

206570 L/1

Na prawach rękopisu

INSTYTUT KONSTRUKCJI I EKSPLOATACJI MASZYN  
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Komunikat nr 398

MODELOWA OCENA  
SKUTECZNOŚCI ROZMRAŻANIA ŁADUNKU  
W WAGONACH TOWAROWYCH

Stanisław Kwaśniowski

Rozprawa doktorska

Promotor: Doc. dr inż. Jerzy Marcinkowski

Słowa kluczowe: rozmrażanie ładunków, ładunki sypkie,  
wagony towarowe

Wrocław 1978

78120904001

## SPIS RZECZY

str.

Wykaz ważniejszych oznaczeń .....	3
1. Wstęp .....	6
2. Dotychczasowy stan zagadnienia .....	9
2.1. Określenie ładunków sypkich .....	9
2.2. Zjawiska w ładunkach sypkich zachodzące podczas zamrażania i rozmrażania .....	10
2.3. Parametry charakteryzujące własności cieplne ładunków sypkich .....	12
2.4. Metody badań własności cieplnych .....	16
2.5. Warunki w jakich następuje zamrażanie ładunków i ich rozmrażanie .....	17
2.6. Analiza przebiegu zamrażania i rozmrażania ładunków sypkich .....	22
2.7. Metody rozwiązywania nieliniowych zagadnień wymiany ciepła .....	28
3. Badanie własności cieplnych materiałów sypkich .....	29
3.1. Obiekt i metoda pomiaru .....	29
3.2. Pomiar własności fizycznych zwłaszcza cieplnych miazgu węglowego o obniżonej sypkości .....	30
3.3. Metodyka badań i wyniki pomiarów .....	36
3.4. Podsumowanie .....	46
4. Opis matematyczny procesów zamrażania i rozmrażania .....	46
4.1. Możliwe odmiany opisu matematycznego przebiegu zamrażania i rozmrażania ładunku .....	46
4.2. Opis uproszczony procesów zamrażania i rozmrażania .....	49
4.3. Opis dokładny procesów zamrażania i rozmrażania .....	55
4.4. Porównanie wyników obliczeń z danymi doświadczeń obcych .....	74
5. Symulacja cyfrowa procesów zamrażania i rozmrażania .....	78
5.1. Badanie procesu zamrażania .....	80
5.2. Badanie procesu rozmrażania (warunki brzegowe III- rodzaju) .....	85
5.3. Badanie procesu rozmrażania (warunki brzegowe II - rodzaju) .....	89
5.4. Podsumowanie .....	90
6. Wnioski .....	91
Literatura .....	93



## Załączniki

1. Tok opracowywania wyników pomiarów .....	97
2. Opis metody pomiaru własności cieplnych ładunków sypkich o granulacji efektywnej do 25 mm .....	106
3. Opis urządzenia do pomiaru przewodności cieplnej i ciepła właściwego materiałów sypkich .....	108
4. Tabulogramy programów .....	109
Program #KW01	
Program #KW04	
Program #OPTY	
Program #KW08	
Program #KW09	

## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

a	$\frac{m^2}{s}$	dyfuzyjność cieplna
c	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$	ciepło właściwe
$c_{ef}$	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$	efektywne ciepło właściwe
$c_w$	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$	ciepło właściwe wody
$c_L$	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$	ciepło właściwe lodu
$c_L$	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$	ciepło właściwe ładunku
$c_{pf}$	$\frac{kJ}{kg}$	ciepło przemiany fazowej
$c_B$	$\frac{kJ}{kg \cdot K}$	ciepło właściwe ściany wagonu
$c_{w-1}$	$\frac{kJ}{kg}$	ciepło przemiany fazowej woda - lód
$C_{os}$	$\frac{kJ}{K}$	pojemność cieplna oskony
$ Fo$	-	liczba Fouriera
$ G_s$	kg	masa próbki suchej
$ G_w$	kg	masa próbki wilgotnej
$ h$	m	grubość warstwy ładunku

$h_1$	m	grubość przygranicznej warstwy ładunku w chwili 1
H	-	zmodyfikowana liczba Biota
i	-	numer węzła siatki różnicowej
k	s	krok czasowy
K	$m^2$	współczynnik kształtu
l	-	numer kolejnej chwili czasowej
$l_k$	-	numer końcowej chwili obliczeń
L	m	połowa grubości płyty
m	$s^{-1}$	tempo chłodzenia
$m_\infty$	$s^{-1}$	tempo chłodzenia w metodzie a-kalorymetru
$m_\alpha$	$s^{-1}$	tempo chłodzenia -kalorymetru
M	-	liczba bezwymiarowa
q	$\frac{kW}{m^2}$	strumień ciepła
$q_{u\dot{z}}$	$\frac{kW}{m^2}$	użyteczny strumień ciepła
$q_{zn}$	$\frac{kW}{m^2}$	znamionowy strumień ciepła
r	-	numer węzła przygranicznego frontowi przemiany
$r_z$	$\frac{kJ}{kg}$	ciepło przemiany fazowej wody
R	-	współczynnik korelacji
R	m	połowa grubości płyty w modelu jednowymiarowym
R	m	promień próbki
s	m	grubość ściany wagonu
$s_1$	m	grubość warstwy tworzącej ścianę wagonu
S	$m^2$	powierzchnia próbki
T	-	macierz wejść

T	K	temperatura
$T_{ko}$	K	temperatura końcowa w centrum płyty
$T_n$	K	temperatura na brzegu badanego obszaru tj. dla $i = n$
$T_{pf}$	K	temperatura przemiany fazowej
$T_{pocz}$	K	temperatura początkowa ładunku
$T_s$	K	temperatura otoczenia
$v$	$\frac{m}{s}$	prędkość pociągu
V	$m^3$	objętość próbki
x	m	współrzędna położenia
y	-	macierz wyjść
y	m	grubość warstwy która uległa przemianie fazowej
$Y_x Y_y Y_z$		bezwymiarowe liczby charakteryzujące pole temperatur w układzie przestrzennym
Z		długość kalorymetru
$\alpha$	$\frac{W}{m^2 K}$	współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni
$\alpha_z$	$\frac{W}{m^2 K}$	zredukowany współczynnik przejmowania ciepła
$\epsilon_1, \epsilon_2$	-	błąd aproksymacji
$\kappa$	$\frac{1}{s}$	współczynnik proporcjonalności
$\lambda$	$\frac{W}{m K}$	przewodność cieplna
$\lambda_i$	$\frac{W}{m K}$	przewodność cieplna ściany
$\lambda_{ob}$	$\frac{W}{m K}$	przewodność cieplna obliczeniowa
$\mu_n$	-	wartości własne funkcji
$\rho$	$\frac{kg}{m^3}$	gęstość
$\rho_s$	$\frac{kg}{m^3}$	gęstość materiału ściany wagonu
$\tau$	h	czas



- $\omega$  - stopień zlodowacenia wilgoci  
 $\omega_0$  - wilgotność ogólna ładunku  
 $\psi$  - moduł bezwymiarowy  
 $\Psi$  - funkcja opisująca warunki brzegowe

### Indeksy

- 1 - dotyczy warstwy rozmrożonej lub zamrożonej w procesach rozmrażania i zamrażania  
 2 - dotyczy warstwy nierozmrożonej lub niezamrożonej w procesach rozmrażania i zamrażania

### 1. WSTĘP

W transporcie kolejowym 30 % ładunków stanowią ładunki sypkie. Z tych 30 % w warunkach zimowych około 90 % ulega zamrażaniu [57]. Wynikają z tego znaczne straty gospodarcze [10].

