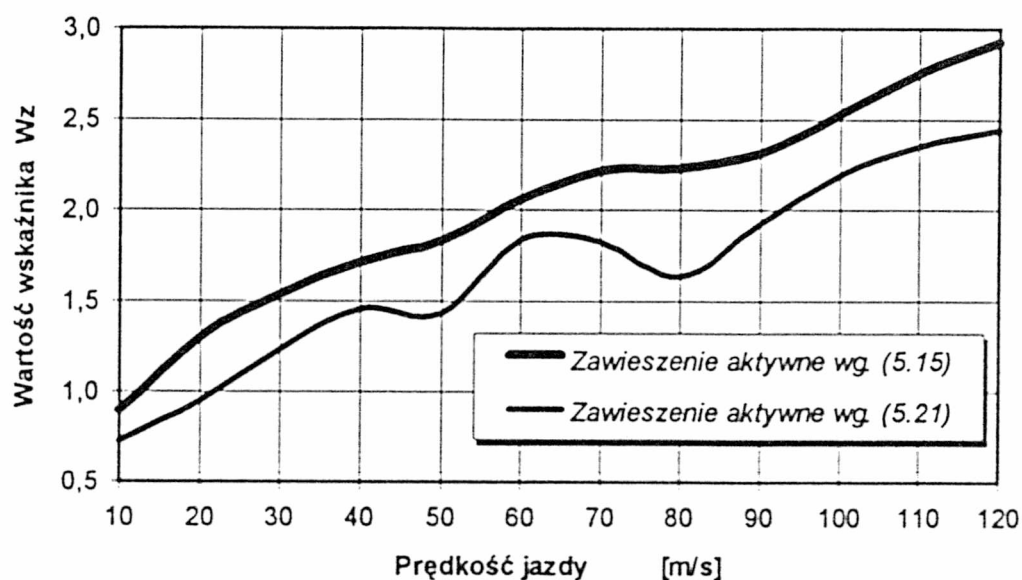
Rys. 5.11. Przebieg wartości wskaźnika W_z w punkcie nad czopem skrętowym w funkcji prędkości jazdy dla analizowanych wariantów zawieszenia aktywnego

Zastosowanie nowych członów aktywnych nie spowodowało również istotnego zmniejszenia różnic pomiędzy wartością maksymalną i minimalną wskaźnika W_z . Jak pokazuje rys. 5.13 za wyjątkiem prędkości ok 50 i 80 [m/s], gdzie ze względu na znaczne obniżenie wartości wskaźnika W_z w części środkowej wagonu (rys. 5.12), wartość parametru δW_z dla układu z nowymi członami aktywnymi jest minimalnie niższa, a niewątpliwie pozytywnym i oczekiwanym efektem modyfikacji zawieszenia wagonu jest znaczne zmniejszenie wartości tego parametru dla prędkości powyżej 90 [m/s].

Z przedstawionych wyników widać, że w wyniku modyfikacji charakterystyk członów aktywnych nie nastąpiły radykalne zmiany w rozkładzie wartości wskaźnika



na długości wagonu, gdyż już zastosowanie zawieszenia aktywnego ocha-
rakteryście opisanej



Rys. 5.12. Przebieg wartości wskaźnika  w punkcie środkowym nadwozia w
funkcji
prędkości jazdy dla analizowanych wariantów zawieszenia aktywnego

6. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona w ramach niniejszej pracy teoretyczna analiza wpływu odkształcalności nadwozia wagonu kolejowego na komfort jazdy pasażera pozwoliła na sformułowanie następujących wniosków:

1. w przypadku pojazdów szynowych istnieje pewna prędkość graniczna, powyżej której przy analizie komfortu jazdy należy brać pod uwagę drgania wynikające z odkształcalności nadwozia;
2. dla analizowanego modelu wagonu prędkością graniczną jest prędkość 40 [m/s] - poniżej tej prędkości różnica pomiędzy wartościami wskaźnika W_z dla sztywnego i dla podatnego nadwozia nie przekracza poziomu 3 % (tabela 4.9, rys. 4.20);
3. dla prędkości wyższych od 40 [m/s] wpływ odkształcalności nadwozia na komfort jazdy jest duży zwłaszcza w części środkowej nadwozia - przy prędkości 120 [m/s] w przypadku nadwozia podatnego wartość wskaźnika W_z wyliczonego dla punktu znajdującego się w środku ciężkości nadwozia jest o 20,81 % wyższa od wartości wskaźnika wyliczonego dla przypadku wagonu ze sztywnym nadwoziem;
4. zastosowanie w zawieszeniu wagonu elementów aktywnych, których charakterystyka jest funkcją prędkości bezwzględnej nadwozia w kierunku pionowym oraz jego przemieszczenia pionowego względem podłoża (toru) powoduje poprawę komfortu jazdy;
5. zastosowanie na drugim stopniu zawieszenia wagonu elementu aktywnego I-go rzędu - charakterystyka opisana zależnością (5.15) - spowodowało obniżenie wartości wskaźnika W_z w środku nadwozia np. przy prędkości 80 [m/s] o 8.6 %, a przy prędkości 120 [m/s] o 11.67 % (tabele 4.8 i 5.2). Element aktywny I-go rzędu nie ma jednak żadnego wpływu na drgania strukturalne nadwozia, gdyż wartość parametru δW_z (rys.5.8) pozostaje praktycznie na niezmiennym poziomie.
6. dalsze zwiększenie komfortu jazdy głównie poprzez zmniejszenie niekorzystnego wpływu drgań strukturalnych nadwozia jest możliwe poprzez zastosowanie elementu aktywnego wyższego rzędu, dla którego jeden z punktów pomiaru wielkości sterujących znajduje się w środku ciężkości nadwozia;

