

A4137I

Ryszard Makowski

C1

Wybrane zagadnienia ślepego rozplatania sygnałów udarowych

Monogr. 77/41



Ryszard A. MAKOWSKI

Selected problems of blind deconvolution of impact signals



Ryszard A. Makowski

**Wybrane zagadnienia
ślepego rozplatania sygnałów udarowych**



Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej • Wrocław 1994

Recenzenci

Andrzej KIJKO
Janusz SAWICKI

Opracowanie redakcyjne i korekta

Alina KACZAK

Projekt graficzny okładki

Wiesław ZAJĄCZKOWSKI

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1994

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

ISSN 0324-9328

Nakład 150+50 egz. Ark. wyd. 10. Ark. druk $9\frac{3}{8}$. Papier offset, kl. III, 70 g, 81.
Oddano do druku w styczniu 1994 r. Druk ukończono w lutym 1994 r.
Zakład Graficzny Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 51/94.

*ślepe rozplatanie, sygnał uderowy, estymacja
odpowiedzi impulsowej, filtracja odwrotna,
błędy rozplatania, sygnał sejsmiczny*

Ryszard A. MAKOWSKI*

Wybrane zagadnienia ślepego rozplatania sygnałów uderowych

W pracy przedstawiono nową metodę ślepego rozplatania sygnałów zwanych uderowymi, obserwowanych na wyjściu systemu liniowego typu rezonansowego pobudzonego sygnałem krótkotrwałym. Metoda składa się z dwóch podstawowych kroków: estymacji odpowiedzi impulsowej systemu i filtracji odwrotnej połączonej z optymalizacją. Istotne elementy pracy to opis: implementacji narzędzi przestrzeni sygnałów do estymacji odpowiedzi impulsowej, algorytmów filtracji odwrotnej, w tym stabilizacji i zastosowania optymalizacji do poprawy jakości estymatora sygnału pobudzenia, w której funkcja kosztów definiowana jest na bazie statystyk wyższych rzędów. Przedstawiono również przykład zastosowania metody do rozplatania sygnałów sejsmicznych zarejestrowanych w kopalni miedzi.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

$\hat{\epsilon}$	- estymator
$*$	- operacja splotu
$\odot^*$	- operacja sprzężenia liczby zespolonej
cor	- operacja korelacji
$\{\bullet\}$	- zbiór
$\bullet^{-1}$	- odwrotność
$\langle \bullet, \bullet \rangle$	- iloczyn skalarny
$\ \bullet\ $	- norma elementu przestrzeni

*Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

$ \bullet $	- moduł liczby zespolonej
$E\{\bullet\}$	- operator wartości oczekiwanej
$FT\{\bullet\}$	- prosta transformacja Fouriera
$FT^{-1}\{\bullet\}$	- odwrotna transformacja Fouriera
M	- funkcja kosztów
$WT\{\bullet\}$	- transformacja Wienera
$ZT\{\bullet\}$	- transformacja Z
a_p, b_i	- rzeczywiste współczynniki wielomianów zmiennej zespolonej z
a_e	- mnożnik najlepszego estymatora sygnału wejściowego
$A(z)$	- licznik transmitancji systemu
$A_n(z)$	- licznik transmitancji n -tego systemu elementarnego
$B(z)$	- mianownik transmitancji systemu
$B_n(z)$	- mianownik transmitancji n -tego systemu elementarnego
$b(k)$	- odpowiedź impulsowa filtru pasmowoprzepustowego
c_p, d_i	- zera i bieguny wielomianów zmiennej zespolonej z
c_p	- mnożnik normujący element zbioru Θ
$e_v(\bullet)$	- element zbioru Θ , dowolna zgodna z modelem odpowiedź impulsowa systemu elementarnego
f	- częstotliwość
f_n	- częstotliwość drgań w modelu odpowiedzi impulsowej systemu elementarnego
Δf	- szerokość pasma przepustowego
g_n	- mnożnik w transmitancji systemu elementarnego zależny od m_n
$h(\bullet), h_u(\bullet)$	- odpowiedź impulsowa systemu
$h_n(\bullet)$	- odpowiedź impulsowa n -tego systemu elementarnego
$h_n^o(k)$	- odpowiedź impulsowa systemu elementarnego z wyrugowanym opóźnieniem
$h^{-1}(\bullet)$	- odpowiedź impulsowa filtru odwrotnego do $h(\bullet)$
$H(\bullet)$	- transmitancja systemu
$H^{-1}(\bullet)$	- transmitancja filtru odwrotnego do $H(\bullet)$
$H_r(\bullet)$	- transmitancja regularyzatora
I	- zbiór liczb całkowitych
k	- indeks czasu dyskretnego
k_e	- opóźnienie najlepszego estymatora sygnału wejściowego
k_n	- opóźnienie w modelu odpowiedzi impulsowej systemu elementarnego
K	- długość sygnału dyskretnego

m_n	- wskaźnik modelu
$m_j(\circ, \dots, \circ)$	- moment j -tego rzędu sygnału
$n(\circ)$	- szum
N	- liczba systemów elementarnych
$\mathbb{N}$	- zbiór liczb naturalnych
$P(\circ)$	- operator projekcji ortogonalnej
$\mathbb{R}$	- zbiór liczb rzeczywistych
$R(\circ)$	- funkcja autokorelacji
S_L	- przestrzeń L -wymiarowa
$S_L^\perp$	- ortogonalne uzupełnienie przestrzeni S_L
$u(\circ)$	- dowolny sygnał
$v(k)$	- wynik filtracji odwrotnej
$w_n(k)$	- n -ty element bazy przestrzeni
$x(\circ)$	- sygnał na wejściu systemu
$\hat{x}(k)$	- najlepszy estymator sygnału wejściowego
$y(\circ)$	- sygnał na wyjściu systemu
$y_0(k)$	- zaokienkowany sygnał wyjściowy systemu
$\alpha_{L,n}$	- n -ty współczynnik reprezentacji sygnału względem L -elementowej bazy
β_n	- mnożnik w modelu odpowiedzi impulsowej systemu elementarnego
γ_n	- współczynnik tłumienia drgań w modelu odpowiedzi impulsowej systemu elementarnego
$\delta(\circ)$	- delta Diraca lub impuls Kroneckera
Δ	- odstęp próbkowania
ε_L	- błąd aproksymacji w L -wymiarowej podprzestrzeni
$\hat{\varepsilon}_L$	- błąd aproksymacji wektora ε_{L-1} przez w_L
Θ	- zbiór wszystkich funkcji $e_v(k)$
κ	- indeks dyskretnego opóźnienia
λ	- współczynnik regularyzacji
φ	- przesunięcie fazowe

Używane skróty

LGOM	- Legnicko-Głogowski Okręg Miedziowy
OI	- odpowiedź impulsowa
SE	- system elementarny
USCWM	- unormowany stosunek chwilowych widm mocy

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

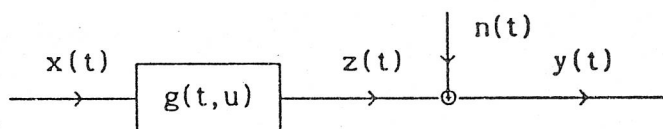
Przedmiotem rozważań zawartych w pracy jest sygnał losowy $y(t)$ obserwowany na wyjściu systemu liniowego o zerowych warunkach początkowych, będący odpowiedzią na losowy sygnał $x(t)$ na wejściu systemu. Przyjmijmy, że ten przyczynowy stabilny system liniowy, opisany za pomocą odpowiedzi impulsowej $g(t,u)$, jest systemem losowo zmiennym w czasie. W wielkości $g(t,u)$, parametr u reprezentuje moment pobudzenia systemu, a t - moment obserwacji sygnału na wyjściu. Przyjmijmy ponadto, że realizacje $x(t)$ i $g(t,u), \forall t, u \in R$ są ciągłymi funkcjami czasu.

W trakcie przejścia sygnału z wejścia na wyjście systemu sygnał jest zakłócany zarówno na wejściu, w systemie, jak i na wyjściu. Niech zakłócenia te mają charakter addytywny. Dla uproszczenia modelu sprowadźmy wspomniane zakłócenia na wyjście systemu, gdzie reprezentowane są one przez sygnał losowy $n(t)$. Wtedy sygnał $y(t)$ jest związany z sygnałem wejściowym $x(t)$, odpowiedzią impulsową $g(t,u)$ i sygnałem $n(t)$ zależnością

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(u) g(t,u) du + n(t) = z(t) + n(t) \quad (1.1)$$

Ponieważ, zgodnie z założeniami, system jest systemem stabilnym, a funkcje $x(t)$ i $g(t,u)$ są ciągłymi funkcjami czasu, powyższa całka istnieje w sensie Riemanna dla każdej pary realizacji $x(t)$ i $g(t,u)$, a wynikiem całkowania jest funkcja losowa [124]. Model (1.1) ilustruje rys. 1.1.

W swej zasadniczej części praca dotyczy sygnałów udarowych (patrz rozdz. 1.3). W konsekwencji takiego ograniczenia można przyjąć, że podczas trwania impulsu pobudzenia, odpowiedź impulsowa $g(t,u)$ zmienia się tak mało, że zmiany te można pominąć. Założenie takie jest adekwatne wtedy, gdy pobudzenie jest



Rys. 1.1. System opisany odpowiedzią impulsową $g(t,u)$, z sygnałem wejściowym $x(t)$, sygnałem wyjściowym $y(t)$ i sygnałem zakłócającym $n(t)$

Fig. 1.1. The system described by impulse response $g(t,u)$, with input signal $x(t)$, output signal $y(t)$ and noise $n(t)$

krótkotrwale i nie powoduje istotnych zmian w systemie, a wspomniana losowa zmienność odpowiedzi impulsowej jest powodowana innymi czynnikami, które nie są uwzględnione w modelu (1.1) (patrz rozdz. 1.3.1). Przyjmijmy więc, że dla danego pobudzenia system jest systemem niezmiennym w czasie, opisanym za pomocą odpowiedzi impulsowej $h_u(t)$.

W wielu zastosowaniach istnieje potrzeba wyznaczania bądź $x(t)$, bądź $h_u(t)$ lub obydwu tych wielkości. We wszystkich tych sytuacjach operacja wyznaczania tych wielkości nosi nazwę rozplatania, gdyż jest operacją odwrotną do splatania. Rozplatanie nazywane było w przeszłości dekompozycją [np. 131], lecz później zrezygnowano z tej nazwy na rzecz terminu bardziej jednoznacznego. W literaturze pojawia się również termin rozplot, który jest synonimem rozplatania, a także termin filtracja odwrotna. W niniejszej pracy termin filtracja odwrotna używany będzie do określania samej operacji filtracji. Termin rozplatanie natomiast zawiera w sobie filtrację odwrotną oraz operację wyznaczania lub estymacji transmitancji filtru odwrotnego.

Gdy pominiemy chwilowo szum pomiarowy, wówczas istnieją dwa zasadnicze typy rozplatania: rozplatanie deterministyczne i ślepe rozplatanie. Rozplatanie deterministyczne występuje wtedy, gdy oprócz $y(t)$ jest znane $h_u(t)$ albo $x(t)$. Wtedy, po zaprojektowaniu odpowiedniego filtru, właśnie poprzez filtrację można wyznaczyć bądź $x(t)$, gdyż

$$x(t) = y(t) * h_u^{-1}(t) \quad (1.2)$$

bądź $h_u(t)$, ponieważ

$$h_u(t) = y(t) * x^{-1}(t) \quad (1.3)$$

W zależnościach (1.2)-(1.3) $*$ oznacza splot, $h_u^{-1}(t)$ jest odpowiedzią impulsową filtru odwrotnego tj. filtru spełniającego zależność

$$h_u(t) * h_u^{-1}(t) = \delta(t) \quad (1.4)$$

gdzie $\delta(t)$ jest dystrybucją Diraca, $x^{-1}(t)$ zaś jest odwrotnością sygnału $x(t)$ w następującym znaczeniu

$$x(t) * x^{-1}(t) = \delta(t) \quad (1.5)$$

Zależności (1.2)-(1.5) mają swoje odpowiedniki w dziedzinie czasu dyskretnego i w dziedzinie częstotliwości. Tak więc filtracja odwrotna może być przeprowadzona we wszystkich tych dziedzinach. W niniejszej pracy skoncentrowano się na filtracji odwrotnej w dziedzinie czasu.

W wielu sytuacjach nie są znane jednak ani $x(t)$, ani $h_u(t)$, lecz tylko obserwowany sygnał $y(t)$. Wtedy zagadnienie rozdzielania $x(t)$ i $h_u(t)$ jest zagadnieniem ślepego rozplatania. W ogólnym przypadku, to znaczy w razie braku informacji a priori o zjawisku, tak postawiony problem jest nierozwiązywalny. Znane metody ślepego rozplatania bazują na pewnych założeniach dotyczących odpowiedzi impulsowych systemu i/lub sygnału wejściowego. Dopiero w oparciu na tych założeniach mogą być budowane skuteczne metody rozplatania. Pierwszym krokiem tych metod jest zwykle estymacja jednej z wielkości: sygnału wejściowego lub OI systemu, następnym dopiero filtracja odwrotna. Ślepe rozplatanie, jako rozdzielanie wielkości połączonych operacją splotu, bez precyzowania założeń dotyczących sygnału wejściowego, wydaje się być właściwszym postawieniem problemu niż to określa Haykin [53]. Zdaniem autora, Haykin niepotrzebnie zawęża problem ślepego rozplatania do problemu identyfikacji przeprowadzanej w warunkach pobudzenia systemu szumem białym.

W niniejszej pracy przedstawiono nowe rozwiązanie zagadnienia ślepego rozplatania dla klasy nieminimalnofazowych sygnałów udarowych, o potwierdzonej praktycznie skuteczności. Wcześniej, w rozdz. 1.2 dokonano przeglądu najważniejszych, znanych z literatury metod przetwarzania sygnałów, które można określić mianem metod ślepego rozplatania.

1.2. Przegląd literatury dotyczącej ślepego rozplatania

Problem ślepego rozplatania występuje w wielu sytuacjach praktycznych, z których najbardziej znane to sejsmiczne poszukiwania geologiczne, wyrównywanie charakterystyk toru przesyłowego, eliminacja odbić wprowadzanych przez pomieszczenia w systemach telefonicznych, diagnostyka urządzeń mechanicznych,

przetwarzanie sygnałów pochodzących z sonarów i radarów, analiza sygnału mowy, rozplatanie obrazów. Najwcześniej zagadnienie to rozwiązywane było dla sygnałów sejsmicznych rejestrowanych w poszukiwaniach geologicznych. Ideę rozplatania zaproponował Haskell [49] w roku 1953, a główne założenie dotyczyło OI systemu traktowanej jako realizacja nieskorelowanego procesu stochastycznego.

Koncepcja ślepego rozplatania w zasadniczy sposób zależy od możliwych do przyjęcia, w danych warunkach, założeń dotyczących OI systemu i/lub sygnału wejściowego. Te założenia są dodatkowymi informacjami o sygnale, wykorzystywanymi na etapie projektowania metod ślepego rozplatania.

Pierwsza zasadnicza grupa metod ślepego rozplatania dotyczy sygnałów powstałych w wyniku przejścia sygnału przez system, którego OI może być modelowana jako suma impulsów Diraca poprzesuowanych na osi czasu i występujących z różnymi amplitudami [np.23,25,132,150,153]. Typowym przykładem takich sygnałów są sygnały rejestrowane w sejsmicznych poszukiwaniach geologicznych [25,132,150,153]. Propagacja sygnału w głąb ziemi podlega zasadzie Huygensa. Ze względu na różnice w gęstościach i w prędkościach propagacji w różnych warstwach górotworu, na każdej granicy pomiędzy takimi warstwami następuje odbicie fali sejsmicznej, co może być modelowane za pomocą impulsu Diraca. Najbardziej znanymi metodami zaprojektowanymi przy takich założeniach są: rozplatanie *spiking*, rozplatanie prognozujące i rozplatanie homomorficzne.

W metodzie *spiking* zakłada się dodatkowo, że impulsy Diraca w OI systemu tworzą stacjonarny nieskorelowany proces stochastyczny oraz że sygnał wejściowy jest sygnałem minimalnofazowym [132,150,168]. W konsekwencji pierwszego założenia funkcja autokorelacji OI systemu jest impulsem Diraca, a więc autokorelacja sygnału wyjściowego, z wyjątkiem wartości funkcji dla zerowego przesunięcia, jest równa autokorelacji sygnału wejściowego. Przy założonej minimalnofazowości sygnału wejściowego pozwala to na estymację sygnału wejściowego. Problemem pozostaje oszacowanie długości impulsu wejściowego, które ma wpływ na wynik rozplatania. Po wyestymowaniu sygnału wejściowego filtracja odwrotna pozwala na estymację OI systemu.

Rozplatanie prognozujące bazuje na takich samych założeniach jak rozplatanie *spiking* [4,24,150,168]. W konsekwencji, to co jest w sygnale wyjściowym przewidywalne (w wyniku inicjalizacji prognozy), jest związane z sygnałem wejściowym, natomiast nieprzewidywalne są moment pojawienia się i amplituda echa (odbicia). Tak więc sygnał błędu po optymalnej w sensie średniokwadratowym filtracji innowacyjnej może być traktowany jako estymator OI systemu. Rozplatanie

spiking i rozplatanie prognozujące w pewnych warunkach są sobie równoważne [4,168].

W literaturze [4,6,77,129] można również znaleźć przykłady zastosowania filtracji Kalmana do rozplatania sygnału spełniającego powyższe założenia. Z teoretycznego punktu widzenia filtracja Kalmana jest bardziej elastyczna, jeśli chodzi o założenia np. dotyczące minimalnofazowości OI systemu. W istocie nie ma zasadniczych różnic pomiędzy filtracją Wienera i filtracją Kalmana [3,4,32,43], choć uważa się [129], że w pewnych warunkach rozplatanie z zastosowaniem filtracji Kalmana może być bardziej efektywne.

Niekiedy rezygnuje się z założenia o minimalnofazowości sygnału wejściowego, ale sposób rozwiązywania problemu implikuje inne założenia dotyczące statystycznych właściwości ciągu impulsów, z których złożona jest OI systemu. Przykładami takich metod mogą być rozplatanie na zasadzie minimum entropii [21,150], rozplatanie na zasadzie maksimum entropii [150] lub rozplatanie na zasadzie największego prawdopodobieństwa [68,109,150,158].

Wymienione metody ślepego rozplatania mają swoje warianty adaptacyjne dla przypadków, gdy sygnał jest traktowany jako proces niestacjonarny przy założonej quasi-stacjonarności. Ponadto, wszelkie dodatkowe informacje dotyczące sygnału wejściowego i OI systemu mogą być uwzględniane w metodach ślepego rozplatania, co zwiększa ich skuteczność [150].

Na początku lat siedemdziesiątych, do rozplatania sygnałów spełniających warunek, że OI systemu może być modelowana jako ciąg impulsów Diraca, wprowadzono rozplatanie homomorficzne [147,149,157]. Przy dodatkowym założeniu, że widmo sygnału wejściowego jest funkcją gładką (krótkotrwałość sygnału wejściowego), w cepstrum sygnału wyjściowego informacja o sygnale wejściowym zajmuje początkowy (w okolicach zera) zakres na osi zmiennej niezależnej [4,23,51,120,143,150,153,154]. Ta właściwość pozwala na rozdzielenie za pomocą filtrów dolno- i górnoprzepustowego informacji dotyczących sygnału wejściowego i OI systemu. Metoda jest atrakcyjna dlatego, że jej idea jest prosta i żadne założenia o fazie sygnału wejściowego nie są konieczne. W sytuacjach praktycznych metoda przysparza wielu kłopotów związanych z określeniem punktu na osi czasu rozdzielającego informacje o sygnale wejściowym i OI systemu.

Poważnym problemem jest tzw. rozwijanie fazy [120,145,154]. Rozwijanie fazy jest operacją odtwarzania ciągłej fazy sygnału na podstawie wartości głównej fazy zawartej w przedziale $[0,2\pi)$, otrzymanej jako wynik transformacji Fouriera.

Opracowanych wiele algorytmów rozwijania fazy nie rozwiązuje definitywnie tego problemu. Ponadto, jeśli czas trwania pobudzenia jest stosunkowo długi, to jego reprezentacja w cepstrum też jest zwykle długa. Jeśli w takiej sytuacji pierwsze echa w sygnale wyjściowym pojawiają się stosunkowo wcześniej, to informacje dotyczące sygnału wejściowego i OI systemu nakładają się i ich rozdzielanie za pomocą filtracji jest mało skuteczne.

Przedstawione metody ślepego rozplatania mają swoje warianty wielokanałowe. W wielu sytuacjach odpowiedź systemu na to samo pobudzenie jest rejestrowana na wielu wyjściach. Uśrednienie po zbiorze sygnałów z różnych wyjść pozwala na polepszenie jakości np. estymatora sygnału wejściowego. W rozplataniu homomorficznym takie podejście jest skuteczne w sytuacji, gdy informacja o sygnale wejściowym w cepstrum zespolonym nakłada się na informacje o OI systemu [119], co występuje, gdy widmo pobudzenia nie jest wystarczająco gładkie. Niezmiennosc sygnału wejściowego oraz losowość OI systemu powodują, że w wyniku uśredniania informacja dotycząca systemu jest usuwana. Gdy ma się estymator sygnału wejściowego, następnym krokiem jest filtracja odwrotna przeprowadzana dla każdego sygnału wyjściowego z osobna, a wynikiem są estymatory OI systemu.

Wielość algorytmów ślepego rozplatania adresowanych do identycznego modelu systemu wynika z faktu, że właściwości statystyczne ciągu impulsów, z których jest złożona OI systemu mogą zmieniać się z zastosowania na zastosowanie lub wręcz ze zmianą warunków pomiarowych. Dokładność spełnienia założenia leżącego u podstaw metody jest gwarantem skuteczności metody. Takie założenia, jak stacjonarność lub quasi-stacjonarność procesu opisującego OI systemu lub nieskorelowanie procesu, nie zawsze są spełniane w praktyce dostatecznie dobrze. Stąd też istnieje wiele sprzecznych doniesień co do skuteczności różnych metod.

We wszystkich przedstawionych metodach ślepego rozplatania bardzo ważne są zagadnienia odporności na zakłócenia. Rozplatanie homomorficzne jest bardzo czułe na zakłócenia szumowe, gdyż szum utrudnia skuteczne rozwijanie fazy oraz powoduje rozmywanie się impulsów w estymatorze OI systemu [51]. Z kolei metody średniokwadratowe są czułe na zakłócenia typu impulsowego. Dlatego wiele wysiłku jest ciągle wkładane w projektowanie algorytmów odpornych na zakłócenia [169].

W systemach telekomunikacyjnych, służących do przesyłania danych z dużą szybkością, występują zniekształcenia fazowe i amplitudowe sygnałów. Te zniekształcenia mogą powodować błędy w decyzjach, jaki symbol został przesłany. Z tego powodu w systemach tych stosuje się eliminację zniekształceń wprowadzanych przez

właściwości inercyjne torów transmisyjnych. Zwykle pierwszym krokiem transmisji danych jest przesłanie znanej sekwencji uczącej i na podstawie takiego pomiaru wyznaczana jest transmitancja filtra odwrotnego.

Przesyłanie sekwencji uczącej nie zawsze jednak jest możliwe, jak również w czasie przesyłania danych właściwości transmisyjne kanału mogą się zmieniać. Dlatego też, do eliminacji tych liniowych zniekształceń dla sygnału z modulacją PAM, Sato [138] zaproponował ślepe rozplatanie (blind equalization). Od tego czasu problem ten ma coraz to nowsze rozwiązania [np.11,12,47].

O transmitowanych sygnałach zakłada się, że kolejne dane są niezależne, ich widmo jest płaskie, znany jest rozkład prawdopodobieństwa sygnału wejściowego i najczęściej, że rozkład jest symetryczny oraz o skończonej wariancji [7,11,12,47]. Te informacje pozwalają na zdefiniowanie funkcji kosztów, bazującej na nieliniowej operacji na sygnale wyjściowym systemu, której minimalizacja prowadzi do rozwiązania zagadnienia [12,53]. Ten sposób rozwiązywania jest sposobem iteracyjnym i nosi nazwę techniki Busgang [53,117]. Niestety zbieżność metody nie jest zapewniona, gdyż funkcja kosztów nie jest funkcją wypukłą [53].

Jeśli rozkład prawdopodobieństwa jest rozkładem Gaussa, to problem taki jest rozwiązywalny jedynie przy dodatkowym założeniu, że system jest systemem minimalno- lub maksymalnofazowym [12]. W przypadku rozkładu Gaussa jesteśmy w stanie estymować jedynie moduł transmitancji. Opisywany problem eliminacji zniekształceń został teoretycznie rozwiązany jedynie dla niektórych rozkładów prawdopodobieństwa.

Drugą grupą problemów ślepego rozplatania, związaną z telekomunikacją, jest zagadnienie poprawy jakości przekazu mowy poprzez eliminację odbić sygnału w pomieszczeniu nadawczym, szczególnie w przypadkach tzw. telekonferencji [np. 14,61,163].

Osobną grupę metod ślepego rozplatania stanowią zagadnienia analizy i syntezy sygnału mowy [np.71,78,106,132]. Sygnałem wejściowym modelu, którego wyjściem jest sygnał mowy, jest sygnał emitowany przez krtani, a kanałem transmisyjnym jest przestrzeń od krtani do ust. Celem takiej analizy może być redukcja danych opisujących sygnał mowy [132]. W takiej sytuacji mniej ważne jest dokładne rozdzielanie sygnału wejściowego i OI systemu, lecz np. opisanie sygnału wejściowego za pomocą parametrów, np. [132]: binarnego parametru pobudzenia (szum/pobudzenie quasi-okresowe), częstotliwości pobudzenia quasi-okresowego i wartości skutecznej pobudzenia.

Zwykle jednak celem takiej analizy sygnału mowy jest estymacja transmitancji kanału głosowego [np.62,78,106,159]. W takiej estymacji zakłada się, że widmo pobudzenia jest płaskie w funkcji częstotliwości. Z kolei, kanał głosowy jest modelowany za pomocą odcinków cylindrycznych o jednakowej długości i różnych średnicach. W konsekwencji, parametry modelu kanału głosowego mogą być estymowane poprzez prognozę liniową. Ponieważ założenie o płaskim widmie nie jest wystarczająco dobrze spełnione w praktyce, dodatkowo przed procedurą wyznaczania współczynników odbicia filtru kratowego wykonywuje się filtrację kształtującą widmo w taki sposób, aby wspomniane założenie było spełnione.

Ślepe rozplatanie stosuje się również do przetwarzania obrazów [np.13,17,55, 56,75,76,120,148,152]. Jeśli zarejestrowany obraz jest zniekształcony przez nierównomierne oświetlenie, odbicia lub zamazanie spowodowane np. nieostrością obiektywu itp. i jeśli przyjąć, że to zniekształcenie można zamodelować za pomocą operacji liniowego splotu, to wyeliminowanie tego zniekształcenia jest możliwe poprzez rozplatanie. Gdy nie jest znana transmitancja opisująca operacje zniekształcenia, musi ona być wpierw estymowana na podstawie zarejestrowanego obrazu. Wtedy jest to już problem ślepego rozplatania. Jeśli założyć, że moduł transmitancji opisującej zniekształcenie jest funkcją gładką, to do estymacji transmitancji można zastosować rozplatanie homomorficzne [np.120] lub wygładzanie [np.75]. Inne założenia dotyczące zniekształcenia prowadzą do innych algorytmów ślepego rozplatania, choć ich wspólną cechą jest konieczność estymacji transmitancji opisującej operację zniekształcania.

Ostatnio do rozwiązywania problemu ślepego rozplatania wprowadza się statystyki wyższych rzędów [np.20,22,52,53,111,112,115,167]. Metody te bazują na momentach wyższych rzędów, kumulantach, polispektrach (wielowymiarowych widmach) i policepstrach (wielowymiarowych cepstrach). Ponieważ w statystykach wyższych rzędów zawarta jest informacja o charakterystyce fazowej systemu, w metodach tych dopuszczalne jest, aby system był mieszanofazowy. Stosowane są głównie dwie metody dojścia do rozwiązania. Pierwsza z nich wykorzystuje policepstra [np.53,113], druga - to rozwiązywanie nieliniowego układu równań [np.111,112]. Sygnał wejściowy musi mieć rozkład niegaussowski, gdyż dla rozkładu gaussowskiego kumulanty i polispektra są równe zeru. Ponadto, jeśli sygnał wejściowy ma rozkład symetryczny, to statystyki trzeciego rzędu są równe zeru i trzeba wtedy bazować na statystykach czwartego rzędu, co znacznie komplikuje dojście do rozwiązania.

Choć stosowanie statystyk wyższych rzędów pozwala na uwzględnianie w procesie rozplatania wielu wcześniej niemożliwych do uwzględnienia czynników i tym samym daje duże potencjalne możliwości, to prace nad projektowaniem skutecznych i efektywnych metod są dopiero w toku.

Z przeglądu literatury wynika, że metody ślepego rozplatania mogą być projektowane jedynie na podstawie dodatkowych informacji dotyczących sygnału wejściowego i/lub OI systemu. W konsekwencji, skuteczność danej metody zależy w zasadniczy sposób od adekwatności modelu leżącego u podstaw metody, w odniesieniu do rozplatanej metody.

Na dodatek, modele zjawisk, ze względu na możliwości zaprojektowania metody i efektywnego rozwiązania problemu ślepego rozplatania, muszą być względnie proste. Powoduje to, że spełnienie tych prostych założeń nie zawsze jest wystarczająco dobre. Założenie np. o liniowości systemu jest zwykle uproszczeniem rzeczywistości. Zastosowanie jednak np. szeregów Volterra do opisu systemu uniemożliwiłoby efektywne rozwiązanie problemu ślepego rozplatania. W przypadku sygnałów sejsmicznych, rejestrowanych w poszukiwaniach geologicznych, np. założenie o niezmienności pobudzenia obserwowanego na każdej granicy między warstwami, ze względu na zjawisko absorpcji, jest spełnione tylko w przybliżeniu. Takich przykładów można podać wiele.

Reasumując możemy stwierdzić, że zmienność możliwych do przyjęcia założeń dotyczących sygnału wejściowego i OI systemu powoduje, że projektowanie metod ślepego rozplatania pozostaje aktualnym, ważnym i interesującym problemem badawczym. Praca niniejsza zawiera opis i potwierdzenie skuteczności zupełnie nowej metody ślepego rozplatania zaprojektowanej dla sygnałów nie należących do żadnej z klas opisanych powyżej.

1.3. Cel pracy

Celem prac badawczych prowadzonych przez autora było opracowanie metody przetwarzania sygnałów udarowych (nieustalonych, wstrząsów) [8] obserwowanych na wyjściu systemu liniowego. Metoda ta ma umożliwiać wydzielanie z obserwowanego sygnału informacji, dotyczących zarówno sygnału wejściowego, jak i systemu będącego kanałem transmisyjnym od źródła do miejsca rejestracji. Sygnały udarowe występują wszędzie tam, gdzie zachodzą zjawiska typu szok, wstrząs,

eksplozja itp., czyli głównie w mechanice i geofizyce, ale również w telekomunikacji, akustyce i innych dziedzinach techniki.

Gdy nie ma możliwości wcześniejszego pomiaru charakterystyk kanału transmisyjnego lub rejestracji sygnału wejściowego, jest oczywiste, że rozdzielenia sygnału wejściowego i OI systemu można dokonać przez rozwiązanie problemu ślepego rozplatania. W trakcie badań była weryfikowana skuteczność różnych metod ślepego rozplatania w odniesieniu do podklasy sygnałów udarowych: sygnałów sejsmicznych rejestrowanych w kopalniach miedzi Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. Weryfikacji skuteczności poddano niektóre ze znanych metod rozplatania sygnałów sejsmicznych, o których wspomniano w rozdz. 1.2 (patrz rozdz. 6 oraz prace [83,86]). Nie dały one zadowalających wyników. Poza tym, wyniki innych analiz (patrz rozdz. 6 oraz [79,80,81-83,85,86,88-90]) wskazywały, że model OI systemu, jako suma impulsów Diraca, jest w przypadku analizowanych sygnałów modelem nieadekwatnym.

1.3.1. Modele sygnałów i systemu

Na podstawie uzyskanych wyników autor sformułował więc inny model. Model ten charakteryzują następujące założenia:

1. Sygnał wejściowy jest zdegenerowanym, aperiodycznym, impulsowym procesem stochastycznym o krótkotrwałych impulsach.
2. System jest stabilnym, przyczynowym i o zerowych warunkach początkowych systemem liniowym, zmiennym losowo w czasie, przy czym dla określonej realizacji procesu wejściowego jest systemem niezmiennym w czasie.
3. System stanowi równoległe połączenie niewielkiej liczby systemów elementarnych.
4. Systemy elementarne są systemami rezonansowymi.
5. Stosunek sygnał/szum jest duży.

Ad 1. Sygnał wejściowy $x(t)$ systemu jest sygnałem losowym. Jego losowość związana jest w przypadku np. sygnału sejsmicznego z losowością położenia ogniska wstrząsu, ale również z losowością przebiegu zjawiska sejsmicznego. Za model sygnału $x(t)$ przyjęto zdegenerowany aperiodyczny impulsowy proces stochastyczny. Impulsowy proces stochastyczny jest definiowany [69,74] jako ciąg impulsów, których parametry (np. położenie na osi czasu, czas trwania, amplituda, parametry opisujące kształt) są zmiennymi losowymi, tzn.

$$x(t) = \sum_i \eta_i(t - \xi_i) \quad (1.6)$$

gdzie ξ_i jest ciągiem punktów losowych [124], $\xi_i \in \mathbb{R}$; ale również $\eta_i(t)$ są losowe i są impulsami, tzn. $\eta_i(t) \neq 0$ dla $t \in [0, t_i]$ oraz $\eta_i(t) = 0$ dla $t \notin [0, t_i]$, gdzie t_i też jest zmienną losową, $t_i \in \mathbb{R}$.

Jeśli dany proces nie ma deterministycznego taktu T [69,74], tzn. nie jest spełniony warunek, że

$$\xi_i = iT + v, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \quad (1.7)$$

gdzie v jest zmienną losową o zerowej wartości średniej, to taki proces nazywa się aperiodycznym. W niniejszej pracy aperiodyczny impulsowy proces stochastyczny, którego każda realizacja zawiera jedynie pojedynczy impuls, nazywany jest zdegenerowanym aperiodycznym impulsowym procesem stochastycznym. Zgodnie z założeniami oznacza to, że sygnał wejściowy można zapisać w postaci

$$x(t) = \eta_x(t - t_x), \quad (1.8)$$

gdzie t_x jest zmienną losową.

Gdy czas trwania t_i impulsu jest relatywnie mały, w tym przypadku w stosunku do czasu trwania OI każdego z systemów elementarnych, wówczas taki sygnał nazywa się sygnałem krótkotrwałym. O każdej z realizacji procesu $x(t)$ można powiedzieć: sygnał krótkotrwały to taki sygnał o skończonej energii, którego zasadnicza część energii skoncentrowana jest wokół pewnego punktu na osi czasu. Nie jest to pojęcie, które jednoznacznie dzieli sygnały na dwie przeciwstawne grupy: krótkotrwałe i niekrótkotrwałe. Niemniej jednak, w myśl tego pojęcia, najbardziej krótkotrwałym sygnałem jest impuls Diraca, którego cała energia skoncentrowana jest w jednym punkcie. Miara krótkotrwałości, dla realizacji procesu $x(t)$, może być unormowany drugi moment centralny kwadratu sygnału [42,151].

Ad 2. Modelem systemu jest system liniowy losowo zmienny w czasie. Systemami takimi jest większość kanałów transmitujących sygnały od źródła do odbiornika [74]. Losowość ta jest związana np. ze zmianą warunków atmosferycznych w przypadku systemów radarowych, zmianą naprężeń w górotworze w przypadku sygnałów sejsmicznych itp.

Jeśli liniowy, losowo zmienny system opisać za pomocą transmitancji $H(f, u)$, to losowość jest rozumiana w ten sposób, że dla każdej częstotliwości f funkcja ta jest procesem stochastycznym. Po wprowadzaniu podstawienia $t - u = \tau$ można $g(t, u)$

przekształcić w $h(\tau, u)$. Wtedy OI $h(t, u)$ i transmitancja $H(f, u)$ są związane transformacją Fouriera

$$h(\tau, u) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f, u) e^{j2\pi f\tau} df \quad (1.9)$$

Ponieważ przyjęto, że:

- każda z realizacji procesu wejściowego zawiera jedynie pojedynczy krótkotrwały impuls,
- nie pobudzenie jest źródłem losowych zmian OI systemu,
- podczas trwania impulsu pobudzenia OI systemu niewiele się zmienia,

można przyjąć, że dla każdej realizacji procesu $y(t)$ system jest systemem niezmiennym w czasie. Ta niezmienna (dla danej realizacji) w czasie OI systemu oznaczana jest jako $h_u(t)$ lub krócej $h(t)$.

Ad 3. Założenie, że system stanowi równoległe połączenie systemów elementarnych oznacza, że jego OI jest sumą OI systemów elementarnych, tzn.

$$h_u(t) = \sum_{n=1}^N h_{u,n}(t) \quad (1.10)$$

Z kolei założenie o małej liczbie N systemów elementarnych podyktowane jest dwoma czynnikami:

- a) w większości systemów, których odpowiedź impulsowa da się opisać modelem (1.10), liczba dominujących modów drgań jest niewielka,
- b) skuteczność stosowanych procedur estymacyjnych i numerycznych maleje ze wzrostem N (patrz rozdz. 2, 3 i 5).

Ad 4. Przyjęcie warunku, że systemy elementarne są systemami rezonansowymi jest formalnym zapisem pewnych informacji a priori o zjawiskach, których model jest omawiany. Systemem rezonansowym nazywa się system pasmowoprzepustowy o relatywnie małej szerokości pasma. Założenie to, w powiązaniu z krótkotrwałością sygnału wejściowego, umożliwia separację sygnału wejściowego i OI systemu na podstawie struktury czasowo-częstotliwościowej sygnału wyjściowego (rozdz. 2.1).

Założona rezonansowość na etapie implementacji metody ulega konkretyzacji, np. jak w rozdz. 2.5.

Ad 5. Założenie, że stosunek sygnał/szum jest duży oznacza, że dla większości algorytmów opisywanych w pracy wpływ szumu $n(t)$ na uzyskiwane wyniki jest pomijalny. Wpływ ten jednak nie jest do pominięcia w przypadku operacji filtracji odwrotnej (rozdz. 3.3).

1.3.2. Stochastyczna struktura modeli sygnałów

Rozpatrywany sygnał $y(t)$ jest procesem stochastycznym określonym na przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, gdzie Ω jest niepustą przestrzenią zdarzeń elementarnych, $\mathcal{A}$ jest σ -algebrą podzbiorów zbioru Ω , a P jest miarą probabilistyczną [33, 69, 162]. Z założenia, realizacje $y(t, \xi)$ tego procesu są dla każdego $\xi \in \Omega$ ciągłymi ograniczonymi funkcjami zmiennej czasu t , $t \in \mathbb{R}$.

Proces $y(t, \xi)$ jest ciągły według prawdopodobieństwa, tzn. dla każdego $t \in \mathbb{R}$ i dowolnego $\varepsilon > 0$

$$\lim_{s \rightarrow t} P \{ \xi : |y(s, \xi) - y(t, \xi)| \geq \varepsilon \} = 0 \quad (1.11)$$

Zatem, nawet jeśli $y(t)$ nie jest procesem ośrodkowym i mierzalnym, to istnieje dla niego proces, oznaczmy go przez $\hat{y}(t)$, określony na tej samej przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, który jest ośrodkowy i mierzalny, a ponadto dla każdego t równy mu z prawdopodobieństwem 1 [162]

$$P\{y(t) = \hat{y}(t)\} = 1 \quad (1.12)$$

Jeśli więc $y(t)$ nie jest procesem ośrodkowym i mierzalnym, to w dalszej części pracy będziemy rozważać jego ośrodkową i mierzalną modyfikację.

Proces $y(t)$ na wyjściu systemu, zgodnie z modelem (1.1) można przedstawić jako sumę dwóch procesów: splotu sygnału na wejściu z OI systemu - $z(t)$ oraz szumu $n(t)$. Tylko sygnał $z(t)$ jest sygnałem zawierającym informacje, natomiast sygnał $n(t)$ jest zakłóceniem. W konsekwencji założonego modelu sygnału wejściowego i stabilności systemu, sygnał $z(t)$ jest sygnałem o skończonej energii, tzn.

$$E \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 dt \right\} < \infty \quad (1.13)$$

gdzie E jest operatorem wartości oczekiwanej.

Przyjmijmy, że sygnał wejściowy jest sygnałem niestacjonarnym, czego konsekwencją jest niestacjonarność sygnału wyjściowego $z(t)$. Sygnały udarowe zwykle są traktowane jako sygnały niestacjonarne [8, 43, 131]. Natomiast o $n(t)$ można założyć, że jest gaussowskim procesem stacjonarnym. Można przyjąć, że procesy $z(t)$ i $n(t)$ są procesami niezależnymi. W konsekwencji proces $y(t)$, jako suma procesów niestacjonarnego i stacjonarnego, jest procesem niestacjonarnym. To z kolei oznacza, że proces $y(t)$ nie jest procesem ergodycznym.

Powyższe stwierdzenie jest stwierdzeniem negatywnym z punktu widzenia analizy sygnałów, gdyż nie jest możliwe wyznaczanie statystyk procesu na podstawie jego pojedynczej realizacji. W większości sytuacji pomiarowych natomiast liczba dostępnych realizacji nie pozwala na uzyskanie wiarygodnych statystyk przez uśrednianie po zbiorze. Mimo przedstawionych powyżej zastrzeżeń, jest ogólnie przyjęte [np. 8, 73, 144, 168], że również w przypadku procesów niestacjonarnych do określenia estymatorów statystyk sygnału, uśrednianie po zbiorze realizacji jest zastępowane przez uśrednianie po czasie. W taki właśnie sposób w rozdz. 4.3 wyznacza się estymator momentu czwartego rzędu sygnału.

Powszechnie do opisu sygnałów niestacjonarnych stosuje się dwuwymiarową funkcję autokorelacji $R(t_1, t_2)$, jednak dwuwymiarowa funkcja autokorelacji jest w przypadku rozważanych sygnałów niewystarczająca do ich opisu (patrz rozdz. 4.3). W konsekwencji, po uwzględnieniu dodatkowo zainteresowania trajektoriami sygnału wejściowego i OI systemu do realizacji procesów $x(t)$ i $h_u(t)$, a nie ich wielkościami uśrednionymi po zbiorze realizacji, w większości fragmentów niniejszej pracy są analizowane realizacje procesu $y(t)$. Dotyczy to w szczególności zagadnienia estymacji OI systemu (rozdz. 2).

Szum pomiarowy ma zwykle negatywny wpływ na wyniki analizy. Aby zmniejszyć taki wpływ, często stosuje się uśrednianie lub opis wyników za pomocą jego statystyk. Chęć minimalizacji wpływu szumu jest jednym z powodów, dla którego w rozdz. 4.3 są rozważane momenty czwartego rzędu, pomimo że analizowana jest realizacja niestacjonarnego procesu.

Problem ślepego rozplatania jest problemem estymacyjnym, tzn. że w wyniku przetwarzania sygnału wyjściowego $y(t)$ uzyskujemy estymatory OI $h_u(t)$ systemu i sygnału wejściowego $x(t)$. Estymacja jest odwzorowaniem za pomocą procedury estymacyjnej jednej przestrzeni probabilistycznej - przestrzeni obserwacji - w drugą przestrzeń probabilistyczną - przestrzeń wyników. W pracy niniejszej stosuje się estymację punktową, tzn. jeden element przestrzeni obserwacji jest przetwarzany w jeden element przestrzeni wyników. Estymatory są wielkościami losowymi zależnymi nie tylko od wyboru elementu przestrzeni obserwacji, ale również od procedury estymacyjnej.

Nieodłącznym elementem estymacji jest błąd estymacji. Jest powszechnie uznawane, że integralną częścią procedury estymacyjnej powinna być ocena błędów estymacji. Z tym przekonaniem jednak wiąże się kilka problemów [27]. Po pierwsze, aby oszacować błędy estymacji trzeba znać statystyki estymowanej wielkości. Po drugie, ocena jakości estymatora jest zależna od wyboru kryterium jakości, a ten

wybór jest w znacznej części wyborem subiektywnym. Nie ma uniwersalnej definicji dobrego estymatora. Po trzecie wreszcie, można spotkać opinie [27], że poza zaspokojeniem ciekawości, nie ma istotnego pożytku z takiego oszacowania błędów, co jest konsekwencją dwóch pierwszych problemów.

W związku z tym, kluczowym problemem jest wybór kryterium jakości estymatora, a nie wielkość błędów. Jest spora grupa takich kryteriów. Najpopularniejszym z nich jest kryterium minimum błędu średniokwadratowego, inne znane kryteria to: największego prawdopodobieństwa, minimax, minimum entropii i maksimum entropii [8,27,53,110].

Średniokwadratowy błąd estymacji zdefiniowany jest jako

$$\varepsilon \triangleq E\{[\tilde{\phi} - \phi]^2\}, \quad (1.14)$$

gdzie ϕ i $\tilde{\phi}$ są wielkością estymowaną i estymatorem tej wielkości. Wielkością ϕ w (1.14) może być zarówno sygnał, OI systemu, jak i statystyki tych wielkości. Z zależności (1.14) wyprowadza się, że

$$\varepsilon = (E\{\tilde{\phi}^2\} - E^2\{\tilde{\phi}\}) + E\{[E\{\tilde{\phi}\} - \phi]^2\} = D^2[\tilde{\phi}] + b^2[\tilde{\phi}] \quad (1.15)$$

Jak wynika z zależności (1.15) średniokwadratowy błąd estymacji składa się z: wariancji estymatora - $D^2[\tilde{\phi}]$ i błędu obciążenia estymatora - $b^2[\tilde{\phi}]$. Pożądane jest, aby estymator był estymatorem nieobciążonym i aby jego wariancja była minimalna.

Dany estymator nieobciążony (o zerowym błędzie obciążenia) jest estymatorem bardziej efektywnym od innego estymatora, jeśli jego wariancja jest mniejsza. Estymator nazywamy estymatorem zgodnym, jeśli ze wzrostem liczności próby dany estymator jest zbieżny według prawdopodobieństwa do wartości estymowanej wielkości.

Należy pamiętać o tym, że celem estymacji jest uzyskanie pewnej informacji. Jaka jest to informacja jest kwestią pierwszoplanową. Rozważając choćby problem estymacji widma, istotne jest czy dla nas ważniejsze jest oszacowanie częstotliwości drgań czy obwiedni widma [np. 98].

Nie ulega wątpliwości, że idealną procedurę estymacyjną powinno cechować [27]:

- a) stosowne do celu estymacji zdefiniowanie obiektywnego kryterium jakości estymatora,
- b) efektywność wyznaczania ekstremum.

Należy jeszcze wspomnieć o bardzo mocnym narzędziu badania jakości estymacji, jakim jest symulacja Monte Carlo [27]. To podejście dostarcza globalnego ilościowego opisu dokładności procedury estymacyjnej.

Rozdziały 2, 3 i 4 zawierają opisy procedur estymacyjnych trajektorii OI systemu i trajektorii sygnału wejściowego. Stosowanym kryterium jakości jest minimum błędu średniokwadratowego.

1.3.3. Dodatkowe ustalenia

Po uwzględnieniu założenia 3. z rozdz. 1.3.1, zależność (1.1) można zapisać w postaci

$$y(t) = \sum_{n=1}^N x(t) * h_{u,n}(t) + n(t) \quad (1.16)$$

Przedstawione w pozostałych rozdziałach niniejszej pracy algorytmy przetwarzania sygnałów oraz przykładowe wyniki przetwarzania dotyczą sygnałów dyskretnych. Kolejne próbki tych sygnałów występują w odstępach Δ , a więc $t = k\Delta$, $k \in \mathbb{N}$.

W niniejszej pracy zaproponowano skuteczną metodę rozwiązywania zagadnienia ślepego rozplatania dla klasy sygnałów udarowych spełniających podane założenia. Opracowana metoda składa się z dwóch podstawowych kroków: pierwszy to estymacja OI systemu, a drugi to projektowanie filtru odwrotnego i filtracja odwrotna połączone z optymalizacją. Istotnym składnikiem metody jest optymalizacja. Pozwala ona na minimalizację błędów popełnionych w pierwszym etapie metody i w ten sposób oszacowanie zarówno sygnału $x(t)$, jak i $h_u(t)$ jest dobrej jakości. Błędy estymacji OI systemu wynikają nie tylko z problemów estymacyjnych, ale przede wszystkim z metody estymacji (patrz rozdz. 2.1 i 2.3.3).

Na podstawie znanej literatury autor stwierdza, że tak postawiony problem nie został wcześniej rozwiązany. Natomiast z literatury są znane rozwiązania pewnych, fragmentarycznych z punktu widzenia niniejszej pracy zagadnień, uzyskane w związku z rozwiązywaniem innych problemów [np. 1, 9, 10, 30, 130, 141]. Aby zachować ciągłość rozumowania, rozwiązania te zostały włączone do pracy z zaznaczeniem ich pochodzenia.