W warunkach klimatycznych Polski przyjmuje się, że okres zimowy trwa 90 dni przy czym 45 dni [26] to tzw. mroźne.

Warunki zimowe są przyczyną

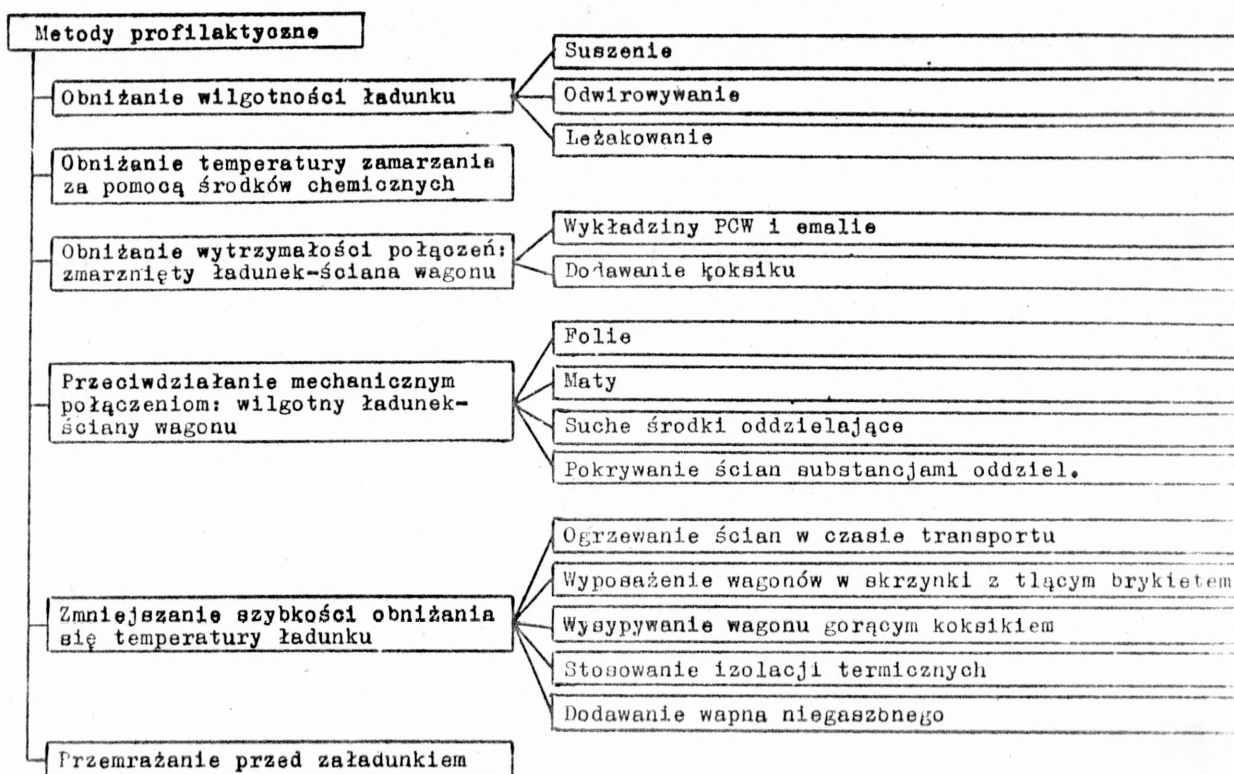
- niecałkowitego wysypywania się ładunków z pudeł wagonów,
- trudności przy otwieraniu i zamykaniu klap, drzwi, zasuw,
- uszkodzeń wagonów przy wyładunku,
- pogorszenia efektywności ekonomicznej transportu kolejowego.

Problem zamrażania ładunków w czasie transportu kolejowego występuje we wszystkich krajach o klimacie z ujemnymi temperaturami. Zagadnienie to jest na tyle ważne dla zarządów kolei, że zostało ujęte w programach prac UIC - Międzynarodowego Związku Kolei - ORE (Komitet B-109) oraz było tematem badawczym Organizacji Współpracy Kolei OSŻD (temat VA-34-1/63) [25]. Z opracowań [13, 24, 40, 48, 57] wynika, że prace nad tym zagadnieniem były prowadzone w dwóch kierunkach:

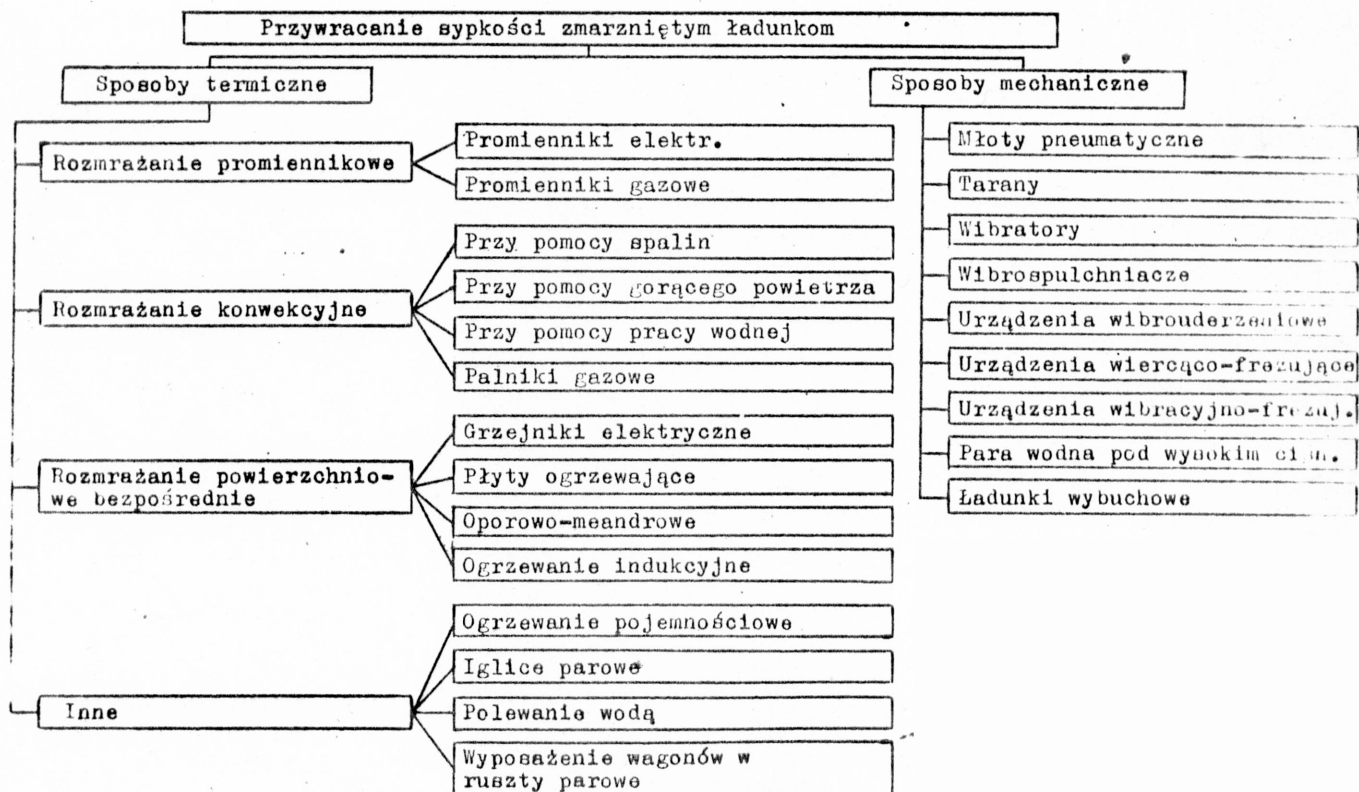
- metody przeciwdziałania zamrażaniu ładunków podczas transportu,
- metody przywracania sypkości ładunkom zamrożonym.