7. zastosowanie w zawieszeniu wagonu elementu aktywnego III-go rzędu - którego charakterystyka jest opisana zależnością (5.21) - spowodowało dalsze obniżenie wartości wskaźnika komfortu jazdy zwłaszcza przy dużych prędkościach (powyżej 90 [m/s]) przede wszystkim dzięki zmniejszeniu drgań strukturalnych nadwozia, co wynika z faktu, że w zakresie dużych prędkości nastąpiło znaczne obniżenie wartości parametru δW_z . Dla prędkości 120 [m/s] wartość tego parametru jest o 21.5 % mniejsza niż w przypadku elementu aktywnego I-go rzędu (rys. 5.13).

Wnioski końcowe:

1. Zaprezentowany w niniejszej pracy materiał badawczy pozwala stwierdzić, że postawione przez autora cele pracy zostały w całości zrealizowane.
2. W oparciu o wyniki badań zaprezentowane w rozdziale 5 oraz na podstawie wniosków 4 ÷ 7 przyjęto, że słuszność tezy sformułowanej w rozdziale 2 niniejszej pracy została dowiedziona.

7. LITERATURA

- [1] BALAZIŃSKI E., GRAJNERT J., JANKOWSKI L., KWAŚNIEWSKI S., LEWANDOWSKI T., MARCINKOWSKI J., SŁOMSKI W., ZABŁOCKI W.: *Identyfikacja własności statycznych i dynamicznych oraz pracowanie modelu matematycznego wielkogabarytowej sprężyny pneumatycznej ze swobodną powłoką*. Raport IKiEM PWr Seria Sprawozdania Nr 048/93 Wrocław 1993.
- [2] BALAZIŃSKI E., KWAŚNIEWSKI S., LEWANDOWSKI T., SŁOMSKI W.: *Metodyka badań i projekt stanowiska do pomiaru charakterystyk sprężyn pneumatycznych*. Raport IKiEM PWr Seria Sprawozdania Nr 038/90 Wrocław 1990.
- [3] BARCZAK A., OSMÓLSKI W.: *Metoda elementów skończonych w zastosowaniu do modelowania ciągłych konstrukcji nośnych pojazdów szynowych*. Pojazdy Szynowe 2/80.
- [4] BENDAT J.S., PIERSON A.C.: *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*. PWN, Warszawa 1976.
- [5] BISCHOP R.E.D., GLADWELL G.M.L., MICHAELSON S.: *Macierzowa analiza drgań*. WNT, Warszawa 1972.
- [6] BOGACZ R., KRZYŻYŃSKI T., POPP K.: *On dynamics of systems modelling continuous and periodic guideways for high-speed vehicles*. Wydawnictwo IPPT PAN *Dynamical Problems in Mechanical systems*, Warszawa 1991
- [7] BOGACZ R., MEINKE P., DZUŁA S.: *Vehicle/track-dynamic interaction for high speed-frequency range*. Wydawnictwo IPPT PAN *Dynamical Problems in Mechanical systems*, Warszawa 1993
- [8] BOGACZ R., MEINKE P., POPP K.: *On modelling the wheelset/rails dynamic interaction for high-speed trains*. X Konferencja Naukowa „Pojazdy Szynowe”, Wrocław 1994
- [9] CANNON R.H.JR.: *Dynamika układów fizycznych*. WNT, Warszawa 1973
- [10] CROLLA D.A. I INNI.: *Active suspension control for an off-road vehicle*. Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol 201 No D1 (1987)
- [11] DEN HARTOG J.P.: *Drgania mechaniczne*. PWN, Warszawa 1971
- [12] DUDEK D.: *Elementy dynamiki maszyn górnictwa odkrywkowego*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1994.
- [13] DUKKIPATI R.V., GARG V.K.: *Dynamics of railway vehicle systems*. Academic Press Canada 1984.
- [14] FRÜHAUF F.: *Entwurf einer aktiven Fahrzeugfederung für zeitverschobene Anregungsprozesse*. VDI-Bericht Reihe 12 Nr 57, VDI-Verlag, Düsseldorf 1985.
- [15] FREDERICH F.: *Die Gleislage - aus fahrzeugtechnischer Sicht*. ZEV-Glasers Annalen 108 (1984) Nr 12.
- [16] GĄSOWSKI W., I IN.: *Tworzenie metod obliczeniowych do analizy właściwości dynamicznych układów zwieszonych*. X Konferencja Naukowa „Pojazdy Szynowe”, Wrocław 1994