1.4. Układ pracy

Rozdział 1 zawiera wprowadzenie do pracy, w tym: przegląd literatury dotyczącej ślepego rozplatania, postawienie problemu rozwiązywanego w pracy i omówienie

modeli sygnałów i systemu będących przedmiotem zainteresowania. Rozdziały 2-4 stanowią zasadniczą część pracy i zawierają opis kolejnych kroków rozwiązywania problemu ślepego rozplatania. Rozdziały 5-6 zawierają przykładowe wyniki przetwarzania i analizy sygnałów modelowych i sygnałów sejsmicznych. Pewne szczegółowe zagadnienia przedstawiono w dodatkach. Podane w pracy rozwiązania są w zdecydowanej większości wynikami własnymi autora. Jeśli w pracy wykorzystywane są wyniki innych autorów, to jest to wyraźnie zaznaczone, chyba że stanowią one wiedzę ogólną.

W rozdziale 2 przedstawiono metodę estymacji OI systemu. Koncepcja estymacji oparta jest na selekcji, spośród zbioru wszystkich możliwych w danych warunkach OI systemów elementarnych, bazy podprzestrzeni przestrzeni l_2 , dopasowanej do sygnału. W dalszej części rozdz. 2. wprowadzono założenie ograniczające klasę możliwych OI systemów elementarnych. Dla tej podklasy zaproponowano kilka algorytmów wspomagających efektywność estymacji OI systemu. Wynikiem zastosowania kroku metody rozplatania opisanej w rozdz. 2 jest estymator OI systemu.

W rozdziale 3 podano zależności opisujące transmitancję filtra odwrotnego do systemu, którego OI jest opisana zależnościami podanymi w rozdz. 2. Zależności te pozwalają na przeprowadzenie filtracji odwrotnej. Problemem na jaki napotyka filtracja odwrotna to problem stabilizacji filtra odwrotnego, który ze względu na nieminimalnofazowość systemu jest filtrem niestabilnym. Choć problem ten znany jest z literatury, w rozdziale tym podano trzy algorytmy stabilizacji adekwatne do rozważanych uwarunkowań, z których drugi i trzeci zawierają istotne elementy własne autora. W rozdziale tym przedstawiono również problem złego uwarunkowania filtracji odwrotnej i zaprezentowano, przyjęte na podstawie literatury, rozwiązanie regularizacyjne. Zależności podane w rozdziale 3 pozwalają na przeprowadzenie filtracji odwrotnej, której wynikiem jest estymator sygnału wejściowego. Jakość tego estymatora, ze względu na błędy estymacji OI systemu, jest zwykle niezadowolająca, ale może być poprawiona w sposób opisany w rozdz. 4.

W rozdziale 4 przedstawiono wyniki analizy wpływu błędów estymacji najistotniejszych parametrów opisujących OI systemu na wynik filtracji odwrotnej. W konsekwencji zaproponowano metodę poprawy jakości tych estymatorów, a w rezultacie jakości estymatora sygnału wejściowego. Metoda ta jest metodą optymalizacyjną, polega na znalezieniu minimum funkcji kosztów, zdefiniowanej na bazie statystyk wyższych rzędów sygnału po filtracji odwrotnej. Wprowadzenie statystyk wyższych rzędów pozwoliło na uwzględnianie zależności fazowych

występujących w sygnale, gdyż statystyki drugiego rzędu są z tego punktu widzenia niewystarczające.

Rozdział 5 zawiera wyniki potwierdzające skuteczność opisanej metody ślepego rozplatania, uzyskane metodą symulacyjną. W szczególności rozważany jest problem wpływu zastosowania algorytmów wspomagających estymację OI systemu na dokładność estymacji OI systemu, wyboru jednego z trzech opisanych algorytmów stabilizacji filtru odwrotnego, wpływu szumu pomiarowego i regularyzacji na wynik filtracji odwrotnej, wpływu błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu na wynik filtracji odwrotnej oraz wpływu definicji funkcji kosztów na wynik estymacji sygnału wejściowego. Wszystkie te elementy, również z powodów numerycznych, mają bardzo istotny wpływ na wynik końcowy rozplatania.

Rozdział 6 zawiera wyniki analizy i rozplatania sygnałów sejsmicznych zarejestrowanych w ZG Rudna, będących przykładem sygnałów spełniających założenia przedstawione w rozdz. 1.3. Wyniki te świadczą o skuteczności metody w zastosowaniu do sygnałów rzeczywistych. W rozdziale 6 zawarto między innymi analizę dotyczącą adekwatności zastosowanego modelu sygnału, analizę relacji czasowo-częstotliwościowych, występujących w sygnale, analizę związków parametrów opisujących OI systemu z sytuacją pomiarową i sugestie wykorzystania tych związków. Rozdział ten zawiera również przykładowy wynik rozplatania sygnału sejsmicznego.

Z kolei, rozdział 7 zawiera podsumowanie wyników uzyskanych w niniejszej pracy. Praca zawiera również 3 dodatki, które zawierają wyniki rozwiązania mniej istotnych problemów.

2. ESTYMACJA ODPOWIEDZI IMPULSOWEJ SYSTEMU

Pierwszym krokiem prezentowanej metody ślepego rozplatania jest - jak wspomniano - estymacja odpowiedzi impulsowej systemu. Koncepcję tej estymacji, opartej na selekcji *dopasowanej* do sygnału (w sensie określonym w dalszej części rozdziału) bazy podprzestrzeni przestrzeni l_2 oraz projekcji ortogonalnej na tę podprzestrzeń, przedstawiono w rozdz. 2.1. Ponieważ estymacja OI systemu wykonywana jest z zastosowaniem metod przestrzeni sygnałów, w rozdz. 2.2 omówiono podstawowe cechy przestrzeni l_2 . W rozdziale 2.2 określono również sygnał $y_0(k)$ powstający w wyniku okienkowania sygnału wyjściowego $y(k)$ oraz zbiór Θ , będący zbiorem odpowiedzi impulsowych SE, należących do l_2 . Podstawowym narzędziem estymacji OI systemu jest projekcja ortogonalna. Sposób jej zastosowania zaprezentowano w rozdz. 2.3. W rozdziale 2.4 przedstawiono przykład estymacji OI systemu.

Grupę stosowanych w pracy modeli odpowiedzi impulsowych SE, stanowiących podklasę możliwych modeli opisanych w rozdz. 1.3.1, zaprezentowano w rozdz. 2.5. W rozdziale 2.5.1 wykazano, że podklasa ta zawiera podzbiory stanowiące bazę przestrzeni l_2 . Estymacja OI systemu, jako część metody rozplatania, może mieć różne warianty w zależności od zastosowanego modelu OI systemu elementarnego, długości sygnału i innych czynników. W rozdziale 2.6 przedstawiono opis algorytmów wspomagających estymację OI systemu, a w rozdz. 2.7 - trzy adekwatne (dla analizowanych sygnałów) algorytmy estymacji opóźnień czasowych. Rozdział 2.8 zawiera podsumowanie rozdz. 2.

2.1. Koncepcja estymacji

Sygnał wejściowy $x(t)$ jest sygnałem krótkotrwałym, oznacza to, że

$$x(k) \approx a_x \delta(k-k_x), \quad (2.1)$$

gdzie $\delta(k)$ jest impulsem Kroneckera, a_x i k_x zaś są stałymi ($a_x \in \mathbb{R}$, $k_x \in \mathbb{N}$). Z kolei,

dla systemu elementarnego typu rezonansowego, jego OI, nawet w pierwszym przybliżeniu, nie przypomina impulsu Kroneckera. Tak więc, zależność (1.16) można zapisać w postaci

$$y(k) \approx a_x \sum_{n=1}^N h_n(k-k_x) + n(k) = a_x h(k-k_x) + n(k) \quad (2.2)$$

Zależność (2.2) odpowiada - de facto - sumie częściowej

$$y(k) = \sum_{n=1}^L \alpha_{L,n} w_n(k) + \varepsilon_L(k) = s_L(k) + \varepsilon_L(k), \quad (2.3)$$

gdzie zbiór współczynników $\{\alpha_{L,n}: n=1,...,L\}$ jest reprezentacją sygnału $y(k)$ względem ustalonej bazy $\{w_n(k): n=1,...,L\}$, $\varepsilon_L(k)$ zaś jest błędem aproksymacji w L -wymiarowej podprzestrzeni rozpiętej na bazie $\{w_1,...,w_L\}$. Z porównania zależności (2.2) i (2.3) wynika, że $s_L(k)$ jest składnikiem odpowiadającym wielkości $a_x h(k-k_x)$ z wzoru (2.2). Z kolei, błąd $\varepsilon_L(k)$ zawiera szum $n(k)$, ale nie jest z nim tożsamy, zaś L odpowiada N .

Z podobieństwa zależności (2.2) i (2.3) wynika koncepcja estymacji OI systemu. Koncepcja ta polega na wyznaczaniu estymatora OI całego systemu poprzez wybór *dopasowanej* do sygnału $y(k)$ bazy podprzestrzeni l_2 , a następnie - projekcji ortogonalnej sygnału wyjściowego $y(k)$ na tę podprzestrzeń. Elementami tej bazy powinny być funkcje opisujące OI systemów elementarnych. Szczegóły tej koncepcji zawarte są w podrozdziałach 2.2 i 2.3.

Ze względu na ograniczenie, że elementami bazy mogą być jedynie OI SE, baza $\{w_n(k): n=1,...,L\}$ w ogólnym przypadku nie będzie bazą ortogonalną. W przypadku bazy nieortogonalnej możliwa jest oczywiście jej ortonormalizacja, ale w opisywanej sytuacji, jak to wynika z następnych podrozdziałów, taka ortonormalizacja nie jest uzasadniona.

Wynika z tego, że zagadnienie estymacji OI systemu będzie rozwiązywane z zastosowaniem metod przestrzeni sygnałów.

2.2. Przestrzeń sygnałów

Przestrzeń l_2 jest liniową przestrzenią metryczną ciągów liczbowych (sygnałów dyskretnych) $u = \{u(1), u(2), ..., u(k), ...\}$, dla których [70,72,135] szereg

$$\sum_{k=1}^{\infty} |u(k)|^2 \quad (2.4)$$

jest zbieżny (do skończonej granicy) i w której odległość $\rho(u_1, u_2)$ pomiędzy elementami u_1 i u_2 , zdefiniowana jest następująco:

$$\rho(u_1, u_2) \triangleq \left(\sum_{k=1}^{\infty} |u_1(k) - u_2(k)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

Jest to więc przestrzeń zawierająca dyskretne sygnały o skończonej energii, a elementy tej przestrzeni są nazywane wektorami.

Jeśli w przestrzeni l_2 zdefiniować normę elementu przestrzeni i iloczyn skalarny jako

$$\|u\| \triangleq \left(\sum_{k=1}^{\infty} |u(k)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

oraz

$$\langle u_1, u_2 \rangle \triangleq \sum_{k=1}^{\infty} u_1(k) u_2(k), \quad (2.10)$$

to taka przestrzeń jest przestrzenią unitarną. Ponieważ l_2 jest jednocześnie przestrzenią zupełną, jest więc również przestrzenią Hilberta [70, 72, 135, 151].

Realizacje procesu $y(k)$ nie są sygnałami o skończonej energii ze względu na stacjonarność szumu $n(k)$. Niemniej jednak sygnał $y(k)$ można przetworzyć w taki sygnał $y_0(k)$, który będzie sygnałem o skończonej energii. Operacją umożliwiającą to jest okienkowanie. Określmy sygnał $y_0(k)$ jako

$$y_0(k) = o(k)y(k), \quad (2.6)$$

gdzie $o(k)$ jest oknem czasowym zdefiniowanym następująco

$$\begin{aligned} o(k) &= e^{-\gamma_0(k-k_p)\Delta}, \quad \forall k \in [k_p, k_k] \\ o(k) &= 0, \quad \forall k \notin [k_p, k_k] \\ k_k - k_p &< \infty \end{aligned} \quad (2.7)$$

Jeśli $\gamma_0 = 0$, to

$$y_0(k) = y(k); \quad \forall k \in [k_p, k_k] \quad (2.8)$$

Zwykle w tego typu okienkowaniu przyjmuje się, że γ_0 jest bliskie zera.

Ustalmy czas dyskretny k_p tak, aby był on mniejszy od czasu k_x rozpoczęcia pobudzenia $x(k)$ oraz $(k_k - k_p)$ wystarczająco duże, wówczas opisana operacja okienkowania nie wpływa negatywnie na możliwość wydzielenia z $y_0(k)$ (w stosunku do $y(k)$) informacji dotyczących sygnału wejściowego i OI systemu. W konsekwencji operacji okienkowania sygnał $y_0(k)$ jest elementem przestrzeni l_2 .

Niech Θ będzie zbiorem funkcji $e_v(k)$ (v należy do zbioru mocy continuum) zawierającym wszystkie możliwe, zgodnie z modelem (patrz rozdz. 1.3.1) i z oczekiwaniami (informacja a priori), unormowane odpowiedzi impulsowe SE ($\|e_v(k)\| = 1$). Ponieważ system jest systemem stabilnym, więc zdyskretyzowane OI systemów elementarnych są elementami przestrzeni l_2 . Zbiór wszystkich kombinacji liniowych wektorów $e_v(k)$ nazywany jest liniowym dopełnieniem zbioru Θ lub linealem rozpiętym na tych wektorach [128,142]. W omawianym przypadku to liniowe dopełnienie zbioru Θ nie musi, choć może, być tożsame z przestrzenią l_2 (patrz rozdz. 2.5.1).

Dla ilustracji przyjmijmy chwilowo, że dowolną OI systemu elementarnego można opisać zależnością

$$h_n(k) = \beta_n 1(k-k_n) [(k-k_n)\Delta]^{m_n} e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta) \quad (2.11)$$

gdzie m_n jest wskaźnikiem modelu ($m_n = 0, 1, 2, \dots$), β_n jest mnożnikiem ($\beta_n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$), $1(k)$ jest dyskretnym skokiem jednostkowym, k_n jest opóźnieniem czasowym ($k_n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$), γ_n jest współczynnikiem tłumienia drgań ($\gamma_n \in (0, \Gamma]$) a f_n jest częstotliwością drgań ($f_n \in (0, 1/2\Delta)$).

Liczba Γ ogranicza zmienność γ_n w taki sposób, aby OI systemu elementarnego nie była krótkotrwała. Parametry β_n , k_n , m_n , γ_n i f_n modelu (2.11) mogą zmieniać się niezależnie względem siebie.

Dla modelu (2.11) zbiór Θ , zawierający wszystkie z dokładnością do stałego mnożnika możliwe OI systemu elementarnego, ma postać

$$\Theta = \{e_v(k)\} = \{c_v 1(k-k_v) [(k-k_v)\Delta]^{m_v} e^{-\gamma_v(k-k_v)\Delta} \sin(2\pi f_v(k-k_v)\Delta)\} \quad (2.12)$$

gdzie c_v jest mnożnikiem ustalonym tak, aby norma elementu $e_v(k)$ była równa jeden.

W ogólnym przypadku, zbiór Θ zawiera nieskończony nieprzeliczalny zbiór elementów. Z przeliczalności dowolnej bazy przestrzeni l_2 oraz nieprzeliczalności zbioru Θ wynika, że zbiór Θ w całości jest zbyt duży, aby stanowić zbiór elementów liniowo niezależnych. Jest to powód wystarczający, aby zbiór Θ nie mógł być bazą liniowego dopełnienia zbioru Θ , a więc również przestrzeni l_2 lub jej podprzestrzeni.

2.3. Wybór bazy podprzestrzeni

Uwzględniwszy założenie sformułowane w rozdz. 2.1, że elementami bazy mogą być jedynie funkcje opisujące OI systemów elementarnych, czyli elementy zbioru Θ ,

oraz fakt, że zbiór Θ w całości nie jest zbiorem liniowo niezależnym, niezbędny jest algorytm wyboru spośród elementów zbioru Θ elementów mających stanowić bazę L -wymiarowej podprzestrzeni. Ustalenie, że ma to być baza podprzestrzeni, a nie całej przestrzeni l_2 jest konsekwencją założenia, że liczba N równoległe połączonych systemów elementarnych jest skończona.

Ponadto, w omawianej metodzie pojęcie przestrzeni sygnałów stosowane jest w celu estymacji OI systemu i to dla konkretnego sygnału $y_0(k)$. Tak więc, zmienność systemu w czasie i wpływ tej zmienności na realizację sygnału wyjściowego powinna być odzwierciedlona w wyborze bazy, co wynika z porównania zależności (2.2) i (2.3). Oznacza to, że dla każdej realizacji procesu można spodziewać się innej bazy $\{w_n(k): n=1,...,L\}$, czyli będzie to baza *dopasowana* do sygnału $y_0(k)$, a nie jedna baza wybrana, np. dla danego procesu.

Aby móc zaprojektować algorytm wyboru bazy *dopasowanej* do sygnału $y_0(k)$, potrzebne są zasady jej wyboru.

2.3.1. Zasady wyboru bazy

Uwzględniając optymalność oraz efektywność wyboru, na podstawie wyników wykonanych eksperymentów [86-90], ustalono następujące zasady wyboru bazy podprzestrzeni:

1. Elementami bazy mogą być wyłącznie funkcje należące do zbioru Θ .
2. Ze zbioru Θ wybierane są wyłącznie elementy liniowo niezależne.
3. Liczba L elementów bazy powinna być równa liczbie N równoległe połączonych systemów elementarnych.
4. Algorytm wyboru jest algorytmem rekurencyjnym.
5. Ze zbioru Θ wybierane są kolejno takie elementy w_{L+1} , które zapewniają najlepszą w sensie średniokwadratowym aproksymację wektora ε_L , będącego wektorem błędu aproksymacji w przestrzeni $span\{w_1,...,w_L\}$.

Ad 1. Uzasadnienie zasady, że elementami bazy $\{w_n: n=1,...,L\}$ mogą być wyłącznie elementy zbioru Θ wynika z koncepcji estymacji OI systemu bazującej na porównaniu zależności (2.2) i (2.3). Wybór np. jednej ze znanych baz mógłby zapewnić rozpięcie całej przestrzeni l_2 i ortogonalność bazy, co wiąże się z pozytywnymi konsekwencjami [70,142,151]. Nie zostałyby jednak wtedy zachowane odpowiedniość (2.2) i (2.3) oraz wiążąca się z tym szybka zbieżność (2.3). Nie byłaby to więc estymacja OI systemu, a taki jest przecież cel części metody rozplatania

opisywanej w niniejszym rozdziale. Osobnym problemem jest ustalenie zawartości zbioru Θ . Wymagać to będzie pewnej informacji a priori o systemie, pozwalającej na uściślenie jakich OI elementarnych systemów rezonansowych można się spodziewać.

Ad 2. Tylko elementy liniowo niezależne mogą tworzyć bazę dowolnej przestrzeni lub podprzestrzeni, a w zbiorze Θ w ogólnym przypadku jest wiele elementów liniowo zależnych. Tak więc, algorytm wyboru musi zapewnić wspomnianą niezależność przez sprawdzenie relacji danego elementu branego pod uwagę jako element bazy w stosunku do ustalonego wcześniej podzbioru bazy.

Ad 3. Ponieważ celem wyznaczania sumy częściowej s_L jest estymacja OI systemu, liczba elementów bazy powinna być równa liczbie równolegle połączonych systemów elementarnych. Jeśli N jest znane, to należy ustalić $L=N$. Jeśli N nie jest znane, to potrzebna jest procedura estymacji tej liczby. Zgodnie z założeniami przedstawionymi w rozdz. 1.3.1 liczba systemów elementarnych N jest mała, czyli L też powinno być małe. W konsekwencji wybrana baza $\{w_n: n=1,...,L\}$ nie rozpina całej przestrzeni l_2 , lecz jedynie jej podprzestrzeń wymiaru L i w ogólnym przypadku sygnał y_0 nie będzie należał do tej podprzestrzeni (patrz rozdz. 2.4, 5.2 i 6.8).

Ad 4. Zwykle w zagadnieniach reprezentowania sygnału w przestrzeni baza tej przestrzeni jest ustalona, a poszukiwana jest jedynie reprezentacja sygnału. Natomiast rozważany problem estymacji OI systemu jest przede wszystkim problemem wyboru bazy skończenie wymiarowej, która zapewni minimalny średniokwadratowy błąd aproksymacji. Przyjęto zasadę, że baza ta będzie ustalana rekurencyjnie w tym sensie, że najpierw ustalony zostanie element w_1 , później - nie zmieniając już elementu w_1 - element w_2 itd. Są dwa argumenty uzasadniające taką zasadę. Po pierwsze, taki algorytm jest algorytmem bardziej efektywnym niż algorytm jednoczesnego wyboru L elementów bazy. Po drugie, gdy nie jest znana liczba N równolegle połączonych SE, wówczas liczba ta musi być estymowana, a proponowany sposób estymacji liczby N (rozdz. 2.3.3) bazuje na błędach ε_L uzyskiwanych dla kolejnych L .

Ad 5. Liniowa niezależność elementów nie jest warunkiem wystarczającym wyboru bazy z punktu widzenia estymacji OI systemu. W przestrzeni l_2 liczba możliwych baz jest bowiem nieskończona. Przy założonym dużym stosunku sygnał/szum, miarą zgodności zależności (2.2) i (2.3), czyli podobieństwa wektorów y_0 i s_L jest norma wektora błędu ε_L . W warunkach przyjętej rekurencyjności wyboru i nieortogonalności bazy, minimalizacja błędu ε_L poprzez wybór bazy $\{w_1,...,w_L\}$ w

ogólności nie jest możliwa (z wyjątkiem przypadku $L = 1$), gdyż jest to uwarunkowane wcześniejszym wyborem podzbioru $\{w_1, \dots, w_{L-1}\}$. Zamiast tego można natomiast minimalizować, przez wybór elementu w_L , błąd $\hat{\epsilon}_L$, który jest określony jako błąd aproksymacji wektora ϵ_{L-1} w podprzestrzeni rozpinanej przez wektor w_L . Tak więc, na kolejnym etapie wyboru, przy ustalonym podzbiore $\{w_1, \dots, w_{L-1}\}$, minimalizacja błędu $\hat{\epsilon}_L$ pozwala na optymalny w tych warunkach i w sensie średniokwadratowym wybór elementu w_L (rozdz. 2.3.2). W przestrzeni Hilberta, która jest przestrzenią silnie unormowaną [128], zagadnienie takie jest jednoznacznie rozwiązywalne [128], a narzędziem takiego wyboru jest projekcja ortogonalna.

Gdyby baza $\{w_1, \dots, w_L\}$ była bazą ortogonalną, minimalizacja błędu $\hat{\epsilon}_L$ powodowałaby jednocześnie minimalizację błędu ϵ_L i prowadziłaby do globalnej optymalności wyboru elementu w_L . W przypadku bazy nieortogonalnej można mówić o lokalnej optymalności lub quasi-optymalności wyboru. W analizowanych sytuacjach praktycznych wartości przyjmowane przez iloczyny skalarne $\langle w_i, w_j \rangle$, $i, j \in \{1, \dots, L\}$, $i \neq j$, $\|w_i\| = \|w_j\| = 1$ są bliskie zera (patrz rozdz. 5.2 i 6.8), czego konsekwencją jest uzyskiwanie rozwiązania problemu wyboru bazy bliskiego rozwiązaniu globalnie optymalnemu.

2.3.2. Wybór $(L+1)$. elementu bazy

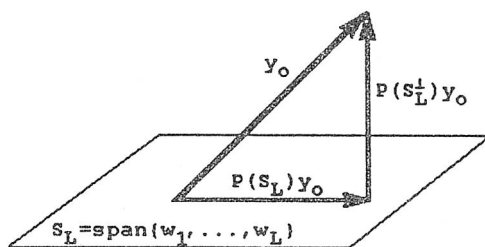
Niech S_L oznacza podprzestrzeń przestrzeni l_2 rozpiętą przez bazę $\{w_1, \dots, w_L\}$ tzn.:

$$S_L = \text{span} \{w_1, \dots, w_L\}, \quad L \geq 1 \quad (2.13)$$

Niech $P(S_L)y_0$ oznacza projekcję ortogonalną wektora y_0 na podprzestrzeń S_L , a $P(S_L^\perp)y_0$ - projekcję ortogonalną na ortogonalne uzupełnienie podprzestrzeni S_L względem l_2 ($S_L \subset l_2$), tzn.:

$$l_2 = S_L \oplus S_L^\perp \quad (2.14)$$

Niech $P(u)y_0$ oznacza projekcję ortogonalną wektora y_0 na przestrzeń rozpiętą przez wektor u . Tak więc $P(u)P(S_L^\perp)y_0$ oznacza projekcję ortogonalną na przestrzeń rozpiętą przez wektor u projekcji ortogonalnej wektora y_0 na ortogonalne uzupełnienie podprzestrzeni S_L . Elementy opisywanej projekcji ortogonalnej ilustruje rys. 2.1



Rys. 2.1. Elementy projekcji ortogonalnej

Fig. 2.1. Elements of orthogonal projection

W proponowanej metodzie wybór kolejnych elementów bazy dokonywany jest w sposób rekurencyjny. Niech będzie znane rozwiązanie dla kroku L , tzn. znane są baza $\{w_1, \dots, w_L\}$ i $\varepsilon_L = P(S_L^\perp)y_0$, przy czym ε_L nie jest wektorem zerowym. Zadanie polega na wyborze ze zbioru Θ , zgodnie z zasadami przedstawionymi w rozdz. 2.3.1, elementu, który będzie stanowił $(L+1)$. element bazy. Musi to być element liniowo niezależny względem elementów $\{w_1, \dots, w_L\}$.

Stwierdzenie 2.1. Element e_v jest liniowo niezależny względem podzbioru $\{w_1, \dots, w_L\}$ elementów liniowo niezależnych, jeśli

$$\|P(e_v)P(S_L^\perp)y_0\| > 0 \quad (2.15)$$

Dowód. $P(S_L^\perp)y_0$ należy do ortogonalnego uzupełnienia $S_L^\perp$ podprzestrzeni S_L . Gdyby wektor e_v można było przedstawić jako liniową kombinację wektorów $\{w_1, \dots, w_L\}$, wówczas należałby on do podprzestrzeni S_L . Wtedy rzut wektora $P(S_L^\perp)y_0$ na wektor e_v byłby wektorem o normie równej zero, a w przestrzeni Hilberta jest to równoważne temu, że wektor e_v jest wektorem zerowym. Tak więc, żaden z wektorów należących do uzupełnienia $S_L^\perp$, w tym w szczególności wektor e_v , nie może być przedstawiony jako liniowa kombinacja wektorów $\{w_1, \dots, w_L\}$. ■

Poza liniową niezależnością, wektor w_{L+1} musi być takim elementem zbioru Θ , który zapewni minimalną wartość normy wektora błędu $\hat{\varepsilon}_{L+1}$.

Stwierdzenie 2.2. Wektor w_{L+1} jest liniowo niezależnym elementem zbioru Θ względem zbioru $\{w_1, \dots, w_L\}$, dla którego

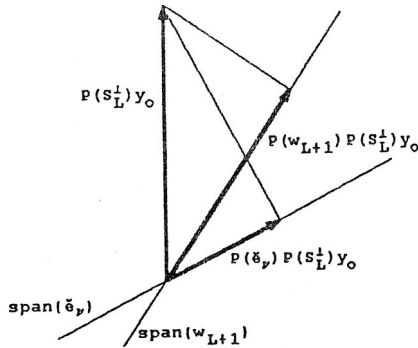
$$\|P(w_{L+1})P(S_L^\perp)y_0\| \geq \|P(e_v)P(S_L^\perp)y_0\|, \quad e_v \in \Theta \quad (2.16)$$

Dowód. Stwierdzenie 2.2 jest formalnym zapisem zasady 5) wyboru bazy sformułowanej w rozdz. 2.3.1. Norma wektora $\|\cdot\|$ jest funkcją ciągłą swojego argumentu. Wektor $P(S_L^\perp)y_0$ jest znany. Zbiór wektorów $\{P(e_v)P(S_L^\perp)y_0, e_v \in \Theta\}$ jest zbiorem ograniczonym i domkniętym, ponieważ $\|e_v\| = 1$ i $\|P(S_L^\perp)y_0\| \leq \|y_0\|$. Funkcja ciągła na zbiorze ograniczonym i domkniętym osiąga kres górny swojego zbioru wartości, co znaczy, że $\sup_{e_v \in \Theta} \|P(e_v)P(S_L^\perp)y_0\|$ jest liczbą skończoną i istnieje wektor, oznaczmy go jako $\tilde{w}$, dla którego

$$\|P(\tilde{w})P(S_L^\perp)y_0\| = \sup_{e_v \in \Theta} \|P(e_v)P(S_L^\perp)y_0\| \quad (2.17)$$

Za element w_{L+1} bazy bierzemy dowolny z wektorów $\tilde{w}$ realizujących równość (2.17). ■

Zależność (2.16) ilustruje rys. 2.2, na którym jako $\tilde{e}_v$ oznaczono element zbioru Θ różny od wektora w_{L+1} .



Rys. 2.2. Ilustracja zależności (2.16)

Fig. 2.2. Illustration of relation (2.16)

Opisany w powyższej części rozdziału 2.3.2 algorytm wymaga inicjalizacji. tzn. przepisu na wybór elementu w_1 . Otóż, element w_1 jest wybierany zgodnie z regułą

opisaną stwierdzeniem 2.2, przy czym należy w niej zastąpić wektor $P(S_L^+)y_0$ wektorem y_0 .

Algorytm wyboru bazy podprzestrzeni S_L , ze względu na swą rekurencyjność, polega na wielokrotnym powtórzeniu czynności, takich jak projekcja ortogonalna, obliczanie norm wektorów i wybór elementu. Liczba tych powtórzeń równa jest N , jeśli N jest znane. Jeśli N nie jest znane, to liczba ta musi być estymowana.

2.3.3. Estymacja liczby systemów elementarnych

Przyjęto, że estymacja liczby N systemów elementarnych jest dokonywana na podstawie wartości normy wektora błędu $\varepsilon_L = P(S_L^+)y_0$. Taki wybór jest naturalną konsekwencją miary odległości w przestrzeni l_2 . W zależności od okoliczności do estymacji liczby N przydatne są dwie procedury:

1. $\tilde{N}$ jest tą liczbą L , dla której $\|\varepsilon_{L+1}\| < \|\tilde{\varepsilon}_N\|$, gdzie $\|\tilde{\varepsilon}_N\|$ jest estymatą normy wektora błędu dla $L=N$.
2. $\tilde{N}$ jest tą liczbą L , dla której różnica $\|\varepsilon_L\| - \|\varepsilon_{L+1}\|$, jako funkcja L , wykazuje znacznie mniejszą wartość niż dla poprzednich L .

Procedury te opierają się na porównaniu zależności (2.2) i (2.3). Chcąc zachować odpowiedniość (2.2) i (2.3), jednym ze składników błędu $\varepsilon_L(k)$ powinien być szum $n(k)$. Norma wektora $n(k)$ może być oszacowana na podstawie fragmentu sygnału $y(k)$, $k < k_x$, tzn. przed wystąpieniem pobudzenia systemu. Drugim składnikiem sygnału $\varepsilon_L(k)$ jest sygnał powstały w wyniku błędów estymacji OI systemów elementarnych, gdyż $s_L(k)$ jest tylko estymatorem wielkości $a_x h(k-k_x)$. Wreszcie trzecim składnikiem $\varepsilon_L(k)$ jest sygnał powstały jako wynik tylko przybliżonego spełnienia warunku, że sygnał wejściowy jest impulsem Kroneckera. Wielkość tego trzeciego składnika jest tym większa, im mniej $x(k)$ przypomina impuls Kroneckera.

Te trzy składniki dają podstawę do oszacowania normy wektora ε_N . Takie oszacowanie pozwala na zastosowanie pierwszej z wymienionych procedur estymacji liczby N . Jeśli jednak oszacowanie $\|\varepsilon_N\|$ jest trudne do wykonania, to druga z wymienionych procedur proponuje analizę zmniejszania się normy wektora $\varepsilon_L(k)$ dla kolejnych L . Jeśli bowiem liczba N jest mała, to w warunkach dużego stosunku sygnał/szum, małych błędów estymacji OI systemów elementarnych oraz zadawalającego spełnienia warunku (2.1), wzrost L powyżej wartości N będzie wyraźnie widoczny w zmianach normy wektora $\varepsilon_L(k)$ jako funkcji L . Przykładowe zależności $\|\varepsilon_L\|$ od L przedstawiono w rozdz. 5.2 i 6.8.

Z rozdz. 2.1 i 2.3 wynika jednoznacznie, że $y_0 \notin S_L$. Wektor y_0 należałby do podprzestrzeni S_L tylko wtedy, gdyby jednocześnie spełnione były trzy warunki:

- a) $n(k) = 0, \forall k$,
- b) nie występowałyby błędy estymacji OI SE,
- c) $x(k) = a_x \delta(k - k_x)$.

Spełnienie warunku c) neguje sensowność ślepego rozplatania, gdyż sygnał $x(k)$ byłby znany przed rozplataniem (z dokładnością do mnożnika i opóźnienia).

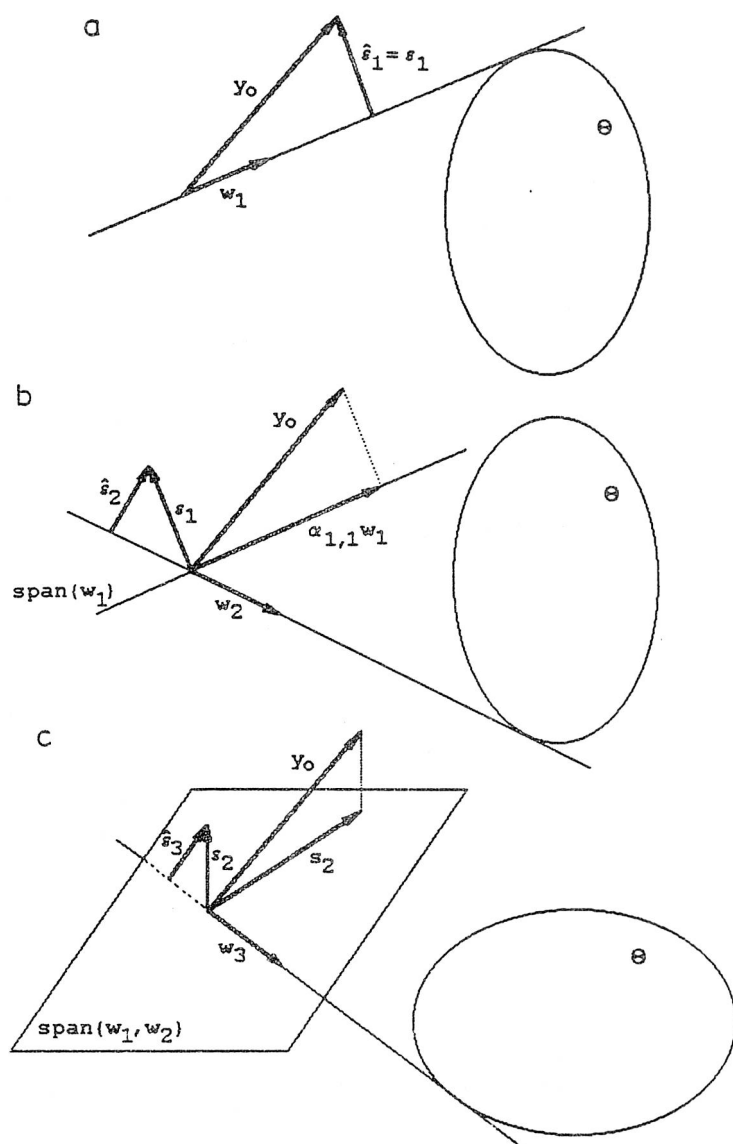
2.4. Przykład estymacji odpowiedzi impulsowej systemu

Na rysunku 2.3 zilustrowano rekurencyjność algorytmu wyboru elementów bazy podprzestrzeni S_L . Na rysunku 2.3a element w_1 jest tym elementem zbioru Θ , który minimalizuje błąd $\hat{\epsilon}_1$ ($\hat{\epsilon}_1 \perp w_1$). Żaden inny element zbioru Θ nie zapewni mniejszej normy wektora $\hat{\epsilon}_1$. W przypadku wyboru elementu w_1 , $\hat{\epsilon}_1 = \epsilon_1$. Rysunek 2.3b przedstawia wybór elementu w_2 . To właśnie w_2 minimalizuje błąd $\hat{\epsilon}_2$ ($\epsilon_1 \perp w_1, \hat{\epsilon}_2 \perp w_2$). Z kolei rysunek 2.3c ilustruje wybór elementu w_3 poprzez minimalizację normy wektora $\hat{\epsilon}_3$ ($\epsilon_2 \perp s_2, \hat{\epsilon}_3 \perp w_3$). Zbiór Θ jest na wszystkich przedstawionych wykresach tym samym zbiorem, a różnice w prezentacjach graficznych wynikają ze zmiany punktu patrzenia w przypadku rys. 2.3c. Numeryczne przykłady estymacji OI systemu są prezentowane w rozdz. 5.2 i 6.8.

2.5. Modele odpowiedzi impulsowych systemów elementarnych

Możliwe są różne modele odpowiedzi impulsowych systemów elementarnych, a będzie to zależne od obiektu, do którego proponowana metoda ślepego rozplatania ma być zastosowana. Określenie tego obiektu zwykle pociąga za sobą informację a priori o OI systemu, co pozwala na ograniczenie zbioru możliwych OI systemów elementarnych do pewnego podzbioru. To ograniczenie jest celowe, gdyż powoduje zwiększenie efektywności estymacji.

W dalszej części niniejszej pracy rozważania zostaną ograniczone do podzbioru takich SE, których obwódni OI opisana jest krzywymi Pearsona [15], tzn. OI systemu elementarnego dana jest zależnością (2.11). Istotnym elementem modelu (2.11) jest wskaźnik m_n , decydujący o typie obwódni OI SE. Jeśli $m_n \rightarrow \infty$, to



Rys. 2.3. Geometryczna interpretacja rekurencyjności algorytmu wyboru elementów bazy podprzestrzeni S_L

Fig. 2.3. Geometrical interpretation of recurrence of an algorithm for selecting the S_L subspace basic elements

obwiednia OI systemu elementarnego dąży do krzywej Gaussa [15]. Przykładowe OI systemów elementarnych dane modelem (2.11) prezentowane są w Dodatku A.

Model (2.11) reprezentuje szeroką klasę OI systemów elementarnych. Jednocześnie jest dobrym modelem dla obiektów, jakimi są m.in. sygnały sejsmiczne prezentowane w rozdz. 6. Wskaźnikiem adekwatności przyjętego modelu OI SE może być norma wektora błędu $\varepsilon_N(k)$. Dokładniej kwestia adekwatności modelu dla sygnałów sejsmicznych omówiona jest w rozdz. 6.8. Niekiedy uzasadnione może być ograniczenie ogólności modelu (2.11) do np. $m_n \in [1, 2, 3]$, $\forall n$ lub $m_n = 1$, $\forall n$ itp., a czynnikiem o tym decydującym powinna być informacja a priori o systemie.

Ze względu na przyjętą powyżej postać OI SE, baza $\{w_1, \dots, w_L\}$ będzie bazą nieortogonalną. Wyznaczanie więc współczynników $\alpha_{L,n}$ na kolejnych etapach ($L = 1, 2, \dots, \tilde{N}$) estymacji OI systemu wymagać będzie odwracania macierzy Grama.

Ze zbioru Θ postaci (2.12) można wydzielić nieskończenie wiele podzbiorów elementów liniowo niezależnych, które będą zbiorami zupełnymi [70, 151], czyli będą rozpinąć całą przestrzeń l_2 . Odpowiednie twierdzenia zamieszczone jest w rozdz. 2.5.1. Taka cecha zbioru (2.12) powoduje, że zawsze, w zgodzie z zasadami wprowadzonymi w rozdz. 2.3, można znaleźć $L+1$. element uzupełniający bazę $\{w_n: n = 1, \dots, L\}$, czyli zwiększający wymiar podprzestrzeni.

2.5.1. Zupełność podzbioru zbioru Θ

Twierdzenie 2.1. Zbiór ciągów liczbowych e_r , $r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ postaci

$$e_r = 1(k-r) [(k-r)\Delta]^m e^{-\gamma(k-r)\Delta} \sin(2\pi f(k-r)\Delta) \quad (2.18)$$

$\forall m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $\forall \gamma \in (0, \Gamma]$, $\forall f \in (0, 1/2\Delta)$, jest przeliczalnym zbiorem liniowo niezależnych elementów.

Dowód. Wykażemy, że dla każdej liczby j , skończonej i naturalnej, istnieje układ j liniowo niezależnych ciągów postaci (2.18). Niech m , γ , f będą liczbami spełniającymi założenia twierdzenia. Z definicji funkcji $1(k-r)$, w ciągu $e_r(k)$, r początkowych wyrazów stanowią zera, a wyraz $(r+1)$., oznaczony jako $a_{r+1, r+1}$, jest różny od zera, czyli

$$\left\{ \begin{array}{l} e_0 = \{a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots\} \\ e_1 = \{0, a_{22}, a_{23}, \dots\} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_r = \{0, 0, \dots, 0, a_{r+1, r+1}, a_{r+1, r+2}, \dots\} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \right. \quad (2.19)$$

Warunek $\sum_{r=0}^{j-1} \alpha_r e_r = \bar{0}$, gdzie $\bar{0}$ jest ciągiem złożonym z samych zer, jest nieskończonym układem równań liniowych postaci

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 a_{11} = 0 \\ \alpha_0 a_{12} + \alpha_1 a_{22} = 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_0 a_{1j} + \alpha_1 a_{2j} + \dots + \alpha_{j-1} a_{jj} = 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_0 a_{1p} + \alpha_1 a_{2p} + \dots + \alpha_{j-1} a_{jp} = 0, \quad p \in \mathbb{N} \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Ponieważ $\forall r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $a_{r+1, r+1} \neq 0$, więc j pierwszych równań wyznacza jedyne rozwiązanie układu (2.20), którym jest

$$\alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_{j-1} = 0 \quad (2.21)$$

a to oznacza liniową niezależność elementów $e_0, e_1, \dots, e_{j-1}$. ■

Wniosek 2.1. Zbiór ciągów postaci (2.18) jest bazą przestrzeni l_2 .

Dowód. Ciąg e_r , $r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ jest elementem przestrzeni l_2 , ponieważ szereg utworzony z drugich potęg jego wyrazów jest zbieżny. Zbiór ten jest przeliczalnym układem liniowo niezależnych elementów (tw. 2.1) zatem zbiór ten stanowi bazę przestrzeni l_2 . ■

Stwierdzenie 2.3. Liniowe dopełnienie zbioru Θ postaci (2.18) jest przestrzenią zupełną.

Dowód. Liniowe dopełnienie zbioru Θ jest tożsame z przestrzenią l_2 , a l_2 jest przestrzenią zupełną. ■

2.6. Możliwe modyfikacje algorytmu estymacji OI systemu

W konsekwencji ustalonej w rozdz. 2.5 postaci modelu OI SE, odpowiedź impulsową całego systemu można opisać za pomocą zbioru parametrów $\{m_n, f_n, k_n, \gamma_n, \beta_n: n=1, \dots, N\}$. Tak więc dla znanych wartości tych parametrów jest znana OI systemu. Ze względu na efektywność obliczeń zwykle nie jest korzystna estymacja wszystkich tych parametrów w jednym kroku. Korzystniej jest estymować je w podzbiorach. Taka jest struktura przedstawionego w rozdz. 2.3 algorytmu opartego na projekcji ortogonalnej. Możliwa jest również taka modyfikacja algorytmu estymacji OI pojedynczego SE, aby był on bardziej efektywny, co można uzyskać poprzez zastosowanie estymacji parametrów opisujących pojedynczą OI systemu elementarnego w podgrupach. Mimo tych modyfikacji, projekcja ortogonalna pozostaje zasadniczym narzędziem estymacji parametrów. Dalej przedstawiono kilka algorytmów ją wspomagających, których skuteczność będzie od cech systemu, takich jak np. liczba SE, szybkość tłumienia drgań.

2.6.1. Dekompozycja funkcji opisującej odpowiedź impulsową systemu elementarnego

Dowolny element zbioru Θ postaci (2.12) można przedstawić w postaci

$$e_n(k) = c_n E(k, m_n, k_n, \gamma_n) \sin(2\pi f_n k \Delta + \varphi_n) \quad (2.22)$$

Oznacza to, że funkcję czterech parametrów m_n, f_n, γ_n i k_n można zapisać jako iloczyn dwóch funkcji trzech i dwóch parametrów. Jedną z tych funkcji jest funkcja

sinus, której parametrami są częstotliwość f_n i przesunięcie fazowe φ_n . Drugą jest obwiednia, której parametrami są wskaźnik modelu m_n , opóźnienie czasowe k_n i współczynnik γ_n tłumienia drgań. Na bazie takiego przedstawienia algorytm estymacji parametrów opisujących OI pojedynczego SE można podzielić na następujące kroki:

- estymacja częstotliwości f_n ,
- estymacja przesunięcia fazowego φ_n ,
- estymacja opóźnienia czasowego k_n ,
- estymacja współczynnika γ_n tłumienia drgań i wskaźnika m_n modelu,
- estymacja mnożnika β_n .

2.6.2. Estymacja częstotliwości drgań

Częstotliwości drgań, występujące w sygnale, mogą być efektywnie estymowane za pomocą jednego z wielu algorytmów estymacji widma sygnału. Istnieje wiele algorytmów estymacji częstotliwości bazujących na różnych modelach sygnałów. Wybór, który z algorytmów powinien być zastosowany w konkretnej sytuacji zależy nie tylko od adekwatności założeń, co do modelu sygnału, ale również od takich czynników, jak długość sygnału, liczba systemów elementarnych itd.

W pracy [98] przedstawiono przegląd metod estymacji częstotliwości drgań występujących w sygnale oraz oszacowania dokładności estymacji uzyskane na drodze symulacyjnej. Niektóre z algorytmów przedstawionych w [98] dostarczają również oszacowania współczynnika tłumienia drgań.

2.6.3. Estymacja przesunięć fazowych

Gdy stosuje się algorytm estymacji częstotliwości f_n inny niż dyskretna transformacja Fouriera, w celu określenia przesunięcia fazowego φ_n można dokonać projekcji ortogonalnej sygnału $y_0(k)$ na dwuwymiarową podprzestrzeń rozpiętą przez elementy $z_1(k) = \sin(2\pi\tilde{f}_n k\Delta)$ i $z_2(k) = \cos(2\pi\tilde{f}_n k\Delta)$. Wtedy

$$\tilde{\varphi}_n = \arctan \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad (2.23)$$

gdzie ξ_1 i ξ_2 są reprezentacjami sygnału $y_0(k)$ w bazie $\{z_1, z_2\}$.

W założonym modelu OI SE początek niezerowych wartości, co jest związane z niezerowymi wartościami obwiedni, pokrywa się z przejściem funkcji sinus przez zero. W konsekwencji, przy określonej długości sygnału, częstotliwości $\tilde{f}_n$ i przesunięciu fazowym $\tilde{\varphi}_n$, zbiór $\{k_n: r=1, \dots, r_m\}$ możliwych początków OI SE jest zbiorem skończonym i można go określić, wyznaczając czasy przejścia sygnału $\sin(2\pi\tilde{f}_n k\Delta + \tilde{\varphi}_n)$ przez zero.

2.6.4. Estymacja współczynników tłumienia drgań i wskaźników modelu

W prowadzonych pracach do estymacji parametru γ_n i wskaźnika m_n modelu stosowana była głównie projekcja ortogonalna. Jeśli wcześniej ustalone zostały wartości $\tilde{f}_n$ i $\tilde{k}_n$, to była to jednoczesna estymacja γ_n i m_n . Natomiast w warunkach przyjętej wcześniej wartości wskaźnika m_n i wyestymowanej wartości $\tilde{f}_n$, dokonywano np. jednoczesnej estymacji γ_n i k_n .

Parametr γ_n , opisujący tłumienie, może przyjmować dowolne dodatnie wartości z przedziału $(0, \Gamma]$. W praktyce, obliczenia norm wektorów były wykonywane dla ustalonego zbioru $\{\gamma_{ni}: i=1, \dots, I\}$, a następnie w celu poprawienia dokładności estymacji, stosowano interpolacje za pomocą funkcji sklepanych [37].

Do estymacji wartości wykładnika γ_n , dla $m_n=0$, można również zastosować algorytm Prony estymacji widma sygnału [107], gdyż dla $m_n=0$ postać funkcji przyjmowana jako model w metodzie Prony jest zbieżna z modelem (1.16), (2.11) sygnału.

2.7. Estymacja opóźnień czasowych

Wyniki przeprowadzonych badań symulacyjnych, część z nich przedstawiono w rozdz. 5, wykazują, że opóźnienia czasowe są z jednej strony tymi parametrami, których błędy estymacji są znaczne. Z drugiej zaś strony, nawet niewielkie błędy estymacji tych parametrów mają bardzo duży wpływ na wyniki kolejnych etapów ślepego rozplatania. Dlatego też niniejszy podrozdział zawiera propozycje algorytmów estymacji opóźnień czasowych k_n , które mogą być bardziej skuteczne niż projekcja ortogonalna. Wyniki weryfikacji skuteczności tych algorytmów, uzyskane metodą symulacyjną, przedstawiono w rozdz. 5.1.

