

INSTYTUT BUDOWNICTWA
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport Serii PRE Nr 48/85

SPOSÓB OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZ-
WARCIA RYS W ELEMENTACH ŻELBETOWYCH
Z UWZGLĘDNIENIEM LOSOWYCH WŁASNOŚCI
MECHANICZNYCH BETONU I STALI

Janusz PĘDZIWIATR

Praca doktorska

PROMOTOR: doc. dr inż. Stefan JASMAN

Słowa kluczowe: żelbet, belka, rysa, szerokość rozwarcia,
przyczepność, probabilistyka.

Mgr inż. Janusz PĘDZIWIATR

Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej

Zespół Badawczy ZB-3: Konstrukcje sprężone.

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, gmach C-7, pok. 703, tel. 20-32-49

50-370 - Wrocław

Raport opracowano w ramach problemu badawczego: 02003
pod kierunkiem doc. dr inż. Stefana JASMANA.

Raport przygotowany w języku polskim.

Cel przygotowania raportu: praca doktorska.

Symbol pracy: "P"

Raport wpłynął do Redakcji Wydawnictw Instytutu Budownictwa
Politechniki Wrocławskiej dnia

SPIS TREŚCI	str.
1. Wstęp	4
1.1. Przegląd i analiza istniejących wzorów służących obliczaniu szerokości rozwarcia rys	5
1.1.1. Przegląd najbardziej popularnych wzorów służących obliczaniu szerokości rozwarcia rysy pod obciążeniem krótkotrwałym	8
1.1.2. Przegląd przeprowadzonych badań empirycznych i teoretycznych związanych z wpływem obciążeń długotrwałych na zarysowanie	13
1.1.3. Przegląd zastosowań metod probabilistycznych do opisu zarysowania konstrukcji	17
1.1.4. Podsumowanie danych o istniejących metodach obliczania szerokości rozwarcia rys prostopadłych	19
1.2. Przedstawienie celu pracy	22
1.2.1. Podstawowe pojęcia i założenia przyjęte w pracy	23
1.2.2. Podstawowe tezy pracy	26
2. Obliczanie wielkości związanych z zarysowaniem przekroju pod działaniem obciążenia krótkotrwałego	28
2.1. Obliczanie całkowitego poślizgu zbrojenia	28
2.2. Obliczanie deplanacji przekroju	34
2.3. Powstawanie rys wewnętrznych i ich wpływ na szerokość rozwarcia rysy pierwszego rzędu	37
2.4. Specyficzne problemy odciażenia	41
2.5. Uwagi końcowe	43

	str.
3. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy pod działaniem obciążenia krótkotrwałego	45
3.1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy w przekroju osiowo rozciągany - obciążenie	45
3.1.1. Obliczanie początkowej szerokości rysy	46
3.1.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy dla obciążeń eksploatacyjnych - przypadek zbrojenia gładkiego	48
3.1.3. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy dla obciążeń eksploatacyjnych - przypadek zbrojenia żebrowanego	51
3.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy w przekroju osiowo rozciągany po odciążeniu	55
3.2.1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu - przypadek niewystępowania rys wewnętrznych	56
3.2.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu - przypadek istnienia rys wewnętrznych przy zbrojeniu gładkim	59
3.2.3. Obliczanie szerokości rozwarcia rys po odciążeniu - przypadek zbrojenia żebrowanego	62
3.3. Zasady obliczania szerokości rozwarcia rysy w przekroju osiowo rozciągany dla złożonych historii obciążenia	63
4. Obliczanie szerokości rysy w przekroju zginanym - obciążenie	66
4.1. Obliczanie początkowej szerokości rozwarcia rysy	66

4.2. Obliczanie szerokości rysy pod działaniem obciążenia eksploatacyjnego	69
4.2.1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy dla zbrojenia gładkiego w przypadku występowania rys wewnętrznych	70
4.2.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy dla zbrojenia żebrowanego w przypadku występowania rys wewnętrznych	74
4.3. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu	77
4.3.1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu, gdy nie ma rys wewnętrznych	81
4.3.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu - przypadek istnienia rys wewnętrznych przy zbrojeniu gładkim	83
4.3.3. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu, dla zbrojenia żebrowanego	87
4.4. Zasady obliczania szerokości rozwarcia rysy w przypadku złożonych historii obciążenia	91
4.4.1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy w przypadku, gdy nie występują rysy wewnętrzne	93
4.4.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy w przypadku występowania rys wewnętrznych	94
5. Rozwój zarysowania pod wpływem działania obciążeń długotrwałych	96

	str.
5.1. Opis przyjętego modelu matematycznego służą- cego opisowi zmian zarysowania spowodowanymi własnościami reologicznymi betonu	97
5.1.1. Wybór funkcji pełzania	98
5.1.2. Wybór metody obliczeniowej	105
5.1.3. Pozostałe założenia obliczeniowe	107
5.2. Obliczanie rozkładu naprężeń w belce poddanej działaniu obciążenia długotrwałego	108
5.2.1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy w belce zginanej posiadającej rysy wewnętrzne	111
5.2.2. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy w belce zginanej bez rys wewnętrznych	114
5.3. Specyficzne problemy związane z działaniem zmiennych obciążeń długotrwałych	116
5.3.1. Obliczanie rozkładu naprężeń w belce pod- danej skokowo zmiennym obciążeniom długo- trwałym	117
5.3.2. Specyficzne problemy obliczania szerokości rozwarcia rysy przy skokowo zmiennym odciążeniu	118
6. Probabilistyczna interpretacja zarysowania pod wpływem obciążeń krótkotrwałych	121
6.1. Założenia wstępne	121
6.1.1. Opis metody służącej analizie probabillis- tycznej	123
6.2. Probabilistyczna interpretacja szerokości rysy w elemencie rozciągany	128
6.2.1. Szerokość rozwarcia rysy do czasu powstania rys wewnętrznych	128

6.2.2. Szerokość rozwarcia rysy po powstaniu rys wewnętrznych	132
7. Probabilistyczna interpretacja szerokości roz- warcia rysy w belce zginanej	139
7.1. Obciążenie	139
7.1.1. Obciążenie rysujące	139
7.1.2. Szerokość rozwarcia rysy po utworzeniu się rys wewnętrznych	145
7.2. Belka zginana - zmienne historie obciążenia	155
7.3. Metody analizy probabilistycznej w przypadku obciążeń długotrwałych	159
8. Zakończenie	166
8.1. Uwagi końcowe	166
8.2. Wnioski	168
9. Spis literatury	172

1. WSTĘP

Powstanie rys w czasie eksploatacji konstrukcji żelbetowej jest jednym z najbardziej charakterystycznych zjawisk odróżniających żelbet od innych materiałów budowlanych. Zarysowanie jest dla większości konstrukcji żelbetowych zjawiskiem prawidłowym, wymagającym jednak analizy jakościowej /morfologia rys/ i ilościowej /szerokość rozwarcia rys, rozkład sił w konstrukcji zarysowanej itp./

Problemy związane z zarysowaniem były opisywane i badane prawie od początku zastosowania żelbetu.

Obecnie można wyodrębnić dwie główne grupy zagadnień badawczych dotyczących zarysowania:

a/ opis zachowania się rys /powstanie, rozwój, zmiany szerokości itp./

b/ mechanika ośrodka zarysowanego.

Dokładny opis powstawania i propagacji rys stanowi podstawę do tworzenia mechaniki ośrodka zarysowanego. Podanie takiego opisu z uwzględnieniem rzeczywistych, tzn. m.in losowych, własności mechanicznych betonu stanowi cel niniejszej pracy. Mimo przeprowadzenia dużej ilości badań i rozważań teoretycznych pozostaje nadal wiele niejasności i sprzeczności dotyczących oceny wpływu poszczególnych parametrów na zarysowanie. Nie są zadowalająco rozwiązane zagadnienia związane z działaniem obciążeń zmiennych i długotrwałych.

Istnieje ogromna ilość wzorów służąca obliczaniu szerokości rozwarcia rys i ich rozstawu. W zdecydowanej większości są to wzory półempiryczne, wykazujące bardzo znaczne niedokład-

ności i zawierające szereg sprzeczności. Badania doświadczalne wykonane i zaprezentowane m. in. w pracy [83] i obliczenia przeprowadzone w pracach [83], [68] wykazują, że różnice sięgają 200 %.

Autor niniejszej pracy uważa, iż głównymi przyczynami tego zjawiska są dwa fakty:

- a/ przedstawiane wzory bazują na potraktowanych deterministycznie danych otrzymanych z badań i wykazują praktyczną zgodność głównie dla warunków bardzo zbliżonych do tych, które stanowiły podstawę badań,
- b/ istniejące propozycje obliczania szerokości rozwarcia rys nie uwzględniają takich zjawisk jak deplanacja przekroju zarysowanego, istnienie rys wewnętrznych, częściowe zamykanie się rys itp.

Bardziej szczegółowa analiza istniejących formuł obliczeniowych jest przedstawiona w następnym podrozdziale.

Należy podkreślić, iż spodziewany kierunek rozwoju konstrukcji żelbetowych /wzrost wytrzymałości betonu i wykorzystanie stali o podwyższonej wytrzymałości/ oraz wymogi ekonomiczne zwiększające jeszcze wymagania ścisłości i precyzyjności analizy stanu zarysowania.

1.1. PRZEGLĄD I ANALIZA ISTNIEJĄCYCH WZORÓW SŁUŻĄCYCH OBLICZANIU SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYS

Badania dotyczące mechanizmu zarysowania zapoczątkowane zostały przez Broms'a [16], [15], Watstein'a [89], Clark'a [24] w Stanach Zjednoczonych A.Pn. oraz przez Saligera i Muraszewa

w Europie. Badania te były kontynuowane i rozwijane przez Goto [39], Lutz'a, Gergely'ego [50] i innych. Stwierdzono [17], że najistotniejszym czynnikiem wpływającym na zarysowanie jest połączenie betonu ze stalą. Związek ten /przyczepność, poślizg/ jest uzależniony m. in. od wytrzymałości betonu, powierzchni stali, warunków obciążenia i podparcia oraz mikropęknięć.

W przypadku zastosowania zbrojenia żebrowanego stwierdzono występowanie czterech rodzajów rys. Są to rysy pierwszego rzędu, rysy wewnętrzne, rysy drugiego rzędu, rysy podłużne. W wyniku przekroczenia wytrzymałości betonu na rozciąganie powstają rysy na powierzchni betonu i propagują się do osi obojętnej belki. Są to tzw. rysy pierwszego rzędu.

Ich powstanie powoduje naruszenie przyczepności pierwotnej pomiędzy stalą i betonem. W przypadku prętów gładkich po zarysowaniu następuje lokalne odspojenie stali od betonu, natomiast w przypadku prętów żebrowanych oddzielenie to nie jest całkowite. Pod wpływem nieco zwiększonego obciążenia powstają wewnątrz betonu rysy propagujące się od zbrojenia do powierzchni zewnętrznej betonu. Doświadczalne potwierdzenie tego faktu zostało dokonane przez Goto [34]. Rysy wewnętrzne powstają początkowo w pobliżu ^{rys} pierwszego rzędu, a następnie w dalszej odległości. Są one nachylone do osi zbrojenia pod kątem $45 \div 80$ deg. Rysy wewnętrzne powodują zmianę przyczepności. Na podstawie własnych badań i rozważań teoretycznych Broms [15], [16] stwierdził, że w zależności od rozstawu prętów i wielkości otuliny rysy wewnętrzne pozostają wewnątrz betonu lub propagują się na zewnątrz. Zbadał on również rozkłady naprężeń wywołane powstawaniem rys pierwszego rzędu i wewnętrznych.

Stwierdzono również istnienie rys drugiego rzędu [27], [39]. Powstają one w wyniku propagacji rys wewnętrznych na powierzchnię betonu. Rysy drugiego rzędu powstają, gdy rozstaw rys pierwszego rzędu jest stosunkowo duży.

Ostatnim rodzajem rys, które mogą powstać w otoczeniu pręta żebrowanego, są rys podłużne.

Rysy podłużne nie występują we wszystkich przypadkach. Ich istnienie jest bardzo prawdopodobne, gdy rozstaw rys pierwszego rzędu jest duży, a obciążenie jest nieosiłowe /np. mimośrodowe ściskanie przy dużym mimośrodku/. Analiza tych rys jest przeprowadzona m. in. w [85].

W Polsce różnymi typami rys i ich wpływem na przyroczepność zajmował się Mianowski [55], [56].

Powstanie rys powoduje osłabienie przyroczepności i występowanie poślizgu pomiędzy stalą i betonem. Obliczenia wielkości poślizgu /po raz pierwszy zaobserwowanego przez Djabary'ego/ znajdują się w [64], [5], [65], [9], [10].

Istotny wpływ na szerokość rozwarcia rysy w poziomie zbrojenia /wielkość ta jest miarodajna przy ocenie zagrożenia przez korozję/ ma geometria rysy. Najprostszym, zarazem jednak najmniej dokładnym, założeniem jest przyjęcie prawa płaskich przekrojów. Dokładniejsze badania przeprowadzono m. in. w pracach [20], [29]. Stwierdzono, że w przypadku wszystkich typów zbrojenia występuje zjawisko deplanacji przekroju związane z "wyciąganiem się" betonu w otoczeniu pręta zbrojeniowego. W przypadku prętów ze stali gładkiej wielkość deplanacji jest stosunkowo mała. W przypadku prętów żebrowanych wielkość deplanacji jest porównywalna z szerokością rozwarcia rysy. Dodatkowe informacje o zachowaniu się rys uzyskano obserwując

zmiany zarysowania podczas cyklicznych i zmiennych obciążeń [43], [45], [82]. W przypadku odciążania stwierdzono jedynie częściowe zamykanie się rys. Szerokość residualna rozwarcia zależy od historii obciążenia oraz od rodzaju zbrojenia.

W przypadku prętów żebrowanych obserwowano najczęściej praktyczne "zamykanie się" rysy tylko w osi zbrojenia, pozostawała natomiast rysa na powierzchni betonu. W przypadku prętów gładkich stwierdzono istnienie residualnego poślizgu. Istotny wpływ na residualne zarysowanie ma strefa ściskania przekroju. Powoduje ona występowanie w stali oraz betonie residualnych naprężeń.

Ten skrócony przegląd pokazuje, iż zasadniczo dysponuje się sporą ilością informacji o procesach związanych z zarysowaniem pod wpływem obciążenia krótkotrwałego. Niestety wyniki analizy jakościowej nie znalazły, jak dotąd, odzwierciedlenia w formułach obliczeniowych.

1.1.1. PRZEGLĄD NAJBARDZIEJ POPULARNYCH WZORÓW SŁUŻĄCYCH OBLICZANIU SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY POD OBCIĄŻENIEM KRÓTKOTRWAŁYM

Obliczanie szerokości rozwarcia rysy przeprowadza się głównie dla belek /rozciąganych, zginanych, mimośrodowo ściskanych przy dużym mimośrodku/, rozciąganych tarcz i zginanych płyt. Istnieje wielka różnorodność stosowanych wzorów. Uważa się dość powszechnie, że właściwe uwzględnienie wpływu poszczególnych parametrów jest praktycznie niemożliwe. Według autora niniejszej pracy przedstawienie w miarę ogólnego wzoru podającego dosyć dokładne wartości szerokości rozwarcia rysy jest możliwe i zostanie przedstawione.

Pierwsze ogólne zależności jakościowe pomiędzy szerokością rysy, rozstawem a naprężeniami w stali, wytrzymałością betonu, otuliną itp. podał Considère. Dalsze badania przeprowadzali m. in. Bach, Probst. Przełomowym etapem było sformułowanie ogólnych teorii przez Saligera i Muraszewa. Ta ostatnia teoria, w nieco zmodyfikowanej postaci, jest podstawą obliczania szerokości rysy wg PN-B/76-03264. Kolejnym krokiem w rozwoju teorii rys było sympozjum RILEM w Sztokholmie w 1957 roku.

Teorie Saligera i Muraszewa posiadają obecnie znaczenie techniczno-inżynierskie. Ich analiza krytyczna została przedstawiona w [68]. Jedną z ciekawszych, a przy tym stosunkowo nieskomplikowaną propozycję przedstawił Broms [15], [16], [17]. Podstawę stanowiły własne rozważania teoretyczne i badania. Ustalił on, że minimalny, teoretyczny rozstaw rys jest równy otulinie, natomiast maksymalny jest dwukrotnie większy. Wynika stąd następująca zależność:

$$a_f = 2 \cdot a \cdot \varepsilon_a \quad /1.1/$$

W przypadku obliczania szerokości rysy na powierzchni betonu korzysta się z prawa płaskich przekrojów.

Rozwijając swą metodę, podał Broms zależność na wyznaczanie rozstawu rys w przypadku zastosowania kilku prętów. W tym przypadku

$$l_f = 2a_{ef} \quad a_{ef} = \sqrt{a^2 + e^2} \quad /1.2/$$

gdzie e - rozstaw prętów

Metoda powyższa eksponując wpływ otuliny pomija wpływ rodzaju zbrojenia. Również problematyczne jest przyjęcie niezależności

rozstawu rys od obciążenia. Sama zresztą koncepcja uzależnienia szerokości rysy od rozstawu jest bardzo nieefektywna. Dokładniejsza analiza tego problemu zostanie przedstawiona w drugim rozdziale.

Inną propozycję przedstawili Kaar i Kattook [1] :

$$\alpha_f^{\max} = k \cdot \beta \sqrt[4]{A} \cdot \sigma_a \cdot 10^{-6} \quad /1.3/$$

gdzie $\beta = \frac{h_0 - x}{h_0 - x}$ k - stała

A - pole powierzchni betonu rozciąganego

Wzór ten jest klasycznym przykładem formuły półempirycznej. Niemożliwe jest ustalenie zakresu jego stosowalności i dokładności. Podobną postać posiada wzór zaproponowany przez Lutz i Gergely'ego [1] :

$$\alpha_f^{\max} = 13,28 \cdot \sqrt[3]{\alpha \cdot \frac{A_t}{n}} \cdot \sigma_a \cdot 10^{-6} \quad /1.4/$$

gdzie A_t - efektywne pole betonu rozciąganego

n - ilość prętów w strefie rozciąganej

Wzory /1.3/ i /1.4/ zawierają formuły i parametry "ukrywające" wielkości bardziej podstawowe dla żelbetu. Oddziela to sztucznie problem zarysowania od problemu nośności. Uniemożliwia również obserwację zmian szerokości rysy w zależności od historii obciążenia. Przykładowo:

$$\frac{A_t}{n} = \frac{(1 - \xi - \mu)}{4 \mu} \cdot \pi \cdot d^2 \quad /1.5/$$

Wynika stąd, iż α_f faktycznie zależy m. in. od średnicy i procentu zbrojenia.

Przedstawione wzory /od 1.1 do 1.4/ zaproponowano w USA.

W Europie również przedstawiono szereg propozycji obliczania szerokości rozwarcia rys.

W oparciu o własne badania Ferry-Borges zaproponował nastę-

pujący sposób obliczania maksymalnej szerokości rozwarcia rysy:

$$a_f^{\max} = \left(1.5a + \frac{16d}{\mu}\right) \cdot \left(\sigma_a - \frac{300}{\mu}\right) \cdot 10^{-5} \quad /1.6/$$

Metoda Ferry-Borges'a została podana w zaleceniach CEB-FIP. Zaletą wzoru /1.6/ jest jego prostota i spora dokładność. Wadą jest natomiast przyjęcie stałego rozstawu rys i stałego rozkładu naprężeń rozciągających w stali i betonie. Podobne podejście zostało zastosowane przez C&CA. Maksymalną szerokość rozwarcia rysy oblicza się ze wzoru:

$$a_f^{\max} = \left(2.0a + k_2 \frac{d}{\mu}\right) \left(\frac{\sigma_a}{E_a} - k_3 \mu'\right) \frac{h_a - x}{h_o - x} \quad /1.7/$$

gdzie μ - stosunek całkowitej powierzchni zbrojenia rozciąganego do powierzchni betonu rozciąganego
 μ' - stosunek całkowitej powierzchni zbrojenia rozciąganego do powierzchni betonu rozciąganego
 h_a - poziom mierzenia szerokości rysy.

k_1, k_2 - stałe materiałowe

Uwagi dotyczące wzoru /1.6/ są słuszne również w tym przypadku. Dodatkowo należy zauważyć, że we wzorze /1.7/ wyklucza się możliwość deplanacji.

Wzory służące do obliczania szerokości rozwarcia rysy podali w Polsce m. in. Wrześniowski [91], Kuczyński [46] i Mianowski [56]. W propozycji [91] należy zwrócić uwagę na fakt powiązania szerokości rozwarcia rysy z obszarem naruszenia przyczepności, a nie z rozstawem rysy; Autor uważa, że jest to znacznie bardziej prawdziwe. Propozycja [46] jest bardzo zbliżona do zaleceń CEB.

W pracy [56] wykorzystano do obliczania szerokości rysy prawo

pryczepności. Jest to zdecydowana różnica w porównaniu z uprzednio proponowanymi wzorami. Istnieje również szereg innych metod i wzorów, które można znaleźć np. w [1], [2], [21], [99].

Dotychczas przedstawione wzory dotyczą jedynie belek poddanych obciążeniu krótkotrwałemu.

Badaniem zarysowania płyt zajmował się Nawy [62], [63].

Wyodrębnił on to zagadnienie z następujących powodów:

- a/ w płytach siły zależą od deformacji,
- b/ istotny wpływ mają warunki zamocowania,
- c/ otulina jest bardzo mała,
- d/ występuje wpływ zbrojenia prostopadłego /tzn. równoległego do rysy/,
- e/ zależność między szerokością rozwarcia rysy i rozstawem rys jest nieliniowa.

Zaproponował on prostą formułę służącą obliczaniu rys w płytach:

$$\alpha_f = k \cdot \beta \cdot \sigma_a \cdot M_I^{0.5} \quad /1.8/$$

gdzie: k - współczynnik zależny od sposobu obciążenia i warunków podparcia

$$\beta = 1.25$$
$$M_I = \frac{\alpha_r \cdot s_{II}}{\mu_I}$$

α_r - średnica zbrojenia w kierunku I

s_{II} - rozstaw prętów w kierunku II

μ_I - procent zbrojenia w kierunku I

W innej natomiast pracy ten sam autor [62] podał pewne stwierdzenia, dotyczące zarysowania belek. Są one następujące:

- a/ szerokość rozwarcia rysy jest funkcją rozstawu,

- b/ szerokość rysy i rozstaw mają rozkład normalny,
- c/ szerokość rysy jest funkcją /ale nieliniową/ naprężeń w stali /jest to najistotniejszy czynnik/,
- d/ duże znaczenie ma geometria przekroju - wielkość otuliny oraz beton otaczający pojedynczy pręt,
- e/ wpływ średnicy zbrojenia nie jest zbyt duży,
- f/ odkształcenia skurczowe i rozciągające w betonie pomiędzy rysami są małe i można je pominąć.

Założenia te są przyjmowane w większości metod obliczeniowych tworzonych w krajach anglosaskich.

Przedstawione w tym podrozdziale wzory dotyczą szerokości rozwarcia rysy w przypadku obciążenia krótkotrwałego.

Wpływ obciążenia długotrwałego wymaga osobnego omówienia.

1.1.2. PRZEGLĄD PRZEPROWADZONYCH BADAŃ EMPIRYCZNYCH I TEORETYCZNYCH ZWIĄZANYCH Z WPŁYWEM OBCIĄŻEŃ DŁUGOTRWAŁYCH NA ZARYSOWANIE

Szerokość rozwarcia rysy pod działaniem obciążenia długotrwałego jest najbardziej miarodajna ze względu na korozję zbrojenia. Oprócz tego obciążenie długotrwałe powoduje szereg zmian w zarysowaniu oraz występowanie zjawisk różnych od zaobserwowanych w przypadku obciążenia krótkotrwałego. Istnieje niewiele prac, które wnikliwie analizują zjawisko zarysowania w funkcji czasu.

Ze znanych autorowi najpeźniejsze wydają się prace Kortasa [44]. Oprócz niego badania oraz analizę teoretyczną /ale nie pogłębioną o rozważania reologiczne/ przeprowadzili badacze anglosascy w pracach [50], [36]. W Polsce najbardziej

znane są analizy przeprowadzane przez Kuczyńskiego [47] i Szulczyńskiego [89].

We wszystkich badaniach stwierdzono przyrost szerokości rozwarcia rysy pierwszego rzędu. Wahał się od dziesięciu do stu procent, przy średniej około 30 - 40 %. Stwierdzono również, iż prędkość wzrostu szerokości rysy jest silnie malejącą funkcją czasu. Zasadnicza część przyrostu przypada na okres pierwszych kilku tygodni [36]. Praktycznie można przyjąć, że po okresie roku szerokość rysy ulega stabilizacji. Zwrócono również uwagę na znacznie większy przyrost szerokości rysy w osi zbrojenia, niż na powierzchni betonu [50]. Dotyczy to szczególnie zbrojenia żebrowanego.

Najbardziej dokładną analizę ilościową przeprowadził Kortas. Przyjął on następujące założenia:

- a/ obowiązuje hipoteza płaskich przekrojów Bernoulli'ego
- b/ występuje doskonała przyczepność betonu do stali

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b$$

- c/ stal jest ciałem liniowo-sprężystym
- d/ zależność σ - ε dla betonu ma kształt paraboliczny
- e/ obliczając naprężenia zakłada się, że beton w strefie rozciąganej ma zerową wytrzymałość na rozciąganie
- f/ własności reologiczne betonu w strefie ściskanej opisuje model Maxwella o parametrach zależnych od czasu
- g/ przy obliczaniu odkształceń wywołanych skurczem stosuje się zasadę superpozycji oraz przyjmuje, że krzywe pęczania i skurczu są afiniczne
- h/ liczba rys pod obciążeniem długotrwałym jest taka sama jak pod krótkotrwałym.

Na tej podstawie przyjmuje się, że przyrost szerokości rysy jest sumą przyrostów spowodowanych pełzaniem betonu w strefie ściskanej i skurczu w strefie rozciąganej tzn.

$$\Delta W(t) = \Delta W_s(t) + \Delta W_g(t) \quad /1.9/$$

$$\text{gdzie } \Delta W_s(t) = \frac{L}{E_a} [\sigma_a(t) - \sigma_a(t_0)]$$

przyrost spowodowany pełzaniem

Natomiast $\Delta W_g(t)$ jest funkcją odkształceń skurczowych

$$\Delta W_g(t) = \frac{2E_a \cdot E_a}{n \cdot \pi r E_b(t)} \cdot \left[\frac{\varepsilon_{sk}(t)}{1 + \frac{2E_a F_a}{n \cdot \pi r E_b(t)} + \frac{E_a}{E_b(t)} \left[1 + 12 \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) \right]} \right] \quad /1.10/$$

gdzie n - ilość prętów zbrojeniowych.

W przypadku równania /1.9/ należy rozwiązać nieliniowe równanie różniczkowe. Do tego celu użyto podprogramu HPGG z biblioteki IBM. Równanie 1.10 rozwiązano metodą iteracyjną.

Analizowany jest również przypadek obciążenia zmieniającego się skokowo. Rozważania dotyczą belek żelbetowych i częściowo sprężonych.

Kortas porównał rozważania teoretyczne z wynikami przeprowadzonych przez siebie badań. Uzyskał dobrą zgodność, chociaż w większości przypadków wartości teoretyczne są mniejsze od średnich.

Praktyczną metodę obliczania szerokości rozwarcia rysy podał również Kuczyński. Założył, że główną przyczyną wzrostu szerokości zarysowania jest obniżenie się osi obojętnej. Korzystając z badań Kortasa i własnych przyjął następującą regułę zmian położenia osi obojętnej:

$$x(t) = x_1 + (x_1 - x_2) [1 - \exp(-0.01mt)] \quad /1.11/$$

1 przybliżoną wartość $\xi(t)$:

$$\xi(t) = 0.9\xi_1 - (\xi_1 - 0.9\xi_1) \cdot [1 - \exp(-0.01mt)] \quad /1.12/$$

gdzie

$$m = \frac{M}{M_n} < 1$$

Na podstawie /1.12/, zakładając określony kształt strefy ściskanej, można z równań równowagi wyznaczyć naprężenia w stali i korzystając z jednego z poniższych wzorów otrzymać szerokość rozwarcia rysy w chwili "t" :

$$a_f(t) = 1.3 l_f \left[\frac{\sigma_a(t)}{E_a} - 10^{-4} \right] \quad /1.13/$$

lub

$$a_f(t) = \frac{l_f \cdot \sigma_a(t)}{E_a} \quad /1.14/$$

gdzie l_f jest obliczane zgodnie z zaleceniami CEB dla obciążeń krótkotrwałych.

Nieco inną metodę obliczeniową zaproponował Szulczyński. Przyjął on, że przyrost szerokości rysy jest proporcjonalny do przyrostu naprężeń w stali tzn.:

$$a(t) = a(t_0) \cdot \frac{\varepsilon_a(t)}{\varepsilon_a} \quad /1.15/$$

Zakładając trójkątny rozkład naprężeń w strefie ściskanej betonu otrzymał następującą zależność:

$$a(t) = a(t_0) \cdot \frac{3 - \xi_1}{3 - \xi(t)} \quad , \quad /1.16/$$

gdzie $\xi(t)$ wyznacza się z równania

$$\xi^3(t) + \frac{4C+1}{C} \xi^2(t) + \frac{3C-D}{C} \xi(t) + \frac{D}{C} = 0 \quad , \quad /1.17/$$

gdzie:

$$C = \eta \mu \frac{\varphi(t)}{\xi(3-\xi)} \quad ; \quad D = \eta \mu [2 + \varphi(t)]$$

Na podstawie własnych badań Lutz przyjął, iż z wystarczającą dokładnością można obliczać szerokość rozwarcia rysy spowo-

dowaną działaniem obciążenia długotrwałego mnożąc szerokość rysy doraźną przez współczynnik 1,4.

Illston i Stevens na podstawie własnych badań proponują prostą formułę obliczania szerokości rysy wg wzoru:

$$a(t)_{ir} = 2,3 \cdot a_{ef} [\varepsilon_a(t) + \varepsilon_{sk}(t)] \quad /2.18/$$

Przyjmują przy tym, że wartość maksymalna jest średnio dwa razy większa.

Podane powyżej metody obliczania pozwalają szacować średnią szerokość rozwarcia rysy w chwili czasu "t".

Wartość maksymalną szacuje się na podstawie dostępnych wyników badań. Analiza probabilistyczna jest rzadko stosowana i dopiero obecnie zaczynają się intensywniej rozwijać jej zastosowania do mechaniki konstrukcji żelbetowych.

1.1.3. PRZEGLĄD ZASTOSOWAŃ METOD PROBABILISTYCZNYCH DO OPISU ZARYSOWANIA KONSTRUKCJI

Konieczność obiektywnego wyznaczenia niezawodności konstrukcji jest istotna ze względu na bezpieczeństwo i ekonomiczność budowli. W początkowym okresie dominowało podejście deterministyczne przy rozwiązywaniu tych problemów. Uprzemysłowienie wykonawstwa oraz proces doskonalania materiałów spowodowały wzrost zainteresowania zagadnieniem bezpieczeństwa. Pierwsze prace z tej dziedziny przeprowadzili Rosjanie, nieco później kraje Europy Zachodniej i Stanów Zjednoczonych. Prekursorem zastosowania metod probabilistycznych w Polsce był Wierzbicki [89]. Obecnie istnieje stosunkowo dużo opracowań dotyczących analizy nośności konstrukcji. Autorzy zajmują się głównie konstrukcjami stalowymi.

Fundamentalną monografią w dziedzinie żelbetu jest książka Tichy 'ego i Vorlička [86] . Autorzy zajmują się analizą nośności belek i ram przy uwzględnieniu losowych cech betonu i stali. W Polsce analizą probabilistyczną zajmuje się Murzewski ze swoim zespołem. Podstawowe prace opublikowane w Polsce są następujące [61], [71], [72] .

Dotyczą one głównie problemów nośności. Nie istnieje, jak dotychczas, żadne całościowe opracowanie, dotyczące stanów zarysowania lub ugięcia. Zaczynają się dopiero pojawiać prace dotyczące analizy probabilistycznej wybranych zagadnień. I tak m. in. w pracy [8] przedstawiono analizę stochastyczną pełzania, w pracy [33] zajmowano się rozkładem rozstawu rys w belkach żelbetowych.

Pomimo tego konieczność ustalenia podstawowych momentów rozkładu szerokości zarysowania tzn. wartości średniej i odchylenia standardowego, jest już obecnie szeroko akcentowana. Znajduje się ona zarówno w zaleceniach CEB jak i w części powstających wzorów. Dotychczas odchylenie standardowe oceniane jest intuicyjnie, na podstawie uogólnienia wyników przeprowadzonych badań.

W jeszcze mniejszym stopniu uwzględnia się możliwość bardziej racjonalnego projektowania konstrukcji żelbetowych, w oparciu o łączną analizę probabilistyczną nośności, zarysowania i ugięcia.

Droga ta wydaje się być autorowi najbardziej właściwą i rokującą nadzieje na przyszłość. Pozwala ona na połączenie bezpieczeństwa i ekonomiczności konstrukcji. Podstawą matematyczną może być dobrze już rozwinięta teoria podejmowania decyzji.

1.1.4. PODSUMOWANIE DANYCH O ISTNIEJĄCYCH METODACH

OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYS PROSTOPADŁYCH

W przypadku obciążeń krótkotrwałych istniejące wzory można podzielić na dwie zasadnicze grupy:

- a/ uzależniające szerokość rozwarcia rysy od rozstawu rys w sposób bezpośredni,
- b/ posługujące się wzorami empirycznymi, otrzymanymi w wyniku analizy badań metodami regresji lub optymalizacyjnymi.

W pierwszym przypadku nasuwają się następujące zastrzeżenia i wątpliwości:

- 1/ przyjęcie stałego rozstawu rys jest niezgodne z wynikami badań; również niezgodne z wynikami badań jest przyjęcie ciągłej zależności rozstawu rys od obciążenia - w rzeczywistości zmiany te są skokowe do pewnej granicy, powyżej której rozstaw pozostaje stały,
- 2/ rozstaw rys nie jest identyczny z obszarem naruszenia przyczepności /tzn. obszarem, gdzie następuje wydłużenie stali większe od betonu/ i co więcej, rozstaw ten w wielu przypadkach determinowany jest przez czynniki niezależne od zarysowania jak rozstaw strzemion, niejednorodność powierzchni itp.
- 3/ rozstaw rys jest wielkością charakteryzującą się bardzo dużym współczynnikiem zmienności /do 100 %/, większym od współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy; wyklucza to możliwość przyjęcia tej wielkości do obliczania szerokości rozwarcia rysy, uwzględniającego losowy charakter tej wielkości.

W drugim przypadku można przedstawić następujące zastrzeżenia:

- 1/ empiryczna struktura wzorów pozwala na ogromną dowolność wyboru parametrów, najczęściej bardzo arbitralnie /np. ilość prętów, otulina, geometria strefy rozciąganej itp./ i powoduje, że wzory te wykazują dobrą zgodność jedynie w ściśle określonych warunkach, natomiast przy przejściu do innych, dają bardzo znaczne rozbieżności,
- 2/ wzory empiryczne uzależniają szerokość rozwarcia rysy od wielkości słabo powiązanych z warunkami pracy elementu; separuje to sztucznie problemy zarysowania od nośności, rozkładów naprężeń itp.,
- 3/ w szeregu przypadkach wzory te eksponują wielkości drugorzędne kosztem wielkości bardziej istotnych /przykładowo we wzorze /1.4/ "ukryte" są wielkości μ , d , ξ /,
- 4/ w wielu przypadkach niezgodność wymiarowa powoduje konieczność przyjmowania jako wymiarowe pewnych stałych liczbowych /wzór 1.3/, powoduje to utratę sensu fizycznego innych wielkości.

Oprócz tych szczegółowych zastrzeżeń należy zwrócić uwagę na następujące niedogodności, występujące w istniejących wzorach:

- a/ pomijają one całkowicie lub częściowo wpływ takich czynników jak deplanacja przekroju zarysowanego czy istnienie rys wewnętrznych; badania jakościowe wykazały znaczny wpływ tych wielkości na szerokość rozwarcia rysy,

- b/ są to formuły "zamknięte", których nie można udoskonalić korzystając z bardziej szczegółowych i dokładnych wyników badań, bez zmiany całej struktury wzoru /np. badania nad przyczepnością, poślizgiem/,
- c/ jest utrudniona lub wręcz niemożliwa analiza zarysowania przy obciążeniach zmiennych, cyklicznych lub dynamicznych.

Również wyniki badań i rozważań dotyczących wpływu obciążeń długotrwałych na zarysowanie, pozostawiają jeszcze wiele do życzenia. Ilość propozycji istniejących jest stosunkowo skromna i, z wyjątkiem pracy Kortasa, w sposób bardzo uproszczony uwzględnia cechy reologiczne betonu. Przyjęcie przez niego dla betonu w strefie ściskanej, modelu Maxwella jest również niezbyt dokładne. Poza tym do wzorów opisujących szerokość rozwarcia rysy można przedstawić te same zastrzeżenia, które podano w przypadku obciążeń długotrwałych.

Osobnym problemem jest uwzględnienie wpływu losowych cech betonu na zmienność szerokości rozwarcia rysy. W większości przypadków autorzy podają wzory na średnią lub maksymalną szerokość rozwarcia rysy. Wielkości te nie są jednak precyzyjnie sformułowane. Dzieje się to z następujących powodów:

- a/ przy obliczaniu stosuje się uproszczenia /np. pominięcie betonu w strefie rozciąganej, nie uwzględnianie deplanacji itp./ powodujące, że wartość obliczona ma bliżej nieokreśloną interpretację. Jej wielkość jest zawarta pomiędzy maksymalną i średnią szerokością rozwarcia rysy dla danego obciążenia,

b/ bardzo często przyjmuje się cechy materiałowe różniące się od średnich /najczęściej mniejsze/, co również powoduje niemożność określenia wartości średniej /np.

PN-76/B-03264/,

c/ przy ustalaniu wartości maksymalnej przyjmuje się arbitralne wielkości współczynnika zmienności, nie powiązane z bardziej podstawowymi wielkościami losowymi jak np. wytrzymałość betonu.

Z tego krótkiego podsumowania wynika, że w tak istotnej kwestii jak obliczanie szerokości rozwarcia rysy istnieje bardzo wiele nieścisłości i braków, które należy wyeliminować.

1.2. PRZEDSTAWIENIE CELU PRACY

Celem niniejszej pracy jest podanie metody obliczania szerokości rozwarcia rysy prostopadłej do osi zbrojenia w przypadku dowolnych historii obciążenia krótkotrwałego i długotrwałego. Analizuje się zachowanie konstrukcji pod działaniem obciążenia eksploatacyjnego. W obliczeniach uwzględnia się losowy charakter wytrzymałości betonu na ściskanie i rozciąganie. Przedstawiona metoda może być zastosowana w przypadku belek, rozciąganych tarcz i płyt jednokierunkowo zbrojonych. W pracy przedstawiono szczegółowe rozważania dla belki prostokątnej zginanej i rozciąganej. Inne przypadki rozpatruje się w analogiczny sposób.

W ramach niniejszej pracy podano:

a/ analizę zastosowania hipotez przyczepności do obliczania szerokości rozwarcia rysy,

- b/ metodę obliczania doraźnej szerokości rozwarcia rys w przypadku działania obciążenia stałego i zmiennego,
- o/ analizę przydatności teorii reologicznych betonu do obliczania długotrwałej szerokości rozwarcia rysy,
- d/ metodę obliczania długotrwałej szerokości rozwarcia rysy,
- e/ przybliżone wzory służące oszacowaniu szerokości rysy,
- f/ interpretację probabilistyczną problemów zarysowania.

Oprócz tego w formie załączników podano:

- a/ weryfikację założeń,
- b/ porównanie wyników badań innych autorów z wynikami otrzymanymi z analizy teoretycznej,
- o/ przykłady obliczeń wg przedstawionej metody,
- d/ porównanie wyników własnych z wynikami otrzymanymi z obliczeń według innych metod.

1.2.1. PODSTAWOWE POJĘCIA I ZAŁOŻENIA PRZYJĘTE W PRACY

Do obliczania szerokości rozwarcia rysy w niniejszej pracy wykorzystano wzory opisujące przyczepność. Powoduje to następujące korzyści:

- a/ zjawisko przyczepności jest stosunkowo dobrze rozpoznane dla różnych rodzajów zbrojenia i obciążenia i istnieje możliwość jego uściślenia w wyniku badań empirycznych - zapewnia to "otwartość" proponowanej metodzie,
- b/ na podstawie wzorów opisujących przyczepność można wyznaczyć obszar naruszenia przyczepności tzn. długość zbrojenia, która ma faktyczny wpływ na szerokość rozwarcia rysy,

- o/ przyczepność betonu do stali jest przyczyną deplanacji przekroju zarysowanego,
- d/ przyczepność betonu do stali jest /obok naprężeń rozciągających w betonie/ przyczyną powstawania rys wewnętrznych mających znaczny wpływ na szerokość rozwarcia rysy pierwszego rzędu,
- e/ wykorzystanie zależności między naprężeniami przyczepności a innymi wielkościami pozwala podać pełny układ równań, z którego można wyznaczyć wielkość poślizgu, rozkład naprężeń w stali jak też w betonie rozciągany oraz tarcie.

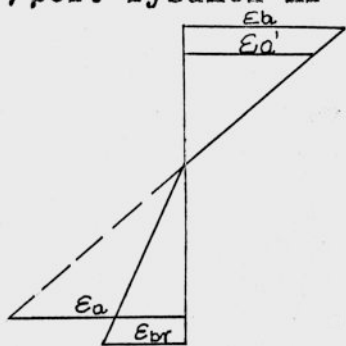
W pracy przyjęto następujące podstawowe założenia:

- a/ w strefie ściskanej betonu istnieje doskonała przyczepność pomiędzy betonem i stalą, natomiast w strefie rozciąganej /na odcinku naruszenia przyczepności pierwotnej/ istnieje poślizg tzn.:

$$\varepsilon_a(y) - \varepsilon_{br}(y) = \frac{d\Delta}{dy} \quad /1.19/$$

Równanie /1.19/ jest jednym z czterech, na podstawie których wyznacza się podstawowe wielkości związane z zarysowaniem.

- b/ W dowolnym przekroju belki w stosunku do betonu ściskanego, stali ściskanej i rozciąganej obowiązuje prawo płaskich przekrojów /por. rysunek nr 1/



Rysunek nr 1. Rozkład odkształceń w przekroju belki

Obecnie w większości prac przyjmuje się założenie płaskich przekrojów w przekroju z rysą. Ponieważ w niniejszej pracy uwzględnia się poślizg zbrojenia również w innych przekrojach, to założenie to w stosunku do stali i betonu ściskanego można zastosować na całej długości belki.

- o/ Stal jest materiałem liniowo-sprężystym, natomiast beton jest materiałem liniowo-sprężystym /w przypadku obciążeń krótkotrwałych/ lub podlega prawu liniowego pełzania /w przypadku obciążeń długotrwałych/.

Przyjęcie tego założenia jest uzasadnione faktem, że analizuje się problemy zarysowania dla poziomych obciążeń eksploatacyjnych. W tej sytuacji naprężenia w stali i w betonie są niższe niż granica proporcjonalności. Szczegółowe uzasadnienie tego założenia przedstawiono w załączniku nr 1.

- d/ Głównym źródłem losowego charakteru szerokości rozwarcia rysy jest losowa wytrzymałość betonu na rozciąganie i losowa wielkość modułu sprężystości stali.

Inne, bardziej szczegółowe założenia, podane są w dalszej części pracy przy omawianiu i rozwiązywaniu poszczególnych problemów. Przyjęto przy tym umowę, iż wzory i rozwiązania uzyskane w wyniku przekształceń analitycznych, bazujące na podanych założeniach są "ściśle". Natomiast te, w których zastosowano przybliżenia natury matematycznej /rozwinęcia funkcji w szereg, pomijanie "nieskończenie małych" wyższego rzędu itp./ nazywane są przybliżonymi.

W tym znaczeniu ścisłe oznacza matematycznie zgodne z założeniami. Daje to możliwość udoskonalania metody obliczania

szerokości rozwarcia rysy w sytuacji, gdy badania pozwolą na uściślenie któregoś z założeń.

1.2.2. PODSTAWOWE TEZY PRACY

W niniejszej pracy przedstawiono analizę najważniejszych czynników, wpływających na szerokość rozwarcia rysy. Część spośród nich była badana przez innych badaczy, ale interpretowana jedynie w sposób opisowy, jakościowy. W niniejszej pracy próbowano przedstawić matematycznie spójny opis ilościowy tych zjawisk.

Podstawowe tezy zaprezentowane i udowodnione w niniejszej pracy są następujące:

- a/ szerokość rozwarcia rysy w istotny sposób zależy od historii obciążenia i należy to uwzględniać w obliczeniach,
- b/ w przypadku obciążenia krótkotrwałego na szerokość rozwarcia rysy znaczny wpływ ma deplanacja przekroju oraz powstawanie i rozwój rys drugiego rzędu; zjawiska te można opisać ilościowo korzystając ze wzorów opisujących przyczepność,
- c/ w przypadku obciążenia długotrwałego, obliczając szerokość rozwarcia rysy należy uwzględnić zmianę obszaru przyczepności oraz zmiany położenia osi obojętnej w tym obszarze; zmiany te spowodowane są zjawiskami reologicznymi,
- d/ przyjęcie za podstawę obliczeń wzorów opisujących przyczepność umożliwia ciągły opis zmian $x(y)$, $\sigma_w(y)$, $\sigma_a(y)$; opis ten jest bardziej użyteczny i zbliżony do rzeczywistości niż wyróżnianie faz pracy elementu,

- e/ uwzględnianie, przy obliczaniu zarysowania, losowych cech wytrzymałości betonu pozwala uzyskać większą i pełniejszą informację o szerokości rozwarcia rysy,
- f/ analiza probabilistyczna zarysowania pozwala na łączne traktowanie problemów nośności i zarysowania, a w konsekwencji na lepsze uwzględnienie postulatu bezpieczeństwa i ekonomiczności konstrukcji.

Należy również zwrócić uwagę, że szczegółowa analiza zarysowania bazująca nie na stanie granicznym, ale na faktycznym rozkładzie naprężeń i odkształceń w przekroju może stanowić dobrą podstawę do analizy innych zjawisk np. naprężeń residualnych, samonaprężeń, mechaniki ośrodka zarysowanego itp. Analiza probabilistyczna ułatwia również interpretacje wyników badań związanych z powyższymi problemami.

2. OBLICZANIE WIELKOŚCI ZWIĄZANYCH Z ZARYSOWANIEM PRZEKROJU POD DZIAŁANIEM OBCIĄŻENIA KRÓTKOTRWAŁEGO

W niniejszej pracy przyjęto następujące określenie szerokości rozwarcia rysy: szerokość rozwarcia rysy prostopadłej jest to różnica wydłużeń stali i betonu obliczona w osi zbrojenia.

Różnicę wydłużeń oblicza się na obszarze naruszenia przyczepności z uwzględnieniem deplanacji przekroju z rysą oraz z uwzględnieniem rys wewnętrznych.

W związku z tym w niniejszym rozdziale podane zostały ogólne wzory służące obliczaniu poślizgu, deplanacji, obszaru naruszenia przyczepności, położenia i szerokości rozwarcia rys wewnętrznych. Omówiono również specyficzne problemy obciążenia. (tzn. residualny poślizg, naprężenia pozostające w stali i betonie)

2.1. OBLICZANIE CAŁKOWITEGO POŚLIZGU ZBROJENIA

Przez całkowity poślizg zbrojenia określa się całkowite jednostronne wydłużenie stali pomiędzy osią rysy pierwszego rzędu a końcem obszaru naruszenia przyczepności.

Obszar naruszenia przyczepności pierwotnej jest równy długości zbrojenia, gdzie spełniony jest następujący warunek: $\epsilon_a > \epsilon_{br}$

W celu wyznaczenia powyższych wielkości należy obliczyć zależności pomiędzy $\sigma_a(y)$, $\sigma_{br}(y)$, $\tau(y)$, $\Delta(y)$. Można to osiągnąć rozwiązując układ czterech równań zawierających powyższe wielkości. Odpowiednie równania opisują co następuje:

a/ poślizg zbrojenia względem betonu

$$\epsilon_a(y) = \epsilon_{br}(y) + \frac{d\Delta}{dy}$$

/2.1/

b/ równanie równowagi uogólnionych sił w przekroju

c/ równanie równowagi pręta

$$\frac{d\sigma_a(y)}{dy} = \pm \frac{2\tau(y)}{r} \quad /2.2/$$

gdzie r - promień pręta zbrojeniowego

d/ wzory opisujące przyczepność.

Równanie /2.1/ można, korzystając z przyjętego założenia o sprężystym zachowaniu się stali i betonu, przepisać w postaci:

$$\sigma_a(y) - n \sigma_{br}(y) = E_a \frac{d\Delta}{dy} \quad /2.3/$$

Równanie równowagi sił w przekroju zależy od rodzaju obciążenia i geometrii przekroju. Łącząc je z równaniem /2.2/ otrzymuje się zależność postaci:

$$\sigma_a(y) = f \left[\frac{d\Delta}{dy} \right] \quad /2.4/$$

W przypadku obciążenia we wzorze /2.2/ należy przyjąć znak $-$, natomiast w przypadku odciążenia $+$.

Różniczkując obustronnie równanie /2.4/ i wstawiając do /2.2/ otrzymuje się teoretyczną /wynikającą z przyjętych podstawowych założeń/ zależność pomiędzy przyczepnością i poślizgiem. Jest ona zadana następującym równaniem różniczkowym:

$$\frac{df}{dy} \left[\frac{d\Delta}{dy} \right] = \pm \frac{2\tau(y)}{r} \quad /2.5/$$

Możliwe są również inne procedury postępowania, które doprowadzają do równania różniczkowego łączącego poślizg z naprężeniami w stali lub naprężenia w stali z naprężeniami przyczepności. Ostateczna postać równania różniczkowego

zależy od kolejności eliminowania niewiadomych

$\sigma_a(y)$, $\sigma_w(y)$, $\Delta(y)$, $\tau(y)$.

W celu rozwiązania równania /2.5/ /lub równań analogicznych/ trzeba podać szczegółową postać wzoru opisującego przyczepność.

Wzory opisujące przyczepność można sformułować w jeden z alternatywnych sposobów:

- a/ zależność pomiędzy poślizgiem a naprężeniami przyczepności,
- b/ zależność pomiędzy poślizgiem a naprężeniem w stali,
- c/ zależność pomiędzy naprężeniami w stali a naprężeniami przyczepności.

Ponieważ prawo przyczepności jest równaniem stanu to musi ono zawierać stałe materiałowe charakterystyczne dla danego rodzaju stali i betonu. Dzięki temu że wzorach służących obliczaniu bardziej złożonych zależności występują tylko podstawowe stałe materiałowe. Wielkości te wyznacza się na podstawie wyników testów polegających na wyciąganiu lub wciskaniu pręta w beton lub pomiarów odkształceń betonu i stali [58], [64]. W pierwszym przypadku stosuje się obciążenie osiowe lub mimośrodowe.

Obecnie problem przyczepności jest stosunkowo dobrze rozpoznany. Zagadnieniu temu poświęcono między innymi publikacje [51], [66], [76], [65], [77].

Przyjmuje się ogólnie, że wpływ na przyczepność mają głównie następujące czynniki:

- a/ adhezja,
- b/ tarcie pomiędzy betonem i stalą,
- c/ mechaniczne zazębienie pomiędzy stalą i betonem.

Pierwsze dwa czynniki odgrywają podobną rolę w przypadku zbrojenia gładkiego i żebrowanego, natomiast trzeci istotnie różni się w przypadku zbrojenia żebrowanego. Można również założyć, że dla obciążeń niewiele większych od rysujących typ przyczepności dla zbrojenia gładkiego i żebrowanego jest podobny. W przypadku powstania rys wewnętrznych decydującego znaczenia nabiera mechaniczne zazębienie.

W znanych autorowi opracowaniach prawo przyczepności aproksymowano m. in. następującymi wzorami:

$$a/ \quad \tau = \text{const} \quad /2.6/$$

Zależność tę można wg [18] stosować dla mocno zaawansowanych obciążeń z wyłączeniem obszaru bliskiego rysy.

$$b/ \quad \tau(\Delta) = G \cdot \Delta \quad /2.7/$$

gdzie G - stała materiałowa, empiryczna

Zależność tę przyjmowano przy obliczaniu elementów żelbetowych zbrojonych stałą gładką. Uzyskano [31] dosyć dobrą zgodność wyników z pomiarami

$$o/ \quad \tau = a_1 \Delta + a_2 \Delta^2 + a_3 \Delta^3 \quad /2.8/$$

Wzór ten podał Nilson [64]. Posługują się nim powszechnie w USA w obliczeniach wykorzystujących metodę elementów skończonych. W nieco zmodyfikowanej postaci ma zastosowanie do obciążeń cyklicznych i dynamicznych [42].

Inne zależności typu $\tau(y, \Delta) = \tau(y)$ można znaleźć w pracy [58].

$$d/ \quad \tau(\Delta) = \frac{A \ln(1 + \alpha \Delta)}{1 + \alpha \Delta} \quad /2.9/$$

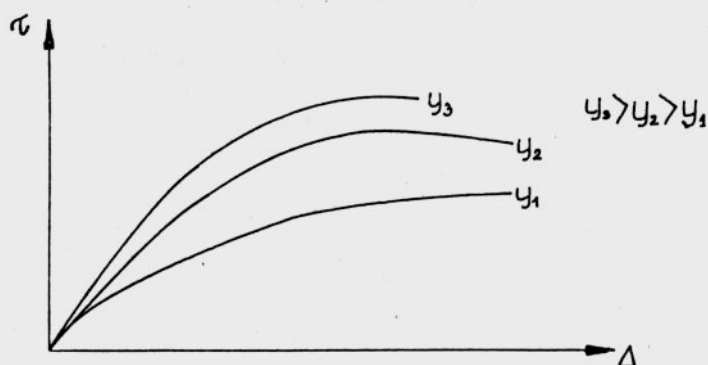
Wzór ten został zaproponowany w pracy [42].

Podane we wzorach /2.6/ - /2.9/ zależności w konkretnych sytuacjach dobrze pasowały do otrzymanych wyników. Szczegółowa

jednak analiza [66] , [26] wykazała, że prawidłowa postać w przypadku zależności pomiędzy naprężeniami przyczepności a poślizgiem powinna być następująca:

$$\tau = \tau(\Delta, y) \quad /2.10/$$

Wynika to z faktu, że naprężenia przyczepności są funkcją nie tylko poślizgu ale i położenia. Ilustruje to rysunek zaczerpnięty z pracy [66] .



Rysunek nr 2.

Im większa odległość od rysy, tym mniejszy poślizg związany jest z danym naprężeniem przyczepności. Dodatkowe uwagi nasuwają się przy analizie wzoru /2.5/. W przypadku przyjęcia np. hipotezy przyczepności w postaci /2.7/ wzór /2.5/ przyjmie postać

$$\frac{d^2 \Delta}{dy^2} - \frac{G}{A} \Delta = 0 \quad /2.11/$$

gdzie $A = \frac{2(1+\mu\eta)}{r E_a}$

Dla niezbyt zaawansowanych obciążeń istnieje w pewnej odległości punkt, gdzie $\varepsilon_a = \varepsilon_{br}$. Stąd równanie /2.11/ musi spełniać następujące warunki brzegowe /w przypadku przyjęcia początku układu współrzędnych w początku obszaru przyczepności/:

$$\frac{d\Delta}{dy}(y=0) = 0$$

$$\Delta(y=0) = 0$$

/2.12/

W tym przypadku równanie /2.11/ posiada tylko rozwiązanie zerowe niezgodne z istotą fizyczną zjawiska.

W celu uwzględnienia przedstawionych powyżej uwag zaproponowano w pracy [58] zależność typu /2.10/ w postaci:

$$\tau(\Delta, y) = a(b y + c) \cdot \Delta \cdot R_b$$

/2.13/

gdzie a, b, c - empiryczne stałe materiałowe

R_b - wytrzymałość betonu.

W tym przypadku równanie /2.5/ staje się liniowym równaniem różniczkowym o zmiennych współczynnikach.

Podobne rozwiązanie problemu zawarte jest w pracy [42].

Podaje się tam naprężenia przyczepności w postaci:

$$\tau(y, \Delta) = \tau_1(y) \cdot \tau_2(\Delta)$$

/2.14/

Istnieją również zależności pomiędzy poślizgiem i naprężeniami w stali w postaci :

$$\Delta = k_1 \frac{\sigma_a(y)}{\mu^{k_3}}$$

/2.15/

gdzie k_1, k_3 - stałe materiałowe, empiryczne

lub pomiędzy naprężeniami w stali i naprężeniami przyczepności [12] :

$$\tau = \psi [k - \sigma_a(y)]$$

/2.16/

gdzie ψ, k - stałe materiałowe, empiryczne

W przypadku prętów żebrowanych w pracy [31] zaproponowano zależność postaci:

$$\tau = G_1 \Delta - k_1 \cdot \sigma_a$$

/2.17/

Oprócz przedstawionych w powyższym przeglądzie wzorów istnieje wiele innych mniej lub bardziej znanych. Z punktu widzenia niniejszej pracy wzór opisujący przyczepność musi spełniać następujące warunki:

- a/ wykazywać dobrą zgodność z wynikami badań,
- b/ uwzględniać różne fazy przyczepności,
- c/ spełniać warunki brzegowe równania /2.5/ dla różnych poziomów obciążenia
- d/ umożliwiać wyliczenie ^{dużości} obszaru naruszenia przyczepności.

Ze względu na warunki przedstawione powyżej do analizy zarysowania przyjęto następujące wzory opisujące przyczepność:

- a/ wzór /2.16/ dla prętów gładkich i żebrowanych do czasu powstania rys wewnętrznych,
- b/ wzór /2.7/ dla prętów gładkich przy dużych obciążeniach,
- c/ wzór /2.17/ dla prętów żebrowanych po powstaniu rys wewnętrznych.

2.2. OBLICZANIE DEPLANACJI PRZEKROJU

W najogólniejszym przypadku kształt rysy oraz jej geometria przestrzenna w poszczególnych przekrojach powinny być opisane funkcjami losowymi [57]. Ze względu jednak na fakt, iż bliższe określenie tych funkcji jest obecnie niemożliwe założono, że kształt rysy jest opisany rzeczywistą funkcją wysokości rozciąganej strefy elementu żelbetowego. Sprowadza się w ten sposób analizę geometrii rysy do problemu dwuwymiarowego. Jest to uzasadnione, ponieważ w przypadku elementów żelbetowych najbardziej istotna jest znajomość szerokości

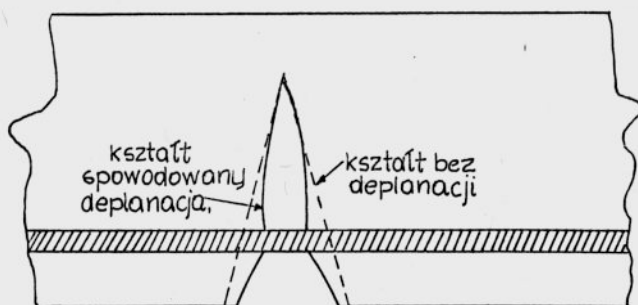
rozwarcia rysy na poziomie zbrojenia oraz na powierzchni betonu pod zbrojeniem.

Dotychczasowe modele rysy bazują głównie na prawie płaskich przekrojach tzn. oblicza się szerokość rysy w osi zbrojenia i korzystając z prawa płaskich przekrojów oblicza się szerokość rysy na powierzchni zbrojenia.

Obserwacje przedstawione w pracach [20], [29] zaprzeczają temu w sposób kategoryczny. Wynika z nich, że w przypadku obciążenia krótkotrwałego dominujący wpływ na szerokość rozwarcia rysy w osi zbrojenia ma właśnie deplanacja.

Przyczyną deplanacji przekroju jest działanie naprężeń przy-czepności na beton. Ich maksymalne działanie skoncentrowane jest wokół pręta i stopniowo przenosi się na dalsze włókna betonu.

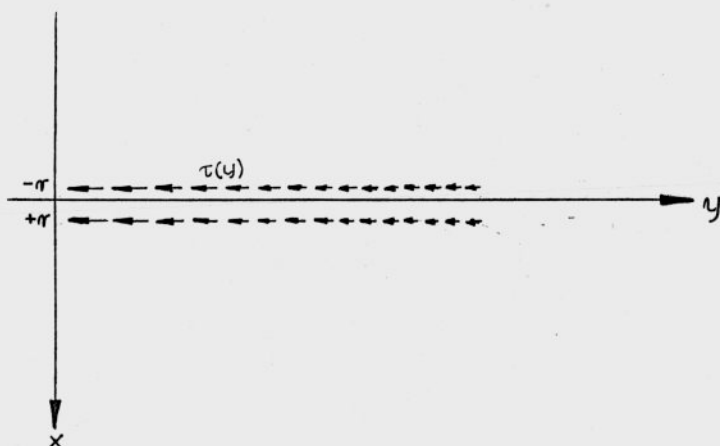
Na rysunku nr 3 przedstawiono schematycznie deplanację przekroju.



Rysunek nr 3. Schemat deplanacji przekroju belki w obrębie rysy

W celu obliczenia wielkości deplanacji przyjęto następujący schemat strefy rozciąganej - półnieskończona płaszczyzna obciążona rozłożonymi siłami prostopadłymi do krawędzi. Przyjęcie takiego modelu jest uzasadnione ze względu na szybkie zanikanie deplanacji ze wzrostem odległości od osi

zbrojenia. Schemat obliczeniowy przedstawiono na rysunku nr 4.



Rysunek nr 4. Model do obliczania deplanacji przekroju

Przy poczynionych założeniach wydłużenie betonu w punkcie o współrzędnych $/x, y/$ dane jest wzorem wynikającym z teorii sprężystości: ([20])

$$u_b(x, y_0) = \int_{y_0}^l \frac{\tau(y) \cdot r}{2 E_b} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + x^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2 + x^2)^{3/2}} \right] dy \quad /2.18/$$

gdzie l - obszar naruszenia przyociepności

Ponieważ najbardziej interesująca z punktu widzenia obliczania szerokości rozwarcia rysy jest deplanacja przekroju z rysą pierwszego rzędu, to we wzorze /2.18/ należy przyjąć $y_0 = 0$.

Aby obliczyć szerokość rozwarcia rysy w osi zbrojenia trzeba obliczyć $U_b /x = r, y = 0/$. Wynika to z faktu, iż rozwarcie w osi zbrojenia i dla $x = r$ są równe. Natomiast w celu obliczenia szerokości rozwarcia rysy na powierzchni betonu należy obliczyć $U_b /x = r + a, y = 0/$. Dla dużych wielkości otuliny można przyjąć, iż deplanacja na powierzchni betonu jest równa zero. W przypadku powstania rysy wewnętrznej we wzorze /2.18/ należy zmienić górną granicę całkowania. Należy podstawić współrzędną miejsca powstania rysy wewnętrznej.

Istnieniem deplanacji i dużym jej wpływem na szerokość rysy można częściowo wyjaśnić przyczynę stosunkowo dużej dokładności wzorów uzależniających szerokość rysy od otuliny. Im większa otulina tym mniejsza deplanacja na powierzchni betonu i co za tym idzie większa szerokość rozwarcia rysy. Ze wzoru /2.18/ wynika jednak, iż przyjęcie liniowej zależności jest sporym zubożeniem istoty zjawiska.

2.3. POWSTAWANIE RYS WEWNĘTRZNYCH I ICH WPŁYW NA SZEROKOŚĆ ROZWARCIA RYSY PIERWSZEGO RZĘDU

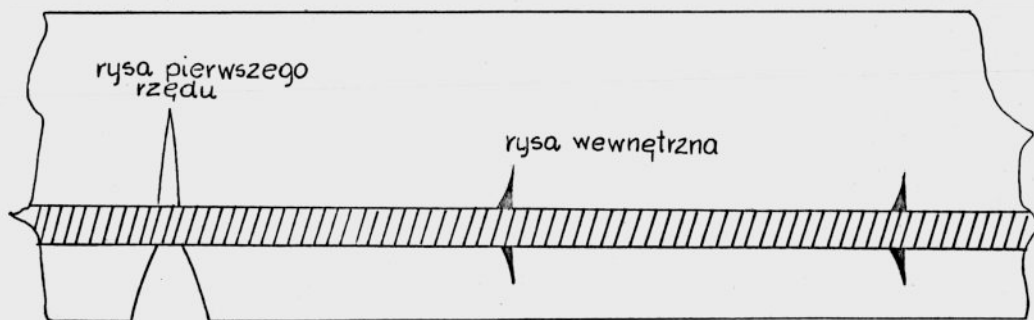
Rysy wewnętrzne są drugim, obok deplanacji, zjawiskiem mającym istotny wpływ na szerokość rozwarcia rysy. Do tej pory nie są one jednak uwzględniane w obliczeniach. Mimo teoretycznego postulowania ich istnienia, dopiero badania przeprowadzone przez Goto [34] wykazały ich obecność przy zbrojeniu. Od tego czasu bada się zarówno miejsce ich powstania jak i szerokość m. in. w pracach nad przyczepnością [27].

Przyczyną powstania rys wewnętrznych jest przekroczenie przez beton w strefie rozciąganej granicznego wydłużenia.

Z analizy przedstawionej w podrozdziale 2.2 wynika, że zbrojenie powoduje deplanację przekroju zwiększającą odkształcenia jednostkowe betonu w strefie rozciąganej.

Superpozycja tych odkształceń oraz odkształceń spowodowanych działaniem naprężeń rozciągających w betonie powoduje przekroczenie ε_{gr} na rozciąganie. Ponieważ największa deplanacja przekroju występuje na powierzchni zbrojenia, tam też zostanie zainicjowana rysa. Ze wzrostem obciążenia wzrasta jej szerokość i długość [51]. Rysa wewnętrzna jest nachylona do zbrojenia pod pewnym kątem, natomiast w dalszej odległości

staje się prostopadła do osi zbrojenia. Związane jest to z kształtem zdeplanowanego przekroju. Schematyczny wygląd rysy wewnętrznej przedstawiono na rysunku nr 5.



Rysunek nr 5. Schematyczny wygląd rysy drugiego rzędu

Analizując przyczyny powstania rysy wewnętrznej można założyć, że miejsce powstania rysy podane jest zależnością:

$$\varepsilon_{gr} = \frac{\sigma_{br}(y)}{E_b} + \frac{du_b(y)}{dy} \quad /2.19/$$

Ponieważ wielkości występujące we wzorze /2.19/ są funkcją zarówno położenia jak i poziomu obciążenia, procedura obliczania miejsca położenia rysy wewnętrznej musi być następująca:

a/ obliczenie ekstremum wyrażenia /2.20/

$$g(y, \sigma_0) = \frac{\sigma_{br}(y)}{E_b} + \frac{du_b(y)}{dy} \quad /2.20/$$

ze względu na "y"

b/ iteracyjne znalezienie wartości σ_0 /naprężenie w stali w przekroju z rysą pierwszego rzędu/, dla której spełniony jest warunek

$$g(y_0, \sigma_0) = \varepsilon_{gr}$$

Ponieważ jednak praktycznie ekstremum wyrażenia /2.20/ nie zależy od " σ_0 "^(*) to sposób obliczania miejsca powstania rysy

(*) porównaj wzory 4.12 do 4.14

sprowadza się do wyznaczania y_0 z warunku:

$$\frac{d\sigma_{br}(y)}{dy} \cdot \frac{1}{E_b} + \frac{d^2 u_b(y)}{dy^2} = 0 \quad /2.21/$$

Wstawiając obliczoną z powyższego wzoru wielkość y_0 do /2.19/ można wyliczyć naprężenie w stali w miejscu rysy pierwszego rzędu i tym samym poziom obciążenia powodujący powstanie pierwszej rysy wewnętrznej. Powstanie rysy wewnętrznej powoduje zmianę typu przyczepności na obszarze pomiędzy rysą pierwszego rzędu i rysą wewnętrzną. W przypadku zbrojenia żebrowanego przyczepność opisana jest wzorem /2.17/, a w przypadku gładkiego /2.7/. Spowodowane jest to wzrostem znaczenia mechanicznego zazębienia /w odniesieniu do stali profilowanej/ oraz wzrostem poślizgu. Zmianie ulega również rozkład naprężeń w przekroju, w którym powstała rysa wewnętrzna. Wzrastają znacznie naprężenia w stali /prawie do wartości σ_0 /, natomiast odciążeniu ulega rozciągany beton.

Wzrost obciążenia powyżej poziomu, przy którym pojawiła się pierwsza rysa wewnętrzna, powoduje wzrost jej szerokości. Sposób wyznaczania ich położenia jest analogiczny do poszukiwania miejsca powstania pierwszej rysy. Należy jedynie we wzorach /2.19/ - /2.21/ zamiast σ_0 wstawiać wartość naprężenia w stali w przekroju zawierającym bezpośrednio wcześniej powstałą rysę wewnętrzną.

W przypadku rys wewnętrznych najbardziej interesująca jest jej szerokość w osi zbrojenia. Dla danego poziomu obciążenia algorytm postępowania jest następujący /por. rys. nr 6/:

- a/ obliczenie ^{długości} obszaru, na którym beton ulega deplanacji /jest to odległość między rysami drugiego rzędu lub odległość pomiędzy rysą wewnętrzną, a końcem obszaru naruszenia przyczepności/
- b/ obliczenie całkowitego wydłużenia betonu /w osi zbrojenia/ na tym obszarze dla obciążenia P wg wzoru:

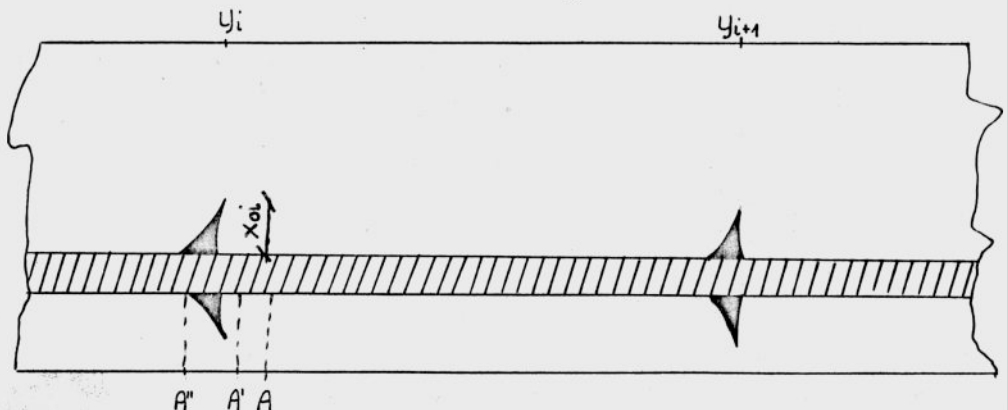
$$a_{ip} = \int_{y_i}^{y_{i+1}} \frac{\sigma_{br}(y)}{E_b} dy + \int_{y_i}^{y_{i+1}} \frac{\tau(y) \cdot r}{2E_b} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{3/2}} + \frac{y^2}{(y^2+r^2)^{3/2}} \right] dy \quad /2.22/$$

- c/ obliczenie maksymalnego wydłużenia betonu /w osi zbrojenia/ na tym obszarze $a_{ip_0} = \varepsilon_{qr}(y_{i+1} - y_i)$

gdzie y_1 - miejsce położenia "1" - tej rysy
dla ostatniej rysy wewnętrznej $y_{1+1} = l$ - obszar
naruszenia przyczepności (rys.7)

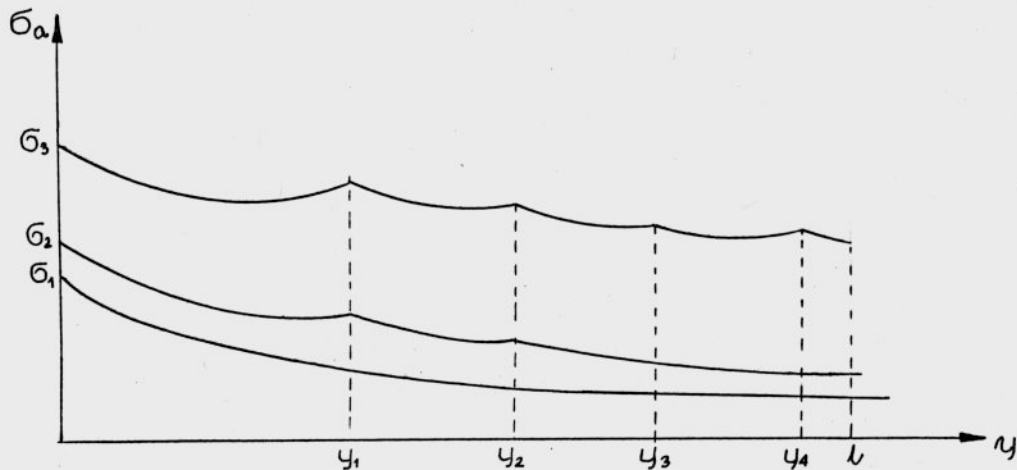
- d/ szerokość rozwarcia rysy oblicza się jako różnicę
 $a_{ip} - a_{ip_0} = a_1$

$$AA' = \int_{y_i}^{y_{i+1}} \frac{\sigma_{br}}{E_b} dy, \quad A'A'' = u_b(r, y_{i+1} - y_i)$$



Rysunek nr 6. Model do obliczania szerokości rozwarcia rysy wewnętrznej

Powstanie i rozwój rys wewnętrznych mają dwójaki wpływ na szerokość rozwarcia rys pierwszego rzędu. W wyniku powstania rys wewnętrznych zmienia się rozkład naprężeń rozciągających w stali /por. rysunek nr 7/. Powoduje to dodatkowy wzrost poślizgu stali względem betonu. Z drugiej strony część tego wydłużenia zostaje "absorbowana" przez rysy wewnętrzne. Również, jak już podano w poprzednim podrozdziale, zmniejszeniu ulega deplanacja przekroju zawierającego rysę pierwszego rzędu.^(*) Tak więc wpływ rys wewnętrznych jest znaczny i nie może być pomijany.