Klasyfikację dotychczas stosowanych środków profilaktycznych oraz przywracających sypkość zmarzniętym ładunkom przedstawiają rys.1 i rys.2. Przydatność poszczególnych środków profilaktycznych oraz metod przywracania sypkości zależy od; rodzaju ładunku, jego przeznaczenia oraz rodzaju wagonów użytych do transportu.

Z dotychczasowych doświadczeń i analiz ekonomicznych [10, 40] można wnioskować, że najefektywniejsze są sposoby termiczne a w szczególności rozmrażanie w komorach konwekcyjnych i promiennikowych. Rozmrażanie ładunków charakteryzuje się dużym zapotrzebowaniem energii. Przykładowo moc zainstalowana rozmrażalni promiennikowej w Porcie Płn. wynosi  $\sim 13$  MW, a w Swinoporcie IV  $\sim 8$  MW. W związku z tym istotne jest, aby proces rozmrażania przebiegał we właściwych warunkach, gwarantujących dużą przepustowość rozmrażalni przy możliwie małym zużyciu energii. Analiza parametrów pracujących rozmrażalni [57] wykazuje szerokie zróżnicowanie zapotrzebowania na energię zużywaną do rozmrożenia 1 tony ładunku przy rozmrażalni różnych typów -  $8,4 \cdot 10^3 \div 8,4 \cdot 10^4$  kJ/tonę ładunku. Wskazuje to na małą sprawność niektórych typów rozmrażalni. Kompleksowe rozwiązanie tego zagadnienia wymagałoby rozpatrzenia przebiegu rozmrażania na tle: kosztów eksploatacji rozmrażalni oraz kosztów eksploatacji wagonów kolejowych w sensie strat ponoszonych przez gospodarkę na skutek pogorszenia się współczynnika wykorzystania taboru. Określenie właściwych parametrów pracy rozmrażalni jest możliwe na drodze kompleksowych badań doświadczalnych, co jest długotrwałe i kosztowne lub dokładnej analizy matematycznej procesu rozmrażania. Podstawą do wszystkich rozważań teoretycznych w tym kierunku jest znajomość fizycznej strony procesów zamrażania i rozmrażania. Opracowania tego zagadnienia [40, 51, 39] to prace doświadczalne, na podstawie których opracowano empiryczne zależności określające czas rozmrażania. Zależności te dotyczą ściśle określonych warunków, a przez to nie stanowią podstawy do formowania bardziej ogólnych wniosków. Wstępne obliczenia [33] wykazały, że parametry pracy rozmrażalni; temperatura  $T_g$ , współczynnik przejmania ciepła  $\alpha$  na powierzchni wagonu, moc cieplna dostarczona na powierzchnię wagonu  $Q$ , silnie wpływają na intensywność rozmrażania jedynie w pewnym zakresie; dalszemu zwiększaniu wartości tych parametrów towarzyszy tylko nieznaczne przyspieszenie czasu rozmrażania. Z tego względu instalowanie urządzeń rozmrażalniczych o mocach, przy których podczas pracy występują wyższe wartości tych parametrów nie jest uzasadnione. Dlatego też celowe jest określenie



Rys.1. Metody przeciwdziałania zanurzenia ładunków



Rys.2. Metody przywracania sypkości zamarzniętym ładunkom



wpływu wielkości charakteryzujących rozmrażanie na czas rozmrażania.

Celem niniejszej pracy jest opracowanie modelu matematycznego procesu zamrażania i rozmrażania ładunków z uwzględnieniem specyfiki tego procesu w wagonach kolejowych oraz przeanalizowanie wpływu wielkości charakteryzujących rozmrażanie na jego intensywność.

Na podstawie wstępnego rozeznania [33] sformułowano tezę pracy:

W procesie rozmrażania zawilgoconych ładunków sypkich istnieją takie wartości parametrów  $T_g$ ,  $\alpha$ ,  $q$  charakteryzujących strumień ciepła na powierzchni rozmrażanego obszaru przy których dalsze ich zwiększanie tylko nieznacznie przyspiesza proces rozmrażania.

W związku z tym przyjęto tytuł pracy: "Modelowa ocena skuteczności rozmrażania ładunków w wagonach towarowych".

Zakres pracy obejmuje:

- opracowanie opisów matematycznych zamrażania i rozmrażania.
- porównanie wyników obliczeń z wynikami doświadczeń na przykładzie wybranych ładunków sypkich.
- symulację cyfrową procesów zamrażania i rozmrażania w różnych warunkach zewnętrznych.

## 2. DOTYCHCZASOWY STAN ZAGADNIENIA

### 2.1. Charakterystyka ładunków sypkich

O utracie sypkości materiałów decyduje ilość wilgoci zawartej w materiale oraz temperatura. Tabela 1 przedstawia wykaz ładunków sypkich uznanych przez PKP [26] jako zamrażające.

Stopień zamrażania ładunku jest określony w skali 0-3 na podstawie pomiarów wytrzymałości na zmiążdżenie zamrażniętej próbki materiału sypkiego [40]

- 0 -  $> 1,5 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>
- 1 -  $(1,6-40) \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>
- 2 -  $(41-70) \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>
- 3 -  $> 70 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>

Spotyka się również klasyfikacje wg. przewodności cieplnej jako wskaźnika skłonności do zamrażania [39]

- 1 -  $\lambda = 0,058-0,35$  W/mK
- 2 -  $\lambda = 0,36-1,163$  W/mK
- 3 -  $\lambda > 1,163$  W/mK

Wykaz ładunków zamarzających

Rodzaj ładunku	Zawartość wilgoci [%]	Granulacja [mm]	Stopień zamar.*	Wilgotność bezpieczna [%]
Węgiel kamienny				
- płukany	5,5-9,0	0-50	3-2	4-6
- gruboziarny płukany	5,0-5,5	80-120	1-0	5,0
- surowy	6,5-7,5	0-30	1	5-6
- surowy sortym. gruby i średni	5,5	30	1	4,0
Kamień wapienny	1,2	10-100	2	0,6
Syderyt prażony	0,8	10-125	1	0,5
Ruda żelaza	5,0	0-50	3	1,5
Ruda manganowa	8-10		3	
Piaski koalinowe i rzeczne	3-15	0,1-2	3	1,2
Żwir		2-80	2	
Pospółka		do 80		
Kruszywo łamane		2-80	2	
Koks				

## 2.2. Zjawiska zachodzące w ładunkach sypkich podczas zamrażania i rozmrażania

Procesy te są ściśle związane ze zmianami stanu skupienia wilgoci zawartej w ładunku. Występuje ona jako:

- para zawarta w porach - przy ochładzaniu wystąpi w postaci skroplonej lub jako śnieg.
- higroskopijna - absorbowana przez ładunek, jej zawartość zależy od wilgotności otaczającego powietrza.
- w postaci filmu - utrzymywanego na powierzchni przez siły molekularne.
- grawitacyjna - utrzymywana pod wpływem sił ciężkości, jest ona zawarta w kapilarach, pęknięciach itp.

