

Ewa Poprawska

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

MODELOWANIE KATASTROF W USTALANIU POZIOMU RETENCJI DLA WYBRANYCH TYPÓW UMÓW REASEKURACYJNYCH

1. Wstęp

Modele ryzyka ubezpieczeniowego różnią się w zależności od celu, dla którego są tworzone. Odmienne podejście stosowane jest, gdy mają one służyć kalkulacji składki ubezpieczeniowej, czyli ceny za ochronę ubezpieczeniową, inne zaś, gdy kalkulowane mają być rezerwy, czyli wysokość zobowiązań zakładu ubezpieczeń, a jeszcze inne, gdy mają służyć ustaleniu udziału reasekuracji. Przy modelowaniu tych najważniejszych wielkości dla szkód powodowanych przez katastrofy pojawiają się pewne wspólne problemy. Przede wszystkim głównym problemem jest brak danych historycznych. Zdarzenia o charakterze katastrof zdarzają się rzadko, czasem raz na kilkaset lat, dlatego też zakłady ubezpieczeń nie mogą opierać budowy modeli na rzeczywistych danych. Ponadto nawet istniejące dane nie zawsze nadają się do analizy obecnej czy przyszłej sytuacji. Dlatego też stosuje się tu nieco inne rozwiązania. Celem artykułu jest przedstawienie etapów postępowania w przypadku ubezpieczeń w razie katastrof oraz wykorzystania otrzymanych informacji w celu ustalenia optymalnego poziomu udziału własnego w wybranych typach umów reasekuracyjnych.

2. Elementy modelu

Modelowanie katastrof ma służyć określaniu możliwych strat w przypadku wystąpienia różnego rodzaju wydarzeń. W procesie modelowania wyróżnia się cztery moduły (za: [3]):

- 1) moduł katastrofy naturalnej, w którym analizowana jest specyfika zagrożenia naturalnego. Określana jest w nim częstotliwość i intensywność możliwości wystąpienia na danym terenie katastrof;
- 2) moduł obiektu, w którym dokonuje się analizy rodzaju, położenia i konstrukcji obiektów podlegających ubezpieczeniu; określa się, w jakim stopniu obiekt jest narażony na straty przy ustalonych rozmiarach katastrofy;
- 3) moduł rozmieszczenia ubezpieczonych obiektów i ich wartości, w którym analizuje się skład portfela ubezpieczeń – rozmieszczenie geograficzne ubezpieczonych obiektów w porównaniu z mapami zagrożeń naturalnych;
- 4) moduł warunków ubezpieczenia, w którym analizowany jest wpływ szczegółowych warunków ubezpieczenia takich jak franszyza, udział własny, górna granica odpowiedzialności ubezpieczenia na wysokość potencjalnych wypłat odszkodowań.

