

Halina Klepacz, Elżbieta Porazińska, Elżbieta Żółtowska

Uniwersytet Łódzki

POPRAWNOŚĆ I PRECYZJA TREŚCI MATEMATYCZNYCH W PODRĘCZNIKACH EKONOMII

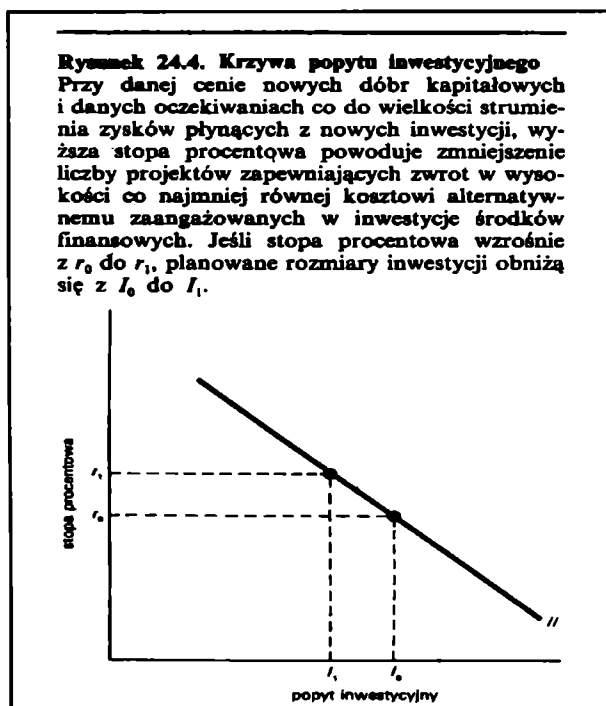
W ostatnim okresie obserwujemy coraz częściej pojawiające się wypowiedzi osób, które zazwyczaj nie są z wykształcenia matematykami, ale wykorzystują w wykładanych przez siebie przedmiotach na studiach ekonomicznych narzędzia matematyczne o zakresie i tematyce zajęć z matematyki. Postulują oni, aby zajęcia z matematyki zawierały dosłownie wszystko, tzn. pojęcia i treści matematyczne, sposoby wnioskowania i dowody twierdzeń, dużo przykładów o treści ekonomicznej oraz metody rozwiązywania problemów ekonomicznych. Większość podręczników z matematyki dla ekonomistów usiłuje te postulaty spełniać, natomiast realizacja programu matematyki (przy małej liczbie godzin) wyklucza tę możliwość. Na pierwszym roku studiów – na podstawach mikro- i makroekonomii – studenci są zapoznawani z podstawowymi pojęciami ekonomicznymi.

Na okładce podręcznika *Podstawy ekonomii* pod red. R. Milewskiego (2003) dopisano „Matematyki tylko tyle, ile naprawdę potrzeba”. Należałoby postawić pytanie: a ile tej matematyki potrzeba, aby przyswajana w czasie studiów wiedza ekonomiczna mogła być przez absolwenta ekonomii stosowana do rozwiązywania problemów praktyki gospodarczej?

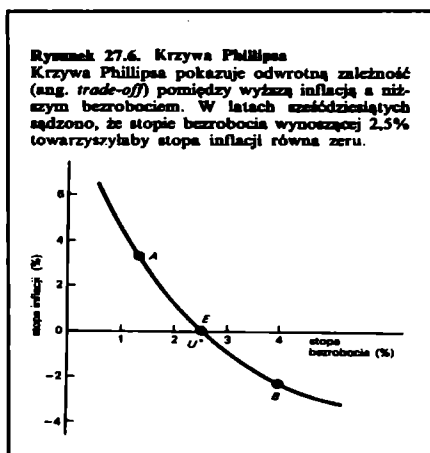
Często nawet oczywiste relacje są w podręcznikach ekonomii stawiane dosłownie „na głowie”. Dotyczy to zwłaszcza ilustracji graficznych i opisu słownego prezentowanych relacji. Wybór osi: odciętych i rzędnych dla określonych zmiennych zależy zazwyczaj od sposobu pomiaru, miana prezentowanej kategorii ekonomicznej. Zmienna mierzona w jednostkach naturalnych zazwyczaj ma przypisaną oś odciętych, a ta sama zmienna mierzona wartościowo może mieć przyporządkowaną oś rzędnych. Mimo opisu słownego odpowiednich relacji często zdarza się, że ilustracja graficzna, na którą się autorzy podręcznika powołują, dotyczy relacji odwrotnej. Ilustruje się, w układzie współrzędnych, zależności krzywoliniowe jako

odcinki; podobno dla „ułatwienia”. Ale nie wiadomo komu ma służyć to ułatwienie – czy interpretatorowi zależności, czy grafikowi. Jednak z całą pewnością można stwierdzić, że jest to „utrudnienie” studentowi zrozumienia przedstawianych relacji.