W literaturze [np. 67,114] opisano wiele algorytmów estymacji opóźnienia, przy czym zostały one zaprojektowane dla sytuacji, gdy rejestrowane są dwa sygnały $u_1(k)$ i $u_2(k)$ postaci:

$$\begin{aligned} u_1(k) &= u(k) + n_1(k) \\ u_2(k) &= bu(k+k_2) + n_2(k) \end{aligned} \quad (2.24)$$

gdzie $n_1(k)$ i $n_2(k)$ są szumami, a k_2 jest poszukiwanym opóźnieniem.

Algorytmy te są głównie algorytmami korelacyjnymi, tzn. jednym z etapów estymacji opóźnienia jest obliczanie funkcji korelacji wzajemnej pomiędzy przetworzonymi bądź nieprzetworzonymi sygnałami $u_1(k)$ i $u_2(k)$. Ze względu na to, że w algorytmach tych mamy do czynienia z dwoma sygnałami, ich bezpośrednie zastosowanie do estymacji opóźnień w rozważanej metodzie ślepego rozplatania nie jest możliwe.

Poniżej przedstawiono trzy nowe algorytmy estymacji opóźnienia czasowego przydatne w sytuacji, gdy rejestrowany jest jeden sygnał spełniający warunki przedstawione w rozdziale 1.3.1.

2.7.1. Zmodyfikowana metoda korelacyjna

Niech sygnał $y(k)$ będzie dany zależnością

$$y(k) = \sum_{n=1}^N x(k) * h_n^o(k-k_n) + n(k) \quad (2.25)$$

gdzie $\{h_n^o(k): n=1,...,N\}$ są OI systemów elementarnych opisanymi przez (2.11) z zerowymi opóźnieniami czasowymi (opóźnienia k_n zapisane są wprost w (2.25)).

Prezentowany algorytm służy do estymacji opóźnienia k_j dla j -tego SE o częstotliwości drgań f_j . Po wydzieleniu z (2.25) składowej sygnału o częstotliwości f_j , (2.25) można zapisać w postaci

$$y(k) = x(k) * h_j^o(k-k_j) + \sum_{n=1, n \neq j}^N x(k) * h_n^o(k-k_n) + n(k) \quad (2.26)$$

Gdy mamy określone w wyniku wcześniej przeprowadzonej analizy estymaty parametrów f_j i γ_j , estymator $\tilde{h}_j^o$ znany jest z dokładnością do mnożnika b_j .

Niech $b(k)$ będzie OI pasmowoprzepustowego filtra o częstotliwości środkowej $\tilde{f}_j$ i szerokości pasma przepustowego Δf . Niech Δf będzie na tyle małe, aby po

filtracji za pomocą takiego filtru, udział w wyniku filtracji składników sumy (2.26), z wyjątkiem pierwszego, był niewielki. Po takiej filtracji sygnału $y(k)$ otrzymamy

$$p(k) = y(k) * b(k) = x(k) * h_j^o(k-k_j) * b(k) + r(k) = x(k) * q(k-k_j) + r(k), \quad (2.27)$$

gdzie $r(k)$ reprezentuje składniki $n=1, \dots, N$, $n \neq j$ sumy (2.26) oraz szum $n(k)$ po filtracji pasmowoprzepustowej, $q(k)$ zaś jest dane zależnością

$$q(k) = h_j^o(k) * b(k) \quad (2.28)$$

Z kolei, po filtracji wielkości $b_j \tilde{h}_j^o(k)$ za pomocą filtru o OI $b(k)$ otrzymamy

$$s(k) = b_j \tilde{h}_j^o(k) * b(k) = b_j \tilde{q}(k) \quad (2.29)$$

gdzie $\tilde{q}(k)$ jest estymatorem wielkości $q(k)$ ze względu na błędy estymacji parametrów f_j i γ_j .

Funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy $s(k)$ i $p(k)$ dana jest zależnością

$$\begin{aligned} R_{sp}(\kappa) &= \sum_k s(k)p(k+\kappa) = b_j \sum_k \tilde{q}(k) [x(k+\kappa) * q(k+\kappa-k_j) + r(k+\kappa)] = \\ &= b_j [x(k) * R_{\tilde{q}q}(\kappa-k_j) + R_{\tilde{q}r}(\kappa)] \end{aligned} \quad (2.30)$$

Z zależności (2.30) wynika, że funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy $s(k)$ i $p(k)$ jest sumą przesuniętego o k_j estymatora funkcji autokorelacji OI $q(k)$ splecionej z sygnałem wejściowym systemu i estymatora funkcji korelacji wzajemnej pomiędzy $r(k)$ i $q(k)$. Filtracja pasmowoprzepustowa powoduje zminimalizowanie udziału sygnału $r(k)$ w sygnale $p(k)$ i dlatego można uznać, że wartości $R_{\tilde{q}r}(\kappa)$ w stosunku do $R_{\tilde{q}q}(\kappa)$ są małe. Tak więc

$$R_{sp}(\kappa) \approx b_j x(\kappa) * R_{\tilde{q}q}(\kappa-k_j) \quad (2.31)$$

Z kolei, ponieważ sygnał na wejściu systemu jest sygnałem krótkotrwałym, więc wprowadzane przez $x(k)$ przesunięcie będzie małe i bardzo zbliżone dla wszystkich systemów elementarnych. Tak więc, położenie maksimum globalnego wartości bezwzględnej funkcji korelacji wzajemnej $R_{sp}(\kappa)$ można uważać za estymatę opóźnienia czasowego k_j .

Reasumując, kolejne kroki opisanego wyżej algorytmu estymacji opóźnienia czasowego są następujące:

- estymacja częstotliwości f_j ,
- estymacja współczynnika γ_j tłumienia drgań,
- wygenerowanie unormowanej OI SE o parametrach $\tilde{f}_j$ i $\tilde{\gamma}_j$,
- zaprojektowanie filtru pasmowoprzepustowego o OI $b(k)$ (o częstotliwości środkowej $\tilde{f}_j$ i szerokości pasma Δf),

- filtracja pasmowa $y(k)$ i $b_j \tilde{h}_j^o$ za pomocą filtru o OI $b(k)$,
- obliczenie funkcji korelacji wzajemnej pomiędzy $s(k)$ i $p(k)$,
- określenie położenia maksimum globalnego wartości bezwzględnej funkcji $R_{sp}(\kappa)$, które jest estymatą opóźnienia czasowego k_j OI j -tego SE.

Na rysunku 2.4 przedstawiono przykład ilustrujący estymację opóźnienia czasowego zmodyfikowaną metodą korelacyjną.

Maksimum globalne wartości bezwzględnej prezentowanej na rys. 2.4d funkcji korelacji wzajemnej przypada na opóźnienie 0,31 s (31 próbek) i wielkość ta, jak wynika z opisu metody, jest estymatą opóźnienia czasowego k_j .

2.7.2. Zmodyfikowana metoda korelacyjna wspomagana przez filtrację odwrotną

Algorytm ten jest podobny do przedstawionego w rozdz. 2.7.1, z tą różnicą, że estymaty częstotliwości f_j i współczynnika γ_j służą nie do wygenerowania OI j -tego SE, lecz do zaprojektowania filtru odwrotnego do tejże odpowiedzi.

Po filtracji sygnału $y(k)$ za pomocą filtru pasmowoprzepustowego o OI $b(k)$, zaprojektowanego jak to przedstawiono w rozdz. 2.7.1, otrzymamy sygnał $p(k)$ dany zależnością

$$p(k) = x(k) * h_j^o(k-k_j) * b(k) + r_1(k) \quad (2.32)$$

Mając określone w wyniku wcześniej przeprowadzonej analizy estymaty parametrów f_j i γ_j , możemy zaprojektować filtr odwrotny $c_j \tilde{h}_j^{o-1}(k)$. Po filtracji $p(k)$ za pomocą takiego filtru otrzymamy sygnał $s(k)$

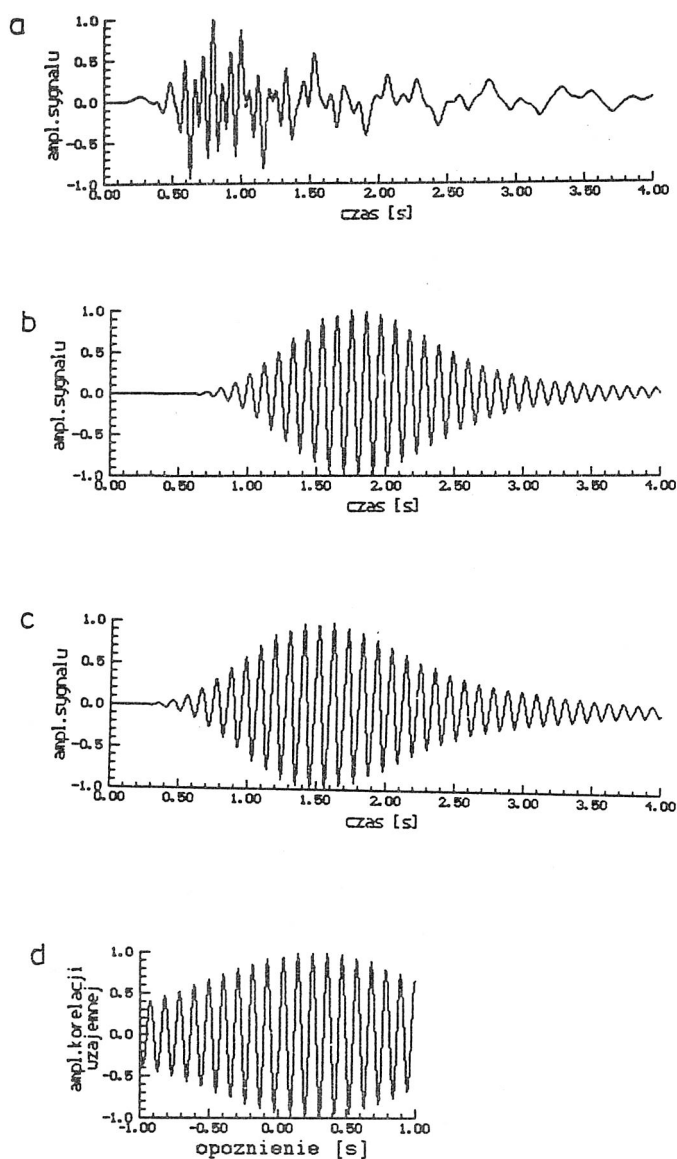
$$s(k) = c_j p(k) * \tilde{h}_j^{o-1}(k) = c_j x(k) * d(k-k_j) * b(k) + r(k) \quad (2.33)$$

gdzie $d(k)$ jest funkcją różną od impulsu Kroneckera $\delta(k)$ tylko ze względu na błędy estymacji f_j i γ_j . Jeśli te błędy są niewielkie, to różnice pomiędzy $d(k)$ i $\delta(k)$ też są niewielkie.

Funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy OI $b(k)$ a sygnałem $s(k)$ dana jest zależnością

$$\begin{aligned} R_{bs}(\kappa) &= \sum_k b(k) s(k+\kappa) \approx \sum_k b(k) [c_j x(k-\kappa) * b(k+\kappa-k_j) + r(k+\kappa)] = \\ &= c_j x(\kappa) * R_{bb}(\kappa-k_j) + R_{br}(\kappa) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Z zależności (2.34) wynika, że funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy $b(k)$ i $s(k)$ jest w przybliżeniu sumą funkcji autokorelacji OI filtru pasmowoprzepustowego $b(k)$ przesuniętej o czas k_j splecionej z sygnałem wejściowym systemu i funkcji



Rys. 2.4. Przykład ilustrujący estymację opóźnienia czasowego zmodyfikowaną metodą korelacyjną: sygnał $y(k)$ - rys.a, sygnał $p(k)$ ($y(k)$ po filtracji pasmowoprzepustowej) - rys.b, sygnał $s(k)$ (estymator OI j -tego SE po filtracji pasmowoprzepustowej) - rys.c i funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy $s(k)$ i $p(k)$

Fig. 2.4. Example illustrating the estimation of time delay by means of modified correlation method: signal $y(k)$ - fig.a, signal $p(k)$ ($y(k)$ after band-pass filtering) - fig.b, signal $s(k)$ (IR estimator of the j -th ES after band-pass filtering) - fig.c, and the cross-correlation function between $s(k)$ and $p(k)$

korelacji wzajemnej sygnałów $b(k)$ i $r(k)$. Filtracja pasmowoprzepustowa minimalizuje udział sygnału $r(k)$ w sygnale $s(k)$ i dlatego można uznać, że wartości $R_{br}(\kappa)$ w stosunku do $R_{bb}(\kappa)$ splecionej z $c_j x(\kappa)$ są małe. Tak więc

$$R_{bs}(\kappa) = c_j x(\kappa) * R_{bb}(\kappa - k_j) \quad (2.35)$$

Z kolei, ponieważ sygnał na wejściu systemu jest sygnałem krótkotrwałym, więc wprowadzane przez $x(k)$ przesunięcie będzie małe i bardzo zbliżone dla wszystkich systemów elementarnych. Tak więc, położenie maksimum globalnego wartości bezwzględnej funkcji korelacji wzajemnej $R_{bs}(\kappa)$ można uważać za estymatę opóźnienia czasowego k_j .

Reasumując, kolejne kroki opisanego wyżej algorytmu estymacji opóźnienia czasowego są następujące:

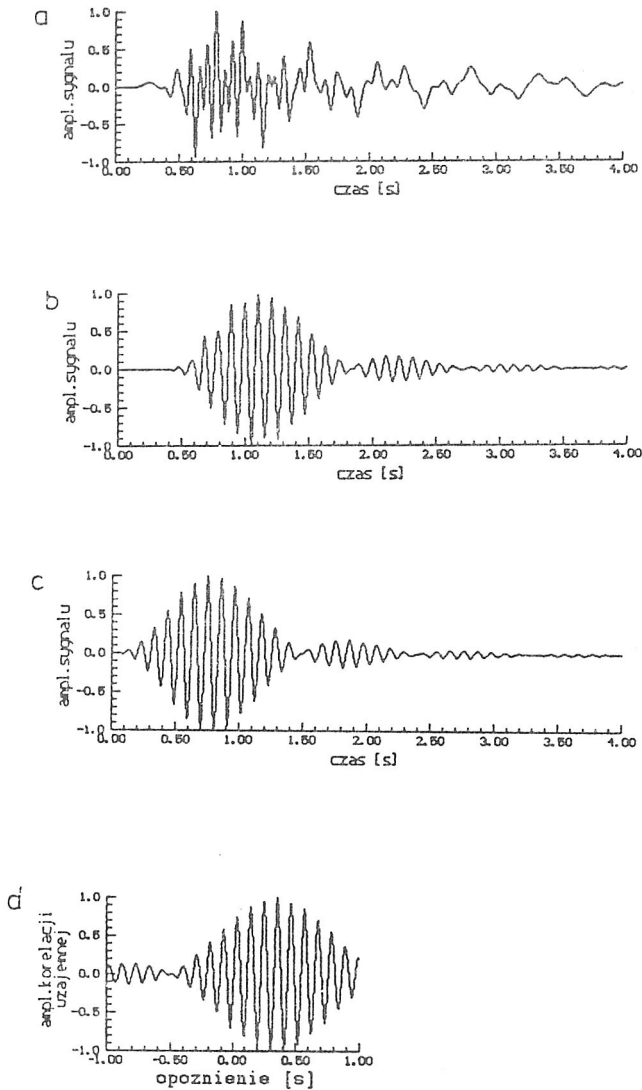
- estymacja częstotliwości f_j ,
- estymacja współczynnika γ_j tłumienia drgań,
- zaprojektowanie filtru pasmowoprzepustowego o OI $b(k)$ (o częstotliwości środkowej $\tilde{f}_j$ i szerokości pasma Δf),
- filtracja pasmowa sygnału $y(k)$ za pomocą filtru o OI $b(k)$,
- zaprojektowanie filtru odwrotnego o OI $\tilde{h}_j^{o-1}(k)$,
- filtracja odwrotna sygnału $p(k)$, czego wynikiem jest sygnał $s(k)$,
- obliczenie korelacji wzajemnej pomiędzy $b(k)$ i $s(k)$,
- określenie położenia maksimum globalnego wartości bezwzględnej funkcji $R_{bs}(\kappa)$, które jest estymatą opóźnienia czasowego k_j OI j -tego SE.

Na rysunku 2.5 przedstawiono przykład ilustrujący estymację opóźnienia czasowego zmodyfikowaną metodą korelacyjną wspomaganą przez filtrację odwrotną.

Maksimum globalne wartości bezwzględnej prezentowanej na rys. 2.5d funkcji korelacji wzajemnej przypada na opóźnienie 0,31 s i wielkość ta, jak wynika z opisu metody, jest estymatą opóźnienia czasowego k_j .

2.7.3. Stosunek chwilowych widm mocy dla ustalonej częstotliwości

W Dodatku C oraz wcześniej w pracach [80,81] przedstawiono algorytm estymacji czasów wejścia składowych sygnału spełniających warunki podane w rozdz. 1.3.1 i 2.5. Algorytm ten bazuje na właściwości takiego sygnału, że w chwili k_j rozpoczęcia nowych drgań związanych z j -tym SE następuje zmiana widma sygnału. Algorytm opisany w niniejszym podrozdziale jest modyfikacją tamtego algorytmu.



Rys. 2.5. Przykład ilustrujący estymację opóźnienia czasowego zmodyfikowaną metodą korelacyjną wspomaganą przez filtrację odwrotną: sygnał $y(k)$ - rys.a, sygnał $s(k)$ ($y(k)$ po filtracji pasmowoprzepustowej i filtracji odwrotnej) - rys.b, OI $b(k)$ filtru pasmowoprzepustowego - rys.c i funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy $s(k)$ i $b(k)$

Fig. 2.5. Example illustrating the estimation of the time delay by means of modified correlation method with the aid of inverse filtering: signal $y(t)$ - fig.a, signal $s(k)$ ($y(k)$ after band-pass and inverse filtering) - fig.b, IR $b(k)$ of the band-pass filter - fig.c, and the cross-correlation function between $s(k)$ and $b(k)$

W celu wyznaczenia opóźnienia czasowego k_j dla SE o częstotliwości f_j zdefiniujemy funkcję $K(f_j, k_0)$

$$K(f_j, k_0) \triangleq \frac{S(f_j, k_0 + k_f)}{S(f_j, k_0)}, \quad (2.36)$$

gdzie $S(f_j, k_0 + k_f)$ i $S(f_j, k_0)$ są chwilowymi widmami mocy przylegających fragmentów sygnałów, zdefiniowanymi w Dodatku C, f_j jest częstotliwością, dla której ten stosunek jest określany, k_0 jest bieżącym czasem, a k_f jest długością fragmentu sygnału, na podstawie którego określane jest widmo chwilowe (patrz Dodatek C).

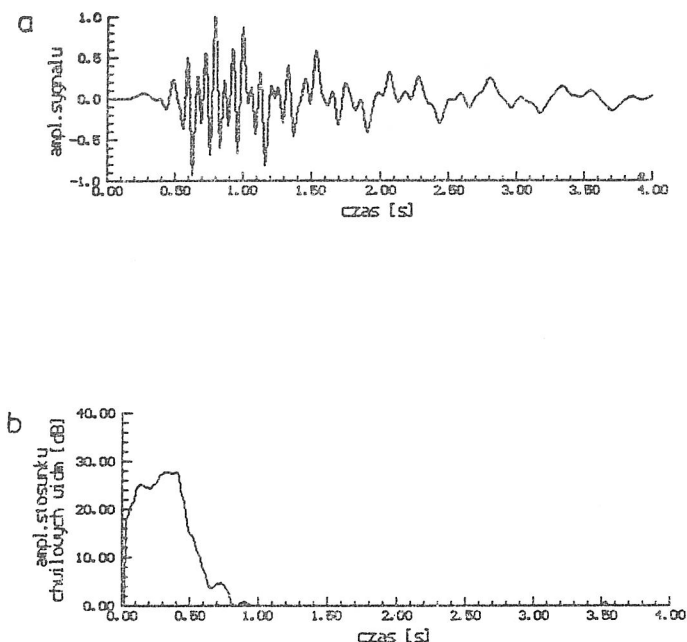
Funkcja zdefiniowana zależnością (2.36) ma tę właściwość, że odzwierciedla zmiany widma sygnału w czasie, dla częstotliwości f_j . Co więcej, wyniki badań symulacyjnych wskazują, że $K(f_j, k_0)$ osiąga lokalne maksimum dla czasu k_0 równego opóźnieniu k_j względem czasu wystąpienia pobudzenia. Na tej właściwości funkcji $K(f_j, k_0)$ oparty jest niniejszy algorytm estymacji opóźnienia k_j . Ponieważ jednak jesteśmy w stanie określić jedynie estymator stosunku chwilowych widm i to dla estymaty $\tilde{f}_j$ częstotliwości, czyli $\tilde{K}(\tilde{f}_j, k_0)$, więc występowanie tego maksimum wskazuje na czas k_j z pewnym błędem.

Wspomniana modyfikacja metody przedstawionej w Dodatku C polega również na tym, że ponieważ znana jest estymata $\tilde{f}_j$ częstotliwości drgań, to możliwy jest dobór długości fragmentu k_f tak, aby możliwie ograniczyć efekt obcięcia sygnału związany ze skończoną długością fragmentu. Taki dobór zmniejsza błędy estymacji funkcji autokorelacji, które są szczególnie duże dla małych długości k_f i małych częstotliwości f_j .

Na rysunku 2.6 przedstawiono wykres funkcji $\tilde{K}(\tilde{f}_j, k_0)$ dla sygnału z rys. 2.4, uzyskanej w następujących warunkach:

- częstotliwość $\tilde{f}_j$ wynosiła 9,47Hz,
- długość fragmentu sygnału k_f wynosiła 60 próbek,
- długość funkcji autokorelacji κ_m - 20 próbek,
- okno korelacyjne - Kaisera-Bessela ($a = 2,5$) [48].

Maksimum globalne funkcji $\tilde{K}(\tilde{f}_j, k_0)$ prezentowanej na rys. 2.6b występuje dla opóźnienia $k_0 = 32$. Choć nie jest ono niestety zbyt wyraźne, jak pokazują wyniki badań symulacyjnych (patrz rozdz. 5.1), efektywność tej metody jest większa od opisanych wyżej.



Rys. 2.6. Wykresy sygnału $y(k)$ - rys.a i jego funkcji $\tilde{K}(\tilde{f}_p, k_0)$ wyrażona w decybelach - rys.b
 Fig. 2.6. Graphical representation of signal $y(k)$ - fig.a and its function $\tilde{K}(\tilde{f}_p, k_0)$ (in dB) - fig.b

2.8. Podsumowanie

Zaproponowana metoda estymacji OI systemu bazuje na projekcji ortogonalnej sygnału na podprzestrzeń rozpiętą przez bazę *dopasowaną* do sygnału. Najistotniejszym elementem metody jest wybór tej *dopasowanej* bazy, który dokonywany jest na podstawie oceny odległości w przestrzeni sygnałów. Następnie zawężono klasę możliwych modeli OI systemów elementarnych do podklasy opisanej zależnością (2.11).

Projekcja ortogonalna, będąca podstawowym narzędziem estymacji OI systemu, dla wprowadzonej podklasy modeli, może być wspomagana przez algorytmy zwiększające efektywność tej estymacji. Zastosowanie konkretnych algorytmów w istotny sposób zależeć powinno od parametrów sygnału poddanego analizie.

Przedstawiona w rozdz. 2 metoda pozwala na wyznaczanie estymat $\{\tilde{m}_n, \tilde{f}_n, \tilde{\gamma}_n, \tilde{k}_n, \tilde{\beta}_n: n=1, \dots, \tilde{N}\}$ parametrów opisujących OI systemu. W konsekwencji estymator OI systemu dany jest zależnością

$$\tilde{h}(k) = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \tilde{h}_n(k) = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \alpha_{\tilde{N},n} w_n(k) \quad (2.37)$$

3. FILTRACJA ODWROTNA SYGNAŁU

W rozdziale 2 przedstawiono algorytm pozwalający na estymację OI systemu dla sygnału spełniającego założenia przedstawione w rozdz. 1.3.1. Następnym etapem opisywanej metody ślepego rozplatania jest filtracja odwrotna. Niniejszy rozdział dotyczy zagadnienia projektowania filtru odwrotnego i problemów związanych z filtracją odwrotną. Ponieważ przedstawione zależności nie zależą od tego czy znane są dokładne wartości parametrów opisujących OI systemu, czy jedynie ich estymatory, gdyż struktura filtru odwrotnego pozostaje niezmienna, zależności te zostaną podane tak, jakby znane były dokładne wartości parametrów.

Rozdział 3.1 zawiera opis wyznaczania transmitancji systemu, a tym samym transmitancji filtru odwrotnego. W rozdziale 3.2 rozważany jest problem stabilności filtru odwrotnego i zaproponowano trzy algorytmy stabilizacji adekwatne do opisywanej metody rozplatania. Stabilizacje te prowadzą do *nieprzyczynowości* filtru odwrotnego. W rozdziale 3.3 rozważono problem wpływu szumu na wyjściu systemu na wynik filtracji odwrotnej i związane z tym złe uwarunkowanie. Następnie opisano sposób ograniczenia negatywnego wpływu tego szumu na wynik filtracji odwrotnej na drodze regularyzacji. Rozdział 3.4 zawiera podsumowanie.

3.1. Wyznaczanie transmitancji systemu dla założonego modelu

Problemy filtracji wygodnie jest rozpatrywać w dziedzinie zmiennej zespolonej z . Spośród kilku znanych definicji transformacji Z stosowana będzie następująca [63,120-122]

$$ZT\{u(k)\} = U(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k)z^{-k} \quad (3.1)$$

gdzie ZT oznacza operację transformacji Z , $u(k)$ jest szeregiem czasowym, a $U(z)$ jest jego transformatą Z .

Dla określonego zbioru parametrów $\{m_n, f_n, \gamma_n, k_n, \beta_n: n = 1, \dots, N\}$, opisujących OI systemu, korzystając z właściwości transformacji Z [63], można wyznaczyć transmitancję $H(z)$.

3.1.1. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n = 0$

Dla $m_n = 0$, zależność (2.11) opisująca OI SE ma postać

$$h_{0,n}(k) = \beta_n 1(k-k_n) e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta) \quad (3.2)$$

Wykres przykładowej OI $h_{0,n}(k)$ przedstawiono w Dodatku A.

Transformata Z funkcji $\sin(2\pi f_n k \Delta)$ wynosi [63]

$$ZT\{\sin(2\pi f_n k \Delta)\} = \sin(2\pi f_n \Delta) \frac{z}{z^2 - (2\cos(2\pi f_n \Delta))z + 1} \quad (3.3)$$

Po uwzględnieniu obwiedni sygnału, na mocy właściwości o zmianie skali zespolonej [63], otrzymujemy

$$\begin{aligned} \dot{H}_{0,n}(z) &= ZT\{e^{-\gamma_n k \Delta} \sin(2\pi f_n k \Delta)\} = \\ &= e^{-\gamma_n \Delta} \sin(2\pi f_n \Delta) \frac{z}{z^2 - (2e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta))z + e^{-2\gamma_n \Delta}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

gdzie jako $\dot{H}_{0,n}(z)$ oznaczono transmitancję SE bez uwzględnienia mnożnika β_n i opóźnienia k_n .

Zależność (3.4) można zapisać w postaci

$$\dot{H}_{0,n}(z) = g_{0,n} \frac{z}{(z-d_n)(z-d_n^*)} \quad (3.5)$$

gdzie d_n i d_n^* są parą zespolonych sprzężonych biegunów transmitancji, a $g_{0,n}$ dane jest zależnością (3.7).

Przesunięciu szeregu czasowego w dziedzinie czasu o k_n odpowiada pomnożenie transformaty Z tego szeregu przez z^{-k_n} . Tak więc, po uwzględnieniu dodatkowo mnożnika β_n

$$\begin{aligned} H_{0,n}(z) &= ZT\{\beta_n 1(k-k_n) e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta)\} = \\ &= \beta_n \dot{H}_{0,n}(z) z^{-k_n} = \beta_n g_{0,n} z^{-k_n} \frac{A_{0,n}(z)}{B_{0,n}(z)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

gdzie

$$g_{0,n} = e^{-\gamma_n \Delta} \sin(2\pi f_n \Delta) \quad (3.7)$$

$$A_{0,n}(z) = z^{-1} \quad (3.8)$$

$$B_{0,n}(z) = 1 - \left(2 e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta) \right) z^{-1} + \left(e^{-2\gamma_n \Delta} \right) z^{-2} \quad (3.9)$$

3.1.2. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n = 1$

Dla $m_n = 1$, zależność (2.11) ma postać

$$h_{1,n}(k) = \beta_n 1(k-k_n) (k-k_n) \Delta e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta) \quad (3.10)$$

Uwzględnivszy wyniki przedstawione w rozdz. 3.1.1 oraz właściwość transformacji Z, że mnożeniu w dziedzinie czasu przez czas odpowiada różniczkowanie w dziedzinie transformaty Z [63], transmitancja SE o OI danej zależnością (3.10), dla $k_n=0$ i bez uwzględnienia β_n , wynosi

$$\begin{aligned} \dot{H}_{1,n}(z) &= ZT \left\{ k \Delta e^{-\gamma_n k \Delta} \sin(2\pi f_n k \Delta) \right\} = \\ &= \Delta e^{-\gamma_n \Delta} \sin(2\pi f_n \Delta) \frac{z^3 - e^{-2\gamma_n \Delta} z}{\left[z^2 - \left(2e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta) \right) z + e^{-2\gamma_n \Delta} \right]^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Zależność (3.11) można zapisać w postaci

$$\dot{H}_{1,n}(z) = g_{1,n} \frac{\prod_{k=1}^3 (z - c_{n,k})}{\prod_{k=1}^2 (z - d_{n,k})(z - d_{n,k}^*)} \quad (3.12)$$

gdzie $g_{1,n}$ dane jest zależnością (3.14), a $\prod$ oznacza iloczyn.

Po uwzględnieniu przesunięcia w dziedzinie czasu i mnożnika β_n otrzymujemy

$$\begin{aligned} H_{1,n}(z) &= ZT \left\{ \beta_n 1(k-k_n) [(k-k_n)\Delta] e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta) \right\} = \\ &= \beta_n \dot{H}_{1,n}(z) z^{-k_n} = \beta_n g_{1,n} z^{-k_n} \frac{A_{1,n}(z)}{B_{1,n}(z)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

gdzie

$$g_{1,n} = \Delta e^{-\gamma_n \Delta} \sin(2\pi f_n \Delta) \quad (3.14)$$

$$A_{1,n}(z) = z^{-1} - e^{-2\gamma_n \Delta} z^{-3} \quad (3.15)$$

$$B_{1,n}(z) = \left[1 - \left(2 e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta) \right) z^{-1} + \left(e^{-2\gamma_n \Delta} \right) z^{-2} \right]^2 \quad (3.16)$$

3.1.3. Transmittancja systemu elementarnego dla $m_n=2$

Dla $m_n=2$, zależność (2.17) opisująca OI SE ma postać

$$h_{2,n}(k) = \beta_n 1(k-k_n) [(k-k_n)\Delta]^2 e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta) \quad (3.17)$$

Wykres przykładowej OI $h_{2,n}(k)$ przedstawiono w Dodatku A.

Uwzględnivszy wyniki przedstawione w rozdz. 3.1.1 i 3.1.2, transmittancja SE o OI danej zależnością (3.17), dla $k_n=0$ i bez uwzględnienia mnożnika β_n , wynosi

$$\begin{aligned} \dot{H}_{2,n}(z) &= ZT \left\{ (k\Delta)^2 e^{-\gamma_n k\Delta} \sin(2\pi f_n k\Delta) \right\} = \\ &= \Delta^2 e^{-\gamma_n \Delta} \sin(2\pi f_n \Delta) \times \\ &\times \frac{z^5 + (2e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta))z^4 - (6e^{-2\gamma_n \Delta})z^3 + (2e^{-3\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta))z^2 + e^{-4\gamma_n \Delta} z}{\left[z^2 - (2e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta))z + e^{-2\gamma_n \Delta} \right]^3}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

co można zapisać w postaci

$$\dot{H}_{2,n}(z) = g_{2,n} \frac{\prod_{k=1}^5 (z - c_{n,k})}{\prod_{k=1}^3 (z - d_{n,k})(z - d_{n,k}^*)}, \quad (3.19)$$

gdzie $g_{2,n}$ dane jest zależnością (3.21).

Po uwzględnieniu przesunięcia k_n i mnożnika β_n otrzymujemy

$$\begin{aligned} H_{2,n}(z) &= ZT \left\{ \beta_n 1(k-k_n) [(k-k_n)\Delta]^2 e^{-\gamma_n(k-k_n)\Delta} \sin(2\pi f_n(k-k_n)\Delta) \right\} = \\ &= \beta_n \dot{H}_{2,n}(z) z^{-k_n} = \beta_n g_{2,n} z^{-k_n} \frac{A_{2,n}(z)}{B_{2,n}(z)}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

gdzie

$$g_{2,n} = \Delta^2 e^{-\gamma_n \Delta} \sin(2\pi f_n \Delta) \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} A_{2,n}(z) = & z^{-1} + \left(2e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta)\right) z^{-2} - \left(6e^{-2\gamma_n \Delta}\right) z^{-3} + \\ & + \left(2e^{-3\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta)\right) z^{-4} + e^{-4\gamma_n \Delta} z^{-5} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$B_{2,n}(z) = \left[1 - \left(2e^{-\gamma_n \Delta} \cos(2\pi f_n \Delta)\right) z^{-1} + \left(e^{-2\gamma_n \Delta}\right) z^{-2}\right]^3 \quad (3.23)$$

3.1.4. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n > 2$

Uwzględniając wyniki przedstawione w rozdz. 3.1.1-3.1.3 można stwierdzić, że postać transmitancji SE o odpowiedzi impulsowej danej zależnością (2.11), dla dowolnego m_n , ma postać

$$H_n(z) = \beta_n g_n z^{-k_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)}, \quad (3.24)$$

przy czym zależności opisujące $A_n(z)$, $B_n(z)$ i g_n można wyznaczyć przez różniczkowanie transmitancji SE dla niższego m_n . W zależności (3.24) β_n i k_n są parametrami występującymi w modelu OI systemu elementarnego, natomiast wielomiany $A_n(z)$ i $B_n(z)$ oraz mnożnik g_n są funkcjami wszystkich trzech pozostałych parametrów opisujących OI systemu elementarnego, tzn. m_n , f_n i γ_n .

3.1.5. Transmitancja całego systemu

Ponieważ zgodnie z modelem (1.10), (1.16)

$$h(k) = \sum_{n=1}^N h_n(k), \quad (3.25)$$

wieć

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{n=1}^N H_n(z) = \\ &= \beta_1 g_1 z^{-k_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \beta_2 g_2 z^{-k_2} \frac{A_2(z)}{B_2(z)} + \dots + \beta_N g_N z^{-k_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Sprowadziwszy (3.26) do wspólnego mianownika, transmitancja $H(z)$ jest ilorazem dwóch wielomianów zmiennej z , tzn.

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{\sum_{i=0}^I a_i z^{-i}}{\sum_{j=0}^J b_j z^{-j}} \quad (3.27)$$

Wielomiany $A(z)$ i $B(z)$ mają postać

$$\begin{aligned} A(z) = & \beta_1 g_1 z^{-k_1} A_1(z) \prod_{n=2}^N B_n(z) + \beta_2 g_2 z^{-k_2} A_2(z) \prod_{n=1, n \neq 2}^N B_n(z) + \\ & + \dots + \beta_N g_N z^{-k_N} A_N(z) \prod_{n=1}^{N-1} B_n(z) \end{aligned} \quad (3.28)$$

oraz

$$B(z) = \prod_{n=1}^N B_n(z) \quad (3.29)$$

Transmitancja $H(z)$ systemu jest znana jeśli znane są współczynniki a_i i b_j wielomianów $A(z)$ i $B(z)$. Współczynniki te można wyznaczyć za pomocą operacji mnożenia wielomianów $A_n(z)$ i $B_n(z)$, przesunięcia o czasy k_n , mnożenia przez β_n , a następnie sumowania.

Stopień wielomianu $B(z)$ zależy od liczby SE oraz od parametrów m_n . Na stopień licznika natomiast zasadniczy wpływ mają opóźnienia k_n . Ze względu na opóźnienia czasowe k_n , szczególnie dla systemów złożonych z małej liczby SE, niektóre ze współczynników wielomianu $A(z)$ mogą być równe zero.

W wyniku obliczeń opisanych powyżej znane są współczynniki a_i i b_j wielomianów $A(z)$ i $B(z)$. Ponieważ podczas obliczania wielomianu $B(z)$ wykonywane są wyłącznie operacje mnożenia wielomianów i ponieważ znane są położenie zer wielomianów $B_n(z)$, więc automatycznie znane jest również położenie zer wielomianu $B(z)$. Natomiast, ponieważ podczas obliczania wielomianu $A(z)$ wykonywane są również operacje sumowania wielomianów, znajomość położenia zer wielomianów $A_n(z)$ nie pociąga za sobą znajomości położenia zer wielomianu $A(z)$.

3.2. Problem stabilności filtru odwrotnego

Jeśli sygnał $y(k)$ na wyjściu systemu dany jest operacją splotu

$$y(k) = x(k) * h(k) \quad (3.30)$$

to znając transmitancję $H(z)$ systemu możemy przeprowadzić filtrację odwrotną i w rezultacie wyznaczyć sygnał $x(k)$ na wejściu systemu. Jednym z problemów, jaki należy jeszcze rozważyć jest problem stabilności filtru odwrotnego.

Zależność (1.4) w dziedzinie zmiennej zespolonej z przyjmuje postać

$$H(z) H^{-1}(z) = 1 \quad (3.31)$$

tak więc

$$H^{-1}(z) = \frac{1}{H(z)} \quad (3.32)$$

to znaczy, że transmitancja filtru odwrotnego do filtru $H(z)$ dana jest jako elementarna odwrotność transmitancji $H(z)$.

W ogólnym przypadku analizowany system nie jest minimalnofazowy, tzn. wielomian $A(z)$ ma zera na zewnątrz koła jednostkowego. W konsekwencji filtr odwrotny nie będzie stabilny [53,96,122] i filtracja odwrotna za pomocą takiego filtru w czasie rzeczywistym nie będzie możliwa. Wprowadzenie jednak obciążenia OI filtru odwrotnego i zgodzenie się na błędy powodowane takim obciążeniem i opóźnienie czasowe, umożliwia stabilizację filtru odwrotnego z zachowaniem charakterystyki fazowej. Wspomniane błędy spowodowane obciążeniem OI filtru są i tak nierozłącznym elementem cyfrowej filtracji sygnałów o skończonym czasie trwania, a wielkość tych błędów może być kontrolowana [np.118]. Ponadto, aby można było przeprowadzić filtrację odwrotną, żadne z zer transmitancji $H(z)$ nie może leżeć na kole jednostkowym [122,156].

Problem stabilizacji niestabilnego filtru znany jest z literatury i znane są rozwiązania tego problemu [np.1,134,141]. W zależności jednak od tego, czy np. znany jest rozkład zer i biegunów transmitancji, czy musi on być dopiero wyznaczany, możliwe są różne algorytmy realizujące ten sam cel. Algorytmy te w implementacji mogą mieć różne właściwości. Dlatego też, poniżej przedstawiono trzy algorytmy stabilizacji adekwatne do rozważanego ślepego rozplatania.

Pierwszy z nich, opisany w rozdz. 3.2.1, jest algorytmem zaczerpniętym z literatury, dwa pozostałe – są propozycjami autora choć zawierają fragmenty znane z literatury. W rozdz. 5.3 przedstawiono przykład ilustrujący skuteczność tych algorytmów.

3.2.1. Stabilizacja poprzez transformację biegunów w ciąg zer

Transmitancję $H^{-1}(z)$ można przedstawić w postaci

$$H^{-1}(z) = P \frac{\prod_{k=1}^K (1-d_k z^{-1}) \prod_{l=1}^L (1-d_l z^{-1}) (1-d_l^* z^{-1})}{\prod_{i=1}^I (1-c_i z^{-1}) \prod_{j=1}^J (1-c_j z^{-1}) (1-c_j^* z^{-1})} \quad (3.33)$$

gdzie c_i , c_j i c_j^* są zerami wielomianu $A(z)$ i biegunami $H^{-1}(z)$, d_k , d_l i d_l^* są zerami wielomianu $B(z)$ i zerami funkcji $H^{-1}(z)$, a P jest stałą. Niestabilność filtru odwrotnego powodują te bieguny transmitancji $H^{-1}(z)$, których moduł jest większy od jedności czyli $|c_i| > 1$ lub $|c_j| > 1$.

Korzystając z rozwinięcia w szereg Taylora, możemy zastąpić biegun transmitancji $H^{-1}(z)$, powodującego niestabilność filtru odwrotnego, przez ciąg zer [1,134], tzn. dla $|c_i| > 1$

$$\frac{1}{(1-c_i z^{-1})} = - \sum_{n=1}^{\infty} c_i^{-n} z^n \quad (3.34)$$

Wzór (3.34) stosuje się dla biegunów rzeczywistych $H^{-1}(z)$. Jeśli c_i byłoby zespolone, to współczynniki rozwinięcia też byłyby zespolone. Wielomian $A(z)$ jest wielomianem o rzeczywistych współczynnikach, gdyż powstał on w wyniku operacji mnożenia i dodawania wielomianów $A_n(z)$ i $B_n(z)$ o współczynnikach rzeczywistych. Tak więc zera zespolone wielomianu $A(z)$ występują parami, a wtedy słuszne jest rozwinięcie

$$\frac{1}{(1-c_j z^{-1}) (1-c_j^* z^{-1})} = \sum_{r=1}^{\infty} c_j^{-r} z^r \sum_{s=1}^{\infty} (c_j^*)^{-s} z^s = \sum_{p=2}^{\infty} a_{j,p} z^p, \quad (3.35)$$

gdzie $a_{j,p}$ tworzą tzw. iloczyn Cauchy'ego [15], który może być obliczony poprzez spłot.

W praktyce konieczne jest ograniczenie liczby wyrazów rozwinięć (3.34) i (3.35), co prowadzi do zniekształceń. Wielkość tych zniekształceń możemy kontrolować dobierając liczbę wyrazów sumy w zależności od modułu transformowanego bieguna.

Aby zastosować opisany powyżej sposób stabilizacji filtru odwrotnego, trzeba znać rozkład biegunów transmitancji filtru odwrotnego, czyli zera wielomianu $A(z)$.

3.2.2. Stabilizacja poprzez przeniesienie biegunów i korekcję fazy

$H(z)$ jako transmitancję systemu nieminimalnofazowego można przedstawić w postaci iloczynu transmitancji dwóch systemów: minimalnofazowego i wszechprzepustowego, tzn.

$$H(z) = H_M(z) H_W(z) \quad (3.36)$$

Nieminimalnofazowość systemu związana jest z tym, że zera $A(z)$ leżą na zewnątrz koła jednostkowego. Tak więc, $A(z)$ można przedstawić jako iloczyn wielomianów zawierających zera leżące w kole jednostkowym: $A_N(z)$ i leżące poza kołem jednostkowym: $A_X(z)$, czyli

$$A(z) = A_N(z) A_X(z) \quad (3.37)$$

Po wprowadzeniu $A_T(z)$, jako minimalnofazowego odpowiednika $A_X(z)$, transmitancję $H(z)$ możemy zapisać w postaci

$$H(z) = \frac{A_N(z) A_T(z)}{B(z)} \frac{A_X(z)}{A_T(z)} \quad (3.38)$$

Tak więc

$$H_M(z) = \frac{A_N(z) A_T(z)}{B(z)} \quad (3.39)$$

oraz

$$H_W(z) = \frac{A_X(z)}{A_T(z)} \quad (3.40)$$

Oznaczmy przesunięcie fazowe realizowane przez system o transmitancji $H(z)$ przez $\varphi(f)$, natomiast przesunięcie fazowe realizowane przez transmitancję $H_M(z)$ przez $\varphi_M(f)$. Zachodzi nierówność $\varphi(f) \geq \varphi_M(f)$. Tak więc system o transmitancji $H_W(z)$, który jest systemem wszechprzepustowym, musi realizować przesunięcie fazowe

$$\varphi_W(f) = \varphi(f) - \varphi_M(f) \quad (3.41)$$

Realizacja filtru odwrotnego o transmitancji $H_M^{-1}(z)$ nie stanowi problemu, gdyż $H_M(z)$ jest minimalnofazowa. Bezpośrednia realizacja $H_W^{-1}(z)$ nie jest natomiast możliwa, gdyż zera wielomianu $A_X(z)$, będące biegunami transmitancji $H_W^{-1}(z)$, leżą poza kołem jednostkowym, ale $H_W^{-1}(z)$ ma jedynie realizować przesunięcie fazowe równe $-\varphi_W(f)$.

Na mocy właściwości przekształcenia Fouriera

$$\arg FT\{h(-k)\} = -\arg FT\{h(k)\}, \quad (3.42)$$

czyli przesunięcie fazowe $-\varphi_w(f)$ można zrealizować za pomocą systemu o OI $h_w(-k)$, gdzie

$$h_w(k) = ZT^{-1}\{H_w(z)\} \quad (3.43)$$

Tak więc cała filtracja może być zrealizowana w dwóch etapach:

1. Filtracja sygnału $y(k)$ za pomocą systemu o transmitancji $H_M^{-1}(z)$, oznaczmy wynik tej filtracji jako $x_M(k)$.
2. Splot $x_M(k)$ z odwróconą OI systemu wszechprzepustowego o transmitancji $H_w(z)$.

Operację splotu $x_M(k)$ z $h_w(-k)$ można zastąpić operacją obliczenia korelacji wzajemnej $x_M(k)$ i OI $h_w(k)$, gdyż

$$f(k) * g(-k) = f(k) \text{ cor } g(k), \quad (3.44)$$

gdzie *cor* oznacza korelację.

Problemem, jaki należy jeszcze rozważyć, jest, w jaki sposób z $A(z)$ wydzielić $A_N(z)$ i $A_X(z)$ a następnie określić $A_T(z)$. Jednym z możliwych sposobów jest wyznaczenie zer wielomianu $A(z)$ i jego faktoryzacja na $A_N(z)$ i $A_X(z)$ bazująca na położeniu zer, a następnie określenie $A_T(z)$ na podstawie $A_X(z)$ przez przeniesienie zer do wnętrza koła jednostkowego zgodnie z zależnością $|c_{Ti}| = 1/|c_{Xi}|$.

3.2.3. Stabilizacja na bazie transformacji Wienera

Transmitancję $H^{-1}(z)$ można również zapisać w postaci

$$H^{-1}(z) = \frac{B(z)}{A_R(z)} \frac{A_R(z)}{A(z)} = \frac{B(z)}{A_R(z)} C^{-1}(z), \quad (3.45)$$

gdzie $A_R(z)$ jest minimalnofazowym odpowiednikiem $A(z)$, a $C^{-1}(z)$ jest transmitancją układu wszechprzepustowego określoną jako $A_R(z)/A(z)$. Zależność (3.45) w dziedzinie czasu przyjmuje postać

$$h^{-1}(k) = b(k) * a_R^{-1}(k) * c(-k), \quad (3.46)$$

gdzie $c(-k)$ jest OI korektora fazowego daną zależnością

$$c(k) = a(k) * a_R^{-1}(k) \quad (3.47)$$

Metoda ta jest podobna do przedstawionej w rozdz. 3.2.2, z tym że $a_R^{-1}(k)$ jest wyznaczana za pomocą transformacji Wienera, a nie przez przeniesienie zer. Transformata Wienera (WT) definiowana jest [141] jako przekształcenie danego skończonego ciągu, np. $a(k)$ w odwrotność minimalnofazowego odpowiednika $a(k)$, co można zapisać jako

$$a_R^{-1}(k) = WT\{a(k)\} \quad (3.48)$$

Niech $a_R^{-1}(k)$ będzie stabilnym przyczynowym filtrem przekształcającym możliwie najlepiej ciąg $a(k)$ w impuls Kroneckera. Stosując zasadę minimalizacji błędu średniokwadratowego, ciąg $a_R^{-1}(k)$ ma być taki aby minimalizował wielkość

$$I = \sum_k \left(\delta(k) - \sum_{p=0}^{P-1} a_R^{-1}(p) a(k-p) \right)^2, \quad (3.49)$$

gdzie P jest długością ciągu $a_R^{-1}(k)$, co prowadzi do równania

$$\sum_{p=0}^{P-1} a_R^{-1}(p) \sum_k a(k-p) a(k-j) = \sum_k \delta(k) a(k-j), \quad j=0, \dots, P-1 \quad (3.50)$$

Po wprowadzeniu

$$R_{aa}(\kappa) = \sum_k a(k) a(k-\kappa) \quad (3.51)$$

równanie (3.50) przyjmuje postać równania Wienera-Hopfa

$$\sum_{p=0}^{P-1} a_R^{-1}(p) R_{aa}(j-p) = a(0) \delta(j), \quad j=0, \dots, P-1 \quad (3.52)$$

Jeśli długość ciągu $a(k)$ wynosi K , to funkcja autokorelacji $R_{aa}(\kappa)$ przyjmuje niezerowe wartości dla $\kappa=0, \dots, K-1$. Rozwiązanie równania (3.52) dla $P=K$ nosi nazwę transformaty Wienera. Daje ono jedno rozwiązanie dla wielu ciągów o takiej samej funkcji autokorelacji. Równanie (3.52) można rozwiązać np. za pomocą algorytmu Levinsona.