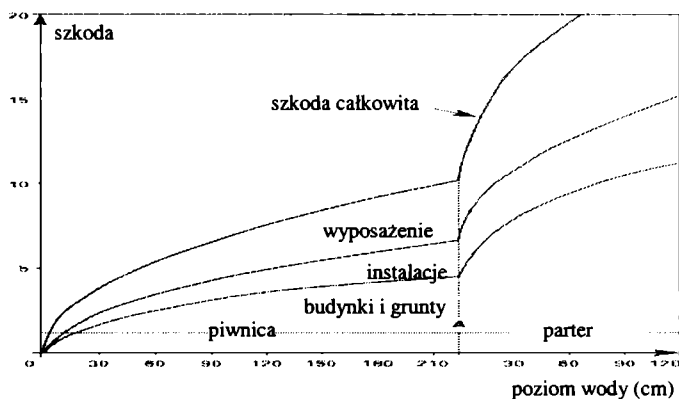
Moduł katastrofy naturalnej

W pierwszym module określane jest geograficzne rozmieszczenie zdarzeń katastrofalnych, częstotliwości występowania oraz intensywności (siły) działania. Do określania tych wielkości wykorzystywane są olbrzymie zbiory danych historycznych, dane meteorologiczne, geologiczne dotyczące ukształtowania terenu, właściwości skorupy ziemskiej, klimatu itp. w zależności od rodzaju katastrof najgroźniejszych dla danego terenu. W razie powodzi analiza obejmuje m.in. historyczne zapisy występujących na danym terenie powodzi, czyli zapisy w kronikach historycznych, analizę osadów. Celem tych badań jest określenie prawdopodobieństwa wystąpienia powodzi o określonym zasięgu. W przypadku powodzi w wielu krajach tworzone są mapy zagrożeń uzależniające ekspozycję na ryzyko od ukształtowania terenu, czyli położenia obiektu względem rzek, jezior, morza. Położenie budynków określone jest zwykle za pomocą kodu pocztowego. Pozwala na oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia o określonej intensywności, dostarcza informacji o geograficznym rozłożeniu ryzyka.

Moduł „inżynierski” – podatności na szkody

Wartości szkód wyrządzanych przez katastrofy naturalne o podobnej intensywności są zróżnicowane w zależności od indywidualnych cech ubezpieczonego majątku, takich jak: rodzaj budynku, wyposażenie, sposób wykorzystania, konstrukcja, rodzaj materiału, stopień zużycia, wysokość itp. Przy badaniu wrażliwości obiektów mogą być wykorzystane takie miary, jak: wskaźnik przeciętnej szkody (określa udział zniszczeń majątku na danym obszarze w stosunku do ubezpieczonych obiektów) oraz stopień przeciętnej szkody (udział zniszczeń majątku na danym obszarze w ogólnej wartości zniszczonego podczas kataklizmu majątku). Na podstawie tych wielkości można dokonać podziału obiektów na klasy, dla których konstruuje się krzywe wrażliwości (podatności na znisz-

czenie) bez konieczności szczegółowej analizy każdego obiektu. Klasy powinny być konstruowane w taki sposób, aby wyodrębniały najważniejsze różnice istotne ze względu na rodzaj katastrofy. W przypadku powodzi podatność na szkody uzależniona jest od poziomu wód powodziowych, czasu, przez który budynek lub jego część pozostawały zalane, oraz od tego, w jakim czasie, a właściwie w jakim tempie, budynek został zalany. Ostatni czynnik określa, czy powódź miała charakter gwałtowny, co może spowodować naruszenie konstrukcji budynku, czy też budynek został zalany powoli, co ma mniejszy wpływ na stabilność konstrukcji. Kolejnym czynnikiem, który ma wpływ na to, jaki procent wartości budynku ulega uszkodzeniu, jest wysokość budynku. Rysunek 1 przedstawia przykład krzywych podatności na szkody (za: [2]).



Rys. 1. Przykładowe zależności podatności na zniszczenia w związku z poziomem zalania budynków
Źródło: [2].

Skonstruowane są trzy krzywe, które obrazują zniszczenia w poszczególnych elementach budynku, czyli w samej budowli, oraz gruntach, urządzeniach i instalacjach, w majątku ruchomym (wyposażeniu). Często elementy te są wyróżniane w umowie ubezpieczeniowej i ubezpieczane na różne sumy ubezpieczenia.

Podatność na zniszczenie w zależności od poziomu zalania wodami powodziowymi to bardzo istotny element tego podejścia, a zarazem jego słaby punkt. Przede wszystkim podatność na zniszczenie jest zależna od takich elementów, jak materiały wykorzystane do budowy, rodzaj konstrukcji, jakość wykonania. Jest to ten element tego ujęcia, który, obok poziomu wód powodziowych, najsilniej wpływa na wielkości szkód. Drugą niedogodnością, zarazem bardzo silnie wpływającą na wyniki, jest przewidywanie poziomu, do którego budynki zostaną zalane.