- [17] GAŚOWSKI W., MARCINIAK Z.: *Konstrukcje oraz modele wózków i układów zawiesznień wagonów i lokomotyw przeznaczonych do jazdy z dużymi prędkościami*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1993
- [18] GAŚOWSKI W., MARCINIAK Z., SOBAŚ J.: *Zawieszenie aktywne i możliwości jego zastosowania w taborze dla krajowych linii szybkiego ruchu*. Problemy kolejnictwa Zeszyt 117, Warszawa 1994
- [19] GAŚOWSKI W., SOBCZAK M.: *Układy biegowe wagonów kolejowych*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1987.
- [20] GIES S.: *Die aktive Aufbaufederung im Kraftfahrzeug*. Sympozjum *Feder- und Dämpfungssysteme im Fahrzeugbau* Aachen 1991
- [21] GOODAL R.M, KORTUM W.: *Active controls in ground transportation - a review of the state-of-the art and future potential*. Vehicle System Dynamics 12 (1983)
- [22] GRAJNERT J., LEWANDOWSKI T., NOWAK M., OŚWIECIMSKI W., SŁOMSKI W.: *Badania zaworów poziomujących i wybranych powłok sprężyn pneumatycznych*. Raport IKiEM PWr Seria Sprawozdania Nr 043/90 Wrocław 1990.
- [23] GRAJNERT J., LEWANDOWSKI T., SŁOMSKI W.: *Identyfikacja własności dynamicznych elementów układu usprężynowania pneumatycznego*. Raport IKiEM PWr Seria Sprawozdania Nr 100/88 Wrocław 1988.
- [24] GRAJNERT J., LEWANDOWSKI T., SŁOMSKI W.: *Pomiary wybranych charakterystyk statycznych wielkogabarytowych sprężyn pneumatycznych*. X Konferencja Naukowa „Pojazdy Szynowe”, Wrocław 1994.
- [25] GRAJNERT J.: *O systemie MEDYNA*. X Konferencja naukowa „Pojazdy Szynowe”, Wrocław 1994
- [26] GRAJNERT J.: *Podstawy teoretyczne zawiesznień pneumatycznych*. Praca habilitacyjna (niepublikowana).
- [27] GRAJNERT J.: *Przegląd systemów komputerowej symulacji układów materialnych*. Seminarium „Komputerowe metody wspomaganie projektowania” Szklarska Poręba 1993.
- [28] GRZESIKIEWICZ W., OSIECKI J., PIOTROWSKI J.: *Podstawy dynamiki pojazdów szynowych*. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1972.
- [29] HARSY G.: *Neue Entwicklungen im Drehgestellbau*. ZEV-Glasers Annalen 106 (1982) Nr 2/3.
- [30] HEDRICK J.K.: *Railway vehicle active suspensions*. Vehicle System Dynamics 10 (1981).
- [31] KACZOREK T.: *Teoria układów regulacji automatycznej*. WNT, Warszawa 1977
- [32] KALKER J.J.: *A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact*. International Report, Delft University of Technology 1980
- [33] KARNOPP D.: *Theoretical limitations in active vehicle suspensions*. Vehicle System Dynamics 15 (1986)
- [34] KISIŁOWSKI J. (RED.): *Dynamika układu mechanicznego pojazd szynowy - tor*. PWN, Warszawa 1991.
- [35] KISIŁOWSKI J., KNOTHE K. (RED): *Advanced railway vehicle system dynamics*. WNT, Warszawa 1991.
- [36] KOHAUPT L., MOLL W.: *Aktive Radaufhängung*. ATZ, 93 (1991)