3.2.4. Nieprzyczynowość filtru odwrotnego

Aby mogło być spełnione równanie (1.4), obszary zbieżności transmitancji $H(z)$ i $H^{-1}(z)$ muszą zachodzić na siebie [122]. Dla systemu przyczynowego jakim jest

system opisany transmitancją $H(z)$, obszar zbieżności wyznacza nierówność [120]

$$|z| > \max \{ |d_k| : k=1, \dots, K, |d_l| : l=1, \dots, L \}, \quad (3.53)$$

gdzie d_k są rzeczywistymi, a d_l - zespolonymi biegunami transmitancji $H(z)$. Ponieważ system $H(z)$ jest stabilny, to jego bieguny leżą wewnątrz koła jednostkowego i w związku z tym obszar zbieżności $H(z)$ zawiera koło jednostkowe.

Jeśli system nie jest minimalnofazowy, to wielomian $A(z)$ stanowiący licznik transmitancji $H(z)$ można poddać faktoryzacji na $A_N(z)$ i $A_X(z)$ (patrz rozdz. 3.2.2). W konsekwencji można podzielić $H(z)$ na $H_N(z)$ i $H_X(z)$. $H_N(z)$ jest systemem minimalnofazowym, a $H_X(z)$ - maksymalnofazowym.

Obszar zbieżności $H_N^{-1}(z)$, zawierający koło jednostkowe, określa nierówność

$$|z| > \max \{ |c_{N,i}| : i=1, \dots, J_N, |c_{N,j}| : j=1, \dots, J_N \}, \quad (3.54)$$

gdzie $c_{N,i}$ są rzeczywistymi, a $c_{N,j}$ - zespolonymi zerami wielomianu $A_N(z)$.

Ponieważ obszar zbieżności $H_N^{-1}(z)$ zawiera zewnętrzną część koła jednostkowego oraz $z = \infty$, to OI $h_N^{-1}(k)$ jest przyczynowa [120].

Z kolei obszar zbieżności $H_X^{-1}(z)$, zawierający koło jednostkowe, określa nierówność

$$|z| < \min \{ |c_{X,i}| : i=1, \dots, J_X, |c_{X,j}| : j=1, \dots, J_X \}, \quad (3.55)$$

gdzie $c_{X,i}$ są rzeczywistymi, a $c_{X,j}$ - zespolonymi zerami wielomianu $A_X(z)$. Ponieważ obszar zbieżności $H_X^{-1}(z)$ zawiera wewnętrzną część koła jednostkowego oraz $z=0$, to OI $h_X^{-1}(k)$ jest antyprzyczynowa [120].

Ze względu na antyprzyczynowość $h_X^{-1}(k)$, OI $h^{-1}(k)$ aby była zbieżna musi być nieprzyczynowa. Metody stabilizacji opisane w rozdz. 3.2.1-3.2.3 prowadzą do nieprzyczynowości filtru odwrotnego. W metodzie opisanej w rozdz. 3.2.1 ta nieprzyczynowość jest zapisana wprost w (3.34) i (3.35), gdyż transformacja bieguna wywołującego niestabilność powoduje pojawienie się czynnika antyprzyczynowego w postaci dodatnich potęg przy zmiennej zespolonej z . W metodzie z rozdz. 3.2.2 nieprzyczynowość powstaje w wyniku odwrócenia osi czasu OI systemu wszechprzepustowego $H_W(z)$, a metodzie z rozdz. 3.2.3 - w wyniku odwrócenia osi czasu OI systemu wszechprzepustowego o transmitancji $C(z)$.

Reasumując, nieminimalnofazowość systemu $H(z)$ powoduje niestabilność przyczynowego filtru odwrotnego, który jednak może być transformowany w stabilny filtr nieprzyczynowy.

3.3. Złe uwarunkowanie filtracji odwrotnej

Filtracja odwrotna jest operacją matematyczną źle uwarunkowaną, co oznacza, że wynik tej operacji jest dokładny jeśli dane wejściowe są absolutnie dokładne. Źródłem niedokładności danych mogą być zarówno szum pomiarowy, jak również np. szum kwantowania. Ponadto filtracja odwrotna jest źle uwarunkowana numerycznie, co oznacza, że błędy zaokrągleń wyników obliczeń mogą spowodować, że końcowy wynik będzie obciążony dużym błędem. W przypadku rozważanego ślepego rozplatania o złym uwarunkowaniu decydować będą przede wszystkim szumy pomiarowe, oznaczone w modelu (1.17) jako $n(k)$. Z podanych powodów należy zagadnienie filtracji odwrotnej traktować jako problem estymacyjny, gdyż dokładne określenie $x(k)$, ze względu na obecność szumu, nie jest możliwe. Wynik tej operacji w dużej części zależny będzie od stosunku sygnał/szum i zastosowanych procedur numerycznych poprawiających uwarunkowanie.

Gdy znana jest odpowiedź impulsowa systemu, w przypadku wystąpienia szumów pomiarowych, wynik filtracji odwrotnej $x_n(k)$ zaszumionego sygnału będzie inny niż sygnał na wejściu, a mianowicie

$$x_n(k) = y(k) * h^{-1}(k) = x(k) + n(k) * h^{-1}(k) \quad (3.56)$$

W dziedzinie częstotliwości zależność (3.56) przyjmuje postać

$$X_n(f) = X(f) + \frac{N(f)}{H(f)} \quad (3.57)$$

gdzie $N(f)$ jest transformatą Fouriera realizacji szumu $n(k)$. Jeśli dla danej częstotliwości f , $N(f)$ jest małe i $H(f)$ nie jest małe, to drugi składnik (3.57) jest mały w stosunku do $X(f)$ i jest on do pominięcia. Jeśli jednak $H(f)$ jest wystarczająco małe, to drugi składnik może być znacznie większy od pierwszego i może go zdominować. Na tym polega złe uwarunkowanie rozważane w dziedzinie częstotliwości [30,125,130]. Z kolei, w dziedzinie czasu dyskretnego elementem rozwiązania problemu jest zwykle odwracanie macierzy, które może być w przypadku niedokładnych danych numerycznie niestabilne [40,54,137]. Zakres tych niestabilności określany jest za pomocą liczby opisującej uwarunkowanie macierzy [36].

Istnieje wiele rozwiązań, zwanych regularyzacją, umożliwiających ograniczenie wpływu złego uwarunkowania na wynik filtracji odwrotnej, których stosowność zależna jest od okoliczności [9,19,30,36,39,40,54,125,130,136,137,139,156]. To ograniczenie zwykle odbywa się na drodze filtracji dokonywanej najczęściej w dziedzinie częstotliwości [np.9,30], rzadziej w dziedzinie czasu [np.36,136,139].

Najbardziej znane i uniwersalne rozwiązanie polega na filtracji, za pomocą filtru pasmowozaporowego o OI $f_r(k)$, tzn. [10,30,130]

$$x_r(k) = y(k) * h^{-1}(k) * h_r(k) \quad (3.58)$$

Problemem do rozstrzygnięcia jest jak zaprojektować filtr pasmowozaporowy, aby ograniczyć wpływ szumu bez wprowadzania istotnych zniekształceń dla tych częstotliwości, gdzie nie istnieje problem złego uwarunkowania.

Decyzje dotyczące typu filtru są w dużej części arbitralne. Filtr taki opisywany jest za pomocą parametrów, a dobór wartości tych parametrów dokonywany jest iteracyjnie na podstawie pewnych wskaźników jakości filtracji odwrotnej [np.30]. Najczęściej jest stosowany filtr regularyzacyjny postaci [10,30,125,130]

$$H_r(f) = \frac{1}{1 + \frac{H_D(f)}{|H(f)|^2}} \quad (3.59)$$

gdzie $H_D(f)$ jest funkcją rzeczywistą przyjmującą niezerowe wartości dla każdej częstotliwości. Wtedy transmitancja filtru regularyzacyjnego też jest rzeczywista. Podstawową zasadą doboru transmitancji $H_D(f)$ jest, aby transmitancja $H_r(f)$ była bliska jedności, dla częstotliwości, dla których $|H(f)|$, czyli moduł transmitancji systemu nie jest zbyt mały, oraz duża - gdy $|H(f)|$ jest relatywnie mały.

Z kolei, powszechnie zamiast transmitancji $H_D(f)$ zależnej od częstotliwości przyjmuje się stałą wartość $H_D(f)$, tzn. $H_D(f) = \lambda$ [10,30,125,130]. Wtedy (3.59) przyjmuje postać

$$H_r(f) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{|H(f)|^2}} \quad (3.60)$$

Filtracja za pomocą filtru o transmitancji danej zależnością (3.60) może być przeprowadzona zarówno w dziedzinie częstotliwości, jak i w dziedzinie czasu. Kwestią do rozstrzygnięcia pozostaje wartość parametru λ . Wartość ta najczęściej dobierana jest w drodze optymalizacji.

3.4. Podsumowanie

Przedstawione wzory pozwalają na zaprojektowanie filtru odwrotnego na podstawie wartości parametrów opisujących OI systemu. Niezależnie od wartości parametru m_n , transmitancja systemu elementarnego ma niezmienną postać daną

wzorem (3.24). W rezultacie, transmitancja systemu jest określona jako iloraz wielomianów zmiennej zespolonej z .

Konsekwencją przyjętego modelu systemu jest to, że w ogólnym przypadku filtr odwrotny jest filtrem niestabilnym w tym rozumieniu, że ma bieguny transmitancji leżące na zewnątrz koła jednostkowego. Przedstawiono trzy, adekwatne dla opisywanej metody ślepego rozplatania, algorytmy transformacji niestabilnego filtra przyczynowego w stabilny filtr nieprzyczynowy umożliwiające przeprowadzenie filtracji odwrotnej sygnałów o skończonym czasie trwania.

Problem filtracji odwrotnej jest źle uwarunkowany matematycznie i numerycznie. Ze względu na obecność szumu pomiarowego konieczna jest regularyzacja ograniczająca negatywne skutki złego uwarunkowania. Wprowadzono standardowy sposób regularyzacji poprzez filtrację pasmowozaporową.

Przedstawione algorytmy pozwalają na skuteczne przeprowadzenie filtracji odwrotnej, której wynikiem jest sygnał wejściowy, jeśli parametry opisujące OI systemu są znane dokładnie, lub estymator sygnału wejściowego, gdy znane są jedynie estymaty tych parametrów.

W tej drugiej sytuacji, ze względu na błędy estymacji OI systemu, jakość tego estymatora jest zwykle niezadowalająca. Dlatego też - jak wspomniano - w prezentowanej metodzie ślepego rozplatania, filtracja odwrotna sprzężona jest z optymalizacją pozwalającą na minimalizację błędów estymacji OI systemu. W konsekwencji optymalizacji zarówno jakość estymatora OI systemu, jak i sygnału wejściowego jest dobra. Sposób minimalizacji błędów rozplatania opisano w rozdz. 4.

4. MINIMALIZACJA BŁĘDÓW ROZPLATANIA

W rozdziale 3 przedstawiono jak dla znanych wartości parametrów opisujących OI systemów elementarnych, zaprojektować filtr odwrotny, pozwalający na wydzielenie z sygnału $y(k)$ sygnału wejściowego $x(k)$ lub jego estymatora. W przypadku omawianej metody ślepego rozplatania znane są jedynie estymaty tych parametrów. W konsekwencji, na podstawie tych estymat można zaprojektować filtr odwrotny o transmitancji $\tilde{H}^{-1}(z)$ różnej od $H^{-1}(z)$.

Istotnym pytaniem jest, jak bardzo błędy estymacji wpływają na wynik filtracji odwrotnej oraz czy możliwe jest przeprowadzenie efektywnego rozplatania w warunkach wystąpienia błędów estymacji? Aby odpowiedzieć na te pytania przeprowadzono analizę wpływu błędów estymacji parametrów na wynik filtracji odwrotnej.

Po przeprowadzeniu filtracji odwrotnej, za pomocą filtru o transmitancji $\tilde{H}^{-1}(z)$, w wyniku otrzymuje się estymator $v(k)$ sygnału na wejściu systemu, tzn.

$$V(z) = Y(z) \tilde{H}^{-1}(z) = X(z) \frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} \quad (4.1)$$

Jeśli $H(z)/\tilde{H}(z) = 1$, co występuje, gdy parametry opisujące OI systemów elementarnych wyestymowane zostały z zerowym błędem, to w wyniku filtracji odwrotnej sygnał wejściowy wyznaczany jest dokładnie. Przyjmijmy, że zadowalającym wynikiem jest możliwość wyznaczenia $x(k)$ z dokładnością do pewnego mnożnika a_e i pewnego opóźnienia k_e , co można uzyskać, jeśli

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} = a_e z^{k_e} \quad (4.2)$$

Oznacza to, że godzimy się na wyznaczanie sygnału wejściowego i OI systemu z dokładnością do stałego mnożnika oraz stałego opóźnienia. Przy braku dodatkowych informacji nie ma zresztą wyboru, tak jak nie jest możliwe wyznaczenie dwóch czynników mnożenia tylko na podstawie wyniku tego mnożenia.

Iloraz $H(z)/\tilde{H}(z)$ jest więc dobrym wskaźnikiem jakości estymacji sygnału wejściowego. Choć w warunkach ślepego rozplatania wielkość ta nie jest znana, jej analiza dostarczyć może istotnych informacji.

Ocena jakości ślepego rozplatania wykonana z zastosowaniem sygnałów modelowych (patrz rozdz. 5.4 oraz [86]) wskazuje, że na wynik rozplatania szczególnie negatywny wpływ mają błędy estymacji opóźnień czasowych k_n i mnożników β_n . Również na etapie estymacji parametrów błędy estymacji opóźnień k_n są znaczne (patrz rozdz. 5.1). Natomiast konsekwencją zastosowanej metody estymacji OI systemu są duże błędy estymacji mnożników, a głównym składnikiem tych błędów jest błąd obciążenia. Wynika to z pomijania na etapie estymacji OI systemu tylko przybliżonego spełnienia warunku, że sygnał wejściowy jest impulsem Kroneckera.

Rozdział 4.1 zawiera wyniki analizy wpływu naistotniejszych błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu na wynik filtracji odwrotnej. W konsekwencji uzyskanych wyników, w rozdziale 4.2 wprowadzono optymalizację jako sposób na minimalizację tych błędów, co pozwala na poprawienie jakości estymatora sygnału wejściowego. W rozdziale 4.3 opisano zagadnienia związane z definiowaniem funkcji kosztów. W rozdziale 4.4 podano podsumowanie.

4.1. Wpływ błędów estymacji opóźnień czasowych k_n i mnożników β_n na wynik filtracji odwrotnej

Przyjmijmy, że mnożniki g_n oraz wielomiany $A_n(z)$ i $B_n(z)$, które zależą jedynie od wskaźników m_n modelu, częstotliwości f_n i współczynników γ_n tłumienia drgań (rozdz. 3.1), znane są dokładnie. Przyjmijmy również, że liczba SE jest znana lub została wyestymowana z zerowym błędem. Wtedy stosunek transmitancji $H(z)/\tilde{H}(z)$ wynosi

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} = \frac{\beta_1 g_1 z^{-k_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \dots + \beta_n g_n z^{-k_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} + \dots + \beta_N g_N z^{-k_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)}}{\tilde{\beta}_1 g_1 z^{-\tilde{k}_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \dots + \tilde{\beta}_n g_n z^{-\tilde{k}_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} + \dots + \tilde{\beta}_N g_N z^{-\tilde{k}_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)}} \quad (4.3)$$

Po podzieleniu licznika i mianownika (4.3) przez

$$\hat{a}_e = \frac{\beta_1}{\tilde{\beta}_1} \quad (4.4)$$

oraz wprowadzeniu

$$\varepsilon_n = (\tilde{\beta}_n - \beta_n) + \frac{\tilde{\beta}_n (\beta_1 - \tilde{\beta}_1)}{\tilde{\beta}_1} \quad (4.5)$$

zależność (4.3) przyjmuje postać

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} = \dot{a}_e \frac{\beta_1 g_1 z^{-k_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \dots + \beta_n g_n z^{-k_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} + \dots + \beta_N g_N z^{-k_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)}}{\beta_1 g_1 z^{-\tilde{k}_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \dots + (\beta_n + \varepsilon_n) g_n z^{-\tilde{k}_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} + \dots + (\beta_N + \varepsilon_N) g_N z^{-\tilde{k}_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)}} \quad (4.6)$$

Następnie po pomnożeniu licznika i mianownika (4.6) przez $z^{\dot{k}_e}$, gdzie

$$\dot{k}_e = \tilde{k}_1 - k_1 \quad (4.7)$$

oraz wprowadzeniu

$$l_n = \tilde{k}_n - k'_n - \dot{k}_e \quad (4.8)$$

zależność (4.6) przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} &= \dot{a}_e z^{\dot{k}_e} \times \\ &\times \frac{\beta_1 g_1 z^{-k_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \dots + \beta_n g_n z^{-k_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} + \dots + \beta_N g_N z^{-k_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)}}{\beta_1 g_1 z^{-k_1} \frac{A_1(z)}{B_1(z)} + \dots + (\beta_n + \varepsilon_n) g_n z^{-k_n - l_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} + \dots + (\beta_N + \varepsilon_N) g_N z^{-k_N - l_N} \frac{A_N(z)}{B_N(z)}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Po wykonaniu prostych operacji mianownik (4.9) można przedstawić jako sumę trzech składników

$$S^0(z) = \sum_{n=1}^N \beta_n g_n z^{-k_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} \quad (4.10)$$

$$S^I(z) = \sum_{n=2}^N \varepsilon_n g_n z^{-k_n - l_n} \frac{A_n(z)}{B_n(z)} \quad (4.11)$$

$$S^{II}(z) = \sum_{n=2}^N \beta_n g_n z^{-k_n} (z^{-l_n} - 1) \frac{A_n(z)}{B_n(z)} \quad (4.12)$$

a całość można zapisać jako

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} = \hat{a}_e z^{\hat{k}_e} \frac{S^0(z)}{S^0(z) + S^I(z) + S^{II}(z)} \quad (4.13)$$

Po wykonaniu dzielenia licznika i mianownika przez $S^0(z)$ oraz wprowadzeniu

$$D^I(z) = \frac{S^I(z)}{S^0(z)} \quad (4.14)$$

$$D^{II}(z) = \frac{S^{II}(z)}{S^0(z)} \quad (4.15)$$

otrzymujemy

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} = \frac{\hat{a}_e z^{\hat{k}_e}}{1 + D^I(z) + D^{II}(z)} \quad (4.16)$$

$D^I(z)$ dane jest wzorem

$$D^I(z) = \sum_{n=2}^N D_n^I(z) = \sum_{n=2}^N \frac{\varepsilon_n z^{-k_n - l_n}}{\sum_{i=1}^N \beta_i \frac{g_i}{g_n} z^{-k_i} \frac{A_i(z) B_n(z)}{B_i(z) A_n(z)}} \quad (4.17)$$

a $D^{II}(z)$ - wzorem

$$D^{II}(z) = \sum_{n=2}^N D_n^{II}(z) = \sum_{n=2}^N \frac{\beta_n z^{-k_n} (z^{-l_n} - 1)}{\sum_{i=1}^N \beta_i \frac{g_i}{g_n} z^{-k_i} \frac{A_i(z) B_n(z)}{B_i(z) A_n(z)}} \quad (4.18)$$

Jeśli, uwzględnimy mnożnik $\hat{a}_e$, nie występują błędy estymacji mnożników β_n , to

$$\varepsilon_n = 0, \quad n = 2, \dots, N, \quad (4.19)$$

a w konsekwencji

$$D^I(z) \equiv 0 \quad (4.20)$$

Analogicznie, jeśli uwzględnimy przesunięcie $\hat{k}_e$, nie występują błędy estymacji opóźnień k_n , to

$$l_n = 0, \quad n = 2, \dots, N \quad (4.21)$$

a w konsekwencji

$$D^{II}(z) \equiv 0 \quad (4.22)$$

W zależnościach (4.17) i (4.18) występują ilorazy typu $[A_i(z)B_n(z)] / [B_i(z)A_n(z)]$. Ponieważ wyprowadzenia prezentowane w rozdz. 4.1 służą jedynie do jakościowej oceny wpływu błędów estymacji parametrów na wynik filtracji odwrotnej, przyjmijmy, co jest spełnione w dużym przybliżeniu, że ilorazy $[A_i(z)B_n(z)] / [B_i(z)A_n(z)]$ nie zależą od z , czyli są stałymi. Po wprowadzeniu ponadto v_{ni} do oznaczenia tego stosunku możemy zapisać, że

$$\frac{A_i(z)B_n(z)}{B_i(z)A_n(z)} \approx \text{const} = v_{ni}, \quad n, i = 1, \dots, N \quad (4.23)$$

Po wykonaniu dodatkowego podstawienia

$$\eta_{ni} = \beta_i \frac{g_i}{g_n} v_{ni} \quad (4.24)$$

wzory (4.17) i (4.18) można zapisać w postaci

$$D^I(z) \approx \sum_{n=2}^N \frac{\varepsilon_n z^{-k_n - l_n}}{\sum_{i=1}^N \eta_{ni} z^{-k_i}} \quad (4.25)$$

$$D^{II}(z) \approx \sum_{n=2}^N \frac{\beta_n z^{-k_n} (z^{-l_n} - 1)}{\sum_{i=1}^N \eta_{ni} z^{-k_i}} \quad (4.26)$$

Wspólnym czynnikiem w (4.25) i (4.26) jest

$$\Gamma_n(z) = \frac{z^{-k_n}}{\sum_{i=1}^N \eta_{ni} z^{-k_i}} \quad (4.27)$$

Przedstawiona w rozdziale 2 metoda estymacji OI systemu nie zapewnia uszeregowania czasów k_n od najmniejszego do największego. Niech $\{k_n^s: n=1, \dots, N\}$ oznacza zbiór odpowiadający zbiorowi $\{k_n: n=1, \dots, N\}$ po przesortowaniu elementów według wartości tzn. $k_1^s \leq k_2^s \leq \dots \leq k_N^s$. Niech $\{\eta_{ni}^s: n, i=1, \dots, N\}$ oznacza zbiór otrzymany ze zbioru $\{\eta_{ni}: n, i=1, \dots, N\}$ po przesortowaniu względem czasów k_n^s .

Wtedy, po pomnożeniu licznika i mianownika (4.27) przez $z^{k_1^s}$, podzieleniu przez η_{n1}^s i wykonaniu podstawienia

$$\lambda_{ni} = \frac{\eta_{ni}^s}{\eta_{ni}} \quad (4.28)$$

otrzymujemy

$$\Gamma_n(z) = \frac{z^{k_1^s - k_n}}{\eta_{n1}^s} \frac{1}{1 + \sum_{i=2}^N \lambda_{ni} z^{-(k_i^s - k_1^s)}} \quad (4.29)$$

Po tych operacjach $k_i^s - k_1^s \geq 0, \forall i \in \{2, \dots, N\}$.

Drugi z czynników po prawej stronie (4.29) możemy rozwinąć w szereg, korzystając z zależności [63]

$$\frac{1}{1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_M z^{-M}} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \dots, \quad (4.30)$$

gdzie

$$q_0 = 1 \quad (4.31)$$

$$q_k = - \sum_{i=1}^k p_i q_{k-i}, \quad \forall k > 0 \quad (4.32)$$

Liczba składników rozwinięcia (4.30) jest nieskończona, a wartości współczynników q_k można wyznaczyć również poprzez dzielenie licznika przez mianownik [63].

Powyższe rozwinięcie prowadzi do zależności

$$\Gamma_n(z) = \frac{z^{k_1^s - k_n}}{\eta_{n1}^s} (\mu_{n0} + \mu_{n1} z^{-1} + \mu_{n2} z^{-2} + \dots) \quad (4.33)$$

Należy zwrócić uwagę, że w wielomianie zmiennej z występującym w mianowniku (4.29) tylko współczynniki przy co najwyżej $N-1$ potęgach są różne od zera, podczas gdy stopień tego wielomianu jest zdecydowanie wyższy. W konsekwencji tylko współczynniki μ_{ni} przy niektórych potęgach będą różne od zera. Rekurencyjne zależności wyznaczania współczynników μ_{ni} ilustruje przedstawione dalej równanie macierzowe (4.34)

$$\mu_{ni} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_{n2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_{n2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & -\lambda_{n3} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_{n3} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\lambda_{nN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\lambda_{nN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mu_{n0} \\ \mu_{n1} \\ \vdots \\ \mu_{n,i-1} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$\lambda_{ni}, i=2, \dots, N$ występuje po raz pierwszy w wierszu $k_1^s - k_n^s + 1$. W konsekwencji, następnym po μ_{n0} niezerowym elementem macierzy $Q = [1, \mu_{n0}, \mu_{n1}, \dots, \mu_{n,i-1}]^T$ będzie element o indeksie $k_1^s - k_2^s$. Niezerowe elementy wystąpią również na pozycjach $r(k_i^s - k_1^s), r \in \mathbb{N}, k_i^s - k_n^s, i > n$.

Po uwzględnieniu (4.30), zależności (4.25) i (4.26) można zapisać w postaci

$$D^I(z) \approx \sum_{n=2}^N \epsilon_n z^{-l_n} \frac{z^{-k_1^s + k_n}}{\eta_{n1}^s} (1 + \mu_{n1} z^{-1} + \mu_{n2} z^{-2} + \dots) \quad (4.35)$$

$$D^{II}(z) \approx \sum_{n=2}^N \beta_n (z^{-l_n} - 1) \frac{z^{-k_1^s + k_n}}{\eta_{n1}^s} (1 + \mu_{n1} z^{-1} + \mu_{n2} z^{-2} + \dots) \quad (4.36)$$

$D^I(z)$ i $D^{II}(z)$ są wielomianami zmiennej zespolonej z^{-1} , w których tylko niektóre współczynniki μ_{ni} są różne od zera.

Po wprowadzeniu

$$D(z) = D^I(z) + D^{II}(z) \quad (4.37)$$

zależność (4.3) przyjmuje postać

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} \approx \frac{\hat{a}_e z^{\hat{k}_e}}{1 + D(z)} \quad (4.38)$$

W ogólnym przypadku $D(z)$ jest wielomianem o dodatnich i ujemnych wykładnikach. Po pomnożeniu wielomianu $1+D(z)$ przez czynnik o potęgze z ujemnej i równej maksymalnej dodatniej potęgze wielomianu oraz odpowiednim unormowaniu, można go sprowadzić do takiej postaci, aby miał on wyłącznie ujemne potęgi przy z i wtedy stosując rozwinięcie (4.30), otrzymujemy

$$\frac{H(z)}{\tilde{H}(z)} \approx a_e z^{k_e} [1 + \xi_1 z^{-1} + \xi_2 z^{-2} + \dots] \quad (4.39)$$

Analogicznie, z powodów podanych powyżej, tylko niektóre ze współczynników ξ_j są różne od zera.

Po podstawieniu (4.39) do (4.1) otrzymujemy

$$V(z) \approx a_e z^{k_e} X(z) [1 + \xi_1 z^{-1} + \xi_2 z^{-2} + \dots] \quad (4.40)$$

lub w dziedzinie czasu

$$v(k) \approx a_e x(k-k_e) * \left[\delta(k) + \sum_j \xi_j \delta(k-k_j) \right] \quad (4.41)$$

Z zależności (4.41) oraz (4.35) i (4.36) wynika, że:

1. Wystąpienie błędów estymacji opóźnień czasowych k_n i mnożników β_n powoduje, że wynikiem filtracji odwrotnej, oprócz sygnału wyjściowego o zmienionej amplitudzie i przesuniętego na osi czasu, są dodatkowe składniki.
2. Tymi składnikami są powtórzenia sygnału wejściowego (odbicia) o różnych amplitudach i poprzesuwanie na osi czasu.
3. Odbicia nie wystąpią jedynie, jeśli wielkości, $\varepsilon_n = 0, \forall n \in \{2, \dots, N\}$ i $l_n = 0, \forall n \in \{2, \dots, N\}$, co jest spełnione, jeśli znane są wartości mnożników β_n z dokładnością do stałego mnożnika i wartości opóźnień k_n z dokładnością do stałego opóźnienia.

Ze względu na wprowadzone uproszczenie dotyczące ilorazu transmitancji SE (zależność (4.23)), wymienione efekty nie są jedynymi konsekwencjami występowania błędów estymacji β_n i k_n . Jak pokazują badania symulacyjne, błędy te powodują również pojawianie się drgań w estymatorze sygnału wejściowego.

Przykłady wpływu błędów estymacji opóźnień czasowych k_n i mnożników β_n na wynik filtracji odwrotnej sygnałów modelowych przedstawiono w rozdziale 5.4.

4.2. Optymalizacja jako narzędzie minimalizacji błędów estymacji odpowiedzi impulsowej systemu

Z rozdziału 4.1 wynika, że błędy estymacji opóźnień czasowych k_n i mnożników β_n powodują występowanie w sygnale po filtrze odwrotnym, oprócz sygnału wejściowego, jego powtórzeń.

Należy przypomnieć, że wynik ten został uzyskany przy założeniu, że nie występują błędy estymacji częstotliwości drgań f_n i współczynników tłumienia drgań γ_n . Wyniki badań symulacyjnych wykazują jednak, że po pierwsze błędy estymacji częstotliwości f_n i współczynników γ_n są małe w stosunku do błędów estymacji k_n i β_n , a po drugie, co ma istotniejsze znaczenie, błędy te mają mniej negatywny wpływ na wynik rozplatania (patrz rozdz. 5.4 i [86]).

To, że błędy estymacji opóźnień k_n i mnożników β_n wpływają na wynik filtracji odwrotnej, to zgodnie z zależnościami przedstawionymi w rozdz. 4.1 oznacza jednocześnie, że wynik ten zawiera informację o tych błędach. Informacja ta zawarta jest w występowaniu powtórzeń oraz amplitudach i przesunięciach tych powtórzeń. Przy założonej krótkotrwałości sygnału wejściowego ocena czy w sygnale po filtrze odwrotnym występują odbicia czy też nie, jest stosunkowo łatwa.

Podane ustalenia stanowią podstawę koncepcji poprawy dokładności estymacji opóźnień k_n i mnożników β_n , a tym samym - estymacji sygnału wejściowego. Poprawa dokładności realizowana jest na drodze optymalizacji.

Ponieważ przyjęto dopuszczalność przyjmowania przez mnożnik a_e wartości różnej od jeden i przez opóźnienie k_e wartości różnej od zera, to funkcja kosztów (funkcja kryterialna), nazwijmy ją M , jest funkcją $2(N-1)$ zmiennych niezależnych: $\{\tilde{k}_n, \tilde{\beta}_n : n \in [2, N]\}$. Przyjmijmy, że w procesie optymalizacji nie będą zmieniane wartości $\tilde{k}_1$ i $\tilde{\beta}_1$, tzn. wartości parametrów opisujących pierwszą z wyestymowanych OI systemu elementarnego.

W sytuacjach pomiarowych sygnał $y(k)$ jest sygnałem o skończonym czasie trwania. W konsekwencji zbiór możliwych opóźnień $\{\tilde{k}_n : n \in [2, N]\}$ jest zbiorem skończonym, czyli ograniczonym i domkniętym. Z kolei, ponieważ $\alpha_{N,1}$ przyjmuje wartość największą spośród $\{\alpha_{N,n} : n \in [1, N]\}$ oraz ponieważ $\tilde{\beta}_1$ jest powiązane z $\alpha_{N,1}$ zależnością $\alpha_{N,1} = \tilde{\beta}_1 c_1$ (c_1 jest mnożnikiem normującym element $w_1(k)$ (patrz (2.18)), więc również, pomimo że $\tilde{\beta}_1$ może być złym estymatorem β_1 , zbiór możliwych wartości mnożników $\{\tilde{\beta}_n : n \in [2, N]\}$ jest zbiorem ograniczonym i

domkniętym. Tak więc zbiór punktów dopuszczalnych rozwiązania powyższego problemu optymalizacji jest zbiorem ograniczonym i domkniętym.

Ponieważ rozwiązanie problemu optymalizacji polega na znalezieniu ekstremum funkcji kosztów w zbiorze punktów dopuszczalnych [140], konieczne jest zdefiniowanie funkcji kosztów.

4.3. Funkcja kosztów

W niniejszej pracy, celem optymalizacji jest minimalizacja błędów estymacji parametrów $\{k_n, \beta_n: n \in [2, N]\}$, a w konsekwencji również minimalizacja błędów estymacji sygnału wejściowego. Wielkość błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu nie jest bezpośrednio mierzalna. Jednak, zgodnie z wnioskami z rozdz. 4.1, błędy estymacji k_n i β_n powodują występowanie w sygnale $v(k)$ po filtracji odwrotnej powtórzeń sygnału $x(k)$, czyli zaistnienie tych błędów jest widoczne w sygnale $v(k)$. W związku z powyższym, zdecydowano wartość funkcji kosztów M obliczać na podstawie sygnału $v(k)$. Funkcja kosztów M powinna być tak zdefiniowana, aby była miarą występowania powtórzeń i amplitud tych powtórzeń.

Istnieje wiele charakterystyk sygnału, które pozwalają na detekcję powtórzeń. W początkowym okresie prac stosowane definicje funkcji kosztów bazowały na cepstrum mocy i funkcji autokorelacji [91,93,95,101]. Jako miarę występowania i amplitud powtórzeń, stosowano również unormowany drugi moment centralny kwadratu sygnału $v(k)$ [42,151]. Wyniki uzyskiwane przy zastosowaniu tak zdefiniowanych funkcji kosztów były zwykle zadowalające, ale zdarzały się sytuacje, w których optymalizacja prowadziła do błędnego wyniku rozplatania (patrz rozdz. 5.5). Powszechnie wiadomo, że statystyki drugiego rzędu, w tym funkcja autokorelacji, jak również cepstrum mocy, nie zawierają informacji o relacjach fazowych występujących w sygnale. Taką samą np. funkcję autokorelacji ma wiele sygnałów należących do tzw. klasy równoważności, której reprezentantem zwykle jest sygnał minimalnofazowy. Natomiast zarówno sygnały, jak i OI systemu rozważanego modelu nie są minimalnofazowe. Ponieważ relacje fazowe występujące w sygnałach są w omawianej metodzie rozplatania bardzo istotne, a statystyki drugiego rzędu są *ślepe* na te relacje, zdecydowano definicję funkcji kosztów M oprzeć na statystykach wyższych rzędów.

4.3.1. Statystyki wyższych rzędów

Funkcja autokorelacji i widmowa gęstość mocy są podstawowymi statystykami drugiego rzędu procesu stochastycznego. W ostatnich kilku latach wzrasta zainteresowanie statystykami wyższych rzędów [np. 16, 18, 19, 20, 28, 29, 31, 64, 111-117, 126, 164-166], tj. momentami i kumulantami oraz polispektrami. Przyjmijmy, że proces $u(k)$ jest procesem rzeczywistym o zerowej wartości średniej. Wtedy, tak jak funkcja autokorelacji, czyli moment drugiego rzędu, definiowana jest jako

$$R(k_1, k_2) \triangleq m_2(k_1, k_2) \triangleq E\{u(k_1) u(k_2)\} \quad (4.42)$$

tak moment trzeciego rzędu procesu definiowany jest jako

$$m_3(k_1, k_2, k_3) \triangleq E\{u(k_1) u(k_2) u(k_3)\} \quad (4.43)$$

oraz moment czwartego rzędu - jako

$$m_4(k_1, k_2, k_3, k_4) \triangleq E\{u(k_1) u(k_2) u(k_3) u(k_4)\} \quad (4.44)$$

Powyższe zależności mogą być uogólnione na dowolnie wysoki rząd.

Z kolei kumulant trzeciego rzędu jest definiowany tak samo jak moment trzeciego rzędu, a kumulant czwartego rzędu - jako

$$\begin{aligned} c_4(k_1, k_2, k_3, k_4) &\triangleq E\{u(k_1)u(k_2)u(k_3)u(k_4)\} - E\{u(k_1)u(k_2)\} E\{u(k_3)u(k_4)\} + \\ &- E\{u(k_1)u(k_3)\} E\{u(k_2)u(k_4)\} - E\{u(k_1)u(k_4)\} E\{u(k_2)u(k_3)\} = \\ &= m_4(k_1, k_2, k_3, k_4) - R(k_1, k_2) R(k_3, k_4) - R(k_1, k_3) R(k_2, k_4) - R(k_1, k_4) R(k_2, k_3) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Dla procesu stacjonarnego, moment trzeciego rzędu jest funkcją jedynie dwóch opóźnień, moment zaś i kumulant czwartego rzędu - funkcjami trzech opóźnień, tzn.

$$m_3(\kappa_1, \kappa_2) = E\{u(k) u(k+\kappa_1) u(k+\kappa_2)\} \quad (4.46)$$

oraz

$$m_4(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3) = E\{u(k) u(k+\kappa_1) u(k+\kappa_2) u(k+\kappa_3)\} \quad (4.47)$$

i

$$c_4(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3) = m_4(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3) - R(\kappa_1)R(\kappa_2 - \kappa_3) - R(\kappa_2)R(\kappa_3 - \kappa_1) - R(\kappa_3)R(\kappa_1 - \kappa_2) \quad (4.48)$$

Gdy założymy, że kumulant $c_i(\kappa_1, \dots, \kappa_{i-1})$ jest bezwzględnie sumowalny, wówczas i -tego rzędu polispektrum definiowane jest jako $(i-1)$ -wymiarowa transformata Fouriera z kumulanta i -tego rzędu.

Zainteresowanie statystykami wyższych rzędów (HOS) spowodowane jest tym, że zawierają one informacje o sygnale, których nie zawierają statystyki drugiego rzędu. HOS znajdują zastosowanie w analizie i przetwarzaniu sygnałów o rozkładach niegaussowskich [np.44,155,165]. Wiadomo bowiem, że większość sygnałów losowych nie ma rozkładu normalnego, ale w przeszłości, ze względu na brak narzędzi do analizowania takich sygnałów, były one zwykle traktowane jako gaussowskie [111]. HOS znajdują zastosowanie w nieliniowej prognozie i modelowaniu sygnałów niegaussowskich, które w przypadku takich sygnałów są bardziej skuteczne niż prognoza i modelowanie liniowe [38,165].

Ważną właściwością HOS jest, że na podstawie tych statystyk można estymować charakterystykę fazową transmitancji systemu, co nie jest możliwe w oparciu na statystykach drugiego rzędu sygnału wyjściowego systemu [np.65,66,111,112,123], a także estymować sygnał wejściowy z zachowaniem jego charakterystyki fazowej [np.99,104].

HOS znajduje również zastosowanie w analizie i przetwarzaniu sygnałów niestacjonarnych, sygnałów dwuwymiarowych, ślepym rozplataniu i wielu innych, nie wymienionych algorytmach. Uwzględnivszy uzyskane dotychczas wyniki, wiele z algorytmów opracowanych na bazie statystyk drugiego rzędu powinno być poddane ocenie, czy zastosowanie HOS nie pozwoli na uzyskanie lepszych wyników [111].

4.3.2. Definicja funkcji kosztów

W wyniku przeprowadzonych rozważań teoretycznych i eksperymentów, zdecydowano funkcję kosztów M zdefiniować następująco

$$M \triangleq \sum_{\kappa_1=p}^P \sum_{\kappa_2=p}^P \frac{\tilde{m}_{4,v}^2(\kappa_1, \kappa_2, 0)}{\tilde{m}_{4,v}^2(0, 0, 0)} \quad (4.49)$$

gdzie $\tilde{m}_{4,v}(\kappa_1, \kappa_2, 0)$ jest przekrojem estymatora momentu czwartego rzędu sygnału $v(k)$, a p i P określają fragment tego przekroju, na podstawie którego określana jest funkcja kosztów ($p \neq 0$, $P > p$). Estymator momentu czwartego rzędu z (4.49) dany jest zależnością

$$\tilde{m}_{4,v}(\kappa_1, \kappa_2, 0) = \sum_k v^2(k) v(k+\kappa_1) v(k+\kappa_2) \quad (4.50)$$

Główne elementy, tego w gruncie rzeczy subiektywnego wyboru definicji funkcji kosztów, decydującego o jakości ślepego rozplatania, są dla przypomnienia następujące:

1. Wybór statystyk wyższych rzędów podyktowany jest koniecznością estymacji trajektorii sygnału wejściowego, a statystyki drugiego rzędu są *ślepe* na fazę.
2. Wybór sygnału $v(k)$ dla wyznaczania funkcji kosztów jest konsekwencją analizy przeprowadzonej w rozdz. 4.1, z której wynika, że $v(k)$ zawiera informacje o błędach estymacji parametrów opisujących OI systemu.
3. Estymator momentu czwartego rzędu zdefiniowany zależnością (4.50) zawiera informacje o odbiciach występujących w sygnale (patrz poniżej).
4. Wybór momentu czwartego rzędu, a nie trzeciego wynika z obawy, że może się zdarzyć, że rozkład prawdopodobieństwa sygnału $v(k)$ będzie symetryczny, a moment trzeciego rzędu sygnału o rozkładzie symetrycznym jest tożsamościowo równy zeru.
5. Normowanie estymatora $\tilde{m}_{4,v}$ do wartości w zerze uniezależnia wartość funkcji kosztów od wartości mnożnika a_e (patrz poniżej).
6. Ustalenie $\kappa_3 \equiv 0$ zmniejsza liczbę obliczeń nie eliminując informacji o fazie sygnału $v(k)$ (patrz poniżej).
7. Wybór fragmentu momentu $\tilde{m}_{4,v}$ ($\kappa_1, \kappa_2 \in [p, P]$, $p \neq 0$, $P > p$) wynika z tego, że początkowy fragment $\tilde{m}_{4,v}$ zawiera głównie informację o sygnale $x(k)$, a ograniczenie od góry jest związane choćby z problemem estymacji.

Estymator $\tilde{m}_4$ przyjmuje wartość maksymalną dla zerowych opóźnień κ_1, κ_2 i κ_3 . Dotyczy to również przekroju zdefiniowanego przez (4.50). W konsekwencji iloraz w (4.49), $\forall \kappa_1$ i $\forall \kappa_2$ ma wartość mniejszą lub równą jeden niezależnie od wartości mnożnika a_e . Oznacza to, że funkcja kosztów jest czuła nie na bezwzględne wartości $\{\tilde{\beta}_n: n \in \{1, \dots, N\}\}$, ale na ich wzajemne stosunki.

Zależność (4.41) można zapisać w postaci

$$v(k) = x(k) + \sum_i a_i x(k+k_i) \quad (4.51)$$

Po podstawieniu (4.51) do (4.50) i po wykonaniu obliczeń otrzymujemy

$$\begin{aligned}
\tilde{m}_{4,v}(\kappa_1, \kappa_2, 0) &= \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1, \kappa_2, 0) + \\
&+ \sum_i a_i [2\tilde{m}_{4,x}(\kappa_1, \kappa_2, k_i) + \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1, \kappa_2 + k_i, 0) + \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 + k_i, \kappa_2, 0)] + \\
&+ \sum_i a_i \sum_j a_j [2\tilde{m}_{4,x}(\kappa_1, \kappa_2 + k_j, k_i) + 2\tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 + k_j, \kappa_2, k_i) + \\
&+ \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 + k_j, \kappa_2 + k_j, 0) + \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 - k_j, \kappa_2 - k_j, k_j - k_i)] + \\
&+ \sum_i a_i \sum_j a_j \sum_k a_k [2\tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 + k_j, \kappa_2 + k_k, k_i) + \\
&+ \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 - k_j, \kappa_2 + k_k - k_j, k_j - k_i) + \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 + k_k - k_j, \kappa_2 - k_j, k_j - k_i)] + \\
&+ \sum_i a_i \sum_j a_j \sum_k a_k \sum_l a_l \tilde{m}_{4,x}(\kappa_1 + k_k - k_j, \kappa_2 + k_l - k_j, k_j - k_i),
\end{aligned} \tag{4.52}$$

gdzie $\tilde{m}_{4,x}$ jest estymatorem momentu 4-tego rzędu sygnału wejściowego.

Z zależności (4.52) wynika, że estymator momentu czwartego rzędu sygnału $v(k)$ jest sumą estymatora momentu czwartego rzędu sygnału $x(k)$ i tegoż estymatora przesuniętego po osiach κ_1 , κ_2 i κ_3 , występujących z różnymi mnożnikami zależnymi od błędów estymacji parametrów.

Ponieważ dla sygnału krótkotrwałego $m_{4,x}(\kappa_1, \kappa_2, 0) \equiv 0$, $\forall \kappa_1, \kappa_2 > p$, gdzie p zależy od sygnału $x(k)$, definicja funkcji kosztów (4.49) daje możliwość detekcji występowania w sygnale po filtrze odwrotnym powtórzeń sygnału wejściowego. Wartość funkcji jest minimalna, jeśli współczynniki a_i w (4.51) przyjmują zerowe wartości. Ten warunek z kolei jest spełniony, jeśli błędy estymacji parametrów opisujących OI systemu są zerowe. Oznacza to, że minimalizacja wartości funkcji kosztów M jest sposobem na minimalizację błędów estymacji tych parametrów.

4.4. Podsumowanie dotyczące optymalizacji

Funkcja kosztów M w rozważanych warunkach jest między innymi funkcją następujących wielkości

$$M = M(y(k), \{\tilde{k}_n, \tilde{\beta}_n : n=2, \dots, N\}) \tag{4.53}$$

Jest ona funkcją ciągłą ze względu na $\tilde{k}_n$ i $\tilde{\beta}_n$, $n \in \{2, \dots, N\}$. Poza tym, zbiór punktów dopuszczalnych rozwiązania powyższego problemu optymalizacji, nazwijmy go Ψ , jest zbiorem ograniczonym i domkniętym. Tak więc, funkcja kosztów M osiąga swoje minimum w zbiorze Ψ [140].

Znajdując minimum funkcji M dochodzimy do sytuacji, gdy estymatory $\tilde{\beta}_n$ mnożników (z dokładnością do multiplikatywnej stałej) są bliskie wartościom mnożników β_n oraz estymatory opóźnień $\tilde{k}_n$ (z dokładnością do stałego opóźnienia) są bliskie wartościom opóźnień k_n , tzn.

$$\tilde{\beta}_n \approx a_e \beta_n, \quad \tilde{k}_n \approx k_n + k_e, \quad \forall n \in \{1, \dots, N\} \quad (4.54)$$

Tak więc, gdy oznaczymy przez $\tilde{x}(k)$ wynik filtracji odwrotnej po optymalizacji, optymalizacja prowadzi do uzyskania dobrej jakości estymatora sygnału wejściowego, tzn.

$$\tilde{x}(k) \approx a_e x(k - k_e) \quad (4.55)$$

Poza przeskalowaniem wartości i przesunięciem w czasie wystąpią różnice pomiędzy $x(k)$ a $\tilde{x}(k)$ spowodowane błędami estymacji częstotliwości f_n i wykładników γ_n .

4.5. Podsumowanie

Wykazano, że błędy estymacji mnożników β_n oraz opóźnień czasowych k_n powodują występowanie w sygnale po filtracji odwrotnej powtórzeń sygnału wejściowego, a to z kolei powoduje, że sygnał ten nie jest sygnałem krótkotrwałym.

Ten wniosek posłużył do wprowadzenia optymalizacji jako sposobu na minimalizację błędów estymacji parametrów. Stwierdzono, że funkcja kosztów powinna być określona na bazie wyniku filtracji odwrotnej i powinna być miarą występowania w sygnale powtórzeń.

Ponieważ sygnały poddawane rozplataniu są nieminimalnofazowe, zdefiniowano funkcję kosztów bazując na przekroju estymatora momentu czwartego rzędu sygnału po filtracji odwrotnej, co pozwala na uwzględnienie informacji fazowych o sygnałach i systemie. W rozdz. 4.3.2 wykazano, że tak zdefiniowana funkcja kosztów jest dobrą miarą występowania powtórzeń.

Effektem wprowadzenia optymalizacji jest poprawienie jakości estymatora sygnału wejściowego przez minimalizację błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu.

5. ILUSTRACJA METODY ŚLEPEGO ROZPLATANIA NA PRZYKŁADZIE SYGNAŁÓW MODELOWYCH

Jak wynika z rozdz. 2-4 opisywany algorytm ślepego rozplatania może być projektowany elastycznie z opisanych tam lub innych procedur. Wybór poszczególnych procedur jest uzależniony od parametrów sygnału poddawanego analizie, takich jak: liczba N równoległe połączonych SE, długość sygnału i innych.

W niniejszym rozdziale przedstawiono przykłady ilustrujące etapy rozplatania sygnałów modelowych z podaniem warunków, dla jakich zostały one uzyskane. Przykłady te prezentują możliwości, ale także ograniczenia metody. Przedstawiono również wyniki badań symulacyjnych pozwalających na oszacowanie dokładności estymacji parametrów opisujących OI systemu.