Moduł „ubezpieczeniowy”

Umowa ubezpieczenia może zawierać różnego rodzaju ograniczenia odpowiedzialności, takie jak franszyza, limit odpowiedzialności, wyłączenia odpowiedzialności. Wszystkie te elementy mają wpływ na wysokość odszkodowania. Środkiem,

który wykorzystywany jest w celu ograniczenia wielkości ryzyka, jakie przejmuje zakład ubezpieczeń, działającym zarazem prewencyjnie, jest **górną granicą odpowiedzialności** zakładu ubezpieczeń (*limit of indemnity*). W przypadku stosowania górnego limitu odpowiedzialności zakład ubezpieczeń pokrywa wszystkie szkody w pełnej wysokości, o ile nie przekraczają one limitu. Zakłady ubezpieczeń w celu redukcji kosztów administracyjnych likwidacji drobnych szkód oraz podejmując zalania prewencyjne, stosują **franszyzę**. Franszyżą nazywa się z góry ustaloną wartość szkody (lub procent sumy ubezpieczenia), o którą ubezpieczyciel obniża odszkodowanie lub za którą w ogóle nie wypłaca odszkodowania.

3. Połączenie modułów

Połączenie informacji pochodzących z wszystkich modułów można zobrazować następującym przykładem. Portfel polis ubezpieczeniowych zawiera 1000 polis ubezpieczeń budynków. Rozważanych jest 12 wariantów zdarzenia katastrofalnego. Moduł pierwszy generuje informacje dotyczące samego zdarzenia katastrofalnego odpowiedniego rodzaju. Do określenia stopnia zagrożenia powodziami wykorzystano mapę terenów zalewowych Odry dla okolic Wrocławia, zaczerpniętą ze strony internetowej www.atlas.odra.pl. W przykładzie obszar został podzielony na trzy klasy:

- A – strefa, która obejmuje tereny zalewowe powodzi 100-letniej, czyli o prawdopodobieństwie wystąpienia w ciągu roku wynoszącym 1/100;
- B – strefa, która obejmuje tereny zalewowe powodzi 1000-letniej, czyli o prawdopodobieństwie wystąpienia w ciągu roku wynoszącym 1/1000;
- C – strefa, która obejmuje tereny położone poza terenami zalewowymi powodzi 1000-letniej, czyli teoretycznie nie zagrożone powodzią.

Ponadto założono, że: 10% obiektów znajduje się w strefie A, 30% obiektów w strefie B, 60% obiektów znajduje się w strefie C.

W tabeli 1 przedstawiono wielkości zniszczeń w budynkach, wyrażone jako procent wartości budynku, w zależności od wysokości budynku oraz poziomu zalania wodami powodziowymi.

Tabela 1. Podatność budynków mieszkalnych na szkody spowodowane zalaniem (w %)

Poziom zatopienia	Rodzaj budynku		
	parterowy	jednopiętrowy	dwupiętrowy
0,0 m	0	0	0
0,5 m	30	15	10
1,0 m	60	30	20
2,0 m	80	60	50
5,0 m	90	80	80

Źródło: opracowanie własne, dane umowne.

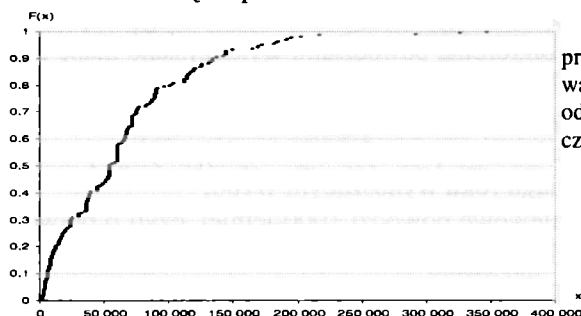
Aby móc wykorzystać te informacje, trzeba przewidzieć, jaki będzie poziom wody na poszczególnych terenach dla każdego wariantu powodzi. Do tego konieczna jest znajo-

mość dokładnego położenia danego obiektu w stosunku do poziomu wód powodziowych, czyli niezbędne są szczegółowe mapy terenu oraz scenariusze rozwoju sytuacji w razie zaistnienia powodzi. W przypadku budynków położonych nawet w niedalekiej odległości stopień zniszczeń może się istotnie różnić z powodu różnic w ukształtowaniu terenu.