Rysunek nr 7. Zmiany rozkładu naprężeń w stali spowodowane powstaniem rys wewnętrznych

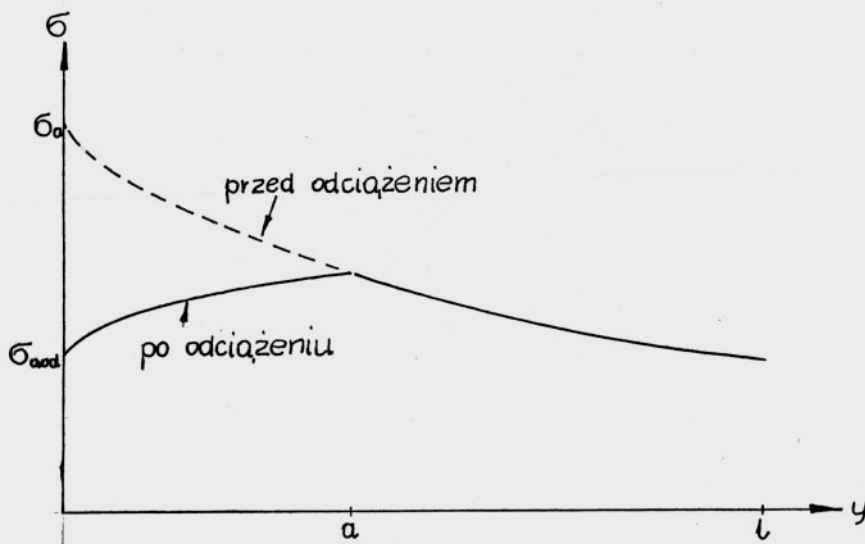
2.4. SPECYFICZNE PROBLEMY ODCIĄŻENIA

Analiza obciążania i odciążania konstrukcji dostarcza zwykle więcej informacji o elemencie niż proste obciążenie. W przypadku zarysowania najważniejszym zjawiskiem jest częściowe zamykanie się rysy i związane z tym pojęcie residualnej szerokości rozwarcia.

Wskutek odciążania zmienia się znak naprężeń przyczepności, ponieważ zaczynają one "przeciwstawiać się" cofaniu się pręta. Wywołuje to zmianę rozkładu naprężeń w stali /por.

(*) oprócz tego mają miejsce: odciążenie betonu rozciąganego, zmiana położenia osi obojętnej

rys. nr 8/. W przypadku częściowego odciążenia rozkład naprężeń w stali składa się z dwóch krzywych.

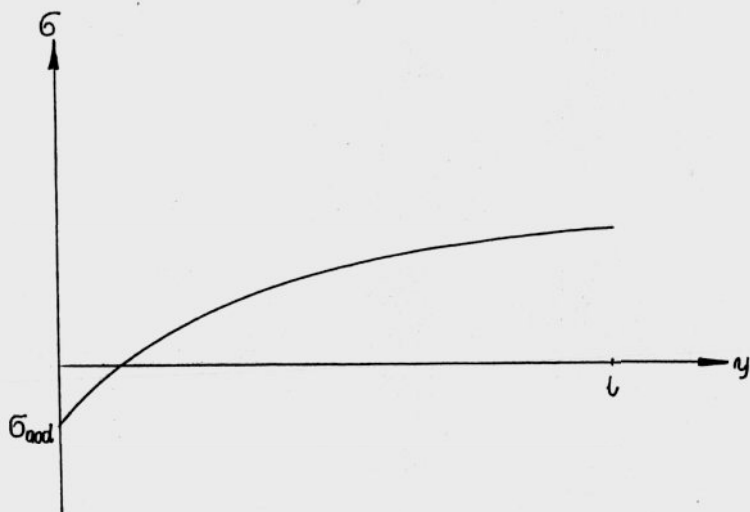


Rysunek nr 8. Rozkład naprężeń w stali w czasie odciążania /bez rys wewnętrznych/

W przypadku znacznego odciążenia rozkład naprężeń jest krzywą gładką. W przypadku, gdy nie ma rys wewnętrznych krzywa ta jest funkcją rosnącą, natomiast gdy są rysy wewnętrzne - rosnąco-malejącą. (por. rys. nr 8 i nr 13)

Osobnym problemem jest ustalenie wielkości naprężeń w stali w przekroju zarysowanym. W przypadku całkowitego odciążenia przekroju bez strefy ściskanej - naprężenia w stali w rysie będą zerowe a poza nią niewielkie rozciągające. Natomiast w przypadku przekroju ze strefą ściskaną w stali w przekroju z rysą pierwszego rzędu naprężenia w stali będą ściskające i w dalszej odległości będą maleć do zera. W tym przypadku rozkład naprężeń będzie miał kształt przedstawiony na rysunku nr 9.

Zarówno w przypadku przekroju ze strefą ściskaną jak i bez niej mimo całkowitego odciążenia pozostanie rysa o pewnej /residualnej/ szerokości rozwarcia. Główną przyczyną tego



Rysunek nr 9. Rozkład naprężeń w przekroju ze strefą ścisną w przypadku całkowitego odciążenia

jest tarcie pomiędzy stalą i betonem. Ponieważ tarcie jest siłą niezachowawczą to praca potrzebna do "zamknięcia" rysy musi być większa niż do jej utworzenia. W podobny sposób można wyjaśnić fakt ścisania zbrojenia po odciążeniu. Szczegółową analizę i obliczenia przedstawiono w rozdziale 3.

2.5. UWAGI KOŃCOWE

W rozdziale drugim przedstawiono w sposób ogólny sposób i metodę obliczania szerokości rozwarcia rysy pod obciążeniem krótkotrwałym. Uwzględniono takie zjawiska jak deplacacja i rysy wewnętrzne. Zjawiska te wyjaśniono i opisano wykorzystując obecną wiedzę o przyczepności i korzystając z podstawowych założeń przedstawionych w rozdziale pierwszym. Dzięki temu przedstawione wzory posiadają walor "ściśłości matematycznej". Nie wprowadza się w ten sposób dodatkowych stałych empirycznych, a jedynie stałe materiałowe występujące we wzorach opisujących przyczepność.

Ogólność przedstawionych sformułowań pozwala natomiast na udoskonalenie otrzymywanych wyników w sytuacji, gdy w wyniku badań empirycznych otrzyma się dokładniejszą postać wzorów opisujących przyczepność lub dokładniejsze wartości stałych materiałowych.

Szczegółowe rozwiązania, bazujące na obecnym stanie wiedzy o przyczepności, przedstawione są w rozdziale trzecim.

Oprócz rozwiązań ścisłych przedstawiono również metody przybliżone, przydatne w obliczeniach inżynierskich.

3. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY POD DZIAŁANIEM OBCIĄŻENIA KRÓTKOTRWAŁEGO

W rozdziale tym podano szczegółową postać zależności wyprowadzonych w rozdziale drugim. Pokazano zastosowanie metody w przypadku użycia stali gładkiej i żebrowanej. Wyróżniono trzy etapy zarysowania:

- a/ pow-stanie rysy,
- b/ przekrój zarysowany bez rys wewnętrznych,
- c/ przekrój zarysowany z rysami wewnętrznymi.

Przedstawiono wzory opisujące szerokość rozwarcia rysy w następujących przypadkach obciążenia:

- a/ obciążenie monotoniczne,
- b/ odciążenie częściowe lub całkowite,
- c/ powtarzalne obciążenie i odciążenie.

Osobno omówiono poszczególne przypadki wytrzymałościowe związane z zarysowaniem przekroju.

3.1. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZEKROJU OSIOWO ROZCIĄGANYM. - OBCIĄŻENIE

W przypadku przekroju rozciąganego osiowo przyjęto przypadek stałej siły rozciągającej oraz wymiary przekroju $b \times h$.

Ze względu na brak strefy ściskanej równania /2.3./ + /2.5/ przybierają stosunkowo prostą postać. W wyprowadzonych zależnościach użyto standartowych oznaczeń.

3.1.1. OBLICZANIE POCZĄTKOWEJ SZEROKOŚCI RYSY

Początkowa szerokość rozwarcia rysy^q dotyczy chwili zarysowania. W tym przypadku przyczepność można opisać wzorem /2.16/ zarówno dla zbrojenia gładkiego jak i profilowanego. Podstawowy układ równań służących wyznaczeniu przyjmuje następującą postać:

$$\sigma_a(y) - n\sigma_{br}(y) = E_a \frac{d\Delta}{dy} \quad /3.1/$$

$$bh\mu\sigma_a(y) + bh\sigma_{br}(y) = bhR_{br} \quad /3.2/$$

$$\frac{d\sigma_a(y)}{dy} = - \frac{2\tau(y)}{\tau} \quad /3.3/$$

$$[k - \sigma_a(y)] \cdot \psi = \tau(y) \quad /3.4/$$

Wstawiając równanie /3.4/ do /3.3/ otrzymuje się następujące równanie różniczkowe:

$$\frac{d\sigma_a(y)}{dy} = \frac{2\psi\sigma_a(y)}{\tau} - \frac{2\psi k}{\tau} \quad /3.5/$$

Rozwiązaniem tego równania dla warunku brzegowego $\sigma_a(y=0) = \sigma_0$ jest równanie:

$$\sigma_a(y) = (\sigma_0 - k) \cdot \exp\left(\frac{2\psi y}{\tau}\right) + k \quad /3.6/$$

gdzie $\sigma_0 = \frac{R_{br}}{\mu}$, μ jest odniesione do całego przekroju.

Pozostałe wielkości podane są następującymi wzorami:

$$\sigma_{br}(y) = R_{br} - \mu \left[(\sigma_0 - k) \exp\left(\frac{2\psi y}{\tau}\right) + k \right] \quad /3.7/$$

$$\tau(y) = \psi(k - \sigma_0) \cdot \exp\left(\frac{2\psi y}{\tau}\right) \quad /3.8/$$

Aby obliczyć poślizg zbrojenia należy wyznaczyć obszar naruszenia przyczepności z warunku $\sigma_a(y) = \frac{n R_{br}}{\mu n + 1}$

Wstawiając tę wielkość do wzoru /3.6/ otrzymuje się następującą zależność:

$$\frac{n R_{br}}{\mu n + 1} = \left(\frac{R_{br}}{\mu} - k \right) \cdot \exp\left(\frac{2\psi l_0}{r}\right) + k \quad /3.9/$$

Po prostych przekształceniach otrzymuje się wartość początkowego obszaru naruszenia przyczepności:

$$l_0 = \frac{r}{2\psi} \ln \left[\frac{\mu}{\mu n + 1} \left(\frac{n R_{br} - \mu n k - k}{R_{br} - \mu k} \right) \right] \quad /3.10/$$

Na tej podstawie można wyznaczyć całkowity poślizg zbrojenia na odcinku naruszenia przyczepności:

$$\Delta(y=0) = \frac{(1+\mu n)}{E_a} \left\{ k l_0 - \frac{r}{2\psi} \left(k - \frac{R_{br}}{\mu} \right) \left(e^{\frac{2\psi l_0}{r}} - 1 \right) \right\} - \frac{n R_{br} l_0}{E_a} \quad /3.11/$$

Deplanację przekroju oblicza się wg wzoru /2.18/, który dla $\tau(y)$ ze wzoru (38) przyjmuje postać:

- deplanacja przy powierzchni zbrojenia

$$u_b(r,0) = \int_0^{l_0} \frac{\psi \left(k - \frac{R_{br}}{\mu} \right) \cdot r}{2 E_b} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + r^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2 + r^2)^{3/2}} \right] e^{\frac{2\psi y}{r}} dy \quad /3.12/$$

- deplanacja na powierzchni betonu

$$u_b(r+a,0) = \int_0^{l_0} \frac{\psi \left(k - \frac{R_{br}}{\mu} \right) \cdot r}{2 E_b} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + (r+a)^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2 + (r+a)^2)^{3/2}} \right] e^{\frac{2\psi y}{r}} dy \quad /3.13/$$

Całki podane równaniami /3.12/ i /3.13/ nie posiadają rozwiązań dających się przedstawić za pomocą funkcji elementarnych. W celu ich obliczenia należy posłużyć się metodami numerycznymi. W szóstym rozdziale pracy podano przybliżone wzory pozwalające otrzymać zamkniętą postać równań /3.12/ i /3.13/. (pkt 6.2.1 str. 130)

Średnią wartość szerokości rozwarcia rysy oblicza się

z następujących wzorów:

- w osi zbrojenia

$$a_f = 2 \cdot [\Delta(y=0) - u_b(r, 0)] \quad /3.14/$$

- na powierzchni betonu

$$a_{f1} = 2 \cdot [\Delta(y=0) - u_b(r+a, 0)] \quad /3.15/$$

gdzie wielkości $\Delta(y)$ i $u_b/r, y/$ podane są wzorami /3.11/, /3.12/, /3.13/.

W przypadku obciążenia rysującego nie pojawiają się rysy wewnętrzne, ponieważ mały wzrost obciążenia powoduje jedynie wzrost długości "aktywnego" zbrojenia.

3.1.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY DLA OBCIĄŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH - PRZYPADEK ZBROJENIA GŁADKIEGO

W przypadku zbrojenia gładkiego stosunkowo rzadko powstają rysy wewnętrzne i w związku z tym wzory opisujące przyroczepność nie ulegają zmianie. Można więc opisać wielkości związane z zarysowaniem wzorami analogicznymi do podanych w podrozdziale 3.1.1. Należy przy tym wyznaczyć:

a/ długość odcinka gdzie nastąpiło naruszenie przyroczepności

$$l = \min \left\{ 2l_0, \frac{r}{2\psi} \ln \left[\frac{\frac{R_{br}}{\mu} - k}{\frac{N}{\mu b h} - k} \right] + l_0 \right\} \quad /3.16/$$

b/ naprężenia w stali w przekroju zawierającym rysę pierwszego rzędu

$$\sigma_0 = \frac{N}{\mu b h} \quad N - \text{aktualne obciążenie} \quad /3.17/$$

Wynika stąd, iż odpowiednie wzory będą miały następującą postać:

$$\Delta(y=0) = \frac{1+\mu n}{E_a} \left\{ kl + \left(\frac{N}{\mu bh} - k \right) \left(e^{\frac{2\psi l}{r}} - 1 \right) \frac{r}{2\psi} \right\} - \frac{nNl}{bhE_a} \quad /3.18/$$

oraz wzory opisujące deplanację:

- na powierzchni zbrojenia

$$u_b(r,0) = \frac{r\psi \left(k - \frac{N}{\mu bh} \right)}{2E_b} \int_0^l \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+r^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2+r^2)^{3/2}} \right] e^{\frac{2\psi y}{r}} dy \quad /3.19/$$

- na powierzchni betonu

$$u_b(r+a,0) = \frac{r\psi \left(k - \frac{N}{\mu bh} \right)}{2E_b} \int_0^l \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{[y^2+(r+a)^2]^{1/2}} + \frac{y^2}{[y^2+(r+a)^2]^{3/2}} \right\} e^{\frac{2\psi y}{r}} dy \quad /3.20/$$

Średnie szerokości rozwarcia rys oblicza się wstawiając wzory /3.18/ + /3.20/ do równań /3.14/ lub /3.15/.

W przypadku elementu osiowo rozciąganego warunek /2.19/ przyjmuje postać:

$$R_{br} = \frac{N}{bh} - \mu \sigma_a + \frac{r\psi \left(k - \frac{N}{\mu bh} \right)}{2} e^{\frac{2\psi y}{r}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+r^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2+r^2)^{3/2}} \right] \quad /3.21/$$

Współrzędną "y₀" - ekstremum wyrażenia po prawej stronie wzoru /3.21/ znajduje się z równania

$$+2\mu + r\psi \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+r^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2+r^2)^{3/2}} \right] + \frac{r^2}{2} \left[\frac{2\nu_b y}{(y^2+r^2)^{3/2}} - \frac{3y^3}{(y^2+r^2)^{5/2}} \right] = 0 \quad /3.22/$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymuje się równanie dziesiątego stopnia

$$16\mu^2 t^{10} + 16\psi\mu r(3-2\nu_b)t^9 + 4\psi^2 r^2 [4(1-\nu_b)^2 + 4(1-\nu_b) + 1]t^8 - 16\mu\psi r^3 t^7 + \\ - t^6 [16(1-\nu_b)\psi^2 + 12\nu_b + 9]r^4 + r^6 [27-24\nu_b]t^4 + r^8 [12\nu_b - 27]t^2 + 9r^{10} = 0$$

gdzie $t = \sqrt{y_0^2 + r^2} / \sqrt{2}$

/3.23/

Rozwiązanie równania /3.23/ można znaleźć na drodze iteracyjnej przyjmując, iż $y_0 \in (3r, 5r)$

W wyniku powstania rysy wewnętrznej zmienia się typ przyczepności na podany wzorem /2.7/. Równanie /2.5/ przybiera wówczas następującą postać:

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2G(1+\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) - \frac{2G N n}{r E_a b h} = 0 \quad /3.25/$$

Rozwiązaniem tego równania, przy warunkach brzegowych

$$\sigma_a(y = 0) = \sigma_a(y = y_0) = \frac{N}{ubh}, \text{ jest funkcja}$$

$$\sigma_a(y) = \frac{N}{\mu b h (1+\mu n)} \left[\left(\frac{1 - \cos \lambda y_0}{\sin \lambda y_0} \right) \cdot \sin \lambda y + \cos \lambda y \right] + \frac{N n}{b h (1+\mu n)} \quad /3.26/$$

$$\text{gdzie } \lambda = \left[\frac{2G(1+\mu n)}{r E_a} \right]^{1/2}$$

W związku z tym poślizg zbrojenia na odcinku między rysą wewnętrzną a rysą pierwszego rzędu dany jest wzorem:

$$\Delta_1 = \frac{N}{\mu b h \lambda E_a} \left[\frac{(1 - \cos \lambda y_0)^2}{\sin \lambda y_0} + \sin \lambda y_0 \right] \quad /3.27/$$

$$\text{gdzie } \lambda = \text{jak we wzorze (3.26)}$$

Jeżeli powstaną dalsze rysy wewnętrzne, oblicza się analogicznie $\Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n$ i całkowity poślizg zbrojenia jest sumą $\sum_{i=1}^n \Delta_i$.

Efektywny, ze względu na szerokość rozwarcia rysy pierwszego rzędu, poślizg zbrojenia jest pomniejszony o szerokość rozwarcia rys wewnętrznych. W przypadku jednej rysy wewnętrznej jej szerokość można obliczyć z wzoru:

$$E_b a_1 = \int_{y_0}^l \frac{N - N_1}{b h (1+\mu n)} \left[\frac{(1 - \cos \lambda y_0)}{\sin \lambda y_0} \cdot \sin \lambda y + \cos \lambda y \right] dy + \frac{(N - N_1)(l - y_0)}{b h (1+\mu n)} +$$

$$+ \frac{(N-N_1)\lambda r^2}{4\mu b h(1+\mu n)} \int_{y_0}^L \left[\sin \lambda y - \frac{1 - \cos \lambda y_0}{\sin \lambda y_0} \cos \lambda y \right] \left[\frac{2(1-\nu_0)}{(y^2+r^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{y^2}{(y^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] dy \quad /3.28/$$

gdzie N - aktualne obciążenie

N_1 - obciążenie powodujące powstanie rysy wewnętrznej.

Drugą z całek znajdujących się we wzorze /3.28/ można wyliczać metodami numerycznymi, lub korzystając z przybliżeń.

Deplanację przekroju oblicza się ze wzoru /2.18/, podstawiając

$$\tau(y) = \frac{N\lambda r}{2\mu b h(1+\mu n)} \left[\sin \lambda y - \frac{1 - \cos \lambda y_0}{\sin \lambda y_0} \cos \lambda y \right] \quad /3.29/$$

Na podstawie wzorów /3.27/ + /3.29/ możliwe jest wyznaczenie szerokości rozwarcia rysy pierwszego rzędu w przypadku, gdy powstaną rysy wewnętrzne.

3.1.3. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY DLA OBCIĄŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH - PRZYPADEK ZBROJENIA ŻEBROWANEGO

W przypadku stali profilowanych stosunkowo szybko powstają rysy wewnętrzne. Związane jest to z większą przyczepnością zbrojenia do betonu /większe k i ψ /. Sposób wyznaczenia miejsca powstania rysy wewnętrznej oraz obciążenia powodującego to zjawisko jest identyczny jak w przypadku zbrojenia gładkiego. Na odcinku pomiędzy rysami wewnętrznymi oraz pomiędzy rysą pierwszego rzędu i pierwszą rysą wewnętrzną przyczepność można opisać wzorem /2.17/.

W związku z tym podstawowe równanie różniczkowe ma postać:

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2k_1}{r} \frac{d\sigma_a(y)}{dy} + \frac{2G_1(1+\mu n)}{rE_a} \sigma_a(y) = \frac{2G_1 N n}{r b h E_a} \quad /3.30/$$

Ogólnym rozwiązaniem tego równania jest funkcja

$$\sigma_a(y) = C_1 \cdot \exp(\delta_1 y) + C_2 \cdot \exp(\delta_2 y) + \frac{Nn}{bh(1+\mu n)}$$

gdzie

$$\delta_1 = \frac{k_1}{r} + \left[\frac{k_1^2}{r^2} - \frac{2G_1(1+\mu n)}{E_a \cdot r} \right]^{1/2} \quad \text{/w ogólności } \delta_1, \delta_2 \quad /3.31/$$

$$\delta_2 = \frac{k_1}{r} + \left[\frac{k_1^2}{r^2} - \frac{2G_1(1+\mu n)}{E_a \cdot r} \right] \quad \text{- liczby zespolone/}$$

W celu wyznaczenia stałych C_1, C_2 należy przyjąć wartości naprężeń w stali w miejscu powstania rys wewnętrznych - ogólnie $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \dots$ itd. Stąd dla "i"-tego przedziału równanie /3.31/ ma postać:

$$\sigma_a(y) = \frac{\left[\sigma_{ai} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \left[\sigma_{a,i+1} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_2 y_i)}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})} \cdot e^{\delta_1 y} +$$

$$+ \frac{\left[\sigma_{a,i+1} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_1 y_i) - \left[\sigma_{ai} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})} \cdot e^{\delta_2 y} +$$

$$+ \frac{Nn}{bh(1+\mu n)}$$

/3.32/

Aby wyznaczyć naprężenie σ_{ai} należy określić długość rysy wewnętrznej /na tej podstawie można obliczyć, jaka część przekroju betonowego będzie pracowała na rozciąganie/.

Długość rysy można wyznaczyć z warunku /por. rys. nr 6/

$$\frac{\tau(y_i) \cdot r}{2E_b} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y_i^2 + x_{oi}^2)^{1/2}} + \frac{y_i^2}{(y_i^2 + x_{oi}^2)^{3/2}} \right] + \frac{\sigma_{br}}{E_b} = \varepsilon_{gr} \quad /3.33/$$

gdzie x_0 - długość rysy

Występujące w równaniu /3.33/ naprężenia przyczepności oblicza się ze wzoru:

$$\tau(y) = - \frac{0.5r}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})} \left\{ \left[\left[\sigma_{a_i} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) \cdot \exp(\delta_1 y_i) - \left[\sigma_{a_{i+1}} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1}) \right] \cdot \delta_1 + \left[\left[\sigma_{a_{i+1}} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \left[\sigma_{a_i} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1}) \cdot \exp(\delta_2 y_i) \right] \cdot \delta_2 \right\} \quad /3.34/$$

Natomiast naprężenia rozciągające w betonie wg wzoru:

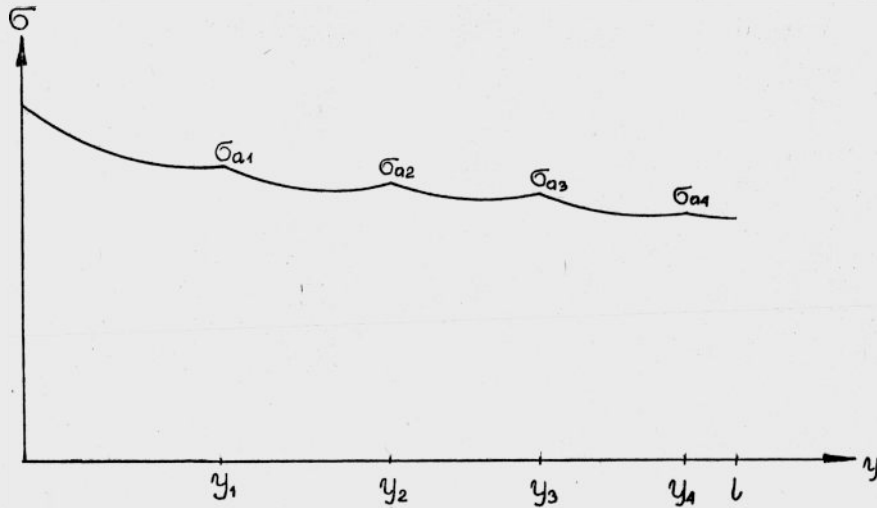
$$\sigma_a(y) = \frac{N}{bh} - \mu \sigma_a(y) \quad /3.35/$$

gdzie $\sigma_{a/y/}$ dane jest wzorem /3.32/

W związku z tym dokładna procedura wyznaczania x_{01} jest następująca /por. rys. nr 6 /:

- wyznaczenie rozkładu $\sigma_a(y), \tau(y), \sigma_{br}(y)$ przy założeniu, że $\sigma_{a1} = \sigma_0 = \frac{N}{\mu b h}$
- obliczenie x_0 ze wzoru /3.33/,
- obliczenie σ_{a1} z równań równowagi dla obliczonego x_0 ,
- ponowienie procedury iteracyjnej,
- zakończenie procedury postępowania iteracyjnego następuje gdy $\sigma_{a_i}^{(n)} - \sigma_{a_i}^{(n+1)} \approx 0$

W obliczeniach inżynierskich /ze względu na mały wpływ betonu rozciąganego w przekroju zawierającym rysy wewnętrzne/ można przyjąć $\sigma_{a1} = \sigma_0 = \frac{N}{\mu b h}$



Rys. Nr 10. Rozkład naprężeń w stali po powstaniu rys wewnętrznych

Dalszy tryb postępowania jest analogiczny do przypadku przedstawionego w punkcie 3.1.2.

Poślizg między rysami wewnętrznymi "i" "i+1" jest równy:

$$\Delta_{i,i+1} = \frac{C_{1i}}{\delta_1} \left[\exp(\delta_1 y_{i+1}) - \exp(\delta_1 y_i) \right] + \frac{C_{2i}}{\delta_2} \left[\exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \right]$$

gdzie

$$C_{1i} = \frac{\left[\sigma_{a_i} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \left[\sigma_{a_{i+1}} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_2 y_i)}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})} \quad /3.36/$$

$$C_{2i} = \frac{\left[\sigma_{a_{i+1}} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_1 y_i) - \left[\sigma_{a_i} - \frac{Nn}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})}$$

Szerokość rozwarcia "i"-tej rysy wewnętrznej dane jest wzorem

$$a_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} \left[\frac{\sigma_{br}(N)}{E_b} + \frac{du_b(N)}{dy} \right] dy - \int_{y_i}^{y_{i+1}} \left[\frac{\sigma_{br}(N_i)}{E_b} + \frac{du(N_i)}{dy} \right] dy \quad /3.37/$$

gdzie N - aktualne obciążenie

N_1 - obciążenie powodujące powstanie 1-tej rysy.

Naprężenia w betonie wyznacza się ze wzoru 3.35, natomiast $\frac{du}{dy}$ dane jest wzorem:

$$\frac{du}{dy} = \frac{\gamma^2}{4E_b} \left[C_{11} \delta_1 \exp(\delta_1 y) + C_{21} \delta_2 \exp(\delta_2 y) \right] \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + r^2)^{3/2}} + \frac{y^2}{(y^2 + r^2)^{5/2}} \right] \quad /3.38/$$

Deplanację przekroju z rysą pierwszego rzędu oblicza się ze wzoru /2.18/ podstawiając odpowiednio za l i $y - y_0$ i 0 oraz przyjmując

$$\tau(y) = -\frac{\gamma}{2} \left[C_{10} \delta_1 \exp(\delta_1 y) + C_{20} \delta_2 \exp(\delta_2 y) \right] \quad /3.39/$$

Ostatecznie szerokość rozwarcia rysy pierwszego rzędu jest dana wzorem

$$a_f = 2 \left[\sum_{i=1}^n \Delta_i - \sum_{i=1}^n a_i - u_b(x, y_0) \right] \quad /3.40/$$

Wzór ten uwzględnia wpływ rys wewnętrznych i deplanacji na szerokość rozwarcia rysy.

3.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZEKROJU OSIOWO ROZCIĄGANYM, PO ODCIĄŻENIU

W przypadku odciażenia następuje zmiana znaku naprężeń przy-
czepności /naprężenia przyczepności "przeciwstawiają się"
cofaniu się pręta/. Powoduje to zmiany w rozkładzie naprężeń
w stali i w betonie, zmniejszenie deplanacji, częściowe
zamknięcie się rysy.

Przedstawione w niniejszym rozdziale rozwiązania wynikają
z ogólnych założeń podanych w rozdziale pierwszym oraz dwóch
dodatkowych hipotez:

a/ odkształcenia związane z deplanacją są sprężyste /tzn. nie uwzględnia się kruchego pęknięcia betonu oraz uplastycznienia/.

b/ przy odciażeniu obowiązują identyczne wzory opisujące przyczepność jak przy obciążeniu /z dokładnością do parametrów/.

3.2.1. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PO ODCIAŻENIU - PRZYPADEK NIEWYSTĘPOWANIA RYS WEWNĘTRZNYCH

W przypadku tym równanie równowagi pręta ma postać:

$$\frac{d\sigma_a}{dy} = \frac{2}{r} \psi(k - \sigma_a) \quad /3.41/$$

Pozostałe równania nie ulegają zmianie /tzn.

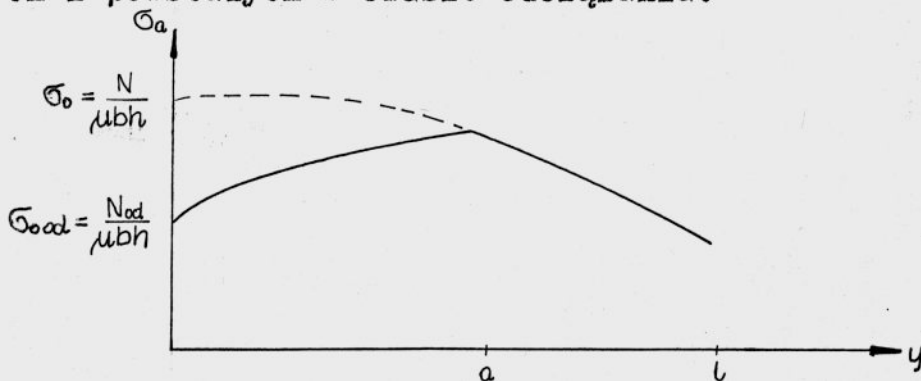
$$\left(\frac{d\Delta}{dy} = \epsilon_a - \epsilon_{br} , \quad \sigma_a \mu + \sigma_{br} = \frac{N_{od}}{bh} \right)$$

Równanie różniczkowe /3.41/ ma rozwiązanie postaci

$$\sigma_a(y) = \left(\frac{N_{od}}{\mu bh} - k \right) \cdot \exp\left(-\frac{2\psi y}{r}\right) + k \quad /3.42/$$

W celu dokładnego wyznaczenia rozkładu naprężeń należy uwzględnić stopień odciażenia /por. rys. nr 11/.

Jak wynika z rysunku nr 11 rozkład naprężeń podany wzorem /3.42/ obowiązuje tylko w przedziale /0, a/; jest to związane ze zrównoważeniem się naprężeń przyczepności istniejących i powstałych w czasie odciażania.



Rys. nr 11. Rozkład naprężeń w przypadku odciażenia przekroju

Długość odcinka "a" wyznacza się z warunku:
[ustalonego z porównania $\sigma_a(y)$ ze wzorów (3.6) i (3.42)]

$$\left(\frac{N_{od}}{\mu b h} - k\right) \exp\left(-\frac{2\psi a}{r}\right) = \left(\frac{N}{\mu b h} - k\right) \exp\left(\frac{2\psi a}{r}\right) \quad /3.42/$$

stąd

$$a = \frac{r}{4\psi} \ln \frac{\mu k b h - N_{od}}{\mu k b h - N} \quad /3.43/$$

W przypadku, gdy $a \geq l$ rozkład naprężeń w stali podanym jest wzorem /3.42/ na całym obszarze naruszenia przyoczeplności.

W przeciwnym przypadku rozkład naprężeń w stali ma postać:

$$\sigma_a(y) = \begin{cases} \left(\frac{N_{od}}{\mu b h} - k\right) \exp\left(-\frac{2\psi y}{r}\right) + k, & y \leq a \\ \left(\frac{N}{\mu b h} - k\right) \exp\left(\frac{2\psi y}{r}\right) + k, & y \in (a, l) \end{cases} \quad /3.44/$$

Szczególным przypadkiem /ale dość istotnym/ jest odciążenie do zera. W tym przypadku rozkład naprężeń jest podany równaniem:

$$\sigma_a(y) = k \left[1 - \exp\left(-\frac{2\psi y}{r}\right) \right] \quad /3.45/$$

W poszczególnych przypadkach poślizg zbrojenia dany jest wzorem

- dla odciążenia do zera:

$$\Delta(y)_0 = \frac{k}{E_a} \left[l - \frac{r}{2\psi} \left(1 - \exp\left(-\frac{2\psi l}{r}\right) \right) \right] (1 + \mu n) \quad /3.46/$$

- dla częściowego odciążenia, gdy $a \geq l$

$$\Delta(y=0) = \frac{1 + \mu n}{E_a} \left\{ \frac{r}{2\psi} \left(k - \frac{N_{od}}{\mu b h} \right) \left(e^{-\frac{2\psi l}{r}} - 1 \right) + k l \right\} - \frac{N_{od} n l}{b h E_a} \quad /3.47/$$

- dla częściowego odciażenia gdy $a < l$

$$\Delta(y=0) = \frac{1+\mu n}{E_a} \left\{ \frac{\tau}{2\psi} \left(k - \frac{N_{od}}{\mu b h} \right) \left(e^{-\frac{2\psi a}{\tau}} - 1 \right) + \frac{\tau}{2\psi} \left(\frac{N}{\mu b h} - k \right) \left(e^{\frac{2\psi l}{\tau}} - e^{\frac{2\psi a}{\tau}} \right) + /3.48/ \right. \\ \left. + k l \right\} - \frac{n N_{od} a}{b h E_a} - \frac{n N (l-a)}{b h E_a}$$

Deplanację przekroju oblicza się w następujący sposób

- dla odciażenia do zera

$$u_b(x,0) = \frac{\tau k \psi}{2 E_b} \int_0^l e^{-\frac{2\psi y}{\tau}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{1.5}} \right] dy \quad /3.49/$$

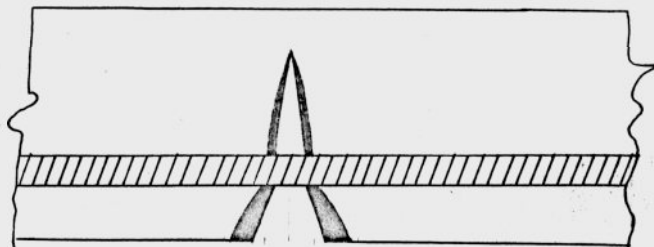
- dla częściowego odciażenia, gdy $a \geq l$

$$u_b(x,0) = \frac{\tau (k - \sigma_{od}) \psi}{2 E_b} \int_0^l e^{-\frac{2\psi y}{\tau}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{1.5}} \right] dy \quad /3.50/$$

- dla częściowego odciażenia, gdy $a < l$

$$u_b(x,0) = \frac{\tau (k - \sigma_{od}) \psi}{2 E_b} \int_0^a e^{-\frac{2\psi y}{\tau}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{1.5}} \right] dy + \quad /3.51/ \\ + \frac{\tau (k - \sigma_{od}) \psi}{2 E_b} \int_a^l e^{-\frac{2\psi y}{\tau}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{1.5}} \right] dy$$

Residualną szerokość rozwarcia rysy oblicza się jako podwojoną różnicę poślizgu i deplanacji /por. rys. nr 12/.



Rys. nr 12. Zmiana geometrii rysy po odciażeniu

Ciekawe zjawiska występują przy odciażeniu przekroju do zera. Analizując wzory /3.45/, /3.46/, /3.49/ można zauważyć iż:

- a/ po całkowitym odciażeniu w obrębie rysy naprężenia w stali są równe zeru,
- b/ w pozostałych przekojach występują naprężenia residualne - w stali rozciąganie, w betonie ściskanie,
- c/ po odciażeniu pozostaje residualna szerokość rozwarcia rysy - związana jest ona z pozostającymi naprężeniami w stali i betonie,
- d/ częściowemu zmniejszeniu ulega deplanacja - powoduje to dodatkowy przyrost szerokości residualnej rysy.

3.2.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PO ODCIAŻENIU - PRZYPADEK ISTNIENIA RYS WEWNĘTRZNYCH PRZY ZBROJENIU GŁADKIM

Na podstawie równań przedstawionych w rozdziale 3.1.2 można wyznaczyć dla danego obciążenia N miejsca rys wewnętrznych $y_0, y_1, \dots, y_n$ oraz odpowiadające im naprężenia $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$. Po odciażeniu rozkład naprężeń wyznacza się z równania typu

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2G(1+\mu n)}{r E_a} \sigma_a + \frac{2NGn}{rbh E_a} = 0 \quad /3.52/$$

Rozwiązaniem tego równania, przy warunkach brzegowych

$$\sigma_a(y=0) = \sigma_{o\alpha}, \quad \sigma_a(y=y_0) = \sigma_{\alpha\alpha} \quad \text{jest funkcja postaci}$$

$$\sigma_a(y) = C_1 \cdot \exp(\lambda y) + C_2 \cdot \exp(-\lambda y) + \frac{n N_{\alpha\alpha}}{bh(1+\mu n)} \quad /3.53/$$

gdzie

$$\lambda^2 = \frac{2G(1+\mu n)}{r E_a}$$

Wykorzystując ww. warunki brzegowe wyznaczono :

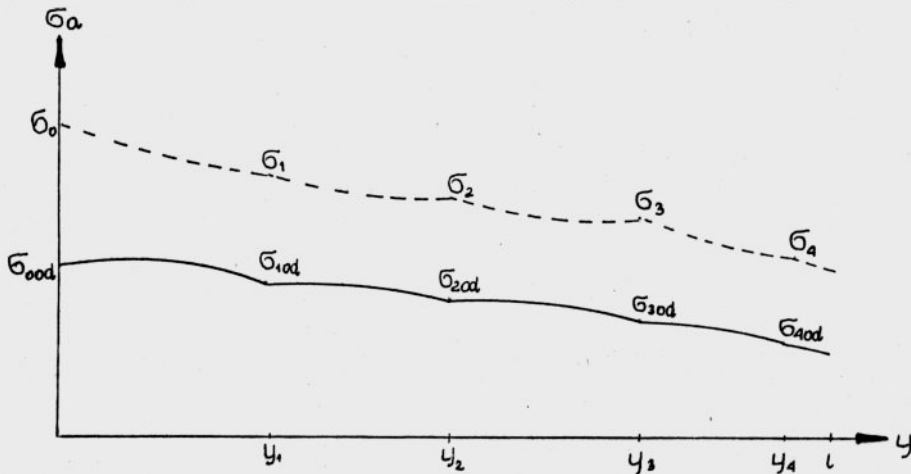
$$C_1 = \frac{\left[\sigma_{0od} - \frac{N_{od} \cdot n}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(-\lambda y_1) - \left[\sigma_{1od} - \frac{N_{od} \cdot n}{bh(1+\mu n)} \right]}{\exp(-\lambda y_1) - \exp(\lambda y_1)} \quad (3.54)$$

$$C_2 = \frac{\left[\sigma_{1od} - \frac{N_{od} \cdot n}{bh(1+\mu n)} \right] - \left[\sigma_{0od} - \frac{N_{od} \cdot n}{bh(1+\mu n)} \right] \cdot \exp(\lambda y_1)}{\exp(-\lambda y_1) - \exp(\lambda y_1)}$$

Ogólne wzory dla "i"-tego przedziału można otrzymać zmieniając odpowiednio indeksy we wzorze /3.54/ $\sigma_0 \rightarrow \sigma_i$, $\sigma_1 \rightarrow \sigma_{i+1}$ i $i = 0, 1, \dots$ i przesuując układ współrzędnych tzn.

$$y_1 = y_i - y_{i-1}$$

Rozkład naprężeń w stali pokazany jest na rysunku nr 13.



Rys. nr 13. Rozkład naprężeń w stali przed i po częściowym odciążeniu

Naprężenie σ_{0od} wyznacza się z warunku równowagi przekroju zarysowanego, natomiast w przekrojach z rysami wewnętrznymi wg wzoru:

$$\sigma_{i,od} = \sigma_{i-1,od} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_{i-1}} \quad /3.55/$$

tzn. zakłada się, że naprężenia po odciążeniu są proporcjonalne do naprężeń przy obciążeniu.

Ponieważ w przypadku istnienia rys w wewnętrznych praktycznie $a > y_1$ poślizg stali dany jest wzorem:

$$\Delta_i = \frac{1+\mu n}{\lambda E_a} \left[C_{1i} (e^{\lambda y_{i+1}} - e^{\lambda y_i}) - C_{2i} (e^{-\lambda y_{i+1}} - e^{-\lambda y_i}) \right] \quad /3.56/$$

gdzie C_{1i} , C_{2i} można obliczyć korzystając z /3.54/.

Naprężenia rozciągające /lub ściskające/ w betonie dane są wzorem:

$$\sigma_{br} = \frac{N_{od}}{bh(1+\mu n)} - \mu (C_{1i} e^{\lambda y} + C_{2i} e^{-\lambda y}) \quad /3.57/$$

Naprężenia przyczepności są natomiast podane wzorem:

$$\tau = 0.5 \pi \lambda (C_{1i} e^{\lambda y} - C_{2i} e^{-\lambda y}) \quad /3.58/$$

Szerokość rozwarcia "i"-tej rysy wewnętrznej można obliczać ze wzoru /3.37/ wstawiając zamiast $\sigma_{br}/N/$ i $\frac{du}{dy}/N/$ wielkości podane wzorami /3.57/ i /3.58/. Zmniejszenie szerokości rozwarcia rysy wewnętrznej spowodowane jest głównie zmianą naprężeń w betonie.

Deplanację przekroju z rysą pierwszego rzędu oblicza się wg wzoru:

$$u_{bo} = \frac{\tau}{2E_b} \int_0^{y_1} \tau(y) \cdot \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{3/2}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{5/2}} \right] dy \quad /3.59/$$

gdzie $\tau(y)$ dane jest wzorem /3.58/, pozostałe oznaczenia jak w /3.51/.

Ostatecznie szerokość rozwarcia rysy po odciążeniu można obliczyć wg wzoru /3.40/ wstawiając wartości obliczone wg /3.56/, /3.37/ i /3.59/.

3.2.3. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYS PO ODCIĄŻENIU - PRZYPADEK ZBROJENIA ŻEBROWANEGO

Po odciażeniu rozkład naprężeń wyznacza się z równania różniczkowego:

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2K_1}{r} \frac{d\sigma_a(y)}{dy} - \frac{2G_1(1+\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{2G_1 N_{od} \cdot n}{r b h E_a} = 0 \quad /3.60/$$

Ogólnym rozwiązaniem tego równania jest funkcja typu

$$\sigma_a(y) = C_1 e^{\delta_1 y} + C_2 e^{\delta_2 y} + \frac{N_{od} \cdot n}{(1+\mu n) b h} \quad /3.61/$$

gdzie

$$\delta_1 = -\frac{k_1}{r} + \left[\frac{2G_1(1+\mu n)}{r E_a} + \frac{k_1^2}{r^2} \right]^{1/2}$$

$$\delta_2 = -\frac{k_1}{r} - \left[\frac{2G_1(1+\mu n)}{r E_a} + \frac{k_1^2}{r^2} \right]^{1/2}$$

oraz

$$C_{1i} = \frac{\left[\sigma_{i,od} - \frac{N_{od} \cdot n}{(1+\mu n) b h} \right] \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \left[\sigma_{i+1,od} - \frac{N_{od} \cdot n}{(1+\mu n) b h} \right] \exp(\delta_2 y_i)}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})} \quad /3.62/$$

$$C_{2i} = \frac{\left[\sigma_{i+1,od} - \frac{N_{od} \cdot n}{(1+\mu n) b h} \right] \exp(\delta_1 y_i) - \left[\sigma_{i,od} - \frac{N_{od} \cdot n}{(1+\mu n) b h} \right] \exp(\delta_1 y_{i+1})}{\exp(\delta_1 y_i) \cdot \exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \cdot \exp(\delta_1 y_{i+1})}$$

Pozostałe wielkości można w związku z tym wyrazić następującymi zależnościami:

$$\sigma_{br} = \frac{N_{od}}{b h (1+\mu n)} - \mu \left[C_{1i} \exp(\delta_1 y) + C_{2i} \exp(\delta_2 y) \right] \quad /3.63/$$

$$\tau = 0,5 r \left[C_{1i} \delta_1 \exp(\delta_1 y) + C_{2i} \delta_2 \exp(\delta_2 y) \right] \quad /3.64/$$

Poślizg zbrojenia dany jest wzorem:

$$\Delta_i = \frac{1+\mu n}{E_a} \left\{ C_{1i} \delta_1 \left[\exp(\delta_1 y_{i+1}) - \exp(\delta_1 y_i) \right] + C_{2i} \delta_2 \left[\exp(\delta_2 y_{i+1}) - \exp(\delta_2 y_i) \right] \right\} \quad /3.65/$$

Szerokość rozwarcia "i"-tej rysy wewnętrznej:

$$a_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} E_b^{-1} \left[\frac{N_{od}}{bh(1+\mu n)} - \mu C_{1i} e^{\delta_1 y} - \mu C_{2i} e^{\delta_2 y} \right] dy + \quad /3.66/$$

$$\frac{r^2}{2E_b} \int_{y_i}^{y_{i+1}} \left[0.5 \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{3/2}} \right] \left[C_{1i} e^{\delta_1 y} \delta_1 + C_{2i} e^{\delta_2 y} \delta_2 \right] dy \right.$$

Deplanację przekroju z rysą pierwszego rzędu można obliczyć ze wzoru

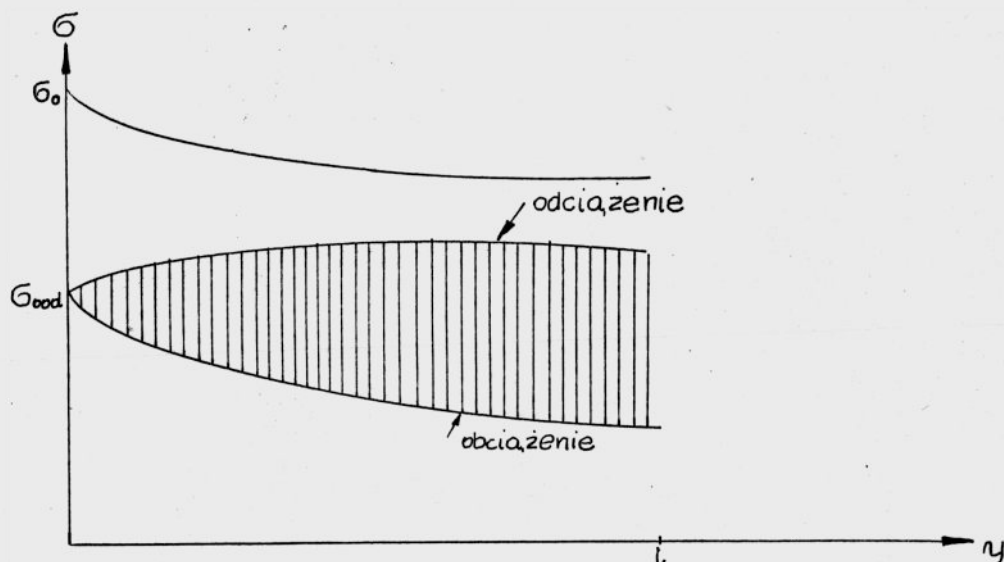
$$u_{b0} = \frac{r^2}{4E_b} \int_0^{y_1} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{1.5}} \right] \left[C_1 e^{\delta_1 y} \delta_1 + C_2 e^{\delta_2 y} \delta_2 \right] dy \quad /3.67/$$

W związku z tym szerokość rysy po odciążeniu do siły N_{zd} można obliczyć wg wzoru /3.40/ wstawiając wielkości podane wzorami /3.65/ + /3.67/.

3.3. ZASADY OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZEKROJU OSIOWO ROZCIĄGANYM DLA ZŁOŻONYCH HISTORII OBCIĄŻENIA

Przy złożonych historiach obciążenia szerokość rozwarcia rysy oblicza się sumując wszystkie szerokości residualne rozwarcia rysy oraz szerokość rozwarcia rysy pod ostatnim obciążeniem.

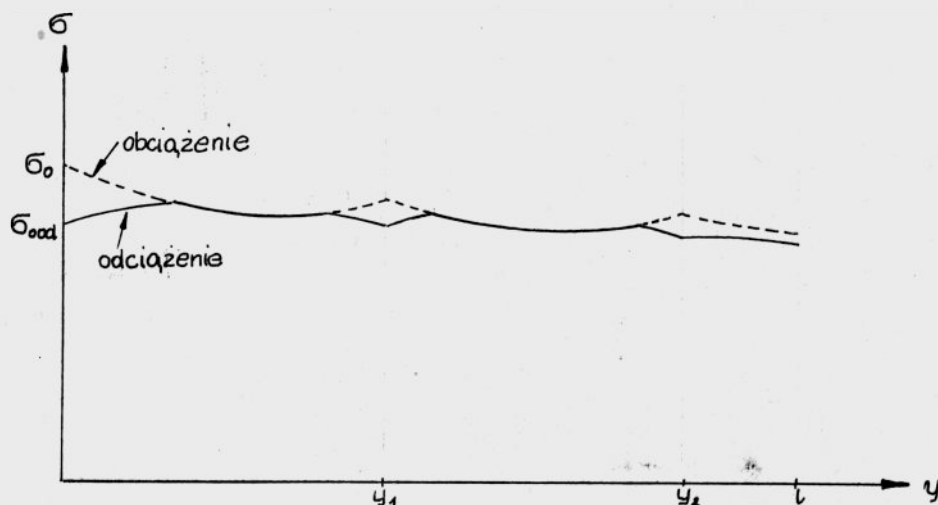
Obliczanie szerokości residualnej przeprowadza się porównując /dla danego obciążenia/ poślizg zbrojenia przy obciążeniu i przy obciążeniu. Szerokość residualna jest różnicą pomiędzy tymi wielkościami. Zaznaczono ją na rysunku nr 14.



Rysunek nr 14. Schemat ideowy obliczania residualnej szerokości rozwarcia rysy

Obliczanie residualnej szerokości rozwarcia rysy /a dokładniej residualnego poślizgu zbrojenia/ przeprowadza się zgodnie z poniższym algorytmem:

- a/ z warunków równowagi oblicza się naprężenie w stali, w obrębie rysy pierwszego rzędu po odciążeniu,
- b/ ustala się rozkład naprężeń w stali po odciążeniu /rozkład ten uzależniony jest od rozkładu naprężenia przed obciążeniem - w przypadku gdy odciążenie jest niewielkie rozkład naprężeń ma kształt podobny do przedstawionego na rysunku nr 15 lub nr 11/.



Rys. nr 15. Rozkład naprężeń po odciążeniu, w przypadkach gdy zmiana obciążenia jest niewielka

W przypadku odciażenia do zera residualny poślizg jest równy poślizgowi obliczonemu na podstawie wzoru /3.46/ lub wzorów przedstawionych w punktach 3.2.2 i 3.2.3 po wstawieniu do nich $N_{zd} = 0$.

c/ oblicza się residualny poślizg będący różnicą wydłużeń stali i betonu po odciażeniu - Δ_{ri}

d/ oblicza się poślizg dla ostatniego obciążenia - Δ

e/ oblicza się deplanację - u_b i szerokość rozwarcia rys wewnętrznych - $\sum a_j$.

Ostatecznie, szerokość rozwarcia rysy w osi zbrojenia w przypadku złożonych historii obciążenia dana jest wzorem:

$$a_f = 2 \left[\Delta - \sum_j a_j - u_b + \Delta_{ri} \right] \quad /3.68/$$

Poniżej przedstawiono szczególny przypadek obciążenia cyklicznego. Przeanalizowano proces "n"-krotnego obciążenia i odciażenia belki w przedziale naprężeń $\sigma_a \in [\sigma_o, 0]$

w przypadku, gdy nie występują rysy wewnętrzne, dla $a = 1$.

Dla tego przypadku otrzymuje się następujące zależności:

$$\Delta = \frac{1+\mu n}{E_a} \left\{ kl + (\sigma_o - k) \left(e^{\frac{2\psi l}{r}} - 1 \right) \frac{r}{2\psi} \right\} - \frac{\mu n \sigma_o l}{E_a} \quad /3.69/$$

$$\Delta_{ri} = \frac{(1+\mu n) \cdot k}{E_a} \left[l - \frac{r}{2\psi} \left(1 - e^{-\frac{2\psi l}{r}} \right) \right] \quad /3.70/$$

$$u_b = \frac{r\psi(k - \sigma_o)}{2E_b} \int_0^l e^{\frac{2\psi y}{r}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{y^2}{(y^2 + x^2)^{5/2}} \right] dy \quad /3.71/$$

4. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZĘKROJU ZGINANYM - OBCIĄŻENIE

W przypadku przekroju zginanego równania /2.3/ + /2.5/ ulegają komplikacji w porównaniu z przekrojem rozciągającym. Związane jest to z występowaniem strefy ściskanej, której wysokość jest funkcją położenia. W tej sytuacji otrzymanie zamkniętych rozwiązań możliwe jest tylko w niektórych przypadkach. Dodatkowe komplikacje powstają w przypadku uwzględnienia możliwych zmian momentu. W związku z tym przyjęto dwa rodzaje rozwiązań uproszczonych, wprowadzając a/ zastosowanie metod numerycznych, lub b/ przyjęcie pewnych przybliżeń matematycznych.

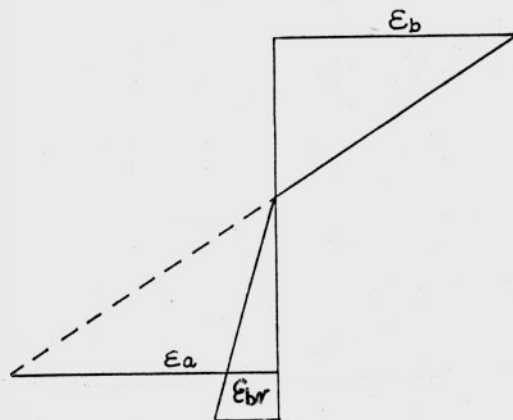
Programy służące obliczaniu szerokości rozwarcia rysy /zarówno dla rozciągania jak i zginania/ są podane w załączniku nr 3.

W niniejszym rozdziale podano rozwiązania, w których w sposób przybliżony opisano rozkład naprężeń rozciągających w betonie.

4.1. OBLICZANIE POCZĄTKOWEJ SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY

Wzór opisujący $\tau(y)$ ma w tym przypadku postać podaną wzorem /2.16/. Poślizg zbrojenia podany jest wzorem /3.1/, a równanie równowagi pręta wzorem /3.3/.

Równanie wiążące $\sigma_a/y/$ i $\sigma_{br}/y/$ wyprowadzono z ogólnych warunków równowagi przekroju /por. rys. nr 16/.



Rys. nr 16. Przyjęty rozkład odkształceń w przekroju

Ogólnie zależność pomiędzy σ_{br} i σ_a dana jest wzorem

$$\sigma_{br}(y) = \left[\frac{3M(y)}{bh_o^2} - 2\sigma_a(y)\mu \right] \left[1 + g(y) + \left[[1 + g(y)]^2 - (1 + \mu n) \right]^{1/2} \right] \mu \sigma_a(y) / 4.1/$$

$$\text{gdzie } g(y) = \frac{3M(y)n}{2\sigma_a(y)bh_o^2}$$

Postać ta jest wykorzystana w obliczeniach numerycznych.

Przybliżoną postać zależności $\sigma_{br} = \sigma[\sigma_a(y)]$ otrzymano ze wzoru /4.1/ dokonując rozwinięcia pierwiastka w szereg /w otoczeniu jedynki/ oraz pomijając wyrazy zawierające μ w potęgze większej lub równej 2, jako nieskończenie małe wyższego rzędu. W ten sposób otrzymano następujące zależności:

- dla stałego momentu

$$\sigma_{br}(y) = 1.5\sigma_o\mu(3 - \xi_{II}) - 4\sigma_a(y)\mu \quad /4.2/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\sigma_{br}(y) = 1.5\sigma_o\mu(3 - \xi_{II})(1 - 2\eta/s) - 4\sigma_a(y)\mu \quad /4.3/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\sigma_{br}(y) = 1.5\sigma_o\mu(3 - \xi_{II})(1 - 4\eta^2/s^2) - 4\sigma_a(y)\mu \quad /4.4/$$

gdzie

σ_o - naprężenie w stali w rysie

s - rozpiętość belki

Ponieważ dla tej fazy obciążenia niezależnie od rozkładu naprężeń rozciągających w betonie naprężenie w stali dane jest wzorem

$$\sigma_a(y) = (\sigma_o - k) \cdot \exp\left(\frac{2\psi y}{r}\right) + k \quad /4.5/$$

to dla poszczególnych przypadków obciążenia poślizg zbrojenia wynosi:

- dla stałego momentu:

$$\Delta = \frac{1+4\mu n}{E_a} \left\{ kl + (\sigma_o - k) \cdot \frac{r}{2\psi} \left(e^{\frac{2\psi l}{r}} - 1 \right) \right\} - \frac{1,5\sigma_o \mu n (3\xi_u) l}{E_a} \quad /4.6/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\Delta = \frac{1+4\mu n}{E_a} \left\{ kl + (\sigma_o - k) \cdot \frac{r}{2\psi} \left(e^{\frac{2\psi l}{r}} - 1 \right) \right\} - \frac{1,5\sigma_o \mu n (3\xi_u) l (1-l/s)}{E_a} \quad /4.7/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\Delta = \frac{1+4\mu n}{E_a} \left\{ kl + (\sigma_o - k) \cdot \frac{r}{2\psi} \left(e^{\frac{2\psi l}{r}} - 1 \right) \right\} - \frac{1,5\sigma_o \mu n (3\xi_u) l \left(1 - \frac{4l^2}{3s^2} \right)}{E_a} \quad /4.8/$$

Występującą we wzorach wielkość "l" wyznacza się ze wzoru:

$$l = \min \left\{ 2l_o = \frac{r}{\psi} \ln \frac{k - \sigma_{Ia}}{k - \sigma_{IIa}}, \quad l_o + \frac{r}{2\psi} \ln \frac{\sigma - 1}{\sigma - \eta} \right\} \quad /4.9/$$

$$\text{gdzie } \sigma = \frac{k}{\sigma_a}, \quad \eta = \frac{\sigma_o}{\sigma_a}$$

Deplanacja przekroju przed powstaniem rysy wewnętrznej dana jest wzorem:

$$u_b(x, y) = \frac{r\psi(k - \sigma_o)}{2E_b} \int_0^l \left[\frac{2(1 - \mathcal{D}_b)}{(x^2 + y^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \right] e^{\frac{2\psi y}{r}} dy \quad /4.10/$$

Do czasu powstania rys wewnętrznych szerokość rozwarcia rysy można obliczyć ze wzorów:

- w osi zbrojenia

/4.11/

$$a_f = 2 \left[\Delta - u_b(r, 0) \right]$$

- na powierzchni betonu

$$a_{r_1} = 2 \cdot \left[\Delta \frac{h-x}{h_0-x} - u_b(r+a, 0) \right]$$

4.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY POD DZIAŁANIEM OBCIĄŻENIA EKSPLOATACYJNEGO

Do czasu powstania rys wewnętrznych oblicza się szerokość rozwarcia rysy wg wzorów podanych w rozdziale 4.1.

Miejsce powstania rysy wyznacza się z następujących warunków:

(ze wzoru (2.21) po uwzględnieniu, że u_b dane jest wzorem (4.10) a σ_{or} wzorami 4.2 do 4.4)

- dla stałego momentu:

$$\frac{r^2}{4} \left\{ \frac{2y_1 d_b}{(y_1^2 + x^2)^{1.5}} - \frac{3y_1^3}{(y_1^2 + x^2)^{2.5}} + \frac{2\psi}{r} \left[\frac{2(1-d_b)}{(y_1^2 + x^2)^{0.5}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2 + x^2)^{1.5}} \right] \right\} = 4\mu \quad /4.12/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\frac{r^2}{4} \left\{ \frac{2y_1 d_b}{(y_1^2 + x^2)^{1.5}} - \frac{3y_1^3}{(y_1^2 + x^2)^{2.5}} + \frac{2\psi}{r} \left[\frac{2(1-d_b)}{(y_1^2 + x^2)^{0.5}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2 + x^2)^{1.5}} \right] \right\} - \frac{156\mu (3-\xi_0)r}{\psi \sigma_0 k e^{\frac{2\psi y_1}{r}}} = 4\mu \quad /4.13/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\frac{r^2}{4} \left\{ \frac{2y_1 d_b}{(y_1^2 + x^2)^{1.5}} - \frac{3y_1^3}{(y_1^2 + x^2)^{2.5}} + \frac{2\psi}{r} \left[\frac{2(1-d_b)}{(y_1^2 + x^2)^{0.5}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2 + x^2)^{1.5}} \right] \right\} - \frac{6\sigma_0 \mu \eta_1 (3-\xi_0)}{\psi (\sigma_0 k)^2 e^{\frac{2\psi y_1}{r}}} = 4\mu \quad /4.14/$$

Po uporządkowaniu otrzymuje się w przypadku równania /4.12/ następujący wzór do wyznaczania " y_1 ":

$$\begin{aligned} & 64\mu^2 y_1^{10} + y_1^8 r^2 (80\mu^2 - 36\psi^2 - 32d_b \psi^2) + y_1^7 r^3 (16\psi d_b^2 + 36\psi - 48d_b \psi) + \\ & y_1^6 r^4 (640\mu^2 + 12d_b + 112\psi^2 d_b - 120\psi^2 - 9 - 4d_b^2) + \\ & y_1^5 r^5 (60\psi + 48\psi d_b^2 - 64\psi d_b + 48\psi d_b) + y_1^4 r^6 (640\mu^2 + 12d_b + 144d_b \psi^2 - \\ & 148\psi^2 - 8d_b^2) + y_1^3 r^7 (48\psi d_b + 24\psi - 56\psi d_b - 24\psi d_b) + \\ & y_1^2 r^8 (320\mu^2 + 80\psi^2 d_b - 80\psi^2 - 4d_b) + y_1 r^9 (16d_b^2 \psi - 16\psi d_b) + 64\mu^2 r^{10} = 0 \end{aligned} \quad /4.15/$$

Wstawiając otrzymaną z równania /4.15/ wartość y_1 do wzoru:

Wzór 4.16 wynika z zależności $\sigma_{br} + \frac{du_b}{dy} E_b = R_{br} /$

$$1.5\sigma_0\mu(3-\xi_1) - 4\mu\left[(\sigma_0-k)e^{\frac{2\psi y_1}{r}} + k\right] + \frac{\psi r}{2}(\sigma_0-k)e^{\frac{2\psi y_1}{r}} \times$$

$$\times \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y_1^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2+x^2)^{1.5}}\right] = R_{br} \quad /4.16/$$

można wyliczyć naprężenie σ_0 , tzn. naprężenie w stali w rysie pierwszego rzędu, które powoduje powstanie rysy wewnętrznej. W przypadku zbrojenia gładkiego z równania /4.16/ najczęściej otrzymuje się $\sigma_0 < 0$ tzn. nie powstaną rysy wewnętrzne. Równania /4.13/ i /4.14/ należy rozwiązywać metodami iteracyjnymi. W pierwszym kroku można wykorzystać równania /4.15/ i /4.16/. Po powstaniu rysy wewnętrznej zmienia się typ przyczepności. Istotną rolę zaczyna odgrywać rodzaj zbrojenia.

4.2.1. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY DLA ZBROJENIA GŁADKIEGO W PRZYPADKU WYSTĘPOWANIA RYS WEWNĘTRZNYCH

Po utworzeniu się rysy wewnętrznej naprężenia przyczepności można opisać wzorem /2.7/. Odpowiednie równanie różniczkowe przyjmie postać:

- dla stałego momentu:

$$\frac{d^2\sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2G(1+4\mu n)}{rE_a}\sigma_a(y) - \frac{3G\sigma_0\mu n(3-\xi_1)}{rE_a} = 0 \quad /4.17/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\frac{d^2\sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2G(1+4\mu n)}{rE_a}\sigma_a(y) + \frac{6G\sigma_0\mu n(3-\xi_1)y}{rsE_a} - \frac{3G\sigma_0\mu n(3-\xi_1)}{rE_a} = 0 \quad /4.18/$$

- dla momentu zginającego się parabolicznie:

$$\frac{d^2\sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2G(1+\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{12G\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})y^2}{r s^2 E_a} - \frac{3G\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})}{r E_a} = 0 \quad /4.19/$$

Ogólnym rozwiązaniem równania /4.17/ jest funkcja postaci:

$$\sigma_a(y) = C_{1i} \sin \lambda y + C_{2i} \cos \lambda y + \frac{1,5\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})}{1+4\mu n} \quad /4.20/$$

Ogólnym rozwiązaniem równania /4.18/ jest funkcja postaci:

$$\sigma_a(y) = C_{3i} \sin \lambda y + C_{4i} \cos \lambda y - \frac{3\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})y}{(1+4\mu n)s} + \frac{1,5\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})}{1+4\mu n} \quad /4.21/$$

Ogólnym rozwiązaniem równania /4.19/ jest funkcja postaci:

$$\begin{aligned} \sigma_a(y) = C_{5i} \sin \lambda y + C_{6i} \cos \lambda y - \frac{6\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})y^2}{(1+4\mu n)s^2} + \\ + \frac{6\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})r E_a}{6^2 G(1+4\mu n)} + \frac{1,5\sigma_0\mu n(3-\xi_{II})}{1+4\mu n} \end{aligned} \quad /4.22/$$

gdzie $\lambda^2 = \frac{2G(1+\mu n)}{r E_a}$

Do wyznaczenia stałych C_1, C_2 należy ustalić warunki brzegowe.

Dla $y = 0$ $\sigma_a/y=0/ = \sigma_0 = 3M/ubh_0^2/3-\xi_{II}/$, natomiast dla $y = y_0$ $\sigma_a/y = y_1/ = \sigma_1$

Wartość σ_1 wyznacza się w następujący sposób:

Pomijając wielkość naprężeń rozciągających w betonie, z warunków równowagi otrzymuje się :

$$\frac{3M(y)(1+\mu n)}{\sigma_1 \mu b h_0^2} = 3 + 2\mu n + \frac{3M(y)n}{2\sigma_1 b h_0^2} - \left\{ \left[\frac{3M(y)n}{2\sigma_1 b h_0^2} + 1 \right]^2 - (1+\mu n) \right\}^{1/2} \quad /4.23/$$

Jest to równanie kwadratowe ze względu na σ_1 , które po uporządkowaniu przybiera postać:

$$a\sigma_1^2 + b\sigma_1 + c = 0 \quad /4.24/$$

gdzie

$$a = \mu^2 b^2 h_0^2 (9 + 13\mu n + 4\mu^2 n^2)$$

$$b = -12 M(y_i) \mu b h_0^2 (1,5 + 2\mu n + 0,5\mu^2 n^2)$$

$$c = 9 M^2(y_i) (1 + \mu n)$$

Zamiast równania /4.23/ można podać dokładniejsze równanie uwzględniające beton rozciągany, znajdujący się poniżej rysy wewnętrznej. Sposób obliczania podany jest w dalszej części tej pracy, przy omawianiu szerokości rozwarcia rysy wewnętrznej.

W analogiczny sposób można wyznaczać miejsca wystąpienia i obciążenie powodujące powstanie dalszych rys wewnętrznych. Całkowity poślizg zbrojenia oblicza się sumując poślizgi między kolejnymi rysami. W zależności od typu obciążenia wynoszą one odpowiednio:

dla stałego momentu:

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{\lambda E_a} \sum_{i=1}^m C_{2i} (\sin \lambda y_{i+1} - \sin \lambda y_i) - C_{1i} (\cos \lambda y_{i+1} - \cos \lambda y_i) \quad /4.25/$$

dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{\lambda E_a} \sum_{i=1}^m C_{4i} (\sin \lambda y_{i+1} - \sin \lambda y_i) - C_{3i} (\cos \lambda y_{i+1} - \cos \lambda y_i) \quad /4.26/$$

dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{\lambda E_a} \sum_{i=1}^m C_{6i} (\sin \lambda y_{i+1} - \sin \lambda y_i) - C_{5i} (\cos \lambda y_{i+1} - \cos \lambda y_i) + \frac{6\pi \mu n (3-\xi_1)}{s^2 G (1+4\mu n)} \sum_{i=1}^m \sigma_{oi} (y_{i+1} - y_i) \quad /4.27/$$

W przypadku, gdy rysy wewnętrzne nie obejmują całego obszaru naruszenia przyczepności, należy do wielkości obliczonych powyżej dodać poślizg obliczone wg jednego ze wzorów /4.6/ + /4.8/, podstawiając do nich zamiast σ_0 - naprężenie w stali w obrębie ostatniej rysy wewnętrznej, natomiast

zamiast $l \rightarrow l - y_n$, gdzie y_n jest miejscem ostatniej rysy wewnętrznej. W poszczególnych przypadkach naprężenia przy czepności dane są wzorami:

- dla stałego momentu

$$\tau_i(y) = \frac{\tau}{2\lambda} (C_{2i} \sin \lambda y - C_{1i} \cos \lambda y) \quad /4.28/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\tau_i(y) = \frac{\tau}{2\lambda} (C_{4i} \sin \lambda y - C_{3i} \cos \lambda y) + \frac{1.5 \sigma_{0i} \mu n (3 - \xi_n) r}{(1 + 4 \mu n) s} \quad /4.29/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\tau_i(y) = \frac{\tau}{2\lambda} (C_{6i} \sin \lambda y - C_{5i} \cos \lambda y) + \frac{6 \sigma_{0i} \mu n (3 - \xi_n) y r}{(1 + 4 \mu n) s^2} \quad /4.30/$$

gdzie λ jak we wzorze /4.22/.

Na podstawie rozważań analogicznych do przeprowadzonych w przypadku przekroju rozciąganego można podać wzór do obliczania szerokości rozwarcia "i"-tej rysy wewnętrznej.

$$a_i = \int_{y_i}^{y_{i+1}} \left[\frac{\sigma_{br}(M)}{E_b} + \frac{du_b}{dy}(M) \right] dy - \int_{y_i}^{y_{i+1}} \left[\frac{\sigma_{br}(M_i)}{E_b} + \frac{du_b}{dy}(M_i) \right] dy \quad /4.31/$$

gdzie M - aktualne obciążenie /moment/

M_1 - moment powodujący powstanie "i"-tej rysy, wyznaczany z równania równowagi /przy naprężeniu w stali równym σ_{a1} /

Ponieważ $u_b(r, y) = \int_y^l \frac{\tau(y)r}{2 E_b} \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{(y_1^2 + r^2)^{1/2}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2 + r^2)^{3/2}} \right\} dy_1$, to w celu obliczenia wielkości podanej wzorem /4.31/ należy wstawić odpowiednie wielkości $\sigma_{br}(y)$, $\tau(y)$ dane wzorami /4.2/ + /4.9/ i /4.28/ + /4.30/.

Deplanację przekroju zawierającego rysę pierwszego rzędu

oblicza się ze wzoru

$$u_b(x,0) = \int_0^{y_1} \frac{\tau(y) \cdot r}{2 E_b} \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{3/2}} \right\} dy \quad /4.32/$$

W zależności od rozkładu obciążenia wstawia się do wzoru /4.32/ odpowiednią wielkość $\tau(y)$ /wzory 4.28 + 4.30/.