Wymrażanie wilgoci nie przebiega izotermicznie. Wilgoć zamarza z różną intensywnością w dość szerokim przedziale temperatur. Związane to jest z istnieniem w materiale sypkim tzw. szkieletu mineralnego, który z wodą tworzy związki (roztwory) o obniżonej tempe-

raturze krzepnięcia. Większa część tych związków jak wynika z badań [40, 23, 46] zamarza w przedziale temperatur 273-263 K. Początek wymrażania występuje w temperaturze niższej niż dla czystej wody i zależy od koncentracji i własności związków tworzących szkielet mineralny. W przypadku rudy żelaza i węgla kamiennego w zależności od gatunku, temperatura początku przemiany fazowej [39] wynosi 272.76 do 272.16 K a dla piasku i żwiru 273.16 do 272.76 K. Stosunek ilości wilgoci zamrożonej do całkowitej wilgotności w funkcji temperatury, określa zależność podana przez Nersesową [46]

$$\omega = \frac{K_{\omega}}{1 + \frac{K'_{\omega}}{\lg|T - T_{pf} + 1|}} \quad [-] \quad (2.1)$$

gdzie:

$K_{\omega}$  i  $K'_{\omega}$  - są współczynnikami empirycznymi, zależą od rodzaju ładunku i tak dla rudy żelaza wynoszą odpowiednio 1,1 i 0,16 a w przypadku węgla kamiennego 1 i 0,5.

Obszerne wyniki badań ładunków sypkich zawiera praca [53], w której postuluje się następującą zależność:

$$\omega = \omega_0 + A \left[ \frac{1}{(1 + a\Delta T - b\Delta T^2)^2} - 1 \right] \quad [-] \quad (2.2)$$

gdzie:

$$\Delta T = T - T_{pf}$$

$A, a, b$  - współczynniki charakteryzujące własności ładunku

$\omega_0$  - wilgotność całkowita

wg Iwanowa [15]:

$$\omega = \omega_0 (1 - e^{-\alpha_w(T_{pf} - T)}) \quad [-] \quad (2.3)$$

gdzie:  $\alpha_w$  - współczynnik empiryczny.

Na podstawie badań [22, 23, 46] stwierdzono, że procentowa ilość wilgoci wymrożonej dla danego materiału sypkiego niezależnie od jego wilgotności całkowitej, zależy jedynie od temperatury, do której ładunek został ochłodzony.



Wilgoć zawartą w materiałach sypkich z punktu widzenia przy-  
marzania i zbrylania można podzielić na 3 grupy:

1. niezamarzającą
2. zamarzającą, lecz nie powodującą zbrylania
3. zamarzającą i powodującą zbrylanie.

Powstający lód cementuje cząstki materiału, tworzy mostki lodowe zmniejszając cieplny opór kontaktowy pomiędzy poszczególnymi kęsami. Tłumaczy się to większą przewodnością cieplną lodu  $\lambda \approx 2,325$  [W/mK] w porównaniu z wodą  $\lambda = 0,605$  [W/mK].

W przypadku rozmrażania następuje topnienie lodu i struktura ulega rozluźnieniu. Najmniej zbadane są procesy cieplne w pobliżu temperatury początku przemiany fazowej. Wyniki badań [39] wskazują, że występuje w tym obszarze przechładzanie wody o  $\sim 3,5$  K poniżej temperatury przemiany fazowej, co dodatkowo komplikuje proces. W rozważaniach teoretycznych modeli zamarzania fakt ten jest najczęściej pomijany.

### 2.3. Parametry charakteryzujące własności cieplne ładunków sypkich

Do obliczenia rozkładu temperatur podczas zamarzania i rozmrażania niezbędne jest określenie własności ładunków, a przede wszystkim przewodności cieplnej, ciepła właściwego oraz intensywności przemiany fazowej. W materiałach sypkich w temperaturach poniżej 273 K nawet niewielkie zmiany czynników mających wpływ na ich własności wywołują duże ich zmiany. Materiały sypkie posiadają złożoną strukturę, z tego względu można mówić jedynie o ich uśrednionych własnościach tzw. efektywnych.

#### 2.3.1. Przewodność cieplna

Na efektywną przewodność cieplną materiału sypkiego składa się przewodzenie ciepła przez szkielet usypanej struktury. Zależy ono od rodzaju materiału tworzącego szkielet oraz termicznego oporu kontaktowego na styku ziaren, zależącego między innymi od obecności wody lub lodu w obszarze stykowym oraz nacisków w tym obszarze decydujących o wielkości styku. Część strumienia ciepła jest przewodzona przez powietrze, wodę i ewentualnie lód w porach. Procesowi temu może towarzyszyć konwekcja swobodna wewnątrz porów, a przy większych gradientach temperatur może wystąpić dyfuzja masy (wody lub pary) Składową strumienia ciepła jest również promieniowanie pomiędzy ściankami ograniczającymi pory.

Mimo złożoności mechanizmu przewodzenia ciepła w materiałach sypkich podejmowano próby analitycznego opisu tych zjawisk. Prezentację takich modeli matematycznych oraz obszerną bibliografię na ten temat zawierają prace [6, 31, 8]. Ze względu na przemianę fazową wody w lód, proces przewodzenia ciepła w temperaturach poniżej przemiany fazowej przebiega nieco inaczej niż w temperaturach wyższych.

Przewodność cieplna jest funkcją kilku zmiennych.

$$\lambda = f(\lambda_{pf}, \omega_0, \rho, T)$$

Można ją wyrazić jako funkcję przewodności cieplnej  $\lambda_{pf}$  w stanie suchym w temperaturze 273 K, wilgotności, gęstości i temperatury. Najbardziej złożony jest wpływ wilgotności. Przy małym stopniu nawilżenia, woda zalega kapilary, wywołuje to prawie liniowy wzrost przewodności wraz ze wzrostem wilgotności. Przy większym nawilżeniu tworzą się pomiędzy cząsteczkami tzw. wodne mostki cieplne, zmniejszając kontaktowy opór cieplny. Przy większych nawilżeniach woda wypiera powietrze z por, przewodność rośnie i osiąga swoje maksimum przy pełnym nawilżeniu.

W temperaturach  $> 273$  K wpływ wilgotności określa się funkcjami o postaci [23]

$$\lambda = \lambda_0 \cdot e^{a\omega} \quad (2.4)$$

$$\lambda = a + b\omega^0 \quad (2.5)$$

Wyniki badań rudy żelaza oraz węgla kamiennego zawarte w pracy [40] wskazują na zależności liniowe.