Dla każdego rodzaju ryzyka wchodzącego w skład portfela jest więc możliwe określenie stopnia zagrożenia katastrofą. Następnie każda z nieruchomości objętych polisą jest klasyfikowana ze względu na rodzaj konstrukcji, przeznaczenie. Określana jest zatem jej podatność na wystąpienie zdarzenia katastrofalnego. Połączenie tych informacji z wartością nieruchomości pozwala na oszacowanie potencjalnej straty dla każdej nieruchomości w określonym wariancie zdarzenia. Analiza warunków ubezpieczenia, szczegółowych zapisów zawartych w umowie ubezpieczeniowej pozwala z kolei na oszacowanie potencjalnej wysokości odszkodowania.

Otrzymane informacje są następnie agregowane tak, aby możliwe było wyznaczenie podstawowych wielkości niezbędnych do kalkulacji ubezpieczeniowych.

Poniższy wykres (rys. 2) przedstawia dystrybuantę empiryczną wysokości szkód utworzoną na podstawie 200 wariantów rozwoju przebiegu szkód.



przeciętna wysokość szkody = 64496,32
 wariancja = 3 305 487 693,04
 odchylenie standardowe = 57493,37
 częstość szkód = 0,01

Rys. 2. Dystrybuanta empiryczna oraz podstawowe parametry dla przykładu
 Źródło: opracowanie własne.

Tak otrzymane informacje mogą być wykorzystane do kalkulacji składki ubezpieczeniowej lub do wyznaczania udziału własnego w różnych typach reasekuracji. Dalej zostaną wyznaczone udziały własne dla dwóch typów umów reasekuracyjnych: reasekuracji proporcjonalnej kwotowej (jest to dominujący typ umów reasekuracyjnych) oraz reasekuracji nadwyżki szkody.

4. Wyznaczanie udziału własnego w reasekuracji

Korzystając z zagadnienia ruiny portfela, można skonstruować wskaźnik potrzeby reasekuracyjnej, który określa, jaka część ryzyka powinna być reasekrowana w zależności od możliwości finansowych zakładu ubezpieczeń [8]:

$$q = \frac{E(Z)}{U} \cdot v^2(Z) \cdot \left(-\frac{\ln \varepsilon}{2} \right) = \frac{E(\tilde{Y})/E(Z)}{\text{Var}(\tilde{Z})/\text{Var}(Z)}, \quad (1)$$

gdzie Z to łączna wysokość szkód, U kapitał początkowy, $\tilde{Y}$ to wynik techniczny ubezpieczyciela po zastosowaniu reasekuracji, $\tilde{Z}$ to łączna wielkość szkód po zastosowaniu reasekuracji, ε to maksymalne akceptowane prawdopodobieństwo ruiny.

Wskaźnik potrzeby reasekuracyjnej zależy od wyniku finansowego netto firmy, oczekiwanej wartości całkowitej sumy szkód oraz wskaźnika liczonego jako stosunek wariancji odszkodowań wypłaconych na udziale własnym do wariancji odszkodowań brutto. Interpretacja poszczególnych wielkości zawartych we wzorze jest następująca:

$U/E(Z)$ – początkowa rezerwa w naturalnych jednostkach pieniężnych,

$v^2(Z) = \text{Var}(Z)/E^2(Z)$ – kwadrat współczynnika zmienności Z ,

$-\ln \varepsilon/2U$ – może być interpretowane jako miara awersji do ryzyka,

$E(\tilde{Y})/E(Z)$ – to oczekiwany wynik netto,

$\text{Var}(\tilde{Z})/\text{Var}(Z)$ – to miara korzyści płynących z zastosowanego programu reasekuracyjnego polegająca na zmniejszeniu wariancji wyniku cedenta.

Wskaźnik ten liczony jest z jednej strony na podstawie wartości charakteryzujących zakład ubezpieczeń, a z drugiej – na podstawie charakterystyki portfela oraz własności stosowanych umów reasekuracyjnych. Poziom retencji można wyznaczyć przez przyrównanie wskaźnika potrzeby reasekuracyjnej wyznaczonego na podstawie możliwości finansowych zakładu ubezpieczeń do wskaźnika potrzeby reasekuracyjnej dla odpowiedniej umowy (prawa strona równania (1)). Stąd:

reasekuracja kwotowa:

reasekuracja nadwyżki szkody:

poziom
retencji

$$\alpha = \frac{\bar{\delta} + \sqrt{\bar{\delta}^2 + 4q(\delta - \bar{\delta})}}{2q}$$

$$q = \frac{\delta V^{(1)}(r) + (\delta - \bar{\delta})[1 - V^{(1)}(r)]}{V^{(2)}(r)}$$

$$V^{(1)}(r) = E(\tilde{X})/E(X), \quad V^{(2)}(r) = \text{Var}(\tilde{X})/\text{Var}(X).$$

Dla analizowanego przykładu: $E(Z) = 64496,32$, $V(Z) = 3\,305\,487\,693,04$.