Wybór tej metody prezentacji możliwości i ograniczeń podyktowany jest złożonością problemu. Zdecydowana większość stosowanych bowiem procedur estymacyjnych i numerycznych nie ma analitycznych oszacowań dokładności. Ponadto, niektóre z procedur numerycznych, w opisanej metodzie rozplatania, pracują na granicy możliwości podanych przez ich autorów. Przykładem może tu być procedura wyznaczania zer zespolonych wielomianów, jeżeli stopień wielomianu wynosi kilkadziesiąt. Badania symulacyjne, choć mają wiele wad, w wielu przypadkach przy rozwiązywaniu złożonych problemów są jedyną szansą oszacowania możliwości algorytmów.

W rozdziale 5.1 przedstawiono wyniki badań symulacyjnych estymacji parametrów opisujących OI systemu dla wariantów różniących się zastosowanym algorytmem estymacji opóźnień czasowych. Rozdział 5.2 zawiera ilustrację etapów estymacji OI systemu dla jednego z sygnałów modelowych, rozdz. 5.3 - porównanie trzech opisanych w rozdz. 3.2 wariantów stabilizacji filtra odwrotnego, rozdz. 5.4 - przykłady wpływu błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu na estymator sygnału wejściowego. Rozdział 5.5 zawiera ilustrację wpływu optymalizacji i definicji funkcji kosztów na wynik rozplatania, rozdz. 5.6 - wpływ szumu i regularyzacji na wynik filtracji odwrotnej i rozplatania, a rozdz. 5.7 - podsumowanie.

5.1. Porównanie wariantów estymacji parametrów OI systemu

Porównania różnych wariantów estymacji parametrów OI systemu dokonano dla serii sygnałów modelowych opisanej w Dodatku B, dla długości sygnałów wynoszącej 500 próbek. W tym celu porównano średnie błędy estymacji dla pojedynczych sygnałów i średnie błędy estymacji dla zbioru sygnałów.

Średnie błędy estymacji częstotliwości M_{fi} dla pojedynczego sygnału liczone były z zależności

$$M_{fi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \min \{ |f_{in} - f_{ij}^e| : n \in \{1, \dots, N\} \}, \quad (5.1)$$

gdzie i jest numerem sygnału, N jest liczbą składowych sygnałów, j jest numerem wyestymowanej częstotliwości, f_{in} jest częstotliwością drgań w modelu, a f_{ij}^e jest wyestymowaną częstotliwością.

Średnie unormowane błędy estymacji współczynników tłumienia drgań $M_{\gamma i}$ dla pojedynczego sygnału liczone były z zależności

$$M_{\gamma i} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|\gamma_{in} - \gamma_{in}^e|}{\gamma_{in}}, \quad (5.2)$$

gdzie γ_{in} jest wartością współczynnika w modelu, a γ_{in}^e jest wartością wyestymowaną.

Średnie błędy estymacji opóźnień M_{ki} dla pojedynczego sygnału były liczone z zależności

$$M_{ki} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |k_{in} - k_{in}^e - k_i^e| \quad (5.3)$$

gdzie k_{in} jest wartością opóźnienia w modelu, k_{in}^e jest wyestymowaną wartością opóźnienia, a k_i^e jest składową stałą błędu estymacji daną zależnością

$$k_i^e = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N k_{in} - k_{in}^e \quad (5.4)$$

Wybór kryterium oceny błędów estymacji parametrów f_{in} , γ_{in} i k_{in} typu L_1 , wydaje się być najbardziej przydatnym, ze względu na późniejszy etap rozplatania, jakim jest filtracja odwrotna. Obliczenia błędów estymacji mnożników β_n nie były prowadzone, gdyż głównym składnikiem tych błędów jest błąd obciążenia powodowany metodą estymacji. Tylko wtedy, gdyby sygnał wejściowy był impulsem Kroneckera, reprezentacja sygnału mogłaby być nieobciążonym estymatorem mnożników. W innym przypadku moduł widma sygnału wejściowego oraz częstotliwości drgań

systemu w zasadniczy sposób wpływają na reprezentację sygnału. Można przyjąć, że inne błędy, np. błąd odwracania macierzy Grama, są do pominięcia w stosunku do błędów obciążenia estymatorów.

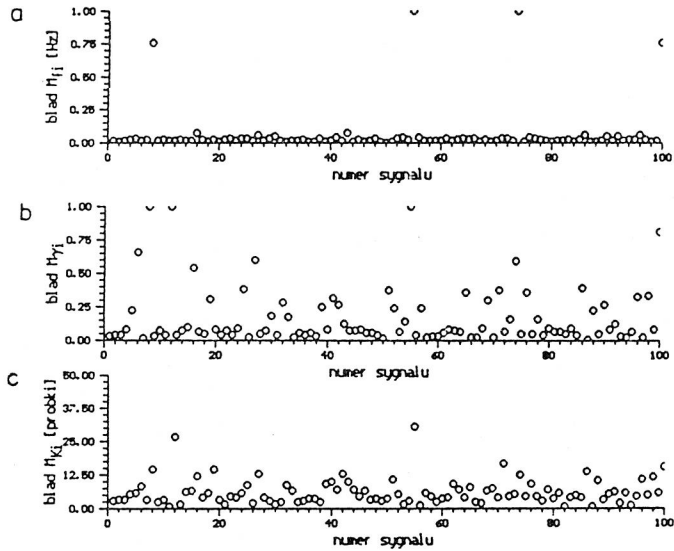
Na rysunkach 5.1-5.4 przedstawiono wykresy średnich błędów estymacji częstotliwości - M_{fi} - rys. a, średnich unormowanych błędów estymacji współczynników tłumienia drgań - $M_{\gamma i}$ - rys. b i średnich błędów estymacji opóźnień czasowych - M_{ki} - rys. c, uzyskanych czterema wariantami estymacji. W badaniach tych, dla wszystkich czterech wariantów, częstotliwości drgań f_{in} określone były na podstawie widm sygnałów obliczonych metodą Cooleya-Tukeya z oknem Kaisera-Bessela, gdyż przy długościach sygnału rzędu kilkuset próbek metoda ta zapewnia najmniejsze błędy estymacji [98]. Natomiast współczynniki tłumienia drgań określone były metodą projekcji ortogonalnej. Z kolei opóźnienia czasowe określone były: metodą projekcji ortogonalnej (wariant 1) - rys. 5.1, zmodyfikowaną metodą korelacyjną opisaną w rozdz. 2.7.1 (wariant 2) - rys. 5.2, zmodyfikowaną metodą korelacyjną wspomaganą przez filtrację odwrotną opisaną w rozdz. 2.7.2 (wariant 3) - rys. 5.3 oraz poprzez określanie ekstremum globalnego stosunku chwilowych widm przylegających fragmentów sygnałów - metody opisanej w rozdz. 2.7.3 (wariant 4) - rys. 5.4.

W tabeli 5.1 przedstawiono zestawienie uśrednionych, po zbiorze 100 sygnałów modelowych, błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu, popełnionych z zastosowaniem czterech wymienionych wariantów estymacji.

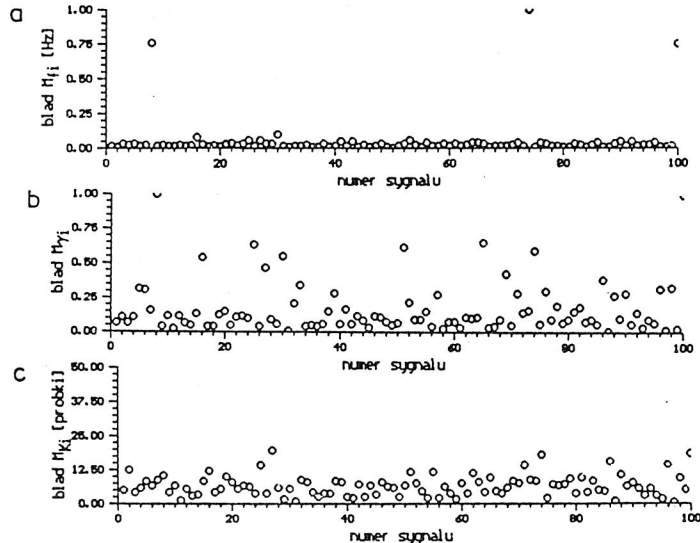
Tabela 5.1

Zestawienie średnich po zbiorze sygnałów błędów estymacji parametrów OI systemu

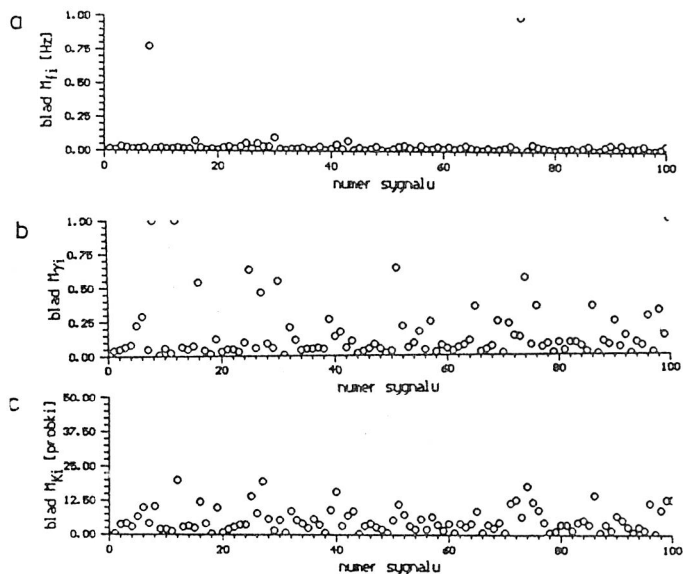
Lp.	Wariant estymacji	M_{fi} [Hz]	$M_{\gamma i}$	M_{ki} [próbkki]
1	Projekcja ortogonalna	0,066	0,196	6,17
2	Zmodyfikowana metoda korelacyjna	0,052	0,180	6,54
3	Zmodyfikowana metoda korelacyjna wspomagana przez filtrację odwrotną	0,045	0,166	5,35
4	Stosunek chwilowych widm	0,023	0,110	5,17



Rys. 5.1. Wykresy średnich błędów estymacji: częstotliwości - rys.a, współczynników tłumienia drgań - rys.b i opóźnień czasowych - rys.c, dla wariantu 1
 Fig. 5.1 Graphical representation of the mean estimation errors of frequencies - fig.a, damping coefficients - fig.b, and time delays - fig.c - variant 1

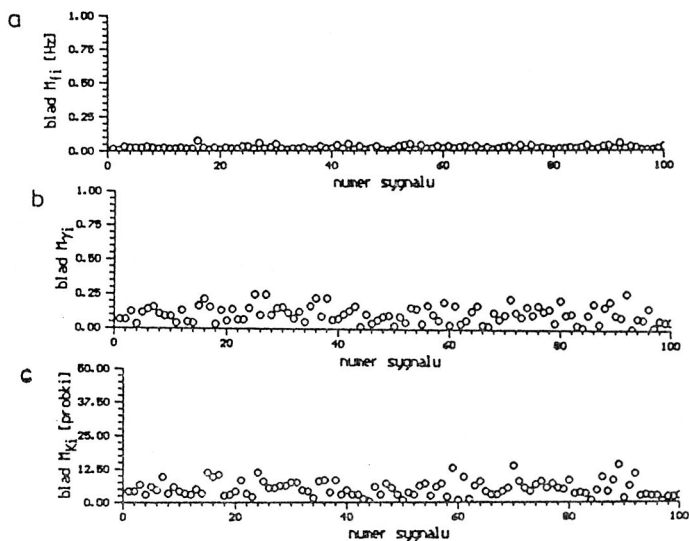


Rys. 5.2. Wykresy średnich błędów estymacji: częstotliwości - rys.a, współczynników tłumienia drgań - rys.b i opóźnień czasowych - rys.c, dla wariantu 2
 Fig. 5.2. Graphical representation of the mean estimation errors of frequencies - fig.a, damping coefficients - fig.b, and time delays - fig.c - variant 2



Rys. 5.3. Wykresy średnich błędów estymacji: częstotliwości - rys.a, współczynników tłumienia drgań - rys.b i opóźnień czasowych - rys.c, dla wariantu 3

Fig. 5.3. Graphical representation of the mean estimation errors of frequencies - fig.a, damping coefficients - fig.b, and time delays - fig.c - variant 3



Rys. 5.4. Wykresy średnich błędów estymacji: częstotliwości - rys.a, współczynników tłumienia drgań - rys.b i opóźnień czasowych - rys.c, dla wariantu 4

Fig. 5.4. Graphical representation of the mean estimation errors of frequencies -fig.a, damping coefficients - fig.b, and time delays - fig.c - variant 4

Wykresy błędów estymacji częstotliwości, uzyskane z zastosowaniem pierwszych trzech metod, dla kilku sygnałów wykazują duże błędy estymacji. Błędy te są konsekwencją dużych błędów estymacji opóźnień czasowych lub/i wykładników jednego z elementów, co powoduje aproksymację OI jednego z systemów elementarnych za pomocą dwóch elementów. W konsekwencji powoduje to nicuważenie w zbiorze czterech SE jednego z SE modelu, a w rezultacie duży średni błąd estymacji częstotliwości. Także wykresy średnich błędów estymacji współczynników tłumienia drgań dla pierwszych trzech metod wykazują duże rozrzuty. Takich niepożądanych cech nie mają wyniki przedstawione na rys. 5.4, czyli w sytuacji gdy opóźnienia czasowe estymowane są metodą określania ekstremum globalnego stosunku chwilowych widm przylegających fragmentów sygnału.

Z tabeli 5.1 wynika, że warianty 3 i 4 estymacji opóźnień czasowych dostarczają wyników lepszych niż projekcja ortogonalna. Choć różnice w błędach estymacji są nieduże, to konsekwencje tych niewielkich różnic na etapie zarówno estymacji parametrów, a szczególnie na etapie filtracji odwrotnej, mogą być już dużo większe. Jest to widoczne np. na rys. 5.1-5.3 (w stosunku do błędów estymacji współczynników tłumienia drgań), a także w dalszej części tego rozdziału (w odniesieniu do filtracji odwrotnej).

W podsumowaniu można stwierdzić, że najlepsze wyniki estymacji zbioru parametrów opisujących OI systemu uzyskano z zastosowaniem do estymacji opóźnień czasowych stosunku chwilowych widm przylegających fragmentów sygnałów.

5.2. Przykład estymacji odpowiedzi impulsowej systemu

Na rysunku 5.5 przedstawiono wykresy ilustrujące kolejne etapy estymacji OI systemu, dla jednego z sygnałów serii opisanej w Dodatku B, metodą opisaną w rozdz. 2 przy następujących warunkach:

- długość sygnału wynosiła 500 próbek,
- częstotliwości drgań f_n estymowano metodą Cooleya-Tukeya z użyciem okna Kaisera-Bessela z parametrem 2,5,
- czasy wejścia kolejnych składowych estymowano metodą określania globalnego ekstremum stosunku chwilowych widm obliczanego dla parametrów: długość segmentu wynosiła około 60 próbek, a długość funkcji autokorelacji wynosiła 20 próbek,
- wartości współczynników γ_n estymowano metodą projekcji ortogonalnej.

Dla sygnału z rys. 5.5a średniokwadratowy błąd aproksymacji w podprzestrzeni rozpinanej przez cztery elementy wynosi 0,11. Dla innych sygnałów dla takich samych warunków często błąd ten był mniejszy. Prezentowany przykład ilustruje działanie algorytmu estymacji OI systemu. Po wyestymowaniu n -tego elementu bazy, wektor n -elementowej aproksymacji jest odejmowany od sygnału, co jest widoczne w różnicach w widmach kolejnych reszt (szczególnie pomiędzy rys.5.5g i rys.5.5e). Ponieważ jednak proces estymacji obarczony jest błędami, nie zawsze odjęcie to powoduje jednakowo skuteczną eliminację danych składowych sygnału (porównaj rys.5.5b, e oraz g).

Pomimo błędów estymacji różnice pomiędzy sygnałami aproksymowanym a aproksymującym zarówno w widmie, jak również w przebiegu czasowym, co jest ważne ze względu na relacje fazowe, są niewielkie. Inne przykłady ilustrujące proces estymacji OI systemu można znaleźć w pracach [83,85,88-90,95,97,103,105].

W tabeli 5.2 podano zależność normy wektora błędu od liczby L elementów bazy użytych do aproksymacji, dla przykładu z rys. 5.5.

T a b e l a 5.2

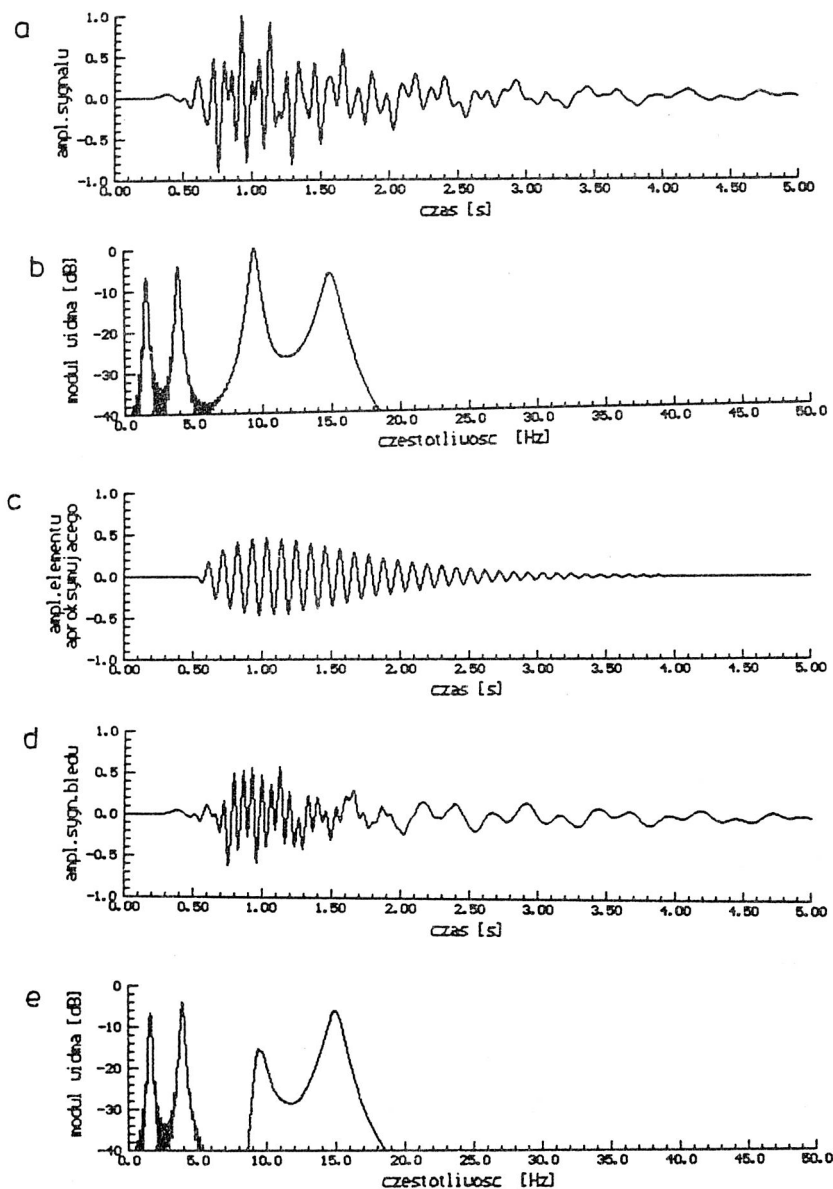
Zależność normy wektora błędu od liczby L elementów bazy

Liczba L	1	2	3	4	5
$\ \hat{\epsilon}_L\ / \ y_0\ $	0,692	0,604	0,403	0,327	0,242

Z kolei, macierz (5.5) przedstawiona poniżej jest macierzą Grama dla przykładu z rys. 5.5.

$$\begin{bmatrix}
 1,00000 & -0,00120 & 0,00282 & 0,00027 \\
 -0,00120 & 1,00000 & -0,00016 & -0,00325 \\
 0,00282 & -0,00016 & 1,00000 & 0,00010 \\
 0,00027 & -0,00325 & 0,00010 & 1,00000
 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Macierz (5.5) ilustruje właściwość algorytmu opisanego w rozdz. 2 występująca dla modelu (2.17), że zwykle wektory bazy są prawie ortogonalne.



Rys. 5.5. Przykład estymacji OI systemu: sygnał - rys.a, widmo sygnału - rys.b, pierwszy element bazy - rys.c, sygnał błędu aproksymacji w przestrzeni rozpinanej przez bazę jednoelementową - rys.d, widmo sygnału z rys.d - rys.e, sygnał błędu aproksymacji w przestrzeni rozpinanej przez bazę dwuelementową - rys.f, widmo sygnału z rys.f - rys.g, sygnał błędu aproksymacji w przestrzeni rozpinanej przez bazę czteroelementową - rys.h, sygnał aproksymujący w podprzestrzeni rozpinanej przez bazę czteroelementową - rys.i oraz widmo sygnału z rys.i - rys.j

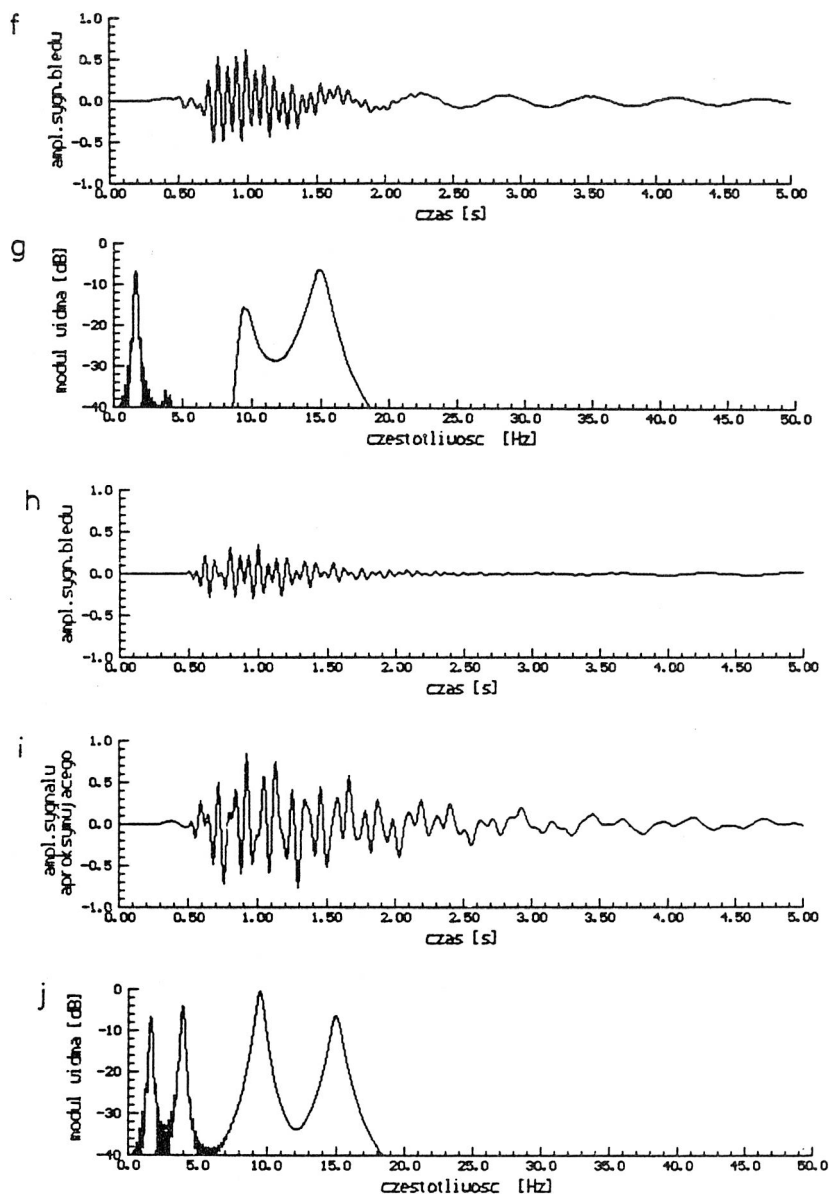
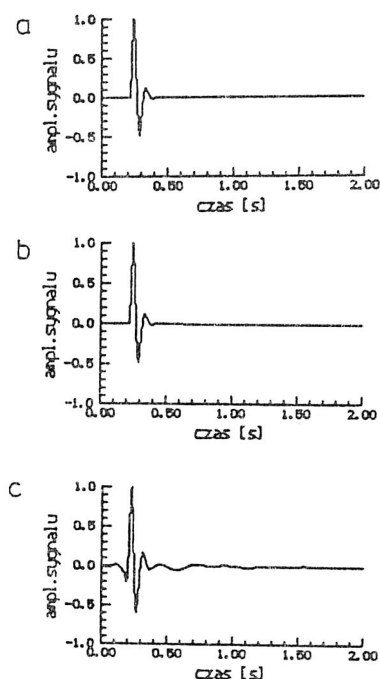


Fig. 5.5. Example of estimation of the system IR: signal - fig.a, signal spectrum - fig.b, first element of the basis - fig.c, approximation error signal in space spanned by single-element basis - fig.d, spectrum of signal of fig.d - fig.e, approximation error in space spanned by two-element basis - fig.f, spectrum of signal of fig.f - fig.g, approximation error in space spanned by four-element basis - fig.h, approximating signal in subspace spanned by four-element basis - fig.i, and spectrum of signal of fig.i - fig.j

5.3. Porównanie wariantów stabilizacji filtru odwrotnego

Spośród wielu możliwych wariantów stabilizacji niestabilnego filtru odwrotnego, w rozdz. 3.2 opisano trzy. Poniżej, na przykładzie sygnału z rys. 5.5a, przedstawiono rezultaty stabilizacji ilustrujące właściwości tych algorytmów. Filtracji odwrotnej poddano początkowy fragment sygnału o długości 200 próbek.

Na rysunku 5.6 przedstawiono wyniki filtracji odwrotnej przy założeniu, że parametry opisujące OI systemu znane są dokładnie, z zastosowaniem różnych algorytmów stabilizacji.



Rys. 5.6. Wykresy wyników filtracji odwrotnej przy założeniu, że parametry opisujące OI systemu znane są dokładnie, z zastosowaniem: stabilizacji poprzez transformację biegunów w ciąg zer - rys.a, stabilizacji poprzez przeniesienie biegunów i korekcję fazy - rys.b oraz stabilizacji na bazie transformacji Wienera - rys.c

Fig. 5.6. Results of inverse filtering, assuming that parameters describing the system IR are known exactly, with the use of: stabilization via transformation of poles to a sequence of zeros - fig.a, stabilization via transferring the poles and phase correction - fig.b, and stabilization based on Wiener transformation - fig.c

W przypadku wyników przedstawionych na rys. 5.6a i 5.6b koniecznego wyznaczenia położenia zer wielomianu dokonano za pomocą algorytmu opisanego w pracy [59,60], natomiast do rozwiązania układu równań liniowych stosowano faktoryzację Cholesky'ego.

Przedstawione wyniki są ilustracją właściwości numerycznych algorytmów stabilizacyjnych. Każdy z tych algorytmów zawiera procedurę *trudną* numerycznie. W przypadku dwóch pierwszych algorytmów jest to procedura wyznaczania położenia zer wielomianu o stopniu niejednokrotnie przekraczającym 80, w przypadku zaś

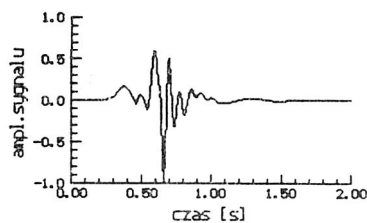
trzeciego algorytmu jest to procedura odwracania macierzy rzędu powyżej 100. Z prezentowanych, ale również innych rezultatów wynika, że ostatni z tych algorytmów cechują największe błędy. Są to błędy spowodowane odwracaniem macierzy, ale również ograniczeniem długości filtru do 150 próbek. Przeprowadzone symulacje pokazują, że zwiększenie długości filtru nie jest jednak receptą na zmniejszenie błędów algorytmu stabilizacyjnego, gdyż wzrasta wtedy rząd macierzy jaką trzeba odwrócić [96,160,161].

Choć z przedstawionych na rys. 5.6 rezultatów wynika, że algorytmy 1 (stabilizacja poprzez transformację biegunów w ciągi zer) i 2 (stabilizacja poprzez przeniesienie biegunów i korekcję fazy) są równie dobre, wyniki innych eksperymentów wskazują na lepsze właściwości algorytmu 2. Podstawową przyczyną mniejszej dokładności algorytmu 1, jest jak wspomniano w rozdz. 3.2.1, konieczność ograniczenia rozwinięcia. Ma to tym większe znaczenie, im bliżej koła jednostkowego jest biegun podlegający stabilizacji. W dalszych obliczeniach do stabilizacji filtru odwrotnego stosowano algorytm 2.

Dla porównania, na rys. 5.7 przedstawiono wynik filtracji odwrotnej ze stabilizacją polegającą jedynie na przeniesieniu zer powodujących niestabilność do wnętrza koła jednostkowego, czyli różniącą się od wspomnianego algorytmu 2 brakiem korekcji fazy.

Rys. 5.7. Wykres wyniku filtracji odwrotnej, przy założeniu, że parametry opisujące OI systemu znane są dokładnie, z zastosowaniem stabilizacji polegającej na przeniesieniu biegunów powodujących niestabilność filtru odwrotnego do wnętrza koła jednostkowego bez korekcji fazy

Fig. 5.7. Result of inverse filtering, assuming that parameters describing the system IR are known exactly, with the use of stabilization consisting in the transfer of poles which make inverse filter unstable inside the unit circle without phase correction

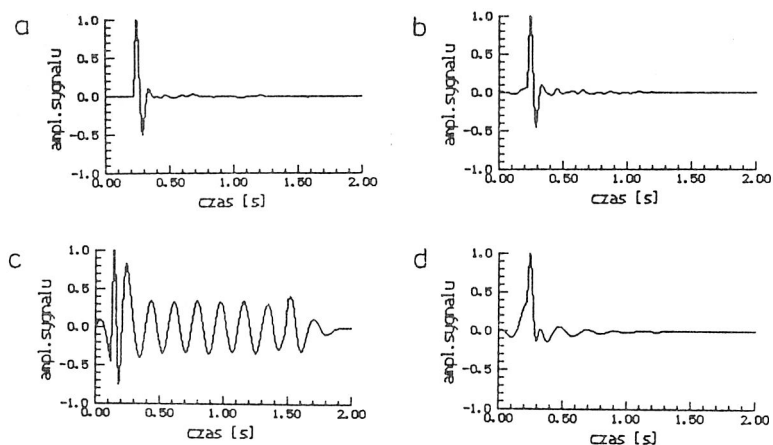


5.4. Ilustracja wpływu błędów estymacji parametrów OI systemu na wynik estymacji sygnału wejściowego

Wyprowadzone w rozdz. 4.2 zależności, wyrażające wpływ błędów estymacji opóźnień k_n i mnożników β_n na estymator sygnału wejściowego, mają charakter jakościowy. Poniżej przedstawiono kilka przykładów ilustrujących wpływ błędów

estymacji parametrów na wynik filtracji odwrotnej. Aby mieć odniesienie do faktycznych wartości błędów, jakie mogą wystąpić, przyjmowano wartości błędów estymacji parametrów OI systemu równe błędom średnim podanym w tabeli 5.1 w poz. 4.

Na rysunku 5.8 przedstawiono wynik filtracji odwrotnej sygnału z rys. 5.5a przy błędach: estymacji częstotliwości f_n wynoszących plus albo minus 0,023Hz (znak błędu wybrany został losowo) - rys.a, estymacji współczynników γ_n tłumienia drgań wynoszących plus albo minus 11% - rys.b, estymacji opóźnień czasowych k_n wynoszących plus albo minus 5 próbek - rys.c oraz estymacji mnożników β_n wynoszących plus albo minus 100% - rys.d.



Rys. 5.8. Wykresy wyników filtracji odwrotnej sygnału z rys. 5.5a przy błędach: estymacji częstotliwości - rys.a, estymacji współczynników tłumienia drgań - rys.b, estymacji opóźnień czasowych - rys.c i estymacji mnożników - rys.d

Fig. 5.8. Results of inverse filtering of the signal from fig.5.5a with the estimation errors of: frequencies - fig.a, damping coefficients - fig.b, time delays - fig.c, and multipliers - fig.d

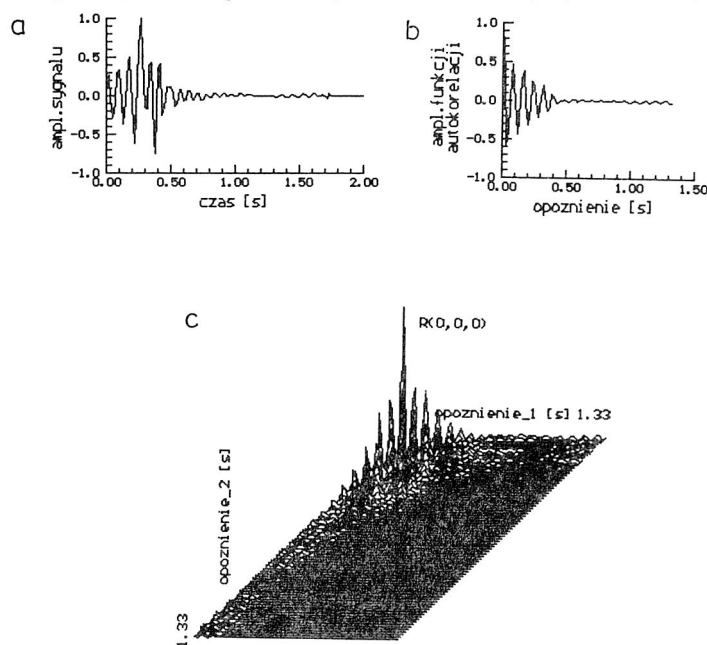
Z przedstawionych rezultatów oraz rezultatów innych eksperymentów wynika, że błędy estymacji częstotliwości i współczynników tłumienia drgań o spodziewanych wartościach nie mają zasadniczego negatywnego wpływu na wynik filtracji odwrotnej. Przebieg czasowy sygnału wejściowego jest odtwarzany z dużą dokładnością. Nie można tego powiedzieć o wpływie błędów estymacji pozostałych dwóch parametrów. Szczególnie negatywny wpływ mają błędy estymacji opóźnień, które zmieniają zależności fazowe występujące w sygnale. Dlatego też opracowanie efektywnego algorytmu estymacji opóźnień czasowych jest jednym z ważniejszych problemów w omawianej metodzie rozplatania.

Inne przykłady wpływu błędów estymacji parametrów OI systemu na estymator sygnału wejściowego można znaleźć w pracy [86].

W podsumowaniu można stwierdzić, że spodziewane błędy estymacji częstotliwości i współczynników tłumienia drgań będą miały mały wpływ na wynik filtracji odwrotnej, natomiast spodziewane błędy estymacji opóźnień i mnożników - znacznie większy.

5.5. Ilustracja wpływu optymalizacji i definicji funkcji kosztów na estymator sygnału wejściowego

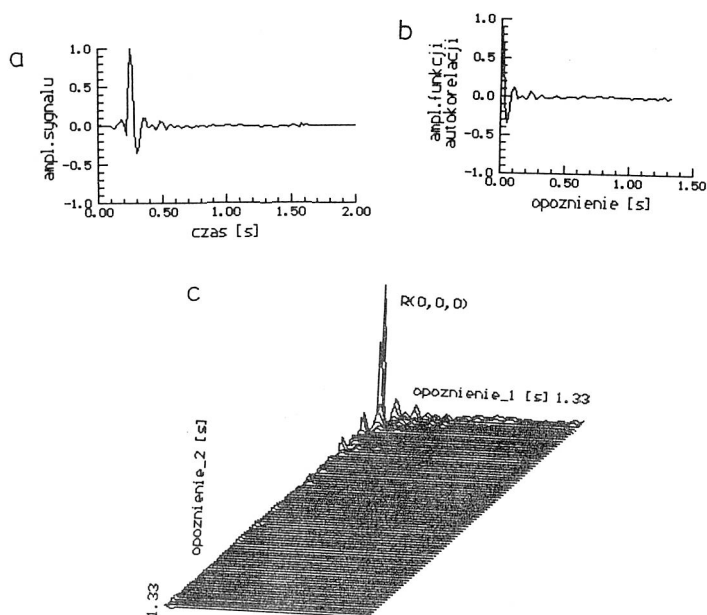
Na rysunku 5.9 przedstawiono wykres wyniku filtracji odwrotnej sygnału z rys. 5.5a, przy czym filtr odwrotny został zaprojektowany na podstawie wartości parametrów uzyskanych w wyniku estymacji, oraz statystyki tego wyniku.



Rys. 5.9. Wykresy: wyniku filtracji odwrotnej sygnału z rys. 5.5a, przy czym filtr odwrotny został zaprojektowany na podstawie wartości parametrów uzyskanych w wyniku estymacji - rys.a, funkcji autokorelacji sygnału z rys.a - rys.b oraz przekroju momentu czwartego rzędu tego sygnału - rys.c
 Fig. 5.9. Result of inverse filtering of the signal from fig.5.5a, with inverse filter being designed on the basis of the values of parameters obtained from estimation - fig.a, autocorrelation function of the signal from fig.a - fig.b, section of the 4-th order moment of this signal - fig.c

Przedstawiony na rys. 5.9 wynik estymacji sygnału wejściowego jest zły, co w oczywisty sposób spowodowane jest błędami estymacji parametrów opisujących OI systemu. Jednocześnie to, że sygnał ten nie jest sygnałem krótkotrwałym widać zarówno w funkcji autokorelacji, jak i w przekroju momentu czwartego rzędu.

Do poprawienia jakości estymatora sygnału wejściowego w opisywanej metodzie rozplatania stosowana jest optymalizacja, przy czym jak wspomniano w rozdziale 4 definicja funkcji kosztów ma zasadniczy wpływ na wynik rozplatania. Dla ilustracji tego wpływu przedstawiono dwa wyniki rozplatania uzyskane z zastosowaniem dwóch różnych funkcji kosztów. Na rysunku 5.10 przedstawiono wykres wyniku rozplatania sygnału z rys. 5.5a z zastosowaniem funkcji kosztów bazującej na momencie czwartego rzędu, zdefiniowanej wzorem (4.49) oraz statystyki tego wyniku. Natomiast na rys. 5.11 przedstawiono wykres wyniku rozplatania sygnału z rys. 5.5a z zastosowaniem funkcji kosztów $\hat{M}$ oraz jego statystyki.

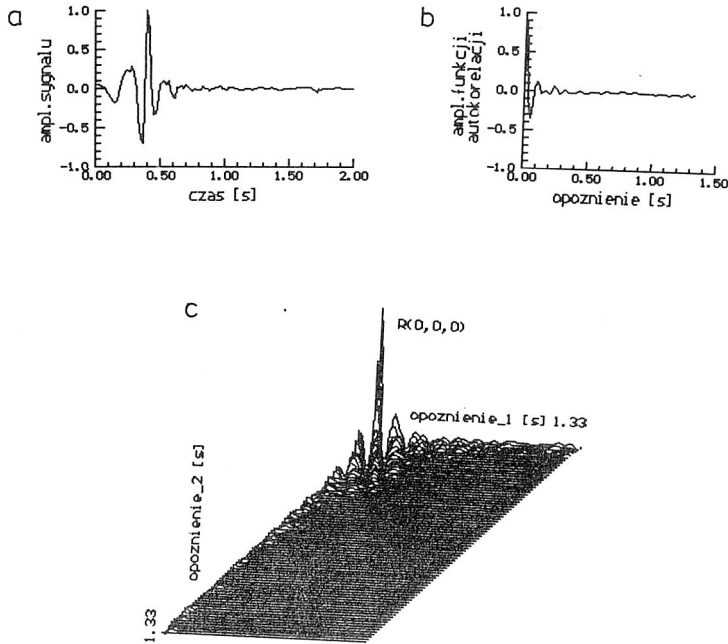


Rys. 5.10. Wykresy: wyniku rozplatania sygnału z rys. 5.5a z zastosowaniem funkcji kosztów bazującej na momencie czwartego rzędu, zdefiniowanej wzorem (4.49) - rys.a, funkcji autokorelacji wyniku rozplatania z rys.a - rys.b oraz przekroju momentu czwartego rzędu tego sygnału - rys.c
Fig. 5.10. Result of deconvolution of the signal from fig.5.5a using the cost function based on the 4-th order moment, defined by formula (4.19) - fig.a, autocorrelation function of the result of deconvolution from fig.a - fig.b, and section of the 4-th order moment of this signal - fig.c

Funkcję kosztów $\dot{M}$ zdefiniowano zależnością:

$$\dot{M} = \sum_{\kappa=p}^P \frac{\tilde{R}_v^2(\kappa)}{\tilde{R}_v^2(0)}, \quad (5.6)$$

gdzie $\tilde{R}_v(k)$ jest estymatorem autokorelacji sygnału po filtrze odwrotnym.



Rys. 5.11. Wykresy: wyniku rozplatania sygnału z rys. 5.5a z zastosowaniem funkcji kosztów $\dot{M}$ bazującej na autokorelacji sygnału, zdefiniowanej wzorem (5.6) - rys.a, funkcji autokorelacji wyniku rozplatania z rys.a - rys.b oraz przekroju momentu czwartego rzędu tego sygnału - rys.c
Fig. 5.11. Result of deconvolution of the signal from fig.5.5a using the cost function $\dot{M}$ based on signal autocorrelation, defined by formula (5.6) - fig.a, autocorrelation function of the result of deconvolution from fig.a - fig.b, and section of the 4-th order moment of this signal - fig.c

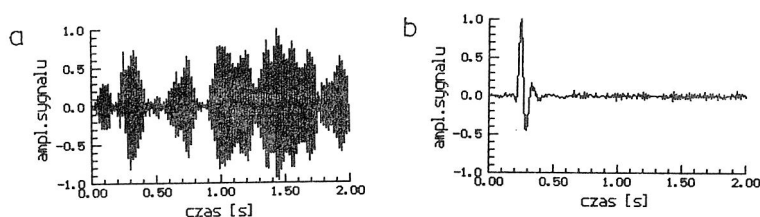
Z porównania rys. 5.10 i 5.11 wynika, że stosowanie definicji funkcji kosztów opisujących w sposób niewystarczający estymowany sygnał, może prowadzić do złego wyniku. Pomimo podobieństwa definicji (4.49) i (5.6) i zastosowania takich samych wartości parametrów p i P , uzyskane wyniki rozplatania znacznie się różnią. Warto zwrócić uwagę, że funkcja autokorelacji z rys. 5.11b jest bliższa funkcji autokorelacji modelowego sygnału wejściowego niż ta z rys. 5.10b. Jednak nieuwzględnienie w definicji funkcji kosztów zależności fazowych występujących w

sygnale jest źródłem złej jakości rozplatania w przypadku prezentowanym na rys. 5.11.

Wiele przykładów rozplatania sygnałów modelowych z zastosowaniem różnych funkcji kosztów można znaleźć w pracach [86,87,92-95,99-104]. Choć w wielu przypadkach stosowanie funkcji kosztów bazujących na statystykach drugiego rzędu dawało pozytywne wyniki, dopiero wprowadzenie statystyk wyższych rzędów do określania funkcji kosztów zlikwidowało osiąganie dla pewnej grupy sygnałów złej jakości estymatorów sygnału wejściowego, pomimo małych wartości funkcji kosztów.

5.6. Ilustracja wpływu szumu i wprowadzenia regularyzacji

Na rysunku 5.12 przedstawiono wynik filtracji odwrotnej sygnału, który powstał jako wynik sumowania sygnału z rys. 5.5a i szumu białego, przy czym stosunek sygnał/szum (SNR) wynosił 40 dB. Filtr odwrotny zaprojektowany został na podstawie wartości parametrów opisujących OI systemu zgodnie z modelem.



Rys. 5.12. Wykresy wyników rozplatania sygnału modelowego skażonego szumem: bez regularyzacji - rys.a, z regularyzacją ($\lambda = 0,0001$) - rys.b

Fig. 5.12. Results of deconvolution of the test signal distorted by noise: without regularization - fig.a, with regularization ($\lambda = 0.0001$) - fig.b

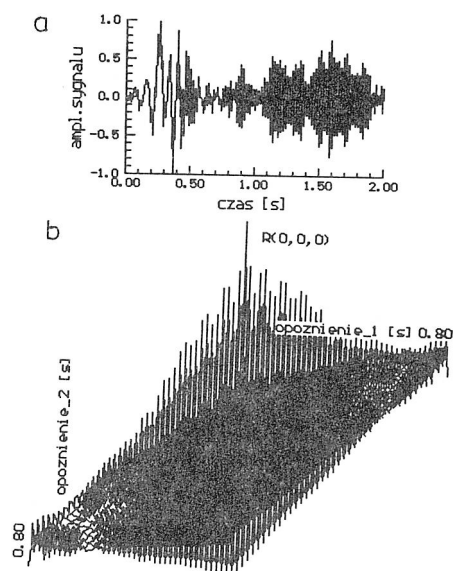
Z porównania wykresów z rys. 5.12 wynika, że przyjęty sposób regularyzacji jest sposobem skutecznym.

Na rysunku 5.13 przedstawiono wynik rozplatania sygnału modelowego bez optymalizacji z zastosowaniem regularyzacji oraz odpowiadający mu przekrój momentu czwartego rzędu.

Z porównania wyników przedstawionych na rys. 5.8 i 5.13 wynika, że obecność szumu pomiarowego nawet z zastosowaniem regularyzacji, w przypadku konieczności estymacji OI systemu, stanowi poważne utrudnienie w uzyskaniu dobrej jakości estymatora sygnału wejściowego. Związane jest to z koniecznością określania w

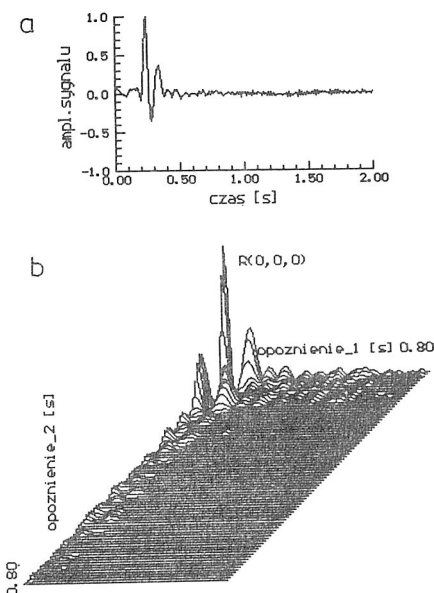
Rys. 5.13. Wykresy: wyniku rozplatanie sygnału modelowego bez optymalizacji zastosowaniem regularizacji ($\lambda=0,0001$) rys.a i przekroju momentu czwartego rzędu sygnału z rys.a - rys.b

Fig. 5.13. Result of deconvolution of the test signal without optimization, using regularization ($\lambda=0.0001$) - fig.a and section of the 4-th order moment of the signal from fig.a - fig.b



takiej sytuacji transmitancji regularyzatora na podstawie estymatora OI systemu, co dodatkowo pogarsza jakość rozplatania.

Na rysunku 5.14 przedstawiono przykładowy wynik rozplatania z regularizacją zaszumionego sygnału modelowego po przeprowadzeniu optymalizacji oraz odpowiadający mu przekrój momentu czwartego rzędu.



Rys. 5.14. Wykresy: wyniku rozplatania z regularizacją ($\lambda=0,0001$) zaszumionego sygnału modelowego po przeprowadzeniu optymalizacji - rys.a i przekroju momentu czwartego rzędu sygnału z rys.a - rys.b

Fig. 5.14. Result of deconvolution with regularization ($\lambda=0.0001$) of the noise-distorted test signal after optimization - fig.a and section of the 4-th order moment of the signal from fig.a - fig.b

Z rysunku 5.14 wynika, że metoda jest na tyle skuteczna, że nawet obecność szumu pomiarowego nie uniemożliwia przeprowadzenia skutecznego rozplatania.

5.7. Podsumowanie

Pierwszym etapem proponowanej w pracy metody ślepego rozplatania jest estymacja OI systemu. Przedstawione przykładowe wyniki wskazują, że dla serii sygnałów modelowych, estymacja parametrów opisujących OI systemu jest zadowalającej jakości. Biorąc pod uwagę zarówno etap estymacji, jak i filtracji odwrotnej, estymacja częstotliwości f_n drgań i współczynników γ_n tłumienia drgań nie stanowi problemu, natomiast poważnym problemem jest estymacja opóźnień czasowych k_n . Z wyników uzyskanych z zastosowaniem trzech nowych algorytmów estymacji opóźnień czasowych opisanych w rozdz. 2 największe dokładności estymacji uzyskano metodą polegającą na określaniu położenia globalnego maksimum stosunku chwilowych widm przylegających fragmentów sygnału.

Z kolei filtracja odwrotna, ze względu na położenie biegunów filtru odwrotnego na zewnątrz koła jednostkowego, wymaga specjalnych procedur filtracji trudnych numerycznie. Pomimo to, przedstawione wyniki pokazują, że może ona być przeprowadzona skutecznie, a najlepszą skuteczność wykazuje metoda stabilizacji poprzez przeniesienie biegunów i korekcję fazy.