Szerokość rozwarcia rysy w osi zbrojenia jest dana wzorem

$$a_f = 2 \cdot \left[\Delta(y=0) - \sum_{i=1}^m a_i - u_b(r,0) \right] \quad /4.33/$$

natomiast na powierzchni betonu

$$a_f = 2 \cdot \left[\left(\Delta(y=0) - \sum_{i=1}^m a_i \right) \cdot \frac{h-x}{h_0-x} - u_b(r+a,0) \right] \quad /4.34/$$

4.2.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY DLA ZBROJENIA ŻEBROWANEGO W PRZYPADKU WYSTĘPOWANIA RYS WEWNĘTRZNYCH

Po utworzeniu się rysy wewnętrznej przyczepność można opisać wzorem /2.17/. Odpowiednie równania różniczkowe przyjmą postać:

- dla stałego momentu:

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2k_1}{r} \frac{d\sigma_a(y)}{dy} + \frac{2G_1(1+4\nu_1)}{r E_a} \sigma_a(y) - \frac{3G_1 \sigma_a \nu_1 (3-\xi_1)}{r E_a} = 0 \quad /4.35/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2k_1}{r} \frac{d\sigma_a(y)}{dy} + \frac{2G_1(1+4\nu_1)}{r E_a} \sigma_a(y) - \frac{3G_1 \sigma_a \nu_1 (3-\xi_1)}{r E_a} + \frac{6G_1 \sigma_a \nu_1 (3-\xi_1) y}{r s E_a} = 0 \quad /4.36/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2k_1}{r} \frac{d\sigma_a(y)}{dy} + \frac{2G_1(1+4\nu_1)}{r E_a} \sigma_a(y) - \frac{3G_1 \sigma_a \nu_1 (3-\xi_1)}{r E_a} + \frac{12G_1 \sigma_a \nu_1 (3-\xi_1) y^2}{r s^2 E_a} = 0 \quad /4.37/$$

Ogólne rozwiązania tych równań mają odpowiednio następujące postacie:

- dla stałego momentu:

$$\sigma_a(y) = C_{41} e^{\lambda_1 y} + C_{42} e^{\lambda_2 y} + \frac{1,5 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0)}{1 + 4 \mu n} \quad /4.38/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\begin{aligned} \sigma_a(y) = & C_{51} e^{\lambda_1 y} + C_{52} e^{\lambda_2 y} + \frac{1,5 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0)}{1 + 4 \mu n} - \frac{3 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0) y}{(1 + 4 \mu n) \cdot s} + \\ & - \frac{3 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0) k_1 E_a}{s G_1 (1 + 4 \mu n)^2} \end{aligned} \quad /4.39/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\begin{aligned} \sigma_a(y) = & C_{61} e^{\lambda_1 y} + C_{62} e^{\lambda_2 y} + \frac{1,5 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0)}{1 + 4 \mu n} - \frac{12 \sigma_{01} \mu n k_1^2 (3 - \xi_0) E_a^2}{s^2 G_1^2 (1 + 4 \mu n)^2} + \\ & + \frac{6 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0) r E_a}{s^2 G_1 (1 + 4 \mu n)^2} - \frac{12 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0) k_1 E_a y}{s^2 G_1 (1 + 4 \mu n)^2} - \frac{6 \sigma_{01} \mu n (3 - \xi_0) y^2}{s^2 (1 + 4 \mu n)} \end{aligned} \quad /4.40/$$

$$\text{gdzie } \lambda_{1,2} = \frac{k_1}{r} \pm \left[\left(\frac{k_1}{r} \right)^2 - \frac{2 G_1 (1 + 4 \mu n)}{r E_a} \right]^{0,5}$$

Wyznaczanie stałych C_1 przeprowadza się identycznie, jak w przypadku zbrojenia gładkiego.

Całkowity poślizg zbrojenia można wyliczyć korzystając z następujących wzorów:

- dla stałego momentu

$$\Delta(y) = \frac{1 + 4 \mu n}{E_a} \sum_{i=1}^m \left[\frac{C_{41}}{\lambda_1} (e^{\lambda_1 y_{i+1}} - e^{\lambda_1 y_i}) + \frac{C_{42}}{\lambda_2} (e^{\lambda_2 y_{i+1}} - e^{\lambda_2 y_i}) \right] \quad /4.41/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\begin{aligned} \Delta(y) = & \frac{1 + 4 \mu n}{E_a} \sum_{i=1}^m \left[\frac{C_{51}}{\lambda_1} (e^{\lambda_1 y_{i+1}} - e^{\lambda_1 y_i}) + \frac{C_{52}}{\lambda_2} (e^{\lambda_2 y_{i+1}} - e^{\lambda_2 y_i}) \right] + \\ & - \frac{3 \mu n (3 - \xi_0) k_1}{s G_1 (1 + 4 \mu n)} \sum_{i=1}^m \sigma_{01} (y_{i+1} - y_i) \end{aligned} \quad /4.42/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{E_a} \sum_{i=1}^m \left[\frac{C_{5i}}{\lambda_1} (e^{\lambda_1 y_{i+1}} - e^{\lambda_1 y_i}) + \frac{C_{6i}}{\lambda_2} (e^{\lambda_2 y_{i+1}} - e^{\lambda_2 y_i}) \right] +$$

$$- \frac{6k_1 \mu n (3-\xi_{II})}{s^2 G_1 (1+4\mu n)} \sum_{i=1}^m \sigma_{oi} (y_{i+1}^2 - y_i^2) + \frac{6\mu n (3-\xi_{II}) r}{s^2 G_1 (1+4\mu n)} \sum_{i=1}^m \sigma_{oi} (y_{i+1} y_i) / 4.43/$$

$$- \frac{12\mu n k_1^2 (3-\xi_{II}) E_a}{s^2 G_1^2 (1+4\mu n)} \sum_{i=1}^m \sigma_{oi} (y_{i+1} - y_i)$$

W przypadku, gdy rysy wewnętrzne nie występują na całym obszarze naruszenia przyczepności, należy do wielkości policzonych wzorami /4.41/ + /4.43/ dodać poślizg występujący na obszarze, gdzie $\tau = \psi(k - \sigma_a)$. Oblicza się to identycznie jak w przypadku zbrojenia gładkiego.

Naprężenia przyczepności dane są wzorami:

- dla stałego momentu:

$$\tau(y) = -0,5r (C_{4i} \lambda_1 e^{\lambda_1 y} + C_{2i} \lambda_2 e^{\lambda_2 y}) \quad /4.44/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\tau(y) = -0,5r (C_{3i} \lambda_1 e^{\lambda_1 y} + C_{4i} \lambda_2 e^{\lambda_2 y}) + \frac{1,5 \sigma_{oi} \mu n (3-\xi_{II}) r}{(1+4\mu n) s} \quad /4.45/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\tau(y) = -0,5r (C_{5i} \lambda_1 e^{\lambda_1 y} + C_{6i} \lambda_2 e^{\lambda_2 y}) + \frac{6 \sigma_{oi} \mu n (3-\xi_{II}) y r}{s^2 (1+4\mu n)} +$$

$$\frac{6 \sigma_{oi} \mu n (3-\xi_{II}) k_1 E_a r}{s^2 G_1 (1+4\mu n)^2} \quad /4.46/$$

Szerokość rozwarcia rysy wewnętrznej oblicza się wg wzoru /4.31/ wstawiając do niego odpowiednie wielkości naprężeń przyczepności /wzory 4.44 + 4.46/ i naprężeń rozciągających

w betonie /do wzorów /4.2 + 4.4/ należy wstawić wielkości naprężeń w stali wg 4.38 + 4.40/.

Deplanację przekroju z rysą pierwszego rzędu oblicza się ze wzoru /4.32/ wstawiając do niego odpowiednią wielkość naprężeń przyoczepności /wg 4.44 + 4.46/.

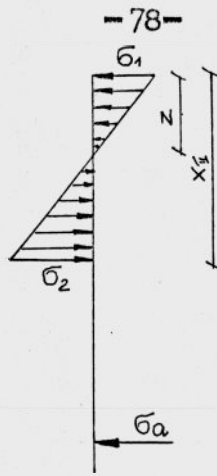
Szerokość rozwarcia rysy oblicza się identycznie jak w przypadku zbrojenia gładkiego /wzory 4.33 + 4.34/.

4.3. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PO ODCIĄŻENIU

W przypadku odciażania przekroju posiadającego strefę ściskaną występują zjawiska różne od analizowanych w przypadku przekroju rozciąganego. Jeżeli nie występuje strefa ściskana, to pomimo niecałkowitego "zamknięcia" się rysy w przekroju zarysowanym nie ma żadnych naprężeń. Naprężenia rozciągające w stali i naprężenia ściskające w betonie wystąpią dopiero w przekrojach poza rysą. W przypadku przekroju ze strefą ściskaną /zginanie, mimośrodowe ściskanie/ niecałkowite cofnięcie się pręta powoduje tylko częściowe odciażenie betonu w strefie ściskanej. Naprężenia ściskające w betonie wywołują analogiczne naprężenia w stali w rysie. Wystąpi również rozciąganie w środkowej części wysokości belki.

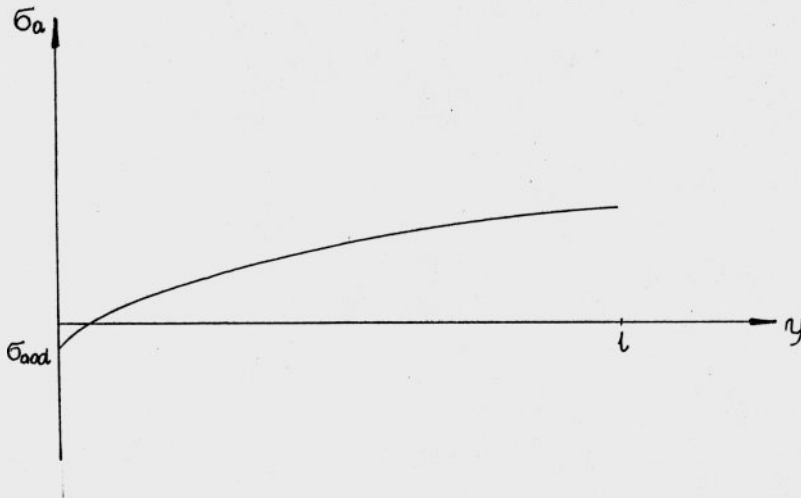
Ze względu na przeprowadzanie analizy dla obciążeń eksploatacyjnych założono, że zmiany naprężeń są liniowe. Rozkład naprężeń po odciażeniu do zera przedstawiony jest na rysunku nr 17.

Pozostające naprężenia są niewielkie i w obliczeniach przybliżonych można je pominąć. W przekrojach oddalonych od rysy następuje początkowo relaksacja tych naprężeń do zera, a



Rysunek nr 17. Rozkład naprężeń po odciążeniu do zera (przyjęty do obliczeń)

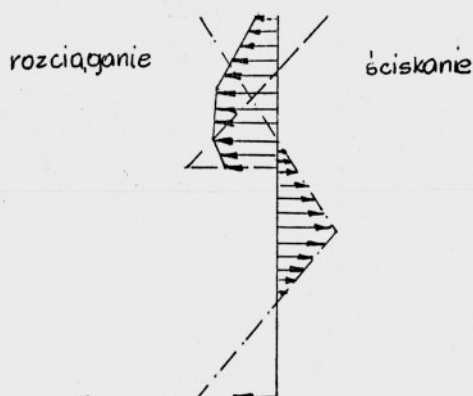
w dalszej odległości zmiana ich znaku. Przebieg naprężeń w stali w zależności od odległości od rysy pokazany jest na rysunku nr 18. Drugim czynnikiem mogącym powodować relaksację naprężeń w rysie są istniejące przed obciążeniem samonapężenia. Według prac Boroza [14] mogą one być spowodowane nieliniowym pełzaniem, skurczem itp. czynnikami. Ponieważ rozkład naprężeń spowodowany tymi



Rysunek nr 18. Rozkład naprężeń w stali po odciążeniu do zera

zjawiskami ma odwrotny znak /por. rys. nr 19/ to wypadkowy rozkład najczęściej zbliżony jest do zera. Istotnym czynnikiem jest długość trwania odciążenia. Problemy te są omówio-

ne szczególnie w części pracy dotyczącej wpływu zjawisk reologicznych na szerokość rozwarcia rysy.



Rysunek nr 19. Rozkład naprężeń po odciążeniu z uwzględnieniem istniejących samonaprężeń

W niniejszym rozdziale pominięto wpływ samonaprężeń wywołanych zjawiskami reologicznymi.

W celu wyznaczenia szerokości rozwarcia rysy po odciążeniu należy obliczyć pozostające w stali po odciążeniu naprężenia. Korzystając z rysunku nr 17 można zapisać następujące zależności:

z warunku sumy momentów, uwzględniając, że $\sigma_2 = \frac{\sigma_1(x_1 - z)}{z}$ otrzymuje się

$$z = \frac{3 - \xi_{II} \cdot 2}{6 - 3\xi_{II}} \cdot x_{II} \quad /4.47/$$

z warunku sumy sił otrzymuje się natomiast

$$\sigma_{aod} = \frac{\sigma_1(x_{II}^2 - 2x_{II}z)}{2\mu h \cdot z} \quad /4.48/$$

Korzystając z prawa płaskich przekrojów można zapisać zależność

$$\frac{\sigma_{aod}}{E_a} = \frac{\sigma_o}{E_a} - \frac{\sigma_1(h_o - z)}{E_b \cdot z} \quad /4.49/$$

Wstawiając wyliczone z /4.48/ naprężenia σ_1 do /4.49/ i uwzględniając /4.47/ otrzymuje się ostatecznie następującą zależność opisującą wielkość naprężeń pozostających w stali

$$\sigma_{od} = - \frac{\sigma_0 \xi_{II}^3}{4\mu n(\xi_{II}^2 - 3\xi_{II} + 3) + \xi_{II}^3} \quad /4.50/$$

Stanowią one około 2÷4% naprężeń w stali przed odciążeniem. W przypadku odciążenia do wielkości $M_{01} \neq 0$, naprężenia w stali dane są wzorem

$$\sigma_{od} = \sigma_0 \frac{2\sigma_0 \mu \xi_{II}^3 - \frac{12M_{od}\mu n(2-\xi_{II})}{bh_0^2}}{2\sigma_0 \mu [\xi_{II}^3 + 4\mu n(\xi_{II}^2 - 3\xi_{II} + 3)]} \quad /4.51/$$

Wzór /4.51/ jest prawdziwy, jeżeli belkę odciążono do momentu M_0 spełniającego warunek:

$$M_0 \leq \frac{\sigma_0 \xi_{II}^3 bh_0^2}{6n(2-\xi_{II})} \quad /4.52/$$

Jeżeli odciążenie nastąpiło do momentu większego niż M_0 , to naprężenia w stali będą rozciągające i można je wyliczać jak dla przekroju obciążonego momentem $\Delta M = M - M_0$. W tym przypadku naprężenia pozostające w rysie wyrażą się zależnością:

$$\sigma_{od} = \frac{3(M-M_0)}{\mu bh_0^2(3-\xi_{II})} \quad /4.53/$$

Odciążenie powoduje zmianę kierunku działania naprężeń przy-
czepności, co doprowadza do zmiany rozkładu naprężeń w stali po długości belki. Szczegółowa postać tych zależności zależy od etapu pracy belki.

4.3.1. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PO ODCIĄŻENIU, GDY NIE WYSTĘPUJĄ RYSY WEWNĘTRZNE

W tym przypadku równanie równowagi pręta jest określone wzorem /3.41/, a rozwiązanie równania różniczkowego ma postać:

$$\sigma_a(y) = (\sigma_{aod} - k) e^{-\frac{2\psi y}{r}} + k \quad /4.54/$$

gdzie σ_{aod} dane jest wzorem /4.53/ lub /4.51/.

Rozkład naprężeń podany wzorem /4.54/ obowiązuje na odcinku "a". Długość tego odcinka wyznacza się z warunku równości naprężeń po odciażeniu i przed odciażeniem. Długość ta dana jest wzorem: (por. rys. 11)

$$a = \frac{r}{2\psi} \ln \frac{k - \sigma_{aod}}{k - \sigma_0} \quad /4.55/$$

W przypadku, gdy wielkość obliczona ze wzoru /4.55/ jest większa od odcinka, na którym nastąpiło naruszenie przyczepności, to równanie /4.54/ opisuje rozkład naprężeń w stali na całej długości naruszenia przyczepności. W przeciwnym przypadku rozkład naprężeń w stali podany jest wzorem /4.56/:

$$\sigma_a(y) = \begin{cases} (\sigma_{aod} - k) e^{-\frac{2\psi y}{r}} + k & , y \leq a \\ (\sigma_0 - k) e^{\frac{2\psi y}{r}} + k & , y \in (a, l) \end{cases} \quad /4.56/$$

Całkowity poślizg zbrojenia zależy zarówno od rozkładu naprężeń w stali, jak i rozkładu obciążenia.

Dla rozkładu naprężeń podanego wzorem /4.56/ całkowity poślizg podany jest wzorami:

- dla stałego momentu:

$$\Delta(y=0) = \left\{ \frac{1+4\mu\eta}{E_a} \left[\frac{\tau}{2\psi} (k-\sigma_{oad}) \left(e^{-\frac{2\psi a}{\tau}} - 1 \right) + ka \right] - \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})a}{E_a} \right\} +$$

$$\left\{ \frac{1+4\mu\eta}{E_a} \left[\frac{\tau}{2\psi} (\sigma_o-k) \left(e^{\frac{2\psi l}{\tau}} - e^{\frac{2\psi a}{\tau}} \right) + k(l-a) \right] - \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})(l-a)}{E_a} \right\}$$

/4.57/

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\Delta(y=0) = \left\{ \frac{1+4\mu\eta}{E_a} \left[\frac{\tau}{2\psi} (k-\sigma_{oad}) \left(e^{-\frac{2\psi a}{\tau}} - 1 \right) + ka \right] - \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})a}{E_a} + \right.$$

$$\left. \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})a^2}{sE_a} \right\} + \left\{ \frac{1+4\mu\eta}{E_a} \left[\frac{\tau}{2\psi} (\sigma_o-k) \left(e^{\frac{2\psi l}{\tau}} - e^{\frac{2\psi a}{\tau}} \right) + k(l-a) \right] + \right.$$

$$\left. - \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})(l-a)}{E_a} + \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})(l^2-a^2)}{sE_a} \right\}$$

/4.58/

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\Delta(y=0) = \left\{ \frac{1+4\mu\eta}{E_a} \left[\frac{\tau}{2\psi} (k-\sigma_{oad}) \left(e^{-\frac{2\psi a}{\tau}} - 1 \right) + ka \right] - \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})a}{E_a} + \right.$$

$$\left. \frac{2\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})a^3}{s^2E_a} \right\} + \left\{ \frac{1+4\mu\eta}{E_a} \left[\frac{\tau}{2\psi} (\sigma_o-k) \left(e^{\frac{2\psi l}{\tau}} - e^{\frac{2\psi a}{\tau}} \right) + k(l-a) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{1,5\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})(l-a)}{E_a} + \frac{2\sigma_{oad}\mu\eta(3-\xi_{II})(l^3-a^3)}{s^2E_a} \right\}$$

/4.59/

Aby otrzymać analogiczne wzory w przypadku, gdy $a \gg 1$ należy we wzorach /4.57/ + /4.59/ zamiast "a" podstawić "1".

Po odciażeniu rozkład naprężeń przyczepności ma postać podaną wzorem /4.60/

$$\tau(y) = \begin{cases} \psi(k - \sigma_{od}) e^{-\frac{2\psi y}{\pi}} & y \leq a \\ \psi(k - \sigma_0) e^{\frac{2\psi y}{\pi}} & y \in \langle a, l \rangle \end{cases} \quad /4.60/$$

W związku z tym deplanacja przekroju po odciażeniu może być opisana wzorami

$$u_{bod} = \frac{\pi}{2E_b} \left\{ \psi(k - \sigma_{od}) \int_0^a e^{-\frac{2\psi y}{\pi}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2 + x^2)^{1.5}} \right] dy + \right. \\ \left. - \psi(k - \sigma_0) \int_a^l e^{\frac{2\psi y}{\pi}} \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + x^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2 + x^2)^{1.5}} \right] dy \right\} \quad /4.61/$$

W przypadku, gdy $a \gg 1$ do wzoru /4.61/ podstawia się $a = 1$.

Residualną szerokość rozwarcia rysy oblicza się jako podwojoną różnicę poślizgu i deplanacji, ponieważ obliczenia przeprowadzono dla jednostronnego odcinka naruszenia przyczepności.

4.3.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PO ODCIAŻENIU - PRZYPADK ISTNIENIA RYS WEWNĘTRZNYCH PRZY ZBROJENIU GŁADKIM

Na podstawie równań przedstawionych w podrozdziale 4.2.1 można wyznaczyć dla danego obciążenia M_0 miejsca występowania rys wewnętrznych $y_1 \dots y_n$ oraz naprężenia w stali w tych miejscach $\sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_n$. Po odciażeniu równanie różniczkowe opisujące zmiany naprężeń w stali dane jest wzorami:

- dla stałego momentu

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2G(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{3G \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n)}{r E_a} = 0 \quad /4.62/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2G(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{3G \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n)}{r E_a} - \frac{6G \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n) y}{s r E_a} = 0 \quad /4.63/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\frac{d^2 \sigma_a(y)}{dy^2} - \frac{2G(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{3G \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n)}{r E_a} - \frac{12G \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n) y^2}{s^2 r E_a} = 0 \quad /4.64/$$

Rozwiązaniami tych równań są następujące funkcje

- dla stałego momentu

$$\sigma_a(y) = C_{41} e^{\lambda y} + C_{42} e^{-\lambda y} + \frac{1.5 \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n)}{1+4\mu n} \quad /4.65/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\sigma_a(y) = C_{51} e^{\lambda y} + C_{52} e^{-\lambda y} + \frac{1.5 \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n)}{1+4\mu n} - \frac{3 \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n) y}{s(1+4\mu n)} = 0 \quad /4.66/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\begin{aligned} \sigma_a(y) = C_{61} e^{\lambda y} + C_{62} e^{-\lambda y} + \frac{1.5 \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n)}{1+4\mu n} - \frac{6 \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n) r E_a}{s^2 G (1+4\mu n)^2} + \\ - \frac{6 \sigma_{a0} \mu n (3-\xi_n) y^2}{(1+4\mu n) s^2} = 0 \end{aligned} \quad /4.67/$$

gdzie λ = jak ze wzorze /4.22/

Stałe $C_{4i} - C_{6i}$ wyznacza się z warunków brzegowych osobno dla poszczególnych przedziałów. Dla pierwszego przedziału /tzn. między rysą pierwszego r zędu, a pierwszą rysą wewnętrzną/ warunki brzegowe są następujące:

$$\sigma_0(y) = \sigma_{0od}$$

$$\sigma_a(y=y_i) = \sigma_{i0d}$$

Wielkości σ_{0od} , σ_{i0d} itd. wyznacza się z warunków równowagi sił. W przypadku naprężeń w rysie wewnętrznej naprężenie σ_{i0d} wyznacza się wg równania 4.24 lub pośrednio określając położenie osi obojętnej w funkcji σ_{i0d} i wykorzystując warunki równowagi /z uwzględnieniem betonu rozciąganego/.

Można również przyjąć, że po odciążeniu naprężenia w rysach wewnętrznych będą proporcjonalne do naprężeń przed odciążeniem tzn.

$$\sigma_{i0d} = \sigma_{oi} \frac{\sigma_{0od}}{\sigma_0} \quad /4.68/$$

gdzie σ_{0od} jest dane równaniem 4.50, 4.51 lub 4.53.

Całkowity poślizg zbrojenia po odciążeniu oblicza się z następujących wzorów:

- dla stałego momentu

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{\lambda E_a} \sum_{i=1}^m \left[C_{1i} (e^{\lambda y_{i+1}} - e^{\lambda y_i}) + C_{2i} (e^{-\lambda y_{i+1}} - e^{-\lambda y_i}) \right] \quad /4.69/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{\lambda E_a} \sum_{i=1}^m \left[C_{3i} (e^{\lambda y_{i+1}} - e^{\lambda y_i}) + C_{4i} (e^{-\lambda y_{i+1}} - e^{-\lambda y_i}) \right] + \quad /4.70/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{\lambda E_a} \sum_{i=1}^m \left[C_{5i} (e^{\lambda y_{i+1}} - e^{\lambda y_i}) + C_{6i} (e^{-\lambda y_{i+1}} - e^{-\lambda y_i}) \right] + \quad /4.71/$$

$$- \frac{6\mu n(3-\xi_1)r}{s^2 G(1+4\mu n)} \sum_{i=1}^m \sigma_{i0d} (y_{i+1} - y_i)$$

W przypadku, gdy rysy wewnętrzne nie występują na całym odcinku naruszenia przyczepności, należy do wielkości policzonych wzorami /4.69/ + /4.71/ dodać poślizg na obszarze, gdzie $\tau = \psi(k - \sigma_a)$. Oblicza się go wzorami analogicznymi do /4.57 + 4.59//.

Naprężenia przyczepności dane są wzorami:

- dla stałego momentu

$$\tau(y) = \frac{\tau}{2\lambda^4} [C_{4i} e^{\lambda y} - C_{2i} e^{-\lambda y}] \quad /4.72/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\tau(y) = 0,5r\lambda [C_{3i} e^{\lambda y} - C_{4i} e^{-\lambda y}] - \frac{1,5\sigma_{oid}\mu n(3\xi_0)r}{s(1+4\mu n)} \quad /4.73/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\tau(y) = 0,5r\lambda [C_{5i} e^{\lambda y} - C_{6i} e^{-\lambda y}] - \frac{6\sigma_{oid}\mu n(3\xi_0)r}{(1+4\mu n)s^2} y \quad /4.74/$$

Szerokość rozwarcia rysy wewnętrznej oblicza się wg wzoru /4.31/ wstawiając do niego odpowiednie wielkości naprężeń przyczepności /wzory 4.72 + 4.74/ i naprężeń rozciągających w betonie /do wzorów /4.2 + 4.9/ należy wstawić wielkości naprężeń w stali wg /4.65 + 4.67//. Deplanację przekroju z rysą pierwszego rzędu oblicza się wg wzoru

$$u_{bo} = \frac{\tau}{2E_b} \int_0^{y_0} \tau(y) \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2+x^2)^{0,5}} + \frac{y^2}{(y^2+x^2)^{1,5}} \right] dy \quad /4.75/$$

gdzie $\tau/y/$ podane jest wzorami /4.72 + 4.74/.

W przypadku, gdy odciążenie jest nieznaczne należy sprawdzić warunek, czy $a \gg /y_{i+1} - y_1/$. Wielkość "a" jest współrzędną punktów, w którą wyznacza się z warunków ^{że} naprężenia w stali

po odciażeniu i przed odciażeniem są równe /por. wzór 4.55/. Gdy warunek powyższy nie jest spełniony, należy podać równania naprężeń dla poszczególnych przedziałów analogicznie jak w przypadku braku rys wewnętrznych. Ze względu na fakt, iż $y_{1+1} - y_1$ jest małe, zjawisko to występuje b. rzadko. Szerokość rozwarcia rysy wylicza się jako podwojoną różnicę poślizgu stali pomniejszoną o deplanację dla $x = r$ i sumę szerokości rozwarcia rys wewnętrznych.

4.3.3. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PO ODCIĄŻENIU, DLA ZBROJENIA ŻEBROWANEGO

Po odciażeniu odpowiednie równania różniczkowe przyjmą postać:

- dla stałego momentu:

$$\frac{d^2\sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2k_1 d\sigma_a(y)}{r dy} - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{3G_1 \sigma_{aod} \mu n (3-\xi_{II})}{r E_a} = 0 \quad /4.76/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2k_1 d\sigma_a(y)}{r dy} - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{3G_1 \sigma_{aod} \mu n (3-\xi_{II})}{r E_a} + \\ - \frac{6G_1 \sigma_{aod} \mu n (3-\xi_{II}) y}{r s E_a} = 0 \end{aligned} \quad /4.77/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_a(y)}{dy^2} + \frac{2k_1 d\sigma_a(y)}{r dy} - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a(y) + \frac{3G_1 \sigma_{aod} \mu n (3-\xi_{II})}{r E_a} + \\ - \frac{12G_1 \sigma_{aod} \mu n (3-\xi_{II}) y^2}{r s^2 E_a} = 0 \end{aligned} \quad /4.78/$$

Ogólne rozwiązania tych równań mają postacie:

- dla stałego momentu

$$\sigma_a(y) = C_{11} e^{\lambda_1 y} + C_{21} e^{\lambda_2 y} + \frac{1,5 \sigma_{aod} \mu n (3-\xi_{II})}{1+4\mu n} \quad /4.79/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo

$$\sigma_a(y) = C_{3i} e^{\lambda_1 y} + C_{4i} e^{\lambda_2 y} + \frac{1,5 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{1 + 4 \mu n} +$$

/4.80/

$$- \frac{3 k_1 E_a \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s G_1 (1 + 4 \mu n)^2} - \frac{3 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s (1 + 4 \mu n)} y = 0$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie

$$\sigma_a(y) = C_{5i} e^{\lambda_1 y} + C_{6i} e^{\lambda_2 y} - \frac{6 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II}) y^2}{s^2 (1 + 4 \mu n)} +$$

$$- \frac{12 k_1 E_a \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1 (1 + 4 \mu n)^2} y - \frac{6 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1 (1 + 4 \mu n)^2} +$$

/4.81/

$$\frac{-12 k_1 E_a^2 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1^2 (1 + 4 \mu n)^3} + \frac{1,5 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{1 + 4 \mu n}$$

Odpowiadają im następujące rozkłady naprężeń przyczepności:

- dla stałego momentu:

$$\tau(y) = \frac{\tau}{2} \left[\lambda_1 C_{4i} e^{\lambda_1 y} + \lambda_2 C_{2i} e^{\lambda_2 y} \right]$$

/4.82/

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\tau(y) = \frac{\tau}{2} \left[\lambda_1 C_{3i} e^{\lambda_1 y} + \lambda_2 C_{4i} e^{\lambda_2 y} - \frac{3 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s (1 + 4 \mu n)} \right]$$

/4.83/

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\tau(y) = \frac{\tau}{2} \left[\lambda_1 C_{5i} e^{\lambda_1 y} + \lambda_2 C_{6i} e^{\lambda_2 y} - \frac{12 \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II}) y}{s^2 (1 + 4 \mu n)} + \right. \\ \left. - \frac{12 k_1 E_a \sigma_{oiad} \mu n (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1 (1 + 4 \mu n)^2} \right]$$

/4.84/

Na podstawie ogólnych zależności /4.2 + 4.4/ oraz wzorów /4.79 - : 4.84/ otrzymuje się równania opisujące przebieg naprężeń rozciągających w betonie:

- dla stałego momentu :

$$\sigma_{br}(y) = 1,5 \sigma_{oid} \mu (3 - \xi_{II}) - 4\mu \left[C_{4i} e^{\lambda_1 y} + C_{2i} e^{\lambda_2 y} + \frac{1,5 \sigma_{oid} \mu \eta (3 - \xi_{II})}{1 + 4\mu \eta} \right] \quad /4.85/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\begin{aligned} \sigma_{br}(y) = & \frac{1,5 \sigma_{oid} \mu (3 - \xi_{II})}{1 + 4\mu \eta} - \frac{3 \sigma_{oid} \mu (3 - \xi_{II}) y}{s(1 + 4\mu \eta)} + \\ & - 4\mu \left[C_{3i} e^{\lambda_1 y} + C_{4i} e^{\lambda_2 y} - \frac{3 k_1 E_a \sigma_{oid} \mu \eta (3 - \xi_{II})}{s G_1 (1 + 4\mu \eta)} \right] \end{aligned} \quad /4.86/$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\begin{aligned} \sigma_{br}(y) = & \frac{1,5 \sigma_{oid} \mu (3 - \xi_{II})}{1 + 4\mu \eta} - \frac{6 \sigma_{oid} \mu (3 - \xi_{II}) y^2}{(1 + 4\mu \eta) s^2} + \\ & - 4\mu \left[C_{5i} e^{\lambda_1 y} + C_{6i} e^{\lambda_2 y} - \frac{12 k_1 E_a \sigma_{oid} \mu \eta (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1 (1 + 4\mu \eta)^2} y + \right. \\ & \left. - \frac{6 \eta E_a \mu \sigma_{oid}}{s^2 G_1 (1 + 4\mu \eta)^2} - \frac{12 k_1^2 E_a^2 \sigma_{oid} \mu \eta (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1^2 (1 + 4\mu \eta)^2} \right] \end{aligned} \quad /4.87/$$

We wszystkich powyższych równaniach λ_1, λ_2 dane są wzorami

$$\lambda_{1,2} = - \frac{k_1}{r} \pm \left[\frac{k_1^2}{r^2} + \frac{2 G_1 (1 + 4\mu \eta)}{r E_a} \right]^{1/2} \quad /4.88/$$

Stałe C_{ki} , $k = 1, 2 \dots 6$ i $i = 1, 2 \dots n$ wyznacza się na podstawie obliczonych wielkości naprężeń w rysach σ_{oid} .

Można przyjąć, że naprężenia te są proporcjonalne do naprężeń przed obciążeniem.

Można również obliczać stałe C_{ki} z warunków równowagi,

korzystając z równań opisujących zmiany położenia osi obojętnej oraz naprężeń rozciągających w stali i betonie. (por 4.1)

Na podstawie równań /4.85 + 4.87/ oraz /4.79 + 4.81/ można wyliczyć poślizg stali względem betonu:

- dla stałego momentu :

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{E_a} \left[\lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^m C_{1i} (e^{\lambda_1 y_{i+1}} - e^{\lambda_1 y_i}) + \lambda_2^{-1} \sum_{i=0}^m C_{2i} (e^{\lambda_2 y_{i+1}} - e^{\lambda_2 y_i}) \right] \quad /4.89/$$

- dla momentu zmieniającego się liniowo:

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{E_a} \left[\lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^m C_{3i} (e^{\lambda_1 y_{i+1}} - e^{\lambda_1 y_i}) + \lambda_2^{-1} \sum_{i=0}^m C_{4i} (e^{\lambda_2 y_{i+1}} - e^{\lambda_2 y_i}) \right] + \quad /4.90/$$

$$- \frac{3k_1 \mu n (3 - \xi_{II})}{s G_1 (1+4\mu n)} \cdot \sum_{i=0}^m \sigma_{oiod} (y_{i+1} - y_i)$$

- dla momentu zmieniającego się parabolicznie:

$$\Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{E_a} \left[\lambda_1^{-1} \sum_{i=0}^m C_{5i} (e^{\lambda_1 y_{i+1}} - e^{\lambda_1 y_i}) + \lambda_2^{-1} \sum_{i=0}^m C_{6i} (e^{\lambda_2 y_{i+1}} - e^{\lambda_2 y_i}) \right] + \quad /4.91/$$

$$\left[- \frac{6r \cancel{\alpha} \mu n}{s^2 G_1 (1+4\mu n)} - \frac{12k_1^2 E_a^2 \mu n (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1^2 (1+4\mu n)^2} \right] \cdot \sum_{i=0}^m \sigma_{oiod} (y_{i+1} - y_i) +$$

$$- \frac{6k_1 \cancel{\alpha} \mu n (3 - \xi_{II})}{s^2 G_1 (1+4\mu n)} \cdot \sum_{i=0}^m \sigma_{oiod} (y_{i+1}^2 - y_i^2)$$

W przypadku, gdy rysy wewnętrzne nie występują na całym odcinku naruszenia przyczepności należy do powyższych wielkości dodać poślizg na obszarze, gdzie $\tau = \psi(k - \sigma_a)$

Szerokość rozwarcia rysy wewnętrznej oblicza się wg wzoru /4.31/ wstawiając do niego odpowiednie wielkości naprężeń przyczepności /wzory 4.82 + 4.84/ i naprężeń rozciągających w betonie /wzory 4.85 + 4.87/.

Deplanację przekroju z rysą pierwszego rzędu oblicza się wg wzoru /4.75/ wstawiając odpowiednią wielkość " τ "

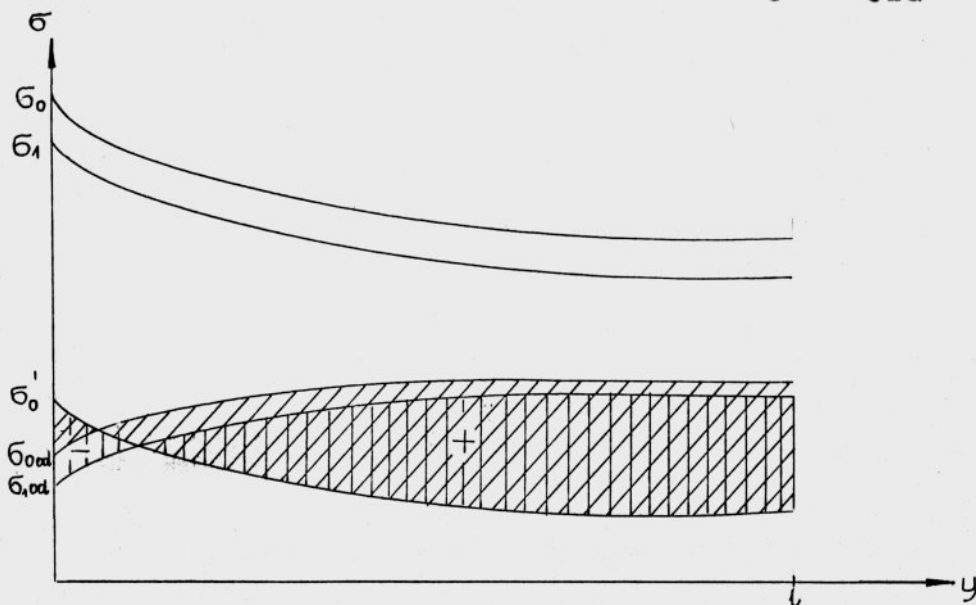
/wzory 4.82 + 4.84/.

Pozostałe warunki i obliczenia prowadzi się analogicznie do obliczeń wykonanych w przypadku zbrojenia gładkiego.

4.4. ZASADY OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZYPADKU ZŁOŻONYCH HISTORII OBCIĄŻENIA

Przypadki, w których konstrukcja jest obciążana i odciążana, są bardzo istotne ponieważ historia obciążenia ma duży wpływ na takie wielkości jak strzałka ugięcia, czy szerokość rozwarcia rysy. Istniejące teorie nie pozwalają podać zadawającego sposobu uzależnienia szerokości rysy od historii obciążenia.

W niniejszej pracy zaproponowano uwzględnienie wpływu historii obciążenia na szerokość rozwarcia rysy poprzez wprowadzenie pojęcia szerokości residualnej. Schemat ideowy postępowania przedstawiono na rysunku nr 20. Przyjęto przypadek kolejnych obciążeń i odciążeń pomiędzy momentami M_0 i M_{0zd} , $M_0 > M_{0zd}$.



Rys. nr 20. Schemat obliczania szerokości residualnej rozwarcia rysy

W celu jaśniejszego zobrazowania procesu powstawania i sumowania się szerokości residualnych rozwarcia rysy pominięto wpływy betonu rozciąganego, deplanacji, rys wewnętrznych.

W tym przypadku szerokość rysy jest równa $a_f = \int_0^l \frac{2}{E_a} \sigma_a / y / dy$, tzn. szerokość rozwarcia rysy jest liczbowo równa polu pod krzywą $\sigma = \sigma(y)$ pomnożonemu przez $\frac{2}{E_a}$.

Momentowi M_0 odpowiada naprężenie σ_0 w stali, natomiast momentowi M_{0zd} /przy prostym obciążeniu/ odpowiada naprężenie σ'_0 . Pole pod krzywą wyznaczoną przez σ'_0 jest proporcjonalne do szerokości rozwarcia rysy przy prostym obciążeniu.

W przypadku, gdy po uprzednim obciążeniu momentem M_0 nastąpi odciążenie do momentu M_{0zd} , naprężenie w stali w rysie wyniesie σ_{0od} /wzory 4.50, 4.51, 4.53/.

Różnica pól pomiędzy krzywymi wyznaczonymi przez σ_{0od} i σ'_0 jest proporcjonalna do rozwarcia szerokości residualnej.

W przypadku ponownego obciążenia szerokość rozwarcia rysy oblicza się jako sumę szerokości rysy odpowiadającej temu obciążeniu i szerokości residualnej.

Jeżeli obciążenie jest cykliczne tzn. obciążenie zmienia się w stałych granicach, to każde odciążenie powoduje powstanie kolejnej residualnej szerokości. Są one coraz mniejsze /por. krzywa pomiędzy σ_{1od} i σ'_0 ./

Ogólnie, szerokość rozwarcia rysy jest równa szerokości rozwarcia rysy obliczonej dla ostatniego obciążenia powiększonej o sumę wszystkich szerokości residualnych. Przyjmuje się przy tym, iż w przypadku monotonicznych zmian obciążenia wpływ na szerokość rozwarcia rysy mają tylko wielkości ekstremalne.

Algorytm postępowania w przypadku dowolnej historii obciążenia jest więc następujący:

- a/ wydzielenie z ciągu obciążeń lokalnych ekstremów,
- b/ obliczenie residualnych szerokości rozwarcia /tzn. residualnych poślizgów/ dla kolejnych odciażeń,
- c/ obliczenie szerokości rozwarcia rysy dla ostatniego obciążenia,
- d/ obliczenie sumy szerokości residualnych i dodanie do nich szerokości odpowiadającej ostatniemu obciążeniu.

Szczegółowy sposób postępowania dla wybranych historii obciążenia podany jest w dalszej części tego rozdziału.

4.4.1. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZYPADKU, GDY NIE WYSTĘPUJĄ RYSY WEWNĘTRZNE

- Obciążenie przekroju "n"-krotne pomiędzy obciążeniami M_0 i M_1 / $M_0 > M_1$ /

W tym przypadku podczas każdego odciażenia do poziomu M_1 pozostaje residualna szerokość rozwarcia. Oblicza się ją w następujący sposób:

- naprężenie σ_0' odpowiadające prostemu obciążeniu momentem M_1 oblicza się z warunków równowagi

$$\sigma_0' = \frac{3M_1}{\mu b h_0^2 (3 - \xi_1)} \quad /4.92/$$

- naprężenie σ_{ood} oblicza się z równania /4.53/
- wstawiając wielkość σ_0' do równania /4.6/ otrzymuje się poślizg zbrojenia przy prostym obciążeniu
- wstawiając wielkość σ_{ood} do równania /4.57/ otrzymuje się poślizg zbrojenia po odciażeniu,
- różnica poślizgów przy odciażeniu dla naprężenia

σ_{00d} i po obciążeniu dla naprężenia σ_0' daje wielkość poślizgu residualnego

- ponowne obciążenie momentem M_0 spowoduje powstanie naprężeń równych:

$$\sigma_1 = \frac{3(M_0 - M_1)}{\mu b h_0^2 (3 - \xi_1)} + \sigma_{00d} \quad /4.93/$$

- powtarzając procedurę otrzymuje się /z równania 4.53/ wielkość σ_{10d}
- różnica poślizgów przy odciążeniu do σ_{10d} i obciążeniu do σ_0' daje kolejną wielkość poślizgu residualnego; jest ona mniejsza niż przy pierwszym odciążeniu.

Powyższą procedurę powtarza się w zależności od ilości cykli.

Ostateczną szerokość rozwarcia rysy oblicza się sumując wszystkie residualne poślizgi i szerokość rozwarcia rysy pomniejszoną o deplamację dla ostatniego obciążenia.

Szczególnym przypadkiem omówionej historii obciążenia jest sytuacja, gdy $M_1 = 0$.

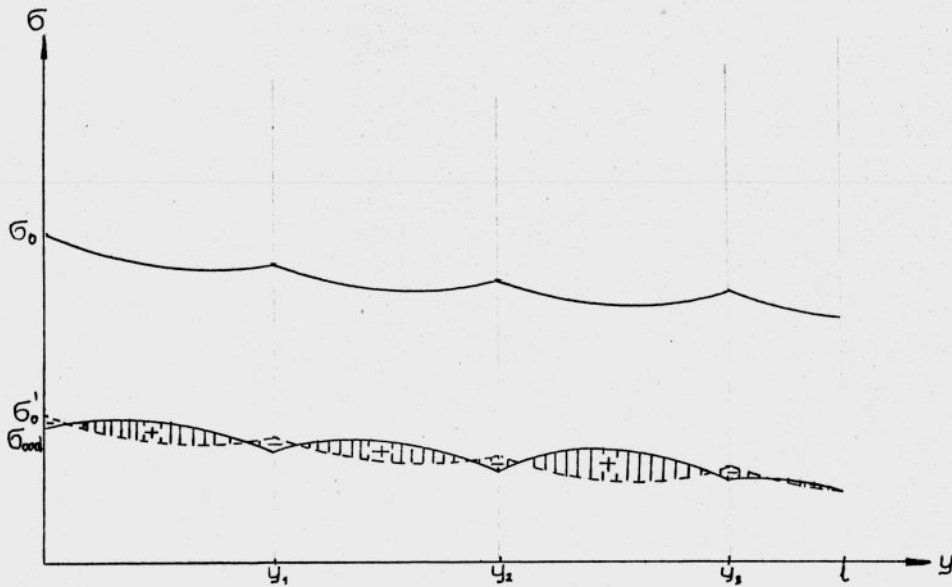
W tym przypadku poślizg residualny jest wprost równy poślizgowi dla naprężenia σ_{10d} .

Inne przypadki odciążenia oblicza się zgodnie z regułami podanymi w początkowej części tego rozdziału.

4.4.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W PRZYPADKU WYSTĘPOWANIA RYS WEWNĘTRZNYCH

W przypadku istnienia rys wewnętrznych zmianie ulega szczegółowa postać wzorów, pozostaje natomiast ważna przedstawiona wcześniej zasada obliczania szerokości rozwarcia rysy. Residualna szerokość rozwarcia rysy jest schematycznie

zilustrowana na rysunku nr 21.



Rysunek nr 21. Schematyczny rozkład naprężeń służący obliczaniu residualnego poślizgu związanego z odciążeniem do poziomu M_1 M_0

Szczegółowe postacie wzorów opisujące rozkłady naprężeń przy prostym obciążeniu i odciążeniu podane są w początkowej części rozdziału 4 w zależności od rodzaju zastosowanej stali.

W mocy pozostają również wzory służące obliczaniu σ_{ood} /podpunkt 4.3/.

W obliczeniach przybliżonych można zakładać, iż $\sigma_0' \approx \sigma_{ood}$, ponieważ w przypadku istnienia rys wewnętrznych różnice wynikające z tego założenia są mniejsze niż w przypadku belki bez rys wewnętrznych.

5. ROZWÓJ ZARYSOWANIA POD WPŁYWEM DZIAŁANIA OBCIĄŻEŃ DŁUGOTRWAŁYCH

Pod wpływem długotrwałego działającego obciążenia następują zmiany w stanie zarysowania elementu. Szczególnie istotne zjawiska obserwuje się w przypadku przekrojów ze strefą ściiskaną. Generalnie stwierdza się wzrost szerokości rozwarcia rysy. W przypadku stale działającego obciążenia prędkość wzrostu szerokości rozwarcia rysy jest silnie malejącą funkcją czasu. Po około dwóch, trzech latach następuje praktyczna stabilizacja szerokości rozwarcia rysy. Wzrost szerokości rysy w osi zbrojenia jest znacznie większy niż na powierzchni betonu. Spowodowane jest to zmniejszeniem się deplanacji. W niektórych przypadkach, gdy rozstaw rys pierwszego rzędu jest zbliżony do maksymalnego, /tzn. większy od $2 l_0$ / następuje propagacja rys wewnętrznych na powierzchnię betonu - powstają rysy drugiego rzędu. Szczegółowa postać zmian zarysowania zależna jest od morfologii rys powstałych pod wpływem obciążeń krótkotrwałych. Głównymi przyczynami tych zmian są zjawiska reologiczne zachodzące w betonie - skurcz i pełzanie.

W wyniku zmian odkształceń betonu następuje obniżenie się osi obojętnej naprężeń i odkształceń. /W ogólnym przypadku osie te przestają się pokrywać/. Powoduje to m.in. zmiany w rozkładzie naprężeń w stali. Zmiany te dotyczą zarówno miejsc w których istnieją rysy pierwszego rzędu, rysy wewnętrzne oraz obszar między nimi. Generalnie, następuje, w porównaniu z rozkładem istniejącym pod wpływem działania

obciążenia krótkotrwałego, ujednolicenie naprężeń w stali na całym obszarze naruszenia przyczepności.

Wzrost naprężeń w stali powoduje wzrost poślizgu stali względem betonu. Powoduje również spadek naprężeń przyczepności, co implikuje zmniejszenie się deplanacji. Dodatkowy wzrost szerokości rysy związany jest ze swobodnym skurczem betonu w strefie rozciąganej. Spowodowany jest on naruszeniem przyczepności pierwotnej betonu do stali na długości tzw. "aktywnego zbrojenia". W niektórych przypadkach następuje wzrost obszaru naruszenia przyczepności. W stosunku do przekrojów całkowicie rozciąganych te dwa ostatnie czynniki odgrywają główną rolę.

Zbliżony do rzeczywistości opis zmian zarysowania musi bazować na reologicznych własnościach betonu.

5.1. OPIS PRZYJĘTEGO MODELU MATEMATYCZNEGO SŁUŻĄCEGO

OPISOWI ZMIAN ZARYSOWANIA, SPOWODOWANYMI WŁASNOŚCIAMI REOLOGICZNYMI BETONU

W przypadku formułowania opisu ilościowego zachowania się rys pod wpływem obciążenia długotrwałego należy dokonać wyboru założeń dotyczących trzech grup zagadnień:

- a/ wybór funkcji pełzania,
- b/ wybór metody obliczeniowej,
- c/ wybór założeń dotyczących innych parametrów analizowanej konstrukcji.

W większości przypadków wybór funkcji pełzania oraz wybór metody obliczeniowej są ze sobą ściśle powiązane. Stanowi to istotny mankament i nowsze metody /głównie wykorzystujące

analizę numeryczną/ idą w kierunku odseparowania obu problemów. Wybór założeń pozareologicznych jest uzależniony od przyjętej metody analizy zarysowania pod wpływem obciążeń krótkotrwałych.

5.1.1. WYBÓR FUNKCJI PEŁZANIA

Naczelną zasadą przy wyborze funkcji pełzania, musi być zgodność z wynikami badań empirycznych. Najistotniejsze cechy zachowania się betonu pod wpływem obciążeń długotrwałych są wg [4] następujące:

- 1/ Pełzanie betonu jest w swej istocie nieliniowe; związane jest to z "przystosowaniem" materiału /przy małych naprężeniach/ i "płynięciem" /przy dużych naprężeniach/. W związku z tym zasada superpozycji nie jest ściśle spełniona. Można jednak /popołniając niewielki błąd/ przyjąć, że do około $0,5 \bar{R}_b$ pełzanie jest liniowe.
- 2/ Zmiany temperatury i wilgotności powodują zmiany nie tylko wartości współczynnika pełzania ale i kształtu krzywych pełzania. Z tego względu celowe jest rozróżnienie następujących funkcji pełzania
 - pełzanie podstawowe /basic creep/, występujące przy stałej wilgotności betonu,
 - pełzanie przy wysychaniu /drying creep/ związane z utratą wody przez beton,
 - pełzanie spowodowane temperaturą w przypadku pełzania podstawowego,
 - pełzanie spowodowane temperaturą w przypadku pełzania przy wysychaniu.

- 3/ Po odciążeniu pełzanie jest częściowo odwracalne, część nieodwracalna związana jest z mikropęknięciami betonu, część odwracalna liniowo zależy od zmiany naprężenia.
- 4/ Zmienne obciążenia przyspieszają pełzanie - wibropełzanie - /cyclic creep/.
- 5/ Pełzanie betonu maleje z czasem, nie można jednak określić wartości końcowej pełzania /praktycznie około 50 lat/.

Szereg innych ważnych własności reologicznych betonu opisano w pracach [7], [3], [39], [18].

W niniejszej pracy analizowano zachowanie się rysy pod obciążeniem eksploatacyjnym i dlatego /por. zał. nr 1/ przyjęcie założenia o liniowości pełzania jest całkowicie uzasadnione.

Funkcja pełzania $\mathcal{J}(t, \tau)$ lub $\delta(t, \tau)$ jest zdefiniowana w następujący sposób:

Funkcja pełzania jest to całkowite odkształcenie betonu w chwili t spowodowane działaniem stałego jednostkowego naprężenia $\sigma = 1$ od chwili τ tzn.

$$\mathcal{J}(t, \tau) = \frac{1 + C(t, \tau)E(\tau)}{E(\tau)}$$

$$\sigma(t) = H(t - \tau) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < \tau \\ 1 & \text{dla } t > \tau \end{cases} \quad /5.1/$$

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \mathcal{J}(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad , \text{ całka Stjeltesa}$$

Po zamianie całki Stjeltesa na całkę Riemmana i po całkowaniu przez części przy uwzględnieniu, że $\mathcal{J}(t, t) = E(t)^{-1}$ otrzymuje się

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial \mathcal{J}(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad /5.2/$$

Jest to równanie całkowe ze względu na $\sigma(t)$.

Oprócz funkcji pełzania wprowadza się funkcję relaksacji $R(t, \tau)$ zdefiniowaną jako całkowite naprężenie w chwili t , spowodowane jednostkowym odkształceniem $\varepsilon = 1$ działającym od chwili τ . Na tej podstawie można podać równanie całkowe opisujące zależność pomiędzy $\sigma(t)$ i $\varepsilon(t)$

$$\sigma(t) = E(t) \cdot \varepsilon(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau) \cdot \frac{\partial R(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad /5.3/$$

Powyższe funkcje powiązane są zależnością: [4]

$$1 = J(t, t_0) E(t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial R(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad /5.4/$$

Rozwiązanie równania /5.2/ tzn. podanie zależności

$\sigma(t) = \sigma[\varepsilon(t)]$ wymaga przyjęcia szczegółowej postaci funkcji pełzania. W literaturze można znaleźć ogromną ich różnorodność. Najbardziej znane są następujące:

- Dischingera

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + \frac{\varphi(t) - \varphi(\tau)}{E(t_0)} \quad /5.5/$$

- Arutuniana

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + \left(C_0 + \frac{A_1}{\tau} \right) \left[1 - e^{-\tau(t-\tau)} \right] \quad /5.6/$$

- Prokopowicza

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C_0 \left[1 - e^{-\tau_1(t-\tau)} \right] + A_1 \left[1 - e^{-\tau_2 t} \right] + A_2 \left[1 - e^{-\tau_2 \tau} \right] \quad /5.7/$$

- w zmodyfikowanej teorii starzenia

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + \frac{\varphi_d}{E(2\theta)} + \frac{\varphi_f(t) - \varphi_f(\tau)}{E(t_0)} \quad /5.8/$$

- Levi'ego

$$\mathcal{D}(t, \tau) = \frac{1}{E} + \left(\frac{1}{E_u} - \frac{1}{E} \right) \frac{\varphi(t) - \varphi(\tau)}{\frac{E}{E_u} - 1 - \varphi(\tau)} \quad /5.9/$$

Szereg innych można znaleźć w pracy [7].

Istnieją też funkcje pełzania uwzględniające wpływ zmian temperatury i wilgotności. Przykładowo w pracy [39] podano funkcję pełzania postaci

$$\mathcal{D}(t, \tau, T) = \frac{1}{E(T)} + \psi(T) [f(t) - f(\tau)] + A \left\{ 1 - \exp \left[-\lambda (f(t) - f(\tau)) \right] \right\} \quad /5.10/$$

gdzie $\psi(T)$ jest funkcją zależną od temperatury.

W świetle przedstawionych wcześniej własności pełzania należy uznać za celowe zrezygnowanie z próby znalezienia jednej funkcji pełzania, która opisywałaby to zjawisko bardziej ogólnie.

W niniejszej pracy przyjęto funkcje pełzania zaproponowane przez Bažanta [4], [6], [7].

Podstawowe zalety koncepcji Bažanta są następujące:

- wyróżnienie kilku funkcji pełzania odpowiadających różnym warunkom /wysychanie, zmiany temperatury, obciążenia cykliczne/ daje możliwość opisu bardziej zbliżonego do rzeczywistości,
- wszystkie występujące we wzorach stałe materiałowe są uzależnione od podstawowych składników mieszanki betonowej,
- funkcje pełzania były porównane z wynikami badań przeprowadzonych przez 80 różnych niezależnych badaczy i wykazały b. dobrą zgodność /do tej pory żadna funkcja pełzania nie była poddana tak szczegółowej analizie/.

Ze względu na zakres pracy interesujące są dwie funkcje pełzania:

a/ przy stałej wilgotności /basic creep/

b/ przy wysychaniu betonu /drying creep/.

Dla pełzania podstawowego funkcja pełzania ma postać:

$$\sigma(t, \tau) = \frac{1}{E_0} \left[1 + \phi_1 (\tau^{-m} + \alpha) (t - \tau)^n \right] \quad /5.11/$$

Stałe materiałowe E_0 , ϕ_1 , m , α , n wylicza się z następujących zależności empirycznych /optymalizowanych/

$$\alpha = \frac{c}{40w}$$

$$m = 0,28 + \frac{0,021}{R_b^2}$$

$$n = \begin{cases} 0,12 & \text{dla } x \leq 0 \\ 0,12 + \frac{0,07x^6}{5130 + x^6} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{gdzie } x = \left[2,1 \frac{\frac{a}{c}}{\left(\frac{s}{c}\right)^{1,4}} + 0,00552 \bar{R}_b^{1,5} \left(\frac{w}{c}\right)^{1/3} \left(\frac{a}{g}\right)^{2,2} \right] a_1 - 4$$

$a_1 = 1$, dla zwykłych cementów

$$\phi_1 = \frac{10^{3n}}{2(28^{-m} + \alpha)}$$

$$E_0 = E(\tau) \left[1 + \phi_1 10^{-n} (\tau^{-m} + \alpha) \right]$$

gdzie $E(\tau) = E[t - \tau = 0,1]$

moduł statyczny.

W powyższych wzorach przyjęto następujące oznaczenia:

c - zawartość cementu

w - zawartość wody

a - zawartość kruszywa /w kg/m^3 /

s - zawartość piasku

g - zawartość żwiru

W sytuacji, gdy nie można wyznaczyć m i n, można przyjąć
 $m \approx \frac{1}{3}$, $n \approx \frac{1}{8}$.

Dla pełzania w czasie wysychania funkcja pełzania ma postać:

$$J_1(t, \tau) = J(t, \tau) + C_d(t, \tau, t_0) - C_p(t, \tau, t_0) \quad /5.13/$$

gdzie $C_d / t, \tau, t_0 /$ reprezentuje przyrost pełzania wywołany wysychaniem

$C_p / t, \tau, t_0 /$ reprezentuje zmniejszenie pełzania po wyschnięciu

t_0 - czas liczony od początku wysychania.

Wielkość przyrostu pełzania wywołaną wysychaniem wylicza się z poniższego wzoru:

$$C_d(t, \tau, t_0) = \frac{\varphi_d'}{E_0} \tau^{-0.5m} k_h' \varepsilon_{sk\infty} S_d(t, \tau) \quad /5.14/$$

Poszczególne wielkości oblicza się w następujący sposób

$$\varphi_d' = \left(1 - \frac{\tau - t_0}{10\tau_{sk}}\right)^{-1/2} \varphi_d$$

$$\text{gdzie } \tau_{sk} = 600 \left(\frac{k_s}{150} D\right)^2 \frac{10}{C_1(t_0)}, \quad C_1(t_0) = \left(\frac{w}{8} - 12\right) \left[0.05 + \left(\frac{6.3}{t_0}\right)^{1/2}\right]$$

D - efektywna grubość przekroju w mm

k_s - współczynnik kształtu przekroju $k_s \in /1,0 + 1,55/$

$$\varphi_d = \begin{cases} 0,008 & \text{dla } r \leq 0 \\ 0,008 + 0,027 \cdot r & \text{dla } r > 0 \end{cases}$$

przy czym

$$r = 31378 \left(\frac{s}{a} \bar{R}_b\right)^{0.3} \left(\frac{g}{s}\right)^{1.3} \left(\frac{w/C}{\varepsilon_{sk\infty}}\right)^{1.5} - 0.85 \quad /5.15/$$

$$u = \frac{1}{1+0,7 r^{-1,4}}$$

Końcowe odkształcenie spowodowane skurczem oblicza się korzystając z pomocniczej wielkości "z"

$$z = \left\{ \left[1,25 \left(\frac{q}{C} \right)^{1/2} + 0,5 \left(\frac{q}{S} \right)^2 \right] \left(\frac{1 + s/c}{w/c} \right)^{1/3} 0,3808 R_b^{1/2} \right\} - 12 \quad /5.16/$$

$$y = (390 z^{-4} + 1)^{-1}$$

$$\varepsilon_{sk \infty} = 1210 - 880y$$

Pozostałe wielkości dane są zależnościami:

$$k_h' = |h_o^{1,5} - h^{1,5}|$$

gdzie h_o , h odpowiednio początkowa względna wilgotność betonu i względna wilgotność środowiska

$$S_d = \left(1 + \frac{10 \tau_{sk}}{t - \tau} \right)^{-C_d n}, \quad C_d = 2,8 - 7,5m$$

Wielkość zmniejszenia pełzania po wyschnięciu wylicza się ze wzoru:

$$C_p(t, \tau, t_o) = 0,83 k_h'' S_p(t, t_o) C_o(t, \tau) \quad /5.17/$$

gdzie $k_h'' = h_o^2 - h^2$

$$S_p(t, t_o) = \left(1 + \frac{100 \tau_{sk}}{t - t_o} \right)^{-n}$$

Struktura wielkości pomocniczych występujących w powyższych wzorach /np. "r", "z", "u"/ wynika z procesów optymalizacji i analizy wymiarowej.

5.1.2. WYBÓR METODY OBLICZENIOWEJ

Rozwiązaniem równania /5.2/ względnie /5.3/ są funkcje odpowiednio $\sigma(t) = \sigma[\varepsilon(t)]$ i $\varepsilon(t) = \varepsilon[\sigma(t)]$ tzn. równania stanu.

Mimo że równania te zawierają już pewne uproszczenia /zasada superpozycji/, ich rozwiązanie nie jest proste i w przypadku bardziej złożonych funkcji pełzania, niemożliwe jest podanie zamkniętej postaci rozwiązania.

Obecnie najbardziej popularne są następujące metody rozwiązywania tych równań:

a/ metoda analogii sprężysto-lepkosprężystej;

polega ona na zamianie równań całkowych na różniczkowe i zastosowaniu rachunku operatorowego; głównie stosuje się ją w teorii dziedziczności i starzenia,

b/ metoda Arutiumiana;;

polega ona na zamianie równania całkowego na różniczkowe /liniowe, niejednorodne o zmiennych współczynnikach/ i rozwiązanie go przy założeniu, iż $E(t) = \text{const}$ i $\sigma(t) = \text{const}$.

c/ metoda iteracyjna numeryczna polegająca na zamianie równania całkowego /5.1/ sumą; metoda ta pozwala uzyskać rozwiązanie numeryczne dla dowolnej funkcji pełzania,

d/ metoda efektywnego modułu;

polega ona na wprowadzeniu efektywnego modułu

$E_{ef} = E(t_0)(1 + \varphi(t, \tau))$ i sprowadzeniu zagadnień reologicznych do analizy sprężystej; można ją stosować, gdy starzenie jest pomijalnie małe,

e/ metoda Trosta-Bazanta /modułu fikcyjnego, modułu dostosowanego do starzenia/

Metoda ta polega na zastąpieniu modułu sprężystości modułem fikcyjnym wg wzoru:

$$E''(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{1 + \alpha(t, t_0)\varphi(t, t_0)} \quad /5.18/$$

gdzie

$$\alpha(t, t_0) = \frac{1}{1 - \frac{R(t, t_0)}{E(t_0)}} - \frac{1}{\varphi(t, t_0)}$$

i sprowadzeniu analizy do równań teorii sprężystości. Metoda ta może być stosowana przy dowolnej postaci funkcji pełzania.

Podstawowe zalety tej metody są następujące:

- a/ daje ona ścisłe rozwiązanie równania /5.1/ w przypadku gdy $\sigma(t) = \text{const}$, $\varepsilon(t) = \text{const}$ i $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \varphi(t, t_0)$ podczas gdy inne metody ograniczają się jedynie do przypadków $\sigma(t) = \text{const}$ lub $\varepsilon(t) = \text{const}$,
- b/ w pozostałych przypadkach /tzn. gdy $\varepsilon(t)$ nie jest liniowe/ wykazuje najlepszą zgodność z rozwiązaniem numerycznym /5 ,
- c/ jest bardzo prosta w stosowaniu, w przypadku stabilizacji wielkości $\alpha(t, t_0)$
- d/ można ją stosować dla dowolnej funkcji pełzania.

Dodatkową zaletą jest podanie przez Bazanta [7] przybliżonego, ale bardzo zbliżonego do dokładnego wzoru do obliczania $R(t, \tau)$:

$$R(t, \tau) = \frac{0.992}{\varphi(t, \tau)} - \frac{0.115}{\varphi(t, t_0)} \left[\frac{\varphi(\tau, t_0)}{\varphi(t, t_0)} - 1 \right] \quad /5.19/$$

/błąd jest mniejszy niż /.

Dzięki temu wielkość E''/t można wyliczać analitycznie z poniższego wzoru:

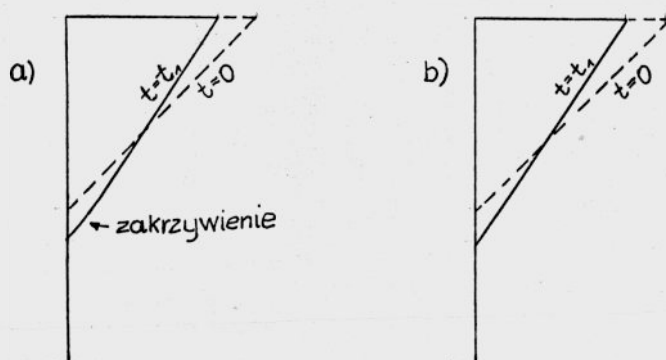
$$E''(t,\tau) = \frac{1 - J(t+0,1,\tau)R(t,\tau)}{J(t,\tau) - J(t+0,1,\tau)} \quad /5.20/$$

Ze względu na opisane wyżej zalety tej metody, posłużono się nią przy analizowaniu zmian stanu zarysowania, powstających podczas działania obciążeń długotrwałych.

5.1.3. POZOSTAŁE ZAŁOŻENIA OBLICZENIOWE

Rozwój zarysowania wywołany obciążeniem długotrwałym jest w znacznej mierze zdeterminowany przez morfologię rys w belce powstałych przy obciążeniu krótkotrwałym. Z tego względu punktem wyjścia są założenia przyjęte w pierwszej części pracy. W dalszym ciągu pracy przyjęto:

- charakter przyczepności zależy od rodzaju zbrojenia oraz od występowania rys wewnętrznych,
- obciążenie długotrwałe może powodować powstawanie i rozwój rys wewnętrznych oraz przekształcanie się rys wewnętrznych w rysy drugiego rzędu,
- wszelkie zmiany w rozkładach naprężeń przyczepności i naprężeń rozciągających w betonie spowodowane są wyłącznie przez zmiany położenia osi obojętnej,
- pomija się zmianę kształtu naprężeń ściskających w betonie na odcinku pomiędzy początkowym a końcowym położeniem osi obojętnej /por. rys. nr 22 oraz [80]/.



Rysunek nr 22. a/ Rzeczywisty i b/ przyjęty rozkład naprężeń w przekroju przez rysę pierwszego rzędu

5.2. OBLICZENIE ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ W BELCE PODDANEJ DZIAŁANIU OBCIĄŻENIA DŁUGOTRWALEGO

Ze względu na poczynione założenia, kluczowe znaczenie dla zmian rozkładu naprężeń mają zmiany położenia osi obojętnej. W celu wyznaczenia rozkładu naprężeń w przekroju należy wyznaczyć zmianę położenia osi obojętnej /i naprężenia/ w następujących przekrojach:

- a/ zawierającym rysę pierwszego rzędu,
- b/ zawierającym rysę wewnętrzną,
- c/ w przekroju niezarysowanym.

W pierwszym przypadku położenie osi obojętnej wyznacza się z następującego układu równań:

$$\varepsilon(t) = \alpha(t) + \frac{x}{h_0} \beta(t) \quad \text{lub} \quad \xi_1(t) = -\frac{\alpha(t)}{\beta(t)} \quad /5.21/$$

- prawo płaskich przekrojów

$$0.5 \sigma_b(t) \xi_1(t) + \mu E_a \left[\alpha(t) + \frac{a}{h_0} \beta(t) \right] + \mu E_a \left[\alpha(t) + \beta(t) \right] = 0 \quad /5.22/$$

- suma sił

$$-\sigma_b(t)\xi^2(t) + \frac{6M(t)}{bh_o^2} - 6E_a\left[\alpha(t) + \frac{a'}{h_o}\beta(t)\right]\mu'a' - 6E_a[\alpha(t) + \beta(t)] = 0 \quad /5.23/$$

- suma momentów względem punktu $x = 0$

$$\sigma_b(t) = E'(t, t_o)\alpha(t) + \sigma(t_o)\left[1 + \frac{E''(t, t_o)(1 + \varphi(t, t_o))}{E_b(t_o)}\right] \quad /5.24/$$

- reologiczna zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami [5]

Niewiadomymi są tutaj $\sigma_b(t), \alpha(t), \beta(t), \xi(t)$. Tworzą one układ równań nieliniowych.

Po przekształceniach otrzymano następujące równanie opisujące położenie osi obojętnej w chwili czasu t :

$$\begin{aligned} & \xi^3(t) \left\{ (\mu + \mu') \sigma_b(t_o) \left[1 - \frac{(1 + \varphi(t, t_o)) E''(t, t_o)}{E_b(t_o)} \right] \right\} + \\ & \xi^2(t) \left\{ -4(\mu + \mu' \frac{a'}{h_o}) \sigma_b(t_o) \left[1 - \frac{(1 + \varphi(t, t_o)) E''(t, t_o)}{E_b(t_o)} \right] + \frac{3M(t) E''(t, t_o)}{bh_o^2 E_a} \right\} + \\ & \xi(t) \left\{ 3(\mu + \mu' \frac{a'^2}{h_o^2}) \sigma_b(t_o) \left[1 - \frac{(1 + \varphi(t, t_o)) E''(t, t_o)}{E_b(t_o)} \right] + \frac{6M(t)(\mu + \mu')}{bh_o^2} \right\} + \quad /5.25/ \\ & + \frac{6M(t)}{bh_o^2} (\mu + \mu' \frac{a'}{h_o}) = 0 \end{aligned}$$

Równanie powyższe można rozwiązać wzorami Cardano lub metodami numerycznymi. W przypadku, gdy $t = t_o$ równanie /5.25/ redukuje się do znanej zależności $\xi = (\mu + \mu') \eta \left\{ \left[1 + \frac{2\eta(\mu + \mu' \frac{a'}{h_o})}{(\mu + \mu')^2} \right]^{1/2} - 1 \right\}$. Jeżeli przekrój nie jest zarysowany, układ równań jest zbliżony do przedstawionego powyżej, ale zamiast równań /5.22/ i /5.23/ należy odpowiednio zapisać :

$$0,5 \sigma_b(t) \xi(t) + E_a [\alpha(t) + \frac{a}{h_0} \beta(t)] \mu' + E_a [\alpha(t) + \beta(t)] \mu + \quad /5.26/$$

$$0,5 \sigma_{br}(t) \left[\frac{h}{h_0} - \xi(t) \right] = 0$$

oraz

$$\sigma_b(t) \xi^2(t) - 6 E_a [\alpha(t) + \frac{a}{h_0} \beta(t)] \mu' a' - 6 E_a [\alpha(t) + \beta(t)] \mu + \quad /5.27/$$

$$\frac{6 M(t)}{b h_0^2} - \sigma_{br}(t) \left[\frac{h}{h_0} - \xi(t) \right] \left[\xi(t) + 2 \frac{h}{h_0} \right] = 0$$

Występująca we wzorach wielkość $\sigma_{br}(t)$ jest zależna od $\sigma_o(t)$, $\sigma_a(t)$ - zależności /4.2/ + /4.4/. W związku z tym w przypadku, gdy nie występują rysy wewnętrzne zmodyfikowany układ równań pozwala wyznaczyć $\xi(t)$.

W przypadku występowania rys wewnętrznych sposób postępowania musi być nieco inny. Związane jest to z faktem, że do podania rozkładu naprężeń potrzebne są wartości naprężeń w dwóch sąsiednich rysach.