W przypadku rudy żelaza

$$\lambda = 0,186 + 4,652 \omega_0 \quad (2.6)$$

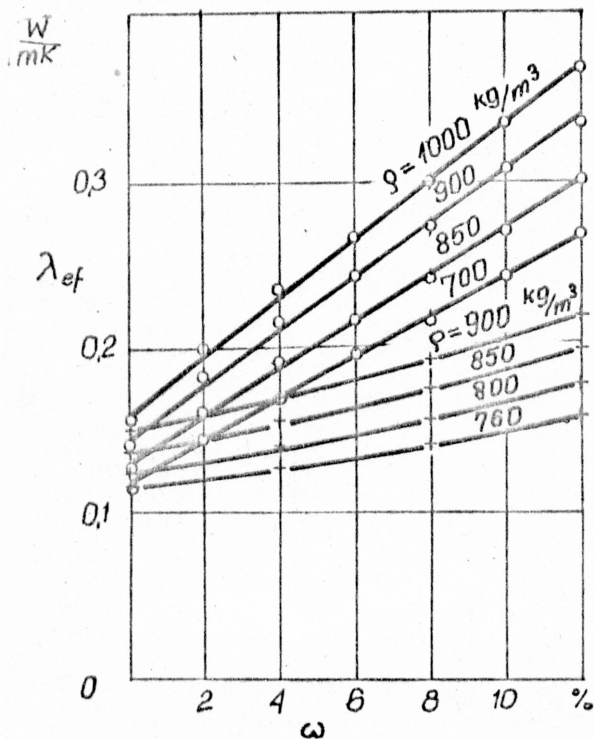
Wartości efektywnej przewodności cieplnej węgla w funkcji wilgotności i gęstości przedstawiono na rys.3. W temperaturach poniżej początku przemiany fazowej zmiany efektywnej przewodności cieplnej mają podobny charakter jak zmiany wilgotności ładunku w funkcji temperatury  $\omega(T)$ .

W pracy [39] poleca się stosować do tego obszaru następującą zależność:

$$\lambda = \lambda_{pf} + \frac{a}{1 + \frac{b}{\lg|T - T_{pf} + 1|}} \quad \frac{\text{kcal}}{\text{m h } ^\circ\text{C}} \quad (2.7)$$

gdzie: a i b stałe dla rudy żelaza 0,9 i 0,2  
dla węgla kamiennego 0,7 i 2,0.

Wpływ gęstości i wilgotności ogólnej - zawarty jest w  $\lambda_{pf}$  - rozumianej jako przewodność cieplna w temperaturze przemiany fazowej. Zależności te zostały omówione wcześniej.



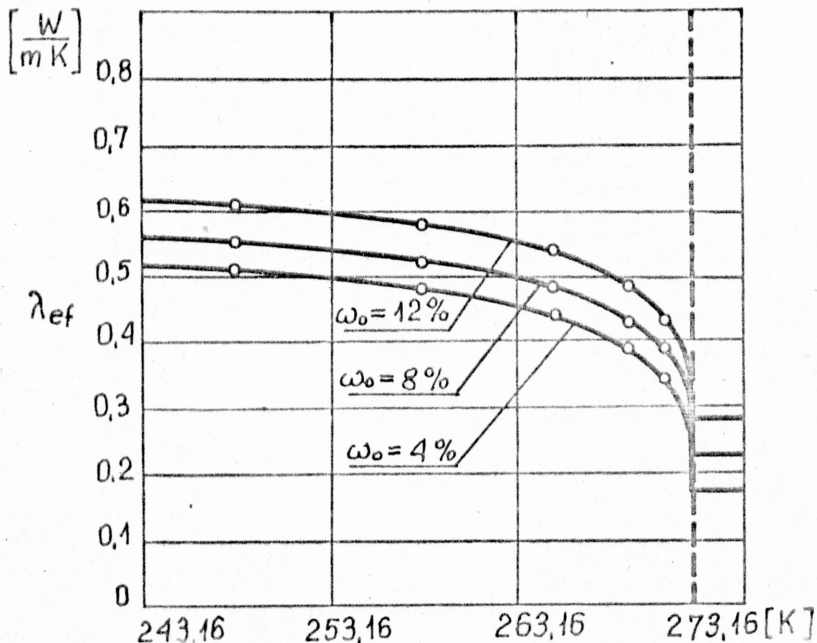
Rys. 3.

Efektywna przewodność cieplna węgla w funkcji wilgotności i gęstości w temperaturach 273 do 293 K

o - wg [40]

x - wg [23]

Zależność przewodności cieplnej w funkcji temperatury i wilgotności względnej  $\omega_0$ , wyznaczonej na podstawie zależności (2,7) przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4.

Zależność efektywnej przewodności cieplnej węgla w temperaturach poniżej przemiany fazowej woda - lód dla  $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$



### 2.3.2. Ciepło właściwe - efektywne

Ciepło właściwe - efektywne zależy od ciepła właściwego składników oraz ich udziałów w jednostkowej masie materiału sypkiego. Jeśli przyjmiemy, że ciepła właściwe substancji tworzącej materiał sypki, lodu i wody są wielkościami stałymi, to efektywne ciepło właściwe materiału sypkiego wyrazi się następującą zależnością:

$$c_{ef} = c_L (1 - \omega_0) + c_w (1 - \omega) \omega_0 + c_L \omega \varphi + \left( \frac{d\omega}{dT} \right)_T \omega_0 r_z \quad (2.8)$$

Ostatni człon podanej zależności ujmuje nieizotermiczny proces wymrażania wilgoci, który w przypadku zawilgoconych ładunków sypkich jest dodatkowym czynnikiem wpływającym na zdolność akumulacji ciepła przez ładunek. Występujące w zależności (2.8) ciepło przemiany fazowej  $r_z$  (woda - lód) jest funkcją temperatury [5, 44, 50]

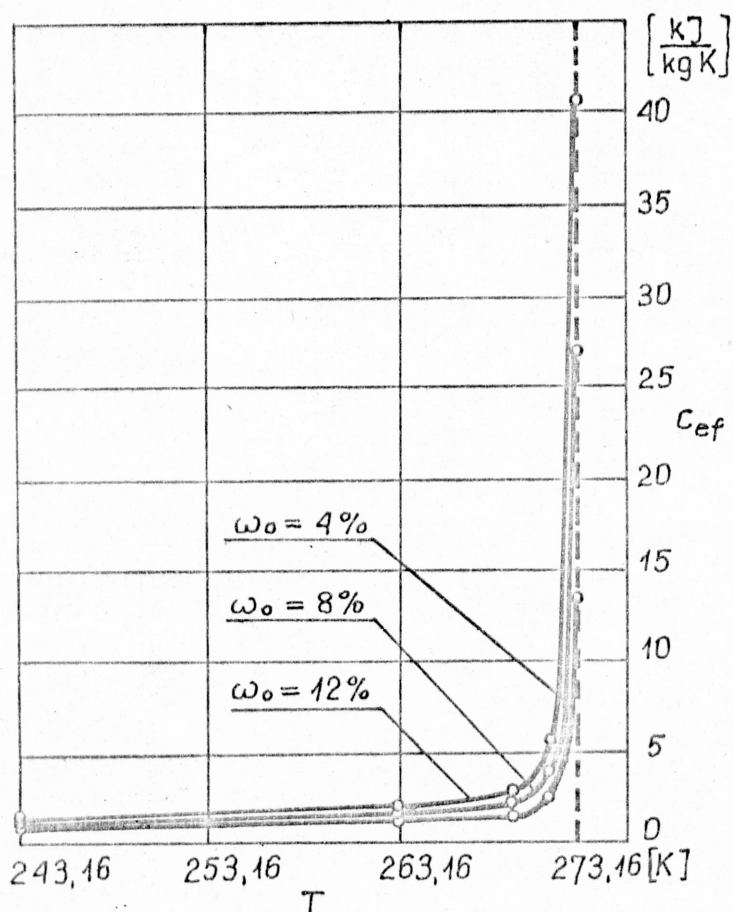
$$r_z = 333,29 + 2.093 (T - 273,16) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.9)$$