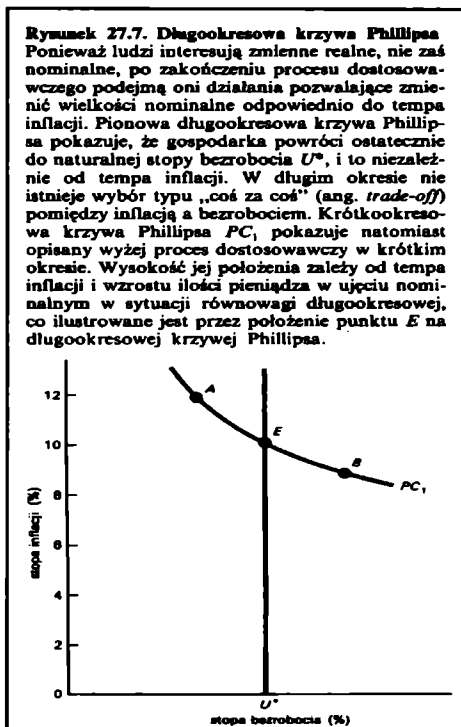
Śledząc teksty podręczników ekonomii, można zauważyć sformułowania, którym daleko jest do precyzji, oraz dokonać przeglądu objaśnień, których podstawę stanowi zazwyczaj przytaczana ilustracja graficzna różnych problemów ekonomicznych. Na przykład w podręczniku D. Begga, S. Fishera R. Dornbuscha (1992) w podrozdziale (rozdziału 24) „Inwestycje w kapitale trwałym” znajdują się rozważania dotyczące popytu inwestycyjnego i jego zależności od stopy procentowej inwestycji. Mimo stwierdzenia (na stronie 163), iż „Rysunek 24.4 prezentuje krzywą popytu inwestycyjnego II, która opisuje przedstawioną wyżej zależność między stopą procentową a wielkością popytu inwestycyjnego” oraz podanej definicji „Krzywa popytu inwestycyjnego pokazuje zależność między planowanymi przez przedsiębiorstwa inwestycjami a poziomem stopy procentowej” znajdujemy następujący wykres nieadekwatny do tej sytuacji.



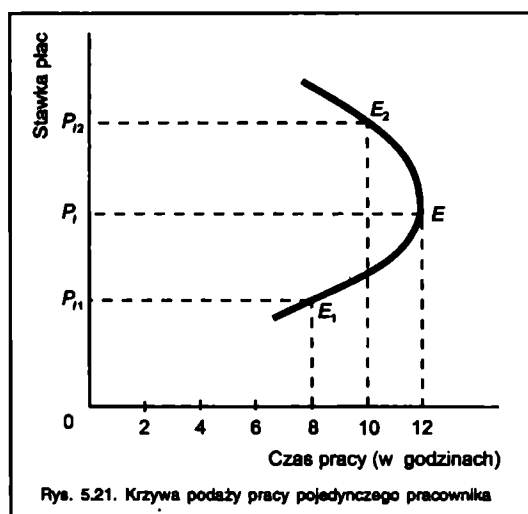
W tym samym podręczniku na stronie 262 rozważa się krzywą Phillipsa, która „pokazuje, że wyższej stopie inflacji towarzyszy niższa stopa bezrobocia i odwrotnie”, co ilustruje się następującym wykresem:



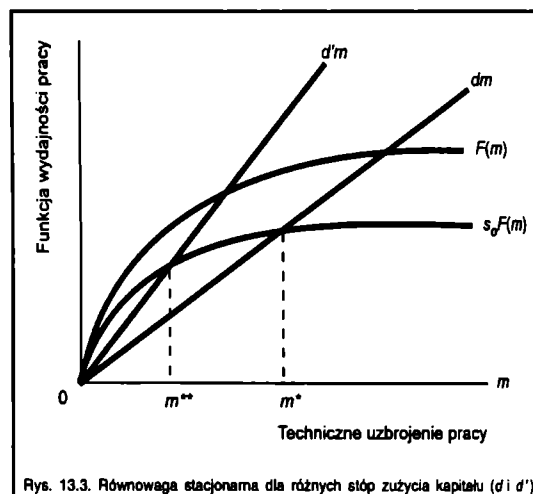
Po omówieniu analizy krzywej Phillipsa przeprowadzonej przez Friedmana, który sugerował, że (D. Begg, S. Fisher, R. Dornbusch (1992), str. 266): „odpowiadające stanowi równowagi długookresowej wielkości pełnego zatrudnienia, produkcji potencjalnej, płac realnych i bezrobocia nie zależą od tempa inflacji”; podaje się, iż „Na rysunku 27.7 rozumowanie Friedmana przedstawione jest w formie długookresowej krzywej Phillipsa”.



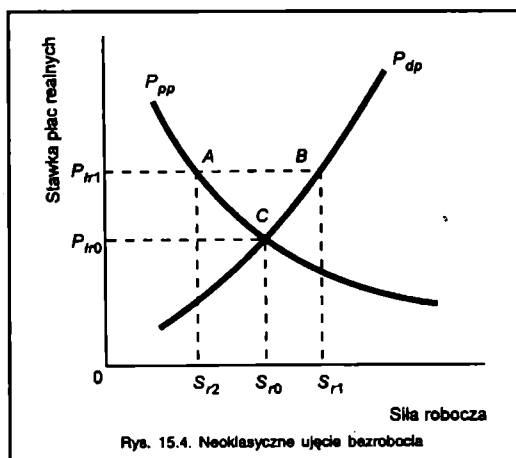
Podręczniki do ekonomii autorów polskich są wzorowane na odpowiednich podręcznikach anglosaskich i jest rzeczą naturalną, że powielają elementy swych pierwowzorów. Stąd znaleźć w nich można zarówno zapożyczone nieścisłości, jak i dodatkowo własną „radosną” twórczość interpretacyjno-ilustracyjną ich autorów. Za przykłady niech posłużą trzy wykresy zaczerpnięte z cytowanego już podręcznika ekonomii pod redakcją R. Milewskiego. Na stronie 155 znajdujemy w tym podręczniku następującą krzywą podaży pracy (mierzoną czasem pracy), która ma ilustrować zależność stawek płac od czasu pracy, czyli *de facto* nie jest krzywą podaży pracy, ale krzywą stawek płac.



Na stronie 494 (tamże) występuje rysunek, który ma ilustrować równowagę stacjonarną, czyli równość między inwestycjami ($s_0 F(m)$) a zużyciem środków trwałych (dm). Zwróćmy przy tym uwagę na przyjęte nazewnictwo dla osi rzędnych.



Podobnie – rysunek na stronie 544 w podręczniku pod red. R. Milewskiego ma ilustrować „Neoklasyczne ujęcie bezrobocia”, a w rzeczywistości występujące na nim krzywe opisują agregatową podaż pracy (P_{pp}) i agregatowy popyt na pracę (P_{dp}). Wielkości te zgodnie z przyjętymi założeniami są uzależnione od stawek płac realnych (P_{tr}), które oczywiście, jak zwykle, są odkładane na osi rzędnych, a nie odciętych.



Podobne wnioski odnieść można do innych wykresów znajdujących się w tym podręczniku (choćby do funkcji popytu, krzywych Engla), ale także w podręcznikach ekonomii innych autorów.

Wielokrotnie spotykaliśmy się z postulatem ze strony ekonomistów wykładających ekonomię, aby na zajęciach z matematyki wprowadzać tematy dotyczące wyznaczania ekstremów warunkowych funkcji wielu zmiennych przy pomocy funkcji Lagrange’a. Nasze uwagi, że poszukując ekstremum warunkowego funkcji dwóch zmiennych przy liniowym warunku na zmienne niezależne, można wykorzystać wiedzę matematyczną nabytą w szkole średniej, nie przekonywały kolegów, „bo to przecież za łatwo”. Rozważając problemy optymalizacyjne, wykorzystują oni dość szeroko ilustracje graficzne. Sama idea jest słuszna, niestety realizacja fatalna.