Wartości wskaźnika potrzeby reasekuracyjnej w zależności od poziomu prawdopodobieństwa ruiny oraz wielkości kapitału przedstawione są w tab. 2.

Tabela 2. Wskaźnik potrzeby reasekuracyjnej

q		ε				
		0,01	0,05	0,1	0,15	0,2
U	100 000	1,18	0,77	0,59	0,49	0,41
	150 000	0,79	0,51	0,39	0,32	0,27
	200 000	0,59	0,38	0,30	0,24	0,21
	250 000	0,47	0,31	0,24	0,19	0,16
	300 000	0,39	0,26	0,20	0,16	0,14
	350 000	0,34	0,22	0,17	0,19	0,12
	400 000	0,30	0,19	0,15	0,12	0,10

Źródło: obliczenia własne.

Poziom retencji dla umów reasekuracji proporcjonalnej kwotowej i umów nadwyżki szkody dla $\delta = \tilde{\delta} = 0,1$ przedstawia tab. 3.

Tabela 3. Poziom retencji dla reasekuracji proporcjonalnej kwotowej i nadwyżki szkody

			Reasekuracja proporcjonalna					Reasekuracja nadwyżki szkody				
			ϵ					ϵ				
			0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2
U	100 000	α	0,08	0,13	0,17	0,21	0,24	32244	41904	49419	56071	62937
	150 000		0,13	0,20	0,25	0,31	0,36	41263	54116	65139	75658	86278
	200 000		0,17	0,26	0,34	0,41	0,48	49419	66307	81696	95755	109574
	250 000		0,21	0,33	0,42	0,51	0,61	57208	79140	98159	114892	134502
	300 000		0,25	0,39	0,51	0,62	0,73	65139	91540	113783	137224	168195
	350 000		0,30	0,46	0,59	0,72	0,85	73237	104247	131524	166083	229623
	400 000		0,34	0,52	0,68	0,82	0,97	81695	116229	154210	209418	317450

Źródło: obliczenia własne.

Dla umów reasekuracji proporcjonalnej kwotowej wartości przedstawione w tab. 3 określają, jaki procent ryzyka powinien pozostać na udziale własnym zakładu ubezpieczeń. Dla umów nadwyżki szkody są to wielkości szkód, jakie mogą być pokrywane przez zakład ubezpieczeń.

Tabela 4. Parametry wysokości pojedynczej szkody w przypadku zastosowania umów reasekuracji proporcjonalnej kwotowej i nadwyżki szkody

		U = 400000 $\epsilon = 0,2$ $\delta = 0,1$	U = 300000 $\epsilon = 0,1$ $\delta = 0,1$	U = 200000 $\epsilon = 0,01$ $\delta = 0,1$
Reasekuracja nadwyżki szkody	priorytet	317450	113783	49419
	oczekiwana suma szkód	64321	56086	36165
	wariancja sumy szkód	3211784750	1468148967	315555921
	współczynnik zmienności sumy szkód	0,88	0,68	0,49
Reasekuracja kwotowa	poziom retencji	0,97	0,51	0,17
	oczekiwana suma szkód	62553	32792	10931
	wariancja sumy szkód	3109322473	854486823	94942980
	współczynnik zmienności sumy szkód	0,89	0,89	0,89

Źródło: obliczenia własne.