Stosunkowo najprostszy algorytm postępowania ma następującą postać:

a/ wyznaczenie rozkładu naprężeń $\sigma_a(t=t_0)$, $\sigma_{br}(t, t_0)$

b/ wyznaczenie długości /zasięgu/ rysy wewnętrznej

c/ rozwiązanie układu równań analogicznych do 5.21 + 5.24 powiększonego o równanie /5.28/

$$\sigma_{br}(t) = E''(t, t_0) \cdot \left[\alpha(t) + \frac{h}{h_0} \beta(t) \right] \quad /5.28/$$

uwzględniające częściową "pracę" betonu w strefie rozciąganej poza rysą wewnętrzną /zał. nr 2/.

Wszystkie powyższe równania wyprowadzono zakładając brak

działania skurczu. W przypadku, gdy zjawisko to występuje modyfikacji ulegają zależności reologiczne /dla naprężeń σ_b i σ_{br}

W nawiasach równań /5.28/ i /5.24/ należy dodać człon

$$\Delta \varepsilon_{sk} = \varepsilon_{sk}(t_0) - \varepsilon_{sk}(t)$$

Wyznaczenie $\varepsilon_{sk}(t)$ jest przedstawione w dużej ilości prac i w zasadzie istniejące metody dają zadowalające wyniki.

W niniejszej pracy korzystano z propozycji przedstawionych w [79] i [6].

Dzięki przedstawionym w niniejszym podrozdziale wzorom możliwe jest wyznaczenie położenia osi obojętnej w dowolnej chwili t w przekroju zarysowanym /dalej oznaczane jako $\xi(t)$ /, niezarysowanym $\xi_2(t)$ i zawierającym rysę wewnętrzną $\xi_1(t)$

Dalsze postępowanie, mające na celu obliczenie szerokości rozwarcia rysy, uzależnione jest od stanu zarysowania elementu pod wpływem obciążenia krótkotrwałego.

5.2.1. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W BELCE ZGINANEJ POSIADAJĄCEJ RYSY WEWNĘTRZNE

Ze względu na wpływ obciążenia długotrwałego na belkę z rysami wewnętrznymi należy wyróżnić dwa przypadki:

- a/ rysy wewnętrzne obejmują cały obszar naruszenia przyczepności,
- b/ rysy wewnętrzne występują jedynie na części obszaru naruszenia przyczepności.

Sposób postępowania w przypadku pierwszym jest następujący. Na podstawie równań przedstawionych w punkcie 5.2 wyznacza się względną wysokość strefy ściskanej w chwili czasu " t "

w miejscu rysy pierwszego rzędu oraz w przekrojach zawierających rysy wewnętrzne. Następnie wyznacza się, korzystając z równań równowagi, naprężenia w stali w rysie pierwszego rzędu i rysach wewnętrznych /por. zał. nr 4/. Otrzymuje się w ten sposób warunki brzegowe dla równań przedstawionych w punkcie 4.2.1 oraz 4.2.2. Przykładowo równanie /4.20/ będzie obecnie miało postać:

$$\sigma_a(y_i, t) = C_{1i}(t) \sin \lambda y + C_{2i}(t) \cos \lambda y + \frac{1,5 \sigma_a(t) \mu n (3 - \xi(t))}{1 + 4 \mu n} \quad /5.29/$$

$$i = 0, 1, 2, \dots$$

stałe $C_{1i}(t)$ i $C_{2i}(t)$ wyznacza się na podstawie wielkości

$$\sigma_a(y_i, t), \sigma_a(y_{i+1}, t).$$

Analogicznym modyfikacjom ulegają wzory służące obliczaniu poślizgu stali względem betonu, naprężeń przyczepności i naprężeń rozciągających w betonie.

Postępując wg schematu przedstawionego w rozdziale 4.2.1 /lub 4.2.2/ można obliczyć szerokość rozwarcia rysy w chwili "t".

Powyższy tok postępowania jest słuszny, gdy nie mogą powstać nowe rysy wewnętrzne oraz żadna z nich nie osiągnie powierzchni betonu.

W przypadku, gdy obszar naruszenia przyczepności jest większy od obszaru, na którym powstały rysy wewnętrzne procedura postępowania jest bardziej złożona. Wiąże się to z możliwością powstania dodatkowych rys wewnętrznych. Sprawdzenie, czy powstanie rysa wewnętrzna przeprowadza się wg wzorów przedstawionych w punkcie 4.2. Przyjmuje się przy tym początek układu współrzędnych w miejscu ostatniej rysy wewnętrz-

nej, wywołanej obciążeniem krótkotrwałym. W przypadku równań 4.13 i 4.14 zamiast σ_0 należy podstawić $\sigma_0(t)$. Po wyznaczeniu położenia ekstremum ε_{br} wyznacza się naprężenie w rysie pierwszego rzędu, które powoduje powstanie rysy wewnętrznej. W przypadku stałego na długości belki momentu, naprężenie to można wyznaczyć ze wzoru: (por. wzór 4.16)

$$1,5\sigma_0(t)\mu(3-\xi(t)) - 4\mu\left[\left(\sigma_0(t)\cdot\gamma_i - k\right)e^{\frac{2\psi y_1}{r} + k} + \frac{\psi r}{2} \left[\left(k - \sigma_0(t)\cdot\gamma_i\right) \cdot e^{\frac{2\psi y_1}{r}} \right] \cdot \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{(y_1^2 + r^2)^{1/2}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2 + r^2)^{3/2}} \right\} \right] = R_{br} \quad /5.30/$$

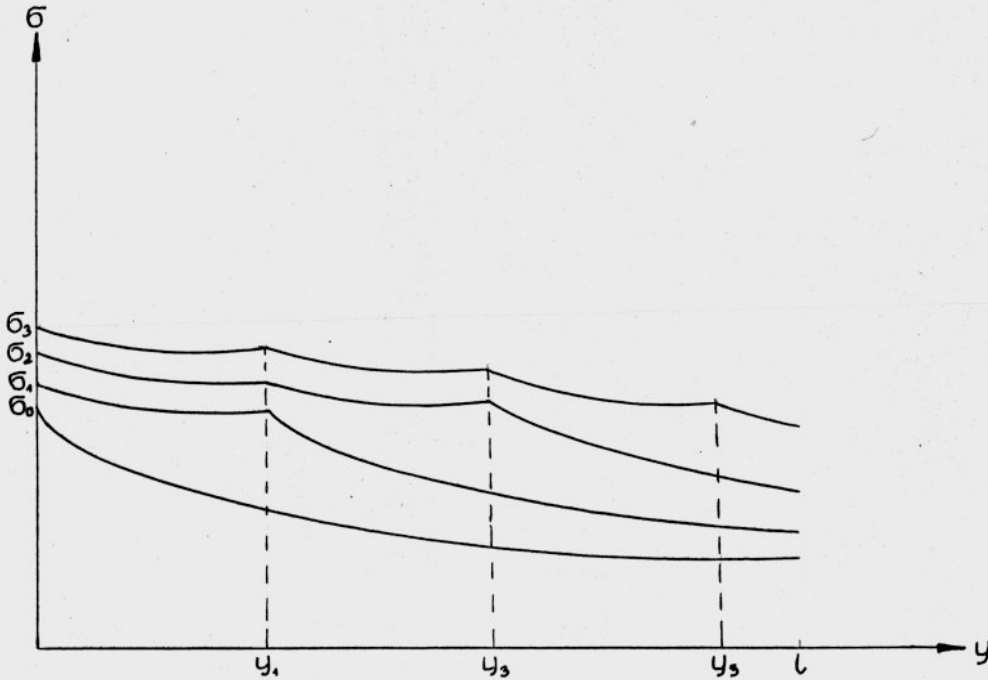
gdzie γ_i - stosunek naprężeń w "i" rysie wewnętrznej do naprężeń w rysie pierwszego rzędu.
($\gamma_i = \sigma_{\alpha} / \sigma_0$)

Jeżeli wielkość naprężeń wyliczona ze wzoru /5.30/ jest większa niż naprężenie w rysie w chwili czasu $t = T$ /czas obserwacji/, to nie powstaną dodatkowe rysy wewnętrzne. W przeciwnym przypadku należy wyznaczyć czas t_1 powstania rysy wewnętrznej.

Wielkość tę wyznacza się metodami iteracyjnymi z równania np. /5.25/ dla obliczonego $\xi(t_1)$. /Niewiadome zawarte^{sa} w zależnościach $\varphi(t_0, t_1)$ i $E''(t_0, t_1)$ /. W dalszej kolejności sprawdza się możliwość i czas powstania kolejnych rys wewnętrznych /por. rys. nr 23/.

Korzystając z równań przedstawionych w punkcie 5.2 i mając wyznaczony czas powstania rys wewnętrznych, można wyznaczyć naprężenia we wszystkich rysach i co za tym idzie podać warunki brzegowe równań z p-któw 4.2.1 lub 4.2.2.

Dalszy ciąg postępowania służącego obliczaniu szerokości rozwarcia rysy jest analogiczny do przedstawionego w przypadku obciążenia krótkotrwałego.



Rysunek nr 23. Zmiany rozkładu naprężeń, spowodowane powstawaniem kolejnych rys wewnętrznych

5.2.2. OBLICZANIE SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W BELCE ZGINANEJ BEZ RYS WEWNĘTRZNYCH

Jeżeli pod wpływem obciążenia krótkotrwałego w belce istnieją jedynie rysy pierwszego rzędu, to pod wpływem obciążenia długotrwałego mogą zaistnieć dwie sytuacje:

- a/ nie powstaną rysy wewnętrzne, ale może zwiększyć się obszar naruszenia przyczepności,
- b/ pojawiają się rysy wewnętrzne.

Sprawdzenie to przeprowadza się analogicznie do przedstawionego w poprzednim punkcie tzn.:

- a/ znajduje się miejsce powstania potencjalnej rysy wewnętrznej /np. wzór 4.12/

- b/ oblicza się wartość naprężenia w stali w przekroju przez rysę powodującą powstanie rysy wewnętrznej /wzór 5.30/
- c/ sprawdza się, czy aktualne naprężenie $\sigma_a(t=T)$ jest większe od obliczonego ze wzoru /5.30/.

Gdy powstaną rysy wewnętrzne, tok postępowania jest analogiczny do przedstawionego w p-kcie 5.2.1. Jeżeli nie pojawią się rysy wewnętrzne, naprężenia przyczepności opisane są wzorem /5.31/ (por. wzór 3.8)

$$\tau(y,t) = [k - \sigma_a(t)] \cdot \psi \cdot e^{\frac{2\psi y}{r}} \quad /5.31/$$

Pozostałe wielkości oblicza się zgodnie ze wzorami podanymi w punkcie 4.1. Analizując wzór /5.31/ i wzory podane w punkcie 4.1 można spostrzec następujące ważne zależności:

- a/ poślizg zbrojenia wzrasta proporcjonalnie do wzrostu $\sigma_a(t)$ /wzory 4.6 + 4.8/
- b/ przy niedużych obciążeniach wzrasta obszar naruszenia przyczepności, co powoduje dodatkowy wzrost poślizgu /wzór 4.9/,
- c/ maleje deplanacja przekroju /wzór 4.10/.

Te trzy elementy powodują znaczny wzrost szerokości rysy. Ze względu na fakt podany w punkcie b/ przyrost ten jest większy przy małych obciążeniach. Zmniejszenie deplanacji powoduje, że wzrost szerokości rozwarcia rysy w osi zbrojenia jest znacznie większy niż na powierzchni betonu. Ma to istotne znaczenie przy badaniu zależności pomiędzy szerokością rozwarcia rysy a korozją zbrojenia. Miarodajna ocena tego związku może być dokonana jedynie na podstawie ^{analizy} obciążenia długotrwałego.

Na uwagę zasługują jeszcze dwa zjawiska zachodzące pod wpływem stałego obciążenia długotrwałego, powodujące powstanie rys zewnętrznych.

I zjawisko polega na powstaniu rysy drugiego rzędu w wyniku rozwoju rysy wewnętrznej. Ma to miejsce, gdy długość rysy wewnętrznej jest większa od otuliny zbrojenia.

II zjawisko to powstanie rysy pierwszego rzędu w belce niezarysowanej, gdy w wyniku działania obciążenia długotrwałego przekroczone zostaną naprężenia rozciągające w betonie.

Powstanie rysy drugiego rzędu powoduje wzrost ilości rys. W związku z tym ulega zmniejszeniu maksymalna szerokość rozwarcia rysy. Zjawisko to występuje raczej marginalnie.

5.3. SPECYFICZNE PROBLEMY ZWIĄZANE Z DZIAŁANIEM ZMIENNYCH OBCIĄŻEŃ DŁUGOTRWAŁYCH

Przedstawione w rozdziale 5.2 problemy dotyczą efektów działania długotrwałego stałego obciążenia belki zginanej. Duże praktyczne znaczenie ma analiza kształtowania się szerokości rozwarcia rysy pod wpływem zmiennego obciążenia długotrwałego – w szczególności pod wpływem cyklicznego obciążania i odciażania. Za pomocą zaprezentowanego w rozdziale 5.1 modelu można opisać zmiany zachowania się rysy w przypadku skokowych zmian obciążenia zewnętrznego. W przypadku innej historii obciążenia zewnętrznego należy dokonać aproksymacji polegającej na podziale funkcji obciążenia na przedziały, w których wartość obciążenia można przyjąć jako stałą /np. średnią/.

5.3.1. OBLICZANIE ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ W BELCE PODDANEJ SKOKOWO ZMIENNYM OBCIĄŻENIOM DŁUGOTRWAŁYM

Najbardziej typowy przypadek takiego obciążenia przedstawia się w następujący sposób: w przedziale czasu $/t_0, t_1/$ belka jest obciążona momentem M_1 , natomiast w przedziale czasu $/t_1, t_2/$ momentem $M_2 \neq M_1$. Sposób postępowania oparty jest o zasadę superpozycji i sprowadza się do następujących działań /przykładowo dla przekroju z rys. 9, pierwszego rzędu/:

- a/ wyznaczenie parametrów reologicznych i obliczeniu
/na tej podstawie/ wielkości $E'' /t_0, t_1/$, $\varphi /t_0, t_1/$,
 $E_b /t_0/$, (wzory 5.11 do 5.20)
- b/ rozwiązanie /dla wyżej obliczonych wielkości/ równania
/5.25/, określającego $\xi(t)$
- c/ wyznaczenie z układu równań /5.21/ + /5.24/ $\sigma_b(t)$
oraz $\varepsilon_b(t)$
- d/ wyznaczenie wielkości $E''/t_1, t_2/$, $\varphi /t_1, t_2/$, $E_b/t_1/$
- d/ rozwiązanie układu równań

$$\alpha_2(t) = -\xi(t_2) \cdot \beta(t_2)$$

/5.32/

$$\sigma_b(t_2) \xi_1'(t_2) + 2E_a [\alpha_1(t_2) + \beta(t_2)] \cdot \mu + 2E_a \left[\alpha(t_2) + \frac{a'}{h_0} \beta(t_2) \right] \mu' = 0$$

$$- \sigma_b(t_2) \xi_1^2(t_2) - 6E_a [\alpha(t_2) + \beta(t_2)] \cdot \mu - 6E_a \left[\alpha(t_2) + \frac{a'}{h_0} \beta(t_2) \right] \mu' \frac{a'}{h_0} + M(t_2) = 0$$

$$\frac{\sigma_b(t_2)}{E_b(t_2)} = \varepsilon_b(t_1) + \frac{\sigma_b(t_2) - \sigma_b(t_1)}{E''(t_1, t_2)} + \frac{\sigma_b(t_1)}{E(t_1)} \varphi(t_2, t_1)$$

Ze względu na $\xi_1 /t_2/$ układ ten sprowadza się do równania trzeciego stopnia o strukturze zbliżonej do podanej we wzorze /5.25/

- f/ wyznaczenie naprężeń w stali /z odpowiednich równań
równowagi/

g/ wyznaczenie warunków brzegowych dla odpowiednich równań różniczkowych /rozdziały 4.3 i 4.4/ i podanie na tej podstawie rozkładu naprężeń $\sigma_a(t,y), \sigma_w(t,y), \tau(t,y)$.

5.3.2. SPECYFICZNE PROBLEMY OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PRZY SKOKOWO ZMIENNYM OBCIĄŻENIU DŁUGOTRWAŁYM

W przypadku, gdy $M/t_1 / < M/t_2 /$ - ^{ten następuje} wzrost obciążenia w czasie, należy przeprowadzić analizę zmian zarysowania. Ze względu na wzrost obciążenia sprawdza się możliwość pojawienia rys wewnętrznych, ich rozwój itd. Procedura jest identyczna jak dla stałego długotrwałego obciążenia. Szerokość rozwarcia rysy zależy wyłącznie od rozkładu naprężeń w chwili t_2 . $[\sigma_a(t) ; \sigma_w(t)]$

Bardziej złożona sytuacja ma miejsce, gdy $M/t_1 / > M/t_2 /$ - tj. ma miejsce odciążenie. Zgodnie z wynikiem rozważań przedstawionych w rozdziale 4.3 można wyróżnić dwa schematy naprężeń w betonie zależne od poziomu obciążenia. W celu ustalenia, który z nich przyjąć do obliczeń należy sprawdzić następujący warunek: (por. wzór 4.52)

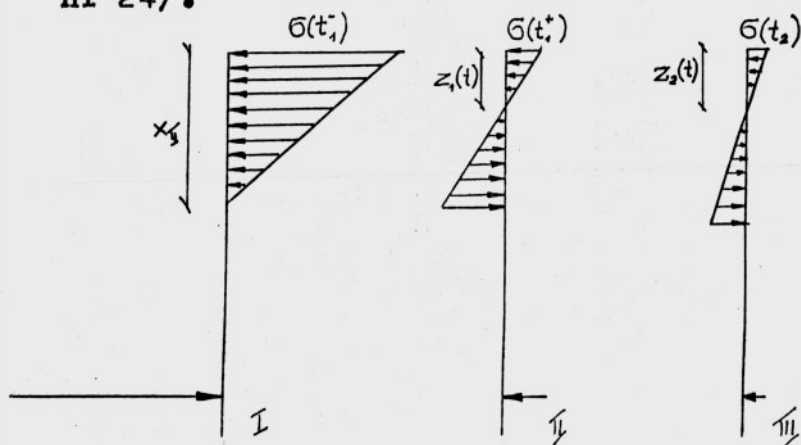
$$M(t_2) \leq \frac{\sigma_a(t_1) \xi^3(t_1) b h_0^2}{6n[2 - \xi(t_1)]} = M_0 \quad /5.33/$$

Jeżeli nie jest on spełniony, to naprężenia w stali natychmiast po odciążeniu wyznacza się ze wzoru /4.53/ podstawiając $M = M/t_2 /$ i $\xi_{II} = \xi / t_1 /$ i korzystając z warunków równowagi oraz prawa płaskich przekrojów wyznacza się

$$\sigma_b(t_1^+), \varepsilon_b(t_1^+).$$

Pozwala to obliczyć położenie osi obojętnej w chwili t_2 na podstawie równania /5.32/.

Jeżeli warunek podany wzorem /5.33/ jest spełniony, to zmiany rozkładu naprężeń są bardziej złożone /por. rys. nr 24/.



Rys. nr 24. Zmiany rozkładu naprężeń w przekroju po odciażeniu do poziomu $M / t_2 /$ M_0
/II - rozkład naprężeń zaraz po odciażeniu $t = t_1$, III - rozkład naprężeń w chwili t_2 t_1

Odpowiedni układ równań ma postać:

$$\sigma_1(t_2) = E''(t_2)\varepsilon_b(t_1) + [\sigma_1(t_2) - \sigma_1(t_1)] \frac{E''(t_2)}{E''(t_2, t_1)} + \frac{\sigma_1(t_1) \varphi(t_2, t_1) E''(t_1)}{E(t_1)} \quad \text{/ścisłanie/} \quad /5.34/$$

$$\sigma_2(t_2) = E''(t_2)\varepsilon_b(t_2) + [\sigma_2(t_2) - \sigma_2(t_1)] \frac{E''(t_2, t_1)}{E''(t_2, t_1)} + \frac{\sigma_2(t_1) \varphi(t_2, t_1) E''(t_2, t_1)}{E''(t_2, t_1)} \quad \text{/rozciąganie/} \quad /5.35/$$

$$\sigma_2(t_2) = \frac{\sigma_1(t_1)[x(t_2) - z(t_2)]}{z(t_2)} \quad /5.36/$$

$$\varepsilon_2(t_2) = \frac{\varepsilon_1(t_1)[x(t_2) - z(t_2)]}{z(t_2)} \quad \begin{array}{l} \text{/z założenia, że osie obo-} \\ \text{jętne naprężeń i odkształ-} \\ \text{ceń się pokrywają/} \end{array} \quad /5.37/$$

$$\sigma_a(t_2) = \frac{\sigma_1(t_1)[x(t_2) - 2x(t_2)z(t_2)]}{2\mu h_0 z(t_2)} \quad \text{suma sił} \quad /5.38/$$

$$\frac{\sigma_a(t_2)}{E_a} = \frac{\sigma_a(t_1)}{E_a} - \frac{\sigma_1(t_1)[h_0 - z(t_2)]}{E_b(t_2)z(t_2)} \quad \text{płaskie przekroje} \quad /5.39/$$

Układ ten rozwiązać można w następujący sposób:

Z układu równań /5.34/ + /5.37/ wylicza się $z / t_2 /$

w funkcji $\sigma_1 / t_2 /$. Następnie wstawia się tę wartość do

równania /5.38/ i wylicza się z niego $\sigma_1/t_2/$ w funkcji $\sigma_a/t_2/$. Wstawienie $\sigma_1/t_2/$ do równania /5.39/ pozwala wyliczyć $\sigma_a/t_2/$. Dalszy sposób postępowania jest analogiczny do przedstawionego w rozdziale 4.3.

W podobny sposób można obliczać szerokość rozwarcia rysy, gdy belka po uprzednim zmiennym obciążeniu krótkotrwałym poddana została działaniu obciążenia długotrwałego. W mocy pozostają również przedstawione metody obliczania residualnej szerokości rozwarcia rysy.

Należy jednak podkreślić, że procedura postępowania jest bardziej złożona ze względu na konieczność wyznaczenia rozkładu naprężeń na początku i końcu przedziału czasu działania każdego obciążenia długotrwałego. W związku z tym ogólne wzory /np. przy zmianach cyklicznych/ przybierają bardzo skomplikowaną postać.

6. PROBABILISTYCZNA INTERPRETACJA ZARYSOWANIA POD WPLYWEM OBCIĄŻEŃ KRÓTKOTRWAŁYCH

6.1. Założenia wstępne

W poprzednich rozdziałach podano metody obliczania oraz przykładowe wzory służące obliczaniu szerokości rozwarcia rysy w przypadku różnych historii obciążenia. Korzystając z nich można wyznaczyć średnią szerokość rozwarcia rysy. W wielu przypadkach taka informacja może okazać się niewystarczająca. W związku z tym przedstawiono analizę probabilistyczną zarysowania. Kierowano się przy tym następującymi przesłankami:

- a/ Dzięki analizie probabilistycznej możliwe staje się wyznaczenie oprócz wartości średniej również wielkości ekstremalnych /minimalnych i maksymalnych/. Ma to duże znaczenie przy obliczaniu obciążenia rysującego i szerokości rozwarcia rysy. Potrzeba precyzyjnego wyznaczania tych wielkości będzie wzrastać, gdy upowszechni się stosowanie stali o wysokich wytrzymałościach.
- b/ Zastosowanie metod probabilistycznych umożliwia bardziej obiektywną ocenę niezawodności konstrukcji. Sprzyja to właściwemu zapewnieniu bezpieczeństwa i ekonomizacji konstrukcji. Szczególnie korzystne rezultaty można osiągnąć wykorzystując analizę probabilistyczną łącznie w odniesieniu do stanów nośności, zarysowania i ugięcia. Ustalenie niezawodności za pomocą kryteriów ekonomicznych /koszt budowy, koszty wzmocnienia, koszty awarii itp./ pozwoli optymalnie wykorzystać konstrukcję i uniknąć jej "prze-

wymiarowania" ze względu, na któryś z czynników /nośność, rysy, ugięcia/. Aby to było możliwe wymienione trzy stany muszą posiadać interpretację probabilistyczną.

- c/ Opis probabilistyczny zarysowania jest najbardziej adekwatny do istoty zjawiska. Ze względu na losowe cechy materiału oraz "przypadkowy" charakter wielu zjawisk niemożliwe jest podanie modelu deterministycznego, który opisywałby precyzyjnie proces zarysowania, uwzględniając przy tym szeroki wachlarz parametrów /skład betonu, rodzaj i wielkość zbrojenia, wymiary, warunki atmosferyczne itp./. W przypadku materiału niejednorodnego, kompozytu jakim jest żelbet ten hipotetyczny model deterministyczny byłby całkowicie niepraktyczny, ze względu na skomplikowaną postać.

W związku z tym istniejące wzory deterministyczne bazują na analizie danych empirycznych, najczęściej uwzględniających kilka parametrów powiązanych ze sobą współczynnikami otrzymanymi metodami regresji lub analizy wymiarowej. Dają one dość dokładne wyniki jedynie w określonych przedziałach zmienności parametrów /np. średnie obciążenie, procent zbrojenia, stały moment itp./. Niemożliwe jest przejście do innych wartości tych parametrów.

Półempiryczna struktura wzorów powoduje również ich "zamkniętość", tzn. najczęściej wyniki nowych badań empirycznych nie mogą poprawić precyzyjności wzoru lub metody, lecz jedynie potwierdzić lub obalić istniejące wzory. Wady tej nie posiadają modele probabilistyczne.

- d/ Analiza probabilistyczna zarysowania pozwala również na krytyczną analizę jakościową innych zjawisk występujących

w żelbecie /skuroz, pełzanie, odkształcenie residualne, uplastycznienie, kruche pękanie itp./. Dzięki analizie probabilistycznej można w miarę obiektywnie ustalić, czy dane zjawisko występuje, w jakim nasileniu, jakim regułom podlega itp. Osiągnąć to można analizując niepewność spowodowaną losowymi cechami betonu.

Szczególnie ważne jest to przy analizie danych empirycznych /możliwość wykorzystania metod testowania hipotez/.

6.1.10PIS METODY SŁUŻĄCEJ ANALIZIE PROBABILISTYCZNEJ

Pełne wykorzystanie zalet modelu probabilistycznego przedstawionych w punkcie 6.1 narzuca następujące warunki, które muszą być spełnione przez wybraną metodę matematyczną:

- a/ możliwość wyznaczenia dwóch pierwszych momentów rozkładu szerokości rozwarcia rysy /co najmniej/,
- b/ określenie dla zadanej niezawodności i parametrów charakteryzujących konstrukcję, obciążenia odpowiadającego tej niezawodności /dzięki temu możliwe staje się łączne analizowanie nośności i zarysowania/,
- c/ możliwość analizy dowolnej funkcji wielu zmiennych losowych.

Powyższe warunki spełnione są przez metodę probabilistyczną pierwszego rzędu przedstawioną przez Cornell'a [71] .

Polega ona na linearyzacji układów, których odchylenie jest analizowane i obliczaniu momentów rozkładu do drugiego stopnia. Algorytm postępowania jest niezależny od rozkładu zmiennych losowych. W przypadku, gdy zmienne wynikowe mają rozkład normalny /co ma miejsce w przypadku szerokości

rozwarcia rysy/ metoda ta pokrywa się z pełną analizą probabilistyczną. Ze względu na strukturę wzorów wyprowadzonych w poprzednich rozdziałach najczęściej wykorzystywane będą następujące zależności metody Cornell'a:

a/ funkcja skalarna wielu zmiennych losowych

$$Y = g / X_1, X_2, \dots, X_n /$$

parametry funkcji są następujące

$$m_y = g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n})$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n g_{ij} \sigma_i \sigma_j \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)$$

gdzie σ_i - wariancja, m_i - wartość oczekiwana

g_{ij} - współczynnik korelacji x_i, x_j

Bardzo wygodnie jest posługiwać się w tym przypadku zapisem macierzowym. Wtedy

$$Y = a_0 + A^T X$$

$$m_y = a_0 + A^T M$$

$$\sigma_y^2 = A^T \Sigma_x A$$

/6.2/

gdzie

$$M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$$

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

$$A = \left\{ \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_M, \frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_M, \dots, \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_M \right\}$$

$$a_0 = g(M) - A^T M$$

$$\Sigma_x = \begin{Bmatrix} \sigma_1^2, & \sigma_{12}, & \dots, & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21}, & \sigma_2^2, & \dots, & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1}, & \sigma_{n2}, & \dots, & \sigma_n^2 \end{Bmatrix}$$

b/ dwie zmienne losowe o łącznym rozkładzie

- dla zadanych parametrów $m_x, \sigma_x, a, b, \sigma_{y/x}$

$$m_y = a + b m_x, \quad \sigma_y^2 = \sigma_{y/x}^2 + b^2 \sigma_x^2, \quad \rho = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad /6.3/$$

- dla zadanych parametrów $m_x, \sigma_x, m_y, \sigma_y, \rho$

$$a = m_y - \rho m_x \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad b = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad \sigma_{y/x}^2 = (1 - \rho^2) \sigma_y^2 \quad /6.4/$$

Wybrana metoda bardzo dobrze spełnia przedstawione warunki ze względu na dwa godne uwagi fakty:

- a/ szerokość rozwarcia rysy ma rozkład normalny - dzięki temu otrzymuje się pełną informację o rozkładzie,
- b/ współczynniki zmienności podstawowych zmiennych losowych są małe - dzięki temu otrzymuje się stosunkowo dokładne wyniki, nawet dla zależności nieliniowych.

Oprócz wyboru metody analizy probabilistycznej bardzo ważne znaczenie ma dobór podstawowych zmiennych losowych.

Sposób wyodrębnienia tych zmiennych zależy od następujących warunków:

- a/ poziomu analizy zjawiska
- b/ żądanego poziomu dokładności
- c/ wyboru wielkości całkowicie określonych.

W przypadku żelbetu można w najogólniejszym przypadku wyodrębnić dwa poziomy analizy zjawisk: mikroanaliza /bazująca na analizie fizyko-chemicznej związków wchodzących w skład betonu/ oraz analiza fenomenologiczna operująca

wielkościami globalnymi /np. wytrzymałość betonu, współczynnik pełzania/. Na obecnym poziomie wiedzy mikroanaliza pozwala na interpretację probabilistyczną jedynie poszczególnych zjawisk. Przykładowo w pracy [8] przedstawiono stochastyczną interpretację pełzania przyjmując za zmienne losowe.

Ponieważ proces zarysowania jest bardzo złożony zmienne losowe muszą mieć charakter globalny. Z tego względu pod uwagę należy brać takie wielkości jak: wymiary geometryczne, własności mechaniczne stali i betonu, parametry opisujące przyczepność. Dodatkową wskazówką przy wyborze zmiennych losowych może być postulat ich niezależności /ułatwia to obliczenia/.

Przyjmując, że wielkości globalne są niezdeterminowane, należy jako podstawowe zmienne losowe przyjąć następujące wielkości /przykładowo dla przekroju zginanego pojedynco zbrojonego/: $b, h, a, r, s, R_{br}, E_a, E_b, \psi, k, G$. Tak duża ilość zmiennych losowych prowadzi do znacznego rozbudowania wzorów i utrudnia dalszą analizę problemu. W wielu sytuacjach celowe jest ograniczenie zmiennych losowych do R_b /i skorelowanych z nią R_{br}, E_b /, E_a i odpowiednich parametrów przyczepności. Jest to uzasadnione dwoma faktami:

a/ ze względu na wielkość tolerancji wymiarowych współczynniki zmienności wymiarów geometrycznych są bliskie zeru i wpływ wymiarów na współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy jest b. mały,

b/ probabilistyczne analizy nośności /najbardziej rozpowszechnione/ pomijają losowość wymiarów konstrukcji żelbetowych (oprócz [72]).

W dalszej analizie ograniczono się do tego przypadku /przykładowe obliczenia dla pełnego zestawu zmiennych losowych podano w załączniku/.

Bardzo praktyczne jest przyjęcie następującej metodologii postępowania, polegającej na wyodrębnieniu trzech źródeł "błędu":

- "błąd" metody obliczeniowej spowodowany przybliżeniami wzorów,
- "błąd" spowodowany losowymi własnościami mechanicznymi betonu i stali,
- "błąd" spowodowany losowym charakterem parametrów przyczepności.

Pozwala to na dostosowanie przedstawionej metody do wymagań dokładności konkretnych obliczeń. Osiąga się to dzięki możliwości dowolnego kształtowania wielkości "błędu" metody. Dodatkowo można podać następujące uzasadnienie przedstawionego powyżej podziału:

- "błąd" metody obliczeniowej liczony jest względem wzorów wyprowadzonych z założeń przedstawionych w rozdziale pierwszym,
- "błąd" metody ma określony znak i może być redukowany do dowolnie małej wielkości /np. w przypadku wykorzystania maszyn cyfrowych lub tablic z poprawkami - por. załącznik/,
- wzór przybliżony pozwala /ze względu na wielkość przybliżenia/ obliczyć współczynniki zmienności wynikające z losowości przyjętych zmiennych losowych,
- losowy charakter własności mechanicznych stali i betonu jest stosunkowo dobrze rozpoznany i najczęściej opisuje

się go /w przypadku wytrzymałości/ rozkładem normalnym lub lognormalnym,

- własności losowe parametrów występujących w związkach opisujących prawo przyczepności są b. mało zbadane, drugie momenty tych wielkości mogą /jak dotychczas/ być jedynie szacowane na podstawie zaleceń, warunków wykonania, dokładności pomiarów itp.

W dalszej części tego rozdziału przedstawiona została przykładowo analiza probabilistyczna szerokości rozwarcia rysy pod wpływem obciążenia krótkotrwałego. Pełny przykład liczbowy znajduje się w załączniku Nr 1.

6.2. PROBABILISTYCZNA INTERPRETACJA SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY W ELEMENCIE OSIOWO ROZCIAGANYM

6.2.1. SZEROKOŚĆ ROZWARCIA RYSY DO CZASU POWSTANIA RYS WEWNĘTRZNYCH

W tym przypadku szerokość rozwarcia rysy jest równa różnicy poślizgu stali i deplanacji.

Wartość średnia /dokładna/ obustronnego poślizgu wynosi:

$$2\Delta = \frac{2(1+\mu n)}{E_a} \left\{ kl + \left(\frac{N}{\mu b h} - k \right) \left(e^{\frac{2\gamma l}{r}} - 1 \right) \frac{r}{2\psi} \right\} - \frac{2nNl}{bh E_a} \quad /6.5/$$

gdzie
$$l = \frac{r}{\psi} \ln \left[\frac{\mu}{\mu n + 1} \left(\frac{n R_{br} - k \mu n - k}{R_{br} - k \mu} \right) \right]$$

-/pozostałe oznaczenia jak w rozdziale 3/

Można również podać wzory przybliżone np.:

$$2\Delta = \frac{2Nl}{\mu b h E_a}, \quad l = \frac{R_{br} \cdot r}{(1+\mu n)(k\mu - R_{br})\psi} \quad /6.6/$$

/dokonano rozwinięcia funkcji $e^{\frac{2\psi l}{r}}$ oraz logarytmicznej w szereg i ograniczono się do pierwszych wyrazów/.

Na tej podstawie, dla wzoru przybliżonego, otrzymuje się wartość oczekiwaną poślizgu równą

$$2\bar{\Delta}(y) = \frac{2N \bar{R}_{br} \cdot r}{bh \bar{E}_a (1 + \mu \bar{n}) \mu (\bar{k}\mu - \bar{R}_{br}) \bar{\psi}} \quad /6.7/$$

oraz współczynnik zmienności ze względu E_a , R_{br} , E_b

$$\mathcal{D}_{\Delta 1}^2 = \left(\frac{1 + 2\mu \bar{n}}{1 + \mu \bar{n}} \right)^2 \mathcal{D}_{E_a}^2 + \left(\frac{\mu \bar{n}}{1 + \mu \bar{n}} \right)^2 \mathcal{D}_{E_b}^2 + \left(\frac{\bar{k}\mu}{\bar{k}\mu - \bar{R}_{br}} \right)^2 \mathcal{D}_{R_{br}}^2 + 2 \mathcal{S}_{R_{br}, E_b} \frac{\mu^2 \bar{k} \bar{n}}{(\bar{k}\mu - \bar{R}_{br})(1 + \mu \bar{n})} \quad /6.8/$$

Współczynnik korelacji $\mathcal{S}_{R_{br}, E_b}$ zależy od przyjętej postaci zależności funkcyjnej pomiędzy tymi wielkościami. Współczynniki zmienności podstawowych zmiennych losowych wyznacza się na podstawie zaleceń normowych lub wyników badań empirycznych. Dla przeciętnych warunków największy wpływ na wartość współczynnika zmienności ma zmienność wytrzymałości betonu na rozciąganie i modułu sprężystości stali. Dwa pozostałe składniki we wzorze /6.8/ tzn. $\mathcal{D}_{E_b}$, $\mathcal{S}_{R_{br}, E_b}$ można praktycznie pominąć.

Postępując analogicznie z parametrami opisującymi przyczepność otrzymuje się następujący wzór na współczynnik zmienności

$$\mathcal{D}_{\Delta 2}^2 = \left(\frac{\mu \bar{k}}{\mu \bar{k} - \bar{R}_{br}} \right)^2 \mathcal{D}_k^2 + \mathcal{D}_\psi^2 \quad /6.9/$$

Ostatecznie, ponieważ obecny stan badań nie umożliwia ustalenia korelacji pomiędzy cechami mechanicznymi a parametrami przyczepności, można przyjąć, że współczynnik zmienności poślizgu jest dany wzorem

$$\mathcal{D}_\Delta^2 = \mathcal{D}_{\Delta 1}^2 + \mathcal{D}_{\Delta 2}^2 \quad /6.10/$$

Drugim składnikiem wpływającym na szerokość rozwarcia rysy jest deplanacja. Ponieważ wzory opisujące deplanację /3.19/ i /3.20/ mają postać uniemożliwiającą bezpośrednią analizę probabilistyczną przyjęto postać przybliżoną. Zamkniętą postać wzoru /3.19/ można uzyskać m. in. dzięki zastosowaniu wzoru Mohra, rozwinięciu funkcji podcałkowej w szereg lub łącznemu zastosowaniu obu metod. Przykładowo, korzystając z wzoru Mohra, otrzymano wzór na średnią wielkość deplanacji w osi zbrojenia w postaci: (wg wzoru $\int f(x)g(x)dx = g(x_0)\int f(x)dx$)

$$2u_b = \frac{\gamma^2 \bar{\psi} (\bar{\kappa} - \sigma_0)}{2E_b \bar{\psi}} \left(e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma}} - 1 \right) \left[\frac{2(1-\mathcal{D}_b)}{(\gamma^2 + x_0^2)^{1/2}} + \frac{x_0^2}{(\gamma^2 + x_0^2)^{3/2}} \right] \quad /6.11/$$

gdzie

$$x_0 = \frac{\bar{l} \cdot e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma}} - \frac{\gamma}{2\bar{\psi}} \left(e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma}} - 1 \right)}{e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma}} - 1}$$

We wzorach tych, ze względu na własności mechaniczne betonu i stali, losową wartością jest $\bar{l}$. Współczynnik zmienności

$\mathcal{D}_{u_b} = \mathcal{D}_l$. Ze względu na postać wzoru /6.11/ wygodnie jest przyjąć $x = x / \bar{l}$. Na tej podstawie otrzymuje się:

$$\mathcal{D}_{u_b}^2 = \left\{ \frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma \left(e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma}} - 1 \right)} + \bar{l} \frac{d\bar{x}_0}{d\bar{l}} \left[\frac{2\mathcal{D}_b \bar{x}_0 - \frac{3\bar{x}_0^3}{\gamma^2 + \bar{x}_0^2}}{2(1-\mathcal{D}_b)(\gamma^2 + \bar{x}_0^2) + \bar{x}_0^2} \right] \right\}^2 \mathcal{D}_{\Delta 1}^2 \quad /6.12/$$

Prostsza postać można otrzymać rozwijając funkcję $e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{\gamma}}$ w szereg i ograniczając się do trzech pierwszych wyrazów. Wtedy współczynnik zmienności ma postać:

$$\mathcal{D}_{u_b}^2 = \left\{ 1 + \frac{\bar{\psi}^2 \beta^2}{1 + \bar{\psi} \beta} + \frac{2\beta^2(1+2\bar{\psi}\beta)(1+2\bar{\psi}\beta + \bar{\psi}^2 \beta^2)}{(1 + \bar{\psi} \beta) [4(1 + \bar{\psi} \beta)^2 + \beta^2(1+2\bar{\psi}\beta)]} \right\} \left[1 + \frac{2}{\frac{3\beta^2(1+2\bar{\psi}\beta)^2}{4(1 + \bar{\psi} \beta)^2} - 2\mathcal{D}_b \left[\frac{\beta^2(1+2\bar{\psi}\beta)^2}{4(1 + \bar{\psi} \beta)^2} + 1 \right] + 2} \right]^2 \mathcal{D}_{\Delta 1}^2 \quad /6.13/$$

gdzie $\beta = \frac{\bar{l}}{r} = \frac{\bar{R}_{br}}{(1+\mu\bar{n})(\bar{k}\mu - \bar{R}_{br})\bar{\psi}}$

Podobnie analizując współczynnik zmienności ze względu na losowy charakter parametrów przyczepności otrzymuje się

$$\mathcal{D}_{ub2}^2 = \left\{ \frac{2\bar{l} e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{r}}}{r(e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{r}} - 1)} - \alpha \left[\frac{2\bar{\psi}\bar{l} e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{r}}}{r(e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{r}} - 1)} + \bar{l} \frac{dX_0}{d\bar{l}} \left[\frac{2\mathcal{D}_b X_0 - \frac{3X_0^3}{r^2 + X_0^2}}{2(1-\mathcal{D}_b)(r^2 + X_0^2) + X_0^2} \right] \right] \right\}^2 \cdot \mathcal{D}_{\psi}^2 +$$

/6.14/

$$+ \left\{ \frac{\bar{k}}{\bar{k} - \sigma_0} - \gamma \left[\frac{2\bar{\psi}\bar{l} e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{r}}}{r(e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{l}}{r}} - 1)} + \bar{l} \frac{dX_0}{d\bar{l}} \left[\frac{2\mathcal{D}_b X_0 - \frac{3X_0^3}{r^2 + X_0^2}}{2(1-\mathcal{D}_b)(r^2 + X_0^2) + X_0^2} \right] \right] \right\}^2 \cdot \mathcal{D}_k^2$$

gdzie $\gamma = \frac{\mu r \bar{R}_{br} \bar{k}}{\bar{l}(1+\mu\bar{n})\bar{\psi}(\bar{k}\mu - \bar{R}_{br})^2}$

$$\alpha = \frac{r \cdot \bar{R}_{br}}{(1+\mu\bar{n})\bar{l}(\bar{k}\mu - \bar{R}_{br})}$$

Ostatecznie współczynnik zmienności deplanacji dany jest wzorem:

$$\mathcal{D}_{ub}^2 = \mathcal{D}_{ub1}^2 + \mathcal{D}_{ub2}^2$$

/6.15/

Ponieważ szerokość rozwarcia rysy jest różnicą poślizgu i deplanacji, to współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy można obliczyć ze wzoru:

$$\mathcal{D}_a^2 = \left[\bar{\Delta}^2 \mathcal{D}_\Delta^2 + \bar{u}_b^2 \mathcal{D}_{ub}^2 - 2\varrho_{u_b\Delta} \bar{\Delta} \cdot \bar{u}_b \right] / (\bar{\Delta} - \bar{u}_b)^2$$

/6.16/

gdzie $\rho_{u_b, \Delta}$ - współczynnik korelacji u_b i Δ

W przypadku, gdy chodzi jedynie o szacowanie wielkości można przyjmować $\sigma_a \approx \sigma_{\Delta}$

6.2.2. SZEROKOŚĆ ROZWARCIA RYSY PO POWSTANIU RYS WENĘTRZNYCH

Dokładna postać warunku powstania rysy wewnętrznej dana jest wzorem /3.21/. Ponieważ miejsce powstania rysy $y_1 > 4r$ /wynika to z rozwiązań numerycznych/ można posłużyć się wzorem przybliżonym:

$$y_1 = \frac{r}{4\mu} \left\{ -\psi(3-2\alpha_b) + \left[\psi^2(3-2\alpha_b)^2 + 4\mu(3-2\alpha_b) \right]^{1/2} \right\} \quad /6.17/$$

W rysie wewnętrznej naprężenie w stali dane jest wzorem:

$$\sigma_a = \frac{N}{\mu b h} - \frac{R_{br}}{\mu} \left(1 - 4 \frac{a}{h} \right) \quad /6.18/$$

Kolejne rysy wewnętrzne powstają w odległości y_1 od poprzedniej. Warunkiem powstania kolejnej rysy jest osiągnięcie przez naprężenia w stali w poprzedniej rysie wielkości:

$$\sigma_0 = \frac{(1+\mu n) R_{br}}{\mu} \quad , \text{co odpowiada sile rozciągającej}$$

$N_1 = R_{br} b h / 2 + n \mu - 4 \frac{a}{h} /$. W obliczeniach praktycznych /ze względu na małą wartość siły N_1 / można przyjąć, że istnieją wszystkie rysy wewnętrzne, a naprężenia w stali dane są wzorem /6.18/. Przybliżone rozwiązanie równania /3.25/ dane jest wzorem /3.26/. Na jego podstawie przedstawiono przykładową analizę probabilistyczną.

Współczynnik zmienności oblicza się przy założeniu, że

podstawowymi zmiennymi losowymi są E_a , ψ , G . Są one między sobą niezależne. Pomija się /jako mały/ wpływ losowości długości "ostatniego" odcinka - tzn. odległość między ostatnią rysą wewnętrzną a końcem obszaru naruszenia przyczepności. Przy powyższych założeniach współczynnik zmienności poślizgu dany jest wzorem:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_A^2 = & \frac{1}{\sin^2 \bar{\lambda} \bar{y}_1} \mathcal{D}_{E_a}^2 + \frac{(1 - \sin \bar{\lambda} \bar{y}_1)^2}{\sin^2 \bar{\lambda} \bar{y}_1} \mathcal{D}_G^2 + \\ & + \left(\frac{\bar{\psi} r \bar{t}}{4 \sin \bar{\lambda} \bar{y}_1} \right)^2 \left[\frac{\bar{\psi} (3 - 2\mathcal{D}_b)^2}{[\bar{\psi}^2 (3 - 2\mathcal{D}_b)^2 + 4\mu (3 - 2\mathcal{D}_b)]^{1/2}} - 3 + 2\mathcal{D}_b \right]^2 \mathcal{D}_\psi^2 \end{aligned} \quad /6.19/$$

oznaczenia jak w rozdziale 3, kreska nad literą oznacza wartość oczekiwaną.

Praktyczne znaczenie mają dwa pierwsze składniki tej sumy. Szerokość rozwarcia rys wewnętrznych oblicza się wg poniższego wzoru:

$$\sum a_i = \frac{m}{E_b} \left\{ \frac{N y_1}{b h (1 + \mu n)} \left[1 - \frac{2(1 - \cos \lambda y_1)}{y_1 \lambda \sin \lambda y_1} \right] \right\} \quad /6.20/$$

Deplanację oblicza się ze wzoru:

$$u_b = \frac{N \lambda r^2}{4 E_b \mu b h (1 + \mu n)} \int_0^{y_1} \left[\left(\frac{1 - \cos \lambda y_1}{\sin \lambda y_1} \right)^2 \cos \lambda y - \sin \lambda y \right] \left[\frac{2(1 - \mathcal{D}_b)}{(y^2 + r^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2 + r^2)^{1.5}} \right] dy \quad /6.21/$$

Korzystając z twierdzenia o pochodnej z całki względem parametru, otrzymuje się następujący wzór opisujący współczynnik zmienności deplanacji

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_{u_b}^2 = & \left\{ \frac{N\bar{\lambda} r^3 \bar{\psi} (\cos \bar{\lambda} \bar{y}_1 - 1)}{16 \bar{E}_b \mu b h \bar{u}_b (1 + \mu \bar{n}) \sin \bar{\lambda} \bar{y}_1} \left[\frac{2(1 - \mathcal{D}_b)}{(\bar{y}_1^2 + r^2)^{1/2}} + \frac{\bar{y}_1^2}{(\bar{y}_1^2 + r^2)^{3/2}} \right] \left[-3 + 2\mathcal{D}_b + \frac{\bar{\psi} (3 - 2\mathcal{D}_b)^2}{[\bar{\psi}^2 (3 - 2\mathcal{D}_b)^2 + 4\mu (3 - 2\mathcal{D}_b)]^{1/2}} \right] \right\}^2 \\
 & + \left\{ \frac{N r^2 \bar{\lambda}}{8 \bar{E}_b \mu b h (1 + \mu \bar{n}) \bar{u}_b} \left[\frac{1 - \cos \bar{\lambda} \bar{y}_1}{\sin \bar{\lambda} \bar{y}_1} \left[f(\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1 + \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \frac{d}{d\bar{\lambda}} f(\bar{\lambda}, z) dz \right] - g(\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \bar{y}_1) + \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \frac{d}{d\bar{\lambda}} g(\bar{\lambda}, z) dz \right] \right\}^2 \cdot \mathcal{D}_G^2 + \\
 & + \left\{ \frac{\mu \bar{n}}{(1 + \mu \bar{n})} + \frac{N \bar{G} r (1 + \mu \bar{n})^{-1}}{4 \bar{E}_b \bar{E}_a \bar{u}_b \bar{\lambda} \mu b h} \left[\frac{1 - \cos \bar{\lambda} \bar{y}_1}{\sin \bar{\lambda} \bar{y}_1} \left[f(\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1 + \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \frac{d}{d\bar{\lambda}} f(\bar{\lambda}, z) dz \right] + \mathcal{I}_1 \frac{(1 - \cos \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1}{\sin^2 \bar{\lambda} \bar{y}_1} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - g(\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1 - \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \frac{d}{d\bar{\lambda}} g(\bar{\lambda}, z) dz \right] \right\}^2 \cdot \mathcal{D}_{E_a}^2 + \\
 & \left\{ \frac{1}{1 + \mu \bar{n}} + \frac{N \bar{G} r (1 + \mu \bar{n})^{-1}}{\bar{E}_a \bar{E}_b \bar{u}_b \bar{\lambda} \mu b h} \left[\frac{1 - \cos \bar{\lambda} \bar{y}_1}{\sin \bar{\lambda} \bar{y}_1} \left[f(\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1 + \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \frac{d}{d\bar{\lambda}} f(\bar{\lambda}, z) dz \right] + \mathcal{I}_1 \frac{(1 - \cos \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1}{\sin^2 \bar{\lambda} \bar{y}_1} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - g(\bar{\lambda}, \bar{\lambda} \bar{y}_1) \bar{y}_1 - \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \frac{d}{d\bar{\lambda}} g(\bar{\lambda}, z) dz \right] \right\}^2 \cdot \mathcal{D}_{E_b}^2
 \end{aligned}$$

/6.22/

We wzorze /6.22/ przyjęto następujące oznaczenia:

$$\mathcal{I}_1 = \int_0^{\bar{\lambda} \bar{y}_1} \cos z \cdot \left\{ \frac{2(1 - \mathcal{D}_b)}{[(\frac{z}{\bar{\lambda}})^2 + r^2]^{1/2}} + \frac{(\frac{z}{\bar{\lambda}})^2}{[(\frac{z}{\bar{\lambda}})^2 + r^2]^{3/2}} \right\} dz \quad /6.23/$$

$f(\lambda, z)$ funkcja podcałkowa w całce $\mathcal{I}_1$ /6.24/

$$g(\lambda, z) = \sin z \cdot \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{\left[\left(\frac{z}{\lambda}\right)^2 + r^2\right]^{1/2}} + \frac{\left(\frac{z}{\lambda}\right)^2}{\left[\left(\frac{z}{\lambda}\right)^2 + r^2\right]^{3/2}} \right\} \quad /6.25/$$

Pełna analiza wymaga obliczenia również współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rys wewnętrznych. Zmienne losowe są w tym przypadku identyczne z przedstawionymi w powyższych wzorach. Otrzymuje się stąd następującą zależność

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\Sigma a_i}^2 &= \left\{ \frac{r\bar{\psi}}{4\mu\bar{y}_1} \left[1 + \frac{2(-\bar{y}_1\bar{\lambda} + \sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 + \bar{y}_1\bar{\lambda}\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1 - \cos\lambda\bar{y}_1\sin\lambda\bar{y}_1)}{\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 [\bar{y}_1\bar{\lambda}\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - 2(1-\cos\lambda\bar{y}_1)]} \right] \right\}^2 \\ &\quad \left[-3 + 2\nu_b + \frac{\psi(3-2\nu_b)^2}{[\bar{\psi}^2(3-2\nu_b)^2 + 4\mu(3-2\nu_b)]^{1/2}} \right]^2 \mathcal{D}_{\psi}^2 + \left\{ \frac{(1-\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1)(\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - \bar{\lambda}\bar{y}_1)}{\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 [\bar{y}_1\bar{\lambda}\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - 2(1-\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1)]} \right\}^2 \mathcal{D}_{\bar{G}}^2 + \\ &\quad \left\{ \frac{-\mu\bar{n}}{1+\mu\bar{n}} + \frac{(\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1 - 1)(\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - \bar{\lambda}\bar{y}_1)}{\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 [\bar{y}_1\bar{\lambda}\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - 2(1-\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1)]} \frac{\bar{G}}{\bar{\lambda}^2 r \bar{E}_a} \right\}^2 \mathcal{D}_{E_a}^2 + \\ &\quad \left\{ \frac{-1}{1+\mu\bar{n}} + \frac{2(\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1 - 1)(\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - \bar{\lambda}\bar{y}_1)}{\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 [\bar{y}_1\bar{\lambda}\sin\bar{\lambda}\bar{y}_1 - 2(1-\cos\bar{\lambda}\bar{y}_1)]} \frac{\bar{G}\mu}{\bar{\lambda}^2 r \bar{E}_b} \right\}^2 \mathcal{D}_{E_b}^2 \end{aligned} \quad /6.26/$$

Na tej podstawie wyznacza się współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy wg poniższego wzoru:

$$\mathcal{D}_{a_i}^2 = \frac{\mathcal{D}_{\bar{a}}^2 \cdot \bar{a}^2 + \mathcal{D}_{\bar{u}_b}^2 \cdot \bar{u}_b^2 + \mathcal{D}_{\bar{\Sigma a_i}}^2 \cdot (\bar{\Sigma a_i})^2 + 2 \operatorname{cov}(\bar{u}_b, \bar{a}) + 2 \operatorname{cov}(\bar{a}, \bar{\Sigma a_i}) + 2 \operatorname{cov}(\bar{u}_b, \bar{\Sigma a_i})}{(\bar{a} - \bar{u}_b - \bar{\Sigma a_i})^2} \quad /6.27/$$

Występujące we wzorze kowariancje zmiennych losowych oblicza się z następującego wzoru

$$\text{cov}(Y_i, Y_j) = \sum_k \frac{\partial Y_i}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial X_k} \sigma_{X_k}^2, \quad \begin{matrix} X_k = \{E_a, E_b, \psi, G\} \\ Y = \{u_b, \Delta, \sum a_i\} \end{matrix} \quad /6.28/$$

Występujące we wzorze /6.28/ pochodne są równe pierwiastkowi kwadratowemu z odpowiednich wyrażeń we wzorach /6.26/, /6.22/, /6.19/ podzielonemu przez daną zmienną losową X_k .

W przypadku zbrojenia żebrowanego współczynniki zmienności oblicza się korzystając z następujących wzorów wyjściowych:

$$\Delta = \frac{N a m}{\mu b h (a^2 + b^2) e^{b y_1} \sin a y_1} \left[e^{2 b y_1} - 2 e^{b y_1} \cos a y_1 + 1 \right] \quad /6.29/$$

$$u_b = \frac{N r^2}{4 E_b \mu b h (1 + \mu n)} \int_0^{y_1} \left[A e^{b y} \sin a y + B e^{b y} \cos a y \right] \left\{ \frac{2(1 - 2b)}{(r^2 + y^2)^{1/2}} + \frac{y^2}{(r^2 + y^2)^{3/2}} \right\} dy \quad /6.30/$$

$$\sum a_i = m \left\{ \frac{N}{E_b b h (1 + \mu n)} \left[y_1 - \frac{a}{a^2 + b^2} \frac{(e^{2 b y_1} - 2 e^{b y_1} + 1)}{e^{b y_1} \sin a y_1} \right] + u_b \right\} \quad /6.31/$$

W powyższych wzorach przyjęto następujące oznaczenia:

$$a = \left[\frac{2 G_1 (1 + 4 \mu n)}{r E_a} - \left(\frac{k_1}{r} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$b = \frac{k_1}{r}$$

$$A = \frac{1 - e^{b y_1} \cos a y_1}{e^{b y_1} \sin a y_1} \cdot b - a$$

$$B = \frac{1 - e^{b y_1} \cos a y_1}{e^{b y_1} \sin a y_1} \cdot a + b$$

$$m = E \left[\frac{L}{y_1} \right]$$

Zmiennymi losowymi są $\psi, k_1, G, E_a, E_b, R_{br}$

Współczynnik zmienności poślizgu dany jest wzorem:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_A^2 = & \left\{ \left[\frac{(e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 1)(\bar{b} \sin \bar{a}\bar{y}_1 + \bar{a} \cos \bar{a}\bar{y}_1) - 2\bar{a}e^{2\bar{b}\bar{y}_1}}{\sin \bar{a}\bar{y}_1 (e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 2e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 + 1)} \right] \left[-3 + 2\mathcal{D}_b + \frac{\bar{\Psi}(3-2\mathcal{D}_b)^2}{[\bar{\Psi}^2(3-2\mathcal{D}_b)^2 + 4\mu(3-2\mathcal{D}_b)]^{1/2}} \right] \right\}^2 \mathcal{D}_\Psi^2 + \\
 & + \left\{ \left[\frac{2\bar{y}_1(\bar{a}^2 + \bar{b}^2) - \bar{b}(1 + \bar{b}\bar{y}_1)}{\bar{a}^2 + \bar{b}^2} + \frac{2\bar{y}_1(e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 - 1)}{e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 2e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 + 1} \right] \frac{\bar{k}_1}{r} + \right. \\
 & \left. \left[\frac{1}{\bar{a}} + \frac{2\bar{y}_1 e^{\bar{b}\bar{y}_1} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 2e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 + 1} - \frac{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2)\bar{y}_1 + 2\bar{a} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2) \sin \bar{a}\bar{y}_1} \right] \frac{-\bar{k}_1}{\bar{a}r^2} \right\}^2 \mathcal{D}_{k_1}^2 + \\
 & \left\{ \left[\frac{1}{\bar{a}} + \frac{2\bar{y}_1 e^{\bar{b}\bar{y}_1} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 2e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 + 1} - \frac{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2)\bar{y}_1 + 2\bar{a} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2) \sin \bar{a}\bar{y}_1} \right] \frac{(1+4\mu n)\bar{G}_1}{r\bar{a}\bar{E}_a} \right\}^2 \mathcal{D}_{G_1}^2 + \\
 & \left\{ \left[\frac{1}{\bar{a}} + \frac{2\bar{y}_1 e^{\bar{b}\bar{y}_1} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 2e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 + 1} - \frac{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2)\bar{y}_1 + 2\bar{a} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2) \sin \bar{a}\bar{y}_1} \right] \frac{-2\bar{G}_1}{r\bar{a}\bar{E}_a} \right\}^2 \mathcal{D}_{E_a}^2 + \\
 & \left\{ \left[\frac{1}{\bar{a}} + \frac{2\bar{y}_1 e^{\bar{b}\bar{y}_1} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{e^{2\bar{b}\bar{y}_1} - 2e^{\bar{b}\bar{y}_1} \cos \bar{a}\bar{y}_1 + 1} - \frac{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2)\bar{y}_1 + 2\bar{a} \sin \bar{a}\bar{y}_1}{(\bar{a}^2 + \bar{b}^2) \sin \bar{a}\bar{y}_1} \right] \frac{-4\bar{G}_1 \mu}{r\bar{a}\bar{E}_b} \right\}^2 \mathcal{D}_{E_b}^2
 \end{aligned}$$

Współczynniki zmienności $\mathcal{D}_{u_b}$ i $\mathcal{D}_{z_{0i}}$ oblicza się w sposób analogiczny jak w przypadku zbrojenia gładkiego.

Obliczenie współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy pozwala rozwiązać m. in. dwa podstawowe problemy analizy probabilistycznej:

- a/ wyznaczyć dla danego obciążenia i określonej szerokości rozwarcia rysy prawdopodobieństwo jej przekroczenia,
- b/ wyznaczyć dla zadanego prawdopodobieństwa nieprzekroczenia dopuszczalnej szerokości rozwarcia rysy, odpowiadające temu maksymalne obciążenie.

Szczegółowy algorytm postępowania jest przedstawiony /dla belki zginanej/ na str. 143 i dalszych.

7. PROBABILISTYCZNA INTERPRETACJA SZEROKOŚCI ROZWARCIA

RYSY W BELCE ZGINANEJ

W rozdziale tym podano podstawowe wzory, służące obliczaniu współczynników zmienności szerokości rozwarcia rysy oraz innych wielkości z nią związanych /poślizg, deplanacja itp./. Wartość oczekiwaną można obliczać wg wzorów podanych w rozdziale 4 /stosując metody numeryczne/ lub wzorów przybliżonych podanych w dalszej części tego rozdziału. W załączniku do niniejszej pracy porównano wyniki obu metod oraz przedstawiono sposoby szacowania błędu, wynikającego ze stosowania niektórych przybliżeń. Przyjęte oznaczenia są zgodne z oznaczeniami przyjętymi w rozdziale A.

7.1. OBCIĄŻENIE

7.1.1. OBCIĄŻENIE RYSUJĄCE

W chwili zarysowania poślizgu zbrojenia /dla stałego momentu/ dany jest wzorem /4.6/. Można również obliczać współczynnik zmienności korzystając z rozwinięcia funkcji logarytmicznej. Wtedy otrzymuje się następującą zależność:

$$\mathcal{D}_A^2 = \left\{ \frac{1 + 1,5\mu\bar{n}\bar{\xi}_{II} - 3\bar{n}\bar{\mu}^2 - \frac{r\bar{n}\bar{R}_{br}^2}{2\bar{\psi}\bar{L}\bar{K}^2} \frac{[0,5 - \frac{\bar{K}}{\bar{R}_{br}}\mu(1 - \bar{\xi}_{II})] e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{L}}{\bar{K}}}}{(3 - \bar{\xi}_{II})(1 - \bar{R}_{br}\bar{n}/\bar{K})^2}}{1 - 0,5\mu\bar{n} + 1,5\mu\bar{n}\bar{\xi}_{II}} \right\}^2 \mathcal{D}_{Ea}^2 +$$

$$\left\{ \frac{0,5\mu\bar{n} + 3\bar{n}\bar{\mu}^2 + (1 - 0,5\mu\bar{n} + 1,5\mu\bar{n}\bar{\xi}_{II}) \frac{r\bar{n}\bar{R}_{br}^2}{2\bar{\psi}\bar{L}\bar{K}^2} \frac{[0,5 - \frac{\bar{K}}{\bar{R}_{br}}\mu(1 - \bar{\xi}_{II})] e^{\frac{2\bar{\psi}\bar{L}}{\bar{K}}}}{(3 - \bar{\xi}_{II})(1 - \bar{R}_{br}\bar{n}/\bar{K})^2}}{1 - 0,5\mu\bar{n} + 1,5\mu\bar{n}\bar{\xi}_{II}} \right\}^2 \mathcal{D}_{Eb}^2$$

$$\left\{ \frac{(0,5 - \mu \bar{n} + \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II}) \frac{\bar{k} \bar{R}_{br} r}{(\bar{k} - \bar{R}_{br} \bar{n})^2 2 \bar{\psi} l} e^{\frac{2 \bar{\psi} l}{r}}}{(3 - \bar{\xi}_{II})(1 - 0,5 \mu \bar{n} + 1,5 \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II})} \right\}^2 \mathcal{D}_{R_{br}}^2 + \mathcal{D}_{\psi}^2 +$$

$$\left\{ \frac{(0,5 - \mu \bar{n} + \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II}) \frac{\bar{k} \bar{R}_{br} r}{(\bar{k} - \bar{R}_{br} \bar{n})^2 2 \bar{\psi} l} e^{\frac{2 \bar{\psi} l}{r}}}{(3 - \bar{\xi}_{II})(1 - 0,5 \mu \bar{n} + 1,5 \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II})} \right\}^2 \mathcal{D}_K^2 +$$

$$\left\{ \frac{0,5 \mu \bar{n} + 3 \mu \bar{n}^2 + (1 - 0,5 \mu \bar{n} + 1,5 \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II}) \frac{r \bar{n} \bar{R}_{br}^2}{2 \bar{\psi} l \bar{k}^2} \left[\frac{0,5 - \frac{\bar{k}}{\bar{R}_{br}} \mu (1 - \bar{\xi}_{II})}{(3 - \bar{\xi}_{II})(1 - \bar{R}_{br} \bar{n} / \bar{k})^2} \right] e^{\frac{2 \bar{\psi} l}{r}}}{(3 - \bar{\xi}_{II})(1 - 0,5 \mu \bar{n} + 1,5 \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II})^2} \right\}.$$

$$\left\{ (0,5 - \mu \bar{n} + \mu \bar{n} \bar{\xi}_{II}) \cdot \frac{\bar{k} \bar{R}_{br} r}{(\bar{k} - \bar{R}_{br} \bar{n})^2 \bar{\psi} l} \right\} \cdot \varphi_{R_{br}, E_p}$$

/7.1/

We wzorze powyższym praktyczne znaczenie mają wyrażenia, ujmujące wpływ zmienności modułu sprężystości stali oraz parametru przyczepności ψ . W przypadku szacowania współczynnika zmienności można przyjąć następującą zależność:

$$\mathcal{D}_\Delta^2 = \mathcal{D}_{E_\sigma}^2 + \mathcal{D}_\psi^2$$

/7.2/

Sposób obliczania współczynnika zmienności deplanacji analogiczny jest do metody przedstawionej w punkcie 6.2.1.

Różnica wynika jedynie z różnych długości obszaru naruszenia przyczepności. Poniżej przedstawiono inny sposób oparty o rozwinięcie w szereg części funkcji podcałkowej. Otrzymuje się wtedy następującą postać funkcji opisującej deplanację:

$$u_b = \frac{r \psi (k - \sigma_0)}{2 E_b} \left\{ (3 - 2 \mathcal{D}_b) \ln \left[\frac{l}{r} + \left(\frac{l^2}{r^2} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \frac{1}{\left(\frac{l^2}{r^2} + 1 \right)^{\frac{1}{2}}} \right\}.$$

/7.3/

$$\left[2 \psi (3 - 2 \mathcal{D}_b) \frac{l^2}{r^2} - \frac{l}{r} + 4 \psi (2 - \mathcal{D}_b) \right] - 4 \psi (2 - \mathcal{D}_b) \left\{ \right.$$

Po uwzględnieniu, iż $\frac{l^2}{r^2} \gg 1$ i pominięciu małych niższych rzędów, otrzymuje się następującą zależność, stanowiącą podstawę do obliczania współczynnika zmienności:

$$u_b = \frac{r\psi(k-\bar{G}_0)}{2E_b} \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\psi(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right] \quad /7.4/$$

Zmiennymi losowymi są tu ψ , K , E_b oraz l , które jest funkcją R_{br} , ψ , K , E_a , E_b

$$\begin{aligned} \sigma_{u_b}^2 = & \left\{ 1 - \frac{3-2\alpha_b}{\left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\}^2 \cdot \sigma_{\psi}^2 + \\ & \left\{ \frac{\bar{k}}{\bar{k}-\bar{G}_0} + \frac{\bar{R}_{br} \bar{k} (3-2\alpha_b) (r+2\bar{\psi}l) [\bar{\mu}\bar{n}(1-\bar{\xi}_I) - 0.5] e^{\frac{2\bar{\psi}l}{r}}}{(\bar{k}-\bar{R}_{br}\bar{n})^2 (3-\bar{\xi}_{II}) 2\bar{\psi}l \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\}^2 \cdot \sigma_K^2 + \\ & \left\{ 1 + \frac{\bar{R}_{br} \bar{n} [0.5\bar{R}_{br} - \bar{k}\bar{\mu}(1-\bar{\xi}_{II})] (3-2\alpha_b) (r+2\bar{\psi}l) e^{\frac{2\bar{\psi}l}{r}}}{(\bar{k}-\bar{R}_{br}\bar{n})^2 (3-\bar{\xi}_{II}) 2\bar{\psi}l \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\}^2 \cdot \sigma_{E_b}^2 + \\ & \left\{ \frac{\bar{R}_{br} \bar{k} [0.5 - \bar{\mu}\bar{n}(1-\bar{\xi}_{II})] (3-2\alpha_b) (r+2\bar{\psi}l) e^{\frac{2\bar{\psi}l}{r}}}{(\bar{k}-\bar{R}_{br}\bar{n})^2 (3-\bar{\xi}_{II}) 2\bar{\psi}l \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\}^2 \cdot \sigma_{R_{br}}^2 + \\ & \left\{ \frac{\bar{R}_{br} \bar{n} [0.5\bar{R}_{br} - \bar{k}\bar{\mu}(1-\bar{\xi}_{II})] (3-2\alpha_b) (r+2\bar{\psi}l) e^{\frac{2\bar{\psi}l}{r}}}{(\bar{k}-\bar{R}_{br}\bar{n})^2 (3-\bar{\xi}_{II}) 2\bar{\psi}l \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\}^2 \cdot \sigma_{E_a}^2 + \\ & \left\{ 1 + \frac{\bar{R}_{br} \bar{n} [0.5\bar{R}_{br} - \bar{k}\bar{\mu}(1-\bar{\xi}_{II})] (3-2\alpha_b) (r+2\bar{\psi}l) e^{\frac{2\bar{\psi}l}{r}}}{(\bar{k}-\bar{R}_{br}\bar{n})^2 (3-\bar{\xi}_{II}) 2\bar{\psi}l \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\} \cdot \end{aligned}$$

/7.5/

$$\left\{ \frac{\bar{R}_{br} \bar{k} [0.5 - \bar{\mu}\bar{n}(1-\bar{\xi}_{II})] (3-2\alpha_b) (r+2\bar{\psi}l) e^{\frac{2\bar{\psi}l}{r}}}{(\bar{k}-\bar{R}_{br}\bar{n})^2 (3-\bar{\xi}_{II}) 2\bar{\psi}l \left[(3-2\alpha_b) \ln \frac{2l}{r} + 2\bar{\psi}(3-2\alpha_b) \frac{l}{r} - 1 \right]} \right\}^2 \sigma_{R_{br}, E_b}^2 \sigma_{R_{br}}^2 \sigma_{E_b}^2$$

Praktyczne znaczenie mają w tym wzorze jedynie wielkości związane z losowymi własnościami ψ , K , E_b . Szczegółowa analiza wzoru pozwala na przyjęcie następującego sposobu obliczania współczynnika zmienności u_b :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{u_b}^2 - \mathcal{D}_{E_b}^2 + \left[1 - \frac{3-2\mathcal{D}_b}{(3-2\mathcal{D}_b) \ln \frac{2\bar{L}}{\bar{r}} + 2\bar{\psi}(3-2\mathcal{D}_b) \frac{\bar{L}}{\bar{r}} - 1} \right]^2 \mathcal{D}_{\psi}^2 \\ + \frac{\bar{K}^2}{(\bar{K} - \bar{\sigma}_b)^2} \mathcal{D}_K^2 \end{aligned} \quad /7.6/$$

Współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy oblicza się wg wzoru:

$$\mathcal{D}_{\Delta}^2 = \frac{\bar{\sigma}_{u_b}^2 + \bar{\sigma}_{\Delta}^2 + 2\varrho_{u_b, \Delta} \bar{\sigma}_{u_b} \bar{\sigma}_{\Delta}}{(\bar{\Delta} - \bar{u}_b)^2} \quad /7.7/$$

gdzie $\bar{\sigma}_{\Delta}^2 = \mathcal{D}_{\Delta}^2 \bar{\Delta}^2$, $\bar{\sigma}_{u_b}^2 = \mathcal{D}_{u_b}^2 \bar{u}_b^2$, $\varrho_{u_b, \Delta}$ - współczynnik korelacji u_b i Δ .