W temperaturach powyżej przemiany fazowej efektywne ciepło właściwe wyraża się zależnością

$$c_{ef} = c_L (1 - \omega_0) + c_w \omega_0 \quad (2.10)$$

Jak widać z powyższych zależności wilgotność ładunku oraz przebieg jej wymrażania w funkcji temperatury decyduje o wartościach efektywnego ciepła właściwego. Efektywne ciepło właściwe - w odróżnieniu od przewodności cieplnej - nie zależy od granulacji materiału sypkiego. W bardzo dokładnych obliczeniach należałoby ponadto uwzględnić wpływ temperatury na ciepło właściwe ładunku, wody oraz lodu. Na rys.5 przedstawiono zależność efektywnego ciepła właściwego węgla kamiennego od temperatury i wilgotności. Wartości  $c_{ef}$  zostały wyznaczone na podstawie zależności (2.8) i (2.10), w których uwzględniono zmiany wilgotności  $\omega(T)$  od temperatury (zależność (2.1)).

Z przedstawionych wykresów przewodności cieplnej  $\lambda_{ef}$  (rys.4) i ciepła właściwego  $c_{ef}$  (rys.5) wynika, że własności te silnie zmieniają się w zakresie temperatur 269 do 273 K. Jest to związane z procesem wymrażania wilgoci. Proces wymrażania zależy nie tylko od rodzaju materiału, ale również od jego granulacji oraz składu tzw. szkieletu mineralnego. Wypływa stąd wniosek, że przy dokładnych badaniach rozkładów temperatur, zwłaszcza tam gdzie chodzi



Rys.5.

Zależność efektywnego ciepła właściwego dla węgla kamiennego w funkcji temperatury  $T$  i wilgotności  $\omega_o$

$$c_L = 0.94 \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$c_L = 2.093 \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$c_w = 4.186 \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

o weryfikację modeli matematycznych z modelami fizycznymi, niezbędne są badania laboratoryjne własności cieplnych materiałów sypkich tworzących badane modele fizyczne.

Intensywność przemiany fazowej w funkcji temperatury została omówiona w rozdz.2.2.

#### 2.4. Metody badań własności cieplnych

Metody pomiarowe są oparte na teoretycznych rozwiązaniach zagadnień wymiany ciepła w ciałach o prostych kształtach geometrycznych jak; nieograniczona płyta, walec, kula, półprzestrzeń. Najogólniej pomiar własności cieplnych można podzielić według warunków w jakich jest przeprowadzany.

1. w stanie ustalonym
2. w stanie uporządkowanym
3. w stanie kwaziustalonym
4. w stanach nieustalonych.

od.1. Jest najbardziej rozpowszechniony w pomiarach przewodności cieplnej. Metody te są najdokładniejsze, ich wadą są stosunkowo długie czasy pomiarów. M. in. na tych zasadach oparte są aparaty Poensgena i Bocka - do pomiaru przewodności cieplnej [5, 6, 16].

ad.2. Wykorzystuje się stan, w którym rozkład temperatur badanej próbki nie zależy od początkowego rozkładu temperatur, zależy jedynie od intensywności wymiany ciepła na powierzchni ośrodka. Pole temperatur w tym przypadku można opisać pierwszym wyrazem szeregu Fouriera, uzależniając rozkład temperatur od wykładnika zależności wykładniczej (tzw. tempo zmian temperatur). Na podstawie pomiarów w ośrodkach o różnej intensywności wymiany ciepła na powierzchni próbki określa się jej własności cieplne. Zmiany temperatury w stanie uporządkowanym zachodzą w każdym punkcie próbki z taką samą prędkością względną. Na zasadach stanu uporządkowanego oparte są pomiary;  $\alpha$  - ,  $\lambda$  - ,  $a$  - kalorymetrem oraz  $b_1$  - kalorymetrami. Podwaliny teorii stanu uporządkowanego dał Kondratiew w swoich pracach [28, 29]. Badania nad możliwościami zastosowań tych metod prowadził Gogół [14, 15]. Zaletą tych metod są stosunkowo krótkie czasy pomiarów.

ad.3. Wykorzystuje się rozwiązania rozkładów temperatur przy liniowych lub okresowych zmianach temperatury ośrodka, w którym jest umieszczona badana próbka. Realizacja tych warunków jest trudna technicznie. Szczegółowe informacje na temat tych metod zawierają prace [5, 6, 36].

ad.4. Są to przeważnie metody sondowe. Zaletą ich jest prosty i szybki pomiar. Nie wymagają skomplikowanych urządzeń i aparatury pomiarowej. Metody te są niestety mniej dokładne i nie umożliwiają pomiaru własności w różnych temperaturach. Ich użycie powinno być poprzedzone dość wnikliwą analizą teoretyczną, w celu określenia dokładności pomiaru i warunków, które powinny być spełnione, aby pomiar był prawidłowy. Opis przyrządów opartych na tych zasadach oraz dokładną analizę warunków pomiarów podają prace [6, 9, 14, 17].

## 2.5. Warunki w jakich następuje zamrażanie ładunków i ich rozmrażanie

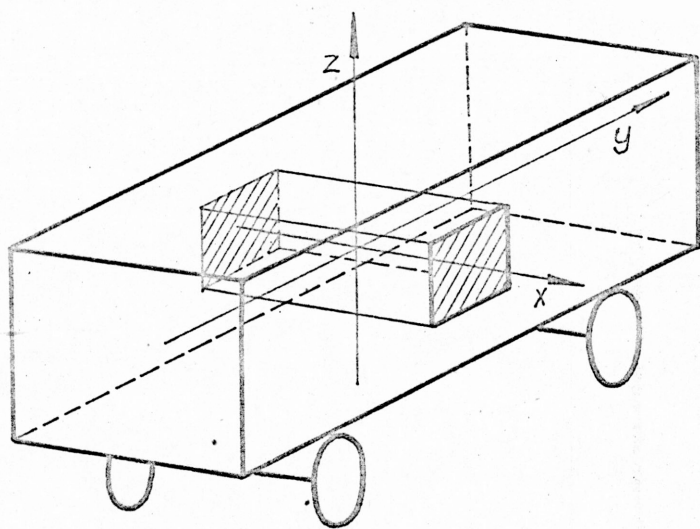
### 2.5.1. Uzasadnienie przyjęcia jednowymiarowego modelu wymiany ciepła