Na przykładzie tekstu punktu 3.3 podręcznika *Podstawy ekonomii* pod red. R. Milewskiego (str. 150-156) proponujemy alternatywny sposób opisu problemu z użyciem wiedzy matematycznej dotyczącej funkcji wielu zmiennych, którą zdobywa student pierwszego roku studiów ekonomicznych na zajęciach z matematyki. W punkcie tym rozważa się problem wyboru krzywej obojętności (a dokładniej wartości funkcji użyteczności jako funkcji dochodu z pracy i czasu wolnego). Opis problemu jest poprzedzony wywodem dotyczącym konstrukcji krzywej obojętności jako krzywej przechodzącej przez punkt (C, t_w) , gdzie C – dochód pracownika, t_w – czas wolny od pracy w ciągu doby, w którym wartość funkcji użyteczności $U(C, t_w)$ jest ustalona. W tym przypadku, po określeniu własności funkcji $U(C, t_w)$ (podaniu dziedziny, wartości funkcji $U(C, 0)$ i $U(0, t_w)$, założeniu ciągłości

funkcji i jej pochodnych cząstkowych do rzędu drugiego włącznie, dodatnich pochodnych cząstkowych rzędu pierwszego i wklęsłości powierzchni funkcyjnej), wyznacza się po prostu warstwice funkcji.

W tej sytuacji problem optymalizacyjny wyboru krzywej obojętności, dla której przy danej stawce płac będzie spełniony warunek określający dochód pracownika jako liniową funkcję czasu jego pracy, jest klasycznym problemem wyznaczania maksimum warunkowego funkcji użyteczności $U(C, t_w)$, przy warunku $C = P_l(24 - t_w)$, gdzie P_l jest stawką płac za godzinę pracy.

Na podstawie otrzymanych punktów styczności krzywych obojętności i warunku budżetowego ($C(P_l)$, $t_w(P_l)$) dla różnych wartości płac P_l wyznacza się następnie krzywą podaży czasu pracy jako zbiór punktów $(24 - t_w(P_l), P_l)$, chociaż powinny ją tworzyć $(P_l, 24 - t_w(P_l))$. Otrzymuje się jako efekt rys. 5.21, który pojawił się już wcześniej.

Są rysunki, natomiast nie ma przełożenia teorii ekonomicznej na matematyczne własności krzywych przedstawianych na tych rysunkach, pominiemy tu niewłaściwe nazewnictwo zmiennych i osi układu współrzędnych, „gospodarkę, która wędruje” po krzywych na płaszczyźnie, podpisy rysunków itp. Uważamy, że przestudiowanie innych wykresów znajdujących się w tym podręczniku (choćby funkcji popytu, krzywych Engla), a także w podręcznikach ekonomii innych autorów, pozwoliłoby osobom wykładającym matematykę zrozumieć niektóre kłopoty studentów pierwszego roku zarówno matematyki, jak i ekonomii.

Stwierdzenie z okładki podręcznika „Matematyki tylko tyle, ile naprawdę potrzeba” w kontekście lektury podręczników ekonomii jest tak naprawdę zawieszona w próżni. Może lepiej by było powiedzieć, że „wędruje po jakiejś krzywej”. Wobec tego należałoby wspólnie z wykładającymi ekonomię zastanowić się: co, kiedy, gdzie i jak należy realizować w programach ekonomii, matematyki. Jest to ważny problem, ponieważ zgodnie z ustawą realizować będziemy model boloński, czyli trzystopniowe studia: licencjat, uzupełniające studia magisterskie, studia doktoranckie.

Literatura

- D. Begg, S. Fisher, R. Dornbusch (1992). *Ekonomia*. T. 2. PWE. Warszawa.
R. Milewski i inni (2003). *Podstawy ekonomii*. PWN. Warszawa.

CORRECTNESS AND PRECISION OF MATHEMATICAL CONTENT IN ECONOMIC MANUALS

Summary

The aim of the article is indication and handling of mathematical inaccuracy in illustrations, notations and interpretations of economic relations and actual examples chosen from academic manuals for teaching micro and macro economics.