Przedstawione wyniki ilustrują również fakt, że zastosowanie optymalizacji ma duże znaczenie dla poprawienia jakości estymatora sygnału wejściowego oraz że w definicji funkcji kosztów konieczne jest stosowanie statystyk wyższych rzędów, które pozwalają na uwzględnianie relacji fazowych występujących w sygnale.

Na przykładach pokazano, jak istotnym zagadnieniem jest stosowanie regularyzacji, szczególnie w przypadku, gdy sygnał skażony jest szumem pomiarowym. Choć obecność szumu stanowi dodatkowe utrudnienie w uzyskaniu dobrego wyniku rozplatania, zastosowanie optymalizacji z prawidłowo zdefiniowaną funkcją kosztów umożliwia przeprowadzenie skutecznego rozplatania.

Reasumując, wyniki rozplatania uzyskane dla sygnałów modelowych są dobre, ale całkowite wyeliminowanie błędów estymacji parametrów opisujących OI systemu jest trudno osiągalne. Choć przedstawiono jedynie wyniki rozplatania dla określonej serii sygnałów modelowych, to pewna generalizacja wyciąganych wniosków jest możliwa ze względu na to, że seria ta wykazuje duże podobieństwa z sygnałami sejsmicznymi rejestrowanymi w Legnicko-Głogowskim Okręgu Miedziowym.

6. ROZPLATANIE SYGNAŁU SEJSMICZNEGO

Przedstawiona w rozdz. 2-4 metoda ślepego rozplatania może być stosowana do szerokiej klasy sygnałów spełniających założenia przedstawione w rozdz. 1.3. Ponieważ idea zaprojektowania takiej metody powstała podczas analizy sygnałów sejsmicznych rejestrowanych w kopalniach miedzi Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego, w niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki analizy tych właśnie sygnałów. Część wspomnianych wyników stanowi przykład zastosowania przedstawionej metody ślepego rozplatania, dający sposobność oceny skuteczności metody w zastosowaniu do sygnałów rzeczywistych.

Przed przystąpieniem do analizy sygnałów należy rozważyć czy dana metoda jest adekwatna w danej sytuacji. Dotyczy to w szczególności metod ślepego rozplatania. Każda bowiem z tych metod bazuje na pewnym modelu i założeniach, i tylko w przypadku spełnienia tych założeń można spodziewać się wiarygodnych wyników. Dlatego pierwsza część niniejszego rozdziału poświęcona jest analizie, który z dwóch konkurencyjnych modeli sygnału sejsmicznego jest bardziej adekwatny dla sygnałów będących przedmiotem zainteresowania.

Rozdział 6.1 zawiera uwagi dotyczące klasy sygnałów zwanych sygnałami sejsmicznymi, rozdz. 6.2 zawiera opis warunków rejestracji, rozdz. 6.3 - omówienie przebiegów czasowych sygnałów, a rozdz. 6.4 i 6.5 - wyniki analizy sygnałów sejsmicznych różnymi algorytmami. Na podstawie uzyskanych w ten sposób wyników w rozdz. 6.6 przedstawiono dyskusję dotyczącą modelu rejestrowanych sygnałów.

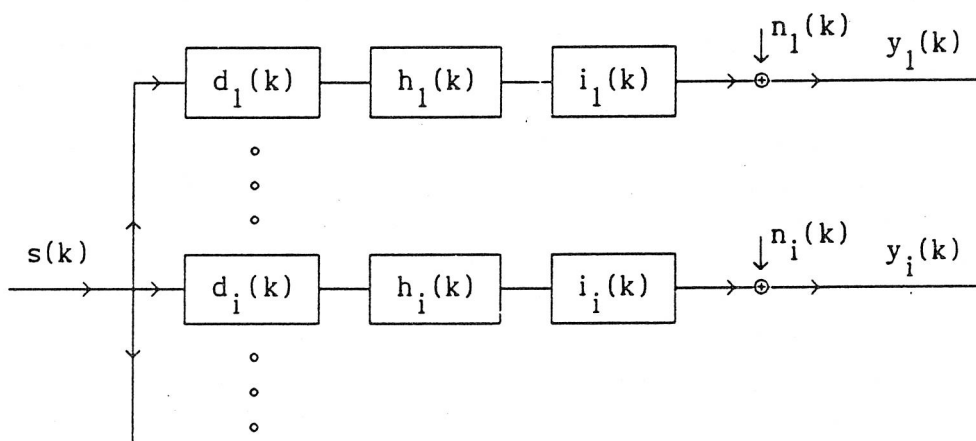
Z kolei druga część niniejszego rozdziału poświęcona jest rozplataniu sygnałów sejsmicznych metodą opisaną w niniejszej pracy. Rozdział 6.7 zawiera opis przygotowania sygnałów do rozplatania. W rozdziale 6.8 omówiono przykład estymacji OI systemu dla sygnału sejsmicznego. Jednocześnie estymację OI systemu można traktować jako transformację sygnału. Analiza współczynników takiej transformacji dostarcza interesujących z punktu widzenia geofizyki informacji. Rozdział 6.9 zawiera przykładowy wynik estymacji sygnału w źródle wstrząsu.

6.1. Uwagi dotyczące sygnałów sejsmicznych

Sygnały sejsmiczne powstają jako efekt propagacji w górotworze pewnego sygnału pobudzenia powstającego w źródle drgań. W zakresie liniowych, niezmiennych w czasie modeli zjawisk, sygnał sejsmiczny $y_i(k)$ na wyjściu i -tego toru pomiarowego można zamodelować zależnością

$$y_i(k) = s(k) * d_i(k) * h_i(k) * i_i(k) + n_i(k) \quad (6.1)$$

gdzie $s(k)$ jest zestandaryzowanym pobudzeniem lub sygnałem w źródle, $d_i(k)$ opisuje kierunkowość źródła, $h_i(k)$ jest OI górotworu, $i_i(k)$ - OI toru pomiarowego, a $n_i(k)$ - szumem. Schemat blokowy takiego modelu przedstawiono na rys. 6.1.



Rys. 6.1. Schemat blokowy liniowego modelu propagacji drgań
Fig. 6.1. Block diagram of the linear model of vibration propagation

Pojęcie sygnału sejsmicznego jest pojęciem bardzo szerokim, gdyż w tym pojęciu mieszczą się sygnały powodowane przez naturalne wstrząsy Ziemi, sygnały rejestrowane w kopalniach powstałe w wyniku zjawisk sejsmicznych spowodowanych eksploatacją górniczą, jak również sygnały rejestrowane w sejsmicznych poszukiwaniach geologicznych będące wynikiem zamierzonego pobudzenia.

Na fakcie, że wszystkie te sygnały może reprezentować model (6.1) kończy się podobieństwo między tymi trzema głównymi grupami sygnałów sejsmicznych, a różnice te są spowodowane różnicami w opisywaniu zarówno $s(k)$, jak i $h_i(k)$. Powszechnie uznaje się [45,46,127], że w przypadku sygnałów rejestrowanych w kopalniach i sygnałów powodowanych przez naturalne wstrząsy, pobudzenie jest

sygnałem krótkotrwałym lub serią takich impulsów. Natomiast w przypadku sygnałów rejestrowanych w poszukiwaniach geologicznych niejednokrotnie pobudzenie jest np. sygnałem sinusoidalnym o zmieniającej się częstotliwości.

Drugim zasadniczym elementem różniącym sygnały sejsmiczne jest model OI górotworu. Nawet w przypadku sygnałów rejestrowanych w poszukiwaniach geologicznych, w których wzajemne położenie źródła i odbiorników drgań jest zwykle standardowe w tym sensie, że w zdecydowanej większości przypadków są one umieszczone w linii prostej na powierzchni Ziemi, różnice geologiczne powodują tak istotne różnice w sygnałach, że usprawiedliwione jest istnienie wielu metod rozplatania takich sygnałów bazujących na różnych założeniach (patrz rozdz. 1.3). Natomiast różnice pomiędzy sygnałami pochodzącymi od naturalnych wstrząsów Ziemi, pochodzących od wstrząsów wywołanych eksploatacją górnictwem w kopalniach oraz będących efektem celowego pobudzenia (poszukiwania sejsmiczne) są zwykle jeszcze większe.

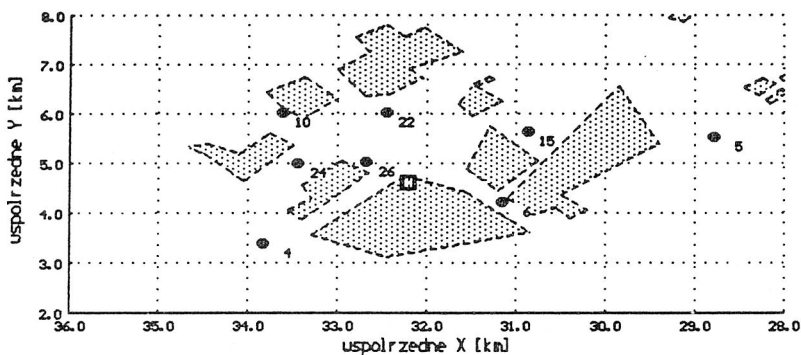
Bezkrytyczne przenoszenie więc metod analizy sygnałów z dziedziny sejsmologii poszukiwawczej (gdzie te metody są najbardziej rozwinięte) do sejsmologii górniczej nie jest możliwe.

W dalszej części pracy, o ile nie będzie innego opisu, w pojęciu sygnał sejsmiczny mieścić się będą sygnały sejsmiczne rejestrowane w kopalniach LGOM-u.

Sygnał sejsmiczny zawiera informacje zarówno o źródle wstrząsu sejsmicznego, jak i o górotworze pomiędzy źródłem wstrząsu a odbiornikiem. Obydwie te informacje są bardzo istotne dla geofizyka prognozującego zagrożenie wstrząsami sejsmicznymi spowodowanymi eksploatacją górnictwem [46]. Z tego powodu problem rozdzielenia tych dwóch informacji połączonych splotem jest tak istotnym, a jednocześnie jest interesującym problemem badawczym.

6.2. Opis sytuacji pomiarowej

Analizie i przetwarzaniu, których wyniki przedstawiono w rozdz. 6, poddano sygnały sejsmiczne zarejestrowane na stacji sejsmicznej ZG Rudna, powstałe w wyniku wstrząsu górniczego o energii $1,7 \cdot 10^4$ J i lokalizacji przedstawionej na rys. 6.2 w postaci prostokąta. Jest więc to zjawisko o małej energii i można założyć, że nie jest to wstrząs wielokrotny. Na rysunku 6.2 przedstawiono również położenie odbiorników, jakimi są sejsmometry. Sejsmometry te rejestrują prędkość drgań w kierunku pionowym.



Rys. 6.2. Ilustracja wzajemnego położenia ogniska wstrząsu i stanowisk sejsmicznych rejestrujących drgania

Fig. 6.2. Location of the shock centre and seismic stations gathering vibrations

Stanowiska sejsmiczne są tak usytuowane, że różnice w głębokościach położenia ogniska wstrząsu i stanowisk pomiarowych nie przekraczają kilkudziesięciu metrów [57], natomiast odległości pomiędzy ogniskiem wstrząsu a stanowiskami wynoszą zwykle kilka kilometrów. Z tego powodu oraz dlatego, że zarówno nad, jak i pod eksploatowanym złożem znajdują się warstwy o dobrych właściwościach propagacyjnych, można uznać, że propagacja fal odbywa się głównie w poziomie.

W przypadku dobrze znanych warunków pomiarowych, jak to jest w poszukiwaniach geologicznych, OI toru pomiarowego jest znana i na drodze filtracji odwrotnej można określić sygnał na wejściu toru pomiarowego. W przypadku rejestracji sygnałów na stacji sejsmicznej ZG Rudna OI torów pomiarowych nie są znane. Jednocześnie OI opisująca kierunkowość źródła jest integralnie związana ze źródłem. Tak więc, mając dodatkowo na uwadze ślepe rozplatanie, model (6.1) możemy zapisać w postaci

$$y_i(k) = x_i(k) * h_i(k) + n_i(k) \quad (6.2)$$

gdzie

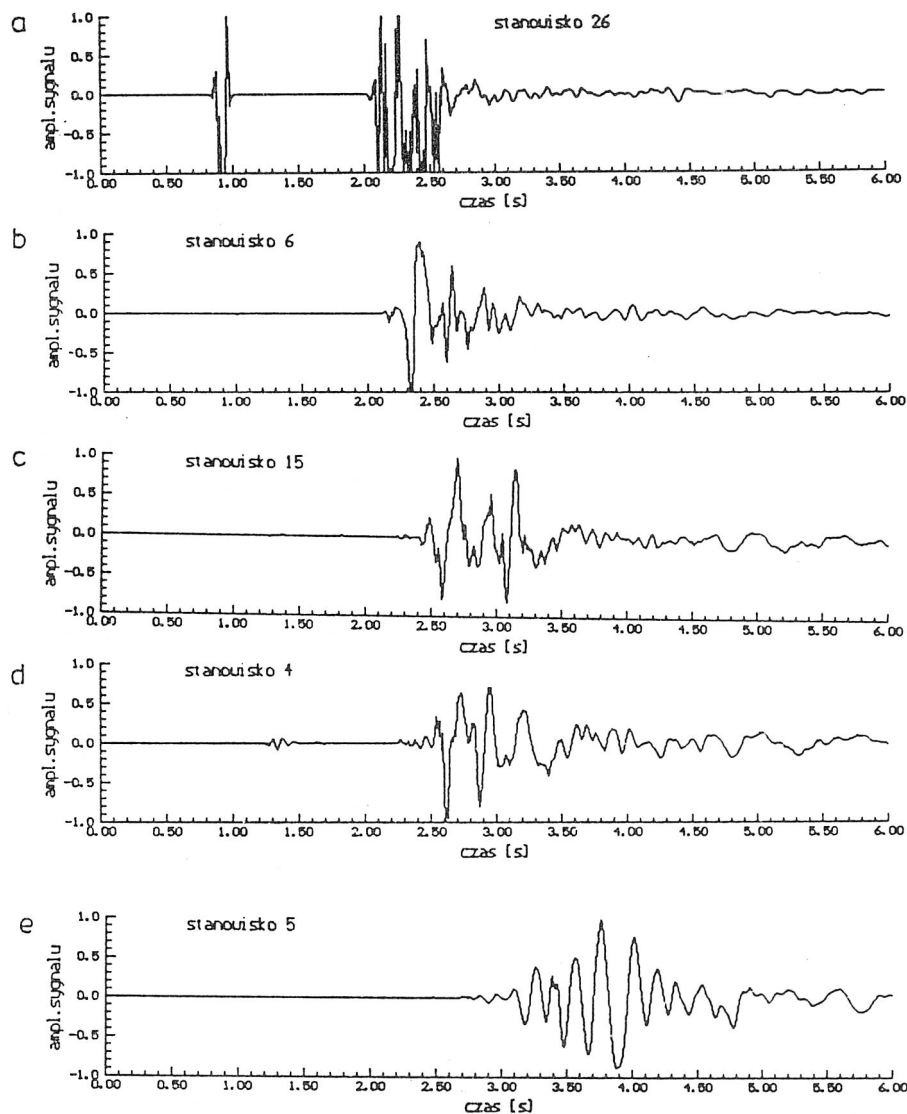
$$x_i(k) = s(k) * d_i(k) * i_i(k) \quad (6.3)$$

Oznacza to, że wyznaczając na drodze ślepego rozplatania sygnał na wejściu systemu, wyznaczamy splot sygnału pobudzenia, OI opisującej kierunkowość źródła i OI toru pomiarowego.

Rejestrowane przez sejsmometry sygnały są próbkowane z częstotliwością 100Hz i kwantowane za pomocą przetwornika 12-bitowego.

6.3. Przykładowe sygnały sejsmiczne

Na rysunku 6.3 przedstawiono wykresy przykładowych sygnałów sejsmicznych zarejestrowanych na stanowiskach 26, 6, 15, 4 i 5 (w kolejności od góry).



Rys. 6.3. Wykresy sygnałów zarejestrowanych na stanowiskach 26, 6, 15, 4 i 5

Fig. 6.3. Signals gathered at stations 26, 6, 15, 4 i 5

Odległość pomiędzy ogniskiem wstrząsu a stanowiskiem 26 wynosi ok. 0,65 km. Przy tak małych odległościach w sygnale sejsmicznym dominujące są fale bezpośrednie. Przykład takiego sygnału widoczny jest na rys. 6.3a. Przy takiej energii wstrząsu i odległości, sygnały przesterowują aparaturę pomiarową. Niemniej jednak widoczne są dwa impulsy. Pierwszy z nich jest wynikiem mikrowstrząsu położonego jeszcze bliżej stanowiska 26, drugi natomiast jest sygnałem pochodzącym od zjawiska o podanej na rys. 6.2 lokalizacji. Czas trwania pierwszego z sygnałów wynosi ok. 0,1 s. Potwierdza to znany fakt, że sygnał w źródle jest sygnałem krótkotrwałym. Drugi z sygnałów trwa dłużej, ale jest to między innymi efekt występowania różnych typów fal propagujących z różnymi prędkościami oraz efekt odbić, które przy tak małych odległościach są jeszcze istotne. W miarę jednak wzrastania odległości stanowiska rejestrującego od źródła czasy trwania sygnałów wzrastają, co ilustruje sygnał zarejestrowany na stanowisku 5.

Jednocześnie ze wzrostem odległości związane jest ograniczanie widma sygnałów, co spowodowane jest znanymi z literatury [45] właściwościami większego tłumienia przez górotwór składowych sygnału o większych częstotliwościach. Położenie na drodze propagacji sygnału wyeksploatowanych pól (zaznaczonych na rys. 6.2 kropkami) ma także istotny wpływ na strukturę czasowo-częstotliwościową sygnałów.

6.4. Rozplatanie *spiking* i homomorficzne sygnałów sejsmicznych

Dobrze znane metody rozplatania: rozplatanie *spiking* i rozplatanie homomorficzne zaprojektowano korzystając z fundamentalnego założenia, że analizowany sygnał jest sumą ech sygnału wejściowego $x(k)$. Echa te są opisywane przez amplitudy e_n i opóźnienia czasowe k_n w postaci:

$$y(k) = \sum_n e_n x(k-k_n) = x(k) * \sum_n e_n \delta(k-k_n) \quad (6.4)$$

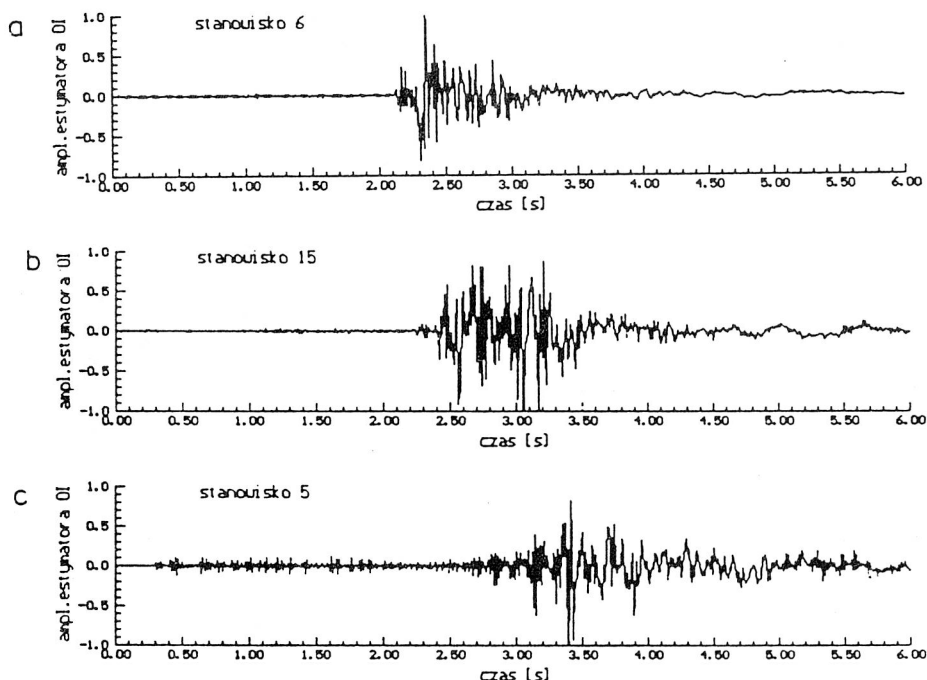
Oznacza to, że odpowiedź impulsowa górotworu modelowana jest zależnością

$$h(k) = \sum_n e_n \delta(k-k_n)$$

Rozplatanie *spiking* stosowane jest w celu wydzielania z rejestrowanego sygnału informacji o czasach k_n występowania ech i ich amplitud e_n . Wydzielanie to jest realizowane poprzez estymację OI $h(k)$ systemu. Informacje te można również

uzyskać z cepstrum sygnału, jak to jest realizowane w rozplataniu homomorficznym, jeśli nawet jest to cepstrum mocy. Szczególnie rozplatanie *spiking* jest powszechnie stosowane w sejsmicznych poszukiwaniach geologicznych, a jego użyteczność jest niepodważalna.

Na rysunku 6.4 przedstawiono wyniki rozplatania *spiking* sygnałów zarejestrowanych na stanowiskach 6, 15 i 5, a na rys. 6.5 - cepstra mocy tychże sygnałów.

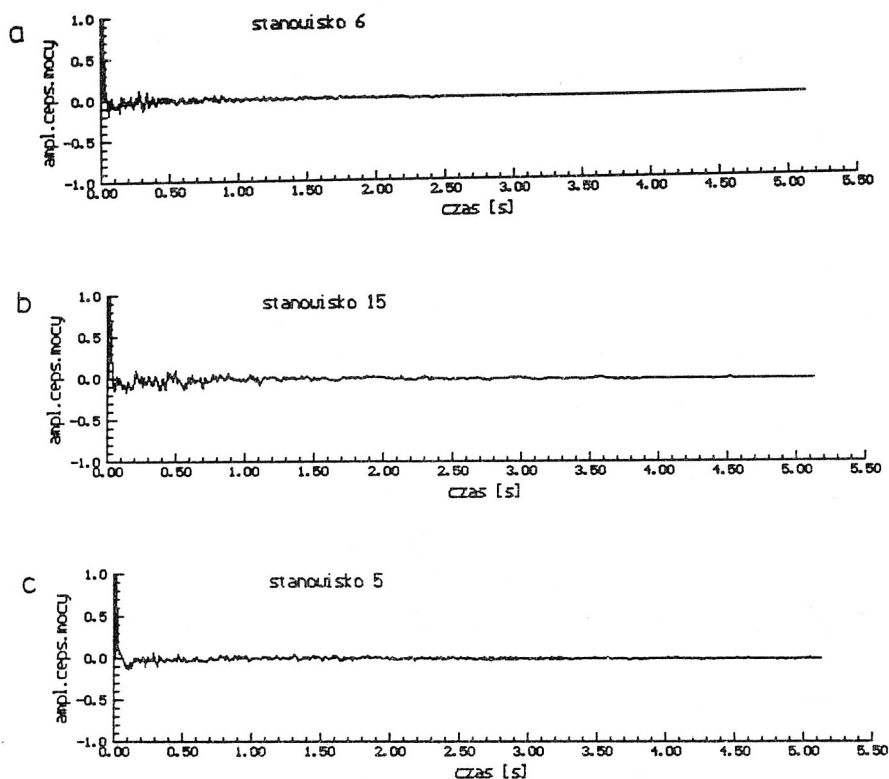


Rys. 6.4. Wykresy przykładowych wyników rozplatania sygnałów metodą *spiking*

Fig. 6.4. Exemplary results of deconvolution by means of the spiking method

Jeśli w przetwarzanym sygnale występują echa, to w wyniku rozplatania *spiking* oraz w cepstrum mocy, w punktach na osi czasu odpowiadających opóźnieniom tych ech występują lokalne maksima [np.120,168]. Na podstawie wyników przedstawionych na rys. 6.4 i 6.5 określenie takich opóźnień nie jest możliwe.

Istnieje kilka możliwych wyjaśnień uzyskania negatywnego wyniku. Po pierwsze, może być dużo odbić, a widmo sygnału zbyt wąskie i częstotliwość próbkowania zbyt mała. Wtedy nastąpi zlanie się reprezentacji ech. Po drugie, w przypadku



Rys. 6.5. Wykresy przykładowych cepstrów mocy sygnałów

Fig. 6.5. Exemplary signal power cepstra

rozplatania *spiking* sygnał pobudzenia może być nieminimalnofazowy, co wpływa zdecydowanie niekorzystnie na wynik rozplatania [102,150,168]. Po trzecie, w przypadku cepstrum mocy, dla którego nieminimalnofazowość sygnału wejściowego jest bez znaczenia, niekorzystny wpływ może mieć obecność szumu [50,51]. Bardziej prawdopodobnym wytłumaczeniem przyczyn uzyskania tych negatywnych wyników jest zastosowanie metody analizy przy nie spełnionych warunkach leżących u jej podstaw, tzn. niespełnienie przez analizowane sygnały modelu (6.4). W podsumowaniu można stwierdzić, że wyniki uzyskane metodami rozplatania *spiking* i rozplatania homomorficznego nie dostarczają argumentów za słusznością przyjęcia modelu (6.4).

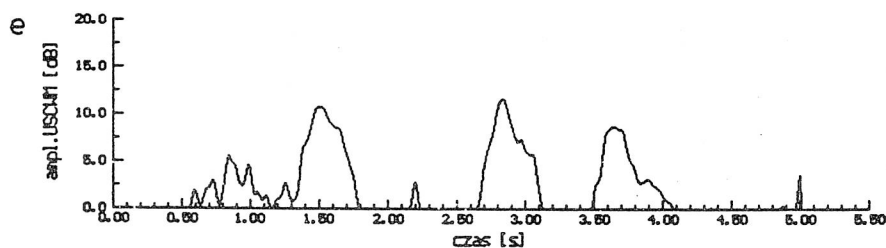
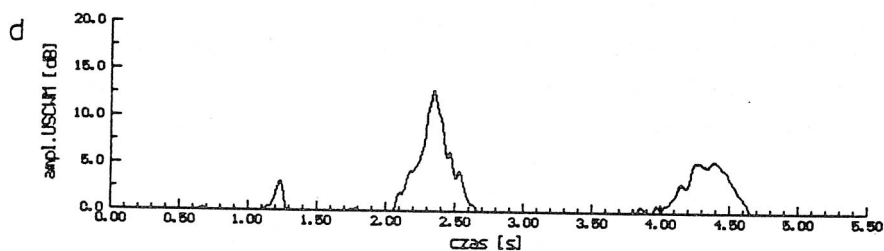
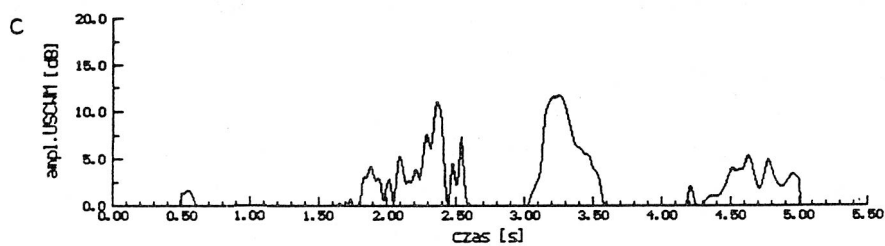
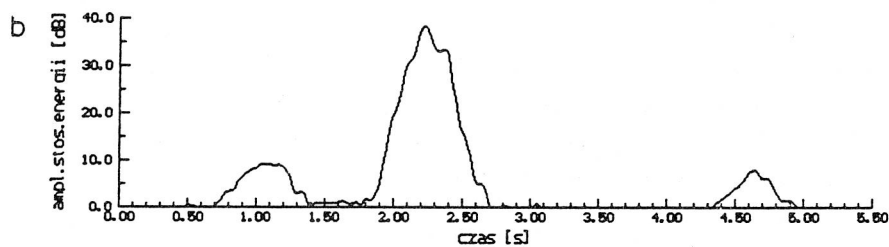
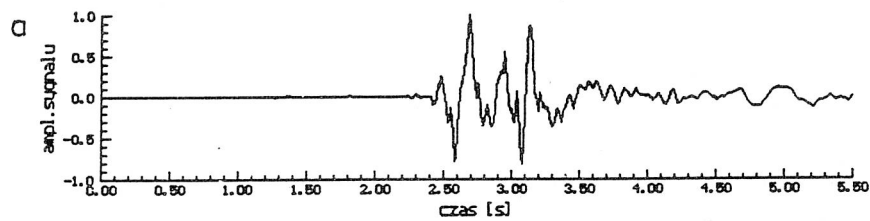
6.5. Struktura czasowo-częstotliwościowa sygnałów sejsmicznych

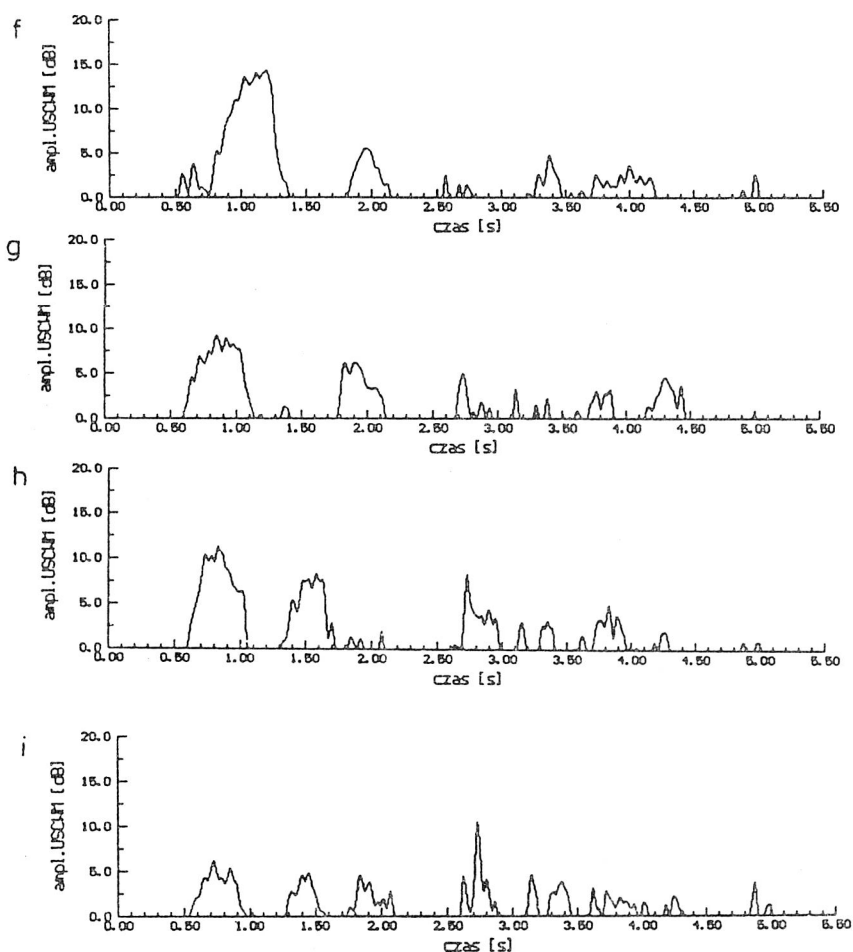
Do dyskusji o modelu sygnałów pewnych danych dostarcza już analiza przebiegów czasowych sygnałów. W rejestrowanych sygnałach sejsmicznych, szczególnie tych odbieranych na stanowiskach oddalonych znacznie od źródła wstrząsu, można zaobserwować występowanie drgań typu sinusoidalnego, zaczynających się w pewnym punkcie na osi czasu i powoli gasnących. Częstotliwości tych drgań, co jest dobrze widoczne dla sygnałów pochodzących od zjawisk o dużych energiach, zmieniają się wzdłuż osi czasu. Dodatkowych danych może dostarczyć badanie struktury czasowo-częstotliwościowej tych sygnałów.

Jedną z funkcji pozwalających na ocenę zmian widma sygnału w czasie jest unormowany stosunek chwilowych widm mocy przylegających fragmentów sygnałów (USCWM). Funkcja ta opisana jest w Dodatku C. Jeśli estymator tej funkcji w jakimś punkcie na osi czasu przekracza wartości przedziału ufności, to z założonym prawdopodobieństwem oznacza to, że w tym punkcie następuje zmiana widma sygnału.

Na rysunku 6.6 przedstawiono wykresy estymatora funkcji USCWM dla sygnału zarejestrowanego na stanowisku 15. Rysunek 6.6a przedstawia wykres sygnału, rys. 6.6b - wykres stosunku estymatorów mocy przylegających fragmentów sygnałów, a wykresy następne - estymatorów funkcji USCWM dla częstotliwości odpowiednio 0 Hz, 2,5 Hz i tak dalej, co 2,5 Hz. Warunki analizy były następujące: obliczenia wykonywano dla trzech długości fragmentów (0,35 s, 0,41 s i 0,5 s), długość funkcji autokorelacji - 0,25 s i stosowano okno Kaisera-Bessela.

Wykresy przedstawione na rys. 6.6c-i wykazują dużą zmienność w funkcji czasu i częstotliwości wykraczającą poza zmienność związaną z estymacją. Pominąwszy mikrowstrząs występujący dla czasu poniżej 2 s, na rys. 6.6c (0 Hz) widać lokalne maksima przekraczające górny poziom ufności dla czasów 2,35 s i 3,28 s. Dla częstotliwości 5 Hz (rys. 6.6e) nie występują już żadne maksima z rys. 6.6c, ale występują dwa nowe dla czasów 2,83 s i 3,61 s. Oznacza to, że w wymienionych punktach czasu następuje wzrost unormowanej gęstości mocy w otoczeniu danej częstotliwości.

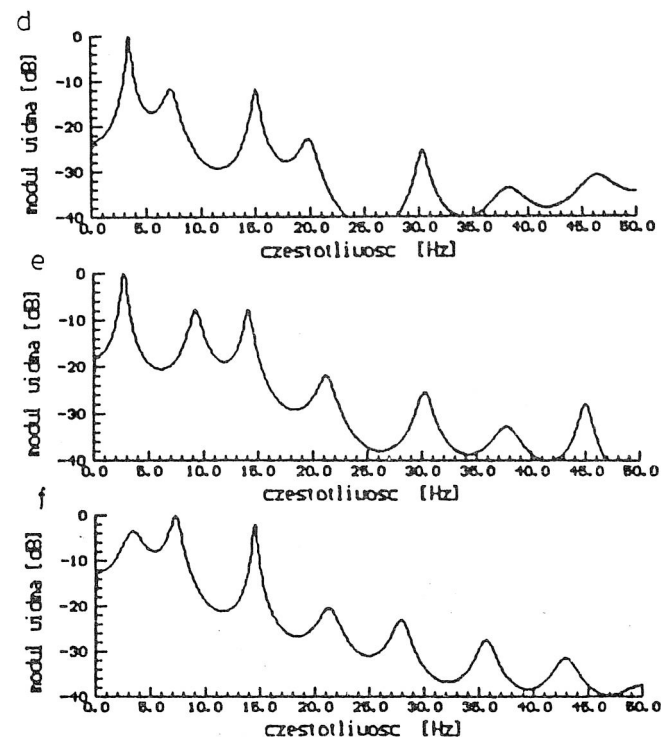
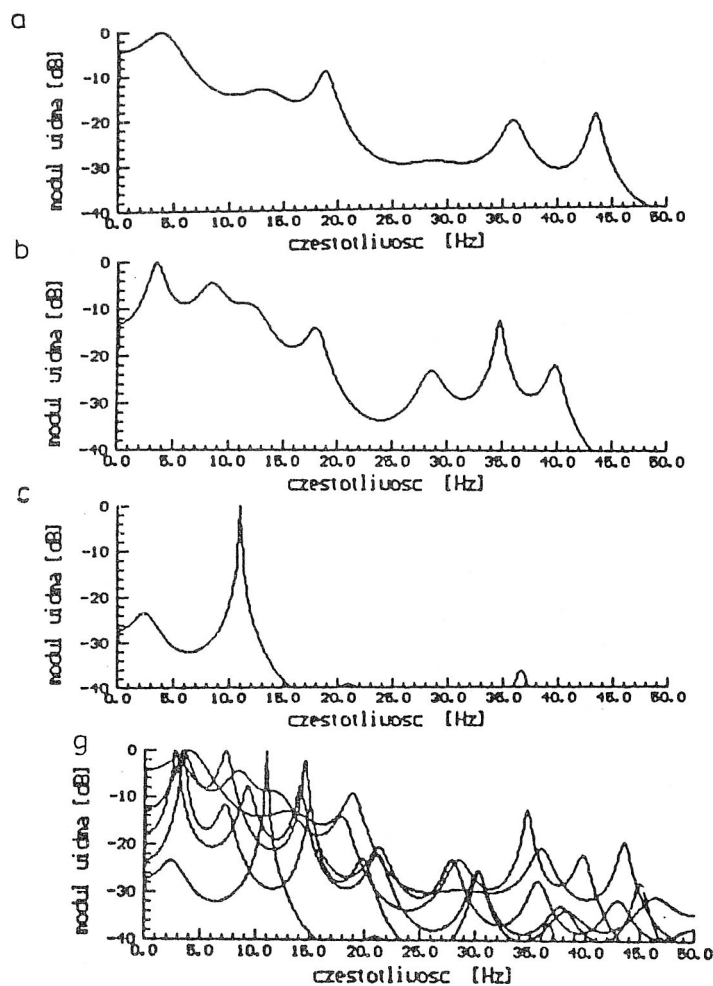




Rys. 6.6. Wykresy estymatora funkcji USCWM sygnału zarejestrowanego na stanowisku 15
 Fig. 6.6. The USCWM function estimator of the signal gathered at station 15

Na rysunku 6.7 przedstawiono wykresy zmodyfikowanych widm Burga fragmentów sygnału zarejestrowanego na stanowisku 15. Modyfikacja polegała na wykorzystaniu do odwracania macierzy nie algorytmu Levinsona, lecz algorytmu Cholesky'ego oraz na zastosowaniu stopera Akaike [5,98].

Kolejne wykresy przedstawiają widma kolejnych fragmentów o długości 0,4 s (40 próbek), przy czym fragmenty zaczynają się w chwilach 2,2 s, 2,6 s i tak dalej. Minimalna długość filtra innowacyjnego wynosiła 0,15 s, a maksymalna - 0,25 s. Rysunek 6.7g przedstawia wszystkie widma z rys. 6.7a-f naniesione na jeden wykres.



Rys. 6.7. Wykresy zmodyfikowanego widma Burga fragmentów sygnału ze stanowiska 15

Fig. 6.7. Modified Burg spectrum of the fragments of signal gathered at station 15

Wykresy widm przedstawione na rys. 6.7 wykazują zmienność widma sygnału w czasie. Zwykle fragment taki zawiera kilka drgań o różnych częstotliwościach. Takich samych wniosków dostarcza analiza transformacji Wignera-Villa [np.26] omawianych sygnałów.

Wyniki przedstawione na rys. 6.6-6.7 oraz podobne wyniki prezentowane choćby w pracach [79,80,82,83], pokazują zmienność w czasie widm sygnałów sejsmicznych rejestrowanych w kopalniach LGOM-u. Takie zmiany widma w czasie nie mogą być jedynie wynikiem prostego sumowania ech. Ponieważ pobudzenie $x(k)$ jest identyczne dla wszystkich typów fal dochodzących do odbiornika, można przyjąć, że te zmiany widma spowodowane są różnymi widmami kolejnych fal dochodzących w różnych chwilach czasu. Gdy dodatkowo uwzględnimy, że sygnał w źródle jest sygnałem krótkotrwałym, dojście takiej fali powoduje gwałtowną zmianę widma, a jednocześnie wpływ czasu powoduje zanikanie drgań *wcześniejszych* fal.

Tak więc, omówione wyniki pozwalają na sformułowanie wniosku, że model (6.4), zakładający, że sygnał sejsmiczny jest sumą ech, nie jest modelem adekwatnym dla sygnałów rejestrowanych w kopalniach LGOM-u.

6.6. Adekwatność modelu rezonansowego do sygnałów sejsmicznych

Z rozdziałów 6.1-6.5 wynika, że sygnały rejestrowane w kopalniach miedzi LGOM-u różnią się istotnie od tych rejestrowanych w sejsmicznych poszukiwaniach geologicznych i tych będących następstwem wstrząsów Ziemi. Różnice te powodowane są przez odmienne warunki propagacji fal sejsmicznych, będące konsekwencją budowy geologicznej, i wzajemne położenie ognisk wstrząsów i sejsmometrów. Dlatego do modelowania tych sygnałów zaproponowano model przedstawiony w rozdz. 1.3, będący modelem odmiennym od leżącego u podstaw rozplatania *spiking*, prognozującego i homomorficznego. Jednocześnie jest to model umożliwiający stosowalność proponowanej metody ślepego rozplatania.

Pierwszym z założeń charakteryzujących model jest założenie o krótkotrwałości sygnału na wejściu systemu, czyli w przypadku sygnałów sejsmicznych, sygnału w źródle wstrząsu. Powszechnie uważa się [np.45,46,57,127], że sygnał w źródle wstrząsu sejsmicznego, którym jest prędkość drgań ośrodka lub przesunięcie spowodowane np. pęknięciem warstwy górotworu, dla zjawisk o małej i średniej energii, trwa od kilkanastu do kilkuset milisekund. W stosunku do rejestrowanych

sygnałów sejsmicznych, których czas trwania wynosi kilka lub kilkanaście sekund, można taki sygnał uważać za krótkotrwały.

Inne z założeń - system można zamodelować jako równoległe połączenie systemów elementarnych. Sygnał sejsmiczny od źródła do odbiornika propaguje przez warstwy geologiczne głównie w poziomie, ze względu na wzajemne położenie źródła i odbiorników. Przyjawszy liniowy model zjawisk, przejście przez każdą z warstw można analizować osobno i efekty tych przejść sumować. Ponadto w każdej z warstw propagują różne rodzaje fal sejsmicznych, z których fale P i S (drgania równoległe i drgania prostopadłe do kierunku propagacji) są najbardziej znane. Każda z tych fal propaguje z inną prędkością, a więc należy je rozważać osobno. Poza tym każda z warstw drga swoimi modami drgań. Model równoległy sygnału sejsmicznego jest zresztą powszechnie uznawanym modelem.

Czwarte z założeń, o rezonansowych charakterze systemów elementarnych, może budzić najwięcej wątpliwości. Tutaj jednak można się posłużyć zarówno wynikami analiz sygnałów, jak również przesłankami fizycznymi. Otóż z analiz prezentowanych i cytowanych w rozdz. 6.3-6.5 wynika, że widmo sygnału sejsmicznego zmienia się w czasie, a te zmiany mogą wynikać jedynie ze zmiany widm kolejnych drgań dochodzących z opóźnieniem czasowym. Z kolei górotwór składa się między innymi z szeregu płyt. Każda płyta ma swoje drgania rezonansowe. Częstotliwości drgań rezonansowych płyty oraz ich tłumienia zależą od takich parametrów, jak wymiary płyty, sposobu ich zamocowania, materiału, z którego zbudowana jest płyta itd. Transmisja sygnału pobudzenia przez taką płytę będzie transmisją selektywną przede wszystkim tych składowych widm pobudzenia, które odpowiadają rezonansom płyty. Badanie, jakie mody drgań ma dany układ mechaniczny jest zagadnieniem samym w sobie skomplikowanym. Wiadomo jednak, że analiza sygnałów będących obrazem drgań określonego punktu układu mechanicznego może dostarczyć informacji o badanym układzie, np. [34,35]. Przy założeniu, że układ jest układem liniowym, drgania układu można traktować jako jednoczesne drgania wielu prostych układów rezonansowych.

Nie podlega jednak dyskusji, że odbicia od granic warstw górotworu, modelowane ciągiem impulsów Diraca (jak w modelu (6.4)), znajdują się w sygnałach sejsmicznych rejestrowanych w kopalniach LGOM-u. W związku z tym, modelem bardziej dokładnym byłby model będący złożeniem modeli (1.16) i (6.4), tzn.

$$y(k) = x(k) * \left[\sum_n e_n \delta(k-k_n) + \sum_n h_n(k) \right] = x(k) * [k(k) + h(k)] \quad (6.6)$$

gdzie $k(k)$ reprezentuje odbicia jak w modelu (6.4), natomiast $h(k)$ reprezentuje właściwości rezonansowe ośrodka. Istotnym pytaniem jest, który z tych czynników, $k(k)$ czy $h(k)$, jest dominujący. Zdaniem autora, w opisywanych warunkach, decydujący jest udział części rezonansowej modelu (6.6), co potwierdzają wyniki przedstawione w rozdz. 6.3-6.5, jak również wyniki aproksymacji i ślepego rozplatania prezentowane w rozdz. 6.8-6.9.

6.7. Przygotowanie sygnałów do rozplatania

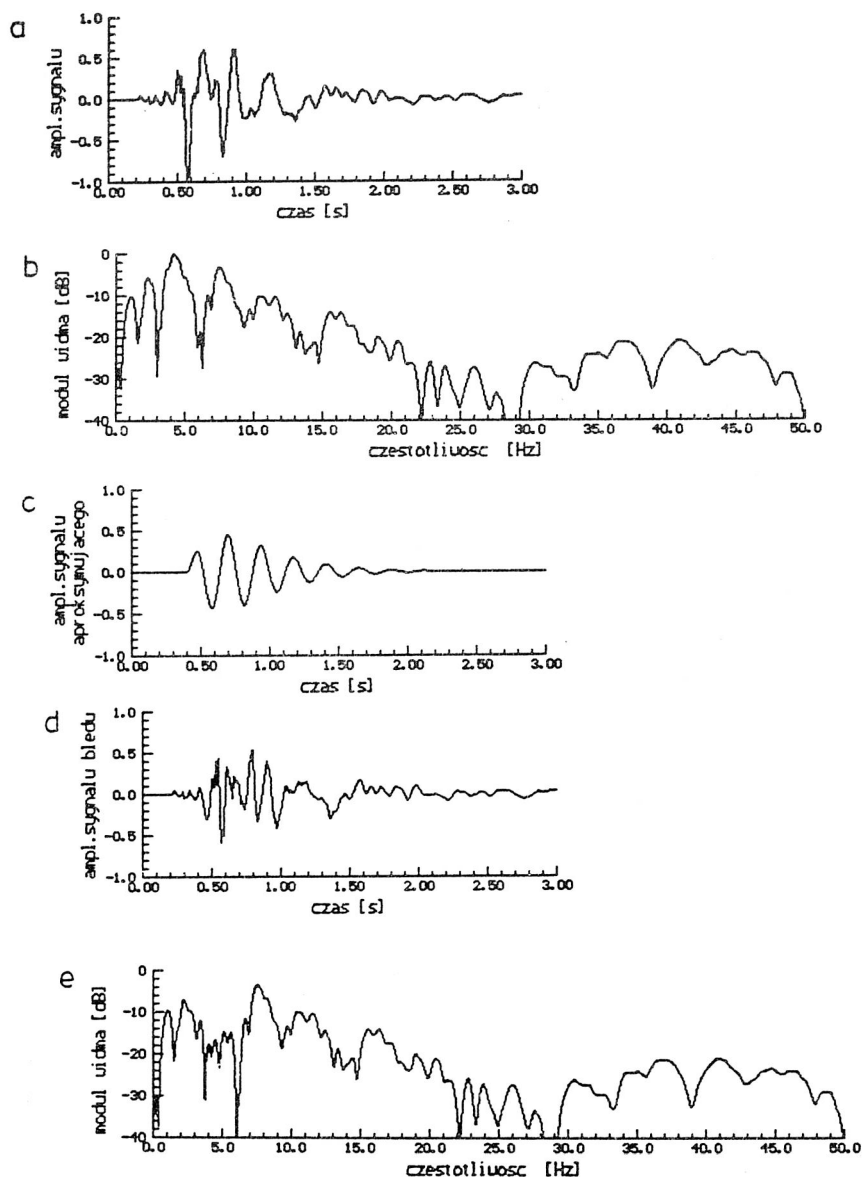
Jest wiele czynników, które mają istotny wpływ na wynik rozplatania sygnałów sejsmicznych. Do ważniejszych z nich należy sposób przygotowania sygnału do rozplatania. Stosowane przygotowanie sygnału polegało na:

- wydzieleniu początkowego fragmentu sygnału i usunięciu składowej stałej,
- okienkowaniu eksponencjalnym fragmentu sygnału,
- decymacji, o ile było to konieczne.

Dokonywanie filtracji odwrotnej całego sygnału byłoby przedsięwzięciem trudnym do wykonania. Głównym problemem w takiej sytuacji byłoby zagadnienie wyznaczenia zer wielomianu zmiennej zespolonej z , opisującego mianownik filtru odwrotnego. Stopień wielomianu mógłby być rzędu kilkaset, a w dostępnej literaturze nie ma informacji o możliwości wyznaczania położenia zer wielomianów tak wysokiego stopnia.

Z drugiej strony, wydaje się, że informacja o sygnale w źródle wystarczająco dobrze jest reprezentowana w początkowym fragmencie sygnału sejsmicznego. Z tego względu do rozplatania przyjęto wybierać początkowy fragment sygnału o długości około 3 sekund w przypadku estymacji parametrów opisujących OI systemu i 2 sekund w przypadku filtracji odwrotnej (wybór końca fragmentu w przypadku estymacji parametrów uwarunkowany był dodatkowo przebiegiem sygnału).