Przy założeniu, że jedynymi skorelowanymi wielkościami są E_b i R_{br} , otrzymuje się następujący wzór opisujący kowariancję u_b i Δ :

$$\begin{aligned} \text{cov}(u_b, \Delta) = \frac{\partial u_b}{\partial \psi} \frac{\partial \Delta}{\partial \psi} \sigma_{\psi}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial K} \frac{\partial \Delta}{\partial K} \sigma_K^2 + \frac{\partial u_b}{\partial R_{br}} \frac{\partial \Delta}{\partial R_{br}} \sigma_{R_{br}}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta}{\partial E_b} \sigma_{E_b}^2 + \\ + \frac{\partial u_b}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta}{\partial E_b} \sigma_{E_b}^2 + 2 \text{cov}(R_{br}, E_b) \left[\frac{\partial u_b}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta}{\partial R_{br}} + \frac{\partial u_b}{\partial R_{br}} \frac{\partial \Delta}{\partial E_b} \right] \end{aligned} \quad /7.8/$$

Praktycznie wzór powyższy można zapisać w postaci:

$$\text{cov}(u_b, \Delta) = \bar{u}_b \bar{\Delta} \left\{ \left[1 - \frac{3-2\mathcal{D}_b}{(3-2\mathcal{D}_b) \ln \frac{2\bar{L}}{\bar{r}} + 2\bar{\psi}(3-2\mathcal{D}_b) \frac{\bar{L}}{\bar{r}} - 1} \right] \right\} \mathcal{D}_{\psi}^2 \quad /7.9/$$

Korzystając z zależności pomiędzy współczynnikiem korelacji a kowariancją, można otrzymać ostateczny wzór do obliczania współczynnika zmienności $\mathcal{V}_{af}$:

$$\mathcal{V}_{af}^2 = \frac{\mathcal{V}_A^2 \bar{\Delta}^2 + \mathcal{V}_{u_b}^2 \bar{u}_b^2 + 2\bar{u}_b \bar{\Delta} \left[1 - \frac{3-2\mathcal{V}_b}{(3-2\mathcal{V}_b) \ln \frac{2}{\gamma} + 2\psi(3-2\mathcal{V}_b) \frac{1}{\gamma} - 1 \right] \mathcal{V}_\psi^2}{(\bar{\Delta} - \bar{u}_b)^2} \quad /7.10/$$

Wyznaczenie współczynnika zmienności $\mathcal{V}_{af}$ oraz fakt, iż szerokość rozwarcia rysy jest zmienną losową o rozkładzie normalnym, pozwala rozwiązać dwa podstawowe problemy związane z probabilistyczną interpretacją zarysowania.

Są to następujące zagadnienia:

- a/ wyznaczenie prawdopodobieństwa nieprzekroczenia przez rysę dopuszczalnej szerokości rozwarcia przy zadanym obciążeniu,
- b/ wyznaczenie maksymalnego dopuszczalnego obciążenia, przy którym prawdopodobieństwo nieprzekroczenia dopuszczalnej szerokości rozwarcia rysy jest pewną zadaną wielkością /jest to niezawodność ze względu na zarysowanie/.

W przypadku pierwszego z powyższych zagadnień sposób postępowania jest następujący:

- ustala się dopuszczalną szerokość rozwarcia rysy,
- oblicza się średnią szerokość rozwarcia rysy /np. ze wzorów 4.11 wstawiając do nich wartości średnie zmiennych losowych/,
- oblicza się współczynnik zmienności $\mathcal{V}_{af}$ /wg wzoru 7.10/ i wariancję $\sigma_{af} = \mathcal{V}_{af} \cdot \sigma_f$
- wprowadza się standaryzowaną zmienną losową wg wzoru:

$$u = \frac{a - a_{dop}}{\sigma_{af}}$$

/7.11/

i korzystając z tablic dystrybuanty rozkładu normalnego oblicza się

$$P[a \leq a_{dop}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^u e^{-0.5u^2} du = F_u \left[\frac{a_{dop} - \bar{a}}{\sigma_{af}} \right]$$

W drugim przypadku algorytm postępowania jest następujący:

- dla zadanego prawdopodobieństwa /niezawodności/ odczytuje się odpowiadającą mu wartość "u" i otrzymuje się zależność:

$$u = \frac{a_{dop} - \bar{\sigma}_f(\sigma_o)}{\sigma_{af}(\sigma_o) \bar{\sigma}_f(\sigma_o)}$$

/7.12/

- podstawiając do wzoru /7.12/ wielkości podane wzorami /7.10/ i /4.11/ otrzymuje się następujące równanie ze względu na σ_o /naprężenie w stali w rysie/:

$$\sigma_o = K + \frac{a_{f,dop}(A-C) + u^2 B [A^2 \sigma_\Delta^2 + 2CD \sigma_\psi^2] + B(C-A)}{(A-C)^2 - u^2 [A^2 \sigma_\Delta^2 + C^2 \sigma_{u_b}^2 + 2ACD \sigma_\psi^2]} + \quad /7.13/$$

$$- \frac{\left\{ [(A-C)B - a_{f,dop}(A-C) - u^2 B(A^2 \sigma_\Delta^2 + CD \sigma_\psi^2)]^2 - (\sigma_{f,dop}^2 + B^2 + u^2 B^2 \sigma_\Delta^2 - 2a_{f,dop} B) [(A-C)^2 - u^2 (A^2 \sigma_\Delta^2 + C^2 \sigma_{u_b}^2 + 2ACD \sigma_\psi^2)] \right\}}{(A-C)^2 - u^2 [A^2 \sigma_\Delta^2 + C^2 \sigma_{u_b}^2 + 2ACD \sigma_\psi^2]}$$

gdzie

$$A = (1 + 4\mu n) \frac{\tau}{2\psi} (e^{\frac{2\psi l}{\tau}} - 1) \frac{1}{E_a} - \frac{1.5\mu n(3 - \xi_{II})l}{E_a}$$

$$B = [1 + 4\mu n - 1.5\mu n(3 - \xi_{II})] \frac{kl}{E_a}$$

$$C = \frac{\tau\psi}{2E_b} \int_0^l e^{\frac{2\psi y}{\tau}} \left\{ \frac{2(1 - \nu_b)}{(x^2 + y^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \right\} dy$$

$$D = \left[1 - \frac{3 - 2\nu_b}{(3 - 2\nu_b) \ln \frac{2l}{\tau} + 2\psi(3 - 2\nu_b) \frac{l}{\tau} - 1} \right]$$

Ze wzoru /7.13/ można korzystać po uprzednim oszacowaniu σ_{ub} . Nie ma to jednak praktycznego znaczenia dla wyliczonej wartości σ_0 , ponieważ iloczyn $\sigma_{ub} u_b \ll \sigma_{ar} a_f$
(można przyjąć $\sigma_{ub} u_b \approx 0$)

7.1.2. SZEROKOŚĆ ROZWARCIA RYSY PO UTWORZENIU SIĘ RYS WENĘTRZNYCH

Miejsce powstania rysy wewnętrznej wyznacza się z jednego z równań /4.12/ ÷ /4.14/. Przeprowadzając rozumowanie analogiczne do przedstawionego w rozdziale 6, można uznać za wystarczająco dokładne do obliczania współczynnika zmienności równanie postaci: (pominięte z uwagi na numeryczny wynik, że $\sigma_{ar} \gg \sigma_{ub}$)

$$y_1 = \frac{\tau}{16\mu} \left[-\psi(3-2\nu_b) + \sqrt{\psi^2(3-2\nu_b)^2 + 16\mu(3-2\nu_b)} \right] \quad /7.15/$$

Celowe jest również wyznaczenie przybliżonej wartości naprężenia w stali w miejscu powstania rysy wewnętrznej. Można to przeprowadzić w następujący sposób:

a/ wyznaczyć położenie osi obojętnej w punkcie $y = y_1$, jako funkcji niewiadomego naprężenia σ_{a1} /dzięki temu uwzględnia się wpływ naprężeń σ_{br} na położenie osi obojętnej/,

b/ z równań równowagi /ale bez uwzględnienia sił przenoszonych przez beton rozciągany/ wyznaczyć σ_{a1}

Położenie osi obojętnej /względna wysokość strefy sciskanej/ dana jest wzorem:

$$\xi_2(y_1) = \frac{\mu n - \delta(y_1)}{1 + \mu n} + \frac{1}{1 + \mu n} \left\{ [\delta(y_1) + 1]^2 - (1 + \mu n) \right\}^{1/2} \quad /7.16/$$

gdzie $\delta(y_1) = \frac{3M(y_1)n}{2\sigma_{a1}bh_0^2}$

Po rozwiązaniu równania kwadratowego otrzymuje się równanie określające zależność pomiędzy naprężeniami w rysie pierwszego rzędu i rysie wewnętrznej

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_{a1}} = \frac{2(9 + 13\mu n)}{(3 - \xi_1)(6 + 5\mu n + \sqrt{8\mu n + 13\mu^2 n^2})} \quad /7.17/$$

Bardzo dobrym przybliżeniem tego wzoru jest zależność

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_{a1}} = 1 + \frac{\mu n}{2(1 + \mu n)} \quad /7.18/$$

Dla małych wielkości " μn " można przyjmować $\sigma_0 \approx \sigma_{a1}$

Po uwzględnieniu zależności /7.18/ we wzorach /4.20/ + /4.22/ i /4.25/ + /4.27/ i pominięciu wpływu na współczynnik zmienności odcinka, gdzie przyczepność opisana jest wzorem

$\tau = \psi(k - \sigma_a)$, otrzymano następującą formułę służącą do obliczania współczynnika zmienności poślizgu w przypadku zbrojenia gładkiego:

$$\Delta = \frac{2m\sigma_0(1 - \cos\lambda y_1)}{\lambda E_a \sin\lambda y_1} \quad /7.19/$$

gdzie m jest ilością rys wewnętrznych $m = E \left[\frac{1}{y_1} \right]$

Zmiennymi losowymi są w tym przypadku ψ , E_a , G , E_b . Wpływ E_b jest znikomy /poprzez wartość " n " we wzorze określającym λ / i może być pominięty. Pełna zależność opisująca współczynnik zmienności podana jest poniższym wzorem:

$$\mathcal{D}_\Delta^2 = \left[1 + \frac{(\lambda y_1 - \sin \lambda y_1)}{2(1+4\mu n) \sin \lambda y_1} \right]^2 \mathcal{D}_{E_a}^2 + \left[\frac{\lambda r(3-2\gamma_b)\psi}{16\mu} \right]^2 \mathcal{D}_\psi^2 + \frac{(\lambda y_1 - \sin \lambda y_1)^2}{4} \mathcal{D}_\Theta^2 +$$

$$\left[\frac{2(\lambda y_1 - \sin \lambda y_1)\mu n}{\sin \lambda y_1(1+4\mu n)} \right]^2 \mathcal{D}_{E_b}^2$$

/7.20/

W przypadku zbrojenia żebrowanego sposób postępowania jest analogiczny do przedstawionego powyżej. Przykładowo dla stałego momentu rozkład naprężeń jest dany wzorem /4.38/, a poślizg /4.41/. Ponieważ przeważnie $k_1^2 \ll \frac{2G_1 r(1+4\mu n)}{E_a}$, to $\lambda_{1,2}$ są liczbami zespolonymi. Przechodząc do liczb rzeczywistych otrzymuje się następujące zależności:

$$\sigma_a(y) = C_1 e^{(k_1/r)y} \sin \left[\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right]^{0.5} y +$$

/7.21/

$$+ C_2 e^{(k_1/r)y} \cos \left[\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right]^{0.5} y +$$

$$\frac{1,5 \sigma_0 \mu n (3 - \xi_0)}{1 + 4\mu n}$$

oraz

$$\Delta(y) = \frac{r}{G_1} \left\{ C_1 e^{(b_1/r)y} \left[\frac{k_1}{r} \sin \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right)^{0.5} y + \right. \right.$$

$$\left. - \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right)^{0.5} \cos \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right) y \right] +$$

/7.22/

$$C_2 e^{(b_1/r)y} \left[\frac{k_1}{r} \cos \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right)^{0.5} y + \right.$$

$$\left. \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right)^{0.5} \sin \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right) y \right\}$$

Postępując analogicznie jak w przypadku zbrojenia gładkiego, otrzymuje się następujący wzór, będący podstawą obliczania współczynnika zmienności:

$$\Delta = \frac{\sigma_0(1+1,5\mu n\xi_{II}-0,5\mu n)r[\exp(\frac{k_1 y_1}{r})-1]^2}{(1+4\mu n)G_1 \cdot \exp(\frac{k_1 y_1}{r}) \cdot \sin\left[\frac{2G_1(1+4\mu n)}{rE_a} - \frac{k_1^2}{r^2}\right]^{0.5}}.$$

$$\left\{ \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{rE_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right)^{0.5} \left[1 - \cos \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{rE_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right) \right] + \right. \\ \left. - \frac{k_1}{r} \sin \left(\frac{2G_1(1+4\mu n)}{rE_a} - \frac{k_1^2}{r^2} \right) y_1 \right\} \quad /7.23/$$

Współczynnik zmienności określony jest następującym wzorem:

$$\sigma_{\Delta}^2 = \left\{ \left[1 + \frac{2}{(e^{by_1}-1)} \right] \frac{y_1 k_1}{r} - \frac{k_1}{ra(1-\cos ay_1 - \frac{b}{a} \sin ay_1)} - \frac{k_1^2(y_1 a + \sin ay_1)(1-\cos ay_1)}{(ra)^2 \sin ay_1 (1-\cos ay_1 - \frac{b}{a} \sin ay_1)} \right\}^2 \sigma_k^2$$

$$+ \left\{ \frac{(ay_1 + \sin ay_1)(1-\cos ay_1)(1+4\mu n)G}{ar(a - a \cos ay_1 - b \sin ay_1) \sin ay_1 E_a} - 1 \right\}^2 \sigma_G^2 + \sigma_{\psi}^2 +$$

$$\left\{ \frac{(1,5\mu n\xi_{II} - 4,5\mu - \frac{\mu}{[2\eta\mu + (\eta\mu)^2]^{0.5}}) \cdot \eta}{1 + 1,5\mu n\xi_{II} + 3,5\mu n} - \frac{(1-\cos ay_1)(ay_1 + \sin ay_1)G}{ar(a - a \cos ay_1 - b \sin ay_1) \sin ay_1 E_a} \right\}^2 \sigma_{E_a}^2 + \quad /7.24/$$

$$\left\{ \frac{(1,5\mu n\xi_{II} - 4,5\mu - \frac{\mu}{[2\eta\mu + (\eta\mu)^2]^{0.5}}) \cdot \eta}{1 + 1,5\mu n\xi_{II} + 3,5\mu n} - \frac{(1-\cos ay_1 - b \sin ay_1) \sin ay_1 4\mu n G}{ar(a - a \cos ay_1 - b \sin ay_1) \sin ay_1 E_a} \right\}^2 \sigma_{E_b}^2$$

We wzorze /7.24/ przyjęto następujące oznaczenia:

$$b = \frac{k_1}{r} \quad a = \left[\frac{2G_1(1+4\mu n)}{rE_a} - b^2 \right]^{1/2} \quad /7.25/$$

W celu uzyskania wartości współczynnika zmienności należy jeszcze wyznaczyć współczynnik zmienności deplanacji oraz współczynnik korelacji poślizgu i deplanacji.

W przypadku zbrojenia żebrowanego deplanacja przekroju w osi zbrojenia dana jest wzorem:

$$u_b = \frac{\sigma_0(1+1,5\mu n E_a - 0,5\mu n)^2 r^2}{4E_b(1+4\mu n)} e^{by_1} \sin ay_1 \int_0^{y_1} e^{by} (A \sin ay + B \cos ay) \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{(r^2+y^2)^{3/2}} - \frac{y^2}{(r^2+y^2)^{5/2}} \right\} dy \quad /7.26/$$

$$\text{gdzie } A = e^{by_1} / b \cos ay_1 + a \sin ay_1 / -b$$

/7.27/

$$B = e^{by_1} / a \cos ay_1 - b \sin ay_1 / -a$$

Zmiennymi losowymi są tu następujące wielkości k_1 , G , ψ , E_a , E_b . Obliczenie współczynnika zmienności można przeprowadzić sposobami już przedstawionymi /wykorzystanie wzorów Mohra, lub rozwinięcie funkcji podcałkowej/ względnie korzystać z twierdzenia o pochodnej z całki względem granic całkowania. Postanowiono wykorzystać właśnie tę metodę. Po przekształceniach otrzymano następujący wzór pozwalający obliczać współczynnik zmienności deplanacji:

$$\mathcal{D}_{u_b}^2 = \left\{ \frac{b^2 \sin ay_1 + ba \cos ay_1 - ab e^{by_1}}{\sin ay_1 [e^{by_1} (b \cos ay_1 + a \sin ay_1) - b]} + \frac{ab \sin ay_1 + a^2 \cos ay_1 - a^2 e^{by_1}}{\sin ay_1 [e^{by_1} (a \cos ay_1 - b \sin ay_1) - a]} + \right. \\ \left. \frac{e^{by_1} [A(y_1) \sin ay_1 + B(y_1) \cos ay_1] \left[\frac{2(1-2b)}{(r^2 + y_1^2)^{3/2}} + \frac{y_1^2}{(r^2 + y_1^2)^{5/2}} \right]}{\int_0^{y_1} e^{by} [A(y) \sin ay + B(y) \cos ay] \left[\frac{2(1-2b)}{(r^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{y^2}{(r^2 + y^2)^{5/2}} \right] dy} \left[\frac{r\psi^2 (2\mathcal{D}_b - 3) + \frac{2\psi(3-2\mathcal{D}_b)^2}{[\psi^2(3-2\mathcal{D}_b)^2 + 16\mu(3-2\mathcal{D}_b)]^{3/2}} \right] \right\}$$

$$+ \left\{ -\frac{1}{a} + \left[\frac{y_1}{\sin^2 ay_1} (\cos ay_1 - e^{by_1}) + \frac{e^{by_1} \cos ay_1 - 1}{a \sin ay_1} \right] \frac{\mathcal{I}_1 \alpha}{u_b} - \frac{by_1 (\cos ay_1 - e^{by_1})}{a \sin^2 ay_1} \frac{\mathcal{I}_2 \alpha}{u_b} + \right. \\ \left. + \left[f(a, ay_1) y_1 + \int_0^{ay_1} \frac{d}{da} f(az) dz \right] \frac{A \alpha}{u_b a \sin ay_1} + \left[g(a, ay_1) y_1 + \int_0^{ay_1} \frac{d}{da} g(az) dz \right] \frac{B \alpha}{u_b a \sin ay_1} \right\}^2$$

$$\left[\frac{(1+4\mu n) \cdot G}{\pi a E_a} \right]^2 \mathcal{D}_G^2 + \quad (7.28)$$

$$\left\{ -\frac{1}{a} + \left[\frac{y_1}{\sin^2 ay_1} (\cos ay_1 - e^{by_1}) + \frac{e^{by_1} \cos ay_1 - 1}{a \sin ay_1} \right] \frac{\mathcal{I}_1 \alpha}{u_b} - \frac{by_1 (\cos ay_1 - e^{by_1})}{a \sin^2 ay_1} \frac{\mathcal{I}_2 \alpha}{u_b} + \right. \\ \left. \left[f(a, ay_1) + \int_0^{ay_1} \frac{d}{da} f(az) dz \right] \frac{A \alpha}{u_b a \sin ay_1} + \left[g(a, ay_1) y_1 + \int_0^{ay_1} \frac{d}{da} g(az) dz \right] \frac{B \alpha}{u_b a \sin ay_1} \right\} \left[\frac{-k_1^2}{r^2 a} \right] +$$

$$\left[-\frac{1}{b} + \frac{(y_1 b + e^{by_1} \cos ay_1 - 1)}{e^{by_1} \cdot b} \frac{\beta \mathcal{I}_3}{u_b} + \frac{(ay_1 - e^{by_1} \sin ay_1)}{b e^{by_1}} \frac{\beta \mathcal{I}_4}{u_b} + \right. \\ \left. + \frac{A \cdot \beta}{b u_b e^{by_1}} \left[f_1(b, by_1) \cdot y_1 + \int_0^{by_1} \frac{d}{db} f_1(bz) dz \right] + \frac{B \cdot \beta}{b u_b e^{by_1}} \left[g_1(b, by_1) \cdot y_1 + \int_0^{by_1} \frac{d}{db} g_1(bz) dz \right] \right] \frac{k_1}{r} \left\} \mathcal{D}_{k_1}^2$$

$$\left\{ \frac{1,5\mu n \xi_1 - 4,5\mu n}{1+4\mu n} + \frac{y_1 G_1 \cos a y_1}{a r E_a \sin a y_1} + \left[\frac{(b y_1 - 1) e^{b y_1} \sin a y_1}{a} - y_1 e^{b y_1} \cos a y_1 \right] \frac{J_1 G_1 \theta}{a r u_b E_a} + \right.$$

$$+ \frac{G_1}{a^2 r E_a} + \left[\frac{(b y_1 - 1) e^{b y_1} \cos a y_1}{a} + y_1 e^{b y_1} \sin a y_1 + \frac{1}{a} \right] \frac{J_2 G_1 \theta}{a r u_b E_a} +$$

$$- \frac{A G_1 \theta}{a^2 r u_b E_a} \left[f(a, a y_1) y_1 + \int_0^{a y_1} \frac{d}{da} f(a z) dz \right] - \frac{B G_1 \theta}{a^2 r u_b E_a} \left[g(a, a y_1) y_1 + \int_0^{a y_1} \frac{d}{da} g(a z) dz \right] \left. \right\} \mathcal{D}_{E_a}^2 +$$

$$\left\{ \frac{-1 + \mu n + 3\mu n \xi_1}{(1+4\mu n)(1+1,5\mu n \xi_1 - 0,5\mu n)} + \frac{4 G_1 \mu}{a^2 r E_b} + \frac{4 J_1 G_1 \gamma}{a r u_b E_b} \left[\frac{(b y_1 - 1) e^{b y_1} \sin a y_1}{a} - y_1 e^{b y_1} \cos a y_1 \right] + \right.$$

$$+ \frac{4 y_1 \mu G_1 \cos a y_1}{a r E_b \sin a y_1} + \frac{4 J_2 G_1 \gamma}{a r u_b E_b} \left[\frac{(b y_1 - 1) e^{b y_1} \cos a y_1}{a} + y_1 e^{b y_1} \sin a y_1 + \frac{1}{a} \right] +$$

$$- \frac{4 A G_1 \mu \gamma}{a^2 r u_b E_b} \left[f(a, a y_1) y_1 + \int_0^{a y_1} \frac{d}{da} f(a z) dz \right] - \frac{4 B G_1 \mu \gamma}{a^2 r u_b E_b} \left[g(a, a y_1) y_1 + \int_0^{a y_1} \frac{d}{da} g(a z) dz \right] \left. \right\} \mathcal{D}_{E_b}^2$$

We wzorze /7.28/ przyjęto następujące oznaczenia:

$$\alpha = \frac{\sigma_0 (1 + 1,5\mu n \xi_{\text{II}} - 0,5\mu n) r^2}{4E_b (1 + 4\mu n) e^{by_1}}$$

$$J_1 = \int_0^{ay_1} e^{\frac{zb}{a}} \cdot \sin z \cdot \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{[r^2 + (\frac{z}{a})^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{z^2 a}{(z^2 + a^2 r^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} dz$$

$$J_2 = \int_0^{ay_1} e^{\frac{zb}{a}} \cos z \cdot \left\{ \frac{2(1-\nu_b)}{[r^2 + (\frac{z}{a})^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{z^2 a}{(z^2 + a^2 r^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} dz$$

$f(a, z)$ — funkcja podcałkowa w całce J_1

$g(a, z)$ — funkcja podcałkowa w całce J_2

$$\beta = \frac{\sigma_0 (1 + 1,5\mu n \xi_{\text{II}} - 0,5\mu n) r^2}{4E_b (1 + 4\mu n) \sin ay_1}$$

$$\theta = \frac{\sigma_0 (1 + 1,5\mu n \xi_{\text{II}} - 0,5\mu n) r^2}{4E_b (1 + 4\mu n) \sin ay_1 \cdot e^{by_1}}$$

$$J_3 = \int_0^{by_1} e^z \sin \frac{az}{b} \left\{ \frac{2(1-\nu_b)b}{(r^2 b^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{z^2 b}{(z^2 + r^2 b^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} dz$$

$$J_4 = \int_0^{by_1} e^z \cos \frac{az}{b} \left\{ \frac{2(1-\nu_b)b}{(r^2 b^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{z^2 b}{(z^2 + r^2 b^2)^{\frac{3}{2}}} \right\} dz$$

$f_1(b, z)$ — funkcja podcałkowa w całce J_3

$g_1(b, z)$ — funkcja podcałkowa w całce J_4

pozostałe oznaczenia: jak w poprzednich wzorach.

Zaletą przedstawionej metody i wynikającego z niej wzoru /7.28/ jest całkowita zgodność z przyjętymi założeniami /nie stosowano żadnych przybliżeń/. Wadą natomiast jest skomplikowana postać i konieczność stosowania metod numerycznych.

W przypadku zbrojenia gładkiego, analogiczny wzór pozwalający wyznaczyć współczynnik zmienności deplanacji ma postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{ub}^2 = & \left\{ \frac{r^3 \lambda \Psi^2}{64 E_b \mu u_b} (C_2 \sin \lambda y_1 - C_1 \cos \lambda y_1) \left[\frac{2(1-2\lambda_b)}{(y_1^2 + r^2)^{3/2}} + \frac{y_1^2}{(y_1^2 + r^2)^{5/2}} \right] \left[\frac{2\Psi(3-2\lambda_b)^2}{[\Psi^2(3-2\lambda_b)^2 + 16\mu(3-2\lambda_b)]^{3/2}} - 3+2\lambda_b \right] \right\}^2 \mathcal{W}_\Psi^2 \\ & + \left\{ \frac{r^2 \lambda}{8 E_b u_b} \left[C_2 y_1 f(\lambda, \lambda y_1) - C_1 y_1 g(\lambda, \lambda y_1) + C_2 \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} f(\lambda, z) dz - C_1 \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} g(\lambda, z) dz \right] \right\}^2 \mathcal{W}_G^2 + \left\{ \frac{-1}{2(1+4\mu n)} \right\} \\ & + \left\{ \frac{r^2 n}{4 u_b} \left[\frac{J_1 d C_2}{E_b dn} - \frac{J_2 d C_1}{E_b dn} + \frac{C_1 G}{\lambda r E_a^2} \left[g(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} (g(\lambda, z)) dz \right] + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{C_2 G}{\lambda r E_a^2} \left[f(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} f(\lambda, z) dz \right] \right] \right\}^2 \mathcal{W}_{E_a}^2 + \\ & \left\{ -1 + \frac{r^2}{4 u_b} \left[\frac{J_2 n d C_1}{E_b dn} - \frac{J_1 n d C_2}{E_b dn} + \frac{4 C_1 G \mu n}{\lambda r E_a E_b} \left[g(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} g(\lambda, z) dz \right] + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{4 C_2 G \mu n}{\lambda r E_a E_b} \left[f(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} f(\lambda, z) dz \right] \right] \right\}^2 \mathcal{W}_{E_b}^2 \end{aligned}$$

We wzorze powyższym przyjęto następujące oznaczenia:

C_1, C_2 - stałe całkowania występujące we wzorze opisującym rozkład naprężeń w stali; zależą od rozkładu momentu i są funkcją σ_0, μ, n

$$J_1 = \int_0^{\lambda y_1} \sin z \left[\frac{2(1-\nu_b)\lambda_1}{(r^2\lambda_1^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^2\lambda}{(r^2\lambda^2 + z^2)^{3/2}} \right] dz$$

$$J_2 = \int_0^{\lambda y_1} \cos z \left[\frac{2(1-\nu_b)\lambda}{(r^2\lambda^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^2\lambda}{(r^2\lambda^2 + z^2)^{3/2}} \right] dz$$

$f(\lambda z)$ - funkcja podcałkowa w całości J_1

$g(\lambda z)$ - funkcja podcałkowa w całości J_2

W celu wyznaczenia współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy należy obliczyć kowariancję poślizgu zbrojenia i deplanacji przekroju. W przypadku zbrojenia gładkiego kowariancję wyznacza się z wzoru:

$$\text{cov}(u_b, \Delta) = \frac{\partial u_b}{\partial \psi} \frac{\partial \Delta}{\partial \psi} \sigma_\psi^2 + \frac{\partial u_b}{\partial E_a} \frac{\partial \Delta}{\partial E_a} \sigma_{E_a}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta}{\partial E_b} \sigma_{E_b}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial G} \frac{\partial \Delta}{\partial G} \sigma_G^2 \quad /7.30/$$

Występujące we wzorze /7.30/ pochodne są równe odpowiednim współczynnikom /bez kwadratu/, występującym we wzorach /7.20/ i /7.29/ podzielonym przez daną zmienną losową. W przypadku zbrojenia żebrowanego analogiczny wzór ma postać:

$$\text{cov}(u_b, \Delta) = \frac{\partial u_b}{\partial \psi} \frac{\partial \Delta}{\partial \psi} \sigma_\psi^2 + \frac{\partial u_b}{\partial E_a} \frac{\partial \Delta}{\partial E_a} \sigma_{E_a}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta}{\partial E_b} \sigma_{E_b}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial k_1} \frac{\partial \Delta}{\partial k_1} \sigma_{k_1}^2 + \frac{\partial u_b}{\partial G} \frac{\partial \Delta}{\partial G} \sigma_G^2 \quad /7.31/$$

Ostatecznie współczynnik zmienności oblicza się ze wzoru:

$$\mathcal{D}_{a_f}^2 = \frac{\mathcal{D}_\Delta^2 \Delta^2 + \mathcal{D}_{u_b}^2 u_b^2 + 2\text{cov}(u_b, \Delta)}{(\Delta - u_b)^2} \quad / 7.32/$$

Dzięki obliczeniu współczynnika zmienności i wielkości oczekiwanej szerokości rozwarcia rysy, można rozwiązać dwa podstawowe problemy związane z probabilistyczną interpretacją szerokości rozwarcia rysy /podane na str. 143 /. Sposób postępowania jest analogiczny do przedstawionego w punkcie 7.1.1.

7.2. BELKA ZGINANA - ZMIENNE HISTORIE OBCIĄŻENIA

Zgodnie z założeniami niniejszej pracy ostateczną szerokość rozwarcia rysy oblicza się jako sumę szerokości rozwarcia rysy pod ostatnim obciążeniem i wszystkich poprzednich szerokości residualnych.

Ze względu na to współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy należy obliczać ze wzoru:

$$\mathcal{D}_a^2 = \frac{\mathcal{D}_{a_f}^2 a_f^2 + \sum \mathcal{D}_{r_i}^2 \Delta_{r_i}^2 + \sum \rho_{a_f, \Delta_{r_i}} \mathcal{D}_{a_f} \mathcal{D}_{r_i} a_f \Delta_{r_i} + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \rho_{r_i, r_j} \mathcal{D}_{r_i} \mathcal{D}_{r_j} \Delta_{r_i} \Delta_{r_j}}{\left[a_f + \sum_{i=1}^n \Delta_{r_i} \right]^2} \quad / 7.33/$$

We wzorze powyższym przyjęto następujące oznaczenia:

Δ_{r_i} – szerokość residualna poślizgu

ρ_{a_f, r_i} – współczynnik korelacji pomiędzy szerokością "i"-tego poślizgu residualnego i ostatniej analizowanej szerokości rozwarcia

ρ_{r_i, r_j} – współczynnik korelacji pomiędzy dwoma residualnymi poślizgami

$\mathcal{D}_n$ - współczynnik residualnej szerokości poślizgu.

Szczegółowa postać wzoru /7.33/ jest zależna od przebiegu procesu obciążania i odciażania danego elementu. Metody postępowania służące w szczególności obliczeniu $\mathcal{D}_n, \varphi_n, r_j$ i

φ_n, a_f są identyczne z przedstawionymi w poprzednich rozdziałach. Przykładowe obliczenia przedstawione są poniżej. Ze względu na prostotę i przejrzystość przeanalizowano następującą historię obciążenia:

- obciążenie belki powodujące powstanie rys pierwszego rzędu ($\sigma_a = \sigma_0$)
- odciażenie belki do zera ($\sigma_a = \sigma_{ozd}$) i $l = a$
- ponowne obciążenie ($\sigma_a = \sigma_1 < \sigma_0$)

W tym przypadku szerokość rozwarcia rysy oblicza się ze wzoru:

$$a = \Delta_r + a_f(\sigma_1) \quad /7.34/$$

gdzie Δ_r jest residualną szerokością rozwarcia rysy, spowodowaną odciażeniem belki z poziomu obciążenia M_0 do $M = 0$. Szerokość rozwarcia a_f / σ_1 oblicza się ze wzoru /4.11/, natomiast współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy wg wzoru /7.7/.

Residualną szerokość rozwarcia rysy oblicza się zgodnie ze wzorem /4.57/ i /4.61/, natomiast współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy wg wzorów /7.1/, /7.5/ i /7.10/, zastępując w nich wyrażenie $/k - \sigma_0/$ różnicą $/k - \sigma_{ozd}/$. Kowariancję poślizgu residualnego i szerokości rysy przy obciążeniu oblicza się w ogólnym przypadku z poniższego wzoru:

$$\begin{aligned} \text{cov}(a_f, \Delta_r) = & \frac{\partial a_f}{\partial \psi} \frac{\partial \Delta_r}{\partial \psi} \sigma_\psi^2 + \frac{\partial a_f}{\partial k} \frac{\partial \Delta_r}{\partial k} \sigma_k^2 + \frac{\partial a_f}{\partial R_{br}} \frac{\partial \Delta_r}{\partial R_{br}} \sigma_{R_{br}}^2 \\ & + \frac{\partial a_f}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta_r}{\partial E_b} \sigma_{E_b}^2 + \frac{\partial a_f}{\partial E_a} \frac{\partial \Delta_r}{\partial E_a} \sigma_{E_a}^2 + 2 \left[\frac{\partial \Delta_r}{\partial E_b} \frac{\partial a_f}{\partial R_{br}} + \frac{\partial a_f}{\partial E_b} \frac{\partial \Delta_r}{\partial R_{br}} \right] \text{cov}(R_{br}, E_b) \end{aligned} \quad /7.35/$$

Współczynnik korelacji oblicza się dzieląc kowariancję przez iloczyn odchyłeń standardowych.

W analogiczny sposób oblicza się współczynniki korelacji residualnych poślizgów.

Dokładne obliczenie współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy, przy zmiennej historii obciążenia, wymaga znacznego nakładu pracy związanego z koniecznością obliczania dużej ilości pochodnych. W przypadku zastosowań inżynierskich /ze względu na strukturę wzorów/ można, nie popełniając zbytniego błędu, założyć, że współczynniki korelacji są równe 1.

Analiza wzoru /7.33/ prowadzi do dwóch ciekawych wniosków:

- a/ Współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy przy prostym odciażeniu jest większy niż w przypadku złożonej historii obciążenia: wynika to z faktu, że współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy jest większy od współczynnika zmienności poślizgu.
- b/ Wzrost ilości odciażeń i obciążeń powoduje zmniejszanie się współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy.

7.3. METODY ANALIZY PROBABILISTYCZNEJ W PRZYPADKU OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY PRZY OBCIĄŻENIACH DŁUGOTRWAŁYCH

W przypadku przeprowadzania takiej analizy należy uwzględnić dwa nowe zjawiska:

- a/ naprężenie w rysach jest zależne od parametrów opisujących funkcję pełzania $/n, m, \alpha /$, które należy traktować jako zmienne losowe
- b/ szerokość rozwarcia rysy jest funkcją czasu i w tym sensie należy ją rozpatrywać jako proces stochastyczny.

Pierwszy z problemów można rozwiązać w następujący sposób. Korzystając z metody Cornell'a należy, w celu wyznaczenia współczynników zmienności poślizgu i deplanacji w chwili czasu $t = t_1$, uwzględnić wpływ nowych zmiennych losowych n, m, α oraz dodatkowy wpływ E_b/t_1 na współczynniki zmienności. Ponieważ wpływ ten wyraża się poprzez losowe zmiany $\xi_j(t)$, można zagadnienie to sprowadzić do obliczenia następujących pochodnych:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} = \frac{dY_i}{d\xi} \frac{d\xi}{dX_j} \quad /7.36/$$

gdzie Y_1 - może być wielkością poślizgu, deplanacji, bądź szerokością rozwarcia rys wewnętrznych,

X_j - jedną ze zmiennych losowych $m, n, \alpha, E_b/t_1$.

W ten sposób można obliczyć wariancję Y_1/t_1 , dodając do wariancji obliczonej dla obciążenia krótkotrwałego następujące wyrażenie:

$$\sigma_{\xi}^2(t) = \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right)^2 \sigma_{x_j}^2 + 2 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_b} \right) \left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right) \rho_{E_b, X_j} + 2 \sum_{j=1}^3 \sum_{k \neq j}^3 \frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \frac{\partial Y_i}{\partial X_k} \sigma_{x_j} \sigma_{x_k} \rho_{x_j, x_k} / 7.37/$$

Drugi człon wyrażenia /7.36/ związany jest z korelacją między zmiennymi m , n , α i E_b/t_1 . Natomiast trzeci człon uwzględnia korelację pomiędzy m , n , α . Dokładne ustalenie zależności korelacyjnych jest obecnie niemożliwe. Wstępnego oszacowania można dokonać na podstawie wzorów /5.12/ i zależności pomiędzy E_b i R_b .

Osobnym problemem jest obliczenie pochodnych $\frac{d\xi}{dX_j}$. Związane jest to z postacią zależności pomiędzy $\xi(t)$ i $E''/t, t_0/$ oraz $J/t, t_0/$. Są to równania w postaci uwikłanej. W związku z tym skorzystano z twierdzenia o pochodnej funkcji uwikłanej i po przekształceniach otrzymano następującą zależność:

$$\frac{d\xi}{dX_j} = - \frac{\frac{dF}{dX_j}}{\frac{dF}{d\xi}}, \quad \text{gdzie } F[\xi, \xi(X_j)] = 0 \quad \text{jest} \quad /7.38/$$

funkcję opisującą zależność pomiędzy $\xi /t/$ i $E''/t, t_0/$ oraz $J/t, t_0/$ /np. równanie 5.25/.

Ponieważ zmienne losowe m , n , α występują zarówno w wyrażeniu $J/t, t_0/$ jak i $E''/t, t_0/$ to zachodzi zależność:

$$\frac{dF}{dX_j} = \frac{dF}{dJ} \frac{dJ}{dX_j} + \frac{dF}{dE''} \frac{dE''}{dX_j} \quad /7.39/$$

Poszczególne pochodne występujące we wzorze /7.39/ dane są /w przypadku równania 5.25/ następującymi wzorami:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dJ} = & -\xi^3(t)(\mu + \mu')\sigma(t_0)E''(t, t_0) + 4\xi^2(t)\left(\mu + \mu' \frac{Q'}{n_0}\right)\sigma(t_0)E''(t, t_0) + \\ & -3\xi(t)\left[\mu + \mu' \left(\frac{Q'}{n_0}\right)^2\right]\sigma(t_0)E''(t, t_0) \end{aligned} \quad /7.40/$$

$$\frac{dF}{dE''} = -\xi^3(t)(\mu + \mu')\sigma(t_0)\mathcal{I}(t, t_0) + 4\xi^2(t)\left[\mu + \mu'\frac{a'}{n_0}\right]\sigma(t_0)\mathcal{I}(t, t_0) + \quad /7.41/$$

$$- \frac{3\xi^2(t)M(t)}{bh_0^2 E_a} - 3\xi(t)\left[\mu + \mu'\frac{a'^2}{n_0^2}\right]\sigma(t_0)\mathcal{I}(t, t_0)$$

$$\frac{dE''}{dX_j} = \frac{\mathcal{I}_1 R - 1}{(\mathcal{I} - \mathcal{I}_1)^2} f_j + \frac{1 - \mathcal{I} R}{(\mathcal{I} - \mathcal{I}_1)^2} f_{1j} - \frac{\mathcal{I}_1}{\mathcal{I} - \mathcal{I}_1} \left[\frac{-0.992}{\mathcal{I}^2} f_j + \frac{0.115}{\mathcal{I}_2^2} \left(\frac{\mathcal{I}_3}{\mathcal{I}_4} - 1 \right) f_{2j} - \frac{0.115}{\mathcal{I}_2 \mathcal{I}_4} f_{3j} + \frac{0.115 \mathcal{I}_3}{\mathcal{I}_2 \cdot \mathcal{I}_4^2} f_{4j} \right] /7.42/$$

gdzie

$$\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}(t+0.1, \tau), \mathcal{I}_2 = \mathcal{I}(t, t-1), \mathcal{I}_3 = \mathcal{I}(t+\tau, \tau), \mathcal{I}_4 = \mathcal{I}(t, t-\xi)$$

$$f_j = \frac{d\mathcal{I}}{dX_j}, \quad f_{1j} = \frac{d\mathcal{I}_1}{dX_j}$$

Szczególne postacie wzoru /7.42/ w przypadku pełzania podstawowego podane są zależnościami /7.43/ do /7.46/:

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\alpha} = \frac{1}{E_0} \varphi_1(t-\tau)^m + \frac{(\tau^{-m} + \alpha)(t-\tau)^n}{E_0(28^{-m} + \alpha)} \frac{(-\varphi_1)}{+} \quad /7.43/$$

$$- \frac{\mathcal{I} E_b(t) 10^{-n} \varphi_1}{E_0} + \frac{\mathcal{I} E_b(t) 10^{-m} \varphi_1 (\tau^{-m} + \alpha)}{E_0(28^{-m} + \alpha)}$$

$$\frac{d\mathcal{I}}{dn} = \frac{\varphi_1(\tau^{-m} + \alpha)(t-\tau)^m}{E_0} \ln(t-\tau) + \frac{(\tau^{-m} + \alpha)(t-\tau)^m \varphi_1 3 \ln 10}{E_0} + \quad /7.44/$$

$$- \frac{3 E_b(t) 10^{-m} (\tau^{-m} + \alpha) \cdot \varphi_1}{E_0} \ln 10 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{d\mathcal{I}}{dm} = - \frac{\varphi_1(t-\tau)^m \tau^{-m} \ln \tau}{E_0} - \frac{\varphi_1(\tau^{-m} + \alpha)(t-\tau)^m 28^{-m} \ln 28}{E_0(28^{-m} + \alpha)} + \quad /7.45/$$

$$\frac{\mathcal{I} E_b(t) \varphi_1 10^{-m} \tau^{-m} \ln \tau}{E_0} + \frac{\mathcal{I} E_b(t) 10^{-m} \varphi_1 (\tau^{-m} + \alpha) 28^{-m} \ln 28}{E_0(28^{-m} + \alpha)}$$

$$\frac{d\sigma}{dE_b(t)} = - \frac{\sigma [1 + \phi_1 10^{-m} (\bar{\tau}^m + \alpha)]}{E_0} \quad /7.46/$$

Pochodną $\frac{dY_i}{d\xi}$ występującą we wzorze /7.38/, wylicza się odpowiednio do postaci Y_1 /poślizg, deplanacja, szerokość rozwarcia rys wewnętrznych/. Przykładowo, gdy Y_1 jest poślizgiem zbrojenia w przypadku stali gładkiej i przy występowaniu rys wewnętrznych, to

$$\frac{dY_i}{d\xi} = \frac{\Delta}{3 - \xi_1} \quad /7.47/$$

Jak już zaznaczano, na obecnym etapie badań niemożliwe jest ustalenie korelacji pomiędzy E_b i α , m , n . Ponieważ zmienne losowe α , m , n zależne są od składu betonu i jego wytrzymałości średniej na ściskanie, to dopiero ustalenie ogólnie akceptowanej zależności $E_b = f \left(\frac{w}{o}, \frac{a}{g}, \frac{a}{o}, \frac{s}{o}, R_b \right)$ pozwoli obliczać współczynniki korelacji.

Również ustalenie wzajemnej korelacji pomiędzy α , m , n wymaga podania zależności pomiędzy wytrzymałością betonu i jego składem. Obecnie można przyjmować orientacyjne wielkości współczynników korelacji ponieważ istnieją badania empiryczne szacujące te zależności. Występuje jednak spora dowolność, związana ze znacznymi rozbieżnościami wyników badań.

Osobnym problemem jest rozwiązanie dwóch podstawowych zagadnień analizy probabilistycznej:

- a/ wyznaczenie prawdopodobieństwa przekroczenia przez rysę określonej szerokości rozwarcia,

b/ określenie maksymalnego obciążenia nie powodującego /z danym prawdopodobieństwem/ przekroczenia określonej szerokości rozwarcia rysy.

W odróżnieniu od obciążenia krótkotrwałego, w tym przypadku szerokość rozwarcia rysy jest procesem stochastycznym.

Przeprowadzona powyżej analiza wskazuje ponadto, że jest to proces niestacjonarny, o wartości oczekiwanej i wariancji zależnych od czasu. Rozkładem macierzystym tego procesu jest rozkład normalny.

Podstawowe zagadnienie niezawodności polega na wyznaczeniu następującego prawdopodobieństwa:

$$p = P \left\{ \max_t a(t) < a_{dop} \right\} \quad /7.48/$$

Ponieważ a/t jest niestacjonarnym procesem gaussowskim, to wyznaczenie tego prawdopodobieństwa w ogólnym przypadku nie jest możliwe.

Rozwiązanie można uzyskać rozpatrując zależność a/t w różnych przedziałach czasu. W przypadku starego betonu /dla dużych $t \gg 2$ lata/ można założyć, że $J(t, t_0) \approx J(t + \xi, t_0)$. W związku z tym funkcja wariancji procesu $\sigma_a^2(t)$ jest praktycznie niezależna od czasu i proces można traktować jako stacjonarny z funkcją autokorelacji równą 1. Ponieważ dla tego przypadku również $a/t = \text{const}$, to w celu wyznaczenia prawdopodobieństwa podanego wzorem /7.48/ należy postąpić w następujący sposób:

- wyznaczyć $a/t = T$, gdzie $T \gg 2$
- wyznaczyć $\sigma/t = T$, w funkcji parametrów reologicznych

- obliczyć

$$P\{a(t-T) \leq a_{dop}\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{a_{dop}} e^{-0.5u^2} du = F_u \left[\frac{a_{dop} - \bar{a}(t=T)}{\sigma(t=T)} \right] \quad /7.49/$$

Procedura powyższa jest szczególnie uzasadniona, gdy należy sprawdzić proces zarysowania dla całego czasu eksploatacji budynku /wtedy np. $T = 50$ lat/.

Zamiana warunku /7.48/ na /7.49/ pozwala na rozwiązanie drugiego z problemów tzn. wyznaczenie maksymalnego obciążenia dopuszczalnego. Procedura jest identyczna z przedstawioną w przypadku obciążeń krótkotrwałych.

Zastosowana powyżej metoda nie może być stosowana, gdy czas trwania obciążenia jest krótki.

W tym przypadku można jednak przyjąć założenie, że a_{dop} jest dużo większe od $a/t = t_1/$ i przekroczenia poziomu a_{dop} przez $a/t/$ są na tyle rzadkie, że można je traktować jako zdarzenie niezależne. Dalszy ciąg postępowania w tym przypadku jest uzależniony od przyjęcia dodatkowych założeń o stacjonarności bądź niestacjonarności procesu stochastycznego $a/t/$. Wydaje się, że można przyjąć za umowną granicę 1 roku. Poniżej niej $a/t/$ należy traktować jako proces niestacjonarny, a powyżej jako stacjonarny. W przypadku procesu stacjonarnego i przedstawionych wcześniej założeń rozwiązania równania /7.49/ można znaleźć m. in. w pracach [22], [73], [32]. Ponieważ rozwiązania te dotyczą procesu o średniej zero należy przy korzystaniu z nich przyjąć, że "bariera" jest równa $a_{dop} - a/t/$, a analizowany proces ma postać $a^x/t/ = a/t/ - \bar{a}/t/$. Najbardziej popularne rozwiązanie ma postać: [25]

$$p = A \exp \left\{ -2\lambda_0 \exp \left[- \frac{(a_{dep} - \bar{a}(t))^2}{2\sigma_x^2} \right] \cdot t \right\} \quad /7.50/$$

gdzie A jest prawdopodobieństwem, że dla $t = 0$ proces znajduje się poniżej bariery, λ_0 - jest częstością przekroczeń procesu poziomu zerowego.

W przypadku procesów niestacjonarnych rozwiązania podane są m. in. w pracach [25], [22]. Wykorzystuje się w nich reprezentację spektralną procesu stochastycznego. Wymaga to stosowania maszyn cyfrowych. Rozwiązanie podane w pracy [25] jest niezależne od rodzaju rozkładu macierzystego.

Inną metodę rozwiązania zagadnienia można przedstawić wykorzystując wyniki zawarte w pracy [49].

Należy przyjąć, że problem niezawodności przy analizowaniu długotrwałej szerokości rozwarcia rysy wymaga jeszcze wielu dodatkowych prac teoretycznych i badawczych oraz dalszych uściśleń.

8. ZAKOŃCZENIE

8.1. UWAGI KOŃCOWE

Niniejsza praca ma charakter teoretyczny. Jej celem było przedstawienie matematycznie spójnej próby kompleksowego opisu zarysowania konstrukcji żelbetowych. Zaproponowana metoda pozwala na obliczanie szerokości rozwarcia rysy, zarówno w przypadku stałego jak i zmiennego obciążenia krótko- i długotrwałego. Umożliwia również analizę rozkładu naprężeń rozciągających w stali i betonie. Dalszy rozwój teorii, na bazie uzyskanych wyników, może pozwolić na wyznaczenie sztywności elementu między rysami. Stanowi to krok na drodze do łącznego traktowania stanów nośności, zarysowania i ugięcia konstrukcji. Wszystkie wielkości związane z zarysowaniem obliczone zostały jedynie z wykorzystaniem wzorów przyczepności oraz ogólnie akceptowanych założeń. Pozwala to na zredukowanie, do niezbędnego minimum, ilości parametrów wyznaczonych na podstawie badań empirycznych.

Zapewnia to proponowanej metodzie ogólność oraz umożliwia jej doskonalenie, wynikające z lepszego poznania zjawiska przyczepności. M. in. temu problemowi chciałaby się poświęcić autor w dalszych swoich pracach.

W niniejszej pracy przedstawiono wpływ historii obciążenia, powstania rys wewnętrznych i deplanacji na szerokość rozwarcia rysy. Opis ilościowy dwóch ostatnich zjawisk został, wg autora, zaproponowany w literaturze po raz pierwszy. Ze względu na swą doniosłość opis ten wymaga dalszych pogłębionych studiów teoretycznych i badań empirycznych.

W końcowej części pracy zaprezentowano metodę obliczania odchylenia standardowego szerokości rozwarcia rysy. Jako podstawowe zmienne losowe przyjęto moduł sprężystości stali oraz wytrzymałość betonu na rozciąganie. Drugą grupę zmiennych losowych stanowią parametry empiryczne, występujące we wzorach opisujących przyczepność. Inne wielkości losowe analizowano wykorzystując zależności funkcyjne pomiędzy nimi a podstawowymi zmiennymi losowymi. Uzależnienie współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy od wielkości opisujących cechy mechaniczne i geometryczne przekroju pozwala na pełniejszą ocenę zarysowania oraz częściową kontrolę maksymalnej szerokości rozwarcia rysy. Można ją przeprowadzić poprzez dobór parametrów, zmniejszający wielkość współczynnika zmienności. Szczegółowa analiza probabilistyczna może w przyszłości pozwolić na racjonalny wybór kontroli jakości używanych materiałów i elementów

Obliczenie średniej szerokości rysy i odchylenia standardowego dla rzeczywistych średnich wartości parametrów pozwala na wyznaczanie takich wielkości jak maksymalna, najbardziej prawdopodobna lub minimalna szerokość rozwarcia rysy. Można również obliczać prawdopodobieństwo nieprzekroczenia określonej szerokości zarysowania. Ma to istotne znaczenie w przypadku konstrukcji pracujących w nietypowych warunkach, lub gdy wymagana jest duża niezawodność obiektu.

8.2. WNIOSKI

Szczegółowe wnioski wynikające z interpretacji otrzymanych wyników przedstawione zostały w poszczególnych rozdziałach. Część konkluzji wynika bezpośrednio z analizy otrzymanych wzorów.

W części końcowej autor chciałby zestawić jedynie najbardziej ogólne wnioski dotyczące przyjętych założeń i przedstawionych tez. Z przyjętych założeń wymagają uzasadnienia:

- a/ przyjęcie prawa Hooke'a w stosunku do betonu
- b/ założenie rozkładu normalnego do opisu rozkładu szerokości rozwarcia rysy.

Weryfikację pierwszego założenia przedstawiono w załączniku nr 1. Otrzymane wyniki potwierdzają, iż założenie to w przypadku obciążeń eksploatacyjnych jest w zasadzie słuszne. Szczególnie dotyczy to przypadków tzw. "ekonomicznego" procentu zbrojenia oraz wyższych klas betonu. Uwzględnienie faktu, iż rzeczywiste obciążenia konstrukcji są mniejsze od wielkości obliczeniowych, pozwala przyjąć, że założenie jest również słuszne w przypadku dużych procentów zbrojenia.

Założenie drugie weryfikowano korzystając z wyników badań Maldaque'a^[54]. We wszystkich przypadkach stwierdzono zgodność z przyjętym założeniem. Wniosek ten był również potwierdzany przez innych badaczy. Wydaje się jednak, że założenie o rozkładzie należy weryfikować każdorazowo przy przeprowadzaniu badań lub obliczeń.

Osiągnięcie celu pracy, tzn. podanie spójnego modelu matematycznego pozwalającego obliczać szerokość rozwarcia rysy

w przypadku różnych historii obciążenia, było możliwe dzięki wykorzystaniu wzorów opisujących przyczepność i łącznym opisie $\tau(y)$, $\sigma_{br}(y)$, $\sigma_a(y)$ i $\Delta(y)$. Precyzyjność otrzymanych wyników należy zwiększyć analizując bardziej szczegółowo zjawisko przyczepności.

Dzięki przedstawionej metodzie możliwe było przedstawienie sposobu obliczania szerokości rozwarcia rysy przy kolejnych obciążeniach i odciążeniach. W przypadku przekrojów bez strefy ściskanej cykliczne obciążenia i odciążenia powodują stałe przyrosty szerokości rysy.

W przypadku przekrojów ze strefą ściskaną przyrosty te tworzą ciąg malejący. Dalsze analizy pozwolą określić warunki, przy których szereg ten będzie zbieżny /tzn. kiedy szerokość rysy nie przekroczy pewnej granicy/.

Jest to zgodne z pierwszą z prezentowanych tez pracy.

Należy jedynie badaniami empirycznymi sprawdzić zależność pomiędzy wartościami parametrów przyczepności przy obciążeniu i odciążeniu.

Dzięki wykorzystaniu wzorów przyczepności i rozwiązań teorii sprężystości obliczono deplanację przekroju zarysowanego. Wielkość deplanacji waha się od kilku do kilkudziesięciu procent szerokości rozwarcia rysy. Szczególnie istotne znaczenie ma to zjawisko dla obciążeń niewiele większych od rysujących i wysokiej wytrzymałości betonu na rozciąganie.

Dokładność otrzymanych wyników zależy od precyzyjności wzorów opisujących przyczepność oraz wielkości otuliny.

Im większa otulina tym dokładniejsze otrzymuje się wyniki.

Jest to zgodne z drugą z przedstawionych tez pracy.

Wpływ obciążeń długotrwałych uwzględniono obliczając zmiany położenia osi obojętnej w funkcji czasu. Do obliczania zmian położenia osi wykorzystano metodę i funkcje pełzania zaprezentowane przez Bažanta. Pozwala to uzyskać w stosunkowo prosty sposób dokładne rozwiązania. Dodatkową zaletą jest możliwość uzależnienia parametrów występujących w funkcji pełzania od składu i wytrzymałości betonu. Otrzymane dzięki tej metodzie wyniki wykazują dobrą zgodność z wynikami badań empirycznych przeprowadzonych przez Kortasa. Wykorzystanie wzorów opisujących przyczepność oraz łączne opisanie τ , σ_{br} , σ_a , Δ za pomocą równań różniczkowych pozwoliło przedstawić te wielkości w funkcji położenia. Umożliwia to dokładniejszą niż w przypadku operowania pojęciem faz analizę zmian sztywności przekroju zarysowanego. Dalsza analiza może pozwolić na bardziej precyzyjne obliczanie ugięć konstrukcji zarysowanych.

Dzięki zastosowaniu metody Cornell'a wyprowadzono wzory służące obliczaniu wartości średniej i odchyleniu standardowego szerokości rozwarcia rysy. W przypadku rozkładu normalnego te dwie wielkości całkowicie determinują postać rozkładu. W związku z tym możliwe jest uzyskanie wszystkich informacji probabilistycznych; a w szczególności:

- a/ "gwarantowanej" szerokości rozwarcia rysy /jest ona określonym kwantylem rozkładu np. 5 %/,
- b/ prawdopodobieństwa nieprzekroczenia przez szerokość rozwarcia rysy zadanej dopuszczalnej wielkości,
- c/ średniej szerokości rozwarcia rysy.

Analiza probabilistyczna pozwala dodatkowo przeprowadzić analizę krytyczną istniejących wzorów.

W załączniku nr 4 pokazano sposób wykorzystania wyżej przedstawionych informacji o rysie do łącznego traktowania nośności i zarysowania. Jest to krok do bezpieczniejszego a przy tym ekonomicznego wymiarowania konstrukcji. Wzory służące obliczaniu średnich szerokości rozwarcia rys i współczynników zmienności mają na tyle skomplikowaną postać, iż wymagają stosowania /w większości przypadków/ metod numerycznych.

Wykorzystane programy przedstawiono w załączniku nr 4.

Załącznik nr 3 zawiera porównanie wyników otrzymanych z analizy teoretycznej z wynikami badań Kortasa i Maldaque'a. [44], [54]. Wykazują one zadawalającą zgodność.

Osiągnięte w pracy rozwiązania potwierdzają tezę i cel pracy, iż możliwe i celowe jest stworzenie ogólnej metody obliczania szerokości rozwarcia rysy bazującej na wykorzystaniu związków opisujących przyczepność i uwzględniających losowy charakter parametrów opisujących własności betonu i stali.

Przedstawiona praca jest krokiem w kierunku zbudowania takiej metody. Dalszy jej rozwój wymaga szczegółowych analiz teoretycznych i empirycznych przedstawionych w rozdziale drugim zjawisk i problemów.

SPIS LITERATURY

- [1] ACI Committee 224: Control of Cracking in Concrete Structures, Journal of the ACI, December 1972.
- [2] Albandar F., Mills G.M.: The Prediction of Crack Width in RCB, Magazin of Concrete Research, September 1974.
- [3] Alexandrovskij S.V.: Applications of the Theory of Concrete Creep. Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1979 /po rosyjsku/
- [4] Bažant Z.P.: Theory of Creep and Shrinkage in Concrete Structures: A Precs of Recent Developments. Pergamon Press, 1975.
- [5] Bažant Z.P.: Comparision of Approximate Linear Methods for Concrete Creep. Proc. of the ASCE - J. of the Structural Division, September 1973.
- [6] Bažant Z.P.; Panula L.: Practical Prediction of Time-Dependent Deformations of Concrete. Materioux et Construc-tions, No 65 Vol. 11.
- [7] Bažant Z.P.: Approximate Relaxation Function for Concrete. Proc. of the ASCE - J. of the Structural Division, December 1979.
- [8] Bažant Z.P.: Stochastic Process for Extrapoling Cooncrete Creep Proc. of the ASCE - J. of the Eng. Mech. Division, Dec. 1977.
- [9] Bažant Z.P.: Deformation of Cracked Net-Reinforced Concrete Walls, Proc. of the ASCE - J. of the Structural Eng., Jan 83.

- [10] Bažant Z.P., Cedolin L.: Finite Element Modeling of Crack Bond Propagation. Proc. of the ASCE - J. of the St.Eng., Jan 83.
- [11] Benjamin R.J., Cornell C.A.: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów, WNT Warszawa 1977.
- [12] Bennett E.W.: A Theory for the Movement of Cracks in Concrete Members With Plain Bar Reinforcement or Plain Wire Tendons. Mag. of Conc. Research, June 74.
- [13] Boroz A.: Teoria konstrukcji żelbetowych /skrypt Politechniki Wrocławskiej/ Wrocław 1977
- [14] Boroz A., Tomczak T.: Samonapężenia od pełzania betonu w belkach żelbetowych, w: XXVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 82.
- [15] Broms B.B.: Crack Width and Spacing in R. C. Members. Jour. of the ACI, October 1965.
- [16] Broms B.B.: Stress Distributions in R C Members with Tension Cracks. J. of the ACI, September 1965.
- [17] Broms B.B., Lutz L.R.: Effects of Arrangement of Reinforcement on Crack Width and Spacing in R C Members. J. of the ACI.
- [18] Brooks J.J., Neville A.M.: Estimating Long-Term Creep and Shrinkage from Short-Term Test. M. of CR. 1975.
- [19] Brooks J.J., Neville A.M.: Relaxation of Stress in Concrete and Its Relations to Creep, J.of the ACI, April 1976.

- [20] Brown C.B.: On the Necessity of a Non-slip Mechanism Between Steel and Concrete in the Region of Crack. M. of C R, March 69.
- [21] Chinn J., Adams S.F.: Prediction of Initial Cracking and Crack Propagation in Reinforced Models. J. of the ACI, June 1969.
- [22] Choi H.S.: On the Statistical Distribution of the Largest Value of Non-stationary Processes, w: 2nd International Conference on Structural Safety and Reliability, Munich 1977.
- [23] Chow W.Y.; Gardner N.J.: Statistical Variability and Probability of Failure of Reinforced Concrete, w: International Conf. on Applications of Statistics and Probability to Soil and St. Eng., Sydney 79.
- [24] Clark A.P.: Cracking in R C Flexural Members. J. of the ACI, April 56.
- [25] Corotis R.B.: First Passage of Non-Stationary Random Processes Proc. of the ASCE. J. of the Eng. Mech. Div.
- [26] Dörn K.: Bond Behaviour of Ribbed Reinforcement under Transversal Pressure, w: Nonlinear Behaviour of Spatial Concrete Structures IASS Symposium, Darmstadt 1978 - individual papers.
- [27] Edwards A.D., Labib F.: An Analitical Investigation of Cracking in Concentric and Eccentric Reinforced Concrete Tension Members. Institution of Civil Eng. March 1978.
- [28] Frantz G.C.; Breen J.E.: Cracking on Side Faces of Concrete Beams. J. of the ACI, Sept.-October 1980.

- [29] Fardis M.N., Buyukozturk O.: Shear Transfer Model for RC. Proc. of the ASCE. J. of the Eng. Mech. Div. April 1979.
- [30] Gichman J.J., Skorochod A.W.: Wstęp do teorii procesów stochastycznych. PWN, Warszawa 1968.
- [31] Gijbbers F.B.J.: A Numerical Model for Bond-Slip Problems, w: Nonlinear Behaviour of Spatial Concrete Structures IASS Symposium, Darmstadt 1978 - individual papers.
- [32] Gniedienko W.W.: Metody matematyczne w teorii niezawodności WNT, Warszawa 1968.
- [33] Goszczyński B.S.: Losowy proces tworzenia się rys w prętowych elementach żelbetowych, w : XXV Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1978.
- [34] Goto Y.: Crack Formed in Concrete Around Deformed Tension Bar. J. of the ACI, 1971.
- [35] Grigorin M.: Extremes of Moving Average Processes, w: 2nd International Conf. on Structural Safety and Reliability, Minich 1977.
- [36] Illston J.M., Stevens R.F.: Long-term Cracking in RC. Proc. of Civil Eng. 1972.
- [37] Jasman S.: Odkształcalność betonu i sposoby jego badania. Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Polit. Wr. 2/2 Wrocław 1970.
- [38] Jasman S.: Rheological deformations of concrete plate elements Build. Sci. Vol. 2, pp 13-19, Pergamon Press, London 1967.

- [39] Jordan I.J.: Creep of Concrete: A. Consistent Engineering Approach. Proc. of the ASCE. - J. of the Structural Division, March 1977.
- [40] Kemp E.L.: Investigation of the Parameters Influencing Bond Cracking. Journal of the ACI, Jan. 1979.
- [41] Kesler C.E.: Crack Control in One-Way Slabs Reinforced With Reformed Welded Wire Fabric. J. of the ACI, March 1968.
- [42] Kholmyansky: The Technical Theory of the Bond Between Reinforcement and Concrete and Its Application.
Beton i żelazobeton 12/68 /po rosyjsku/
- [43] Kolner V.M.: The Bond Between Reinforcement and Concrete under Dynamic and Cyclic Loads.
Beton i żeliezobeton 12/68 /po rosyjsku/.
- [44] Kortas J.: Etude de l'ouverture des fissures en fonction du temps dans les poutres en beton-armé /praca doktorska/ Lyon 1975..
- [45] Kozłowski W.J.: Studium współpracy betonu ze zbrojeniem w elemencie wielokrotnie osiowo rozciągane. Wrocław 1979, /praca doktorska/.
- [46] Kuczyński W.: Kontynualna teoria zginania żelbetu. PWN Warszawa.
- [47] Kuczyński W.: Praktyczne aspekty reologii rys. Inżynieria i Budownictwo 1978.
- [48] Kusters G.M.: A Numerical Model for Bond-Slip Problems, w: Nonlinear Behaviour of RC Spatial Structures. IASS Symposium, Darmstadt 1978 - individual papers.

- [49] Leadbetter M.R.: On Crossings of Levels and Curves by a Wide Class of Stochastic Processes, Ann. Math. Statist 1966.
- [50] Lutz L.A., Gergely P.: Increase in Crack Width in RCB under Sustained Loading. J. of the ACI, Sept. 1967.
- [51] Lutz L.A., Gergely P.: Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete. J. of the ACI, Nov. 1967.
- [52] Mac Gregor J.G.: Statistical Description of Strength of Concrete. Proc. of the ASCE. J. of the St. Div. June 79.
- [53] Mac Gregor J.G.: Variability of Mechanical Properties of Reinforcing Bars. Proc. of the ASCE. - J. of the St. Div. May 79.
- [54] Maldaque I.C.: Determination experimentale des lois moment courbures Annales de l'Institut Tech du Batiment et des Travaux Publics, N° 209, 1965
- [55] Mianowski K.M.: Zarysowanie rozciąganych elementów betonowych ze zbrojeniem rozproszonym, ITB, PWN Warszawa.
- [56] Mianowski K.M.: Analiza rys w słabo zbrojonych konstrukcjach żelbetowych, w: XXVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, Krynica 82
- [57] Miller R.K.: Stochastic SH Waves Along a Frictional Interface. Proc. of the ASCE. J. of the Eng. Mech. Div. Dec. 1982.
- [58] Mirza S.M., Houde J.: Study of Bond Stress-Slip Relationships in RC, J. of the ACI, Jan. 1979.
- [59] Mitzel A.: Reologia betonu, Arkady, Warszawa 1972

- [60] Mozer J.D., Gerstle K.H.: Time-Dependent Behaviour of Concrete Beams. Proc. of the ASCE - J.of the St.Div. 1973.
- [61] Murzewski J.J.: Bezpieczeństwo konstrukcji budowlanych, Warszawa, Arkady 1970.
- [62] Nawy E.G.: Crack Control in Reinforced Concrete Structures, J.of the ACI, October 1968.
- [63] Nawy E.G.: Crack Control Through Reinforcement Distribution in Two-Way Acting Slabs and Plates. J. of the ACI, April 1972.
- [64] Nilson: Internal Measurement of Bond-Slip. J. of the ACI 7/72.
- [65] Oatuł A.A.: Proposals Relating to the Construction of the Theory of the Bond Between Reinforcement and Concrete. Beton i Żeliezobeton 12/68 /po rosyjsku/.
- [66] Oatul A.A.: Bond-Slip Relationships Between Reinforcement and Concrete. Stroitelstvo i architektura, 5/1977.
- [67] Payne A.O.: A Probabilistic Approach to Structural Design, w: International Conference on Applications of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering, Sydney 1979.
- [68] Pędziwiatr J.J.: Obliczanie stanów granicznych zarysowania elementów mimośrodowo ściskanych, praca magisterska, Wrocław 1980.

- [69] Pędziwiatr J.J.: Probabilistyczna interpretacja wybranych parametrów związanych ze stanem granicznym zarysowania elementów mimośrodowo ściskanych, w: VI Sympozjum na temat badania przyczyn i zapobiegania awariom konstrukcji budowlanych, Szczecin 1980.
- [70] Poulsen E., Nielsen L.F.: On the Rheology of RC with Particular Reference to Creep Deflection of Beams, w: Rheology and soil mechanics, Grenoble 1964.
- [71] Praca zbiorowa pod redakcją J. Murzewskiego: Stochastyczna mechanika konstrukcji, Ossolineum, Wrocław 1973.
- [72] Praca zbiorowa pod redakcją J. Murzewskiego: Losowe obciążenia i nośność konstrukcji, Ossolineum, Wrocław 1979.
- [73] Praca zbiorowa pod redakcją A. Kołmogorowa: Matematyka - nowości w nauce zagranicznej: Procesy stochastyczne - Mir, Moskwa 1978.
- [74] Praca zbiorowa pod redakcją L. Suwalskiego: Teoria betonu i żelbetu, BB tom II.
- [75] Prokopovich I.E.: Wpływ procesów długotrwałych na stany naprężenia i odkształcenia konstrukcji, Gosstroizdat. Moskwa, 63.
- [76] Rehm G.: Bond of Ribbed Bars Under High Cycle Repeated Loads, J. of the ACI, Feb. 1979.
- [77] Remedios N.C., Wood W.G.: Parameters Governing Load Transfer for Single Reinforcing Members. J. of the Strain Analysis 1/73.
- [78] Rozanow J.A.: Wstęp do teorii procesów stochastycznych, PWN, Warszawa 1974.

- [79] Rüsch : Skurcz i pęcznienie w konstrukcjach żelbetowych. Warszawa, Arkady 1979.
- [80] Saekman J.: Creep of a Cracked RCB. Proc. of the ASCE. J. of the Struct Division, Jan 1968.
- [81] Schäfer H.: Calculation of Stiffnesses and Crack Width in RC Structures, w: Nonlinear Behaviour of RC Spatial Structures IASS Sympozjum Darmstadt 1978.
- [82] Shipman J.M.: Bond Deterioration in Concrete Panels Under Load Cycles. J. of the ACI 2/79.
- [83] Soretz S.: Crack formulas for Reinforced Concrete - referat na komisję IVA, CEB, Kopenhaga 1971.
- [84] Szulczyński T.: Reologiczny przyrost szerokości rozwarcia rys elementów żelbetowych. Zeszyty naukowe Politechniki Gdańskiej, Budownictwo 32/77.
- [85] Tepfer R.: Cracking of Concrete Cover Along Anchored Deformed Reinforcing Bars. M. of CR, March 79.
- [86] Tlohy M., Vorlicek M.: Statistical Theory of Concrete Structures, Academia Cz. A. of S., Praque 1972.
- [87] Ulickij J.J.: Teoria i obliczanie konstrukcji żelbetowych z uwzględnieniem procesów długotrwałych. Kijów 1967 /po rosyjsku/.
- [88] Walraven J.L.: Experiments on Shear Transfer in Cracked Concrete, w: Nonlinear Behavior of RC Spatial Structures IASS Sympozjum, Darmstadt 1978.
- [89] Wierzbicki W.: Obiektywne metody oceny bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych, PWN Warszawa 1961

INSTYTUT BUDOWNICTWA
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Raport Serii PRE Nr 48/85

SPOSÓB OBLICZANIA SZEROKOŚCI ROZ-
WARCIA RYS W ELEMENTACH ŻELBETOWYCH
Z UWZGLĘDNIENIEM LOSOWYCH WŁASNOŚCI
MECHANICZNYCH BETONU I STALI

Janusz Pędziwiatr

Załącznik do pracy doktorskiej

PROMOTOR: doc. dr inż. Stefan JASMAN

Słowa kluczowe: żelbet, belka, rysa, szerokość rozwarcia, przyoczepność,
probabilistyka.

Wrocław, 1985 r.

Mgr inż. Janusz PEDZIWIATR

Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej

Zespół Badawczo-Wdrożeniowy, Konstrukcje Betonowe

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, gmach C-7, pok. 704, tel. 20-32-49

50-370 - Wrocław

Raport opracowano w ramach problemu badawczego 02003
pod kierunkiem doc. dra inż. Stefana JASMANA.

Raport przygotowany w języku polskim.

Cel przygotowania raportu: praca doktorska.

Symbol pracy: "P"

Raport wpłynął do Redakcji Wydawnictw Instytutu Budownictwa
Politechniki Wrocławskiej dnia

ZAŁĄCZNIKI

1. Uzasadnienie przyjęcia prawa Hooke'a, probabilistyczne metody powiązania nośności i zarysowania
2. Uzasadnienie i weryfikacja założeń probabilistycznych
3. Przykładowe obliczenia i weryfikacja przedstawionej teorii obliczania szerokości rozwarcia rysy
4. Programy i wyniki obliczeń numerycznych
5. Wyprowadzenie niektórych ważniejszych zależności występujących w pracy
6. Wykaz ważniejszych oznaczeń występujących w pracy i załącznikach.

Załącznik nr 1 - UZASADNIENIE PRZYJĘCIA PRAWA HOOKE'A,,
PROBABILISTYCZNE METODY POWIĄZANIA
NOŚNOŚCI I ZARYSOWANIA

1. Wstęp

Obciążenie eksploatacyjne jest to wielkość wynikająca z porównania równowagi sił wewnętrznych wyznaczonych zgodnie z obowiązującymi przepisami projektowania z siłami zewnętrznymi spowodowanymi obciążeniem. Ze względu na bezpieczeństwo konstrukcji w metodzie stanów granicznych przy obliczaniu sił wewnętrznych przyjmuje się tzw. wytrzymałości obliczeniowe stali i betonu odpowiednio zmniejszone w porównaniu z wytrzymałościami średnimi. W związku z tym konstrukcja posiada zapas nośności. Powoduje to, że faktyczne naprężenia w stali i betonie są mniejsze od wytrzymałości obliczeniowych. W dalszej części niniejszego załącznika przedstawione są przykładowe obliczenia tych wielkości.