Transport ładunków sypkich odbywa się przeważnie w wagonach węglarkach lub w wagonach samowyładowczych. Powierzchnia górna ładunku w wagonie tworzy łagodny kopiec. W wielu krajach ze względu na bezpieczeństwo pasażerskiego ruchu kolejowego oraz straty przesypane w czasie transportu, zaleca się w miejscach załadunku stosować rolowanie bądź zgarnianie stożków usypowych powstałych przy



załadunku. Stożki usypowe są również przyczyną uszkodzeń urządzeń grzejnych w rozmrażalniach. Do podjętych w niniejszej pracy rozważań wymiany ciepła ładunku z otoczeniem przyjęto prostopadłościenne kształt ładunku w wagonie. Ze względu na wymiary wagonu oraz na stosunkowo małą przewodność cieplną materiałów sypkich, oddziaływanie poszczególnych kierunków układu przestrzennego uwidacznia się jedynie w narożnikach wagonu oraz na krawędziach przecięć płaszczyn ścian bocznych i czołowych z podłogą oraz górną powierzchnią ładunku [40]. W związku z powyższym w pierwszym przybliżeniu procesy zamrażania i rozmrażania można rozpatrywać jako jednowymiarowy przypadek wymiany ciepła.

Przyjęcie takiego założenia nie wypacza jakościowo przebiegu, a pod względem ilościowym otrzymane wyniki będą ze względu na czas trwania zamrażania lub rozmrażania warstwy o określonej grubości, nieznacznie zawyżone. Obliczenia dotyczące modelu jednowymiarowego wymiany ciepła powinny być przeprowadzone w odniesieniu do tzw. przekroju reprezentatywnego. W pracach [19, 39] uznano, że najbardziej reprezentatywny pod tym względem jest kierunek wzdłuż osi symetrii poprzecznej wagonu przechodzący przez punkt przecięcia osi podłużnej i pionowej.



Rys.6.

Usytuowanie kierunku reprezentatywnego dla jednowymiarowego opisu wymiany ciepła w wagonie towarowym

W bardziej dokładnych obliczeniach wpływ oddziaływania pozostałych kierunków wymiany ciepła można określić zgodnie z regułą Newmana [2, 20, 37], wyrażając pole temperatur w postaci bezwymiarowej.

$$Y_x = \frac{T_{ix} - T_s}{T_{pocz} - T_s}$$



gdzie:  $T_{ix}$  - jest temperaturą w badanym punkcie liczoną dla przypadku jednowymiarowego w kierunku osi x.

Temperaturę w punkcie i - określonym w przestrzeni xyz można wyrazić w postaci bezwymiarowej jako iloczyn temperatur składowych liczonych w poszczególnych kierunkach.

$$Y_i = Y_x Y_y Y_z \quad (2.11)$$

### 2.5.2. Warunki zewnętrzne przewozów

Warunki zewnętrzne przewozu ładunków w wagonach decydują o przebiegu zmian temperatur w badanym obszarze. Warunki zewnętrzne charakteryzują takie wielkości jak: temperatura otoczenia  $T_g$ , współczynnik wymiany ciepła na powierzchni  $\alpha$ . Wymiana ciepła pomiędzy otoczeniem i ładunkiem w wagonie przebiega wg prawa Newtona (warunki brzegowe III rodzaju)

$$q_{od} = \alpha (T_N - T_g)$$

Temperatura otoczenia  $T_g$  - jest zmienna w czasie, podlega zmianom dobowym oraz zakłóceniom atmosferycznym. Jej zmiany zachodzą w zakresie  $0^{\circ}\text{C} - -50^{\circ}\text{C}$ . W Polsce jako najostre warunki przyjmuje się  $-25^{\circ}\text{C}$ . Dobowe zmiany temperatury można przyjąć np. w postaci funkcji periodycznej [43]:

$$T_g = \bar{T}_g + A \sin \omega_\tau \tau \quad [\text{K}]$$

gdzie:

- $\bar{T}_g$  - średnia temperatura dobowa [K],
- A - amplituda zmian temperatury [K],
- $\omega_\tau$  - częstość zmian [ $1/24 \text{ h}^{-1}$ ],
- $\tau$  - czas [h].

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  na powierzchni ścian wagonu również jest wielkością zmienną w czasie, zależy głównie od prędkości przepływu powietrza względem ścian wagonu oraz stanu powierzchni (suche, mokre). Ze znanych zależności opisujących zależność tego współczynnika od prędkości należy wymienić wzór Francka [40]

$$\alpha = 6.31 v^{0.656} + 3.25 e^{-1.91v} \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ h K}} \quad (2.12)$$

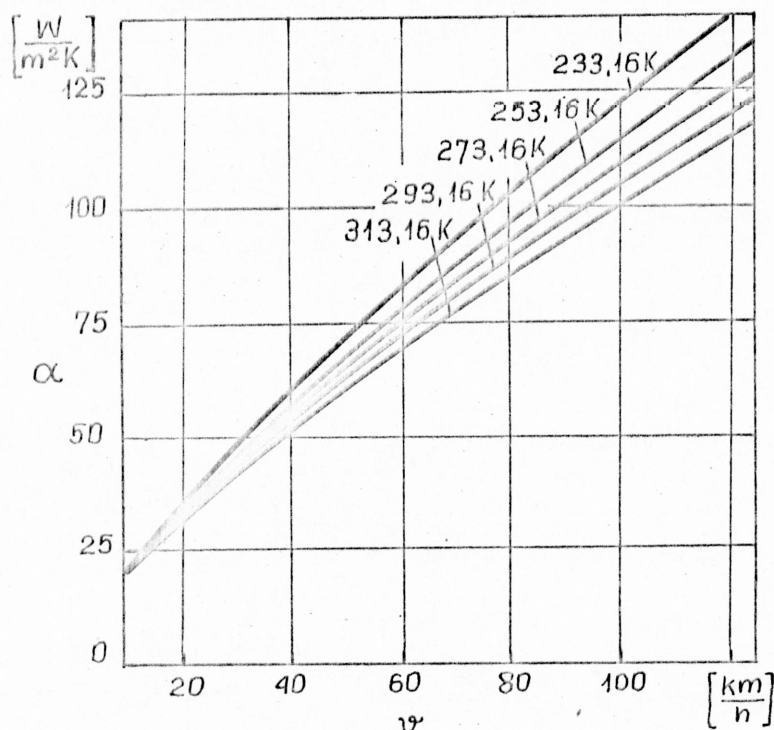
wzór wg H. Dubla [58]

$$\alpha = 6.12 \cdot v^{0.78} \quad \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ h K}} \quad (2.13)$$

wzór Gusiewa, Jakowlewa [58]

$$\alpha = 4.2 + 13\sqrt{v} \quad \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ h K}} \quad (2.14)$$

W odniesieniu do wagonów towarowych zalecane są wartości  $\alpha$  podane przez Bielokonia [40], (rys.7).



Rys.7.