Po takim wyborze fragmentu usuwano składową stałą sygnału. Składowa ta określana była na podstawie fragmentu sygnału przed rozpoczęciem drgań. Następnie wykonywano okienkowanie oknem eksponencjalnym. W wyborze wykładnika okna niezbędny jest kompromis. Z jednej strony należy wziąć pod uwagę, że przygotowywany sygnał poddawany będzie aproksymacji w celu estymacji parametrów opisujących system. Z tego powodu wykładnik powinien być możliwie mały, choćby ze względu na błędy estymacji częstotliwości. Z drugiej jednak strony



Rys. 6.8. Przykład estymacji OI systemu: sygnał - rys.a, widmo sygnału - rys.b, pierwszy element bazy - rys.c, sygnał błędu w przestrzeni rozpiętej przez bazę jednoelementową - rys.d, widmo sygnału z rys.d - rys.e, sygnał z przestrzeni dwuwymiarowej aproksymujący sygnał z rys.a - rys.f, sygnał błędu w przestrzeni ośmioelementowej - rys.g, sygnał z przestrzeni ośmioelementowej aproksymujący sygnał z rys.a - rys.h, widmo sygnału z rys.h - rys.i

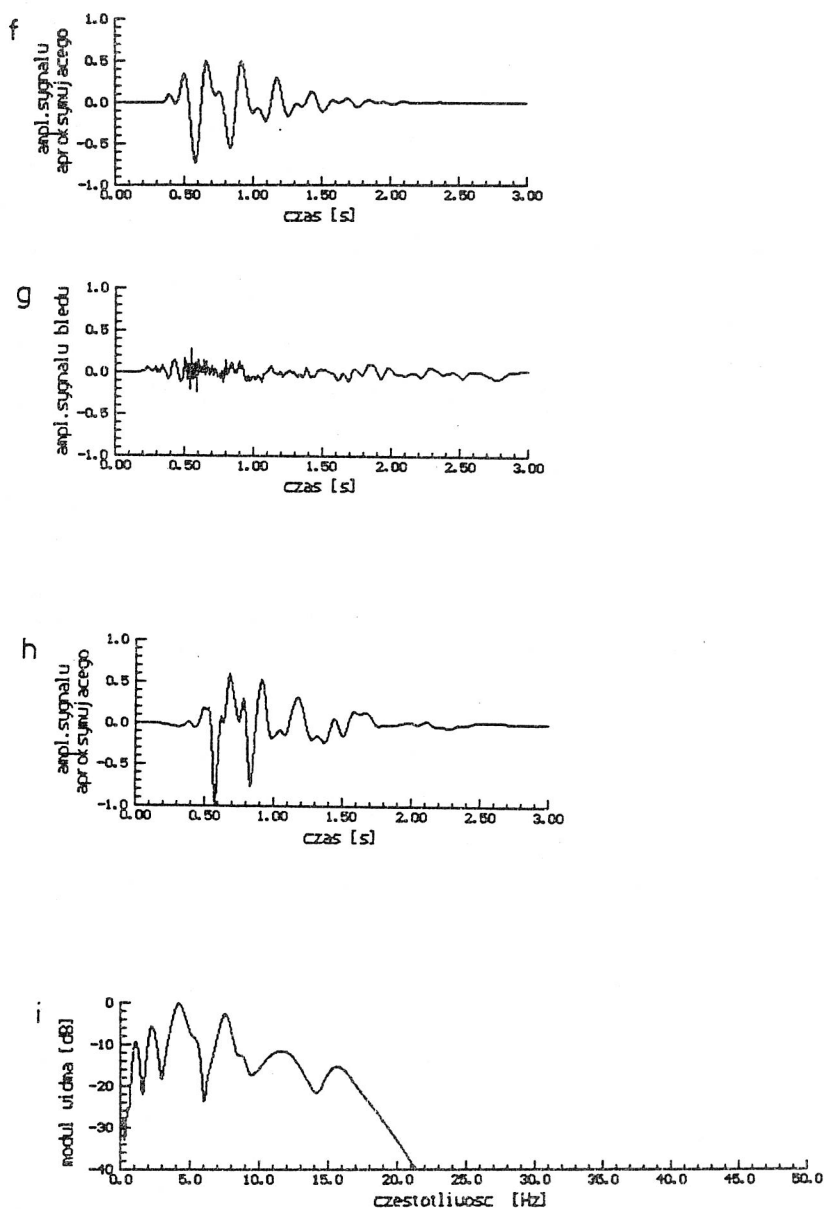


Fig. 6.8. Example of the system IR estimation: signal - fig.a, signal spectrum - fig.b, first element of basis - fig.c, signal of error in space spanned by single-element basis - fig.d, spectrum of the signal from fig.d - fig.e, signal from two-dimensional space approximating the signal from fig.a - fig.f, signal of error in eight-element space - fig.g, signal from eight-element space approximating the signal from fig.a - fig.h, spectrum of the signal from fig.h - fig.i

zbyt mały wykładnik okna spowoduje, że wartości próbek sygnału, przy końcu fragmentu, będą znaczne, a to wpływa negatywnie na wynik filtracji odwrotnej.

Niekiedy, ze względu na zbyt wysoki rząd wielomianu mianownika filtru odwrotnego, którego położenie zer należy wyznaczyć, aby dokonać stabilizacji filtru odwrotnego, należy przeprowadzić decymację sygnału za pomocą procedury opisanej w pracy [122].

6.8. Przykład estymacji odpowiedzi impulsowej systemu

Na rysunku 6.8 przedstawiono wykresy ilustrujące kolejne etapy estymacji OI systemu dla początkowego fragmentu sygnału sejsmicznego zarejestrowanego na stanowisku 4. Przyjęto stosować model OI systemu elementarnego dany przez (2.16) dla $m_n = 1, \forall n \in \{1, \dots, L\}$.

W tabeli 6.1 podano wyestymowane wartości parametrów opisujących OI systemów elementarnych dla sygnału zarejestrowanego na stanowisku 4.

Tabela 6.1

Wyestymowane wartości parametrów opisujących OI systemów elementarnych dla sygnału zarejestrowanego na stanowisku 4

Lp.	Częstotliwość [Hz]	Opóźnienie [s]	Współczynnik tłumienia drgań
1	4,199	0,41	3,98
2	7,568	0,36	3,52
3	2,197	0,83	3,19
4	1,074	0,13	1,59
5	11,572	0,56	12,96
6	8,984	0,32	2,82
7	5,664	0,34	2,82
8	15,479	0,50	9,38

Dla sygnału z rys. 6.8a średniokwadratowy błąd aproksymacji za pomocą ośmiu elementów wynosi 0,09.

Cechą stosowanego algorytmu estymacji Ol systemu jest to, że odejmowanie od sygnału $y_0(k)$ sygnału aproksymującego umożliwia często ujawnienie drgań, które w widmie sygnału przed aproksymacją są trudne do określenia. Jest to widoczne również na rys. 6.8 i w tabeli 6.1.

Z porównania rys. 6.8b i 6.8i wynika, że w sygnale aproksymującym jest reprezentowany jedynie fragment widma sygnału sejsmicznego do częstotliwości ok. 20 Hz. Jest to prawidłowość dotycząca wszystkich sygnałów zarejestrowanych na stanowiskach niezbyt bliskich źródła. Biorąc pod uwagę widmo sygnału i algorytm aproksymacji wynik taki jest oczywisty. Ma to jednak konsekwencję na etapie filtracji odwrotnej, gdyż całą resztę widma sygnału należy traktować jako szum.

Należy zauważyć, że dla analizowanego sygnału aproksymacja 2-elementowa (rys. 6.8f) jest już niezłą aproksymacją. Oznacza to, że baza jest dobrze dobrana do analizowanego sygnału.

W tabeli 6.2 podano zależność normy wektora błędu od liczby L elementów bazy użytych do aproksymacji, dla przykładu z rys. 6.8.

Tabela 6.2

Zależność normy wektora błędu od liczby L elementów bazy, dla przykładu z rys. 6.8

Liczba L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\ \hat{\epsilon}_L\ / \ y_0\ $	0,723	0,566	0,517	0,481	0,400	0,367	0,348	0,301	0,290

Z kolei, macierz (6.7), jest macierzą Grama dla przykładu z rys. 6.8. Macierz (6.7) ilustruje właściwość algorytmu, opisanego w rozdz. 2, występującą dla modelu (2.11), że zwykle wektory bazy są prawie ortogonalne.

$$\begin{bmatrix}
 1,000 & 0,031 & 0,051 & 0,015 & 0,005 & -0,006 & 0,065 & 0,007 \\
 0,031 & 1,000 & 0,008 & 0,000 & 0,078 & 0,047 & -0,077 & -0,019 \\
 0,051 & 0,008 & 1,000 & -0,153 & -0,001 & 0,004 & 0,006 & 0,006 \\
 0,015 & 0,000 & -0,153 & 1,000 & 0,007 & -0,003 & -0,001 & 0,002 \\
 0,005 & 0,078 & -0,001 & 0,007 & 1,000 & 0,187 & 0,042 & -0,014 \\
 -0,006 & 0,047 & 0,004 & -0,003 & 0,187 & 1,000 & 0,002 & 0,015 \\
 0,065 & -0,077 & 0,006 & -0,001 & 0,042 & 0,002 & 1,000 & -0,011 \\
 0,007 & -0,019 & 0,006 & 0,002 & -0,014 & 0,015 & -0,011 & 1,000
 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

W czasie badań przeprowadzono aproksymację dla wielu sygnałów sejsmicznych i uzyskano we wszystkich przypadkach pożądany efekt. Jeśli aproksymowano początkowy fragment sygnału o długości ok. 300 próbek, to względny średniokwadratowy błąd aproksymacji w przestrzeni rozpinanej przez 8-10 elementów bazy był na poziomie 5-10%. Można również, oczywiście przy użyciu większej liczby elementów bazy, aproksymować całe sygnały [88].

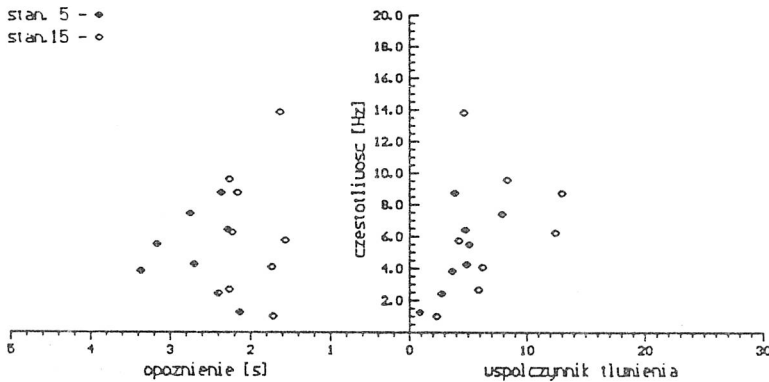
Na estymację parametrów 'OI systemu można również spojrzeć jak na zagadnienie wyznaczania dyskretnej reprezentacji sygnału. Reprezentacja taka ma na celu takie przedstawienie sygnału, aby jego analiza była możliwie łatwa. Jeśli baza jest dobrze dobrana do sygnału, to można się spodziewać, że uzyska się dużą dokładność aproksymacji przy użyciu stosunkowo niewielkiej liczby elementów bazy.

W przypadku analizowanych sygnałów sejsmicznych uzyskano małe błędy aproksymacji w przestrzeniach o małych wymiarach, rozpinanych przez zbiory funkcji dane zależnością (2.11). Dla uzyskania błędów aproksymacji na poziomie 5-10%, z zastosowaniem bazy trygonometrycznej przy długości sygnału 300 próbek należałoby użyć ok. 100 elementów. Porównanie to potwierdza trafność wyboru bazy aproksymacyjnej, adekwatnej dla analizowanych sygnałów sejsmicznych. Z kolei świadczy to o poprawności modelu zarówno OI systemu, jak również pobudzenia.

Innym istotnym pytaniem jest czy opisy, za pomocą zbiorów $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, L\}$, $\tilde{t}_n = \tilde{k}_n \Delta$, sygnałów pochodzących od tego samego wstrząsu, ale zarejestrowane na różnych stanowiskach mają wspólne cechy? Czy dla zjawisk o zbliżonych lokalizacjach, zbiory te różnią się między sobą? Pewnych danych dotyczących pierwszego z pytań dostarczają diagramy przedstawione na rys. 6.9-6.11. Co do drugiego problemu, jego badania zostaną wkrótce podjęte.

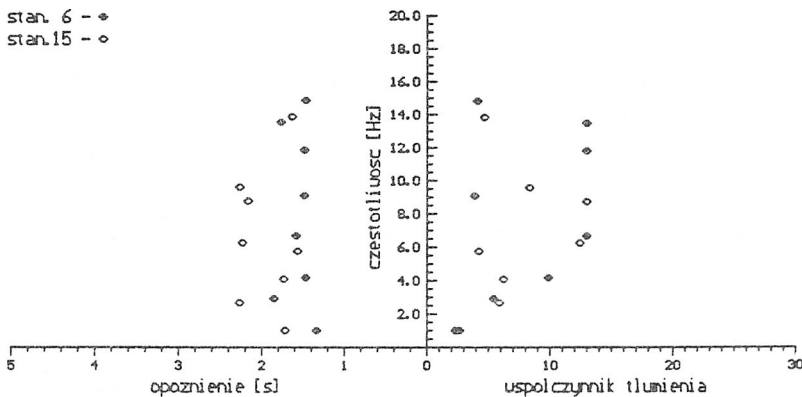
Na rysunkach 6.9-6.11 przedstawiono rozkłady parametrów $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, L\}$ dla ośmiu elementów aproksymujących dla wybranych par sygnałów. I tak, oś

pionowa jest osią częstotliwości f_n drgań, prawa oś pozioma jest osią współczynników γ_n tłumienia drgań, lewa zaś oś pozioma - osią czasów t_n . Tak więc każdy element na takim wykresie przedstawiany jest w postaci dwóch punktów, jednego na płaszczyźnie częstotliwość-wykładnik i drugiego na płaszczyźnie częstotliwość-opóźnienie. Zrezygnowano z brania pod uwagę mnożników β_n , uznając ich znaczenie za mało istotne dla takiej analizy.



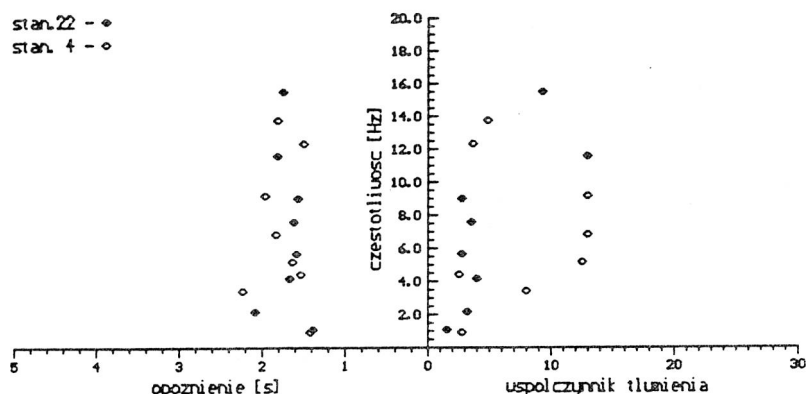
Rys. 6.9. Diagram rozkładu wartości parametrów $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, 8\}$ dla sygnałów zarejestrowanych na stanowisku 5 (wypełniony czworokąt) i 15 (pusty czworokąt)

Fig. 6.9. Distribution of the values of parameters $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, 8\}$ for signals gathered at stations 5 (block quadrangle) and 15 (light quadrangle)



Rys. 6.10. Diagram rozkładu wartości parametrów $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, 8\}$ dla sygnałów zarejestrowanych na stanowisku 15 (pusty czworokąt) i 6 (wypełniony czworokąt)

Fig. 6.10. Distribution of the values of parameters $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, 8\}$ for signals gathered at stations 15 (light quadrangle) and 6 (block quadrangle)



Rys. 6.11. Diagram rozkładu wartości parametrów $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, 8\}$ dla sygnałów zarejestrowanych na stanowisku 4 (pusty czworokąt) i 22 (wypełniony czworokąt)

Fig. 6.11. Distribution of the values of parameters $\{\tilde{f}_n, \tilde{t}_n, \tilde{\gamma}_n: n=1, \dots, 8\}$ for signals gathered at stations 4 (light quadrangle) and 22 (block quadrangle)

Stanowiska 5 i 15 leżą na zbliżonych kierunkach, ale stanowisko 5 jest dwukrotnie bardziej oddalone od źródła niż stanowisko 15. Na rysunku 6.9 dla obydwu sygnałów można wyodrębnić odpowiadające sobie drgania dla częstotliwości ok. 1 Hz, 2,5 Hz, 4 Hz, 6 Hz i 9 Hz. Współczynniki tłumienia drgań dla tych częstotliwości przyjmują zwykle większe wartości (większe tłumienie) dla stanowiska 15. Zachowana jest również sekwencja czasowa dojścia fal. Można przyjąć, że zgodność tych opisów jest znaczna.

Z kolei stanowiska 15 i 6 leżą też na zbliżonych kierunkach i ich odległości od źródła są zbliżone. Na rys. 6.10 dla częstotliwości 1 Hz i 2.5 Hz zgodność wartości parametrów jest jeszcze większa niż na rys. 6.9. Można poza tym wyodrębnić odpowiadające sobie drgania dla częstotliwości 4 Hz, 6 Hz i 9 Hz. Wyraźnie zgodność parametrów między stanowiskami 15 i 6 jest większa niż pomiędzy 15 i 5. Znacznie gorzej jest ze zgodnością w przypadku z rys. 6.11, a więc dla stanowisk 4 i 22.

W podsumowaniu można stwierdzić, że wartości parametrów reprezentujących sygnały wykazują większą zgodność w przypadku sygnałów zarejestrowanych na stanowiskach leżących na zbliżonym kierunku niż na znacznie różniących się kierunkach. Dodatkowo zbliżona odległość od źródła polepsza tę zgodność.

Takich relacji należało się spodziewać pamiętawszy o fizycznych aspektach propagacji fal. Propagacja na podobnych kierunkach oznacza częściową propagację

w tej samej masie skalnej. Propagacja na różnych kierunkach natomiast może oznaczać propagację w zupełnie odmiennych warunkach (np. przez pola wyeksploatowane i nie wyeksploatowane, jak występuje w przypadku stanowisk 4 i 22). Reasumując, omawiona zgodność jest następny z faktów potwierdzającym poprawność stosowanego modelu.

Dodatkowo, mając diagramy, na przykład, takie jak na rys. 6.9-6.11, możemy nie tylko w prosty sposób porównywać między sobą poszczególne sygnały, ale również obserwować zmiany tych parametrów w czasie. Taka obserwacja może pozwolić na wnioskowanie o zmianach zachodzących w górotworze, wywołanych eksploatacją.

6.9. Przykładowy wynik rozplatania zbioru sygnałów sejsmicznych

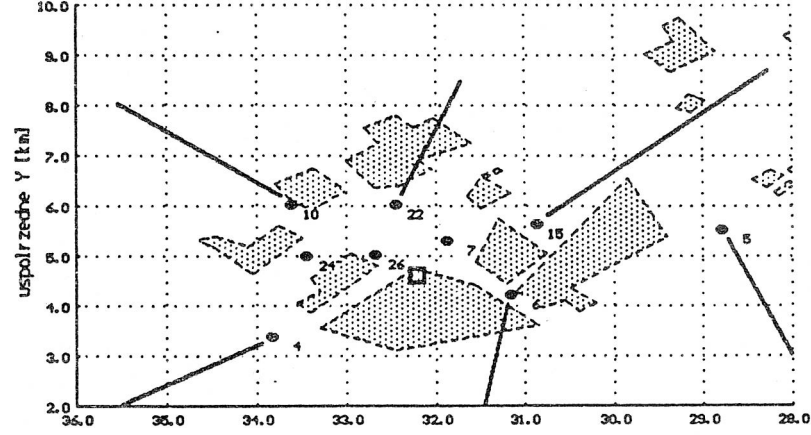
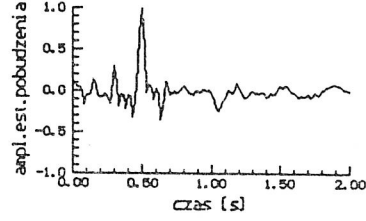
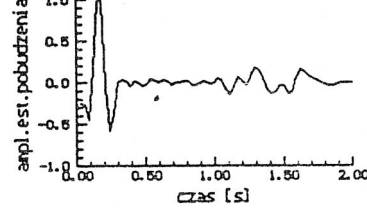
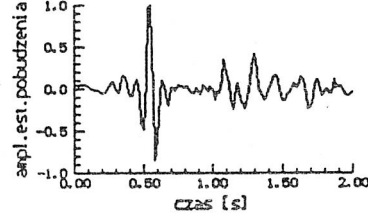
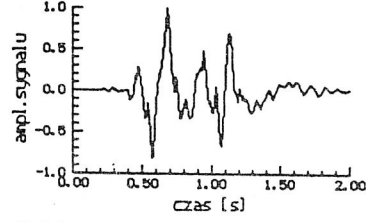
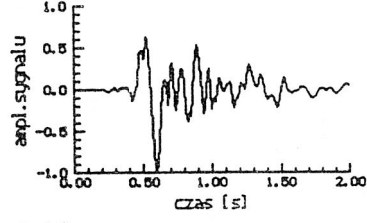
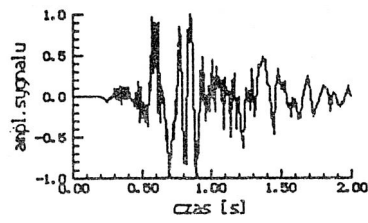
Na rysunku 6.12 przedstawiono wynik rozplatania zbioru sygnałów sejsmicznych analizowanego w rozdz. 6. Przedstawione wyniki rozplatania uzyskano w następujących warunkach:

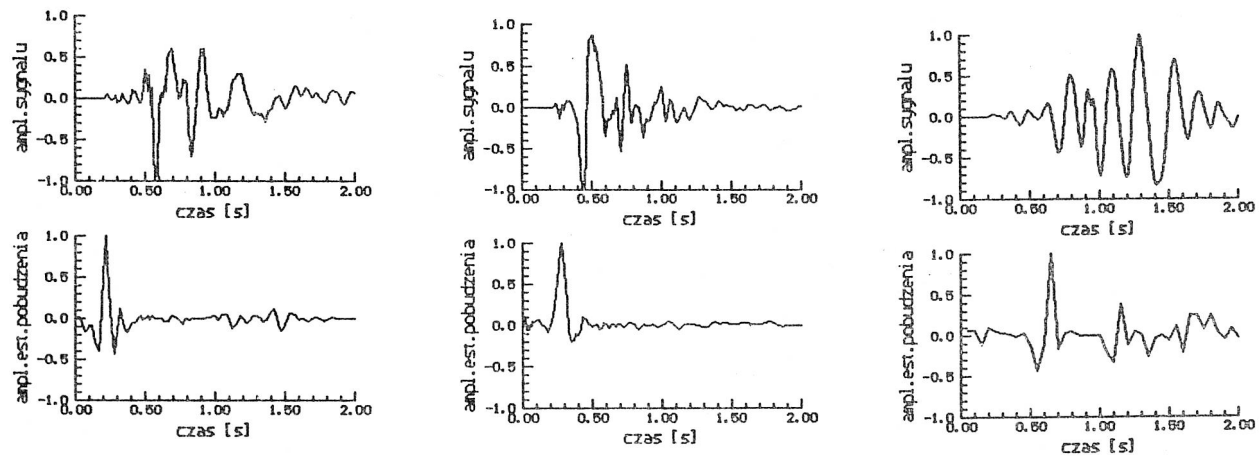
- długość sygnału ograniczono do 2 s,
- liczbę równoległe połączonych SE przyjmowano od 6 do 8,
- w optymalizacji stosowano funkcję kosztów zdefiniowaną zależnością (4.49) z wartościami parametrów $p = 20$ i $P = 100$

Centralna część rys. 6.12 przedstawia schematyczną mapę kopalni z naniesionym położeniem ogniska wstrząsu oraz położeniem stanowisk sejsmicznych rejestrujących sygnały. Na rysunku tym występują również pary wykresów sygnałów, z których górny przedstawia zarejestrowany na danym stanowisku sygnał, a dolny - estymator sygnału pobudzenia uzyskany w wyniku ślepego rozplatania. Gruba linia łącząca parę wykresów ze stanowiskiem sejsmicznym wskazuje na miejsce zarejestrowania sygnału.

Przedstawione na rys. 6.12 estymatory sygnału pobudzenia, odpowiadające różnym stanowiskom, różnią się między sobą. Różnice te mogą być wynikiem niedokładności modelu, błędów estymacji, ale także kierunkowości źródła drgań. Różnice te nie są jednak na tyle duże, aby nie można było określić np. czasu trwania zjawiska, co może być podstawą do obliczenia takich znanych w geofizyce parametrów, jak rozmiar ogniska wstrząsu, częstotliwość narożna oraz spadek naprężeń itp.

Uzyskanie zadowalających wyników rozplatania sygnału sejsmicznego jest następny faktem potwierdzającym poprawność stosowanego modelu zjawiska. Na interpretację ilościowe tych wyników jest jednak zbyt wcześnie.





Rys. 6.12. Wykres wyniku rozplatania zbioru sygnałów sejsmicznych

Fig. 6.12. Result of deconvolution of the set of seismic signals

6.10. Podsumowanie

Na podstawie analizy danych i wyników przedstawionych w pierwszej części niniejszego rozdziału, takich jak: opis sytuacji pomiarowej, przebiegi czasowe sygnałów, wyniki rozplatania klasycznymi metodami i dane dotyczące struktury czasowo-częstotliwościowej sygnałów, stwierdzono, że model rezonansowy jest dla analizowanych sygnałów bardziej adekwatny niż model zbudowany według koncepcji odbić.

Następnie podano i omówiono wyniki estymacji OI systemu oraz estymacji pobudzenia dla zbioru sygnałów sejsmicznych pochodzącego od wstrząsu o znanych parametrach. Duża dokładność aproksymacji, z zastosowaniem małej liczby elementów z proponowanego zbioru funkcji, związki między parametrami opisującymi OI systemu dla różnych sygnałów oraz sam wynik estymacji pobudzenia, potwierdzają przydatność przyjętego modelu zarówno w odniesieniu do systemu, jak i pobudzenia.

Przedstawione w niniejszym rozdziale wyniki potwierdzają również skuteczność zaproponowanej metody ślepego rozplatania do analizy sygnałów sejsmicznych.

7. UWAGI KOŃCOWE

Pierwsza część niniejszej pracy (rozdz. 2-4) zawiera opis zupełnie nowej metody ślepego rozplatania sygnałów spełniających założenia przedstawione we wprowadzeniu z późniejszym zawężeniem klasy tych sygnałów do tych, których modelem OI systemu elementarnego jest zależność (2.11). Wyniki przedstawione w drugiej części pracy (rozdz. 5-6) potwierdzają skuteczność zaproponowanej metody.

Przedstawiona metoda ślepego rozplatania może mieć wiele różnych wariantów i realizacji, i trudno uznać, aby wszystkie one zostały choćby nakreślone, a co dopiero rozwiązane. Niemniej jednak rozwiązano wiele zagadnień, w tym te o znaczeniu podstawowym dla metody, najważniejsze z nich to:

- uzasadnienie wyboru, że dla założonego modelu należy wpierv estymować odpowiedź impulsową systemu, a w drugiej kolejności - sygnał wejściowy,
- rozwiązanie zagadnienia estymacji odpowiedzi impulsowej systemu poprzez wybór bazy *dopasowanej* do sygnału,
- zaproponowanie realizacji estymacji odpowiedzi impulsowej systemu za pomocą narzędzi przestrzeni sygnałów,
- zaproponowanie modelu odpowiedzi impulsowej systemu adekwatnego dla sygnałów sejsmicznych,
- uzyskanie zwiększenia efektywności estymacji odpowiedzi impulsowej systemu przez dekompozycję algorytmu estymacji OI systemów elementarnych na etapy,
- zaproponowanie trzech nowych algorytmów estymacji opóźnienia czasowego,
- podanie zależności, opisujących transmitancję filtra odwrotnego, przy zadanym modelu systemu i zadanej zależnością (2.11) OI systemu elementarnego,
- zaproponowanie dwóch, w dużej części własnych algorytmów stabilizacji filtra odwrotnego wobec nieminimalnofazowości systemu,
- dokonanie wyboru skutecznej metody regularyzacji,

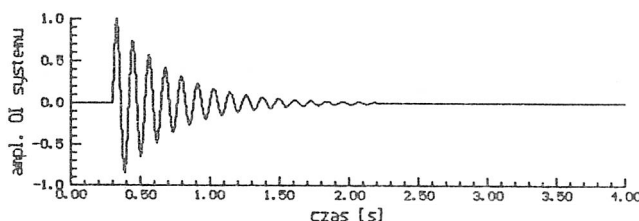
- wyprowadzenie zależności opisujących wpływ błędów estymacji najważniejszych parametrów opisujących odpowiedź impulsową systemu na wynik filtracji odwrotnej,
- zaproponowanie optymalizacji w celu poprawy jakości estymacji sygnału wejściowego,
- wprowadzenie adekwatnej definicji funkcji kosztów bazującej na statystykach wyższych rzędów, pozwalającej na właściwą ocenę jakości rozplatania zapewniającej jednocześnie uwzględnienie zależności fazowych występujących w sygnałach,
- zdefiniowanie funkcji SCWM i USCWM pozwalających na badanie zmian w czasie chwilowego widma mocy sygnału,
- weryfikacja, na podstawie wyników analizy, poprawności modelu sygnału zaproponowanego we wprowadzeniu w odniesieniu do sygnałów sejsmicznych rejestrowanych w LGOM-ie,
- weryfikacja skuteczności metody rozplatania w odniesieniu do sygnałów sejsmicznych.

W świetle uzyskanych rezultatów wydaje się zatem, że cel niniejszej pracy został osiągnięty. Jest to bowiem zamknięty etap wykazujący skuteczność metody. Nie oznacza to jednocześnie, że można definitywnie zamknąć zagadnienie ślepego rozplatania sygnałów bazującego na modelu (1.16). Po pierwsze, szybkość metody jest niezadowolająca z powodu konieczności wykonywania wielu *trudnych* i *kosztownych* operacji przetwarzania sygnałów powtarzanych wielokrotnie w procesie optymalizacji. Pomysł rozwiązania zagadnienia przez rozwiązanie układu równań jest jednym ze sposobów zwiększenia szybkości obliczeń. Jest to jednak silnie nieliniowy układ równań i istnieją obawy, że wszelkie zabiegi, mające na celu zwiększenie szybkości dojścia do rozwiązania, mogą zmniejszyć skuteczność.

Opisana w pracy metoda, a przynajmniej jej część dotycząca estymacji parametrów opisujących OI systemu, może znaleźć zastosowanie w warunkach ruchowych do analizy sygnałów sejsmicznych rejestrowanych w kopalniach LGOM-u. Wprowadzany cyfrowy system rejestracji tych sygnałów pozwala na taką analizę oraz istnieje zainteresowanie geofizyków dostępnością danych pozwalających na obserwację zmian zachodzących w górotworze w wyniku eksploatacji górniczej, pod kątem prognozowania zagrożenia tąpnięciami.

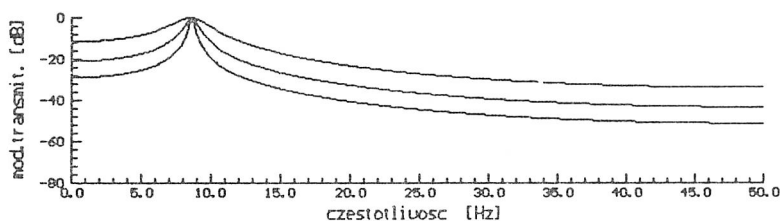
Dodatek A. Transmitancje systemów elementarnych

Na rysunku A.1 przedstawiono wykres przykładowej OI $h_{0,n}(k)$ danej zależnością (3.2), a na rys. A.2 - wykresy modułów transmitancji $H_{0,n}(f)$ dla różnych γ_n .



Rys. A.1. Wykres przykładowej odpowiedzi impulsowej SE dla $m_n = 0$

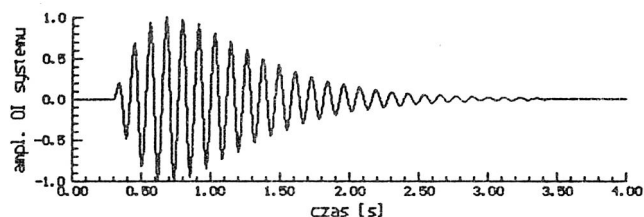
Fig. A.1. Exemplary impulse response of ES for $m_n = 0$



Rys. A.2. Wykresy przykładowych modułów transmitancji $H_{0,n}(f)$ dla różnych γ_n

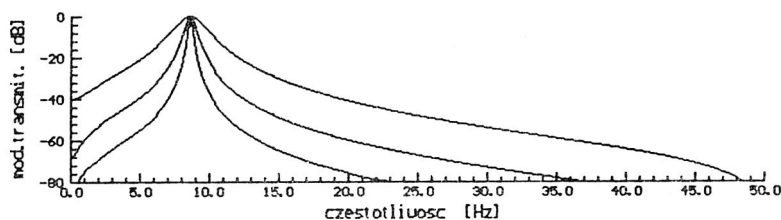
Fig. A.2. Exemplary modules of transmittance $H_{0,n}(f)$ for various γ_n

Na rysunku A.3 przedstawiono wykres przykładowej OI $h_{1,n}(k)$ danej zależnością (3.10), a na rys. A.4 - wykresy przykładowych modułów transmitancji $H_{1,n}(f)$ dla różnych γ_n .



Rys. A.3. Wykres przykładowej odpowiedzi impulsowej SE dla $m_n = 1$

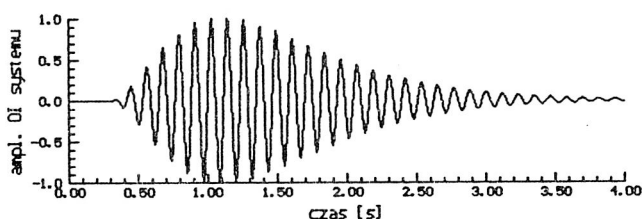
Fig. A.3. Exemplary impulse response of ES for $m_n = 1$



Rys. A.4. Wykresy przykładowych modułów transmitancji $H_{1,n}(f)$ dla różnych γ_n

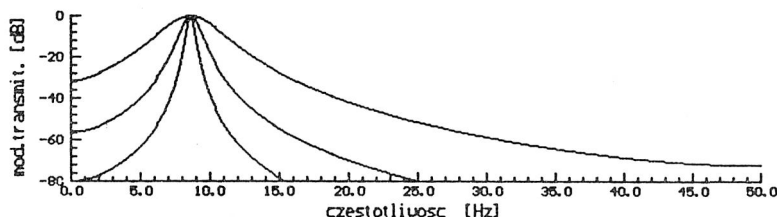
Fig. A.4. Exemplary modules of transmittance $H_{1,n}(f)$ for various γ_n

Na rysunku A.5 przedstawiono wykres przykładowej OI $h_{2,n}(k)$ danej zależnością (3.17), a na rys. A.6 - wykresy modułów transmitancji $H_{2,n}(f)$ dla różnych γ_n .



Rys. A.5. Wykres przykładowej odpowiedzi impulsowej SE dla $m_n = 2$

Fig. A.5. Exemplary impulse responses of ES for $m_n = 2$



Rys. A.6. Wykresy przykładowych modułów transmitancji $H_{2,n}(f)$ dla różnych γ_n

Fig. A.6. Exemplary modules of transmittance $H_{2,n}(f)$ for various γ_n

Dodatek B. Opis serii sygnałów modelowych

Serię 100 sygnałów modelowych, których przykładowe wyniki przetwarzania przedstawiono w rozdz. 5, wygenerowano przy następujących warunkach:

- częstotliwość próbkowania wynosiła 100 Hz,
- sygnał pobudzenia opisany był wzorem

$$x(k) = 1(k-20)(k-20)e^{-40(k-20)} \sin(2,04\pi(k-20)) \quad (\text{B.1})$$

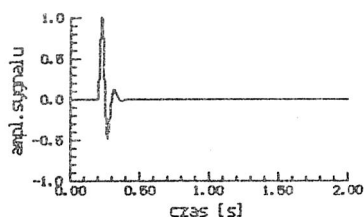
- system składał się z czterech równolegle połączonych SE, tzn.

$$y_i(k) = \sum_{n=1}^4 x(k) * h_{in}(k), \quad (\text{B.2})$$

gdzie i jest numerem sygnału w serii,

- parametry opisujące OI systemów elementarnych generowane były za pomocą generatora liczb losowych o rozkładzie równomiernym,
- zakres zmienności częstotliwości f_n wynosił od 1 Hz do 17,5 Hz,
- zakres zmienności współczynników γ_n wynosił od 0,5 do 20,
- zakres zmienności opóźnień k_n wynosił od 0 do 50,
- zakres zmienności mnożników β_n wynosił od 1 do 2,
- sygnał wyjściowy był pozbawiony szumu.

Wykres sygnału wejściowego systemu przedstawiono na rys. B.1, natomiast wykres jednego z sygnałów serii na rys. 5.5a.



Rys. B.1. Wykres sygnału wejściowy systemu dla serii sygnałów modelowych (opisanych w niniejszym Dodatku)

Fig. B.1. The system input signal for a series of test signals (described in the Appendix)

Dodatek C. Stosunek chwilowych widm mocy przylegających fragmentów sygnału jako charakterystyka sygnału niestacjonarnego

Klasycznym problemem rozważanym w geofizyce jest wyznaczanie czasów wejścia fal P i S, związane z lokalizacją ognisk zjawisk sejsmicznych [2,45,108,146]. W celu wyznaczenia tych czasów bada się zmiany sygnału w czasie. Najbardziej znaną charakterystyką sygnału pozwalającą na wyznaczanie tych czasów jest stosunek średniej krótkoterminowej sygnału do średniej długoterminowej [np.2]. Dokładność i czułość tego algorytmu jest jednak mała [84]. Dlatego też do wyznaczania czasów wejścia wprowadzono inną charakterystykę będącą stosunkiem chwilowych widm mocy przylegających fragmentów sygnału (SCWM) [80,81]. Pokazano również, że poprzez badanie zmian chwilowego widma mocy, charakterystyka ta pozwala jednocześnie na badanie niestacjonarności sygnału.

C.1. Estymator widma mocy

Z sygnału $y(k)$ można wydzielić fragment o dowolnej długości. Przyjmijmy, że fragment ten jest fragmentem realizacji stacjonarnego ergodycznego procesu stochastycznego. W takiej sytuacji estymator $\hat{S}(f, k_0)$ widma mocy procesu dla fragmentu przyporządkowanego czasowi k_0 można wyznaczyć z zależności [8,58]

$$\hat{S}(f, k_0) = FT \{ o(\kappa) \bar{R}(\kappa, k_0) \}, \quad (C.1)$$

gdzie k_0 jest czasem określającym koniec fragmentu sygnału, na podstawie którego

określany jest estymator, $o(\kappa)$ jest oknem korelacyjnym, a $\tilde{R}(\kappa, k_0)$ jest estymatorem (o długości m) funkcji autokorelacji procesu.

Występujący w (C.1) estymator funkcji autokorelacji dany jest zależnością [8,58]

$$\tilde{R}(\kappa, k_0) = \frac{1}{k_f - \kappa} \sum_{k=k_0-\kappa}^{k_0-\kappa} y(k) y(k+\kappa), \quad (\text{C.2})$$

gdzie κ jest opóźnieniem, a k_f jest długością fragmentu sygnału, na podstawie którego określany jest estymator funkcji autokorelacji.

Niech proces, którego widmo mocy jest estymowane charakteryzuje się normalnym rozkładem gęstości prawdopodobieństwa. Wtedy estymator widma mocy procesu ma rozkład χ^2 . Liczba stopni swobody n estymatora określonego zależnościami (C.1)-(C.2) dana jest wzorem [58]

$$v = 2 o \frac{k_f}{m}, \quad (\text{C.3})$$

gdzie o jest parametrem charakteryzującym okno korelacyjne [58].

Znając liczbę stopni swobody, na bazie charakterystyk rozkładu χ^2 , możemy wyznaczyć α -procentowy przedział ufności estymatora, tzn. przy poziomie ufności α . Przedział ten zawęża się ze wzrostem v . Jak wynika z (C.3), dla danego o , zawężenie przedziału ufności (mniejsze błędy estymacji) możemy uzyskać zwiększając długość k_f fragmentu lub zmniejszając długość m autokorelacji. Z kolei szerokość pasma analizy dana jest wzorem [58]

$$b = \frac{o}{m} \quad (\text{C.4})$$

Wielkość b określa unormowaną szerokość okna częstotliwościowego (filtru pasmowoprzepustowego), jakim analizowany jest sygnał. Wartość estymatora widma dla danej częstotliwości jest bowiem w przybliżeniu ważoną sumą wartości estymatorów dla wszystkich częstotliwości zawartych w określonym szerokością pasma analizy przedziale częstotliwości, symetrycznym względem f .

Jednocześnie, z szerokością pasma analizy związany jest efekt tzw. przecieku widma. Aby mieć możliwość analizowania szybkich zmian widma (w funkcji częstotliwości), konieczne jest stosowanie takich warunków estymacji, w których b jest możliwie małe. Z tego powodu, przy ustalonym parametrze o , m powinno być duże, co jest sprzeczne z wymogiem dotyczącym szerokości przedziału ufności.

Ze wzoru (C.3) wynika, że liczba stopni swobody, a tym samym dokładność estymacji wzrasta ze wzrostem długości k_f . Z drugiej strony, należy zadbać o to, aby

móc obserwować zmiany sygnału na małych odcinkach czasu. Tak więc, długość k_f powinna być dobierana do spodziewanych szybkości zmian następujących w sygnale. Z kolei σ jest parametrem zależnym od kształtu i parametrów okna korelacyjnego [48,58].

Wielkość $\tilde{S}(f, k_0)$ jest estymatorem widma mocy $S(f)$ stacjonarnego ergodycznego sygnału o skończonej mocy, zdefiniowanego jako

$$S(f) = \lim_{k_f \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty} E \{ \tilde{S}(f, k_0) \} \quad (\text{C.5})$$

Na podstawie powyższych zależności zdefiniujmy chwilowe widmo mocy

$$S(f, k_0) = E \{ \tilde{S}(f, k_0) \} \quad (\text{C.6})$$

które jest estymatorem $S(f)$ skażonym błędami obciążenia. Zdefiniowane zależnością (C.6) widmo dla sygnału niestacjonarnego zmienia się ze zmianą czasu k_0 .

C.2. Stosunek chwilowych widm mocy

W celu łatwiejszej oceny zmian chwilowego widma mocy sygnału w funkcji czasu k_0 , wprowadźmy charakterystykę sygnału zdefiniowaną jako

$$K(f, k_0) = \frac{S(f, k_0 + k_f)}{S(f, k_0)} \quad (\text{C.7})$$

Zależność (C.7) określa stosunek chwilowych widm mocy przylegających fragmentów sygnału, gdyż zarówno długość tych fragmentów, jak i odległość ich końcowych punktów wynosi k_f . Stosunek ten określa na ile chwilowe widma mocy sąsiednich fragmentów procesu różnią się między sobą. Jeśli na rozważanym odcinku czasu statystyki drugiego rzędu procesu nie zmieniają się, to $S(f, k_0)$ i $S(f, k_0 + k_f)$ są sobie równe. W konsekwencji stosunek tych wielkości jest równy jeden. Oceniając funkcję $K(f, k_0)$ możemy więc stwierdzić, czy w procesie na danym odcinku czasu zachodzą zmiany.

W rzeczywistych warunkach pomiarowych nie ma możliwości wyznaczenia $K(f, k_0)$, lecz jedynie jego estymator, gdyż uśrednienie po zbiorze realizacji w celu wyznaczenia $S(f, k_0)$ i $S(f, k_0 + k_f)$ nie jest możliwe. Ponieważ $\tilde{S}(f, k_0)$ ma rozkład χ^2 , więc estymator $\tilde{K}(f, k_0)$ ma rozkład F-Snedekera o parametrach (v, v) [8,41], np. dla $v = 4$, 95-procentowy przedział ufności dla $\tilde{K}(f, k_0)$ zawiera się w granicach od ok. -9 dB do ok. +9 dB.

Jeśli sąsiednie fragmenty sygnału są fragmentami realizacji procesu stochastycznego, którego statystyki drugiego rzędu nie zmieniają się w funkcji czasu, to wielkość $\tilde{K}(f, k_0)$ z prawdopodobieństwem 95-procentowym będzie zawarta w przedziale od ok. -9 dB do ok. +9 dB. Jeśli natomiast, stosunek estymatorów przyjmie wartości spoza tego przedziału, to nie ma podstaw do stwierdzenia, że estymatory chwilowego widma mocy są estymatorami widma mocy tego samego procesu. W takim przypadku istnieją więc podstawy do przyjęcia, że fragmenty te różnią się istotnie między sobą, a więc proces jest procesem, którego statystyki drugiego rzędu zmieniają się w czasie, czyli nie jest procesem stacjonarnym. W ten sposób analizując funkcję $\tilde{K}(f, k_0)$ możemy wyznaczyć odcinki na osi czasu, na których sygnał zmienia się w istotny sposób.

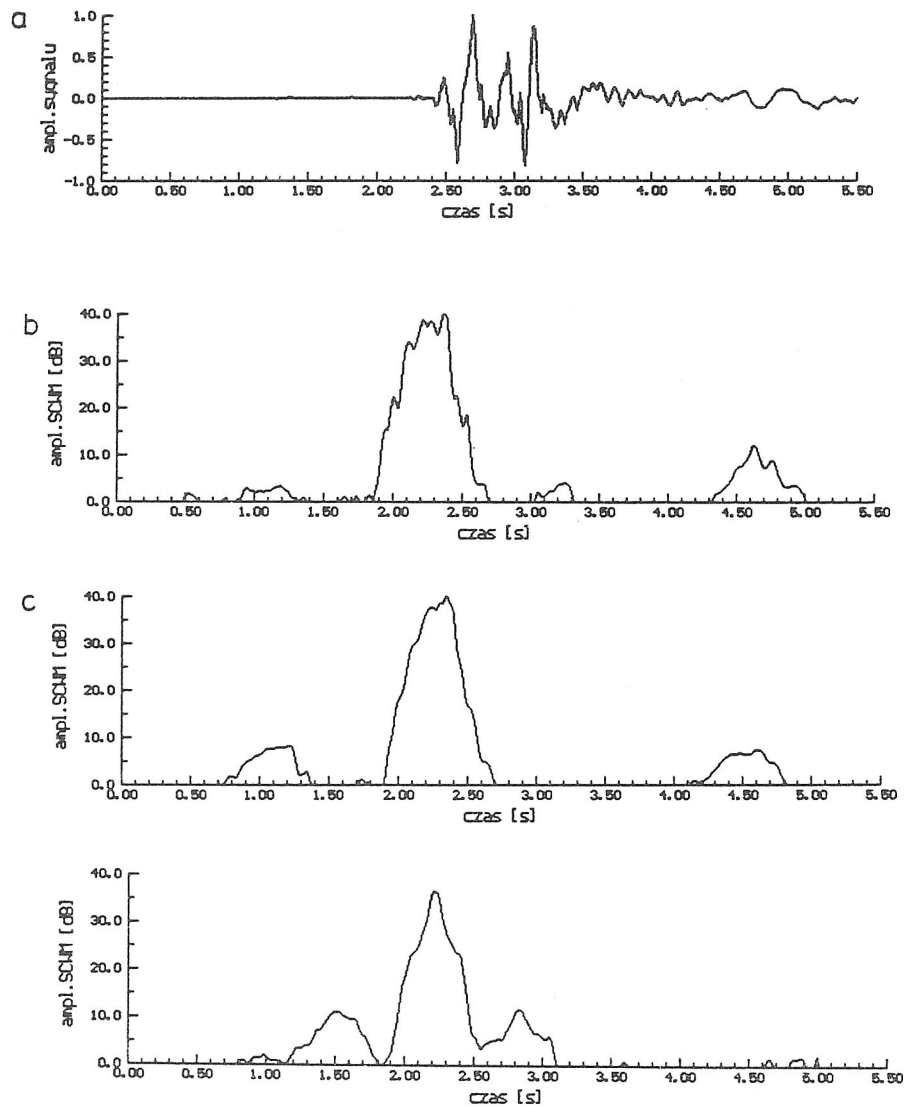
Przy długościach fragmentów k_f , porównywalnych z okresem drgań występującym w sygnale, bardzo silnie występuje *efekt obcięcia* wpływający negatywnie na dokładność estymacji autokorelacji. Błędy te następnie przenoszą się na funkcję SCWM. Aby zmniejszyć te błędy, wprowadzono trójpunktowe wygładzanie Hanna [8] w dziedzinie czasu oraz obliczanie SCWM dla kilku długości k_f i uśrednianie tych wyników.