Umowy reasekuracji mają przede wszystkim zwiększyć pojemność zakładu ubezpieczeń, spełnić wymagania w zakresie wypłacalności oraz zagwarantować stabilizację wyników. Spośród dostępnych umów reasekuracyjnych najkorzystniejszą umową jest ta, która zapewnia najlepszą stabilizację wyników, a spośród tych, które w podobny sposób stabilizują wyniki, najkorzystniejsza jest umowa tańsza. Dobrą miarą skuteczności programu reasekuracyjnego może być zmienność rozkładu szkód przed i po zastosowaniu różnych rodzajów reasekuracji. Spośród przedstawionych wariantów wysokości kapitału U , poziomu prawdopodobieństwa ruiny ϵ oraz wielkości dodatku bezpieczeństwa δ wybrano trzy:

- wariant pierwszy to znaczna wysokość kapitału ($U = 400\ 000$) oraz wysokie

dopuszczalne prawdopodobieństwo ruiny ($\varepsilon = 0,2$), reasekuracja stosowana jest w niewielkim stopniu ($q = 0,103$);

- wariant drugi to średnia wysokość kapitału ($U = 300\ 000$), średnia wartość dopuszczalnego prawdopodobieństwa ruiny ($\varepsilon = 0,1$), $q = 0,2$;
- wariant trzeci to niska wartość kapitału ($U = 200\ 000$), niskie dopuszczalne prawdopodobieństwo ruiny $\varepsilon = 0,05$, $q = 0,59$.

Dla porównania oczekiwana wysokość szkody bez stosowania reasekuracji wynosi 64 496, wariancja 3 305 487 693, a współczynnik zmienności 0,89.

5. Podsumowanie

Przedstawiony sposób postępowania pozwala na uzyskanie informacji niezbędnych do podstawowych kalkulacji ubezpieczeniowych. Ten sposób postępowania ma oczywiście bardzo wiele słabych stron. Można do nich zaliczyć brak map zagrożeń, ich niedoskonałość, niedostosowanie do potrzeb kalkulacji ubezpieczeniowych. Kolejnym bardzo słabym punktem jest określanie podatności na szkody. Zatem kalkulacje dokonane na podstawie tych informacji są obarczone bardzo dużą niepewnością.

Literatura

- [1] Burnecki K., Nowicka-Zagrajek J., Weron A., *Pure Risk Premiums Under Deductibles*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 1037, *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek*, AE, Wrocław 2004, s. 75-82.
- [2] *Claims Management Following Natural Catastrophes. Experience, Analyses, Action Plans*, Munich Re, www.munichre.com.
- [3] *Natural Catastrophes and Reinsurance*, Swiss Re, www.swissre.com.
- [4] Nowicka-Zagrajek J., Wyłomańska A., *Franszyza i górna granica odpowiedzialności a składka netto*, referat na konferencji „Metody matematyczne, ekonometryczne i informatyczne w finansach i ubezpieczeniach”, Ustroń 23-24 listopad 2004.
- [5] Ronka-Chmielowiec W., *Wybrane metody zarządzania ryzykiem katastrofalnym stosowane w ubezpieczeniach*.
- [6] Ronka-Chmielowiec W., *Modelowanie ryzyka w ubezpieczeniach. Wybrane zagadnienia*, AE, Wrocław 2003.
- [7] Rurka A., *Wspomaganie zarządzania ryzykiem finansowym w przedsiębiorstwie turystycznym – modele katastroficzne, Modelowanie preferencji a ryzyko'05*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, 2005.
- [8] Straub E., *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer Verlag, Berlin 1988.

[9] Walters M.A., Morin F., *Homeowners Ratemaking Revisited (Use of Computer Models to Estimate Catastrophe Loss Costs)*, Proceedings of Casualty Actuarial Society, Vol. LXXXIV, Part 1, No. 160, 1997, www.casact.com.

CATASTROPHE RISK MODELLING FOR CALCULATING LEVEL OF RETENTION IN SELECTED TYPES OF REINSURANCE CONTRACTS

Summary

Insurance risk models differ depending on the purpose that they are created, but in case of catastrophic losses, there are some common difficulties. The main one is lack of historical data. Catastrophic events seldom occurs, that is why insurers cannot build models based on historical data. Moreover the available data not are always appropriate for analysing current or future situation. That is why different solutions are applied. The aim of the paper is to describe the way of modelling catastrophic losses and using them to obtain the level of retention in selected types of reinsurance contracts.