2. OBLICZENIE RZECZYWISTYCH NAPRĘŻEŃ W STALI I BETONIE

Obliczanie rzeczywistych naprężeń przeprowadzono dla elementu zginanego. Naprężenia obliczano zakładając prawdziwość prawa Hooke'a. Obciążenia eksploatacyjne obliczono zgodnie z zaleceniami PN-76/B-03264. Dla prostoty wybrano przekroje prostokątne.

2.1. OBLICZENIE NAPRĘŻEŃ W BELCE ZGINANEJ POJEDYŃCZO ZBROJONEJ

Moment wywołany obciążeniem eksploatacyjnym jest dany zależnością:

$$M = R_b b h_0^2 \xi^* (1 - 0,5 \xi^*) , \quad \xi^* = \frac{R_a \mu}{R_b} \quad /Z.1/$$

Maksymalne naprężenie w betonie, zgodnie z prawem Hooke'a, wynosi

$$\sigma_{bmax} = \frac{2M^*}{bh_0^2 \xi (1 - \xi/3)} , \quad \xi = \mu n + [(\mu n)^2 + 2\mu n]^{0,5} \quad /Z.2/$$

Wstawiając wzór /Z.1/ do /Z.2/ i sprowadzając do postaci bezwymiarowej otrzymano zależność:

$$\frac{\sigma_{bmax}}{R_b} = \frac{2\xi^* (1 - 0,5\xi^*)}{\xi (1 - \xi/3)} , \quad \bar{R}_b = \frac{1,3 R_b}{(1 - 2 \cdot t)} \quad /Z.3/$$

Wielkość podana wzorem /2.3/ jest funkcją R_a , R_b , μ , n . Zestawienie tabelaryczne podano w tablicy Z1 na następnej stronie. Obliczenia przeprowadzono dla sześciu klas betonu i pięciu klas stali przy przyjęciu trzech wielkości procentów zbrojenia 0,005, 0,01 i 0,02. Przy obliczaniu średniej wytrzymałości betonu na ściskanie założono bardzo dobrą jakość betonu $\mathcal{D} = 0,1$ /przyjęcie gorszej jakości powoduje otrzymanie jeszcze korzystniejszych wyników/

Analiza przedstawionej tabeli pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

a/ przyjęcie prawa Hooke'a dla małych procentów zbrojenia

$\mu \leq 0,5 \%$ jest absolutnie uzasadnione,

b/ prawo Hooke'a można również stosować w przypadku, gdy przyjmuje się tzw. "ekonomiczne" procenty zbrojenia zależnie od klasy stali i betonu,

c/ odstępstwa od prawa Hooke'a występują jedynie w przypadku wysokich procentów zbrojenia i kojarzenia wysokich wytrzymałości stali z niskimi klasami betonu,

TABLICA Z1.1 Stosunek naprężeń w betonie do jego wytrzymałości $\left(\frac{\sigma_b}{R_b}\right)$

Stal	A-0			A-I			A-II			A-III			A-IV	
	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01
Beton														
B15	0,423	0,614	0,860	0,463	0,668	0,921	0,659	0,921	-	0,751	1,029	-	-	-
B20	0,343	0,502	0,726	0,377	0,551	0,788	0,541	0,774	1,037	0,621	0,878	-	-	-
B25	0,290	0,425	0,625	0,314	0,467	0,681	0,458	0,663	0,924	0,525	0,756	1,026	0,724	0,991
B30	0,249	0,369	0,547	0,274	0,406	0,598	0,396	0,577	0,821	0,458	0,658	0,918	0,633	0,892
B35	0,216	0,324	0,483	0,241	0,358	0,531	0,348	0,502	0,737	0,403	0,570	0,826	0,561	0,798
B40	-	-	-	-	-	-	0,312	0,462	0,669	0,358	0,527	0,752	0,500	0,716

d/ generalnie można stwierdzić, iż w przypadku prawidłowo zaprojektowanej belki i średnich warunków pracy przyjęcie prawa Hooke'a jest uzasadnione.

2.2. OBLICZENIE NAPREŻEŃ W STALI W BELCE ZGINANEJ POJEDYŃCZO ZBROJONEJ

Postępując analogicznie jak w przypadku betonu otrzymano następującą zależność pomiędzy naprężeniami w stali a wytrzymałością obliczeniową stali:

$$\frac{\sigma_a}{R_a} = \frac{1,5 (2 - \xi^*)}{(3 - \xi)} \quad /Z4.4/$$

Obliczenia przeprowadzono dla identycznych parametrów jak w przypadku betonu. Zestawienie stosunku naprężeń w stali do średniej wytrzymałości stali podano w tabeli Z2 na stronie 7. Stosunek naprężeń $\sigma_a/R_a \leq 0,850$ i w związku z tym również w stosunku do stali można przyjąć prawo Hooke'a.

Stal	A-0			A-I			A-II			A-III			A-IV	
	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01	$\mu=$ 0,02	$\mu=$ 0,005	$\mu=$ 0,01
Beton														
B15	0,826	0,802	0,728	0,830	0,802	0,716	0,792	0,736	-	0,776	0,706	-	-	-
B20	0,832	0,822	0,776	0,840	0,833	0,769	0,808	0,772	0,678	0,795	0,749	-	-	-
B25	0,837	0,832	0,803	0,845	0,837	0,800	0,817	0,793	0,725	0,806	0,774	0,690	0,762	0,711
B30	0,838	0,838	0,817	0,847	0,844	0,816	0,821	0,804	0,750	0,811	0,788	0,720	0,770	0,729
B35	0,841	0,841	0,828	0,849	0,846	0,828	0,825	0,811	0,768	0,816	0,797	0,743	0,777	0,743
B40	-	-	-	-	-	-	0,827	0,819	0,783	0,819	0,805	0,760	0,782	0,755

TABELA Z42- Stosunek naprężeń w stali do średniej wytrzymałości stali

3. PROBABILISTYCZNA METODA POWIĄZANIA PROBLEMÓW NOŚNOŚCI I ZARYSOWANIA

Probabilistyczna metoda obliczania niezawodności konstrukcji musi uwzględniać ekonomiczne koszty budowy i awarii danego obiektu. Z przesłanek ekonomicznych wynika pożądany stopień niezawodności obiektu. Różne metody obliczania tych wielkości podane są w publikacjach poświęconych niezawodności m. in. [61], [71], [72]. Przedstawiona przez Murzewskiego wersja pozwala na ustalenie na tej podstawie klasy bezpieczeństwa budynku wg wzoru:

$$\alpha = \log h - \log \frac{\psi K_0}{\Delta K} \quad /Z45/$$

gdzie ψ - sprawność kontroli budowlanej
 K_0 - średni koszt katastrofy
 ΔK - średni koszt materiałowy budowy.

W metodzie podanej w [71] możliwe jest podanie optymalnych wielkości współczynnika tolerancji "t". Dla rozkładu normalnego jest on określony zależnością:

$$\frac{1 \pm t \cdot \nu}{(2\pi)^{1/2}} \exp(-0.5t^2) = \frac{\nu}{h} \quad /Z46/$$

gdzie: ν - współczynnik zmienności

W celu wykorzystania powyższych zależności należy wyznaczyć współczynniki zmienności szerokości rozwarcia rysy i uogólnionych sił wewnętrznych.

Ogólny algorytm postępowania służącego wyznaczeniu racjonalnego obciążenia ze względu na nośności i zarysowanie jest następujący:

- a/ wyznaczenie wskaźnika kosztów katastrofy /osobno dla nośności i zarysowania/,
- b/ wyznaczenie współczynników zmienności szerokości rozwarcia rysy i wielkości sił wewnętrznych,
- c/ wyznaczenie optymalnych współczynników tolerancji dla obu zmiennych,
- d/ obliczenie dopuszczalnego obciążenia ze względu na zarysowanie i nośność,
- e/ wybór mniejszej z dwóch wartości obliczonych w pktcie d/.

W projektowaniu probabilistycznym możliwe jest również "optymalizowanie" wykorzystania konstrukcji tzn. dążenie aby dopuszczalne obciążenia ze względu na zarysowanie i nośność były jak najbliższe sobie. Można to wykonać w dwojaki sposób:

- a/ zmiana współczynnika zmienności,
- b/ zmiana dopuszczalnej szerokości rozwarcia rysy.

W pierwszym przypadku wykorzystuje się fakt, iż wielkość dopuszczalnego obciążenia zależy od współczynników zmienności. Przy różnych średnich wielkościach można otrzymać zbliżone wielkości dopuszczalne zmniejszając jeden ze współczynników zmienności. Zmiany te są możliwe ponieważ współczynniki zmienności szerokości rozwarcia rysy i nośności są zależne od różnych parametrów /np. szerokość rozwarcia rysy r , E_a , parametry przyczepności, rodzaj stali/. Drugi przypadek ma miejsce, gdy wskaźnik kosztów katastrofy ze względu na nośność jest dużo większy niż ze względu na zarysowanie. W tym przypadku można "dopasować" tak szerokość rozwarcia rysy, aby odpowiadała dopuszczalnemu obciążeniu

ze względu na nośności.

W dalszej części załącznika przedstawiono dwa proste przykłady.

3.1. WYZNACZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW ZMIENNOŚCI SIŁ WEWNĘTRZNYCH

Wykorzystanie algorytmu przedstawionego w pkt 3 załącznika 1 wymaga znajomości współczynników zmienności. W przypadku zarysowania są one podane w pracy, natomiast ze względu na nośność można policzyć wg poniższych wzorów:
(otrzymane dzięki metodzie Cornella z zależności normowych)

- belka zginana:

$$\sigma_M^2 = \left[\frac{2(1-m\mu)}{2-m\mu} \right]^2 \sigma_{Ra}^2 + \left[\frac{m\mu}{2-m\mu} \right]^2 \sigma_{Rb}^2, \quad m = \frac{\bar{R}_a}{\bar{R}_b} \quad /Zl. 7/$$

- belka rozciągana osiowo

$$\sigma_N^2 = \sigma_{Ra}^2 \quad /Zl. 8/$$

3.2. PRZYKŁADOWE OBLICZENIA DOPUSZCZALNEGO OBCIĄŻENIA

- Obliczenie dopuszczalnego obciążenia /dla belek, w których nie występują rysy wewnętrzne/

Przykładowe obliczenia wykonano dla belki B2 /por. zał. Nr 3. Przyjęto $a_{fdop} = 0,2$ mm oraz żadaną niezawodność $p = 0,95$. Z tablic dystrybuanty rozkładu normalnego odczytano $u = 1,65$. Na podstawie załącznika Nr 4 oraz TABELI Z3.1 przyjęto współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy $\mathcal{D}_{af} = 0,45$ /pomińnięto wpływ obciążenia/.

Stąd otrzymano:

$$\bar{a}_f = \frac{a_{dop}}{1 + \mathcal{D}_{af} \cdot u} = \frac{20 \times 10^{-5}}{1 + 0,45 \times 1,65} = 11,48 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Równanie uzależniające $\bar{a}_f$ od σ_0 i l ma postać:

$$\begin{aligned} \text{/por. rozdział 4.1, str. 68/ } 374,9 \cdot l - 0,10413\sigma_0 - 0,06214 \sigma_0 \cdot l - \\ - 2,9182 = 0 \end{aligned}$$

Ponieważ $l = \frac{\pi}{2\psi} \ln \frac{k - \sigma_0^I}{k - \sigma_0}$ /wzór Nr 49/, to równanie powyższe należy rozwiązać metodami iteracyjnymi. W wyniku tej procedury otrzymano $\sigma_0 = 267$ MPa. Jest to wartość maksymalnego dopuszczalnego naprężenia w stali w przekroju zarysowanym. Odpowiada mu moment równy $M = \frac{\sigma_0}{13779} = 1,938 \cdot 10^{-2}$ MNm /por. Zał. 3, str. 3/. Różnica pomiędzy "gwarantowaną" a średnią szerokością rozwarcia rysy wynosi 82 % /względem wartości średniej/.

- Obliczenie prawdopodobieństwa nieprzekroczenia przez rysę dopuszczalnej szerokości rozwarcia rysy przy zadanym obciążeniu

Przykładowe obliczenia wykonano dla belki E6 /por. zał. Nr 3, str. 6 oraz TABELA z.34/. Przyjęto $M = 6,314 \times 10^{-2}$ MNm / $\sigma_0 = 436,9$ MPa/, $a_{fdop} = 0,1$ mm. Obliczona teoretycznie szerokość rozwarcia rysy wynosi 0,059 mm /bez uwzględniania skurczu/, a współczynnik zmienności $\mathcal{D}_{af} = 0,33$. Na tej podstawie, wg wzoru /7.11/, odczytano z tablic dystrybuanty rozkładu normalnego:

$$p = P / a_f < a_{fdop} / = F_u / 2,106 / = 0,98.$$

- Obliczenie dopuszczalnego obciążenia ze względu na nośność i zarysowanie

Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla belki B2 /patrz zał. Nr 3, str. 2 i 3/. Założono następujące wielkości wejściowe:

- klasa bezpieczeństwa konstrukcji ze względu na nośność $\alpha_N = 2\%$,
- dopuszczalna szerokość rozwarcia rysy $a_{fdop} = 0,2 \text{ mm}$,
- koszt awarii spowodowanej przekroczeniem dopuszczalnej szerokości rozwarcia rysy stanowi $0,1$ kosztu awarii spowodowanej przekroczeniem nośności belki,
- współczynnik zmienności $\mathcal{D}_{Ra} = \mathcal{D}_{Rb} = 0,1$.

Na powyższej podstawie obliczono:

- klasa bezpieczeństwa ze względu na zarysowanie wynosi $\alpha = 1/h = 10\%$,
- optymalny współczynnik tolerancji wyliczono iteracyjnie ze wzoru /z.1.6/ dla $\mathcal{D}_{af} = 0,45$:

$$/1 - 0,45 t/ \cdot \exp /- 0,5 t^2/ = 0,1128;$$

jest on równy $t = 1,47$,

- obliczono średnią szerokość rozwarcia rysy wg zależności:

$$\bar{a}_f = \frac{20 \times 10^{-5}}{1 + 0,45 \times 1,47} = 12 \times 10^{-5} \text{ m}$$

- wielkości tej odpowiada naprężenie w stali w przekroju zarysowanym równe /por. rozdział 4.1, str. 68/:

$$\sigma_a = 272 \text{ MPa}, \quad /M = 0,01974 \text{ MNm}/,$$

- współczynnik zmienności momentu niszczącego wynosi /por. wzór z.1.7 oraz zał. Nr 3, str. 2/ $\mathcal{D}_M = 0,098\%$,
- optymalny współczynnik tolerancji wynosi $t = 3,05\%$,
- średni moment niszczący równy $\bar{M}_n = 0,0193 \text{ MNm}$ /por. zał. Nr 3, str. 2 i 3/,
- maksymalny dopuszczalny moment ze względu na nośność wyniesie $M = 0,01353 \text{ MNm}$.

Ostatecznie należy przyjąć, iż dopuszczalny moment dla belki wyniesie $M = 0,01353$ /ze względu na nośność/.

4. Uwagi końcowe

Przedstawione przykłady wykazują, iż możliwe jest, dzięki przedstawionej w pracy metodzie obliczeń, uzyskanie większej ilości informacji o stanie zarysowania.

Pozwala to na wprowadzenie np. gwarantowanej szerokości rozwarcia rysy, powiązaniu nośności i zarysowaniu w oparciu o kryteria ekonomiczne, itp. Zaprezentowane przykłady stanowią jedynie egzemplifikację najprostszych zastosowań uzyskanych informacji.

Załącznik nr 2 - UZASADNIENIE I WERYFIKACJA ZAŁOŻEŃ
PROBABILISTYCZNYCH

1. WSTĘP

Przedstawiono dwa rodzaje zagadnień związanych bezpośrednio z weryfikacją modeli probabilistycznych.

Pierwsze dotyczy rozkładów podstawowych zmiennych losowych oraz wzajemnych związków pomiędzy nimi.

Drugie z zagadnień związane jest z przyjęciem rozkładu szerokości rozwarcia rysy we wszystkich przedstawionych przypadkach obciążenia krótko- i długotrwałego. Zastosowanie metody Cornella, niezależnej od rozkładu, pozwala na obliczanie dwóch pierwszych momentów rozkładu dowolnej zmiennej losowej jako funkcji jedynie dwóch pierwszych momentów podstawowych zmiennych losowych. W związku z tym pierwsza grupa problemów sprowadza się do następujących zagadnień:

- a/ wyznaczenie współczynników zmienności podstawowych zmiennych losowych $/R_{br}, E_a, E_b, k, \psi, G, K_1, G_1/$,
- b/ ustalenie korelacji pomiędzy tymi zmiennymi.

Obeorny stan wiedzy pozwala wyznaczyć współczynniki zmienności zmiennych losowych, opisujących cechy mechaniczne. Natomiast w przypadku parametrów opisujących przyczepność można obecnie jedynie zakładać, iż posiadają one rozkład jednostajny. Ponieważ parametry przyczepności są skorelowane z cechami mechanicznymi, to badania nad przyczepnością powinny w przyszłości pozwolić ustalić zależności funkcyjne pomiędzy przyczepnością i własnościami mechanicznymi. Korelację pomiędzy R_{br} i E_b można wyznaczać korzystając z empirycznych wzorów, łączących wytrzymałości betonu na rozciąganie i ściskanie z modułem sprężystości.

Przedstawiona sytuacja powoduje, iż pełna weryfikacja zagadnień pierwszej grupy może nastąpić po przeprowadzeniu szczegółowych badań nad przyczepnością.

Druga grupa problemów związana jest z wyznaczeniem parametrów rozkładu szerokości rozwarcia rysy. Decydujący jest rozkład przy prostym obciążeniu, ponieważ w złożonych przypadkach obciążenia oblicza się szerokość rozwarcia rysy jako sumę odpowiednich szerokości rozwarcia przy prostych obciążeniach lub odciążeniach.

Znajomość rozkładu szerokości rozwarcia rysy, przy zastosowaniu metody FAO, nie jest konieczna do wyznaczenia dwóch pierwszych momentów tego rozkładu. Znajomość pełnego rozkładu jest natomiast konieczna do rozwiązywania dwóch problemów:

- a/ wyznaczenia prawdopodobieństwa nie przekroczenia przez rysę określonej szerokości rozwarcia,
- b/ wyznaczenia dopuszczalnego obciążenia, przy którym nie nastąpi z zadany^m prawdopodobieństwem, przekroczenie określonej szerokości rozwarcia rysy.

Weryfikacje hipotezy o typie rozkładu przeprowadzano w USA i na tej podstawie przyjęto przez ACI rozkład normalny [1]. Również CEB w zalecanych wzorach sugeruje, iż rozkład ten jest gaussowski; proponuje przyjmowanie arbitralnej wielkości współczynnika zmienności. W Polsce weryfikacją typu rozkładu zajmowali się m. in. Abramowicz i Granosik. Również oni potwierdzili przedstawione założenie. W niniejszej pracy przeprowadzono weryfikację rozkładu na podstawie badań przeprowadzonych przez Maldaque'a [54]. Wybór ten był spowodowany tym, że wspomniane badania posłużyły do porównania z przyjętą metodą obliczania szerokości rozwarcia rysy. również

2. WERYFIKACJA ROZKŁADU SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY

Ze względu na konieczność zapewnienia jednakowego obciążenia wszystkich rys, analizie poddano cztery belki swobodnie podparte B2, B5, B8, B11, obciążone parą sił skupionych. Analizowano rozkład szerokości rozwarcia rys w każdej z belek, przy różnych poziomach obciążenia. Estymację parametrów rozkładu przeprowadzono metodą największej wiarygodności, a do testowania przyjęto test χ^2 na poziomie ufności 95 %.

2.1. ALGORYTM POSTĘPOWANIA PRZYJĘTY PRZY TESTOWANIU

Procedura postępowania przy poszczególnych obciążeniach jest następująca:

- a/ podzielenie zbioru szerokości rozwarcia rys na przedziały,
- b/ przyjęcie hipotezy zerowej - rozkład $N/m, \sigma$ /, gdzie

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m a_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (a_i - m)^2 \quad /Z2-1/$$

a_1 - szerokość rysy

- c/ obliczenie prognozowanych przez model wartości oczekiwanych w poszczególnych przedziałach w oparciu o wzór:

$$np_i = n[F(u_{i+1}) - F(u_i)] \quad , \text{ gdzie } F/u_1/ \text{ jest dystrybuantą standaryzowanego rozkładu normalnego,}$$

- d/ obliczenie empirycznych wartości oczekiwanych w odpowiednich przedziałach - N_i ,

- e/ obliczenie statystyki $D = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$, która ma rozkład χ^2 o $k-r-1$ stopniach swobody, /Z2-2/

- f/ obliczenie dla danego poziomu ufności wartości χ^2_{kr}

i porównanie ich ze statystyką D ,

- g/ jeżeli $D > \chi^2_{kr}$ hipotezę należy odrzucić.

Krytyczne wielkości χ^2 wynoszą w zależności od stopni swobody odpowiednio:

$$\chi^2_1 = 3,9565$$

$$\chi^2_2 = 5,808$$

$$\chi^2_3 = 7,804$$

$$\chi^2_4 = 9,5105$$

2.2. TESTOWANIE HIPOTEZY

Wyniki testowania przedstawiono w tabelach dla poszczególnych belek.

BELKA NR 2

Tabela Z2.1

numer obciążenia	ilość rys	szerokość rozwarcia rysy mm 10^2										średnia szerokość	odchylenia standard.
12	8	6	7	6	3	4	5	4	5			5,0	1,118
14	10	15	15	6	5	10	10	10	10	15	10	10,60	2,76
15	10	15	16	17	7	6	6	10	12	10	10	11,40	3,97
16	10	20	17	20	8	7	12	15	15	10	10	13,40	4,48
17	9	30	30	70	15	15	20	20	20	50		30,0	17,48

obciążenie nr 12

Tabela Z2.2

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 3,5$	1	0,72096	0,108
$3,51 \div 4,5$	2	1,89024	0,006
$4,51 \div 5,5$	2	2,77760	0,218
$5,51 \div 6,5$	2	1,89024	0,006
$6,51 \div +\infty$	1	0,72096	0,108
Σ	8	8,00	0,446

$$0,446 < \chi^2_{kr} = 5,808$$

obciążenie nr 14

Tabela Z2.3

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 5,5$	1	0,3366	1,3075
$5,51 \div 8,5$	1	1,6565	0,2602
$8,51 \div 11,5$	4	3,6279	0,08165
$11,51 \div +\infty$	3	3,4389	0,0560
Σ	9	9,06 $\approx$ 9,0	1,70545

$$1,705 < \chi^2_{kr} = 3,9565$$

obciążenie nr 15

Tabela Z2.4

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 6,99$	2	1,685	0,059
$7,0 \div 9,99$	1	2,522	0,918
$10,0 \div 12,99$	4	2,883	0,433
$13,0 \div 15,99$	1	1,959	0,469
$16,0 \div +\infty$	2	0,951	1,157
Σ	10	10,0	3,036

$$3,036 < \chi^2_{kr} = 5,808$$

obciążenie nr 16

Tabela Z25

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 8,99$	2	1,635	0,081
$9,0 \div 11,99$	2	2,148	0,010
$12,0 \div 14,99$	1	2,623	1,004
$15,0 \div 17,99$	3	2,079	0,408
$18,0 \div +\infty$	2	1,512	0,156
Σ	10,0	9,997 10,0	1,659

$$1,659 < \chi^2_{\alpha} = 5,808$$

obciążenie nr 17

Tabela Z26

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 18,0$	2	2,2059	0,0192
$18,07 \div 28,0$	3	1,8819	0,6643
$28,01 \div 38,0$	2	2,0070	0,0060
$38,01 \div 48,0$	0	1,5417	1,5417
$48,01 \div 58,0$	1	0,8703	0,0193
$58,01 \div +\infty$	1	0,493	0,5214
Σ	9	9,0	2,7629

$$2,7629 < \chi^2_{\alpha} = 7,804$$

W przypadku wszystkich obciążeń belki B-2 hipotezę o rozkładzie normalnym należy przyjąć

BELKA B5

Tabela Z2.7

numer obciążenia	ilość rys	szerokość rozwarcia rys mm 10 ²																		średnia	odchylenia stand.	
12	7	5	5	6	4	3	4	3												4,25	1,09	
14	15	6	6	7	5	6	6	4	5	6	6	6	5	4	5	5				5,47	0,801	
15	14	10	10	5	8	8	6	6	6	8	6	6	8	8	5					6,67	1,666	
16	19	11	12	7	12	6	12	8	10	10	11	10	10	10	6	7	7	10	8	6	9,11	2,074
17	17	12	15	15	10	20	15	10	25	25	15	10	20	10	10	17	30	17			16,24	5,896

obciążenie nr 12

Tabela Z2.8

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 3,5$	2	1,9608	0,0008
$3,51 \div 4,5$	3	2,7672	0,0196
$3,51 \div 5,5$	2	2,2712	0,0329
$5,5 \div +\infty$	1	1,0008	0,0003
Σ	8	8,0	0,0528

$$0,0528 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 14

Tabela Z2.9

przedział	liczba obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 4,5$	2	1,6965	0,0543
$4,51 \div 5,5$	5	6,0435	0,1802
$5,51 \div 6,5$	7	5,78205	0,2566
$6,51 \div +\infty$	1	1,47795	0,1546
Σ	15	15,0	0,6457

$$0,6457 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 15

Tabela Z2.10

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 5,0$	2	2,2218	0,022
$5,01 \div 7,0$	5	5,8884	0,134
$7,01 \div 9,0$	5	4,7592	0,012
$9,01 \div +\infty$	2	1,1306	0,669
Σ	14	14,0	0,837

$$0,837 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 16

Tabela Z2.11

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 6,99$	3	2,9241	0,001
$7,00 \div 8,99$	5	6,1978	0,231
$9,00 \div 10,99$	6	6,4315	0,029
$11,00 \div +\infty$	5	3,447	0,700
Σ	19	19,00	0,961

$$0,961 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 17

Tabela Z2.12

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 10,99$	5	3,1739	1,0506
$11,0 \div 13,99$	1	2,8101	1,1660
$14,0 \div 16,99$	4	3,3949	0,1078
$17,0 \div 19,99$	2	3,1824	0,4393
$20,0 \div 22,99$	2	2,312	0,0421
$23,0 \div 25,99$	2	1,3029	0,3730
$26,0 \div +\infty$	1	0,8238	0,0377
Σ	17	17,00	3,2165

$$3,2165 < \chi^2_{kr} = 9,51$$

BELKA B8

Tabela Z2.13

numer obciążenia	ilość rys	szerokość rozwarcia rys mm 10 ²														śred- nia	odchyle- nia standar- dowe
14	12	5	5	5	2	5	5	5	7	2	5	5	2			4,42	1,5
15	14	5	7	5	5	2	10	5	2	5	7	5	7	7	2	5,29	2,19
17	15	10	10	5	5	5	10	2	10	2	7	10	7	10	10	5 7,2	2,93
18	15	10	10	7	5	7	12	2	10	2	10	10	7	10	10	7 7,93	2,92
19	15	12	12	10	7	7	15	2	10	7	10	20	10	10	12 15	10,6	4,05

obciążenie nr 14

Tabela Z.2.14

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 3,5$	3	3,251	0,019
$3,51 \div 6,5$	8	7,762	0,007
$6,51 \div 9,5$	1	0,975	0,001
$9,51 \div +\infty$	0	0,012	0,012
Σ	12	12,0	0,039

$$0,039 < \chi_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 15

Tabela Z.2.15

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 4,0$	3	3,886	0,2020
$4,01 \div 6,0$	6	4,924	0,2351
$6,01 \div 8,0$	4	3,685	0,0269
$8,01 \div +\infty$	1	1,505	0,1695
Σ	14	14,00	0,6335

$$0,6335 < \chi_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 17

Tabela Z.2.16

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 3,0$	2	1,146	0,636
$3,01 \div 7,0$	6	5,9355	0,001
$7,01 \div 11,0$	7	6,4665	0,044
$11,01 \div +\infty$	0	1,452	1,452
Σ	15	15,00	2,133

$$2,13 < \chi_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 18

Tabela Z2.17

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 5,0$	3	2,3805	0,161
$5,01 \div 8,0$	4	5,2395	0,293
$8,01 \div 11,0$	7	5,1765	0,642
$11,01 \div +\infty$	1	2,2035	0,657
Σ	15	15,0	1,753

$$1,75 < \chi_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 19

Tabela Z2.18

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 5,99$	1	1,9065	0,431
$6,00 \div 8,99$	3	3,2625	0,021
$9,00 \div 11,99$	5	4,383	0,087
$12,0 \div 14,99$	3	3,3795	0,043
$15,0 \div +\infty$	3	2,0685	0,419
Σ	15	15,00	1,001

$$1,001 < \chi_{kr} = 5,81$$

BELKA B11

Tabela Z 2.19

numer obciążenia	ilość rys	szerokość rozwarcia mm 10 ²												średnia	odchy- lenia standa- rdowe
10	8	3	3	4	5	4	5	4	5					4,125	0,781
12	12	6	5	5	6	7	7	8	6	8	8	6	7	6,58	1,0375
13	13	6	6	8	10	10	10	7	6	10	8	10	6	8,23	1,7609
14	13	10	10	11	12	11	12	10	11	10	12	10	8	10,615	1,077
16	12	12	18	15	17	100	17	10	20	80	200	11	22	43,5	54,82

obciążenie nr 10

Tabela Z2.20

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 3,5$	2	1,695	0,055
$3,51 \div 4,5$	3	3,78	0,161
$4,51 \div 5,5$	3	2,21	0,282
$5,5 \div +\infty$	0	0,3136	0,3136
Σ	8	8,0	0,811

$$0,811 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 12

Tabela Z2.21

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 5,5$	2	1,7804	0,0245
$5,51 \div 6,5$	4	3,8268	0,0078
$6,51 \div 7,5$	3	4,1423	0,3151
$7,51 \div +\infty$	3	2,2404	0,2575
Σ	12	12,00	0,6049

$$0,60 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 13

Tabela Z2.22

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 6,5$	4	2,1255	1,6531
$6,51 \div 7,5$	1	2,3062	0,7398
$7,51 \div 8,5$	2	2,8431	0,250
$8,51 \div +\infty$	6	5,7252	0,0132
Σ	13	13,0	1,656

$$2,656 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

obciążenie nr 14

Tabela Z 2.23

przedział	ilość obserwacji	wartość oczekiwana	wartość statystyki
$-\infty \div 9,5$	1	1,9396	0,455
$9,51 \div 10,5$	5	3,991	0,255
$10,51 \div 11,5$	4	4,3901	0,035
$11,51 \div +\infty$	3	2,679	0,038
Σ	13	13,0	0,783

$$0,783 < \chi^2_{kr} = 3,96$$

3. WNIOSKI

We wszystkich przypadkach hipotezę należy przyjąć. Odstępstwa mogą powstać jedynie w rozkładzie przy zniszczeniu. Jest to spowodowane raptownym rozwojem rys w miejscu powstania przegubów plastycznych, podczas gdy pozostałe rysy ulegają niewielkim zmianom.

Generalnie można przyjąć, że pod obciążeniem eksploatacyjnym szerokość rozwarcia rysy ma rozkład normalny.

**Załącznik nr 3 - PRZYKŁADOWE OBLICZENIA I WERYFIKACJA
PRZEDSTAWIONEJ TEORII OBLICZANIA
SZEROKOŚCI ROZWARCIA RYSY**

1. Obliczanie szerokości rozwarcia rysy dla obciążeń krótkotrwałych

Obliczenia wykonano przyjmując własności materiałów, wymiary oraz obciążenia zgodnie z badaniami przeprowadzonymi przez Maldaque. Weryfikację przeprowadzono porównując średnią szerokość rozwarcia rysy oraz odchylenie standartowe, obliczone odpowiednio na podstawie zaprezentowanej teorii i wyników badań Maldaque'a.

1.1. Belki obciążone stałym momentem /stal gładka/

belka B2

$$\begin{array}{llllll} b = 25,3 \text{ cm} & E_b = 32570 \text{ MPa} & \nu_{E_b} = 0,4\% & 2r = 14 \text{ mm} & \mu = 0,483\% \\ h = 28,0 \text{ cm} & n = 6,448 & & F_a = 308 \text{ mm}^2 & \mu' = 0,483\% \\ a = 2,8 \text{ cm} & R_{bz} = 4,2 \text{ MPa} & \nu_{R_{bz}} = 1,8\% & & \\ h_o = 25,2 \text{ cm} & a' = 2,5 \text{ cm} & & & \end{array}$$

belka B5

$$\begin{array}{llllll} b = 15,2 \text{ cm} & E_b = 33780 \text{ MPa} & \nu_{E_b} = 2,2\% & 2r = 14 \text{ mm} & \mu = 2,49\% \\ h = 28,0 \text{ cm} & n = 6,217 & & F_a = 924 \text{ mm}^2 & \mu' = 0,15\% \\ a = 3,6 \text{ cm} & R_{bz} = 3,9 \text{ MPa} & \nu_{R_{bz}} = 6,7\% & F_{ao} = 256,5 \text{ mm}^2 & \\ h_o = 24,4 \text{ cm} & & & & \end{array}$$

belka B8

$$\begin{array}{llllll} b = 15,2 \text{ cm} & E_b = 33650 \text{ MPa} & \nu_{E_b} = 0,7\% & 2r = 10 \text{ mm} & \mu = 0,8\% \\ h = 28,1 \text{ cm} & n = 6,241 & & F_a = 314 \text{ mm}^2 & \mu' = 0,14\% \\ a = 2,4 \text{ cm} & R_{bz} = 3,9 \text{ MPa} & \nu_{R_{bz}} = 1,5\% & F_{ao} = 56,2 \text{ mm}^2 & \\ h_o = 25,7 \text{ cm} & a' = 2,5 \text{ cm} & & & \end{array}$$

BELKA B2

$$\xi_I = 0,5029 \quad \xi_{II} = 0,2067$$

$$M_{rys} = 1,3047 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}$$

$$\bar{\sigma}_a = 13779 \text{ M} \quad \psi = 0,018$$

$$\bar{\sigma}_a^I = 179,8 \text{ MPa} \quad k = 700$$

$$\bar{\sigma}_a^I = 27,1 \text{ MPa}$$

Tabela Z3.1

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie w stali	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm · 10 ²	mm · 10 ²	-	MPa	mm · 10 ²	-	-
1,2437 /12/	5,0	0,22	171,4	4,95	0,51	skurcz 1,05
1,4611 /14/	10,67	0,26	201,3	9,71	0,41	skurcz 1,34 odciążenie 30
1,7056 /15/	10,8	0,37	235,0	12,61	0,39	skurcz 1,61
1,8970 /16/	13,4	0,33	261,4	15,27	0,39	skurcz 1,87
2,0370 /17/	30,0	0,58	280,7	17,37	0,41	skurcz 2,07

BELKA B5

$$\xi_I = 0,5633 \quad \xi_{II} = 0,4176$$

$$M_{rys} = \frac{0,35654}{3,0,4367} : 3,52929 \cdot 10^{-2} = 9,6049 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = 193,07202 \cdot M \cdot \frac{1 \cdot 10^2}{3,7501343} = 5148,4 \text{ M}$$

$$\sigma_a^I = 3,9 \cdot \frac{0,5824}{0,4367} \cdot 3,7501343 \cdot 10^{-2} \cdot 0,35654 = 49,45 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 24,246 \text{ MPa} \quad , \quad \psi = 0,01; \quad k = 550 \text{ MPa} \quad , \quad G = 25000 \text{ MPa/m}$$

Tabela Z3.2

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie w stali	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm · 10 ²	mm · 10 ²	-	MPa	mm · 10 ²	-	-
2,863 /12/	4,25	0,26	147,4	2,67	0,10	skurcz 0,97
3,516 /14/	5,47	0,15	181,0	3,47	0,27	skurcz 0,97 odciążenie 0,2
4,258 /15/	6,67	0,25	219,0	4,17	0,22	skurcz 0,97
5,192 /16/	9,41	0,23	267,3	4,87	0,20	skurcz 0,97
6,687 /17/	16,24	0,36	292,8	5,47	0,19	skurcz 0,97

BELKA B8

$$\xi_I = 0,52026$$

$$\xi_{II} = 0,26537$$

$$M_{rys} = 0,29039 \cdot \frac{3,91538 \cdot 10^{-2}}{0,47974 \cdot 3} = 7,90003 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{10^2}{1,6065} \cdot \frac{3 \cdot M \cdot 0,73463}{1,00394 \cdot 10^{-2}} = 13664,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 3,9 \cdot \frac{0,73463}{0,47974} \cdot \frac{0,29039}{1,6065} \cdot 10^2 = 107,95 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 24,34 \text{ MPa} \quad \psi = 0,018 \quad K = 750 \text{ MPa} \quad , \quad G = 50000 \text{ MPa/m}$$

Tabela Z.3.3

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie w stali	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm, 10 ²	mm, 10 ²	-	MPa	mm, 10 ²	-	-
1,219 /14/	4,42	0,34	166,6	5,2	0,67	skurcz 0,8
1,454 /15/	5,29	0,41	198,7	5,7	0,08	skurcz 0,9
1,759 /17/	7,2	0,41	240,4	6,9	0,09	skurcz 0,9 odciążenie 0,2
1,935 /18/	7,93	0,37	264,4	7,5	0,08	skurcz 0,9
2,139 /19/	10,6	0,38	292,3	8,5	0,08	skurcz 0,9

1.2. Belki obciążone momentem zmieniającym się liniowo
/stal żebrowana/

belka E6

$b = 15,0 \text{ cm}$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	$n = 6,442$	$F_a = 678 \text{ mm}^2$
$h = 28,0 \text{ cm}$	$l = 2,80 \text{ m}$	$2r = 12 \text{ mm}$	$F_{ao} = 56,5 \text{ mm}^2$
$a = 3,6 \text{ cm}$	$E_b = 32600 \text{ MPa}$	$\nu_{E_b} = -$	$\mu = 1,85 \%$
$h_o = 24,4 \text{ cm}$	$R_{bz} = 3,5 \text{ MPa}$	$\nu_{R_{bz}} = 2,69 \%$	$\mu' = 0,15 \%$

belka E9

$b = 15,0 \text{ cm}$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	$n = 6,383$	$F_a = 201,2 \text{ mm}^2$
$h = 28,0 \text{ cm}$	$l = 2,80 \text{ m}$	$2r = 8 \text{ mm}$	$F_{ao} = 56,5 \text{ mm}^2$
$a = 2,4 \text{ cm}$	$E_b = 32900 \text{ MPa}$	$\nu_{E_b} = -$	$\mu = 0,52 \%$
$h_o = 25,6 \text{ cm}$	$R_{bz} = 3,7 \text{ MPa}$	$\nu_{R_{bz}} = 5,10 \%$	$\mu' = 0,15 \%$

belka

$b = 15,0 \text{ cm}$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	$n = 5,25$	$F_a = 678 \text{ mm}^2$
$h = 28,0 \text{ cm}$	$l = 2,80 \text{ m}$	$2r = 12 \text{ mm}$	$F_{ao} = 56,5 \text{ mm}^2$
$a = 3,6 \text{ cm}$	$E_b = 40000 \text{ MPa}$	$\nu_{E_b} = -$	$\mu = 1,85 \%$
$h_o = 24,4 \text{ cm}$	$R_{bz} = 5,7 \text{ MPa}$	$\nu_{R_{bz}} = 2,98 \%$	$\mu' = 0,15 \%$

belka F9

$b = 15,0 \text{ cm}$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	$n = 5,10$	$F_a = 201,2 \text{ mm}^2$
$h = 28,0 \text{ cm}$	$l = 280 \text{ m}$	$2r = 8 \text{ mm}$	$F_{ao} = 56,5 \text{ mm}^2$
$a = 2,7 \text{ cm}$	$E_b = 41200 \text{ MPa}$	$\nu_{E_b} = -$	$\mu = 0,53 \%$
$h_o = 25,3 \text{ cm}$	$R_{bz} = 5,0 \text{ MPa}$	$\nu_{R_{bz}} = 4,32 \%$	$\mu' = 0,15 \%$

BELKA E6

$$\xi_{II} = 0,60801$$

$$\xi_{III} = 0,37805$$

$$M_{rys} = \frac{3,5 \cdot 8,9304 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,39199} \cdot 0,26687 = 7,0932 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{3 \cdot 0,62195 \cdot M}{8,9304 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10^2}{3,01976} = 6918,85 \text{ M}$$

$$\sigma_a^I = 3,5 \cdot \frac{0,62195}{0,39199} \cdot \frac{0,26687 \cdot 10^2}{3,01976} = 49,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 22,547 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,017, G_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ MPa/m}, \psi = 0,01, K = 700 \text{ MPa}$$

Tabela Z 3.4

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie w rysie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm · 10 ²	mm · 10 ⁺²	—	MPa	mm · 10 ⁺²	—	—
3,716 /6/	4,8	0,33	257,1	3,9	0,33	przyrost rysy od skurczu 0,6
4,620 /10/	5,2	0,30	319,65	4,9	0,33	odciążenie mniejsze od 0,1
5,684 /11/	5,8	0,24	393,3	6,2	0,32	
6,314 /12/	6,6	0,27	436,9	6,5	0,33	
7,063 /14/	8,0	0,27	488,7	7,4	0,33	
8,190 /15/	8,2	0,21	566,7	8,8	0,33	
8,547 /16/	9,8	0,21	591,4	9,1	0,33	

BELKA E9

$$\xi_{I} = 0,53057$$

$$\xi_{II} = 0,22196$$

$$M_{rys} = \frac{3,7 \cdot 9,8304 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,46943} \cdot 0,25983 = 6,7106 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{3 \cdot 0,77804 \cdot M}{9,8304 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10^2}{4,122618} = 21150 \text{ M}$$

$$\sigma_a^I = \frac{3,7 \cdot 0,77804}{0,46943} \cdot \frac{0,25983}{1,122618} \cdot 10^2 = 141,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 23,6 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,06, G_1 = 1,95 \cdot 10^5 \text{ MPa/m}, \psi = 0,018, k = 750 \text{ MPa}$$

Tabela 23.5

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm · 10 ²	mm · 10 ⁺²	-	MPa	mm · 10 ²	-	-
1,715 /5/	12,4	0,08	362,7	12,8	0,63	przyrost rysy od skurczu 0,6
2,072 /7/	18,4	0,18	438,2	15,6	0,62	przyrost rysy od odciążen. 0,54
2,471 /8/	21,7	0,21	522,6	18,5	0,62	
2,702 /9/	26,7	0,42	571,5	20,1	0,62	

BEIKA F6

$$\xi_I = 0,54111$$

$$\xi_{II} = 0,34985$$

$$M_{rys} = \frac{5,7 \cdot 8,9304 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,45889} \cdot 0,32201 = 1,19066 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{3 \cdot 0,65015 \text{ M}}{8,9304 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10^2}{3,189117} = 6848,47 \text{ M [MPa]}$$

$$\sigma_a^I = 81,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = 29,9 \text{ MPa} \quad k_1 = 0,017, G_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa/m}, \psi = 0,018, k = 850 \text{ MPa}$$

Tabela Z3.6

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	napężenie w stali	szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm, 10 ²	mm, 10 ²	-	MPa	mm, 10 ²	-	-
3,549 /6/	2,7	0,73	243,1	3,1	0,45	skurcz 0,6
4,221 /7/	3,0	0,59	289,1	3,8	0,44	
4,760 /9/	3,4	0,48	326,0	4,2	0,44	
5,628 /10/	5,2	0,33	385,4	5,1	0,44	
6,293 /11/	5,8	0,30	431,0	5,8	0,43	
7,000 /12/	7,0	0,27	479,4	6,4	0,43	
7,700 /13/	7,8	0,33	527,3	7,1	0,43	
8,834 /14/	19,1	0,69	605,0	8,2	0,43	

BELKA F9

$$\xi_I = 0,5100$$

$$\xi_{II} = 0,20359$$

$$M_{rys} = \frac{5,0 \cdot 9,60135 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,49} \cdot 0,27375 = 8,94006 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{3 \cdot 0,79641 \cdot M}{9,60135 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10^2}{1,1789} = 21108 \text{ M}$$

$$\sigma_a^I = 188,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 25,5 \text{ MPa} \quad k_1=0,035, G_1=2 \cdot 10^5 \text{ MPa/m}, \psi=0,02, k=850 \text{ MPa}$$

Tabela 23.7

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie	szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm · 10 ²	mm · 10 ²	—	MPa	mm · 10 ⁺²	—	—
1,673 /4/	6	0,71	353,1	13,3	0,51	skurcz 0,8
1,768 /5/	8	0,48	373,2	14,1	0,51	
2,121 /7/	9,6	0,45	447,7	17,4	0,49	odciążenie 0,5
2,478 /8/	11,8	0,34	523,1	20,2	0,49	
2,618 /9/	21,3	0,91	552,6	21,2	0,49	

1.3. Belki obciążone momentem zmieniającym się liniowo
/stal gładka/

belka A2

$b = 25,1 \text{ cm}$	$l = 2,80 \text{ m}$	$F_a = 308 \text{ mm}^2$	$\mu = 0,49\%$
$h = 27,9 \text{ cm}$	$E_b = 33100 \text{ MPa}$	$F_{a0} = 308 \text{ mm}^2$	$\mu' = 0,49\%$
$a = 2,6 \text{ cm}$	$n = 6,344$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	
$h_o = 25,3 \text{ cm}$	$R_{bz} = 3,8 \text{ MPa}$	$2r = 14 \text{ mm}$	$\nu_{E_b} = 0,5\% \quad \nu_{R_{bz}} = 3,6\%$

belka A5

$b = 15,1 \text{ cm}$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	$n = 6,397$	$F_a = 924 \text{ mm}^2$
$h = 28,0 \text{ cm}$	$l = 2,80$	$2r = 14 \text{ mm}$	$F_{a0} = 56,5 \text{ mm}^2$
$a = 3,5 \text{ cm}$	$E_b = 328,3 \text{ MPa}$	$\nu_{E_b} = 0,8\%$	$\mu = 2,5 \%$
$h_o = 24,5 \text{ cm}$	$R_{bz} = 4,4 \text{ MPa}$	$\nu_{R_{bz}} = 1,7\%$	$\mu' = 0,15\%$

belka A8

$b = 15,1 \text{ cm}$	$l = 2,80 \text{ m}$	$n = 6,140$	$F_a = 314 \text{ mm}^2$
$h = 28,0 \text{ cm}$	$a' = 2,5 \text{ cm}$	$2r = 10 \text{ mm}$	$F_{a0} = 56,5 \text{ mm}^2$
$a = 2,0 \text{ cm}$	$E_b = 34200 \text{ MPa}$	$\nu_{E_b} = 1,4 \%$	$\mu = 0,8 \%$
$h_o = 26,0 \text{ cm}$	$R_{bz} = 3,8 \text{ MPa}$	$\nu_{R_{bz}} = 3,2 \%$	$\mu' = 0,14\%$

BELKA A2

$$\xi_I = 0,5029$$

$$\xi_{II} = 0,2065$$

$$M_{rys} = 0,28829 \cdot \frac{3,8 \cdot 1,6066 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 0,4971} = 1,1802 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{10^2}{1,0814} \cdot \frac{3 \cdot 0,7935 \text{ M}}{1,6066 \cdot 10^{-2}} = 13702 \cdot \text{M}$$

$$\sigma_a^I = 3,8 \cdot \frac{0,7935}{0,4971} \cdot \frac{0,28829 \cdot 10^2}{1,0814} = 161,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 3,8 \cdot 6,344 = 24,107 \text{ MPa} \quad \psi=0,015, k=700 \text{ MPa}, G=5 \cdot 10^4 \text{ MPa/m}$$

Tabela Z 3.8

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie w stali	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm. 10 ²	mm. 10 ²	-	MPa	mm. 10 ²	-	-
1,239 /11/	5,5	0,07	169,8	5,7	0,25	skurcz 1,3
1,404 /12/	5,75	0,58	192,4	7,4	0,24	skurcz 1,5
1,785 /13/	12,5	0,14	244,6	12,7	0,20	skurcz 2,1
2,100 /15/	20,25	0,10	287,7	32,1	0,09	skurcz 2,5 odciążenie 7,9
2,247 /16/	107,5	0,70	307,9	33,8	0,08	skurcz 2,5

BELKA A5

$$\xi_I = 0,5651 \quad \xi_{II} = 0,42255$$

$$M_{rys} = \frac{4,4 \cdot 9,0638 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,4349} \cdot 0,35964 = 1,09931 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{3 \cdot 0,57745 \cdot M}{9,0638 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10^2}{3,72587} = 5129,76 \text{ M}$$

$$\sigma_a^I = 28,1468 \text{ MPa} \quad \psi = 0,015, k = 700 \text{ MPa}, G = 3,5 \cdot 10^4 \text{ MPa/m}$$

$$\sigma_a^I = 4,4 \cdot \frac{0,57745}{0,4349} \cdot \frac{0,35964 \cdot 10^2}{3,72587} = 56,39 \text{ MPa}$$

Tabela Z 3.9

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenie w stali	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
2,891 /11/	1,6	0,85	148,30	1,9	0,14	skurcz 0,6
3,507 /12/	4,0	0,00	179,9	2,3	0,13	
4,935 /15/	6,4	0,07	253,2	2,5	0,13	
5,600 /16/	9,8	0,29	287,3	2,8	0,13	
5,810 /17/	20,8	1,08	298,0	3,1	0,13	

BEŁKA A8

$$\xi_I = 0,51994$$

$$\xi_{II} = 0,26356$$

$$M_{rys} = \frac{3,8 \cdot 1,02076 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 0,48006} \cdot 0,28982 = 7,8048 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}$$

$$\sigma_a = \frac{3 \cdot 0,73644 \cdot M}{1,02076 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{1}{1,611579 \cdot 10^{-2}} = 13430,2 \text{ M}$$

$$\sigma_a^I = 3,8 \cdot \frac{0,73644}{0,48006} \cdot \frac{0,289782}{1,611579} \cdot 10^2 = 104,82 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^I = 23,33 \text{ MPa}$$

$$\psi = 0,018, k = 750 \text{ MPa}, G = 6 \cdot 10^4 \text{ MPa/m}$$

Tabela Z3.10

Wyniki empiryczne			Wyniki teoretyczne			
obciążenie	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	naprężenia w stali	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	Uwagi
MNm · 10 ²	mm · 10 ²	—	MPa	mm · 10 ⁺²	—	—
4,212 /13/	3,25	0,65	162,8	2,8	0,50	skurcz 0,87
1,401 /14/	3,00	0,70	188,2	4,7	0,08	skurcz 0,96
1,568 /15/	4,8	0,66	210,6	5,3	0,09	
1,785 /17/	5,0	0,60	239,7	6,1	0,09	
1,946 /18/	5,4	0,53	261,4	6,7	0,09	
1,981 /19/	6,8	0,50	266,1	6,8	0,09	
2,289 /20/	7,4	0,50	307,4	7,9	0,09	
2,331 /21/	12,2	0,76	313,1	8,1	0,09	

1.4 Wnioski i uwagi

Wyniki weryfikacji przedstawionej w pracy teorii zestawiono w tabelach z.3.1 do z.3.10. Wielkości pomocnicze /wysokość strefy ściskanej, moment rysujący, naprężenia w stali/ obliczono z równań równowagi przekroju i z wykorzystaniem prawa Hooke'a. Szerokość rozwarcia rys w przypadku obciążenia i odciążenia obliczono numerycznie wg programów zamieszczonych w załączniku Nr 4. Dodatkowy przyrost szerokości rozwarcia rysy spowodowany skurczem obliczono z zależności:

$$\Delta a_{\varepsilon sk} = 2 \cdot l \cdot \varepsilon_{sk}, \quad (z.3.1)$$

gdzie: l - obszar naruszenia przyczepności.

Jednostkowe odkształcenie skurczowe (ε_{sk}) obliczono wg [6].

W przypadku belki B2 nie występują rysy wewnętrzne. Szerokości rozwarcia rys obliczone wg metody przedstawionej w pracy różnią się /z wyjątkiem ostatniego obciążenia - zbliżonego do niszczącego/ o mniej niż 15 % od wielkości pomierzonych przez Maldague'a. W przypadku wszystkich obciążeń różnice te mieszczą się w jednosigmowym otoczeniu.

Zgodność wyników jest bardzo dobra.

W przypadku belki B8, począwszy od obciążenia Nr 15, powstają rysy wewnętrzne. Różnice wyników mieszczą się w jednosigmowym otoczeniu. Największa różnica względna jest mniejsza od 25 %. Zgodność wyników jest bardzo dobra.

W przypadku belki B5 przy wszystkich analizowanych obciążeniach istnieją rysy wewnętrzne. Różnice pomiędzy wielkościami obliczonymi i otrzymanymi z badań są duże /rzędu 60 %/. Podstawową przyczyną tych różnic jest wysoki procent zbrojenia belki /2,5 %/. Powoduje to niespełnienie założeń pracy /por. str. 67 oraz TABELA z.1.1 - stosowalność prawa Hooke'a w zależności od μ /

W przypadku belek typu E i F rysy wewnętrzne istnieją przy wszystkich analizowanych obciążeniach. Spowodowane jest to faktem, że belki te są zbrojone stalą zebrowaną. Wyniki badań i obliczenia teoretyczne belki E6 wykazują bardzo dobrą zgodność. Wszystkie różnice mieszczą się w jednosigmowym otoczeniu wartości oczekiwanej. Względne różnice są mniejsze od 8 % /z wyjątkiem pierwszego obciążenia/. Podobnie b. dobrą zgodność otrzymano w przypadku be-

lek E9 i F6. Chociaż względne różnice są nieco większe niż dla belki E6, to jednak wszystkie różnice są mniejsze od jednego odchylenia standardowego.

Pewne "anomalie" występują w przypadku belki F9. Belki F9 i E9 oraz belki E6 i E9 tworzą pary, w obrębie których jedyną różnicą jest wytrzymałość betonu na ściskanie i rozciąganie. W związku z tym należałoby się spodziewać, iż różnice w szerokościach rozwarcia rysy nie będą znaczne. Istotnie ma to miejsce w przypadku belek E6 i F6 /por. tabele z 3.4 i z 3.6/. Przykładowo dla $M = 7 \times 10^{-2}$ MNm względna różnica szerokości rozwarcia rysy wynosi około 14 %. Podobne porównanie dla pary F9 i E9 /por. tabele z 3.5 i z 3.7 - wyniki empiryczne dla $M = 2,5 \times 10^{-2}$ MNm/, wykazują, iż różnice wynoszą 92 %, mimo że w parze tej różnica pomiędzy wytrzymałościami betonu jest mniejsza niż w parze poprzedniej.

Tak znaczne rozbieżności w wynikach badań sugerują wystąpienie jakiegoś systematycznego błędu w pomiarach przeprowadzonych dla tej belki. W tej sytuacji belka ta nie może być wykorzystana do przeprowadzania weryfikacji.

Porównanie wyników badań dla belek A2, A5 i A8 pozwala na sformułowanie identycznych wniosków, jak w przypadku belek typu B.

Znaczące różnice pomiędzy wielkościami empirycznymi i otrzymanymi metodą teoretyczną występują jedynie w przypadku, gdy stopień zbrojenia $\mu = 2,5$ %.

Osobnym problemem jest porównanie obliczonych teoretycznie i obliczonych na podstawie badań współczynników zmienności szerokości rozwarcia rysy. Stosunkowo dobra zgodność występuje w przypadku wszystkich belek typu E i F oraz belek B2, B5, A2 i A5. Bardziej szczegółowe porównanie wielkości empirycznych z teoretycznymi jest jednak bardzo utrudnione z następujących powodów:

- a/ Współczynnik zmienności obliczany teoretycznie opisuje rozkład średniej próbki szerokości rozwarcia rysy w przypadku analizowania próbki zawierającej "n" identycznych belek. Badania Maldague'a pozwalają na obliczenie współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy dla pojedynczej belki. W ogólnym przypadku wielkości te różnią się pomiędzy sobą. Jedynie przyjęcie założenia, iż proces zarysowania jest procesem ergodycznym, poz-

wala na utożsamienie tych współczynników. Nie ma jednak przekonujących badań statystycznych potwierdzających to założenie. Porównanie wyników obliczeń współczynnika zmienności w badaniach Kortasa /por. wnioski do badań J. Kortasa/, który badał belki parami, sugeruje, iż proces ten nie jest ergodyczny.

- b/ Obliczenie współczynnika zmienności dla pojedynczej belki uniemożliwia zbadanie rozkładu tej wielkości /współczynnik zmienności jest zmienną losową/, a co za tym idzie, ocenienie występujących różnic.
- c/ W odróżnieniu od szerokości rozwarcia rysy, brak jest danych empirycznych pozwalających jednoznacznie przyjąć współczynniki zmienności wielkości wyjściowych /przykładowo brak danych do przyjęcia $\mathcal{D}_{Ea}$, $\mathcal{D}_{\psi}$, $\mathcal{D}_k$, $\mathcal{D}_G$; zbyt mało do przyjęcia $\mathcal{D}_{Eb}$ lub $\mathcal{D}_{Rbz}$.
- d/ W niektórych przypadkach przy występowaniu rys wewnętrznych /gdy długość odcinka ostatniego tzn. tam gdzie $\tau = \psi/k - \sigma_a$ / jest porównywalna z odległością między rysami wewnętrznymi/, należy uwzględnić wpływ ostatniego odcinka na wielkość współczynnika zmienności /w przedstawionych przykładach pominięto tę wielkość/. Reasumując można stwierdzić, iż przedstawiona w pracy metoda obliczania współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy może służyć do opisywania rozkładu populacji "n" jednakowych belek. W przypadku pojedynczej belki, gdy spełnione są dodatkowe założenia /duża ilość rys, stały moment zginający, pełna informacja o współczynnikach zmienności wielkości wejściowych/, można założyć ergodyczność zjawiska /rozwiązanie b. często spotykane w praktyce/ i również korzystać z przedstawionej metody. W pozostałych przypadkach należy bardziej krytycznie i wnikliwie interpretować otrzymane wyniki empiryczne i teoretyczne.

2.1. Wstępne dane

Badania były przeprowadzone na belkach żelbetowych o następującej charakterystyce geometrycznej:

$$l = 2,8 \text{ m}; \quad b = 0,15 \text{ m}; \quad h = 0,28 \text{ m}; \quad a = 0,032 \text{ m};$$

$$\text{zbrojenie } 2 \text{ } \phi 14 \text{ o } F_a = 3,079 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \mu = 0,0083$$

Skład masy betonu na 1 m^3 :

$$\text{- żwir } g = 1260 \text{ kg},$$

$$\text{- piasek } s = 630 \text{ kg},$$

$$\text{- cement } c = 300 \text{ kg},$$

$$\text{- woda } w = 150 \text{ kg}.$$

Średnia wytrzymałość betonu po 28 dniach wynosiła:

$$\text{- na ściskanie } \bar{R}_b = 36,6 \text{ MPa},$$

$$\text{- na rozciąganie } \bar{R}_{bz} = 3,11 \text{ MPa}.$$

Moduły sprężystości stali i betonu wynosiły odpowiednio:

$$E_a = 210000 \text{ MPa}$$

$$E_b = 28455 \text{ MPa}$$

Pozostałe podstawowe dane dotyczące warunków badań:

$$\text{- czas pielęgnacji betonu } t_0 = 3 \text{ dni},$$

$$\text{- wiek obciążenia belek } t = 28 \text{ dni},$$

$$\text{- wilgotność powietrza } h = 0,6$$

$$\text{- temperatura powietrza } T = 293^\circ \text{K}.$$

Obciążeniu poddano 4 pary belek P3-P4, P5-P6, P7-P8, P9-P10.

Belki były obciążone parą sił. W przypadku belek P7-P8 i P9-P10.

Obciążenie było niezmiennie w czasie i wynosiło odpowiednio $M_3 =$

$= 23,25 \text{ kNm}$ i $M_4 = 26,18 \text{ kNm}$. W przypadku belek P3-P4 początkowe

obciążenie wynosiło $M_{10} = 14,27 \text{ kNm}$, a po 120 dniach wzrosło do

$M_{11} = 16,38 \text{ kNm}$. W przypadku belek P5-P6 początkowe obciążenie wy-

nosiło $M_{20} = 17,30 \text{ kNm}$, a po 28 dniach wzrosło do $M_{21} = 20,50 \text{ kNm}$.

2. Weryfikacja przedstawionej metody obliczeniowej w oparciu o badania Kortasa

Weryfikację objęto następujące wielkości:

- a/ szerokość rozwarcia rysy pod wpływem obciążeń doraźnych,
- b/ współczynnik zmienności szerokości rozwarcia rysy,
- c/ szerokość rozwarcia rysy pod wpływem obciążeń długotrwałych.

Obliczenia szerokości rozwarcia rysy i współczynnika zmienności przy obciążeniach doraźnych przeprowadzono wg załączonych programów. Wyniki zestawiono w tabeli zamieszczonej w dalszej części podrozdziału.

Wielkości charakteryzujące reologiczne własności betonu obliczono wykorzystując zaprezentowaną metodę Z. P. Bażanta [6], [7]. Wysokość względnej strefy ściskanej w funkcji czasu wyznaczono wzorami Cardano. Dalsze obliczenia (zmianę szerokości rozwarcia rysy) przeprowadzono metodami numerycznymi z wykorzystaniem załączonych programów. Wyniki zestawiono w tabeli.

2.1 Wyznaczenie zmian położenia osi obojętnej dla belek P3-P4

- Charakterystyki pełzania (por. rozdz. 5.1.1).

a/ pełzanie podstawowe

$$x = 2,28189$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\varphi_1 = 3,1182$$

$$n = 0,1219$$

$$m = 0,3399$$

$$z_1 = 4,35366$$

$$E_0^{-1} = 0,12103$$

funkcja pełzania ma postać:

$$I(t, t^*) = 0,12103 + 0,3774 \cdot (t^{*-0,3399} + 0,05)(t - t^*)^{0,1219}$$

b/ pełzanie przy wysychaniu:

$$r = 4,7906$$

$$u = 0,92757$$

$$\varphi_d = 0,03304$$

$$k_h^* = 0,5054$$

$$k_h^{**} = 0,6004$$

$$c_p = 0,83$$

$$c_d = 1,88575$$

$$\tau_{sh} = 455$$

$$E_{sh\infty} = 449 \cdot 10^{-6}$$

Zestawienie wielkości potrzebnych do wyznaczenia $E''(t, t')$

Tabela 23.11

t	t'	C _o	C _d	C _p	J
148	28	0,25178	0,22139	0,06222	0,53198
148	147	0,08807	0,05517	0,02177	0,24250
148	88	0,16680	0,15486	0,04123	0,48815
88	28	0,23138	0,18934	0,05360	0,40146
29	28	0,14046	0,07410	0,02817	0,30742

$$R / 148,28/ = \frac{0,0992}{J / 148,28/} - \frac{0,115}{J / 148,147/} \left[\frac{J / 88,28/}{J / 148,88/} - 1 \right] =$$

$$= \frac{0,992}{0,53198} - \left[\frac{0,115}{0,2425} \left[\frac{0,48815}{0,40146} - 1 \right] \right] = 1,76233$$

$$E'' / 148,28/ = \frac{1 - J / 29,28/ \cdot R / 148,28/}{J / 148,28/ - J / 29,28/} =$$

$$= \frac{1 - 0,30742 \cdot 1,76233}{0,53198 - 0,30742} = 2,0405 \cdot 10^6 \text{ psi} / 13604 \text{ kPa/}$$

$$\varphi / 148,28/ = E / 28/ \cdot J / 148,28/ - 1 = 4,268 \cdot 0,53198 - 1 =$$

$$= 1,2705$$

Odształcenia skurczowe dla $t' = 28$, $t_0 = 3$, $t = 148$

$$\varepsilon_s = /148/ = 173 \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_s = /28/ = 80 \cdot 10^{-6}$$

Wartość wyrażenia w nawiasie (równanie 5.24 z uwzględnieniem skurczu):

$$1 - \frac{2,0405 \cdot 2,2705}{4,268} - \frac{2,0405 \cdot 93}{1691} = -0,1977$$

Postać równania 5.25 jest następująca:

$$- 1,91330 \xi^3 + 38,7482 \xi^2 + 1,9631 \xi - 7,7030 = 0$$

Rozwiązaniem tego równania spełniającym warunki zadania jest:

$$\xi = 0,4255 \quad /x = 10,55 \text{ cm/}$$

2.1.1 Wyznaczenie położenia osi obojętnej po zmianie obciążenia

Napężenie ściskające w betonie dla $t = 148^-$

$$\sigma_b / 148^- / = 8,47 \text{ MPa}$$

$$\alpha / 148^- / = 7,657 \cdot 10^{-4}$$

Napężenia ściskające w betonie dla $t = 148^+$

$$\sigma_b / 148^+ / = 9,72 \text{ MPa}, \quad E_b / 148 / = 30385 \text{ MPa} \quad / 4,40575 \cdot 10^6 \text{ psi} /$$

$$\alpha / 148^+ / = 8,069 \cdot 10^{-4}$$

- zmiany położenia osi obojętnej dla $t = 393$ dni

Tabela 23.12

t	t'	C _o	C _d	C _p	J
393	148	0,17191	0,18802	0,04791	0,43305
270,5	148	0,15798	0,163324	0,04206	0,40027
393	270,5	0,134986	0,145574	0,03762	0,36397
149	148	0,08791	0,055109	0,02175	0,242299
393	392	0,06845	0,04554	0,01908	0,21594
393	28	0,28834	0,28256	0,08035	0,61158
393	210,5	0,15115	0,16915	0,04212	0,39921
210,5	28	0,26498	0,24304	0,06841	0,56064

$$R / 393,28 / = \frac{0,992}{0,61158} - \frac{0,115}{0,21594} \left[\frac{0,56064}{0,39921} - 1 \right] = 1,40668$$

$$E'' / 393,28 / = 1,86598 \cdot 10^6 \text{ psi} \quad / 12869 \text{ MPa} /$$

$$\phi / 393,28 / = 4,268 \cdot 0,61158 - 1 = 1,61022$$

Odkształcenie skurczowe dla $t = 393$ wynosi $\epsilon_s / 393 / = 240 \cdot 10^{-6}$

Wartość wyrażenia w nawiasach wynosi - 0,31778.

Postać równania jest następująca:

$$- 3,0754 \xi^3 + 40,7377 \xi^2 - 1,52326 \xi - 7,7030 = 0$$

Rozwiązaniem równania jest $\xi = 0,4624$

$$\sigma_{b1} / 393 / = 7,91 \text{ MPa}$$

$$\alpha_1 / 393 / = 9,025 \cdot 10^{-4}$$

Zmiany spowodowane wzrostem obciążenia

$$R / 393, 148 / = 2,2376$$

$$E'' / 393, 148 / = 2,4 \cdot 10^6 \text{ psi}$$

$$\phi / 393, 148 / = 0,9097$$

$$\Delta \epsilon_{sk} = 67 \cdot 10^{-6}$$

Postać równania jest następująca: $\Delta M = 0,00211 \text{ MNm}$, $\Delta \sigma_b = 1,25 \text{ MPa}$

$$- 0,9612 \xi^3 + 9,2531 \xi^2 - 1,7447 \xi - 1,1390 = 0, \text{ a}$$

rozwiązaniem jest $\xi = 0,47233$

$$\sigma_{b2} / 393 / = 1,15 \text{ MPa}$$

$$\alpha_2 / 393 / = 1,39 \cdot 10^{-4}$$

Ostatecznie $\sigma_b / 393 / = 9,06 \text{ MPa}$

$$\alpha / 393 / = 10,42 \cdot 10^{-4}$$

$$\xi / 393 / = 0,4636.$$

2.2 Wyznaczenie zmian położenia osi obojętnej dla belek P5-P6

Stałe charakteryzujące własności reologiczne są identyczne jak w przypadku belek P3-P4

Tabela Z 3.13

t	t'	C _o	C _d	C _p	J
54	28	0,20895	0,1565	0,04548	0,4410
54	53	0,11676	0,0663	0,02542	0,2787
54	41	0,17181	0,1250	0,03740	0,3804
41	28	0,19202	0,1335	0,04033	0,4063
393	54	0,23626	0,23939	0,06584	0,53084
393	223,5	0,14748	0,16166	0,04110	0,38907
223,5	54	0,21712	0,21006	0,05647	0,49174
55	54	0,11614	0,06608	0,02534	0,27791

$$R / 54,28/ = \frac{0,992}{0,441} - \frac{0,115}{0,2787} \left[\frac{0,4063}{0,3804} - 1 \right] = 2,2213$$

$$E^{**}/54,28/ = \frac{1 - 0,30742 \cdot 2,2213}{0,441 - 0,30742} = 2,3741 \cdot 10^6 \text{ psi} = 16373 \text{ MPa}$$

$$\Delta \epsilon_{sk} = 34 \cdot 10^{-6}$$

$$E_b / 54/ = 29531 \text{ MPa} = 4,28205 \cdot 10^6 \text{ psi}$$

$$\phi / 54,28/ = 0,8884$$

Równanie ma postać:

$$- 1,017 \xi^3 + 47,926 \xi^2 + 6,288 \xi - 9,3386 = 0$$

Jego rozwiązaniem, spełniającym warunki zadania, jest $\xi = 0,3805$

$$\sigma_b / 54''/ = 11,285 \text{ MPa}$$

$$\alpha / 54''/ = 7,64 \cdot 10^{-4}$$

Postać równania (5.25) dla stałego obciążenia i $t = 393$ dni jest następująca:

$$- 3,3658 \xi^3 + 47,937 \xi^2 - 0,7589 \xi - 9,3386 = 0$$

Rozwiązaniem jest $\xi = 0,4569$

$$\sigma_{b1} / 393/ = 9,68 \text{ MPa}$$

$$\alpha_1 / 393/ = 10,68 \cdot 10^{-4}$$

Zmiany spowodowane wzrostem obciążenia

$$R / 393,54/ = 1,7282$$

$$\phi / 393,54/ = 1,27308$$

$$E^{**}/393,54/ = 2,05477 \cdot 10^6 \text{ psi}$$

Postać równania jest następująca: ($\Delta M = 0,0032 \text{ MNm}$, $\Delta \sigma_b = 2,62 \text{ MPa}$)

$$- 1,6741 \xi^3 + 13,7183 \xi^2 - 3,295 \xi - 1,7274 = 0$$

Rozwiązaniem jest $\xi = 0,51651$

$$\sigma_{b2} = 11,62 \text{ MPa}$$

$$\alpha_2 = 2,56 \cdot 10^{-4}$$

Ostatecznie: $\sigma_b / 393/ = 11,3 \text{ MPa}$

$$\alpha / 393/ = 13,24 \cdot 10^{-4}$$

$$\phi / 393/ = 0,4655$$

2.3 Wyznaczenie zmian położenia osi obojętnej dla belek P7-P8 oraz P9-P10

Stałe charakteryzujące własności reologiczne są identyczne jak w poprzednich przypadkach

$$R / 393, 28 / = 1,40668 \text{ psi}^{-1}$$

$$E'' / 393, 28 / = 1,86598 \text{ psi}$$

$$\Delta \epsilon_{sk} = 160 \cdot 10^{-6}$$

Równanie (5.25) dla belek P7-P8 ma postać:

$$- 3,9278 \xi^3 + 62,042 \xi^2 + 0,7669 \xi - 12,550 = 0$$

Jego rozwiązaniem jest $\xi = 0,4500$

$$\sigma_b / 393 / = 13,18 \text{ MPa}$$

$$\alpha / 393 / = 13,92 \cdot 10^{-4}$$

Równanie (5.25) dla belek P9-P10 ma postać:

$$- 4,2079 \xi^3 + 68,8812 \xi^2 + 1,5028 \xi - 14,1266 = 0$$

Jego rozwiązaniem jest $\xi = 0,4478$

$$\sigma_b / 393 / = 14,89 \text{ MPa}$$

$$\alpha / 393 / = 15,51 \cdot 10^{-4}$$

OBCIĄŻENIE DORAŻNE

Tabela Z3.14

Nr bel-ki	Obciążenie	Wartości empiryczne		Wartości teoretyczne	
		średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności	średnia szerokość rysy	współczynnik zmienności
-	kNm	mm $\cdot 10^2$	-	mm $\cdot 10^2$	-
P3	11,27	6,6	brak danych	9,3	0,07
P4		5,9	- " -		
P5	17,30	11,5	- " -	11,0	0,07
P6		10,9	- " -		
P7	23,25	13,25	0,18	14,6	0,07
P8		15,0	0,00		
P9	26,18	15,93	0,36	16,5	0,07
P10		17,58	0,34		

OBCIĄŻENIA DŁUGOTRWALE

Tabela Z3.15

Nr belki	Czas	Wyniki empiryczne				Wyniki teoretyczne			
		położenie osi obojętnej	odkształcenie betonu	odkształcenie stali	szerokość rozwarcia rysy	położenie osi obojętnej	odkształcenie betonu	odkształcenie stali	szerokość rozwarcia rysy
		-	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^4$	$\text{mm} \cdot 10^2$	/	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^4$	$\text{mm} \cdot 10^2$
P3	148	0,4939	7,35	8,6	6,6	0,4255	7,7	10,4	10,9
	393	0,5645	10,3	9,5	8,8	0,4636	10,4	12,0	12,0
P4	148	0,4939	7,35	8,6	5,9	0,4255	7,7	10,4	10,9
	393	0,5645	10,3	9,5	7,9	0,4636	10,4	12,0	12,0
P5	54	0,4234	8,0	10,5	11,5	0,3855	7,6	12,4	11,9
	393	0,4879	13,3	13,3	13,1	0,4655	13,2	15,2	13,7
P6	54	0,4234	8,0	10,5	10,9	0,3805	7,6	12,4	11,9
	393	0,4879	13,3	13,6	12,9	0,4655	13,2	15,2	13,7
P7	393	0,5101	15,1	15,9	14,2	0,4500	13,9	17,0	17,5
P8	393	0,5101	15,1	15,9	16,5	0,4500	13,9	17,0	17,5
P9	393	0,5121	18,6	20,0	19,7	0,4478	15,5	19,1	19,4
P10	393	0,5121	18,6	20,0	21,9	0,4478	15,5	19,1	19,4

2.4 Wnioski

2.4.1 Obciążenie doraźne

Weryfikacji poddano obliczone teoretycznie średnie szerokości rozwarcia rysy oraz współczynniki zmienności. Obliczenie przeprowadzono numerycznie wg programów zamieszczonych w załączniku Nr 4.