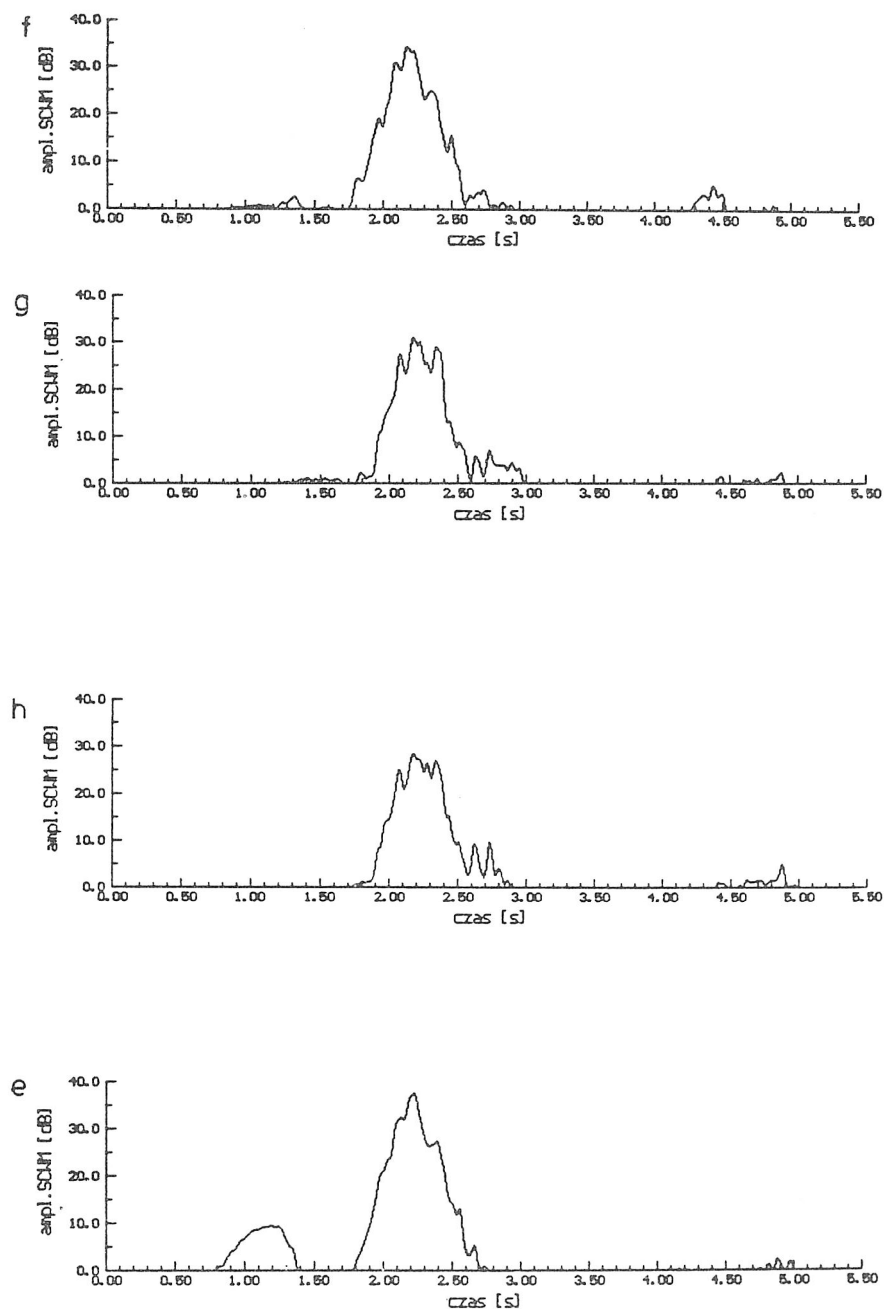
Ponadto, badania symulacyjne wykazały, że $K(f, k_0)$ ma pewną dodatkową własność istotną dla określania czasów wejścia składowych. Otóż funkcja ta, dla klasy sygnałów, do których można zaliczyć sygnały sejsmiczne rejestrowane w kopalniach LGOM-u, osiąga maksima lokalne dla chwil czasu odpowiadających dotarciu kolejnej składowej [80,81].

C.3. Stosunek chwilowych widm mocy dla sygnału sejsmicznego

Ważnym elementem estymacji SCWM sygnału jest dobór parametrów analizy. Dla analizowanych sygnałów sejsmicznych ($f_p = 100 \text{ Hz}$) przyjmowano: trzy długości fragmentów $k_f = 35$, $k_f = 41$ i $k_f = 50$, długość funkcji autokorelacji $m = 25$ i okno Kaisera-Bessela ($a = 2,5$), dla którego $\sigma = 1,65$. Dla tych warunków liczba stopni swobody ν wynosi ok. 5,5, szerokość pasma analizy natomiast ok. 6,6 Hz.

Na podstawie wyników analizy widmowej [80,81] i uzyskanych cech estymatora widma szczególne wątpliwości budzi duża szerokość pasma analizy, która nie jest adekwatna do struktury widmowej sygnałów sejsmicznych. Ze względu jednak na nastawienie metody na badanie relacji czasowych, szczególnie ważne jest zagwarantowanie możliwie małej długości k_f . Należy jednak pamiętać, że konsekwencją dużej





Rys. C.1. Wykresy funkcji $\tilde{K}(f, k_0)$ dla sygnału sejsmicznego zarejestrowanego na stanowisku 15
 Fig. C.1. Diagrams of the function $\tilde{K}(f, k_0)$ for the seismic signal gathered at station 15

szerokości pasma analizy jest duży przeciek widma.

Na rysunku C.1 przedstawiono wykres funkcji $\tilde{K}(f, k_0)$ dla sygnału sejsmicznego zarejestrowanego na stanowisku 15. Rysunek C.1a przedstawia wykres sygnału, a wykresy następne - estymatory funkcji SCWM dla częstotliwości 0 Hz, 2,5 Hz i tak dalej, co 2,5 Hz.

Na rysunku C.1 widocznych jest szereg maksimów lokalnych występujących w różnych chwilach czasu dla różnych częstotliwości, przekraczających wartość 9 dB, świadczących o tym że widmo analizowanego sygnału sejsmicznego z założonym prawdopodobieństwem 95-procentowym zmienia się w czasie.

C.4. Unormowany stosunek chwilowych widm mocy

Wykresy funkcji $\tilde{K}(f, k_0)$, przedstawione na rys. C.1 zdominowane są zmianami mocy sygnału. Analizowany sygnał jest niewątpliwie niestacjonarny ze względu na moc. Zdarza się [8], że unormowanie sygnału pod względem mocy powoduje, że taki przetworzony sygnał jest stacjonarny.

Niech unormowany estymator widma zdefiniowany będzie zależnością

$$\tilde{s}(f, k_0) = FT \{ o(k) \tilde{r}(\kappa, k_0) \} \quad (C.8)$$

gdzie $\tilde{r}(\kappa, k_0)$ jest unormowaną funkcją autokorelacji, zdefiniowaną jako

$$\tilde{r}(\kappa, k_0) = \frac{\tilde{R}(\kappa, k_0)}{\tilde{R}(0, k_0)} \quad (C.9)$$

W konsekwencji można zdefiniować unormowany stosunek chwilowych widm mocy jako

$$k(f, k_0) = \frac{s(f, k_0 + k_f)}{s(f, k_0)} \quad (C.10)$$

Tak zdefiniowana charakterystyka pozwala na abstrahowanie od zmian mocy sygnału, a skoncentrowanie się na zmianach struktury widmowej sygnału w czasie.

Przykładowy wykres funkcji $\tilde{k}(f, k_0)$ dla sygnału z rys. C.1a przedstawiono na rys. 6.6 w rozdz. 6.

Literatura

- [1] Alcazar-Fernandez J., Casar-Carredera J.R., Garcia-Gomez R., *Modelling of nonminimum phase signals*, Signal Processing III, Eurosip 1986.
- [2] Allen R.V., *Automatic phase pickers: their present and future prospects*, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 72, no. 6, 1982.
- [3] Anderson B.D., Moore J.B., *Filtracja optymalna*, Warszawa, WNT, 1984.
- [4] Arya V.K., Holden H.D., *Deconvolution of seismic data - an overview*, IEEE Trans. Geosc. Electron., GE-16, no. 2, s. 95-98, 1978.
- [5] Barrodale I., Erickson R.E., *Algorithms for least-squares linear prediction and maximum entropy spectral analysis - Part I and II*, Geophysics, vol. 45, no. 3, 1980.
- [6] Bayliss J.W., Bringham E.O., *Application of the Kalman Filter to Continues Signal Restoration*, Geophysics, vol. 35, no. 1, s. 2-23, 1970.
- [7] Belleni S., Rocca F., *Asymptotically Efficient Blind Deconvolution*, Signal Processing, vol. 20, s. 193-209, 1990.
- [8] Bendat J.S., Piersol A.G., *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, Warszawa, PWN, 1976.
- [9] Bennia A., Riad S.M., *An Optimization Technique for Iterative Frequency-Domain Deconvolution*, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 39, no. 2, s. 358-362, 1990.
- [10] Bennia A., Nohman N.S., *Deconvolution of Causal Pulse and Transient Data*, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 39, no. 6, s. 933-939, 1990.
- [11] Benveniste A., Goursat M., Ruget G., *Robust Identification of a Nonminimum Phase System: Blind Adjustment of a Linear Equalizer in Data Communication*, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-25, s. 385-399, 1980.
- [12] Benveniste A., Goursat M., *Blind Equalizers*, IEEE Trans. Commun., vol. COM-32, no. 9, s. 871-883, 1984.
- [13] Berenstein C.A., Patrick E.V., *Exact Deconvolution for Multiple Convolution Operators - An Overview Plus Performance Characterizations for Imaging Sensors*, Proc. IEEE, vol. 78, no. 4, 1990.
- [14] Bogucka H., Wesołowski K., *Echo cancellation in the multicarrier modulation data transmission systems*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck, Signal Processing VI, Theories and Applications, Elsevier, Amsterdam 1992.
- [15] Bracewell R., *Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania*, Warszawa, WNT, 1968.
- [16] Brillinger D.R., *Basic Aspects of Higher-Order Spectra and Some of Their Uses*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [17] Cannon M., *Blind Deconvolution of Spatially Invariant Image Blurs with Phase*, IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing, vol. ASSP-24, no. 1, 1976.

- [18] Cardoso J.F., *Higher-order narrow-band array processing*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [19] Cardoso J.F., *Iterative techniques for blind source separation using only fourth-order cumulants*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck A., Signal Processing VI, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1992.
- [20] Chen Y., Nikias C.L., Proakis .G., *CRIMNO: Criterion with Memory Nonlinearity for Blind Equalization*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [21] Chi C.Y., Mendel J.M., *Performance on Minimum-Variance Deconvolution Filter*, IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-32, no. 6, s.1145-1153, 1984.
- [22] Chiang H.H., Nikias C.L., *Adaptive Deconvolution and Identification of Nonminimum Phase FIR Systems Based on Cumulants*, IEEE Trans. Autom. Contr., vol. 35, no.1, 1990.
- [23] Childers D.G., Skinner D.P., Kemerait R.C., *The cepstrum: a guide to processing*, Proc. IEEE, vol. 65, no. 10, 1977.
- [24] Chittineni C.B., *Frequency domain optimal inverse convolution filtering of noisy data*, Geophys. J. R. Astr. Soc., no. 78, 1984.
- [25] Clearbout J.F., *Fundamentals of geophysical data processing*, McGraw Hill, Inc., 1976.
- [26] Cohen L., *Time-frequency distributions - A review*, Proc. IEEE, vol. 77, no. 7, 1989.
- [27] Combettes P.L., Edmonson W.W., *What is a good estimate ?* w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck A., Signal Processing VI, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1992.
- [28] Comon P., *Independent component analysis*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [29] Comon P., *Blind identification in presence of noise*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck A., Signal Processing VI, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1992.
- [30] Daboczi T., Kollar I., *Optimal Reconstruction of Transient Signals Using Deconvolution Algorithms*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck A., Signal Processing VI, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1992.
- [31] Dandawate A.V., Giannakis G.B., *Polyspectral analysis of non-stationary signals: system identification, classification and ambiguity functions*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [32] Dewilde P., *Stochastic modeling with orthogonal filters*, w: Landau I.D. (ed.), Outils et modeles mathematiques pour l'automatique, l'analyse de systemes et le traitement du signal, vol. 2, Editions du Centre de la Recherche Scientifique, Paris, 1982.
- [33] Doob J.L., *Stochastic processes*, J.Wiley a. Sons, Inc., New York, 1953.
- [34] Dossing O., *A method of determining the modal frequencies of structures with coupled modes*, IMAC, 1986.
- [35] Dossing O., *Improvement of monoreference modal data by adding on oblique degree of freedom for reference in measurements*, IMAC, 1986.

- [36] Drachman B., *Two Methods to Deconvolve: L^1 -Method Using Simplex Algorithm and L^2 -Method Using Least Squares and a Parameter*, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-32, no. 3, s. 219-225, 1984.
- [37] Dryja M., Jankowska J., Jankowski M., *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*, Warszawa, WNT, 1982.
- [38] Duvant P., *Non-linear filtering in signal processing*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [39] Dyka A., *Liniowa filtracja rozplotowa względem sygnałów o skończonym czasie trwania*, Zeszyty Naukowe Polit. Gdańskiej, nr 444, Gdańsk 1989.
- [40] Ekstrom M.P., *A Spectral Characterization of Ill-Conditioning in Numerical Deconvolution*, IEEE Trans. Audio Electroacoust., vol. AU-21, no. 4, s. 344-348, 1973.
- [41] Feller W., *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, PWN, 1981.
- [42] Franks L.E., *Teoria sygnałów*, Warszawa, PWN, 1975.
- [43] Gardner W.A., *Introduction to Random Processes with Application to Signals and Systems*, Macmillan Publ. Comp., New York, 1986.
- [44] Giannakis G.B., *On the identifiability of non-Gaussian ARMA models using cumulants*, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 35, 1990.
- [45] Gibowicz S., Kijko A., *Nowe możliwości interpretacji sejsmogramów kopalnianych zarejestrowanych cyfrowo na nośniku komputerowym*, Cuprum Wrocław, Ekspertyza Instytutu Geofizyki PAN, Warszawa, 1983.
- [46] Gibowicz S., *Mechanizm ognisk wstrząsów górniczych*, Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., nr M-13 (221), Warszawa, PWN, 1989.
- [47] Godard D.N., *Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two Dimensional Data Communication Systems*, IEEE Trans. Comm., vol. COM-28, s. 1867-1875, 1980.
- [48] Harris F.J., *On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform*, Proc. IEEE, vol. 66, no. 1, 1978.
- [49] Haskell N.A., *The Dispersion of Surface Waves on Multilayered Media*, Bull. Seism. Soc. Amer., vol. 43, s. 17-34, 1953.
- [50] Hassab J.C., Boucher R., *Analysis of signal extraction, echo detection and removal by complex cepstrum in presence of distortion and noise*, Journal of Sound and Vibration, vol. 40, no. 3, 1975.
- [51] Hassab J.C., *Homomorphic deconvolution in reverberant and distortional channels: an analysis*, J. Sound and Vibr., vol. 58, no. 2, 1978.
- [52] Hatzinakos D., Nikias C.L., *Blind Equalization Using a Tricepstrum Based Algorithm*, IEEE Trans. Comm., vol. COM-39, 1991.
- [53] Haykin S., *Adaptive filter theory*, Printice-Hall International, Inc., 1991.
- [54] Hunt B.R., *A Theorem on the Difficulty of Numerical Deconvolution*, IEEE Trans. Audio Electroacoust., vol. AU-20, s. 94-95, 1972.
- [55] Jacovitti G., *Applications of higher order statistics in image processing*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [56] Jain A.K., *Fundamentals of digital image processing*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.

- [57] Janik T., Materzok R., Grzebyk W., Król M., *Modelowanie sejsmicznych pól falowych na obszarze LGOM*, Publ. Inst. Geophys. Pol. Ac. Sc., nr M-15 (235), Warszawa, s. 43-50, 1991.
- [58] Jenkins G.M., Watts D.G., *Spectral analysis and its application*, Holden-Day, San Francisco, 1969.
- [59] Jenkins M.A., Traub J.F., *A Three-Stage Algorithm for Real Polynomials Using Quadratic Iteration*, SIAM J. Numer. Anal., vol. 7, no. 4, 1970.
- [60] Jenkins M.A., Traub J.F., *A Three-Stage Variable-Shift Iteration for Polynomials Zeros and Its Relation to Generalized Rayleigh Iteration*, Numer. Math., vol. 14, 1970.
- [61] Jensen S.H., *Acoustic echo cancelle for hands-free mobile radiotelephony*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck, Signal Processing VI, Theories and Applications, Elsevier, Brussels, 1992.
- [62] Jurkiewicz J., *Metoda predykcji liniowej o zmiennych parametrach do analizy sygnału mowy*, praca doktorska, Raporty Inst. Telekomunikacji i Akustyki PWr., nr I-28/P-009/84, Wrocław, 1984.
- [63] Jury E.I., *Przekształcenie Z i jego zastosowania*, Warszawa, WNT, 1970.
- [64] Kammeyer K.D., Jelonnek B., *A Cumulant Zero-Matching Method for the Blind System Identification*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [65] Kim S.B., Powers E.J., *Orthogonal representations of frequency domain Volterra models for arbitrary input*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [66] Kim S.B., Powers E.J., *Adaptive filtering of higher-order Volterra systems*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [67] Knapp C.H., Carter G.C., *The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay*, IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 24, no.11, 1976.
- [68] Kormylo J.J., Mendel J.M., *Maximum-Likelihood Seismic Deconvolution*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-21, no. 1, s. 72-82, 1983.
- [69] Kowalenko I.N., Kuzniecowa N.J., Szurienkowi W.M., *Procesy stochastyczne*, Warszawa, PWN, 1989.
- [70] Krejn S.G.(red.), *Analiza funkcjonalna*, Warszawa, PWN, 1967.
- [71] Krishnamurthy A.K., Childers D.G., *Two-channel speech analysis*, IEEE Trans. ASSP, vol. ASSP-34, no. 4, 1986.
- [72] Kudrewicz J., *Analiza funkcjonalna dla automatyków i elektroników*, Warszawa, PWN, 1976.
- [73] Lacoume J.L., Gaeta M., Amblard P.O., *From order 2 to HOS: new tools and applications*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck, Signal Processing VI, Theories and Applications, Elsevier, Amsterdam, 1992.
- [74] Lewin B.R., *Teorietyczeskie osnovy statisticeskoj radiotekhniki*, tom 1, Sowietskoje Radio, Moskwa, 1975.
- [75] Lim J.S., *Two-dimensional signal and image processing*, Prentice Hall Intern. Inc., Londyn, 1990.

- [76] Lin J.N., Unbehauen R., *2-D adaptive nonlinear equalizers*, w: Torres L. Masgran E., Lagunas M.A., *Signal Processing V, Theories and Applications*, Elsevier, Amsterdam, 1990.
- [77] Mahalanabis A.K., Prasad S., Mohandas K.P. *On the Application of the Fast Kalman Algorithm to Adaptive Deconvolution of Seismic Data*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-21, no. 4, s. 426-433, 1983.
- [78] Makhoul J., *Linear prediction, a tutorial review*, Proc. IEEE, vol. 63, no 4, 1975.
- [79] Makowski R., *The power cepstrum of the seismic signals*, Acta Montana, vol. 71, s.179-185, Praga, 1985.
- [80] Makowski R., Nuckowski S., Szymbor J., Zarzycki J., *Badanie charakterystyk sygnałów sejsmicznych ze szczególnym uwzględnieniem czasów wejścia fal P i S*, Raporty Inst. Telekomunikacji i Akustyki PWr., nr I28/SPR-007/85, Wrocław, 1985.
- [81] Makowski R., *Nowa metoda wyznaczania czasów wejścia sygnału sejsmicznego*, Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-8, nr 191, s. 293-305, 1986.
- [82] Makowski R., Nuckowski S., *Analiza widmowa sygnałów sejsmicznych*, Prace XXXIII Otwartego Seminarium z Akustyki, Komit. Akustyki PAN, Rzeszów, 1986.
- [83] Makowski R., Nuckowski S., Szymbor J., Zarzycki J., *Opracowanie zasad wydzielania z zapisu cyfrowego sygnału sejsmicznego grup informacji dotyczących jego składowych*, Raporty Inst. Telekomunikacji i Akustyki PWr., nr I28/S-014/86, Wrocław, 1986.
- [84] Makowski R., *On some possibilities of automatic location of shocks on basis of spectral analysis*, Acta Montana, vol. 75, s. 37-49, Praga, 1987.
- [85] Makowski R., *Filtracja sygnału sejsmicznego*, XXXIV Otwarte Seminarium z Akustyki, Wrocław-Karpacz, s. 259-264, 1987.
- [86] Makowski R., Kosz J., Wawrzyniak-Kosz W., Zawadzka E., *Estymacja sygnału emitowanego przez źródło wstrząsu na podstawie sygnału sejsmicznego*, Raporty Inst. Telekomunikacji i Akustyki PWr., nr I28/S-006/87, Wrocław, 1987.
- [87] Makowski R., Kosz J., Wawrzyniak-Kosz W., *Opracowanie algorytmów i programów na wydzielanie z sygnału sejsmicznego informacji o źródle wstrząsu*, Raporty Inst. Telekom. i Akustyki PWr., nr I28/S-053/87, Wrocław, 1987.
- [88] Makowski R., *Approximation and filtration of a seismic signal*, Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., ser. Miscellanea, nr M-10 (213), s.253-264, 1988.
- [89] Makowski R., *Parameter estimation by signal projection on non-orthogonal set*, Proc. Intern. AMSE Conf. "Modeling and Simulation", vol. 1c, s. 129-139, Istanbul, 1988.
- [90] Makowski R., *An estimation method of parameters describing vibration modes of mechanical system*, Proc. "Noise Control 88", s. 635-638, Kraków, 1988.
- [91] Makowski R., *Filtracja odwrotna sygnału w warunkach niepełnej informacji o systemie*, Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, XI Krajowa Konferencja, s. 206-211, Łódź-Rytro, 1988.
- [92] Makowski R., *Filtracja odwrotna pewnych sygnałów akustycznych*, XXXVI Otwarte Seminarium z Akustyki, Gliwice, 1989.
- [93] Makowski R., *Filtracja odwrotna sygnału z optymalizacją mnożników - definiowanie funkcji kosztów*, Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, XII Krajowa Konferencja, s. 235-240, Rzeszów-Myszkowce, 1989.

- [94] Makowski R., Gronowski J., Kosz J., *Zastosowanie rozplatania sygnału sejsmicznego w celu określenia właściwości górotworu na drodze przebiegu fal*, Raporty Inst. Telekom. i Akustyki PWr., nr I-28/S-047/89, Wrocław, 1989.
- [95] Makowski R., *A Blind Deconvolution Method*, w: Torres L. Masgran E., Lagunas M.A., *Signal Processing V, Theories and Applications*, s. 1959-1962, Elsevier, Amsterdam, 1990.
- [96] Makowski R., *Inverse Filtering of Nonminimum Phase Seismic Signals*, Proc. 35-th Intern. Geophysical Symposium, vol. I, s. 58-67, Warna, 1990.
- [97] Makowski R., *Zastosowanie projekcji ortogonalnej do estymacji parametrów odpowiedzi impulsowej systemu drgającego*, Materiały XIII Krajowej Konferencji Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, s. 653-658, Bielsko-Biała, 1990.
- [98] Makowski R., Gronowski J., *Ocena dokładności estymacji częstotliwości drgań górotworu metodami analizy widmowej sygnału sejsmicznego*, Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-15 (235), s. 203-218, 1991.
- [99] Makowski R., *Blind Deconvolution Method Based on Resonance Model of Wave Propagation*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, s. 99-102, Chamrousse, 1991.
- [100] Makowski R., *Modyfikacja metody rozplatania sygnałów bazującej na rezonansowym modelu propagacji fal*, Raporty Inst. Telekomunikacji i Akustyki PWr., nr. I28/S-022/91, Wrocław, 1991.
- [101] Makowski R., *A New Model-based Blind Deconvolution Method*, Advances in Modelling and Simulation, AMSE Press, vol. 25, no. 1, s. 21-29, 1991.
- [102] Makowski R., *Blind Deconvolution of Seismic Signals Registered in Copper Mines*, Proc. 36-th Intern. Geophysical Symposium, vol. I, Kijów, 1991.
- [103] Makowski R., *The Use of Orthogonal Projection for System Impulse Response Estimation in the Blind Deconvolution Method*, Trezieme Colloque GRETSI, s. 313-316, 1991.
- [104] Makowski R., *On the Use of a Fourth Order Autocorrelation Function in the Blind Deconvolution Method*, Materiały XIV Krajowej Konferencji Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, s. 405-410, Waplewo, 1991.
- [105] Makowski R., *Modelling of Seismic Signals Registered in LGOM Mines*, Acta Montana, vol. 84, s. 75-84, Praga, 1992.
- [106] Markel J.D., Gray A.H., *Linear prediction of speech*, Springer Verlag, Berlin, 1976.
- [107] Marple A.L., *Spectral Estimation with Applications*, w: Kailath T., *Modern Signal Processing*, Springer Verlag, 1985.
- [108] McEvelly T.V., Majer E.L., *ASP: an automated seismic processor for microearthquakes networks*, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 72, no. 1, 1982.
- [109] Mendel J.M., *Optimal Seismic Deconvolution: An Estimation Based Approach*, Academic Press, New York, 1983.
- [110] Mendel J.M., *Lessons in Digital Estimation Theory*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1987.
- [111] Mendel J.M., *Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications*, Proc. IEEE, vol. 79, no. 3, s. 278-305, 1991.

- [112] Mendel J.M., *Nonminimum Phase System Identification Using Higher-Order Statistics*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [113] Nikias C.L., Raghuvver M.R., *Bispectrum Estimation: A Digital Signal Processing Framework*, Proc. IEEE, vol. 75, no. 7, s. 869-891, 1987.
- [114] Nikias C.L., Pan R., *Time Delay Estimation in Unknown Gaussian Spatially Correlated Noise*, IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 36, no. 11, 1988.
- [115] Nikias C.L., Chiang H.-H., *Higher-Order Spectrum Estimation Via Noncausal Autoregressive Modeling and Deconvolution*, IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing, vol. 36, no 12, 1988.
- [116] Nikias C.L., *Higher Order Spectra in Signal Processing*, w: Torres L. Masgran E., Lagunas M.A., Signal Processing V, Theories and Applications, vol. I, Elsevier, Amsterdam, 1990.
- [117] Nikias C.L., *Blind Deconvolution Using Higher-Order Statistics*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [118] Okniński A., Piekarski M.S., *Komputerowy system analizy symulacyjnej liniowych filtrów cyfrowych*, Materiały XI Krajowej Konferencji Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, Łódź-Rytro, 1988.
- [119] Oppenheim A.V., Tribolet J., *Application of homomorphic filtering to seismic data processing*, Applied Time Series Analysis, Academic Press, New York, 1978.
- [120] Oppenheim A.V., Schafer R.W., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*, Warszawa, WKiŁ, 1979.
- [121] Oppenheim A.V., Willsky A.S., Young I.T., *Signals and Systems*, Prentice-Hall International, Inc., London, 1983.
- [122] Oppenheim A.V., Schafer R.W., *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall International, Inc., London, 1989.
- [123] Palo P.A., Bendat J.S., *A new approach for efficient nonlinear system identification and analysis*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [124] Papoulis A., *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*, Warszawa, WNT, 1972.
- [125] Parruck B., Riad S.M., *An Optimization Criterion for Iterative Deconvolution*, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-32, no. 1, s. 137-140, 1983.
- [126] Picibono B., *Geometrical Concepts in Higher-Order Statistics*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [127] Plesinger A., Vich R., *Recovery of source time function approximations by homomorphic deconvolution of bread-band-recorded teleseismic body waves*, Tectonophysics, vol. 118, 1985.
- [128] *Poradnik inżyniera, Matematyka*, Warszawa, WNT, 1971.
- [129] Prasad S., Mahalanabis A.K., *Adaptive filter structure for deconvolution of seismic signals*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-18, no. 3, s. 267-273, 1980.
- [130] Riad S.M., *The Deconvolution Problem: An Overview*, Proc. IEEE, vol. 74, no. 1, s. 82-85, 1986.

- [131] Robinson E.A., *Statistical Communication and Detection*, Charles Griffin a. Co., London, 1967.
- [132] Robinson E.A., *Deconvolution of Time Series as Applied to Speech*, w: Robinson E.A., *Time Series Analysis and Applications*, IHRDC, Boston, 1981.
- [133] Robinson E.A., *Waves Propagating in Random Media as Statistical Time Series*, w: Robinson E.A., *Time Series Analysis and Applications*, IHRDC, Boston, 1981.
- [134] Robinson E.A., *Multichannel Time Series Analysis*, Goose Pond Press, Huston, 1983.
- [135] Rolewicz S., *Analiza funkcjonalna i teoria sterowania*, Warszawa, PWN, 1974.
- [136] Rothwell E.J., Sun W., *Time Domain Deconvolution of Transient Radar Data*, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 38, no. 4, s. 470-475, 1990.
- [137] Sarkar T.K., Weiner D.D., Jain V.K., Dianat S.A., *Impulse Response Determination in the Time Domain - Theory*, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-30, no 4, s. 657-663, 1982.
- [138] Sato Y., *A method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude Modulation*, IEEE Trans. Comm., vol. COM-23, s. 679-682, 1975.
- [139] Schon K., Gitt W., *Reconstruction of High Impulse Voltage Considering the Step Response of the Measuring System*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 10, s. 4147-4152, 1982.
- [140] Seidler J., Badach A., Molisz W., *Metody rozwiązywania zadań optymalizacji*, Warszawa, WNT, 1980.
- [141] Sengbush R., Hu S.T., *Wiener-Levinson Deconvolution of Nonminimum Phase Seismic Data*, Proc.: Offshore Technology Conference, XVIII Annual Meeting, Huston, 1986.
- [142] Sikorski R., *Funkcje rzeczywiste*, t. II, Warszawa, PWN, 1959.
- [143] Silvia M.T., Robinson E.A., *Use of the Kepstrum in Signal Analysis*, w: Robinson E.A., *Time Series Analysis and Applications*, IHRDC, Boston, 1981.
- [144] Skalmierski B., Tylikowski A., *Procesy stochastyczne w dynamice*, Warszawa, PWN, 1972.
- [145] Steiglitz K., Dickinson B., *Phase unwrapping by factorization*, IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing, vol. ASSP-30, no. 6, 1982.
- [146] Stewart S.W., *Real-time detection and location of local seismic events in Central California*, Bull. Seism. Soc. Am., vol. 67, no. 2, 1977.
- [147] Stockham T.G., *Nonlinear Filtering of Multiplied and Convolved Signals*, Proc. IEEE, vol. 60, no. 7, s. 828-842, 1972.
- [148] Stockham T.G., Cannon T.M., Ingebratsen R.B., *Blind deconvolution through digital signal processing*, Proc. IEEE, vol. 63, no. 4, 1975.
- [149] Stoffa P.L., Buhl P., Bryan G.H., *The Application of Homomorphic Deconvolution to Shallow Water Marine Seismology*, Geophys., vol. 39, s. 147-426, 1974.
- [150] Stone D.G., *Wavelet Estimation*, Proc. IEEE, vol. 72, no. 10, s. 1394-1402, 1984.
- [151] Szabat J., *Podstawy teorii sygnałów*, Warszawa, WKiŁ, 1982.
- [152] Tekalp A.M., Koch S., Lagendijk R., Pavlovic G., Kaufman H., *Considerations in the identification and restoration of blurred photographic images*, w: Torres L. Masgran E., Lagunas M.A., *Signal Processing V, Theories and Applications*, Elsevier, Amsterdam, 1990.

- [153] Treitel S., Robinson E.A., *Deconvolution - homomorphic or predictive ?* IEEE Trans. Geosci. Electron, vol. GE-15, no. 1, 1977.
- [154] Tribolet J., *A new phase unwrapping algorithm*, IEEE Trans. on Acoust. Speech and Sign. Proces., vol. ASSP-25, no 2, 1977.
- [155] Tugnoit J.K., *On Identifiability of ARMA Models of Non-Gaussian Processes via Cumulant*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [156] Ugowski H., *On a convolution inverse of finite causal sequences*, Proc. XIV National Conference: Circuit Theory and Electronic Circuits, s. 465-470, Waplewo, 1991.
- [157] Ulrych T.J., *Application of Homomorphic Deconvolution to Seismology*, Geophysics, vol. 36, no. 4, s. 650-660, 1971.
- [158] Ursin B., Holberg O., *Maximum-Likelihood Estimation of Seismic Impulse Responses*, Geophysical Prospecting, vol. 33, s. 233-251, 1985.
- [159] Wakita H., *Estimation of the vocal track shape by optimal inverse filtering and acoustic/articulatory convention methods*, SCRL Monograph no 9, Speech Communications Research Laboratory, Santa Barbara, California, 1972.
- [160] Więckowski T.W., Makowski R., Gronowski J., *Estimation of Electromagnetic Pulse Parameters Through Inverse Filtering Using Wiener Transform*, Proc. Intern. Wrocław Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC'90, s. 671-674, 1990.
- [161] Więckowski T.W., Makowski R., Janukiewicz J.M., *Probes for EMO measurement methods of pulse shape reconstruction*, Proc. Intern. Wrocław Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC'92, 1992.
- [162] Wong E., *Procesy stochastyczne w teorii informacji i układach dynamicznych*, Warszawa, WNT, 1976.
- [163] Wu W.R., Hsieh M.J., *Blind equalization using a fast self-orthogonalizing algorithm*, w: Vandewalle J., Boite R., Moonen M., Oosterlinck, Signal Processing VI, Theories and Applications, Elsevier, Amsterdam, 1992.
- [164] Zarzycki J., *Nonlinear prediction ladder-filters for higher order stochastic sequences*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [165] Zarzycki J., *Nieliniowa prognoza i modelowanie stochastyczne sygnałów losowych wyższego rzędu*, Prace Naukowe Inst. Telekom. i Akustyki PWr., Wrocław, 1986.
- [166] Zarzycki J., *The non-linear, non-stationary Schur algorithm*, Proc. of the Workshop of Advanced Algorithms and Their Realizations, Chateau de Bones, 1991.
- [167] Zheng F.C., McLaughlin S., Mulgrew B., *A 2nd and 4th-Order Cumulant Based Blind Equalisation Algorithm for Nonminimum Phase Channels*, Proc. Intern. Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, 1991.
- [168] Ziolkowski A., *Deconvolution*, International Human Resources Development Corporation, Boston, 1984.
- [169] Yin L., Astola J., Neuvo Y., *Robust predictive deconvolution using median type filters*, w: Torres L. Masgran E., Lagunas M.A., Signal Processing V, Theories and Applications, Elsevier, Amsterdam, 1990.

Praca wpłynęła 22 listopada 1993r.

SELECTED PROBLEMS OF BLIND DECONVOLUTION OF IMPACT SIGNALS

The subject-matter of the present paper is a random signal at the output of a linear system. For the models of both the input and output signals as well as the system the following characteristics were assumed:

1. The input signal is said to be a degenerate, aperiodic stochastic impulse process with short-duration impulses, that is, each realization of an initial process comprises one impulse only, which is short-term with respect to impulse response of the system.
2. The system is stable and causal, randomly varying in time, being, time-invariant for a given realization.
3. The system consists of a few elementary systems connected parallel.
4. The elementary systems are of resonant type.
5. The noise occurring at the output of the system is additive, and the signal-to-noise ratio is high.

In the paper, a new method is presented for blind deconvolution of signals belonging to the class specified above. Blind deconvolution enables estimation of the input signal trajectory and impulse response (IR) of the system from the output signal being observed. The method comprises two fundamental steps: in the first step, the system impulse response is estimated, while the second involves design of inverse filter and inverse filtering together with optimization. An essential stage of the method is optimization. It enables minimization of errors that have occurred in the first stage of the method, owing to which the estimators of both the input signal and the system impulse response are of good quality.

The idea of the system impulse response estimation consists in selecting the basis of the subspace of space l_2 from the set of all impulse responses of elementary systems that are possible under given conditions. The basis is selected for every realization of an output signal, and thus, it is *matched* with the signal. In the paper, an algorithm for such a selection, based on orthogonal projection, is presented. Next, an assumption is made limiting the class of possible impulse responses of elementary systems to the functions whose envelopes are described by means of Pearson's curves. For this subclass, several algorithms have been proposed, adding to effectiveness of estimation of the system IR.

Determining the estimator of the system IR makes it possible to design an inverse filter and to perform inverse filtering. The problem encountered during inverse filtering is how to stabilize the inverse filter, which is unstable due to fact that the system is a non-minimum phase one. Although the problem has already been

dealt with in the literature, two new stabilization algorithm are given in the present paper that are adequate for the conditions considered. The problem of ill-conditioning of inverse filtering is also taken into account. As a result of inverse filtering, the estimator of output signal is obtained. Usually, the quality of estimator appears to be unsatisfactory due to the errors of estimation of the system IR.

An analysis of the influence of errors occurring in estimation of some essential parameters describing the system IR on the result of inverse filtering made it possible to work out a method for improving the quality of these estimators, and, in turn, the quality of estimator of an input signal. This is an optimization method consisting in finding the minimum of the cost function defined on the basis of the slice of the fourth-order moment of a signal after inverse filtering. Introducing the higher-order statistics allows us to take into account of phase dependance in a signal, what cannot be fully achieved when applying the second-order statistics. In the paper, numerous results obtained by means of simulation method are presented which prove that the method of blind deconvolution is effective.

The method of blind deconvolution presented here can be applied to a broad class of signals satisfying the assumptions given above. Since the idea of developing such a method was raised during analysis of seismic signals gathered in copper mines of the Legnica-Głogów Copper District, the results of analysis of these signals are presented in the paper.

When making an analysis, one should first consider whether a given method is adequate in a particular situation. Any of blind deconvolution methods is developed on the basis of some prespecified model and assumptions, and thus one can expect reliable results only when these assumptions are fulfilled. That is why a part of the paper is devoted to analysis of adequacy of the model for the seismic signals. A high accuracy of approximation using a small number of elements from the proposed set of functions, relationships between parameters describing the system IR for different signals, as well as the very result of estimation of an input signal give evidence of the usefulness of the assumed model.

The results of blind deconvolution of seismic signals show that the method can be effectively applied to real signals. Besides, estimation of the system IR can be treated as signal transformation. Analysis of the coefficients of such transformations provides information that is interesting from the point of view of geophysics.

Translated by Halina Marciniak

SPIS TREŚCI

Spis ważniejszych oznaczeń	3
1. WSTĘP	6
1.1. Wprowadzenie	6
1.2. Przegląd literatury dotyczącej ślepego rozplatania	8
1.3. Cel pracy	14
1.3.1. Modele sygnałów i systemu	15
1.3.2. Stochastyczna struktura modeli	18
1.3.3. Dodatkowe ustalenia	21
1.4. Układ pracy	21
2. ESTYMACJA ODPOWIEDZI IMPULSOWEJ SYSTEMU	24
2.1. Koncepcja estymacji	24
2.2. Przestrzeń sygnałów	25
2.3. Wybór bazy podprzestrzeni	27
2.3.1. Zasady wyboru bazy	28
2.3.2. Wybór (L+1). elementu bazy	30
2.3.3. Estymacja liczby systemów elementarnych	33
2.4. Przykład estymacji odpowiedzi impulsowej systemu	34
2.5. Modele odpowiedzi impulsowych systemów elementarnych	34
2.5.1. Zupełność podzbioru zbioru Θ	36
2.6. Możliwe modyfikacje algorytmu estymacji odpowiedzi impulsowej systemu	38
2.6.1. Dekompozycja funkcji opisującej odpowiedź impulsową systemu elementarnego	38
2.6.2. Estymacja częstotliwości drgań	39
2.6.3. Estymacja przesunień fazowych	39
2.6.4. Estymacja współczynników tłumienia drgań i wskaźnika modelu	40
2.7. Estymacja opóźnień czasowych	40
2.7.1. Zmodyfikowana metoda korelacyjna	41
2.7.2. Zmodyfikowana metoda korelacyjna wspomagana przez filtrację odwrotną	43
2.7.3. Stosunek chwilowych widm mocy dla ustalonej częstotliwości	45
2.8. Podsumowanie	48

3. FILTRACJA ODWROTNA SYGNAŁU	49
3.1. Wyznaczanie transmitancji systemu dla założonego modelu	49
3.1.1. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n = 0$	50
3.1.2. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n = 1$	51
3.1.3. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n = 2$	52
3.1.4. Transmitancja systemu elementarnego dla $m_n > 2$	53
3.1.5. Transmitancja całego systemu	53
3.2. Problem stabilności filtru odwrotnego	55
3.2.1. Stabilizacja poprzez transformację biegunów w ciąg zer	56
3.2.2. Stabilizacja poprzez przeniesienie biegunów i korekcję fazy	57
3.2.3. Stabilizacja na bazie transformacji Wienera	58
3.2.4. Nieprzyczynowość filtru odwrotnego	59
3.3. Złe uwarunkowanie filtracji odwrotnej	61
3.4. Podsumowanie	62
4. MINIMALIZACJA BŁĘDÓW ROZPLATANIA	64
4.1. Wpływ błędów estymacji opóźnień czasowych k_n i mnożników β_n na wynik filtracji odwrotnej	65
4.2. Optymalizacja jako narzędzie minimalizacji błędów estymacji odpowiedzi impulsowej systemu	72
4.3. Funkcja kosztów	73
4.3.1. Statystyki wyższych rzędów	74
4.3.2. Definicja funkcji kosztów	75
4.4. Podsumowanie dotyczące optymalizacji	77
4.5. Podsumowanie	78
5. ILUSTRACJA METODY ŚLEPEGO ROZPLATANIA NA PRZYKŁADZIE SYGNAŁÓW MODELOWYCH	79
5.1. Porównanie wariantów estymacji parametrów odpowiedzi impulsowej systemu	80
5.2. Przykład estymacji odpowiedzi impulsowej systemu	84
5.3. Porównanie wariantów stabilizacji filtru odwrotnego	88
5.4. Ilustracja wpływu błędów estymacji odpowiedzi impulsowej systemu na wynik estymacji sygnału wejściowego	89
5.5. Ilustracja wpływu optymalizacji i definicji funkcji kosztów na estymator sygnału wejściowego	91
5.6. Ilustracja wpływu szumu i wprowadzenia regularyzacji	94
5.7. Podsumowanie	96

6. ROZPLATANIE SYGNAŁU SEJSMICZNEGO	97
6.1. Uwagi dotyczące sygnałów sejsmicznych	98
6.2. Opis sytuacji pomiarowej	99
6.3. Przykładowe sygnały sejsmiczne	101
6.4. Rozplatanie <i>spiking</i> i homomorficzne sygnałów sejsmicznych	102
6.5. Struktura czasowo-częstotliwościowa sygnałów sejsmicznych	105
6.6. Adekwatność modelu rezonansowego do sygnałów sejsmicznych	109
6.7. Przygotowanie sygnału do rozplatania	111
6.8. Przykład estymacji odpowiedzi impulsowej systemu	114
6.9. Przykładowy wynik rozplatania zbioru sygnałów sejsmicznych	119
6.10. Podsumowanie	122
7. UWAGI KOŃCOWE	123
Dodatek A. Transmitancje systemów elementarnych	125
Dodatek B. Opis serii sygnałów modelowych	127
Dodatek C. Stosunek chwilowych widm mocy przylegających fragmentów sygnału jako charakterystyka sygnału niestacjonarnego	128
Literatura	135

CONTENTS

List of basic symbols	3
1. INTRODUCTION	6
1.1. Foreword	6
1.2. Review of the literature on blind deconvolution	8
1.3. Objectives of investigation	14
1.3.1. Models of the signals and the system	15
1.3.2. Stochastic structure of the signals	18
1.3.3. Supplementary notes	21
1.4. Layout of the book	21
2. ESTIMATION OF THE SYSTEM IMPULSE RESPONSE	24
2.1. The idea of estimation	24
2.2. Signal space	25
2.3. Choice of the subspace basis	27
2.3.1. Principles of choosing the basis	28
2.3.2. Choosing the $(L+1)$ -th element of basis	30
2.3.3. Estimating the number of elementary systems	33

2.4.	Example of estimation of the system impulse response	34
2.5.	Models of impulse responses of elementary systems	36
2.5.1.	Completeness of the subset of set Θ	36
2.6.	Possible modifications of the algorithm of the system impulse response estimation	38
2.6.1.	Decomposition of the function describing the elementary system impulse response	38
2.6.2.	Estimation of vibration frequencies	39
2.6.3.	Estimation of phase shifts	39
2.6.4.	Estimation of dumping coefficients and model index	40
2.7.	Estimation of time delays	40
2.7.1.	Modified correlation method	41
2.7.2.	Modified correlation method with inverse filtering	43
2.7.3.	The ratio of short-time spectra for given frequency	45
2.8.	Summary	48
3.	INVERSE FILTERING OF A SIGNAL	49
3.1.	Determination of the system transmittance for assumed model	49
3.1.1.	Transmittance of elementary system for $m_n = 0$	50
3.1.2.	Transmittance of elementary system for $m_n = 1$	51
3.1.3.	Transmittance of elementary system for $m_n = 2$	52
3.1.4.	Transmittance of elementary system for $m_n > 2$	53
3.1.5.	Transmittance of the whole system	53
3.2.	The problem of inverse filter stability	55
3.2.1.	Stabilization via transformation of poles to a sequence of zeros	56
3.2.2.	Stabilization via transfer of poles and phase correction	57
3.2.3.	Stabilization based on Wiener transformation	58
3.2.4.	Non-causality of inverse filter	59
3.3.	Ill-conditioning of inverse filtering	61
3.4.	Summary	63
4.	MINIMIZATION OF DECONVOLUTION ERRORS	64
4.1.	Influence of the errors of estimation of time delays k_n and multipliers β_n on the result of inverse filtering	65
4.2.	Optimization as a means of minimizing the errors of estimation of the system impulse response	72
4.3.	Cost function	73

4.3.1. Higher-order statistics	74
4.3.2. Definition of cost function	75
4.4. Summing up the problem of optimization	77
4.5. Summary	78
5. ILLUSTRATION OF THE BLIND DECONVOLUTION METHOD BY EXAMPLE OF TEST SIGNALS	79
5.1. Comparison of the algorithms of estimation of the system impulse response parameters	80
5.2. Example of estimation of the system impulse response	84
5.3. Comparison of the variants of inverse filter stabilization	88
5.4. Illustration of the influence of estimation errors of the system impulse response on the result of an input signal estimation	89
5.5. Illustration of the influence of optimization and definition of cost function on the input signal estimator	91
5.6. Illustration of the influence of noise and introduction regulariz- ation	94
5.7. Summary	96
6. DECONVOLUTION OF SEISMIC SIGNAL	97
6.1. Remarks on seismic signals	98
6.2. Description of measuring conditions	99
6.3. Exemplary seismic signals	101
6.4. Spiking and homomorphic deconvolution of seismic signals	102
6.5. Time-frequency structure of seismic signals	105
6.6. Adequacy of resonance model to seismic signals	109
6.7. Preprocessing	111
6.8. Example of the system impulse response estimation	114
6.9. Exemplary result of deconvolution of the set of seismic signals	119
6.10. Summary	122
7. CONCLUSIONS	123
Appendix A. Transmittances of elementary systems	125
Appendix B. Description of a series of test signals	127
Appendix C. Ratio of short-time power spectra of adjacent fragments of signal as a characteristic of non-stationary signal	128
Bibliography	135

PRACE NAUKOWE INSTYTUTU TELEKOMUNIKACJI I AKUSTYKI
(wydane w latach 1991–1994)

- Nr 67, Monografie nr 33, K. Sachse, *Analiza i właściwości linii transmisyjnych i falowodów o wielu warstwach dielektrycznych i półprzewodnikowych*, Wrocław 1991
- Nr 68, Konferencje nr 22, *III Szkoła Naukowa Intensometrii Akustycznej*, Wrocław 1991
- Nr 69, Monografie nr 34, T. W. Więckowski, *Loop antenna in the electromagnetic field metrology*, Wrocław 1992
- Nr 70, Monografie nr 35, A. Dobrucki, *Numeryczne modelowanie układu drgającego głośnika magnetoelektrycznego cewkowego*, Wrocław 1992
- Nr 71, Monografie 36, K. M. Abramski, *Metody analizy, kontroli i synchronizacji częstotliwości promieniowania laserów gazowych*, Wrocław 1993
- Nr 72, Monografie nr 37, T. W. Więckowski, *Badania odporności elektronicznych na impulsowe narażenia elektromagnetyczne*, Wrocław 1993
- Nr 74, Konferencje nr 23, *V Sympozjum Inżynierii i Reżyserii Dźwięku*, Wrocław 1993

Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej
są do nabycia w następujących księgarniach:
„Politechnika”
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
(budynek A-1 PWr.)
oraz Wydawnictwa Politechniki Wrocławskiej
plac Grunwaldzki 13, 50-377 Wrocław
(budynek D-1 PWr.)

ISSN 0324-9328