- [37] KOWAL J.: *Aktywne i semiaktywne metody wibroizolacji układów mechanicznych*. Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej, Mechanika - Zeszyt 23, Kraków 1990.
- [38] KRUSZEWSKI J. (RED.): *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji*. Arkady, Warszawa 1984.
- [39] KRUSZEWSKI J. I IN.: *Metoda sztywnych elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1975.
- [40] KRUSZEWSKI J., WITTBRODT E.: *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom I Zagadnienia liniowe*. WNT, Warszawa 1992
- [41] KRUSZEWSKI J., WITTBRODT E., WALCZYK Z.: *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom II Zagadnienia wybrane*. WNT, Warszawa 1993.
- [42] LACOTE F., CLEON L.M.: *La deuxieme generation de TGV: la maitrise du confort a grande vitesse. Une nouvelle suspension pour le TGV: la suspensions SR 10*. Revue Generale des Chemins de Fer No 7/8 1990.
- [43] LEYKO J.: *Mechanika ogólna*. PWN, Warszawa 1970.
- [44] LOUAM N., WILSON D.A., SHARP R.S.: *Optimal control of a vehicle suspension incorporating the time delay between front and rear wheel inputs*. Vehicle System Dynamics 17 (1988)
- [45] ŁAZARIAN W.A.: *Dinamika transportnych sredstw*. Naukowa Dumka, Kijów 1985.
- [46] MARCINKOWSKI J.: *Podstawy określania charakterystyk sprężyn powietrznych*. Praca habilitacyjna, Wrocław 1994.
- [47] MARCINKOWSKI J.: *Usprężynowanie pojazdów szynowych, zwłaszcza powietrzne*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1984.
- [48] MARGOLIS D.L.: *Semi-active heave and pitch control for ground vehicles*. Vehicle System Dynamics 11 (1982)
- [49] MC DUFF J.N., CURREI J.R.: *Drgania w technice*. WNT Warszawa 1960
- [50] *Method for assesing riding quality of vehicle*. Raport C 116/RP8, ORE Utrecht 1977
- [51] MICHELBERGER P., PALKOVICS L., BOKOR J.: *Robust design of active suspension system*. Journal of Vechicle Design, 14 (1993)
- [52] OSIECKI J.: *Wstęp do dynamiki pojazdów szynowych*. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1964
- [53] OSIŃSKI Z.: *Teoria drgań*. PWN, Warszawa 1978.
- [54] OSIŃSKI Z.: *Thumienie drgań mechanicznych*. PWN, Warszawa 1979
- [55] PARSZEWSKI Z.: *Drgania i dynamika maszyn*. WNT, Warszawa 1982
- [56] PRACA ZBIOROWA, *Przystosowanie kolei do zwiększonych szybkości i dużych przewozów*. WKŁ, Warszawa 1969.
- [57] RUSIŃSKI E.: *Mikrokomputerowa analiza ram i nadwozi pojazdów maszyn roboczych*. WKŁ, Warszawa 1990.
- [58] SCHIELEN W. (ED.): *Multibody systems handbook*. Springer Verlag, Berlin 1990.
- [59] SCHIELEN W.: *Technische Dynamik*. Stuttgart (1986).
- [60] SHARP R.S., CROLLA D.A.: *Road vehicle suspension system design - a review*. Vehicle System Dynamics 16 (1987)

- [61] SHARP R.S., WILSON D.A.: *On control laws for vehicle suspensions accounting for input correlations*. Vehicle System Dynamics 19 (1990)
- [62] SOKOŁOW M.M., CHUSIŁOW W.D., MINKIN J.G.: *Dinamiczeskaja nagrużennost wagona*. Transport, Moskwa 1981.
- [63] SOKOŁOW S.I. (RED.): *Badanie dynamiki i wytrzymałości wagonów pasażerskich*. WKŁ, Warszawa 1983.
- [64] STAŃCZYK T.L.: *Metoda modeli częściowych jako podstawa tworzenia komputerowych systemów analizy dynamiki złożonych układów mechanicznych*. Zeszyt Naukowy Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 1994
- [65] SUWALSKI R.: *Wózki 25AN i 25ANa do wagonów osobowych i typu osobowego*. Technika Transportu Szynowego nr 2 1994.
- [66] SUZUKI Y., AKUTSU K.: *Theoretical analysis of flexural vibration of car body*. Quarterly Reports of RTRI, Vol. 31, No. 1 (1990).
- [67] THOMPSON A.G.: *An active suspension with optimal linear state feedback*. Vehicle System Dynamics 5 (1976)
- [68] THOMPSON A.G.: *Optimal and suboptimal linear active suspensions for road vehicles*. Vehicle System Dynamics 13 (1984)
- [69] WAGNER U.: *Strukturschwingungen von Reisezugwagen. Berechnung des Fahrkomforts*. VDI-Bericht Reihe 11 Nr 135, VDI-Verlag, Düsseldorf 1990.
- [70] WALLRAP O., FÜHRER C., FAYE I.: *MEDYNA theory raport*. Version 7.0, DLR - Oberpfaffenhoffen 1992