Dzięki równoczesnemu obciążeniu dwu identycznych belek możliwe było również oszacowanie współczynnika zmienności średniej szerokości rozwarcia rysy dla tych belek /por. str. 17/.

Zgodność obliczonej średniej szerokości rozwarcia rysy z wynikami eksperymentalnymi otrzymanymi przez Kortasa jest, w przypadku belek P5 + P10 bardzo dobra. Błąd nie przekracza 3,5 %. W przypadku belek P3 + P4 wynosi natomiast 33 %. Związane jest to z szacunkowym przyjęciem wartości pomierzonej /na podstawie podanych przez Kortasa wzorów do obliczania szerokości rozwarcia rysy pod obciążeniem długotrwałym/, spowodowanym brakiem bezpośrednich danych. Obliczone teoretycznie współczynniki zmienności wykazują bardzo dobrą zgodność z empirycznymi współczynnikami zmienności średniej szerokości rozwarcia rysy dla belek /wynoszą one odpowiednio: 0,08; 0,04; 0,09; 0,07/. Z powodów, które podano na str. 17 tego załącznika, różnią się one od współczynnika zmienności obliczanego dla pojedynczej belki.

2.4.2 Obciążenie długotrwałe

Weryfikacji poddano wielkości położenie osi obojętnej, odkształcenia betonu w strefie ściskanej i stali w strefie rozciąganej oraz średnią szerokość rozwarcia rysy.

Wartości ξ , ϵ_b , ϵ_a zostały odczytane z wykresów zamieszczonych w pracy Kortasa, natomiast wartości ϵ_f zostały obliczone na podstawie podanych przez niego wzorów /otrzymanych metodami regresji/. Przy weryfikacji posługiwano się średnimi wielkościami otrzymanymi dla p ary belek.

Porównując odkształcenia stali i względne wielkości strefy ściskanej, zwraca uwagę systematyczna różnica pomiędzy wielkościami pomierzonymi i otrzymanymi z analizy teoretycznej /dochodzą do 22 %, przy średniej około 15 %/.

W przypadku " ξ " wyniki teoretyczne są zawsze mniejsze od otrzymanych z pomiarów, natomiast dla " ε_a " sytuacja jest odwrotna /z wyjątkiem belek P9 - P10, gdzie $M = 0,87 M_n$ /. Wg autora niniejszej pracy związane jest to z problemem bezpośredniego pomiaru tych wielkości. Pomiar " ε_a " w stali w przekroju zarysowanym jest niemożliwy ze względu na bazę tensometru.

Z tego powodu pomierzona " ε_a ", będące średnim odkształceniem w miejscu przyklejania tensometru, jest mniejsze od wartości " ε_a " w rysie. Hipotezę tę potwierdza bardzo dobra zgodność pomierzonych i obliczonych odkształceń w betonie w strefie ściskanej /różnice są mniejsze niż 9 %/.

Zgodność tych ostatnich wielkości pozwala stwierdzić, że przyjęta funkcja pełzania Bazanta pozwala dość dokładnie opisać procesy reologiczne zachodzące w betonie. Zestawienie wielkości przedstawionych w tabeli z 3.15 potwierdza również założenie o możliwości stosowania prawa Hooke'a w zakresie obciążeń eksploatacyjnych. Poważniejsze różnice występują, gdy $M = 0,87 M_n$, tzn. dla obciążeń większych od eksploatacyjnych.

Porównanie obliczonych i pomierzonych wartości średniej szerokości rozwarcia rysy pozwala stwierdzić, iż różnice mieszczą się w jednosigmowym otoczeniu, co potwierdza dobrą zgodność wyników. W przypadku belek P5 - P10 jest ona nawet bardzo dobra /różnice są mniejsze od 12 %/. Większe różnice w przypadku belek P_3 - P_4 są spowodowane tym samym czynnikiem, który omówiono przy obciążeniach krótkotrwałych. Na uwagę zasługuje również fakt, że nawet dla $M = 0,87 M_n$, przedstawiona metoda daje dobrą zgodność obliczonej i pomierzonej średniej szerokości rozwarcia rysy.

Reasumując, można stwierdzić, że powyższe porównania potwierdziły przydatność przedstawionej przez autora metody obliczania szerokości rozwarcia rysy zarówno pod działaniem obciążeń krótko- jak i długotrwałych.

Duże ułatwienie stanowią opracowane przez autora programy do obliczeń numerycznych.

Załącznik nr 4 - PROGRAMY I WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH


```
LIST
LIBRARY(SUBGROUPSCE)
PROGRAM(CONSTA)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP0
TRACE 0
END
```

```
MASTER BELKA ZGINANA
COMMON/ELA1/R0,R2,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,R1,B,H,DD,AL,P,AK,LB,AK
C2,A,EA,PA0,RT,V1,SP,GZ,BK
READ(1,21)TS
321 FORMAT(1J)
DO 530 I=1,TS
  READ(1,2)EN,A1,BM,R0,P,AK,EA,FB,A,01,B,1,3,GZ,BK,41,A2,A3
2  FORMAT(1HFO,0)
  BK1=0.5*(1.+2.*EN*A1+2.*EN*A2+A3/H)/(EN*A1+EN*A2+1.)
  BK2=EN*(A1+A2)*(SQRT(1.+2.*(A1+A2+A3/H)/(EN*(A1+A2)+2))-1.)
  S1=EN*Q1
  S2=R1*(1.-BK2)*((1.-BK1)**2+EN*A1*(3.-BK1)*(1.-BK1)+EN*A2*(BK1-A2/
  CH)*(BK1-3.*A3/H))/((1.-BK1)*(A1+(3.-BK2)*A2*(BK2-A3/H))+1B
  K2-3.*A3/H))
  SA=1.-BK2/(R*H**2*(A1*(3.-BK2)*(1.-BK2)+A2*(BK2-A3/H)*(R*2
  C-3.*A3/H)))
  BM0=BM
  SP=2.0
  EL0=0.5*R0*ALOG((AK-S1)/(AK-S2))/P
  EL=0.5*P*ALOG((AK-S1)/(AK-SA))/P
  WRITE(2,300)
300  FORMAT(2X,10HOBCHIAZENIE)
  WRITE(2,301)B1
301  FORMAT(2X,3HBM=,F0.4)
  WRITE(2,302)P,AK,GZ,BK
400  FORMAT(2X,2HP=,F5.3,2X,3HAK=,F5.1,2X,3H3Z=,F0.1,2X,3H3K=,F0.5)
  IF(E1-2.0*F10)0,0,10
101  WRITE(2,5)
5  FORMAT(25HNIEMIE MA RYS WEWNETRZNYCH)
  EXTERNAL FUN1
  CALL FINTSAP(0.0,EL,FUN1,0.001,2,1)
  UB1=0.5*P*R0*(AK-SA)*R/EA
  WRITE(2,302)
302  FORMAT(2X,2HDEPLANACJA W OSI ZROJENIA)
  WRITE(2,303)UB1
303  FORMAT(2X,4HUB1=,F0.0)
  EXTERNAL FUN11
  CALL FINTSAP(0.0,EL,FUN11,0.001,1,R)
  UB2=0.5*P*R0*(AK-SA)*R/EA
  WRITE(2,304)
304  FORMAT(2X,3HDEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU)
  WRITE(2,305)UB2
305  FORMAT(2X,4HUB2=,F0.0)
100  EXTERNAL FUN8
  CALL FINTSAP(0.0,EL,FUN8,0.001,1,C)
  DD=C/EA
  AF=2.*(D+DD-UB1-AR)
  AF1=2.*(H+A-H*BK2)*(D+DD-AR)/(H-H*BK2)-UB2)
  WRITE(2,306)
306  FORMAT(2X,2HSZEROKOSC RYSY PRZY ZROJENIU)
  WRITE(2,307)AF
3 07  FORMAT(2X,3HAF=,F0.4)
  WRITE(2,308)
308  FORMAT(2X,3HSZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU)
  WRITE(2,6)AF1
6  FORMAT(2X,4HAF1=,F0.0)
  GO TO 520
```

```

10 EL=2.0*PI
   WRITE(2,200)
200 FORMAT(2X,24HPOWSTANA RYSY WEWNETRZNE)
   Y1=0.0+25*PI*(-PI*(3.0-2.0*PI)+SQRT((PI*(3.0-2.0*PI))**2+10.0*A1*(
   (3.0-2.0*PI))) / A1
   WRITE(2,201)
201 FORMAT(2X,24H1IFJSCE RYSY WEWNETRZNEJ)
   WRITE(2,202)Y1
202 FORMAT(2X,3HY1=,F8.6)
   R1=PI*INT(EL/Y1)
   WRITE(2,203)
203 FORMAT(2X,24HILOSC RYS WEWNETRZNYCH)
   WRITE(2,204)R1
204 FORMAT(2X,3HR1=,F3.1)
   IF(R1)101,101,0
   Y2=PI-Y1
   WRITE(2,205)
205 FORMAT(2X,24HDŁUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA)
   WRITE(2,206)Y2
206 FORMAT(2X,3HY2=,F3.6)
   R1=0.
   D=0.0
   AR=0.0
   BZ=FA/EB
   AZ=SQRT(2.*GZ*(1.+4.*A1*EN)/(FA*RO)-BZ**2)
   C2=SA*(1.+3.*BK*EA*A1*EN*(3.-BK2)/(SP*GZ*(1.+4.*A1*EN)**2)-1.5*A1*
   (EN*(1.-BK2)/(1.+4.*A1*EN)))
   B1=PA*(1.-2.*Y1/SP)
   SAK=(3.0*PM/(A1*B*H**2.0))*(6.0+5.*A1*EV-SQRT(9.0*A1*EV+10.0*(A1*
   CEN)**2.0-13.0*(A1*EN)**3.0-4.0*(A1*EN)**4.0))/(18.0+26.0*A1*EN+8.0
   C*(A1*EN)**2.0)
   C1=(SAK-C2*EXP(BZ*Y1)*COS(AZ*Y1)-(1.5*SA*A1*EN*(3.-BK2)/(1.+4.*A1*
   CEN))*(1.-2*Y1/SP-2.*BK*EA/(SP*GZ*(1.+4.*A1*EV)))/(EXP(BZ*Y1)*SIN(
   (AZ*Y1)))
   WRITE(2,500)C1,C2
500 FORMAT(2X,3HC1=,F8.2,2X,3HC2=,F8.2)
   EXTERNAL FUN3
   CALL FINTSHP(0.0,Y1,FUN3,0.01,2,R)
   U31=0.5*RO*PI/EB
   EXTERNAL FUN4
   CALL FINTSHP(0.0,Y1,FUN4,0.001,2,I)
   U32=0.5*RO*PI/EB
   WRITE(2,501)U31,U32
501 FORMAT(2X,4HUB1=,F8.0,2X,4HUB2=,F8.6)
31 EXTERNAL FUN2
   CALL FINTSHP(0.0,Y1,FUN2,0.001,1,R)
   DU=K/EA
   WRITE(2,502)DU
502 FORMAT(2X,3HDD=,F3.6)
   D=D+DU
   KI=R1+1
   SA=SAK
   IF(R1=47)30,30,0
   C2=SA*(1.+3.*BK*EA*A1*EN*(3.-BK2)/(SP*GZ*(1.+4.*A1*EN)**2)-1.5*A1*
   (EN*(1.-BK2)/(1.+4.*A1*EN)))
   B1=PA*U*(1.-2.*(RT+1.)*Y1/SP)
   SAK=(3.0*PM/(A1*B*H**2.0))*(6.0+5.*A1*EV-SQRT(9.0*A1*EV+10.0*(A1*
   CEN)**2.0-13.0*(A1*EN)**3.0-4.0*(A1*EN)**4.0))/(18.0+26.0*A1*EN+8.0
   C*(A1*EN)**2.0)
   C1=(SAK-C2*EXP(BZ*Y1)*COS(AZ*Y1)-(1.5*SA*A1*EN*(3.-BK2)/(1.+4.*A1*
   CEN))*(1.-2*Y1/SP-2.*BK*EA/(SP*GZ*(1.+4.*A1*EV)))/(EXP(BZ*Y1)*SIN(
   (AZ*Y1)))
   WRITE(2,207)
207 FORMAT(2X,14HNAPREZENTACJA W STAL I)
   WRITE(2,208)SA,SAK
208 FORMAT(2X,3HSA=,F7.3,2X,4HSAK=,F7.3)
   EXTERNAL FUN3
   CALL FINTSHP(0.0,Y1,FUN3,0.001,2,R)
   U3=0.5*RO*PI/EB
   EXTERNAL FUN2

```

```

CALL F4INTS(P(0.0,Y1,FUN7,0.001,1,AR1) -4-
AR=AR*100+AR1
GO TO 31
30  EXTERNAL FUN1
CALL F4INTS(P(0.0,Y2,FUN1,0.01,2,P)
UB=0.0+0.001*(AR-SA)*R/EB
EXTERNAL FUN0
CALL F4INTS(P(0.0,Y2,FUN0,0.01,2,AR2)
AR=AR*100+AR2
WRITE(2,209)
209  FORMAT(2X,24HSZEROKOSC KVS JELNETRZNYCH)
WRITE(2,210)AR
210  FORMAT(2X,3HAR=,F8.6)
EL=V
GO TO 100
336  CONTINUE
STOP
END

```

SEGMENT, LENGTH 1350, NAME BELKAZGINANA

```

FUNCTION FUNG(X)
COMMON/FLA1/R0,BZ,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B4,B,H,DD,AL,P,AK,LB,AK
C2,A1,FA,FM0,DT,Y1,SP,GZ,BK
S=(SA-1)*EXP(2.0*P*X/R0)+AK
B1=FA+0.01*(1.0-2.0*((RT+1.0+Y1*X)/SP)
SJ=(1.0+BM-2.0*S*A1*H*H**2.0)/(H**2.0))*((1.0+3.0*BM*EN/(2.0+3.0*
C*H**2.0))+SQRT((1.0+3.0*BM*EN/(2.0+3.0*H**2.0))**2.0-1.0-A1*FN))-A1
C*S
FUNG=SD/EB
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 144, NAME FUN0

```

FUNCTION FUN4(X)
COMMON/FLA1/R0,BZ,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B4,B,H,DD,AL,P,AK,LB,AK
C2,A1,FA,FM0,DT,Y1,SP,GZ,BK
T=0.5*0.0*(3.0*SA*A1*FN*(3.0-BK2)/(SP*(1.0+6.0*A1*EN))+C2*EXP(BZ*X)*(AZ
C*SIN(AZ*X)-BZ*COS(AZ*X))-C1*EXP(BZ*X)*(AZ*COS(AZ*X)+BZ*SIN(AZ*X)))
RA=RU+A
FUN4=1+(2.0*(1.0-P1)/SQRT(X**2.0+P1**2.0))*(X**2.0)/((X**2.0+RA**2.0)
C0**1.5)
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 152, NAME FUN4

```

FUNCTION FUN3(X)
COMMON/FLA1/R0,BZ,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B4,B,H,DD,AL,P,AK,LB,AK
C2,A1,FA,FM0,DT,Y1,SP,GZ,BK
T=0.5*0.0*(3.0*SA*A1*EN*(3.0-BK2)/(SP*(1.0+6.0*A1*EN))+C2*EXP(BZ*X)*(AZ
C*SIN(AZ*X)-BZ*COS(AZ*X))-C1*EXP(BZ*X)*(AZ*COS(AZ*X)+BZ*SIN(AZ*X)))
FUN3=1+(2.0*(1.0-P1)/SQRT(X**2.0+R0**2.0))*(X**2.0)/((X**2.0+RU**2.0)
C0**1.5)
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 147, NAME FUN3

FUNCTION FUN8(X)

COMMON/ELA1/R0,B2,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B1,B,H,DD,AL,P,AK,EB,AR
 C2,A,EA,BMO,DT,Y1,SP,GZ,BK -5-
 S=(SA-A1)*EXP(2.*P*X/R0)+AK
 B1=B0*(1.-P.*(RT*Y1+X)/SP)
 DG=3.*B1*EN/(2.*B*S+H**2.0)
 F=((1.-B1-2.*S*A1*B*H**2.0)/(B*H**2.0))*(1.+DG*SQRT((1.+DG)**2
 C2=1.+DG*(1.-A1*EN))-A1*S
 FUNF=S-F*F
 RETURN
 END

SEGMENT, LENGTH 130, NAME FUNH

FUNCTION FUNH(X)
 COMMON/ELA1/R0,B2,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B1,B,H,DD,AL,P,AK,EB,AR
 C2,A,EA,BMO,DT,Y1,SP,GZ,BK
 RA=R0+A
 FUNH=(2.*(C1.-P1)/SQRT(X**2+RA**2)+(X**2)/((X**2+RA**2)**1.5))*EXP
 C(2.*A*Y/R0)
 RETURN
 END

SEGMENT, LENGTH 70, NAME FUNI

FUNCTION FUNI(X)
 COMMON/ELA1/R0,B2,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B1,B,H,DD,AL,P,AK,EB,AR
 C2,A,EA,BMO,DT,Y1,SP,GZ,BK
 FUNI=(2.*J*(1.+P1)/SQRT(X**2.+R0**2.0)+(X**2.0)/((X**2.0+R0**2.0)
 C**1.5))*EXP(2.0*P*X/R0)
 RETURN
 END

SEGMENT, LENGTH 71, NAME FUNI

FUNCTION FUN2(X)
 COMMON/ELA1/R0,B2,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B1,B,H,DD,AL,P,AK,EB,AR
 C2,A,EA,BMO,DT,Y1,SP,GZ,BK
 S=EXP(B2*X)*(C1*SIN(A2*X)+C2*COS(A2*X))-3.*SA*A1*EN*(3.-BK2)*X/(SP
 C*(1.+4.*A1*EN))+1.5*SA*A1*EN*(3.-BK2)/(1.+4.*A1*EN)-3.*BK*EA*SA*A1
 C*EN*(3.-BK2)/(SP*GZ*(1.+4.*A1*EN)**2)
 DG=3.*B1*EN/(2.*B*S+H**2.0)
 F=((1.-B1-2.*S*A1*B*H**2.0)/(B*H**2.0))*(1.+DG*SQRT((1.+DG)**2-1.-A1*E
 CN))-A1*S
 FUN2=S-F*F
 RETURN
 END

SEGMENT, LENGTH 197, NAME FUN2

FUNCTION FUN7(X)
 COMMON/ELA1/R0,B2,AZ,C1,C2,P1,SA,A1,EN,3K2,B1,B,H,DD,AL,P,AK,EB,AR
 C2,A,EA,BMO,DT,Y1,SP,GZ,BK
 S=EXP(B2*X)*(C1*SIN(A2*X)+C2*COS(A2*X))-3.*SA*A1*EN*(3.-BK2)*X/(SP
 C*(1.+4.*A1*EN))+1.5*SA*A1*EN*(3.-BK2)/(1.+4.*A1*EN)-3.*BK*EA*SA*A1
 C*EN*(3.-BK2)/(SP*GZ*(1.+4.*A1*EN)**2)
 B1=B0*(1.-2.*((RT+1.)*Y1+X)/SP)
 DG=B1*EN/(2.*B*S+H**2.0)
 SB=((1.-B1-2.*S*A1*B*H**2.0)/(B*H**2.0))*(1.+3.*DG*SQRT((1.+S.*DG)**
 C2.-1.-A1*EN))-A1*S
 FUN7=S*SB
 RETURN
 END

11-221671.MALA (belki E,F - dane do obciazenia)

MLISTING OF 11-221671.ZERAC1/1 PRODUCED ON 0JUN84 AT 11.28.57

MOUPUT BY LISTFILE IN '11-221671.MALA' ON 14JUN84 AT 14.57.00 USING JIS

DOCUMENT ZERA

24

6.442 0.0185 0.05716 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
6.442 0.0185 0.04620 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
6.442 0.0185 0.05684 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
6.442 0.0185 0.06314 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
6.442 0.0185 0.07065 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
6.442 0.0185 0.08190 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
6.442 0.0185 0.08547 0.000
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
5.250 0.0185 0.05549 0.000
0.018 850.
210000. 40000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0
200000. 0.017
5.7 0.0015 0.025
5.250 0.0185 0.04221 0.000
0.018 850.
210000. 40000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0
200000. 0.017
5.7 0.0015 0.025
5.250 0.0185 0.04760 0.000
0.018 850.
210000. 40000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0
200000. 0.017
5.7 0.0015 0.025
5.250 0.0185 0.05620 0.000
0.018 850.

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000005

ODCIĄŻENIE

QH=0.0651

P=0.010 AK=700.0 GZ=150000.0 BK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1= -419.20 C2= 299.79

UB1=0.000000 UB2=0.000002

DD=0.000020

SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000005

SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000047

SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000077

ODCIĄŻENIE

QH=0.0706

P=0.010 AK=700.0 GZ=150000.0 BK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1= -409.00 C2= 335.35

UB1=0.000002 UB2=0.000002

DD=0.000031

SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000000

SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000054

SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000007

ODCIĄŻENIE

QH=0.0819

P=0.010 AK=700.0 GZ=150000.0 BK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1= -543.83 C2= 388.06

UB1=0.000011 UB2=0.000002

DD=0.000030

SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000000

SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000064

SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000102

ODCIĄŻENIE

QH=0.0655

P=0.010 AK=700.0 GZ=150000.0 BK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1= -567.54 C2= 405.82

UB1=0.000011 UB2=0.000002

DD=0.000037
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH -10-
 AK=0.000007
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000007
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AFI=0.000107
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0555
 P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.017
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004515
 C1= -171.69 C2= 152.73
 UB1=0.000005 UB2=0.000001
 DD=0.000014
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000025
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AFI=0.000035
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0422
 P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.017
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004515
 C1= -204.20 C2= 190.21
 UB1=0.000004 UB2=0.000000
 DD=0.000017
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000026
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AFI=0.000042
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0476
 P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.017
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004515
 C1= -250.27 C2= 214.50
 UB1=0.000004 UB2=0.000001
 DD=0.000019
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000032
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AFI=0.000048
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0563
 P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.017
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

-44-

RH=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1= -272.20 C2= 253.02

UB1=0.000005 UB2=0.000001

DD=0.000023

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000002

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000039

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000058

OBCIĄŻENIE

PM=0.0629

P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 RK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1= -304.43 C2= 283.59

UB1=0.000006 UB2=0.000001

DD=0.000025

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000002

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000044

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000065

OBCIĄŻENIE

PM=0.0700

P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 RK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1= -358.64 C2= 315.45

UB1=0.000005 UB2=0.000001

DD=0.000026

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000002

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000050

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000075

OBCIĄŻENIE

PM=0.0770

P=0.018 AK=850.0 GZ=200000.0 RK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RH=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1= -372.50 C2= 345.99

UB1=0.000007 UB2=0.000001

DD=0.000031

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000002

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000055

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000081

OBŁĄCZENIE

RM=0.0083

P=0.010 AK=850.0 GZ=200000.0 RK=0.017

POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNĘTRZNEJ

Y1=0.017042

ILUŚC RYS WEWNĘTRZNYCH

RM=1.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1= -427.30 C2= 398.09

UB1=0.000000 UB2=0.000001

DD=0.000030

SZEROKOŚĆ RYS WEWNĘTRZNYCH

AR=0.000002

SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000064

SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000094

OBŁĄCZENIE

RM=0.0171

P=0.010 AK=750.0 GZ=195000.0 RK=0.060

POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNĘTRZNEJ

Y1=0.020432

ILUŚC RYS WEWNĘTRZNYCH

RM=2.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.000399

C1= -326.30 C2= 320.25

UB1=0.000002 UB2=0.000000

DD=0.000035

NAPRĘŻENIA W STALI

SA=296.000 SAK=290.594

DD=0.000020

SZEROKOŚĆ RYS WEWNĘTRZNYCH

AR=0.000001

SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000118

SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000150

OBŁĄCZENIE

RM=0.0207

P=0.010 AK=750.0 GZ=195000.0 RK=0.060

POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNĘTRZNEJ

Y1=0.020432

ILUŚC RYS WEWNĘTRZNYCH

RM=2.0

DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.000399

C1= -394.30 C2= 386.91

UB1=0.000002 UB2=0.000001

DD=0.000039

NAPRĘŻENIA W STALI

SA=357.616 SAK=351.085

DD=0.000034

SZEROKOŚĆ RYS WEWNĘTRZNYCH

AR=0.000001

SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000143

SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000104

OBŁĄCZENIE

RM=0.0247

P=0.010 AK=750.0 GZ=195000.0 RK=0.060

POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNĘTRZNEJ

Y1=0.020432

ILUŚC RYS WEWNĘTRZNYCH

RH=2.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.000399
 C1= -470.23 C2= 407.42
 UB1=0.000002 UB2=0.000001
 DD=0.000047
 NAPIĘŻENIA W STALI
 SA=425.482 SAK=416.623
 DD=0.000041
 SZEROKOŚĆ RYSY WEWNĘTRZNYCH
 AK=0.001001
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000171
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000193
 ODCIĄŻENIE
 DM=0.0270
 P=0.018 AK=750.0 GZ=195000.0 DK=0.060
 POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE
 WILISCE RYSY WEWNĘTRZNEJ
 Y1=0.021432
 IŁOŚĆ RYSY WEWNĘTRZNYCH
 RH=2.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.001399
 C1= -514.18 C2= 504.25
 UB1=0.000003 UB2=0.000001
 DD=0.000051
 NAPIĘŻENIA W STALI
 SA=440.351 SAK=457.354
 DD=0.000043
 SZEROKOŚĆ RYSY WEWNĘTRZNYCH
 AK=0.000001
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000187
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000214
 ODCIĄŻENIE
 DM=0.0167
 P=0.020 AK=850.0 GZ=200000.0 DK=0.035
 POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE
 WILISCE RYSY WEWNĘTRZNEJ
 Y1=0.020034
 IŁOŚĆ RYSY WEWNĘTRZNYCH
 RH=2.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004039
 C1= -174.43 C2= 317.88
 UB1=0.000001 UB2=0.000000
 DD=0.000031
 NAPIĘŻENIA W STALI
 SA=225.247 SAK=288.143
 DD=0.000026
 SZEROKOŚĆ RYSY WEWNĘTRZNYCH
 AK=0.000001
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000123
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000142
 ODCIĄŻENIE
 DM=0.0177
 P=0.020 AK=850.0 GZ=200000.0 DK=0.035
 POWSTANA RYSY WEWNĘTRZNE
 WILISCE RYSY WEWNĘTRZNEJ
 Y1=0.020034
 IŁOŚĆ RYSY WEWNĘTRZNYCH
 RH=2.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004039
 C1= -184.33 C2= 335.73

UB1=0.000001 UB2=0.000000

DB=0.000033

-44-

NAPREŻENIA W STALI

SA=310.638 SAK=305.247

DB=0.000029

SZEROKOSC KYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000001

SZEROKOSC KYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000131

SZEROKOSC KYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000151

OBCIĄŻENIE

RH=0.0212

P=0.020 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.035

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.020034

ILOSC KYS WEWNETRZNYCH

RH=2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004039

C1= -221.10 C2= 403.00

UB1=0.000002 UB2=0.000000

DB=0.000040

NAPREŻENIA W STALI

SA=372.660 SAK=366.190

DB=0.000030

SZEROKOSC KYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000001

SZEROKOSC KYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000157

SZEROKOSC KYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000181

OBCIĄŻENIE

RH=0.0248

P=0.020 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.035

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.020034

ILOSC KYS WEWNETRZNYCH

RH=2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004039

C1= -258.38 C2= 470.83

UB1=0.000002 UB2=0.000000

DB=0.000040

NAPREŻENIA W STALI

SA=435.385 SAK=427.829

DB=0.000041

SZEROKOSC KYS WEWNETRZNYCH

AK=0.000001

SZEROKOSC KYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000180

SZEROKOSC KYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000210

OBCIĄŻENIE

RH=0.0262

P=0.020 AK=850.0 GZ=200000.0 HK=0.035

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.020034

ILOSC KYS WEWNETRZNYCH

RH=2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004039

C1= -272.98 C2= 497.43

UB1=0.000002 UB2=0.000000

DB=0.000049

NAPREŻENIA W STALI

SA=452.983 SAK=452.000

```

LIST
LIBRARY(SUBCROUPE)
PROGRAM(ENAS)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP0
TPACE 2
END

```

-15-

(belki E,F - obciążenie, współczynniki zmienności)

```

MASTER SZEROKOSC RYSY
COMMON/ELA/AL,RO,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
321 READ(1,321) IS
    FORMAT(10)
    DO 530 I=1, IS
        READ(1,3) DP,DK,DER,DEA,DR,DG
        3    FORMAT(6F0.0)
        READ(1,2) EN,A1,EN,RO,P,AK,EA,EB,A,P1,B,H,G,GZ,BK,R1,A2,A3
        2    FORMAT(18F0.0)
        SP=2.8
        RK1=0.5*(1.+2.*EN*A1+2.*EN*A2*A3/H)/(EN*A1+EN*A2+1.)
        RK2=EN*(A1+A2)*(SQRT(1.+2.*(A1+A2*A3/H)/(EN*(A1+A2)**2))-1.)
        S1=EN*R1
        S2=P1*(1.-RK2)*((1.-BK1)**2+EN*A1*(3.-BK1)*(1.-BK1)+EN*A2*(BK1-A3/
CH)*(BK1-3.*A3/H))/(1.-BK1)*(A1*(3.-BK2)*(1.-BK2)+A2*(BK2-A3/H)*(B
CK2-3.*A3/H))
        SA=3.*B1*(1.-BK2)/(6.*H**2*(A1*(3.-BK2)*(1.-BK2)+A2*(BK2-A3/H)*(BK2
C=3.*A3/H))
        EL0=0.5*RO*ALOG((AK-S1)/(AK-S2))/P
        EL=0.5*RO*ALOG((AK-S1)/(AK-SA))/P
        ENA=1.+4.*EN*A1
        BK3=3.-BK2
        P3=2.*(1.-P1)
810 IF(EL-2.0*EL0)0,0,10
101 WRITE(2,5)
    5    FORMAT(2X,73HNIE MA RYS WEWNETRZNYCH)
        PLP=-EL/P
        PLK=0.5*RO*(EN*R1-SA)/((AK-EN*R1)*(AK-SA)*P)
        PLR=-0.5*EN*RO/(P*(AK-EN*R1))
        PLEA=PLR*R1/EA
        PLEI=-PLR*R1/EB
        PDL=ENA*SA/EA-1.5*SA*EN*A1*BK3*(1.-2.*EL/SP)/EA
        PDP=PUL*PLP
        BP=(PDP*P*DF)**2
        PDK=PDL*PLK
        BK=(PUK*AK*DK)**2
        PDR=PDL*PLR
        BR=(PUR*DR*F1)**2
        PDEA=PDL*PLEA-SA*AL/(EA**2)
        REA=(PDEA*FA*DEA)**2
        PDER=PDL*PLEI+SA*EL*A1*(1.5*BK3*(1.-EL/SP)-4.)/(EB**2)
        REB=(PDER*FI*DER)**2
        WRITE(2,760)BPI,BK,ER,BEA,BE
760 FORMAT(2X,3HBP=,F11.9,2X,3HBK=,F11.9,2X,3HBR=,F11.9,2X
C,4HDEA=,F11.9,2X,4HDEB=,F11.9)
        OSD=SQRT(BP+BK+BR+BEA+BEB)
        WRITE(2,761)
761 FORMAT(10X,10DCHYLENIE STANDARDOWE POSLIZGU)
        WRITE(2,762)OSD
762 FORMAT(12X,4HOSD=,F11.9)
        D=ENA*SA*EL/EA-1.5*SA*EN*A1*BK3*EL*(1.-EL/SP)/EA
        WRITE(2,763)D
763 FORMAT(2X,2HD=,F11.9)
        WSP=OSD/D
        WRITE(2,764)
764 FORMAT(10X,10WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCI POSLIZGU)
        WRITE(2,765)WSP
765 FORMAT(12X,4HWSP=,F9.6)

```


$D = SURT(EL**2 + R0**2)$
 $PUL = (0.5 * P * (AK - SA) * R0 / EB) * (P3 / D + EL**2 / (D**3) * EXP(2. * P * EL / R0))$
 $PUK = PUL * PLR$
 $B1 = (PUR * DR * F1) ** 2$
 $PUEA = PUL * PLEA$
 $R2 = (PUEA * EA * DEB) ** 2$
 $PUEI = -PUL / EI + PUL * PLEB$
 $R3 = (PUEB * EB * DEB) ** 2$
 $PUK = PUL / (AK - SA) + PUL * PLK$

-16-

$EXTERNAL FP2$
 $CALL F4INTSIP(0.0, EL, FP2, 0.005, 1, R6)$
 $B4 = (PUK * AK * PK) ** 2$
 $PUP = PUL / P + PUL * PLP + 0.5 * P * (AK - SA) * R0 * R6 / EB$
 $B5 = (PUP * P * DP) ** 2$
 $UPITE(2, 706) B1, 12, B3, B4, B5$
766 $FORMAT(2X, 3HB1 =, F11.9, 2X, 3HB2 =, F11.9, 2X, 3HB3 =, F11.9, 2X, 3HB4 =, F11.9,$
 $2X, 3HB5 =, F11.9)$
 $OSU = SQRT(B1 + B2 + B3 + B4 + B5)$
 $UPITE(2, 767)$
767 $FORMAT(12X, 'ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI')$
 $WRITE(2, 768) OSU$
768 $FORMAT(5X, 4HOSU =, F9.6)$
 $EXTERNAL FUN1$
 $CALL F4INTSIP(0.0, EL, FUN1, 0.005, 1, U1)$
 $UB1 = 0.5 * P * (AK - SA) * R0 * U1 / EB$
 $WRITE(2, 769) UB1$
769 $FORMAT(2X, 4HUB1 =, F11.9)$
 $USD = OSU / UB1$
 $WRITE(2, 770)$
770 $FORMAT(2X, 'SPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI')$
 $WRITE(2, 771) USD$
771 $FORMAT(5X, 4HUSD =, F9.6)$
 $GO TO 536$
10 $EL = 2.0 * EL0$
 $WRITE(2, 200)$
200 $FORMAT(2X, 24HPOWSTANA RYSY WEWNETRZNEJ$
 $Y1 = 0.0625 * R0 * (-P * (3.0 - 2.0 * P1) + SQRT((P * (3.0 - 2.0 * P1)) ** 2 + 16.0 * A1 * ($
 $3.0 - 2.0 * P1))) / A1$
 $WRITE(2, 201)$
201 $FORMAT(2X, 24HMIJSCIE RYSY WEWNETRZNEJ)$
 $WRITE(2, 202) Y1$
202 $FORMAT(2X, 3HY1 =, F8.6)$
 $RM = AINT(EL / Y1)$
 $WRITE(2, 203)$
203 $FORMAT(2X, 22HILOSC RYS WEWNETRZNYCH)$
 $WRITE(2, 204) RM$
204 $FORMAT(2X, 3HRM =, F3.1)$
 $Y2 = EL - RM * Y1$
 $WRITE(2, 205)$
205 $FORMAT(2X, 26HDLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA)$
 $WRITE(2, 206) Y2$
206 $FORMAT(2X, 3HY2 =, F8.6)$
 $BZ = PUK / R0$
 $SSA = 0.$
 $SC2 = 0.$
 $SC1 = 0.$
 $SSB = 0.$
 $AZ = SQRT(2. * GZ * ENA / (EA * R0) - BZ ** 2)$
 $Z = AZ * Y1$
 $U = BZ * Y1$
 $SSA = SA$
 $BM0 = BM$
 $RT = 0.$
327 $BM = EN0 * (1. - 2. * (RT + 1.)) * Y1 / SP$
 $SAK = (3. * BM / (A1 * 1 + H ** 2)) * (6. + 5. * A1 * EN - SQRT(8. * A1 * EN + 18. * (A1 * EN ** 2 + 12. * (A1 * EN) ** 3 + 0. * (A1 * EN) ** 4))) / (18. * 0 + 26. * 0 * A1 * EN + 8. * 0 * (A1 * EN) ** 2)$
 $BET = 1.5 * SA * A1 * EN * (3. - BK2) / (1. + 4. * A1 * EN)$
 $ALF = 3. * SA * EN * A1 * BK3 * BK * FA / (GZ * SP * ENA ** 2)$
 $C2 = SA - BET * ALF$

```

C1=(SAK-BET+ALF*(1.+Y1*GZ*ENA/(BK*EA))-C2*EXP(W)*COS(Z))/(EXP(W)
C)*SIN(Z))
-17-
SC2=SC2+C2
SC1=SC1+C1
WRITE(2,391)C1,C2,SAK
391 FORMAT(2X,3HC1=,F8.3,2X,3HC2=,F8.3,2X,4HSAK=,F8.3)
SSB=SSB+SAK
RT=RT+1.
SA=SAK
IF(PH-RT)30,30,0
GO TO 327
30 SSB=SSB+SSA-SAK
AB=3.*SSB*EI*BK*A1*EK3*Y1/(SP*GZ*ENA)
D=(ENA/(EA*(AZ**2+BZ**2)))*(SC1*(EXP(W)*(BZ*SIN(Z)-AZ*COS(Z))+AZ)*
CSC2*(EXP(W)*(BZ*COS(Z)+AZ*SIN(Z))-BZ))-AB
PDB1=-2.*(D+AB)*BZ/(AZ**2+BZ**2)
PDB2=(ENA/(EA*(AZ**2+BZ**2)))*(SC1*EXP(W)*(SIN(Z)*(1.+W)-Z*COS(Z))
C+SC2*(COS(Z)*EXP(W)*(1.+W)+Z*EXP(W)*AZ-1.))
PDBZ=PDB1+PDB2
PDA1=2I.*(D+AB)*AZ/(AZ**2+BZ**2)
PDA2=(ENA/(EA*(AZ**2+BZ**2)))*(SC1*(EXP(W)*COS(Z)*(W-1.)+EXP(W)*SI
CN(Z)*Z+1.)+SC2*EXP(W)*(SIN(Z)*(1.-W)+Z*COS(Z)))
PDAZ=PDA1+PDA2
PBBK=1./R0
PADK=-BK/(AZ*R0**2)
PDBK=PDAZ*PAEK+PDBZ*PBBY-AB/BK
PBK=(PDBK*DE*BK)**2
PAGZ=ENA/(AZ*EA*R0)
PDGZ=PDAZ*PAGZ+AB/GZ
BGZ=(PDGZ*PG*GZ)**2
PAER=-4.*GZ*A1/(AZ*R0*ER**2)
PDER=PAER*PDAZ+(D+AB)*(-4.*EN*A1/(ENA*EB))+AB/EB
BER=(PDER*DER*EI)**2
PAEA=-GZ/(AZ*R0*EA**2)
PDEA=PAEA*PDAZ-(D+AB)/(ENA*EA)
BEA=(PDEA*DEA*EA)**2
PYP=0.0025*F0*(2.*P1-3.+P*(3.-2.*P1)**2/(SQRT((P*(3.-2.*P1))**2+16
C.*A1*(3.-2.*P1))))/A1
PDY1=(ENA*EXP(W)/EA)*(SC1*SIN(Z)+SC2*COS(Z))-AB/Y1
PDP=PDY1*PYF
BP=(PDP*DP*P)**2
WRITE(2,400)BBK,BGZ,BEB,BEA,BP
400 FORMAT(2X,4HBBK=,F12.10,2X,4HBGZ=,F12.10,2X,4HBEB=,F12.10,2X
C,4HBEA=,F12.10,2X,3HBP=,F12.10)
DDL=SQRT(BBK+BGZ+BEB+BEA+BP)
WRITE(2,401)D,DDL
401 FORMAT(2X,2HD=,F9.7,2X,4HDDL=,F9.7)
USD=DDL/D
WRITE(2,402)
402 FORMAT(10X,14SP(LCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU)
WRITE(2,403)USD
403 FORMAT(15X,4HUSD=,F9.6)
SA=SSA
PT=0.
BM=BM0*(1.-2.*(RT+1.)*Y1/SP)
SAK=(3I.0*BM/(A1*B*H**2.0))*(6.0+5I.0*A1*EN-SQRT(8.0*A1*EN+18.0*(A1*
CEN)**2I.0-13I.0*(A1*EN)**3I.0-4I.0*(A1*EN)**4I.0))/(18.0+26I.0*A1*EN+8.0
C*(A1*EN)**2I.0)
BET=1I.5*SA*A1*EN*(3I.-BK2)/(1I.+4I.*A1*EN)
ALF=3.*SA*EN*A1*BK3*BK*EA/(GZ*SP*ENA**2)
C2=SA-BET+ALF
C1=(SAK-BET+ALF*(1.+Y1*GZ*ENA/(BK*EA))-C2*EXP(W)*COS(Z))/(EXP(W)
C)*SIN(Z))
WRITE(2,391)C1,C2,SAK
D=SQRT(Y1**2+R0**2)
DT=P3/D+Y1**2/(D**3)
FB=EXP(Z)*DT*(BZ*SIN(W)+AZ*COS(W))/BZ
GB=EXP(Z)*DT*(BZ*COS(W)-AZ*SIN(W))/BZ
EXTERNAL FFB
CALL F4INTSLP(0I.,W,FPB,0I.005,1,R)

```

```

EXTERNAL GPI
-18-
CALL F4INTSI P(01, W, GPB, 0.005, 1, S)
WRITE(2, 351) R, S
351 FORMAT(2X, 2HP=, F11.7, 2X, 2HS=, F11.7)
PUBZ = (-0.25 * R0 ** 2 / EB) * (C1 * (FR * Y1 + R) + C2 * (GB * Y1 + S))
FB = FB * BZ / A7
GE = GB * BZ / A7
EXTERNAL FPA
CALL F4INTSI P(01, 7, FPA, 0.005, 1, R)
EXTERNAL GPA
CALL F4INTSI P(01, 7, GPA, 0.005, 1, S)
WRITE(2, 351) R, S
PUAZ = (-0.25 * R0 ** 2 / EB) * (C1 * (FB * Y1 + R) + C2 * (GB * Y1 + S))
PRBK = 1 / R0
PABK = -BK / (AZ * k0 ** 2)
PUBK = PUBZ * PRBK + PUAZ * PABK
PRK = (PUBK * PR * DK) ** 2
PAGZ = ENA / (A7 * EA * R0)
PUGZ = PUAZ * PAGZ
UGZ = (PUGZ * C2 * DG) ** 2
EXTERNAL FLI3
CALL F4INTSI P(01, Y1, FUN3, 0.005, 1, T)
WRITE(2, 352) T
352 FORMAT(2X, 2HT=, F11.7)
PAEA = -GZ / (AZ * R0 * EA ** 2)
PAEL = -4 * GZ * A1 / (A7 * R0 * EL ** 2)
PUB1 = -0.75 * SA * A1 * BK3 * EN * T * R0 ** 2 / (SP * (EB * ENA) ** 2)
PUA1 = -PUB1 / EN
PUEA = PUA1 * T + PAEA * PUAZ
UEA = (PUEA * FA * DEA) ** 2
EXTERNAL FLI4
CALL F4INTSI P(01, Y1, FUN4, 0.005, 4, S)
EXTERNAL FUN5
CALL F4INTSI P(01, Y1, FUN5, 0.005, 4, R)
WRITE(2, 351) R, S
PUEN = PUB1 * T + 0.25 * C1 * R0 ** 2 * S / (EB ** 2) + 0.25 * C1 * R0 ** 2 * T / (EB ** 2) + PUAZ *
CPAEP
UEB = (PUEB * EF * DEF) ** 2
PUY1 = 0.75 * SA * A1 * EN * BK3 * R0 ** 2 * DT / (ENA * SP * EB)
PUY2 = (0.25 * R0 ** 2 * EXP(W) * DT / EB) * (C1 * BZ * SIN(Z) + AZ * COS(Z) + C2 *
C(BZ * COS(Z) - AZ * SIN(Z)))
PUY = PUY1 - PUY2
PUP = PUY * PYP
UP = (PUP * P * CF) ** 2
WRITE(2, 353) UBK, UGZ, UEA
353 FORMAT(2X, 4HUBK=, F15.13, 2X, 4HUGZ=, F15.13, 2X, 4HUEA=, F15.13)
WRITE(2, 354) UEB, UP
354 FORMAT(2X, 4HUEB=, F15.13, 2X, 4HUP=, F15.13)
OSU = SQRT(UBK + UGZ + UEA + UEB + UP)
U = (PUY1 / DT) * T - (0.25 * R0 ** 2 / EB) * (C1 * S + C2 * R)
WSU = OSU / U
WRITE(2, 355) U
355 FORMAT(2X, 2HU=, F12.9)
WRITE(2, 356)
356 FORMAT(2X, 10CDCHYLENIE STANDARTOWE DEPLANACJI*)
WRITE(2, 357) OSU
357 FORMAT(10X, 4HOSU=, F12.9)
WRITE(2, 358)
358 FORMAT(2X, 10SPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI*)
WRITE(2, 359) WSU
359 FORMAT(10X, 4HWSU=, F12.9)
356 CONTINUE
STOP
END

```

SEGMENT, LENGTH 2625, NAME SZEROKOSCZYV

FUNCTION FLA3(X)

```

COMMON/ELA//L,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(X**2+R0**2)
FUN3=P3/D*X**2/(D**3) -19-
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 52, NAME FUN3

```

FUNCTION FUN4(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(X**2+R0**2)
DS=P3/D*X**2/(D**3)
FUN4=DS*(BZ*SIN(AZ*X)+AZ*COS(AZ*X))*EXP(RZ*X)
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 82, NAME FUN4

```

FUNCTION FUN5(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(X**2+R0**2)
DS=P3/D*X**2/(D**3)
FUN5=DS*(BZ*COS(AZ*X)-AZ*SIN(AZ*X))*EXP(RZ*X)
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 82, NAME FUN5

```

FUNCTION FPA(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(X**2+(R0*AZ)**2)
C=BZ*X/AZ
FPA=EXP(C)*(COS(X)*(1.-C)-C*RZ/AZ)*(P3/D*X**2/(D**3))-EXP(C)*AZ*(B
CZ*SIN(X)+AZ*COS(X))*(P3*R0**2/(D**3)+3.*(X*R0)**2/(D**5))
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 125, NAME FPA

```

FUNCTION GPA(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
C=BZ*X/AZ
D=SQRT(X**2+(R0*AZ)**2)
GPA=EXP(C)*(SIN(X)*(C-1.-C)-C*RZ/AZ)*(P3/D*X**2/(D**3))-EXP(C)*AZ*(B
CZ*COS(X)-AZ*SIN(X))*(P3*R0**2/(D**3)+3.*(X*R0)**2/(D**5))
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 125, NAME GPA

```

FUNCTION FPF(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(X**2+(BZ*R0)**2)
C=A7/BZ
FPF=EXP(X)*(SIN(C*X)*(1.+X*C**2)-C*X*COS(C*X))*(P3/D*X**2/(D**3))-
C*EXP(X)*BZ*(BZ*SIN(C*X)+AZ*COS(C*X))*(P3*R0**2/(D**3)+3.*(X*R0)**2/
C(D**5))
RETURN
END

```

SEGMENT, LENGTH 138, NAME FPB

-20-

```
FUNCTION GPI(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(X**2+(BZ*R0)**2)
C=AZ/BZ
GPB=EXP(X)*(COS(C*X)*(1.+X*C**2)+C*X*SIN(C*X))*(P3/D+X**2/(D**
CEXP(X)*BZ*(BZ*COS(C*X)-AZ*SIN(C*X))*(P3*R0**2/(D**3)+3.*(X*R0)
C(D**5))
RETURN
END
```

SEGMENT, LENGTH 138, NAME GPB

```
FUNCTION FP2(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(R0**2+X**2)
FP2=(P3/D+X**2/(D**3))*EXP(2.*P*X/R0)*2.*X/R0
RETURN
END
```

SEGMENT, LENGTH 67, NAME FP2

```
FUNCTION FUN1(X)
COMMON/ELA/AL,R0,P1,C2,C1,SA,EN,BK3,ENA,SP,A1,P3,P,AZ,BZ,Y1
D=SQRT(R0**2+X**2)
FUN1=(P3/D+X**2/(D**3))*EXP(2.*P*X/R0)
RETURN
END
```

SEGMENT, LENGTH 63, NAME FUN1

FINISH

COMPILATION - NO ERRORS

FILE: 74 BUCKETS USED

DATED BY XPCK 12H DATE 23/08/84 TIME 10/47/07

01107(1) RENAMED ICLA-DEFAULT(1)

RENA
D DATA (22AM)
PROGRAM (DBM)
8512

SEG	SZEROKOSCRYSY
CUV	ELA
SEG	SORT
SEG	ALOG
SEG	EXP
SEG	FP2
SEG	FAINTSMP
SEG	FUN1
SEG	AIHT
SEG	COS

-21-

=====

H H H H H H H H H H H H H H H
H H H H H H H H H H H H H H H
H H H H H H H H H H H H H H H
H H H H H H H H H H H H H H H
H H H H H H H H H H H H H H H

=====

#OUTPUT BY LISTFILE III '1-221671.RRMRHWD' ON 23AUG84 AT 10.54.06 USING U12
DOCUMENT DOPE

24
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.03716 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.04620 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.05684 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.06314 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.07063 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.08190 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.06 0.10 0.05 0.05 0.10
6.442 0.0185 0.08547 0.006
0.01 700.
210000. 32600. 0.036 0.17 0.15 0.244 0.0
150000. 0.017
3.5 0.0015 0.025
0.05 0.10 0.10 0.05 0.05 0.10
5.250 0.0185 0.03549 0.006
0.01 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

-22-

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.04221 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.04760 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.05628 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.06293 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.07000 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.07700 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.05 0.10 0.10 0.05 0.00 0.10

5.250 0.0185 0.08334 0.000

0.018 850.

210000. 400000. 0.036 0.17 0.15 0.256 0.0

200000. 0.017

5.7 0.0015 0.025

0.08 0.04 0.15 0.15 0.05 0.15 0.15

6.383 0.0052 0.01715 0.004

0.018 750.

210000. 329000. 0.024 0.17 0.15 0.256 0.0

195000. 0.06

3.7 0.0015 0.025

0.08 0.04 0.15 0.15 0.05 0.15 0.15

6.383 0.0052 0.02072 0.004

0.018 750.

210000. 329000. 0.024 0.17 0.15 0.256 0.0

195000. 0.06

3.7 0.0015 0.025

0.08 0.04 0.15 0.15 0.05 0.15 0.15

6.383 0.0052 0.02471 0.004

0.018 750.

210000. 329000. 0.024 0.17 0.15 0.256 0.0

195000. 0.06

3.7 0.0015 0.025

0.08 0.04 0.15 0.15 0.05 0.15 0.15

6.383 0.0052 0.02702 0.004

0.018 750.

210000. 329000. 0.024 0.17 0.15 0.256 0.0

195000. 0.06

3.7 0.0015 0.025

0.08 0.05 0.15 0.15 0.05 0.15 0.15

5.097 0.0053 0.01673 0.004
0.02 850.
210000. 41200. 01.027 0.17 0.15 01.253 0.0
200000. 01.035
5.0 0.0015 0.025
0.08 0.05 0.13 01.05 0.12 0.12
5.097 0.0053 0.01768 0.004
0.02 850.
210000. 41200. 01.027 0.17 0.15 01.253 0.0
200000. 01.035
5.0 0.0015 0.025
0.08 0.05 0.13 01.05 0.12 0.12
5.097 0.0053 0.02121 0.004
0.02 850.
210000. 41200. 01.027 0.17 0.15 01.253 0.0
200000. 01.035
5.0 0.0015 0.025
0.08 0.05 0.13 01.05 0.12 0.12
5.097 0.0053 0.02478 0.004
0.02 850.
210000. 41200. 01.027 0.17 0.15 01.253 0.0
200000. 01.035
5.0 0.0015 0.025
0.08 0.05 0.13 01.05 0.12 0.12
5.097 0.0053 0.02618 0.004
0.02 850.
210000. 41200. 01.027 0.17 0.15 01.253 0.0
200000. 01.035
5.0 0.0015 0.025

#####

(belki E,F- obc, współczynniki, wyniki)

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RN=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-246.749 C2= 176.437 SAK= 172.987

BEK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 FEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000167 DDL=0.0000053

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.315400

C1=-246.749 C2= 176.437 SAK= 172.987

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750329 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6023890 S= 72.7825113

BEK=0.000000000000 BGZ=0.000000000000 UEA=0.000000000000

FEB=0.000000000004 UP=0.000000000000

U= 0.000004982

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000719

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

USU= 0.144217627

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RN=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-306.776 C2= 210.360 SAK= 215.070

BEK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 FEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000207 DDL=0.0000065

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.315400

C1=-306.776 C2= 210.360 SAK= 215.070

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750329 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6023890 S= 72.7825113

BEK=0.000000000000 BGZ=0.000000000000 UEA=0.000000000000

FEB=0.000000000006 UP=0.000000000000

U= 0.000006200

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000394

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

USU= 0.144217628

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RN=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-377.428 C2= 260.879 SAK= 264.601

BEK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 FEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000255 DDL=0.0000080

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.315400

C1=-377.428 C2= 260.879 SAK= 264.601

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750329 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6023890 S= 72.7825113

BEK=0.000000000000 BGZ=0.000000000000 UEA=0.000000000000

FEB=0.000000000010 UP=0.000000000000

U= 0.000007628

-25-

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001100

USPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

USU= 0.144217628

POUSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RE=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-419.261 C2= 290.792 SAK= 293.929

BEK=0.0000000000 RGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.00

D=0.0000283 PDL=0.0000039

USPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.315400

C1=-419.261 C2= 290.792 SAK= 293.929

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750320 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6023840 S= 72.7825113

BEK=0.0000000000000000 RGZ=0.0000000000000000 UEA=0.0000000000000000

BEB=0.00000000000012 BEP=0.0000000000000000

U= 0.000008474

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001222

USPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

USU= 0.144217629

POUSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RE=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-468.096 C2= 335.354 SAK= 328.796

BEK=0.0000000000 RGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.00

D=0.0000317 PDL=0.0000100

USPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.315400

C1=-468.096 C2= 335.354 SAK= 328.796

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750320 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6023840 S= 72.7825113

BEK=0.0000000000000000 RGZ=0.0000000000000000 UEA=0.0000000000000000

BEB=0.00000000000015 BEP=0.0000000000000000

U= 0.000009470

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001367

USPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

USU= 0.144217629

POUSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RE=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-543.831 C2= 388.365 SAK= 381.260

BEK=0.0000000000 RGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.00

D=0.0000368 PDL=0.0000116

USPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.315400

C1=-543.831 C2= 388.365 SAK= 381.260

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750320 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6023840 S= 72.7825113

URK=0.000000000000 UGZ=0.000000000005 UEA=0.000000000000
UFR=0.000000000020 UP=0.000000000000 -26-
U=0.000010000

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001585

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

LSU= 0.144217629

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017455

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.010794

C1=-567.536 C2= 405.815 SAK= 397.879

BBK=0.0000000001 BGZ=0.0000000001 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000384 DDL=0.0000121

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.415400

C1=-567.536 C2= 405.815 SAK= 397.879

R=-15.4380001 S= 6.6877469

R= 1.2750320 S= -0.6727090

T= 3.8139648

R= 0.6623896 S= 72.7825113

URK=0.000000000000 UGZ=0.000000000005 UEA=0.0000000000001

UEB=0.000000000022 UP=0.000000000000

U=0.000011471

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001654

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

LSU= 0.144217629

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1=-171.689 C2= 150.931 SAK= 154.930

BBK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000145 DDL=0.0000061

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.418871

C1=-171.689 C2= 150.931 SAK= 154.930

R=-17.0557267 S= 7.7864672

R= 1.2251316 S= -0.6462691

T= 3.7562121

R= -1.7244944 S= 80.1435978

URK=0.000000000000 UGZ=0.000000000000 UEA=0.0000000000000

UEB=0.000000000002 UP=0.000000000000

U=0.000003105

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000447

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

LSU= 0.139957778

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1=-204.198 C2= 190.214 SAK= 184.266

BBK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000173 DDL=0.0000072

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.418871

C1=-204.198 C2= 190.214 SAK= 184.266

R=-17.0557267 S= 7.7864672

R= 1.2251316 S= -0.6462691

-27-

T= 3.7562121
 R= -1.7244944 S= 80.1435978
 UHK=0.0000000000000000 UGZ=0.0000000000000000 UEA=0.0000000000000000
 UEB=0.0000000000000002 UP=0.0000000000000000
 U= 0.000003800
 ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI
 CSU= 0.000000532
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI
 CSU= 0.139957783
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004515
 C1=-230.273 C2= 214.504 SAK= 207.796
 BBK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000
 D=0.0000195 DDL=0.0000081
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU
 USD= 0.418871
 C1=-230.273 C2= 214.504 SAK= 207.796
 R=-17.0557267 S= 7.7864672
 R= 1.2251316 S= -0.6462691
 T= 3.7562121
 R= -1.7244944 S= 80.1435978
 UHK=0.0000000000000000 UGZ=0.0000000000000000 UEA=0.0000000000000000
 UEB=0.0000000000000003 UP=0.0000000000000000
 U= 0.000004285
 ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI
 CSU= 0.000000600
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI
 CSU= 0.139957786
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004515
 C1=-272.264 C2= 253.619 SAK= 245.688
 BBK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000
 D=0.0000230 DDL=0.0000096
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU
 USD= 0.418871
 C1=-272.264 C2= 253.619 SAK= 245.688
 R=-17.0557267 S= 7.7864672
 R= 1.2251316 S= -0.6462691
 T= 3.7562121
 R= -1.7244944 S= 80.1435978
 UHK=0.0000000000000000 UGZ=0.0000000000000000 UEA=0.0000000000000000
 UEB=0.0000000000000004 UP=0.0000000000000000
 U= 0.000005067
 ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI
 CSU= 0.000000709
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI
 CSU= 0.139957789
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017042
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.004515
 C1=-304.435 C2= 283.587 SAK= 274.719
 BBK=0.0000000000 BGZ=0.0000000000 BEB=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000
 D=0.0000257 DDL=0.0000108
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU
 USD= 0.418871
 C1=-304.435 C2= 283.587 SAK= 274.719

R=-17.0557267 S= 7.7866672

-28-

R= 1.2251316 S= -0.6462691

T= 3.7562121

P= -1.7244944 S= 80.1435978

UBK=0.0000000000000000 UGZ=0.0000000000001 UEA=0.0000000000000

UEB=0.00000000000005 UP=0.0000000000000

U= 0.000005665

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000793

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

WSU= 0.139957791

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1=-338.637 C2= 315.447 SAK= 305.583

BRK=0.0000000001 BGZ=0.0000000000 IER=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000286 DDL=0.0000120

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.418871

C1=-338.637 C2= 315.447 SAK= 305.583

R=-17.0557267 S= 7.7866672

R= 1.2251316 S= -0.6462691

T= 3.7562121

P= -1.7244944 S= 80.1435978

UBK=0.0000000000000000 UGZ=0.0000000000002 UEA=0.0000000000000

UEB=0.00000000000006 UP=0.0000000000000

U= 0.000006302

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000882

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

WSU= 0.139957793

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1=-372.501 C2= 346.991 SAK= 336.141

BRK=0.0000000001 BGZ=0.0000000000 IER=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000315 DDL=0.0000132

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.418871

C1=-372.501 C2= 346.991 SAK= 336.141

R=-17.0557267 S= 7.7866672

R= 1.2251316 S= -0.6462691

T= 3.7562121

P= -1.7244944 S= 80.1435978

UBK=0.0000000000000000 UGZ=0.0000000000002 UEA=0.0000000000000

UEB=0.00000000000007 UP=0.0000000000000

U= 0.000006302

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000970

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

WSU= 0.139957794

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017042

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004515

C1=-427.360 C2= 398.094 SAK= 385.645

BRK=0.0000000002 BGZ=0.0000000000 IER=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BP=0.000

D=0.0000361 DDL=0.0000151

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

C1=-470.226 C2= 461.416 SAK= 426.482 -30-
C1=-730.724 C2= 376.530 SAK= 420.165
BEK=0.0000000014 BGZ=0.0000000006 FER=0.0000000000 BEA=0.0000000011 BP=0.000
D=0.000085 DDL=0.0000554

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU
USD= 0.626002

C1=-470.226 C2= 461.416 SAK= 426.482
R= -3.1530026 S= 4.4844541
R= 1.5217465 S= -3.4937163
T= 5.2254951
R= 72.3964721 S=113.7340979
BEK=0.000000000001 BGZ=0.0000000000010 UEA=0.0000000000007
BEB=0.000000000013 UP=0.000000000000
U= 0.000002470

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001774

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

ISU= 0.718147691

POWSTANA RYSY WEWNETRZNEJ

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.020432

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RII=2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.000389

C1=-514.185 C2= 504.551 SAK= 466.351

C1=-752.244 C2= 411.730 SAK= 459.444

BEK=0.0000000017 BGZ=0.0000000007 FER=0.0000000000 BEA=0.0000000013 BP=0.000

D=0.000067 DDL=0.0000606

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.626002

C1=-514.185 C2= 504.551 SAK= 466.351

R= -3.1530026 S= 4.4844541

R= 1.5217465 S= -3.4937163

T= 5.2254951

R= 72.3964721 S=113.7340979

BEK=0.000000000002 BGZ=0.0000000000011 UEA=0.0000000000009

BEB=0.000000000016 UP=0.000000000000

U= 0.000002701

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000001939

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

ISU= 0.718147686

POWSTANA RYSY WEWNETRZNEJ

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.020034

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RII=2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.004039

C1=-174.445 C2= 317.5 SAK= 293.947

C1=-53.718 C2= 264.998 SAK= 289.679

BEK=0.0000000007 BGZ=0.0000000003 FER=0.0000000000 BEA=0.0000000005 BP=0.000

D=0.0000593 DDL=0.0000387

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU

USD= 0.651517

C1=-174.445 C2= 317.375 SAK= 293.947

R= -6.0803412 S= 5.8475487

R= 2.1358012 S= -1.8482650

T= 5.1748085

R= 27.498605 S=123.5252116

BEK=0.000000000000 BGZ=0.0000000000001 UEA=0.0000000000000

BEB=0.000000000001 UP=0.000000000000

U= 0.000001256

ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000000502

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI

ISU= 0.39928419

POWSTANA RYSY WEWNETRZNEJ

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

[illegible]

BY LISTFILE IN '1-221671.RRJPM' ON 23AUG84 AT 10:58:53 USING U12

(belki E, F obciążenie)
współczynniki

COMPILATION BY #XFAT HK 6L DATE 23/08/84 TIME 10/57/50

```

MASTER SZERKOSC RYSY
321 READ(1,321) IS
FORMAT(10)
DO 530 I=1, IS
3 READ(1,3) DP, DK1, DER, DEA, DR, DG
FORMAT(6F0,0)
2 READ(1,2) EN, A1, IM, RO, P, AK, EA, EB, A, P1, B, H, G, GZ, BK, R1, A2, A3
FORMAT(18F0,0)
SP=2,0
BK1=0.5*(1.+2.*FN*A1+2.*EN*A2*A3/H)/(EN*A1+EN*A2+1.)
BK2=EN*(A1+A2)*(SORT(1.+2.*(A1+A2*A3/H)/(EN*(A1+A2)**2))-1.)
S1=EN*R1
S2=P1*(1.-BK2)*((1.-BK1)**2+EN*A1*(3.-BK1)*(1.-BK1)+EN*A2*(BK1-A3/
CH)*(BK1-3.*A3/H))/(1.-BK1)*(A1*(3.-BK2)*(1.-BK2)+A2*(BK2-A3/H)*(B
CK2-3.*A3/H))
SA=3.*H*(1.-BK2)/(B*H**2*(A1*(3.-BK2)*(1.-BK2)+A2*(BK2-A3/H)*(BK2
C-3.*A3/H)))
EL=0.5*R0*ALOG((AK-S1)/(AK-SA))/P
FLO=0.5*R0*ALOG((AK-S1)/(AK-S2))/P
BHC=SA*BK2**3*B*H**2/(6.*(2.-BK2)*EN)
BM1=3.*B*H*2.8**2/1000.
WRITE(2,400)
400 FORMAT(2X,10HODCIAZENIE)
WRITE(2,401) BM1
401 FORMAT(2X,4HBM1=F8,6)
WRITE(2,402) BM0
402 FORMAT(2X,4HBM0=F8,6)
IF(BM1-BM0)G,222,222
SAO=SA*(6.*BM1*(EN*A1*BK2-2.*A1*EN)/(B*H**2)+SA*A1*BK2**3)/(SA*A1
C*(BK2**3+4.*A1*FN*(BK2**2-3.*BK2+3.)))
Z=(3.-2.*BK2)*BK2*H/(6.-3.*BK2)
SAA=SAO*2.*A1*H*Z/((BK2*H)**2-2.*BK2*H*Z)
SAB=SA*(BK2*H-Z)/Z
SSA=SAO
GO TO 810
222 SAO=SA*(BM1-BM0)/BM
SSA=SAO
WRITE(2,403) SA,SAO,SA*,SAB
403 FORMAT(2X,3HSA=F8,2,2X,4HSAO=F8,4,2X,4HSAA=F8,4,2X,4HSAB=F8,4)

```

```

810 IF(EL-2.0*EL0)0,0,10 -32-
101 WRITE(2,5)
5 FORMAT(23HNIE NA RYS WENNETRZNYCH)
700 AO=0.25*R0*ALOG((AK-SAO)/(AK-SA))/P
WRITE(2,701)AO,FL
701 FORMAT(2X,3HA0=,F6.4,2X,3HEL=,F6.4)
PLP=EL/P
PLK=0.5*R0*(S1-SA)/(P*(AK-S1)*(AK-SA))
PLR=0.5*R0*LN/(F*(S1-AK))
PLEA=PLR*R1/FA
PLEB=PLR*R1/EB
100 IF(AO-EL)0,223,223
PL=SA*(1.-0.5*EN*A1*(1.-3.*BK2-12.*(3.-BK2)*EL**2/(SP**2)))/EA
C/FA
PA=(SAO-SA)*(1.-0.5*EN*A1*(1.-3.*BK2-12.*(3.-BK2)*AO**2/(SP**2)))
PAP=AO/P
PAK=0.25*R0*(SAO-SA)/(P*(AK-SAO)*(AK-SA))
FP1=SAO*AO/(EA**2)
FP2=SA*(FA*PLEA*(1.+4.*EN*A1)+AO-EL)
FP3=1.5*SA*A1*(3.-BK2)*PLEA/EB
FP4=6.*SA*PLEA*(3.-BK2)*A1*EL**2/(EB*SP**2)
GP1=(-SAO*AO*A1/(EB**2))*(4.-1.5*(3.-BK2)-2.*AO**2*(3.-BK2)/(SP**2
C))
GP2=(SA/(EB**2))*(4.*A1*(AO-EL)+(1.+4.*EN*A1)*PLEB/EN)
GP3=1.5*SA*A1*(3.-BK2)*(EB*PLEB-EL*AO)/(EB**2)
GP4=2.0*SA*A1*(3.-BK2)*(3.*EL**2*EB*PLEB-EL**3*AO**3)/((SP*EB)**2)
OE1=PL*PLP+FA*PAP
OE2=PL*PLK+FA*PAK
OE3=PL*PLR
OE4=FP1+FP2+FP3+FP4
OE5=GP1+GP2+GP3+GP4
778 WRITE(2,778)OE1,OE2,OE3,OE4,OE5
FORMAT(2X,4HOE1=,F9.6,2X,4HOE2=,F9.6,2X,4HOE3=,F9.6,2X,4HOE4=,F9.6,
C,2X,4HOE5=,F9.6)
DEB=(OE*OE5)**2
BEA=(OE4*OE4)**2
BF=(OE3*OE3)**2
BK=(OE2*OE2)**2
BP=(OE1*OE1)**2
GO TO 271
223 PL=SAO*(1.-0.5*EN*A1*(1.-3.*BK2-12.*(3.-BK2)*EL**2/(SP0-2)))/EA
FP1=((1.+4.*EN*A1)*SAO*(EA*PLEA-EL)+4.*SAO*EN*EL*A1)/(EA**2)
FP2=1.5*SAC*A1*(3.-BK2)*EN*PLEA/EA
FP3=6.*SAO*A1*(3.-BK2)*EL**2*EN*PLEA/(SP**2*EA)
EB1=(SAO*(PLEB*(1.+4.*EN*A1)-4.*EN*EL*A1/EB))/EA
EB2=1.5*SAC*(3.-BK2)*EN*A1*(PLEB-EL/EB)/EA
EB3=2.*SAO*LN*A1*(3.-BK2)*EL**2*(3.*PLEB-EL/EB)/(SP**2*EA)
OD1=PL*PLP
OD2=PL*PLK
OD3=PL*PLR
OD4=EP1-EP2+FP3
OD5=EB1-EB2+FB3
BP=(OD1*OD1)**2
BK=(OD2*OD2)**2
BP=(OD3*OD3)**2
BEA=(OD4*OE4)**2
BEB=(OD5*OE5)**2
WRITE(2,900)OD1,OD2,OD3,OD4,OD5
900 FORMAT(2X,4HOD1=,F9.6,2X,4HOD2=,F9.6,2X,4HOD3=,F9.6,2X,4HOD4=,F9.6,
C,2X,4HOD5=,F9.6)
271 WRITE(2,901)BP,BK,BR,BEA,BEB
901 FORMAT(2X,3HBP=,F9.6,2X,3HBK=,F9.6,2X,3HBR=,F9.6,2X,4HBEA=,F9.6,2X
C,4HBEB=,F9.6)
DDL=SQR(BP+BK+BR+BEA+BEB)
GO TO 117
10 EL=2.0*EL0
WRITE(2,200)
200 FORMAT(2X,24HPOUSTANA RYSY WENNETRZNE)
Y1=0.0625*R0*(-P*(3.0-2.0*P1)+SQR((P*(3.0-2.0*P1))**2+16.0*A1*(
C3.0-2.0*P1)))/A1

```

-33-

```

201  URITE(2,201)
      FORMAT(2X,24HMIĘJSCE KYSY, WENNETRZNEJ)
      URITE(2,202)Y1
202  FORMAT(2X,3HY1=,F8,6)
      RH=AINTE(FL/Y1)
      URITE(2,203)
203  FORMAT(2X,22HILOSC RYS WENNETRZNYCH)
      URITE(2,204)RH
204  FORMAT(2X,3HRH=,F8,1)
      Y2=FL-RH*Y1
      URITE(2,205)
205  FORMAT(2X,22HDLUGOSC USTATNIEGO ODCINKA)
      URITE(2,206)Y2
206  FORMAT(2X,3HY2=,F8,6)
      SSB=0.
      SSA=0.
      SC1=0.
      SC2=0.
      SSA=SA0
      RT=0.
      SA=SA0
      RZ=RK/R0
      AZ=SQRT(2.*C7*(1.+4.*A1*EN)/(EA*R0)-BZ**2)
      AL=-BZ+AZ
      BL=-BZ-AZ
      RH=RH1*(1.-4.*(Y1*(RT+1.)/SP)**2)
      SAK=(3.0*BM/(A1*B*H**2.0))*(6.0+5.0*A1*EN=SQRT(8.0*A1*EN+18.0*(A1*
      CEN)**2.0-12.0*(A1*EN)**3.0-4.0*(A1*EN)**4.0))/(18.0+20.0*A1*EN+8.0
      C*(A1*EN)**2.0)
      BET=1.5*SAC*FN*A1*(3.-BK2)/(1.+4.*EN*A1)
      USA=(6.*SAC*EA*FN*A1*(3.-BK2)/(SP**2*GZ*(1.+4.*EN*A1)))*(R0+2.*EA*
      BK**2/(GZ*(1.+4.*FN*A1)**2))
      ALF=1.-(2.*Y1/SP)**2-12.*BK*EA*Y1/(GZ*(SP*(1.+4.*EN*A1)**2)
      C2=(SAK+USA-ALF*BET-(SA0+WSA-BET)*EXP(AL*Y1))/(EXP(BL*Y1)-EXP(AL*Y
      C1))
      C1=SA0+USA-BET-C2
501  URITE(2,500)C1,C2
500  FORMAT(2X,7HC1=,F8,2,2X,3HC2=,F8,2)
      SC2=SC2+C2
      SC1=SC1+C1
      SSB=SSB+SAK
      RT=RT+1.
      SA=SAK
      SA0=SAK
      IF(RH-RT)30,30,0
      BM=BM1*(1.-4.*(Y1*(RT+1.)/SP)**2)
      SAK=(3.0*BM/(A1*B*H**2.0))*(6.0+5.0*A1*EN=SQRT(8.0*A1*EN+18.0*(A1*
      CEN)**2.0-12.0*(A1*EN)**3.0-4.0*(A1*EN)**4.0))/(18.0+20.0*A1*EN+8.0
      C*(A1*EN)**2.0)
      BET=1.5*SAC*FN*A1*(3.-BK2)/(1.+4.*EN*A1)
      USA=(6.*SA0*EA*FN*A1*(3.-BK2)/(SP**2*GZ*(1.+4.*EN*A1)))*(R0+2.*EA*
      BK**2/(GZ*(1.+4.*FN*A1)**2))
      ALF=1.-(2.*Y1/SP)**2-12.*BK*EA*Y1/(GZ*(SP*(1.+4.*EN*A1)**2)
      C2=(SAK+USA-ALF*BET-(SA0+WSA-BET)*EXP(AL*Y1))/(EXP(BL*Y1)-EXP(AL*Y
      C1))
      C1=SA0+USA-BET-C2
      GO TO 501
30   SSB=SSB+SSA-SAK
      URITE(2,502)SSB,SC1,SC2
502  FORMAT(2X,4HSSB=,F8,4,2X,4HSC1=,F8,4,2X,4HSC2=,F8,4)
      PLAK=-1./R0+BK/(A7*R0**2)
      PLBK=-1./R0-BK/(A7*R0**2)
      ODK1=((1.+4.*EN*A1)/EA)*((SC1*PLAK/AL**2)*(AL*Y1*EXP(AL*Y1)
      C=EXP(AL*Y1)+1)+(SC2*PLBK/BL**2)*(BL*Y1*EXP(BL*Y1)-EXP(BL*Y1)+1))
      ODK2=-12.*(EA**2)*EN*A1*(3.-BK2)*Y1*SSB/((SP*GZ)**2*(1.+4.*EN*A1)*
      C*2)/EA
      ODK3=-6.*EA*FN*A1*(3.-BK2)*SSB*Y1**2/(GZ*SP**2*(1.+4.*EN*A1))/EA
      PDK=ODK1+ODK2+ODK3
      OEY1=((1.+4.*LN*A1)/EA)*(SC1*EXP(AL*Y1)+SC2*EXP(BL*Y1))
      OEY2=(6.*SSB*EA*FN*A1/(SP**2*GZ*(1.+4.*EN*A1)))*(R0+2.*BK*EA*(3.-B

```

```

(K2)/(GZ*(1.+4.*EN*A1)))/EA -34-
OEY1=12.*BK*EA*EN*A1*(3.-BK2)*SSB*Y1/(SP**2*GZ*(1.+4.*EN*A1))/EA
PDY1=OEY1-OEY2-OEY3
PYP=(0.0075*R0*(3.-2.*P1)/A1)*(1.-P1*(3.-2.*P1)/(SQRT((P1*(3.-2.*
CP1))**2+16.*A1*(3.-2.*P1))))
PDP=PYP*PDY1
PLAG=(1.+4.*EN*A1)/(AZ*EA*R0)
PLBG=-PLAG
PDLA=((1.+4.*EN*A1)/EA)*(SC1*EXP(AL*Y1)*(AL*Y1-1.)/(AL**2))
PDLB=((1.+4.*EN*A1)/EA)*(SC2*EXP(BL*Y1)*(BL*Y1-1.)/(BL**2))
OG1=PDLA*PLAG+PDLB*PLBG
OG2=(0.*EA*SSB*EN*A1*Y1/((GZ*SP)**2*(1.+4.*EN*A1)))*(R0+BK*Y1*(3.-
BK2))/EA
OG3=24.*BK*EA**2*EN*A1*(3.-BK2)*SSB*Y1/(SP**2*GZ**3*(1.+4.*EN*A1)*
C**2)/EA
PDG=OG1+OG2+OG3
PLAA=-GZ/(AZ*R0*EA**2)
PLBA=-PLAA
ED1=SC1/((EA*AL)**2)*(EXP(AL*Y1)*PLAA*(1.+4.*EN*A1)*EA*(AL*Y1-1.)-
C*EXP(AL*Y1)*AL)
ED2=SC2/((EA*BL)**2)*(EXP(BL*Y1)*PLBA*(1.+4.*EN*A1)*EA*(BL*Y1-1.)-
C*EXP(BL*Y1)*BL)
ED4=12.*BK*EN*EA*SSB*A1*Y1*(1.+4.*EN*A1)/((SP*GZ)**2*(1.+4.*EN*A1
C)**2)/EA
PDEA=ED1+ED2-ED4
PLAB=-4.*EN*A1/(EA*EB*R0)
PLBB=-PLAB
EC1=(SC1/(EA*AL**2))*(EXP(AL*Y1)*(1.+4.*EN*A1)*PLAB*(AL*Y1-1.)-4.*
CEN*A1*AL*EXP(AL*Y1)/EB)
EC2=(SC2/(EA*BL**2))*(EXP(BL*Y1)*(1.+4.*EN*A1)*PLBB*(BL*Y1-1.)-4.*
CEN*A1*BL*EXP(BL*Y1)/EB)
EC3=6.*EA**2*SSB*A1*Y1*(R0+BK*Y1*(3.-BK2))/(GZ*((EB+4.*EA*A1)*SP)*
C**2)/EA
EC4=12.*BK*1.*A1*(3.-BK2)*SSB*EN*Y1*(EN-4.*A1*EN**2)/((SP*GZ*(1.+4
C.*EN*A1))**2*(1.+4.*EN*A1))
PDER=EC1+EC2+EC3+EC4
FK=(PDK*DK*FK)**2
BP=(PDP*DP*BP)**2
BG=(PDG*DG*BG)**2
BEA=(PDEA*DEA*EA)**2
BEB=(PDLB*DLB*EB)**2
ENA=1.+4.*FI*A1
n1=(ENA/EA)*(SC1*(EXP(AL*Y1)-1.)/AL+SC2*(EXP(BL*Y1)-1.)/BL)
BK3=3.-1.K2
D2=(6.*EN*A1*SSB*Y1/(GZ*ENA*SP**2))*(R0+2.*BK*EA*BK3/(GZ*ENA))
n3=(6.*BK*EN*A1*BK3*SSB*Y1**2/(ENA*GZ*SP**2)
D=D1-D2-D3
WRITE(2,971)D
971 FORMAT(2X,2HDE, F9.7)
DDL=SQRT(BK+BG+BP+BEA+BEB)
WRITE(2,19)FDK,PDG,PDP,PDEA,PDER
19 FORMAT(2X,4HPDK=,F9.6,2X,4HPDG=,F9.6,2X,4HPDP=,F9.6,2X,5HPDEA=,F9.
6,2X,5HPDER=,F9.6)
117 WRITE(2,902)

902 FORMAT(2X,33HODCHYLENIE STANDARDOWE RESIDUALNE)
WRITE(2,903)DDL
903 FORMAT(2X,4HDDL=,F9.6)
WSP=DDL/D
WRITE(2,904)WSP
904 FORMAT(2X,4HWSP=,F6.4)
536 CONTINUE
STOP
END

```

OMENT, LENGTH 2055, NAME SZEROKOSCZY

FINISH

-35-

:I-221671.RRJPM

#LISTING OF :I-2Z1671.DOC(1/) PRODUCED ON 23AUG84 AT 10.54.03
#OUTPUT BY LISTFILE IN ':I-2Z1671.RRJPM' ON 23AUG84 AT 10.59.24 USING U12
DOCUMENT DOC#

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 104

:I-2Z1671.RRJPM

00000000000000000000

P=0.018 AK=7001.0 G= 01.0
AO=0.0000 EL=01.0475
ORCIAZENIE
BM=0.0124
NIE NA RYS WEDNETRZNYCH
DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
UR1=0.000007
DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
UR2=0.000002
SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
AF=0.000029
SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
AF1=0.000045
P=0.018 AK=7001.0 G= 01.0
AO=0.0000 EL=01.0590
ORCIAZENIE
BM=0.0146

NIE MA RYS WFUNETRZYNYCH
 DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
 UR1=0.000007
 DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
 UR2=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000046
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000063
 P=0.018 AK=7001.6 G= 01.0
 AO=0.0000 TL=0.0727

P=0.018 AK=700.0 G= 01.0
 AO=0.0000 EL=01.0727
 ORCIAZENIE
 RM=0.0171
 NIE NA RYS WEDNETRZNYCH
 DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
 UR1=0.000007
 DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
 UR2=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000072
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000092

P=0.018 AK=700.0 C= 0.0
 AO=0.0000 EL=0.0843
 ORCIZANIE
 RM=0.0190
 NIE NA RYS WIEDNIE TRZYNYCH
 DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
 UR1=0.000007
 DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
 UR2=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000096
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000119

P=0.018 AK=700.0 G= 0.0
AG=0.0000 EL=0.0931
ORCI AZENIE
RM=0.0204
NIE CA KYS WFUNETRZNYCH
DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
UE1=0.000000
DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
UE2=0.000004
SZEROKOSC KYSW PRZY ZBROJENIU
AF=0.000117
SZEROKOSC RYSW NA POWIERZCHNI BETONU
AF1=0.000144

P=0.01000 AK=5500.0 G= 25000.0
 AO=0.0000 EL=0.0034
 ORCIAZENIE
 RM=0.0286
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.01626
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.016760
 UB1=0.0000004 UB2=0.000001
 DD=0.000012
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000005
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBLOJENIU

AF=0.000010
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU -39-
 AF1=0.000024
 P=0.010 AK=550.0 G= 25000.0
 AO=0.0000 EL=0.1230
 OBCIAZENIE
 BM=0.0352
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017626
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.016760
 UB1=0.000005 UB2=0.000001
 DD=0.000015
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000005
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000015
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000029
 P=0.010 AK=550.0 G= 25000.0
 AO=0.0000 EL=0.1622
 OBCIAZENIE
 BM=0.0426
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017626
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.016760
 UB1=0.000006 UB2=0.000001
 DD=0.000018
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000006
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000020
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000037
 P=0.010 AK=550.0 G= 25000.0
 AO=0.0000 EL=0.2172
 OBCIAZENIE
 BM=0.0510
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017626
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.016760
 UB1=0.000007 UB2=0.000001
 DD=0.000022
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000008
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000025
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000047
 P=0.010 AK=550.0 G= 25000.0
 AO=0.0000 EL=0.3284
 OBCIAZENIE
 BM=0.0660
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017626
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.016760
 UB1=0.000009 UB2=0.000002
 DD=0.000029
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AK=0.000010
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000034
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000062
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 AO=0.0000 EL=0.0303
 OBCIAZENIE
 BM=0.0120
 NIE MA RYS WEWNETRZNYCH
 DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
 UB1=0.000005
 DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
 UB2=0.000001
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000052
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000067
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0

AO=0.0000 EL=0.0382
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0145
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNEJ
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.013005
 UB1=0.000004 UB2=0.000000
 DD=0.000020
 SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZARÓJENIU
 AF=0.000044
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000052
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 AO=0.0000 EL=0.0491
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0176
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.013005
 UB1=0.000004 UB2=0.000001
 DD=0.000024
 SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZARÓJENIU
 AF=0.000056
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000066
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 AO=0.0000 EL=0.0558
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0194
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.013005
 UB1=0.000004 UB2=0.000001
 DD=0.000026
 SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZARÓJENIU
 AF=0.000062
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000074
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 AO=0.0000 EL=0.0640
 OBCIĄŻENIE
 RM=0.0216
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.013005
 UB1=0.000005 UB2=0.000001
 DD=0.000029
 SZEROKOŚĆ RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOŚĆ RYSY PRZY ZARÓJENIU
 AF=0.000070
 SZEROKOŚĆ RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000084

=====

DOCUMENT "YNU (belki B-odczajenie)

[illegible]

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU -43-

AF=0.000214

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000240

AFM=0.0002171

AM=0.0223

P=0.015 AK=700.0 G= 30000.0

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.037367

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=2.0

DLUGOSC USTATNIEGO UDCINKA

Y2=0.031475

C1= -132.54 C2= 272.20

UB1=0.000003 UB2=0.000001

DD=0.000030

NAPREZENIA W STALI

SA=247.705 SAK=242.1105

DD=0.000043

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AR=0.000005

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000231

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000205

AFM=0.0002344

BM=0.0209

P=0.015 AK=700.0 G= 35000.0

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017367

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC USTATNIEGO UDCINKA

Y2=0.002670

C1= -359.59 C2= 92.57

UB1=0.000004 UB2=0.000001

DD=0.000008

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AR=0.000001

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000007

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000017

AFM=0.0000134

BM=0.0351

P=0.015 AK=700.0 G= 35000.0

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017367

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1.0

DLUGOSC USTATNIEGO UDCINKA

Y2=0.002670

C1= -430.21 C2= 172.05

UB1=0.000005 UB2=0.000001

DD=0.000010

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AR=0.000001

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.000009

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.000021

AFM=0.0000166

BM=0.0493

P=0.015 AK=700.0 G= 35000.0

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017367

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.002670
 C1= -613.83 C2= 157.08
 UB1=0.000007 UB2=0.000001
 DD=0.000014
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000013
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000031
 AFM=0.0000241

BM=0.0300
 P=0.013 AK=700.0 G= 35000.0
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017367

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.002670
 C1= -676.33 C2= 175.72
 UB1=0.000008 UB2=0.000002
 DD=0.000010
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000013
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000033
 AFM=0.0000276
 BM=0.0381

P=0.013 AK=700.0 G= 35000.0
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017367

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DŁUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.002670
 C1= -722.67 C2= 183.33
 UB1=0.000008 UB2=0.000002
 DD=0.000017
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000013
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000037

AFM=0.0000287
 OBCIAZENIE
 BM=0.0127
 P=0.018 AK=730.0 G2= 0.0 BK=0.000

NIE NA RYS WEWNETRZNYCH
 DEPLANACJA W OSI ZBROJENIA
 UB1=0.000003
 DEPLANACJA NA POWIERZCHNI BETONU
 UB2=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000043
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000033
 AFM=0.0000496
 BM=0.0140
 P=0.018 AK=730.0 G= 00000.0
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.012037
 C1= -147.83 C2= 155.24
 UB1=0.000002 UB2=0.000000
 DD=0.000017
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000033
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000042
 AFM=0.000037
 BM=0.0137
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.012037
 C1= -165.47 C2= 175.20
 UB1=0.000002 UB2=0.000001
 DD=0.000019
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000041
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000048
 AFM=0.0000437
 BM=0.0178
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.012037
 C1= -188.37 C2= 199.45
 UB1=0.000002 UB2=0.000001
 DD=0.000021
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000049
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000037
 AFM=0.000015
 BM=0.0175
 P=0.018 AK=750.0 G= 50000.0
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSIATNIEGO UDCINKA
 Y2=0.012037
 C1= -205.36 C2= 217.44
 UB1=0.000002 UB2=0.000001
 DD=0.000023
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000003
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.000034
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.000063

[illegible]

00000000000000000000
00000000000000000000
00000000000000000000
00000000000000000000
00000000000000000000

1-221671, CIA LO.

000000000000000000

#LISTING OF II_221671.FLA(1/) PRODUCED ON 27JUN84 AT 15:39:20

#OUTPUT BY LISTFILE IN : I-2Z1671.CIALO, ON 27JUN84 AT 15:39:31 USING 012
DOCUMENT ELA (belki A-odcizowanie)

P=0.015 AK=700.0 GZ= 0.0 BK=0.000
EL=0.0921 EL0=0.0531
ODCIĄZENIE
BM1=0.001494
BM0=0.000507
SA= 244.57 SA0= 13.5208 SAA= 0.0000 SAB= 0.0000
I E MA RYS WEWNETRZNYCH
AO=0.0470 EL=0.0921
RESIDUALNY POSLIZG
D=0.000079
P=0.015 AK=700.0 GZ= 0.0 BK=0.000
EL=0.0597 EL0=0.0100
ODCIĄZENIE
BM1=0.000870
BM0=0.002031
POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
Y1=0.017367
ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
RM=1.0
DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
Y2=0.002670
C1= 30.60 C2= -34.35
SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
AK=0.000001
RESIDUALNY POSLIZG
D=-.000001
P=0.018 AK=750.0 GZ= 0.0 BK=0.000
EL=0.0414 EL0=0.0165
ODCIĄZENIE
BM1=0.000923
BM0=0.000614
SA= 210.55 SA0= 4.1505 SAA= -3.6075 SAB= -4.3148
POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
Y1=0.021000
ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
RM=1.0
DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
Y2=0.012037
C1= 12.24 C2= -8.78
SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
AK=0.000003
RESIDUALNY POSLIZG
D=0.000001

[illegible]

I-221671.RRIBJMS

(Kortas - dbc. długotrwałe)

#LISTING OF I-221671.WYNIK(1/) PRODUCED ON 25SEP84 AT 09.58.57

#OUTPUT BY LISTFILE IN 'I-221671.RRIBJMS' ON 25SEP84 AT 09.59.01 USING U13

DOCUMENT WYNIK

P=0.012 AK=600.0 G=18000.0
 AO=0.0000 EL=0.0828
 OBCIAZENIE
 BM=0.0145
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.029691
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=2.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.006901
 SAD=183.616
 UB1=0.00000395 UB2=0.00000105
 DD=0.000027
 NAPREZENIA W STALI
 SA=125.962 SAK=125.962
 DD=0.000016
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000001
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.00008210
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.00010246
 P=0.012 AK=600.0 G=18000.0
 AO=0.0000 EL=0.1073
 OBCIAZENIE
 BM=0.0176
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.029691
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=2.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.006901
 SAD=215.701
 UB1=0.00000432 UB2=0.00000115
 DD=0.000031
 NAPREZENIA W STALI
 SA=152.626 SAK=152.626
 DD=0.000020
 SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH
 AR=0.000002
 SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU
 AF=0.00009875
 SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU
 AF1=0.00012247
 P=0.012 AK=600.0 G=18000.0
 AO=0.0000 EL=0.1625
 OBCIAZENIE
 BM=0.0237
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

-49-

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM = 2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO UDCINKA

Y2=0.006901

$$540 = 27 \times 20$$

UB1=0.00000598 UB2=0.00000160

DD=0,000042

NAPREZENIA W STALI

SA=205.175 SAK=205.175

$$DD=0.000027$$

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AR=0.000002

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF#000013446

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU

AF1=0.00016694

$$P=0.012 \quad AK=600.10 \quad G=18000.0$$

AO=0.0000 EL=0.1240

OBČIAZENIE

BM=0.0267

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.029621

ILOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM# 2.0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2: 00006901

SAU = *349.501

UB1=0.00000676 UB2=0.00000180

00=0.000048

NAPREZENIA W STALI

SA=230,973 SAK=230,973

DD=0.000030

SZEROKOSC RYS WEWNETRZNYCH

AR=00000002

SZEROKOSC RYSY PRZY ZBROJENIU

AF=0.00015185

SZEROKOSC RYSY NA POWIERZCHNI BETONU:

AF1=0.00018852

[illegible]

[illegible]

#OUTPUT BY LISTFILE IN 'J-221571.RRRBHWU' ON 14SEP84 AT 09.24.07 USING U13

DOCUMENT WYNIKI (odciążenie belki B - współczynniki)

WSP=0.7921 D=0.0000003

[illegible]

.....

:1-221671.RBHH

NIE MA RYS WEJNETRZYNYCH
BP=0.0000000000 IR=0.0000000000 ER=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BEB=0.0000000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE PCSLI7&U
OSD=0.000016754

NIE PA RYS UJELNETRZYCH
BP=0.00000000 BE=0.00000000 IR=0.00000000 REA=0.00000000 BEB=0.00000000
CDCHYLENIE STANDARDIE PCSLI78U
USD=0.00007476
D=0.00005605

NIE PA KYB CIPNIEI KZONCH
RP=0.0000000001 IK=0.0000000001 ER=0.0000000000 BEA=0.0000000000 BEB=0.000000
CDCHYLENIE STANDARDONE PCSLI7&U
GSD=0.000036288
D=0.000031645

SP=0.000000001 RK=0.000000001 FR=0.0000000000 RFA=0.0000000000 BEB=0.000000
CDCHYLENIE STANDARDOWE PCSLI2&U
OSD=0.000047476
D=0.000105176
LSPULCZYLNIE ZWIENOSC I PCSLI2&U

D=0.000124831
 NSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII PCSLIZGU

B1=0.0000000000 WSD=0.457130
B2=0.0000000000 P3=0.0000000000 B4=0.0000000000 B5=0.0000000000
CDCHYLENIF STANARDOME DEPLANACJI
USU=0.000014
UB1=0.000007200
USPULCZYENIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI
WSD=1.901775
POWSTANA DYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE DYSY WEWNETRZNEJ
Y1=0.017620

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

-52-

RM=1 0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.016760

SSB=147.4006 SC1=+-400.3332 SC2=92.8143

UG=0.00000000 UP=0.00000000 LP=0.00000000 WA=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS=0.00000078

USP=0.08620001

T=104.24.608026 U=457.485254

UP=0.00000000 UEA=0.0000000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000000562

UB1=0.000003780

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI

DDL=0.148792

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017626

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1 0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.016760

SSB=181.0201 SC1=+-401.6421 SC2=113.9836

UG=0.00000000 UP=0.00000000 LP=0.00000000 WA=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS=0.000000096

USP=0.08620001

T=128.02.277006 U=561.829603

UP=0.00000000 UEA=0.0000000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000000691

UB1=0.000004643

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI

DDL=0.148792

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017626

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1 0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.016760

SSB=219.2217 SC1=+-505.3059 SC2=138.0382

UG=0.00000000 UP=0.00000000 LP=0.00000000 WA=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS=0.000000116

USP=0.08620001

T=155.04.010121 U=680.305464

UP=0.00000000 UEA=0.0000000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000000637

UB1=0.000005622

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI

DDL=0.148792

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017626

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1 0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.016760

SSB=267.3083 SC1=+-725.0971 SC2=168.3171

UG=0.00000000 UP=0.00000000 LP=0.00000000 WA=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS=0.000000141

USP=0.08620001

T=180.04.842777 U=820.641430

UP=0.00000000 UEA=0.0000000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000001020

UB1=0.000006836

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI

DDL=0.148792

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

NIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017626

IŁOSC RYS WEWNETRZNYCH

RM=1 0

DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.016760

SSB=344.2770 SC1=+-035.0429 SC2=216.7829

UG=0.00000000 UP=0.00000000 LP=0.00000000 WA=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS=0.000000182

USP=0.08620001

T=243.48.350716 U=1068.530875

UP=0.00000000 UEA=0.0000000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000001314

UB1=0.000008230

WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI

DDL=0.148792

NIE MA RYS WEWNETRZNYCH

BP=0.00000000 BR=0.00000000 BEA=0.00000000 BEB=0.00000000

II-2Z16/1.WRBPK

LISTING OF II-2Z16/1.WYNIK(1) PRODUCED ON 4SEP84 AT 11.33.30
OUTPUT BY LISTFILE IN 'II-2Z16/1.WRBPK' ON 4SEP84 AT 11.33.35 USING J13
DOCUMENT WYNTY (belki A, obciążenie - współczynniki)

NIE MA RYS WEWNETRZYCH
BP=0.00000000 RK=0.00000000 BR=0.00000000 BEA=0.00000000 BEB=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE POSLIZGU
OSD=0.00008297
D=0.00004562
WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII POSLIZGU
WSD= 0.181842
B1=0.00000000 B2=0.00000000 B3=0.00000000 B4=0.00000000 B5=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI
DSU= 0.000009
UB1=0.000005892
WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII REPLANACJI
USD= 1.580698
NIE MA RYS WEWNETRZYCH
BP=0.00000000 RK=0.00000000 BR=0.00000000 BEA=0.00000000 BEB=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE POSLIZGU
OSD=0.00001117
D=0.000061017
WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII POSLIZGU
WSD= 0.182195
B1=0.00000000 B2=0.00000000 B3=0.00000000 B4=0.00000000 B5=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI
DSU= 0.000008
UB1=0.000006096
WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII REPLANACJI
USD= 1.283062
NIE MA RYS WEWNETRZYCH
BP=0.00000000 RK=0.00000000 BR=0.00000000 BEA=0.00000000 BEB=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE POSLIZGU
OSD=0.000019025
D=0.00007104
WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII POSLIZGU
WSD= 0.185100
B1=0.00000000 B2=0.00000000 B3=0.00000000 B4=0.00000000 B5=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI
DSU= 0.000006
UB1=0.000006329
WSPOLCZYNNIK ZMIENOSCII REPLANACJI
USD= 0.874309
POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
Y1=0.037367
ILOSC RYS WEWNETRZYCH
RM=2.0
DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
Y2=0.031495
SSB=521.1982 SC1=-107.9711 SC2=460.8166
WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WR= 0.00000000 WA= 0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE
OSD= 0.00000627
WSP= 0.07197967
T=7346.067527 U= 455.248213
UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEH=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE
OSDU=0.000000558
UB1=0.000002719

WSPÓLCZYNNIK ZMIENNOŚCI

56-

DDL=0.208751
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.037367
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=2.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.031423
 SSB=557.6821 SC1=-115.5291 SC2=493.0737
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000671
 WSP= 0.07197267
 T=7860.292254 U= 487.115588
 UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.00000007

UB1=0.000002909
 WSPÓLCZYNNIK ZMIENNOŚCI

DDL=0.208751
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017367
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.002670
 SSB=148.2768 SC1=-347.9690 SC2= 92.5694
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000072
 WSP= 0.10350068
 T=10718.095464 U= 381.932640
 UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.00000013

UB1=0.000004074
 WSPÓLCZYNNIK ZMIENNOŚCI

DDL=0.199480
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017367
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.002670
 SSB=179.8708 SC1=-424.5386 SC2=112.0510
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000111
 WSP= 0.10350068
 T=13244.460315 U= 463.312961
 UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.00000056

UB1=0.000004942
 WSPÓLCZYNNIK ZMIENNOŚCI
 DDL=0.199480

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.017367
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.002670
 SSB=253.1117 SC1=-597.4047 SC2=157.6765
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000156

WSP= 0.10350068 -57-
T=18637.424880 U= 651.967340
UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE
ODSU=0.000001387
UB1=0.000004954
WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
DDL=0.199480

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017367
ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
RM=1.0
DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
Y2=0.002670
SSB=287.2189 SC1=-577.9060 SC2=178.9237
WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS= 0.00000177
WSP= 0.10350068
T=21148.853197 U= 739.821095
UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000001574
UB1=0.000007891
WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
DDL=0.199480

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.017367
ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
RM=1.0
DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
Y2=0.002670
SSB=297.9896 SC1=-705.3275 SC2=185.6333
WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS= 0.00000184
WSP= 0.10350068
T=21941.935191 U= 767.564386
UP=0.00000000 UEA=0.00000000 UG=0.00000000 UEB=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODSU=0.000001653
UB1=0.000008187
WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
DDL=0.199480

NIE MA RYS WEWNETRZNYCH

BP=0.00000000 BK=0.00000000 BR=0.00000000 BEA=0.00000000 BEB=0.0000
ODCHYLENIE STANDARDOWE POSLIZGU
US=0.000006681

D=0.000022874
WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI POSLIZGU
WSP= 0.292095

B1=0.00000000 B2=0.00000000 B3=0.00000000 B4=0.00000000 B5=0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE DEPLANACJI

OSU= 0.000023
UB1=0.000004702
WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI DEPLANACJI
WSD= 4.886931

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ

Y1=0.021000
ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
RM=1.0
DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.012057
SSB=188.1221 SC1=-148.6789 SC2=156.5408
WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000
ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODS= 0.00000122
WSP= 0.07471030

T=2916.946689 U= 366.450370 -58-
 UP=0.000000000 UEA=0.000000000 UG=0.000000000 UEB=0.000000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.000000353
 UB1=0.000001666
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
 DDL=0.211672
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.012037
 SSB=210.5464 SC1=-166.4015 SC2=175.2006
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 UP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000157
 WSP= 0.07471030
 T=10203.691939 U= 410.131463
 UP=0.000000000 UEA=0.000000000 UG=0.000000000 UEB=0.000000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.000000395
 UB1=0.000001865
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
 DDL=0.211672
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.012037
 SSB=239.6845 SC1=-189.4302 SC2=199.4471
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 UP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000156
 WSP= 0.07471030
 T=11615.810019 U= 466.890728
 UP=0.000000000 UEA=0.000000000 UG=0.000000000 UEB=0.000000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.000000449
 UB1=0.000002123
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
 DDL=0.211672
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA
 Y2=0.012037
 SSB=261.3051 SC1=-206.5161 SC2=217.4364
 WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 UP= 0.00000000 WA= 0.00000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODS= 0.00000170
 WSP= 0.07471030
 T=12663.510532 U= 509.002441
 UP=0.000000000 UEA=0.000000000 UG=0.000000000 UEB=0.000000000
 ODCHYLENIE STANDARDOWE
 ODSU=0.000000490
 UB1=0.000002314
 WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI
 DDL=0.211672
 POWSTANA RYSY WEWNETRZNE
 MIEJSCE RYSY WEWNETRZNEJ
 Y1=0.021000
 ILOSC RYS WEWNETRZNYCH
 RM=1.0
 DLUGOSC OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.012031
SSB=256.0028 SC1=-210.2304 SC2=221.5471
WG=0.00000000 WP=0.00000000 WP=0.00000000 WA=0.00000000
DICHYLENIE STANDARDWE

ODS=0.00000173
WSP=0.07471730
T=12091.271512 U=518.157161
UP=0.000000000 UEA=J.000000000 UG=0.000000000 UEB=0.000000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE
ODSU=0.00000479

UBI=0.000002356
WSPOLCZYNNIK ZMIENNOSCI

DDL=0.2116/2
POWSTANA RYSY NEJNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNĘTRZNEJ

$$Y1 = 0.021000$$

ILOSC KYS WEWNETRZNYCH

 $RM = 1.0$

DLUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

Y2=0.012037

SSB=307.3602 SC1=242.9164 SC2=255.7615

WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= 0.00000000

DOCHYLENIE STANDARDUJE

005= 0.0000200

WSP = 0.07471230

T=14095.569144 U= 598.718598

UP=0.0000000000 UEA=0.0000000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

005000.0000000576

UB1=0.000002722

WSPÓŁCZYNNIK ZMIENNOŚCI

DDC# 211672

POWSTANA RYSY WEWNETRZNE

MIEJSCE RYSY WEWNĘTRZNEJ

Y1=0.021000

ILOSC KYS WEUNETRZNYCH

 $RM = 1.0$

DLUGOŚĆ OSTATNIEGO ODCINKA

$$Y_2 = 0.012037$$

SSB=312.9998 SC1=247.3736 SC2=260.4544

WG= 0.00000000 WP= 0.00000000 WP= 0.00000000 WA= -0.00000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

005= 0.00000203

WSP = 0.07471030

T# 15168.881321 U# 509.704362

UP=0.0000000000 VEA=0.0000000000

ODCHYLENIE STANDARDOWE

005U=0.000000557

UB 1-0.000002772

WSPÓŁCZYNNIK ZMIENNOŚCI

DDC# 211672

[illegible]

Załącznik Nr 5

WYPROWADZENIA NIEKTÓRYCH WAŻNIEJSZYCH ZALEŻNOŚCI
WYSTĘPUJĄCYCH W PRACY

Wyprowadzenie wzoru 4.1 /str. 67/

Z warunku sumy momentów względem środka ciężkości betonu ściskanego otrzymano: /bez uwzględniania betonu poza otuliną/

$$M = \sigma_a \mu b h_0 \left(h_0 - \frac{x}{3} \right) + \frac{1}{3} \sigma_{br} b h_0 (h_0 - x) \quad (z 5.1)$$

Po sprowadzeniu "x" do postaci bezwymiarowej otrzymano:

$$\frac{3 M}{b h_0^2} = \sigma_a \mu (3 - \xi) + \sigma_{br} (1 - \xi) \quad (z 5.2)$$

Stąd wynika zależność:

$$\sigma_{br} = \left[\frac{3M}{b h_0^2} - 2\sigma_a \mu \right] \cdot \frac{1}{1 - \xi} - \sigma_a \mu \quad (z 5.3)$$

Z warunku sumy momentów względem środka ciężkości betonu rozciąganego wynika:

$$\sigma_a \mu b h_0 \left[\frac{1}{3} (h_0 - x) \right] + \frac{1}{2} \sigma_b b x \left[\frac{2}{3} x + \frac{2}{3} (h_0 - x) \right] = M \quad (z 5.4)$$

Założenia płaskich przekrojów oraz z prawa Hooke'a otrzymano:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_a x}{n(h_0 - x)} \quad (z 5.5)$$

Wstawiając równanie (z 5.5) do równania (z 5.4) oraz mnożąc obie strony tak otrzymanego równania przez $3n(h_0 - x)/bh_0$ otrzymano następujące równanie kwadratowe ze względu na "x":

$$\mu n (h_0 - x)^2 + x^2 = \frac{3Mn(h_0 - x)}{\sigma_a b h_0} \quad (z 5.6)$$

Po uporządkowaniu tego równania otrzymano zależność:

$$a x^2 + b x + c = 0, \text{ gdzie}$$

$$a = 1 + \mu n$$

$$b = \frac{3 M n}{\sigma_a b h_0} - 2 \mu n h_0 \quad (z 5.7)$$

$$c = \mu n h_0^2 - \frac{3 M n}{\sigma_a b}$$

Rozwiązaniem tego równania jest wzór opisujący "x":

$$x = \frac{h_0}{1+\mu n} \left\{ \mu n - \frac{3Mn}{2\sigma_a b h_0^2} + \left[\left(\frac{3Mn}{2\sigma_a b h_0^2} - \mu n \right)^2 + (1+\mu n) \left(\frac{3Mn}{\sigma_a b h_0^2} - \mu n \right) \right]^{0.5} \right\} \quad (z 5.8)$$

Po podzieleniu obu stron równanie przez h_0 i uporządkowaniu wyrażenia pod pierwiastkiem oraz podstawieniu $\varphi = \frac{3Mn}{2\sigma_a b h_0^2}$, otrzymano

$$\xi = \frac{1}{1+\mu n} \left\{ \mu n - \varphi + \left[(\varphi+1)^2 - (1+\mu n) \right]^{0.5} \right\} \quad (z 5.9)$$

Na tej podstawie otrzymano:

$$1 - \xi = \frac{1}{1+\mu n} \left\{ 1 + \varphi - \left[(\varphi+1)^2 - (1+\mu n) \right]^{0.5} \right\}, \quad (z 5.10)$$

a po prostych przekształceniach:

$$\frac{1}{1-\xi} = 1 + \varphi + \left[(\varphi+1)^2 - (1+\mu n) \right]^{0.5} \quad (z 5.11)$$

Wstawiając wzór (z 5.11) do (z 5.3) otrzymano wzór podający zależność $\sigma_{br} = f(\sigma_a)$ w postaci

$$\sigma_{br} = \left(\frac{3M}{b h_0^2} - 2\sigma_a \mu \right) \cdot \left\{ 1 + \varphi + \left[(1+\varphi)^2 - (1+\mu n) \right]^{0.5} \right\} \quad (z 5.12)$$

Wzór (z. 5.12) jest identyczny ze wzorem (4.1)

Wprowadzenie wzoru 4.2 /str. 67/

Dla stałego momentu $\varphi(y)$ (por. wzór 4.1) ma postać:

$$\varphi(y) = \frac{\sigma_0 \mu n b h_0^2 (3 - \xi_1)}{2\sigma_a(y) b h_0^2} = \frac{\sigma_0 \mu n (3 - \xi_1)}{2\sigma_a(y)} \quad (z 5.13)$$

Wyrażenie pod pierwiastkiem (wzór 4.1) można zapisać w postaci:

$$\left\{ \left[1 + \varphi(y) \right]^2 - (1 + \mu n) \right\}^{0.5} = \left[1 + \varphi(y) \right] \cdot \left\{ 1 - \frac{1 + \mu n}{\left[1 + \varphi(y) \right]^2} \right\}^{0.5} \quad (z 5.14)$$

Korzystając z przybliżonej zależności $(1 - a)^{0.5} \approx 1 - \frac{a}{2}$ (gdy $a \ll 1$, wzór (4.1) można zapisać w postaci:

$$\sigma_{br} = \left[\sigma_0 \mu (3 - \xi_1) - 2\sigma_a(y) \mu \right] \cdot \left\{ \left[1 + \frac{\sigma_0 \mu n (3 - \xi_1)}{2\sigma_a(y)} \right] \left[2 - \frac{1 + \mu n}{2 \left[1 + \frac{\sigma_0 \mu n (3 - \xi_1)}{2\sigma_a(y)} \right]} \right] \right\} - \sigma_a(y) \mu \quad (z 5.15)$$

W wyniku zastosowania przybliżenia wyrażenie w nawiasie klamrowanym różni się od analogicznego członu równania (4.1) o około 5 - 20 % (naprężenia obliczone ze wzoru z 5.15 są większe). Po sprowadzeniu tego wyrażenia do wspólnego mianownika i redukcji otrzymano:

$$\sigma_{br} = [\sigma_0 \mu (3 - \xi_{II}) - 2\sigma_a(y) \mu] \cdot \left\{ \frac{3\sigma_a(y) + 2\sigma_0 \mu n (3 - \xi_{II}) - \sigma_a(y) \mu n}{2\sigma_a(y)} \right\} \quad (z 5.16)$$

Ponieważ $3\sigma_a(y) \gg \mu n [2\sigma_0 (3 - \xi_{II}) - \sigma_a]$, to można dokonać kolejnego uproszczenia (należy przy tym zwrócić uwagę, iż pominięcie wyrażenia $\mu n [2\sigma_0 (3 - \xi_{II}) - \sigma_a] > 0$, powoduje zmniejszenie wartości σ_{br} ; redukuje to błąd występujący w (z 5.15).

Ostatecznie otrzymano wzór określający przybliżoną zależność $\sigma_{br}(y)$:

$$\sigma_{br} = 1,5\sigma_0 \mu (3 - \xi_{II}) - 4\sigma_a(y) \mu \quad (z 5.17)$$

Z uwagi na stosowane przybliżenie największy błąd występuje dla $y = 0$ (tzn., gdy $\sigma_a = \sigma_0$)

Dla $\mu = 0,01$ i $n = 7$ otrzymuje się przykładowo $\sigma_{br} = 3 \cdot 10^{-4} \sigma_0$, co dla $\sigma_0 = 300$ MPa daje $\sigma_{br} = 0,09$ MPa ≈ 0 .

Reasumując można stwierdzić, że otrzymane przybliżenia są wystarczająco dokładne do obliczania szerokości rozwarcia rysy, deplacji, itp.

Wyprowadzenie wzoru (4.78)

W przypadku zbrojenia zebrowanego przyczepność można opisać wzorem (2.17).

Ponieważ moment zmienia się parabolicznie, to zależność pomiędzy naprężeniami rozciągającymi w betonie i stali dana jest wzorem (4.4).

Powyższe dwa równania należy uzupełnić zależnością pomiędzy poślizgiem, odkształceniami w betonie i stali rozciąganej.

W związku z tym podstawowy układ równań ma postać:

$$\tau = G_1 \Delta - k_1 \sigma_a \quad (z 5.18)$$

$$\sigma_{br} = 1,5 \sigma_{ood} \mu (3 - \xi_{II}) (1 - 4y^2/s^2) - 4 \sigma_a \mu \quad (z. 5.19)$$

$$\frac{d\Delta}{dy} = \varepsilon_a - \varepsilon_{br} \quad (z. 5.20)$$

$$\frac{d\sigma_a}{dy} = \frac{2\tau}{r} \quad (\text{znak "+", ponieważ w przypadku obciążenia naprężenia są funkcją rosnącą}) \quad (z. 5.21)$$

Układ powyższy przekształca się w następujący sposób:

Podstawiając wzór (z 5.18) do (z. 5.21) otrzymano:

$$\frac{d\sigma_a}{dy} = \frac{2}{r} [G_1 \Delta - k_1 \sigma_a] \quad (z. 5.22)$$

Wykorzystując prawo Hooke'a, równanie (z 5.20) można przekształcić do postaci:

$$E_a \frac{d\Delta}{dy} = \sigma_a - m \sigma_{br} \quad (z. 5.23)$$

Podstawiając wzór (z 5.19) do (z. 5.23), otrzymuje się:

$$\begin{aligned} E_a \frac{d\Delta}{dy} &= \sigma_a - 1,5 \sigma_{ood} \mu n (3 - \xi_{II}) (1 - 4y^2/s^2) + 4 \sigma_a \mu n = \\ &= (1 + 4\mu n) \sigma_a - 1,5 \sigma_{ood} \mu n (3 - \xi_{II}) (1 - 4y^2/s^2) \end{aligned} \quad (z. 5.24)$$

Różniczkując równanie (z. 5.23) otrzymano:

$$\frac{d^2 \sigma_a}{dy^2} = \frac{2}{r} \left[G_1 \frac{d\Delta}{dy} - k_1 \frac{d\sigma_a}{dy} \right] \quad (z. 5.25)$$

Wyliczając z równania (z 5.24) wielkość $\frac{d\Delta}{dy}$ i wstawiając do równania (z 5.25) otrzymano:

$$\frac{d^2 \sigma_a}{dy^2} = \frac{2}{r} \left\{ \left[\frac{G_1}{E_a} (1 + 4\mu n) \sigma_a - 1,5 \sigma_{ood} \mu n (3 - \xi_{II}) (1 - 4y^2/s^2) \right] - k_1 \frac{d\sigma_a}{dy} \right\} \quad (z. 5.26)$$

Po uporządkowaniu otrzymano następujące równanie różniczkowe:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_a}{dy^2} + \frac{2k_1}{r} \frac{d\sigma_a}{dy} - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \sigma_a + \frac{3G_1 \sigma_{ood} \mu n (3 - \xi_{II})}{r E_a} + \\ - \frac{12 G_1 \sigma_{ood} \mu n (3 - \xi_{II}) y^2}{r E_a s^2} = 0 \end{aligned} \quad (z. 5.27)$$

Wyprowadzenie wzoru (4.81)

Równanie (z 5.27) jest liniowym niejednorodnym równaniem różniczkowym drugiego stopnia. Sposób rozwiązania jest podany poniżej. Analizujemy liniowe jednorodne równanie różniczkowe postaci:

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_a}{dy^2} + \frac{2k_1 d\bar{\sigma}_a}{r dy} - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \bar{\sigma}_a = 0 \quad (z 5.28)$$

Rozwiązanie ogólne ma postać $\bar{\sigma}_a = e^{\lambda y}$, stąd po podstawieniu do (z 5.28) i podzieleniu obu stron przez $e^{\lambda y}$ otrzymuje się zależność:

$$\lambda^2 + \frac{2k_1}{r} \lambda - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} = 0 \quad (z 5.29)$$

Rozwiązaniem równania (z 5.29) są dwie liczby λ_1, λ_2

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{k_1}{r} + \left[\frac{k_1^2}{r^2} + \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \right]^{0,5} \\ \lambda_2 &= -\frac{k_1}{r} - \left[\frac{k_1^2}{r^2} + \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} \right]^{0,5} \end{aligned} \quad (z 5.30)$$

W związku z tym ogólnym rozwiązaniem równania (z 5.28) jest funkcja:

$$\bar{\sigma}_a(y) = C_1 \cdot e^{\lambda_1 y} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 y} \quad (z 5.31)$$

Rozwiązaniem szczególnym równania (z 5.27) jest funkcja postaci:

$$\bar{\sigma}_a(y) = ay^2 + by + c \quad (z 5.32)$$

W związku z tym odpowiednie pochodne we wzorze (z 5.27) mają postać:

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_a}{dy^2} = 2a, \quad \frac{d\bar{\sigma}_a}{dy} = 2ay + b \quad (z 5.33)$$

Wstawiając równania (z 5.32) i (z 5.33) do (z 5.27) otrzymano:

$$\begin{aligned} & 2a + \frac{2k_1}{r} (2ay + b) - \frac{2G_1(1+4\mu n)}{r E_a} (ay^2 + by + c) + \\ & + \frac{3G_1 \bar{\sigma}_{\text{od}} \mu n (3 - \xi_{II})}{r E_a} - \frac{12G_1 \bar{\sigma}_{\text{od}} \mu n (3 - \xi_{II}) y^2}{r E_a s^2} = 0 \end{aligned} \quad (z 5.34)$$

Po uporządkowaniu równanie (z 5.34) jest następujące:

$$\frac{-2G_1(1+4\mu n)ay^2}{rE_a} + \left[\frac{4K_1a}{r} - \frac{2G_1(1+4\mu n)b}{rE_a} \right] y + 2a + \frac{2K_1b}{r} +$$

$$- \frac{2G_1(1+4\mu n)c}{rE_a} = \frac{12G_1\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})y^2}{rE_a s^2} - \frac{3G_1\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{rE_a} \quad (\text{z 5.35})$$

Z twierdzenia o równości wielomianów otrzymano poniższe równania:

$$\frac{-2G_1(1+4\mu n)a}{rE_a} = \frac{12G_1\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{rE_a s^2}$$

$$\frac{4K_1a}{r} - \frac{2G_1(1+4\mu n)b}{rE_a} = 0 \quad (\text{z 5.36})$$

$$2a + \frac{2K_1b}{r} - \frac{2G_1(1+4\mu n)c}{rE_a} = \frac{-3G_1\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{rE_a}$$

Z układu równań (z 5.36) obliczono kolejno a, b i c:

$$a = - \frac{6\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{s^2(1+4\mu n)} \quad (\text{z 5.37})$$

$$b = - \frac{12K_1E_a\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{s^2G_1(1+4\mu n)^2}$$

$$c = - \frac{6\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})rE_a}{s^2(1+4\mu n)^2G_1} - \frac{12K_1^2E_a^2\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{s^2G_1^2(1+4\mu n)^3} + \frac{15\sigma_{\text{odn}}\mu n(3-\xi_{II})}{1+4\mu n}$$

Zgodnie z teorią równań różniczkowych zupełne rozwiązanie równania (z 5.27) ma postać:

$$\sigma_a(y) = C_1 e^{\lambda_1 y} + C_2 e^{\lambda_2 y} + ay^2 + by + c \quad (\text{z 5.38})$$

gdzie stałe a, b, c dane są równaniami (z 5.37) a stałe C_1, C_2 równaniami (z 5.30). Stałe C_1 i C_2 wyznacza się z warunków brzegowych, określających naprężenie w stali w przekrojach z rysami.

Wyprowadzenie wzoru 4.91 - dla poślizgu pomiędzy pierwszą rysą zewnętrzną a rysą pierwszego rzędu

Przekształcając równanie (z 5.23) otrzymuje się:

$$\Delta(y=0) = \frac{1}{E_a} \int_0^{y_1} (\sigma_a - n\sigma_{br}) dy \quad (\text{z 5.39})$$

Podstawiając do powyższego równania wzór (z 5.19) otrzymuje się:

$$\Delta(y=0) = \frac{1}{E_a} \int_0^{y_1} \left[(1+4\mu n) \bar{\sigma}_a - 1,5 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) (1-4y_2^2) \right] dy \quad (z 5.40)$$

Ponieważ $\bar{\sigma}_a(y)$ opisane jest wzorem (z 5.38), to równanie (z 5.40) przybiera postać:

$$\begin{aligned} \Delta(y=0) = \frac{1}{E_a} \int_0^{y_1} & \left\{ (1+4\mu n) \left[C_1 e^{\lambda_1 y} + C_2 e^{\lambda_2 y} \right] - \frac{6 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) y^2}{s^2} - \frac{12 k_1 E_a \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1)}{s^2 G_1 (1+4\mu n)} y + \right. \\ & - \frac{6 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) r E_a}{s^2 (1+4\mu n) G_1} - \frac{12 k_1^2 E_a^2 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1)}{s^2 G_1^2 (1+4\mu n)^2} + 1,5 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) + \\ & \left. - 1,5 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) + \frac{6 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) y^2}{s^2} \right\} dy \quad (z 5.41) \end{aligned}$$

Po redukcji wyrazów podobnych i pokałkowaniu otrzymano:

$$\begin{aligned} \Delta(y=0) = \frac{1+4\mu n}{E_a} & \left[\frac{C_1}{\lambda_1} (e^{\lambda_1 y_1} - 1) + \frac{C_2}{\lambda_2} (e^{\lambda_2 y_2} - 1) \right] - \frac{6 k_1 \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) y_1^2}{s^2 G_1 (1+4\mu n)} + \\ & - \frac{6 r \bar{\sigma}_{oad} \mu n (3-\xi_1) y_1}{s^2 (1+4\mu n) G_1} - \frac{12 k_1^2 E_a \mu n (3-\xi_1) y_1}{s^2 G_1^2 (1+4\mu n)} \end{aligned}$$

Uwaga 1

Wszystkie równania różniczkowe opisujące $\bar{\sigma}_a(y)$, występujące w rozdziale Nr 4, otrzymano w sposób analogiczny do przedstawionego w tym załączniku (str. 5 i dalsze). Wyjściowy układ równań opisany jest równaniami (z 5.18) + (z 5.21). W innych przypadkach obciążeń (moment stały lub zmieniający się liniowo) zamiast równania (z 5.19) przyjmuje się równanie (4.2) lub (4.3). Podobnie w przypadku zbrojenia gładkiego lub w przypadku gdy nie występują rysy wewnętrzne, równanie (z 5.18) należy zastąpić równaniem (2.7) lub równaniem (2.16). W przypadku obciążenia w równaniu (z 5.21) należy wstawić znak minus. Mimo wprowadzania powyższych zmian kolejność wykonywanych przekształceń nie ulega zmianie.

obliczenia naprężeń rozciągających w stali i poślizgu wykonuje się (niezależnie od rodzaju zbrojenia i sposobu obciążenia) analogicznie do sposobu przedstawionego na stronie 6 i dalszych.

Różnice wynikają jedynie z postaci równań wyjściowych.

Wyprowadzenie wzoru (5.25)

Podstawą wyprowadzenia wzoru (5.25) są równania (5.21) + (5.24).

Wyliczając z równania (5.21) " α " i wstawiając do pozostałych równań otrzymuje się układ trzech równań z trzema niewiadomymi:

$$-0,5\sigma_b(t)\xi(t) + \mu' E_a \beta(t) \left[\frac{a'}{h_0} - \xi(t) \right] + \mu E_a \beta(t) [1 - \xi(t)] = 0 \quad (z \ 5.42)$$

$$\sigma_b(t)\xi^2(t) + \frac{6M}{bh_0^2} - 6E_a \mu' \beta(t) \frac{a'}{h_0} \left[\frac{a'}{h_0} - \xi(t) \right] - 6E_a \mu \beta(t) [1 - \xi(t)] = 0 \quad (z \ 5.43)$$

$$\sigma_b(t) = -E''(t, t_0)\xi(t)\beta(t) + \sigma(t_0)[1 + E''(t, t_0)\mathcal{I}(t, t_0)] \quad (z \ 5.44)$$

Wyliczając $\beta(t)$ z równania (z 5.42) i wstawiając do równań (z 5.43) i (z 5.44) otrzymano:

$$\sigma_b(t)\xi'(t) + \frac{6M}{bh_0^2} - 3\sigma_b(t)\xi(t) \frac{\left\{ \mu' \frac{a'}{h_0} \left[\frac{a'}{h_0} - \xi(t) \right] + \mu [1 - \xi(t)] \right\}}{\mu' \left[\frac{a'}{h_0} - \xi(t) \right] + \mu [1 - \xi(t)]} = 0 \quad (z \ 5.45)$$

$$\sigma_b(t) + \frac{\sigma_b(t)E''(t, t_0)\xi^2(t)}{2E_a \left\{ \mu' \left[\frac{a'}{h_0} - \xi(t) \right] + \mu [1 - \xi(t)] \right\}} = \sigma(t_0)[1 + E''(t, t_0)\mathcal{I}(t, t_0)] \quad (z \ 5.46)$$

Oznaczając

$$\sigma(t_0)[1 + E''(t, t_0)\mathcal{I}(t, t_0)] = A \quad (z \ 5.47)$$

$$\mu [1 - \xi(t)] = B$$

$$\mu' \left[\frac{a'}{h_0} - \xi(t) \right] = C$$

można powyższe równania zapisać w postaci:

$$\sigma_b(t)\xi^2(t) + \frac{6M}{bh_0^2} - 3\sigma_b(t)\xi(t) \frac{\frac{a'}{h_0} C + B}{C + B} = 0 \quad (z \ 5.48)$$

$$\sigma_b(t) + \frac{\sigma_b(t)E''(t, t_0)\xi^2(t)}{2E_a [C + B]} = A \quad (z \ 5.49)$$

Wyliczając z obu tych równań $\sigma_b(t)$ i porównując stronami otrzymuje się równanie:

$$\frac{3M}{bh_0^2 \left\{ 3\xi(t) \left[\frac{a'}{h_0} C + B \right] - \xi^2(t) [C + B] \right\}} = \frac{E_a A}{2E_a [C + B] + E''(t, t_0)\xi^2(t)} \quad (z \ 5.50)$$

Po przekształceniu do prostej postaci (obustronnym pomnożeniu) otrzymano:

$$A\xi^2(t)[C+B]E_a b h_0^2 + 3ME''(t, t_0)\xi^2(t) - 3\xi(t)E_a A b h_0^2 \left[\frac{a'}{h_0}C+B\right] +$$

$$- 6ME_a[C+B] = 0 \quad (z 5.51)$$

Po podstawieniu do równania (z 5.51) zależności ze wzoru (z 5.47) otrzymuje się:

$$A \left\{ \xi^2(t) \left[\mu + \mu' \frac{a'}{h_0} \right] - \xi^3(t)(\mu + \mu') \right\} + \frac{3ME''(t, t_0)\xi^2(t)}{E_a b h_0^2} - 3A \left\{ \xi(t) \left[\mu + \mu' \left(\frac{a'}{h_0} \right)^2 \right] - \xi^2(t) \left[\mu + \mu' \frac{a'}{h_0} \right] \right\} +$$

$$- \frac{6M}{b h_0^2} \left[\mu + \mu' \frac{a'}{h_0} - \xi(t) \left[\mu + \mu' \frac{a'}{h_0} \right] \right] = 0 \quad (z 5.52)$$

Równanie (z 5.52) jest równaniem trzeciego stopnia ze względu na $\xi(t)$, które po uporządkowaniu przybiera następującą postać:

$$- \xi^3(t)(\mu + \mu')A +$$

$$+ \xi^2(t) \left\{ 4(\mu + \mu' \frac{a'}{h_0})A + \frac{3M(t)E''(t, t_0)}{E_a b h_0^2} \right\} +$$

$$+ \xi(t) \left\{ -3 \left[\mu + \mu' \left(\frac{a'}{h_0} \right)^2 \right] A + \frac{6M(t)}{b h_0^2} (\mu + \mu' \frac{a'}{h_0}) \right\} +$$

$$- \frac{6M(t)}{b h_0^2} (\mu + \mu' \frac{a'}{h_0}) = 0 \quad (z 5.53)$$

$$\text{gdzie } A = \sigma(t_0) \left[1 + E''(t, t_0) \mathcal{J}(t, t_0) \right] = \sigma(t_0) \left[1 + \frac{E''(t, t_0) [1 + \phi(t, t_0)]}{E_b(t_0)} \right]$$

Wzór powyższy (z 5.53) jest identyczny ze wzorem (5.25).

Wyprowadzenie wzoru (7.19)

Uwaga:

W rozdziale 6 i 7 pracy podano m.in. wzory opisujące deplanację i poślizg, które stanowią podstawę do obliczania współczynników zmienności. W odróżnieniu do wzorów z rozdziałów 3 i 4 są to w większości przypadków wzory przybliżone. Dzięki zastosowaniu przybliżeń wzory opisujące współczynniki zmienności są stosunkowo proste. Z drugiej strony zastosowane przybliżenia w mniej więcej jednakowym stopniu zmieniają zarówno wartość średnią jak i odchylenie standardowe. W związku z tym, obliczony w ten sposób współczynnik zmienności można uważać praktycznie za dokładny.

Wzór (7.19) stanowi przykład ilustrujący powyższe zagadnienie. Z dokładnego rozwiązania równania różniczkowego wynika, że w tym przypadku rozkład naprężeń w stali dany jest wzorem (4.20). Ponieważ analiza wzoru (7.17) pozwala przyjąć (dla małych μn) przybliżoną zależność $\sigma_{a1} \approx \sigma_0$, to wzór (4.20) przyjmie postać:

$$\sigma_a(y) = \frac{C_2 (1 - \cos \lambda y_1)}{\sin \lambda y_1} \cdot \sin \lambda y + C_2 \cos \lambda y + \frac{1,5 \sigma_0 \mu n (3 \xi_1)}{1 + 4 \mu n} \quad (z 5.54)$$

$$\text{gdzie } C_2 = \frac{\sigma_0}{1 + 4 \mu n} [1 + 1,5 \mu n \xi_1 - 0,5 \mu n]$$

W związku z tym równanie (4.25) przyjmie postać:

$$\Delta(y=0) = \frac{2m\sigma_0 (1 - \cos \lambda y_1)}{\lambda E_a \sin \lambda y_1} [1 + 0,5 \mu n (3 \xi_1 - 1)] \quad (z 5.55)$$

Ponieważ $0,5 \mu n (3 \xi_1 - 1) \ll 1$, ostateczna postać wzoru (z 5.55) jest następująca:

$$\Delta(y=0) = \frac{2m\sigma_0 (1 - \cos \lambda y_1)}{\lambda E_a \sin \lambda y_1} \quad (z 5.56)$$

Wyprowadzenie wzoru (7.20)

W przypadku poślizgu (wzór 7.19) zmiennymi losowymi są E_a oraz ψ (poprzez y_1) i G , E_b (poprzez λ).

Zgodnie ze wzorem (6.2) w celu obliczenia odchylenia standardowego należy policzyć pochodne Δ po zmiennych losowych E_a , E_b , ψ , G .

Ponieważ Δ jest funkcją złożoną powyższych parametrów, w obliczeniach wykorzystano wzory (4.22) i (7.15).

Ze względu na fakt, że Δ jest funkcją złożoną G i E_b poprzez λ wygodnie jest policzyć pochodną $\frac{d\Delta}{d\lambda}$ wg wzoru:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta}{d\lambda} &= \frac{2m\sigma_0}{E_a} \left[\frac{1 - \cos\lambda y_1}{\lambda \sin\lambda y_1} \right]_{\lambda} = \frac{2m\sigma_0}{E_a} \frac{(\lambda y_1 - \sin\lambda y_1)(1 - \cos\lambda y_1)}{\lambda^2 \sin^2\lambda y_1} = \\ &= \frac{\Delta(\lambda y_1 - \sin\lambda y_1)}{\lambda \sin\lambda y_1} \end{aligned} \quad (z 5.57)$$

Ponieważ zgodnie ze wzorem (4.22) otrzymano:

$$\frac{d\lambda}{dG} = \frac{\lambda}{2G} \quad i \quad \frac{d\lambda}{dE_b} = - \frac{4G\mu}{\lambda r E_b^2} \quad (z 5.58)$$

to ostatecznie otrzymano:

$$\frac{d\Delta}{dG} = \frac{\Delta(\lambda y_1 - \sin\lambda y_1)}{2G \sin\lambda y_1} \quad (z 5.59)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta}{dE_b} &= - \frac{4G\mu}{\lambda r E_b^2} \frac{\Delta(\lambda y_1 - \sin\lambda y_1)}{\lambda \sin\lambda y_1} = - \frac{4G\mu \Delta(\lambda y_1 - \sin\lambda y_1) r E_a}{r E_b^2 \sin\lambda y_1 2G(1+4\mu n)} = \\ &= - \frac{2\Delta\mu n(\lambda y_1 - \sin\lambda y_1)}{E_b(1+4\mu n)\sin\lambda y_1} \end{aligned} \quad (z 5.60)$$

W podobny sposób otrzymano:

$$\frac{d\Delta}{dE_a} = - \frac{\Delta}{E_a} \left[1 + \frac{\lambda y_1 - \sin\lambda y_1}{2(1+4\mu n)\sin\lambda y_1} \right] \quad (z 5.61)$$

Ponieważ $\Delta = \Delta(\psi)$ jest funkcją złożoną przez y_1 , to obliczono:

$$\frac{d\Delta}{dy_1} = \frac{2m\sigma_0}{\lambda E_a} \frac{d}{d\lambda} \left[\frac{1 - \cos\lambda y_1}{\sin\lambda y_1} \right] = \frac{2m\sigma_0(1 - \cos\lambda y_1)}{\lambda E_a \sin^2\lambda y_1} \lambda = \frac{\Delta \lambda}{\sin\lambda y_1} \quad (z 5.62)$$

Zgodnie ze wzorem (7.15) obliczono:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{d\psi} &= \frac{r}{16\mu} \left[-(\beta - 2\gamma_b) + \frac{\psi(\beta - 2\gamma_b)^2}{[\psi^2(\beta - 2\gamma_b)^2 + 16\mu(\beta - 2\gamma_b)]^{0.5}} \right] \approx \\ &\approx \frac{(\beta - 2\gamma_b)r}{16\mu} \quad (\text{ponieważ } \psi \leq 0,01) \end{aligned} \quad (z 5.63)$$

Ostatecznie:

$$\frac{d\Delta}{d\psi} = \frac{\Delta \lambda r (2v_b - 3)}{16\mu \sin \lambda y_1} \quad (\text{z 5.64})$$

Zgodnie ze wzorem (6.2) odchylenie standardowe dane jest wzorem:

$$\sigma_{\Delta}^2 = \left(\frac{d\Delta}{dE_a}\right)^2 \sigma_{E_a}^2 + \left(\frac{d\Delta}{dE_b}\right)^2 \sigma_{E_b}^2 + \left(\frac{d\Delta}{dG}\right)^2 \sigma_G^2 + \left(\frac{d\Delta}{d\psi}\right)^2 \sigma_{\psi}^2 \quad (\text{z 5.65})$$

/przy założeniu, że E_a , E_b , G i ψ są nieskorelowane/
Dzieląc obie strony równania przez Δ^2 i pierwiastkując otrzymujemy następujący wzór:

$$\sigma_{\Delta} = \left\{ \left[1 + \frac{\lambda y_1 - \sin \lambda y_1}{2(1+4\mu n) \sin \lambda y_1} \right]^2 \sigma_{E_a}^2 + \frac{4\mu^2 n^2 (\lambda y_1 - \sin \lambda y_1)^2}{(1+4\mu n)^2 \sin^2 \lambda y_1} \sigma_{E_b}^2 + \right. \\ \left. \frac{(\lambda y_1 - \sin \lambda y_1)^2}{4 \sin^2 \lambda y_1} \sigma_G^2 + \frac{\lambda^2 (3-2v_b)^2 r^2 \psi^2}{16^2 \mu^2 \sin^2 \lambda y_1} \sigma_{\psi}^2 \right\}^{0.5} \quad (\text{z 5.66})$$

Wzór ten jest równoważny wzorowi (7.20).

Obliczanie współczynnika zmienności deplanacji (wzór 7.29)

Zgodnie ze wzorem (4.28) oraz (4.32) wzór na deplanację ma postać:

$$u_b = \frac{r^2 \lambda}{4E_b} \int_0^{y_1} (C_2 \sin \lambda y_1 - C_1 \cos \lambda y) \left[\frac{2(1-v_b)}{(y^2 + r^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2 + r^2)^{1.5}} \right] dy \quad (\text{z 5.67})$$

Zmiennymi losowymi są ψ , E_a , E_b , G .

W niniejszym załączniku pokazano przykładowo obliczanie pochodnej $\frac{du_b}{dE_a}$

Deplanacja jest funkcją E_a poprzez λ oraz poprzez stałe C_1 i C_2 , w których występuje $n = \frac{E_a}{E_b}$

Wzór (z 5.67) można zapisać w postaci:

$$u_b = \frac{r^2 \lambda}{4E_b} C_1 J_3 - \frac{r^2 \lambda}{4E_b} C_2 J_4 \quad (\text{z 5.68})$$

gdzie:
$$J_3 = \int_0^{y_1} \sin \lambda y \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + r^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2 + r^2)^{1.5}} \right] dy,$$
$$J_4 = \int_0^{y_1} \cos \lambda y \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(y^2 + r^2)^{0.5}} + \frac{y^2}{(y^2 + r^2)^{1.5}} \right] dy$$

Obliczając pochodną u_b po E_a otrzymuje się następującą zależność:

$$\frac{\partial u_b}{\partial E_a} = \frac{r^2}{4E_b} \left\{ \frac{d}{dE_a} (\lambda C_1) J_3 + \lambda C_1 \frac{dJ_3}{dE_a} - J_4 \frac{d}{dE_a} (\lambda C_2) - \lambda C_2 \frac{dJ_4}{dE_a} \right\} \quad (z 5.69)$$

Odpowiednie pochodne występujące w powyższym wzorze dane są zależnościami:

$$\frac{d}{dE_a} (\lambda C_1) = \frac{\lambda}{E_b} \frac{dC_1}{dn} - \frac{G C_1}{\lambda r E_a^2} \quad (z 5.70)$$

$$\frac{d}{dE_a} (\lambda C_2) = \frac{\lambda}{E_b} \frac{dC_2}{dn} - \frac{G C_2}{\lambda r E_a^2} \quad (z 5.71)$$

Aby obliczyć pochodne z całek J_3, J_4 po $E_a = f(\lambda)$ należy wykonać podstawienie $\lambda y = z$ i wtedy całki J_3, J_4 przyjmą postać:

$$J_3 = \int_0^{\lambda y_1} \sin z \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(z^2 + \lambda^2 r^2)^{0.5}} + \frac{z^2}{(z^2 + \lambda^2 r^2)^{1.5}} \right] dz \quad (z 5.72)$$

$$J_4 = \int_0^{\lambda y_1} \cos z \left[\frac{2(1-\nu_b)}{(z^2 + \lambda^2 r^2)^{0.5}} + \frac{z^2}{(z^2 + \lambda^2 r^2)^{1.5}} \right] dz \quad (z 5.73)$$

W związku z tym, korzystając z zależności $\frac{dJ}{dE_a} = \frac{dJ}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dE_a}$ i twierdzenia o pochodnej z całki względem parametru otrzymano:

$$\frac{dJ_3}{dE_a} = -\frac{G}{\lambda r E_a^2} \left[f(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} [f(\lambda, z)] dz \right] \quad (z 5.74)$$

$$\frac{dJ_4}{dE_a} = -\frac{G}{\lambda r E_a^2} \left[g(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} [g(\lambda, z)] dz \right] \quad (z 5.75)$$

gdzie $f(\lambda, z)$ i $g(\lambda, z)$ są funkcjami podcałkowymi w całkach J_3, J_4

Wstawiając wzory (z 5.74), (z 5.75) oraz (z 5.70) i (z 5.71) do (z 5.69) otrzymuje się:

$$\frac{\partial u_b}{\partial E_a} = \frac{\tau^2}{4E_b} \left\{ \frac{J_1 \lambda}{E_b} \frac{dC_1}{dn} - \frac{J_2 G C_1}{\lambda r E_a^2} - \frac{C_1 G}{r E_a^2} \left[f(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} [f(\lambda z)] dz \right] + \right. \\ \left. - \frac{J_1 \lambda dC_2}{E_b dn} + \frac{J_2 G C_2}{\lambda r E_a^2} + \frac{C_2 G}{r E_a^2} \left[g(\lambda, \lambda y_1) y_1 + \int_0^{\lambda y_1} \frac{d}{d\lambda} [g(\lambda z)] dz \right] \right\} \quad (z \ 5.76)$$

Po podstawieniu za pierwsze $E_b = \frac{E}{h}$ oraz $J_1 = J_3 \lambda$, $J_2 = J_4 \lambda$ i podzieleniu przez u_b otrzymuje się wyrażenie ze wzoru 7.29.

Uwaga:

W analogiczny sposób wyprowadzono wzory opisujące współczynniki zmienności w przypadku zbrojenia żebrowanego.

Dalsze postępowanie (tzn. wyznaczanie współczynnika zmienności szerokości rozwarcia rysy) oparte było o zależność $a_f = 2(\Delta - u_b)$ z wykorzystaniem metody Cornella. Pochodne występujące we wzorach na kowariancję $cov(\Delta, u_b)$ są identyczne z pochodnymi obliczanymi w przypadku poślizgu i deplanacji. Wszystkie obliczenia współczynników zmienności przeprowadzono metodami numerycznymi.

Załącznik Nr 6 -

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ WYSTĘPUJĄCYCH
W PRACY I ZAŁĄCZNIKACH

6.1 Duże litery łacińskie

- E_a - współczynnik sprężystości stali,
 E_b - współczynnik sprężystości betonu,
 $E''(t, t_0)$ - fikcyjny moduł sprężystości betonu /wg Z.P. Bażanta/,
 F_a - powierzchnia przekroju zbrojenia rozciąganego,
 G - stała materiałowa występująca we wzorze opisującym przy-
 czepność zbrojenia gładkiego,
 G_1 - stała materiałowa występująca we wzorze opisującym przy-
 czepność zbrojenia żebrowanego,
 $\mathcal{J}(t, t_0)$ - funkcja pełzania betonu,
 M - moment zginający,
 M_n - moment zginający niszczący belkę,
 M_{ozd} - wartość momentu zginającego po częściowym odciążeniu,
 M_{rys} - moment rysujący obliczony zgodnie z przyjętymi założe-
 niami,
 N - siła podłużna rozciągająca,
 N_{od} - wartość siły rozciągającej po częściowym odciążeniu,
 R_{br} - średnica wytrzymałości betonu na rozciąganie,
 $R(t, \tau)$ - funkcja relaksacji betonu.

6.2 Małe litery łacińskie

- a - odległość środka ciężkości zbrojenia F_a od krawędzi roz-
 ciąganej lub długość odcinka, na którym po częściowym
 odciążeniu naprężenia przed odciążeniem są większe niż
 po odciążeniu,
 a_f - szerokość rozwarcia rysy pierwszego rzędu,
 a_i - szerokość rozwarcia "i"-tej rysy wewnętrznej,
 b - szerokość belki,
 d - średnica prętów zbrojenia,
 h - wysokość całkowita belki,
 h_0 - wysokość obliczeniowa belki,
 k - stała materiałowa występująca we wzorze opisującym przy-
 czepność zbrojenia gładkiego,
 k_1 - stała materiałowa występująca we wzorze opisującym przy-
 czepność zbrojenia żebrowanego,

- 1 - jednostronny obszar naruszenia przyczepności,,
- l_0 - początkowy jednostronny obszar naruszenia przyczepności,
- n - stosunek $E_a : E_b$,
- r - promień prętów zbrojenia,
- s - rozpiętość belki,
- x_I - wysokość strefy ściskanej w fazie I,
- x_{II} - wysokość strefy ściskanej w fazie II,
- x_0 - długość rysy wewnętrznej liczona od osi zbrojenia,
- y_i - miejsca powstania "i"-tej rysy wewnętrznej liczona od osi rysy pierwszego rzędu,

6.3 Litery greckie

- $\alpha(t)$ - współczynnik opisujący zmiany położenia osi obojętnej w czasie,
- $\beta(t)$ - współczynnik opisujący zmiany położenia osi obojętnej w czasie,
- E_a - odkształcenia jednostkowe w zbrojeniu rozciągany,
- E_b - odkształcenia jednostkowe w betonie rozciągany,
- E_{sk} - odkształcenia jednostkowe wywołane skurczem,
- E_{gr} - graniczne odkształcenia jednostkowe w betonie rozciągany,
- μ - stopień zbrojenia,
- ν_b - współczynnik Poissona dla betonu,
- ξ_I - względna wysokość strefy ściskanej w fazie II,
- σ_a - naprężenia normalne w stali,
- σ_a^I - naprężenie w stali dla $M = M_{rys}$ przed zarysowaniem,
- σ_a^{II} - naprężenie w stali dla $M = M_{rys}$ po zarysowaniu,
- σ_0 - naprężenie w stali w miejscu rysy pierwszego rzędu,
- σ_{0i} - naprężenie w stali w miejscu "i"-tej rysy wewnętrznej,
- σ_{0ad} - naprężenie w stali w miejscu rysy pierwszego rzędu po częściowym odciążeniu,
- σ_{0iad} - naprężenie w stali w miejscu "i"-tej rysy wewnętrznej po częściowym odciążeniu,
- $\varphi(t, t_0)$ - współczynnik pełzania,
- ψ - stała materiałowa występująca we wzorze opisującym naprężenia przyczepności,
- τ - naprężenia przyczepności,

Δ - poślizg zbrojenia względem betonu.

Uwaga:

W przypadku cytowania innych autorów zachowano oryginalne oznaczenia, które wyjaśniono bezpośrednio pod wzorami.

W przypadku analizy probabilistycznej przyjęto ogólnie znane oznaczenia matematyczne.