Wykres zmian współczynnika przejmowania ciepła w zależności od temperatury powietrza i prędkości jazdy pociągu

W obliczeniach zwykle przyjmuje się wartości średnie  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{T}_g$  reprezentatywne dla całego rozpatrywanego okresu. W przypadku, gdy pojemność cieplna ścian (np. izolacja na cienkiej ścianie metalowej) jest mała, to opór cieplny ściany można uwzględnić poprzez tzw. zastępczy współczynnik przejmowania ciepła [19, 27].

$$\alpha_z = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_i}} \quad (2.15)$$

gdzie:

$S, \lambda$  - odpowiednio; grubość i przewodność cieplna  $i$ -tej warstwy tworzącej ścianę wagonu.

### 2.5.3. Warunki rozmrażania

W zależności od metody rozmrażania warunki rozmrażania określają: temperatura rozmrażalni  $T_g$ , współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$ , natężenie strumienia ciepła na powierzchni  $q$ .

Podczas rozmrażania metodami oporowymi oraz indukcyjnymi, gdy straty energii do otoczenia są małe (np. istnieje izolacja) można przyjmować stałą wartość strumienia ciepła  $q$  - na powierzchni (warunki brzegowe II rodzaju). Wartość strumienia  $q$  zależy od mocy zainstalowanej urządzeń. W przypadku rozmrażania indukcyjnego mieści się w granicach  $(1,5-45) \text{ kW/m}^2$ , [1, 21], przy ogrzewaniu oporowym (grzejniki elektryczne)  $(0,25-2) \text{ kW/m}^2$  [51, 53, 63]. Przy rozmrażaniu w komorach konwekcyjnych (gorące spaliny, powietrze, promienniki elektryczne lub gazowe) wymiana ciepła zależy od temperatury w rozmrażalni  $T_g$  (zmieniającej się w granicach 243-433) [19, 40] oraz od współczynnika  $\alpha$ , (od kilku do kiludziesięciu  $\text{W/m}^2\text{K}$ ). Moc zainstalowana w tego typu rozmrażalniach w zależności od przepustowości wynosi 2-30 kW/t rozmrażanego ładunku, tj.  $\sim 0,6-10 \text{ kW/m}^2$  powierzchni wagonu [10, 40, 42, 57].

Omówione warunki rozmrażania są wyidealizowaną formą warunków rzeczywistych. Procesowi rozmrażania metodami oporowymi lub indukcyjnymi (warunki brzegowe II rodzaju) towarzyszyć będą straty ciepła do otoczenia na drodze konwekcji. Dlatego też rzeczywisty strumień energii na powierzchni rozmrażanego obszaru wyrazi się zależnością

$$q_{u\dot{z}} = q_{zn} - \alpha (T_N - T_g)$$

Podobnie będzie w przypadku rozmrażania promiennikami elektrycznymi lub gazowymi (warunki brzegowe III rodzaju), gdzie znamionowy strumień ciepła będzie pomniejszony bądź powiększony przez wymianę ciepła na drodze konwekcji

$$q_{u\dot{z}} = q_{zn} + \alpha (T_N - T_g)$$

w zależności od znaku różnicy temperatur  $(T_N - T_g)$ . Przykładem zwiększania współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni  $\alpha_z$  jest stosowanie w niektórych rozmrażalniach solgazów.

Rzeczywiste warunki rozmrażania wymienionymi wyżej metodami w dalszej części pracy będą określone jako warunki brzegowe mierzane.

### 2.5.3. Warunki rozmrażania

W zależności od metody rozmrażania warunki rozmrażania określają: temperatura rozmrażalni  $T_g$ , współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$ , natężenie strumienia ciepła na powierzchni  $q$ .

Podczas rozmrażania metodami oporowymi oraz indukcyjnymi, gdy straty energii do otoczenia są małe (np. istnieje izolacja) można przyjmować stałą wartość strumienia ciepła  $q$  - na powierzchni (warunki brzegowe II rodzaju). Wartość strumienia  $q$  zależy od mocy zainstalowanej urządzeń. W przypadku rozmrażania indukcyjnego mieści się w granicach  $(1,5-45) \text{ kW/m}^2$ , [1, 21], przy ogrzewaniu oporowym (grzejniki elektryczne)  $(0,25-2) \text{ kW/m}^2$  [51, 53, 63]. Przy rozmrażaniu w komorach konwekcyjnych (gorące spaliny, powietrze, promienniki elektryczne lub gazowe) wymiana ciepła zależy od temperatury w rozmrażalni  $T_g$  (zmieniającej się w granicach 243-433) [19, 40] oraz od współczynnika  $\alpha$ , (od kilku do kiludziesięciu  $\text{W/m}^2\text{K}$ ). Moc zainstalowana w tego typu rozmrażalniach w zależności od przepustowości i wynosi 2-30 kW/t rozmrażanego ładunku, tj.  $\sim 0,6-10 \text{ kW/m}^2$  powierzchni wagonu [10, 40, 42, 57].

Omówione warunki rozmrażania są wyidealizowaną formą warunków rzeczywistych. Procesowi rozmrażania metodami oporowymi lub indukcyjnymi (warunki brzegowe II rodzaju) towarzyszyć będą straty ciepła do otoczenia na drodze konwekcji. Dlatego też rzeczywisty strumień energii na powierzchni rozmrażanego obszaru wyrazi się zależnością

$$q_{uż} = q_{zn} - \alpha (T_N - T_g)$$

Podobnie będzie w przypadku rozmrażania promiennikami elektrycznymi lub gazowymi (warunki brzegowe III rodzaju), gdzie znamionowy strumień ciepła będzie pomniejszony bądź powiększony przez wymianę ciepła na drodze konwekcji

$$q_{uż} = q_{zn} + \alpha (T_N - T_g)$$

w zależności od znaku różnicy temperatur  $(T_N - T_g)$ . Przykładem zwiększania współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni  $\alpha_z$  jest stosowanie w niektórych rozmrażalniach solgazów.

Rzeczywiste warunki rozmrażania wymienionymi wyżej metodami w dalszej części pracy będą określone jako warunki brzegowe mieszane.



## 2.6. Analiza przebiegu zamrażania i rozmrażania materiałów sypkich

Zagadnienie dotyczące procesu zamrażania wilgotnych ładunków sypkich w transporcie kolejowym należy do grupy określanej w literaturze mianem zagadnienia Stefana. Klasyczne zagadnienie Stefana dotyczyło zamrażania gruntów [38, 49, 52]. W technice spotyka się procesy, których przebiegi można opisać podobnie jak proces zamrażania gruntów. Przykładowo można tu wymienić: procesy krzepnięcia odlewów hutniczych [35, 47, 56, 65], procesy zamrażania produktów spożywczych [54, 61], procesy krzepnięcia roztworów na ściankach urządzeń chemicznych [12] i inne. Zagadnieniom tym poświęcono wiele uwagi w pracach o charakterze ogólnym [27, 32, 36, 52, 55, 59, 62]. Szczególnie w ostatnim okresie obserwuje się rozwój badań tych zagadnień.

Do problemów dotychczas nierozwiązanych w tej klasie zagadnień należy zaliczyć:

- Brak dokładnych rozwiązań dla brył o złożonych kształtach, znane rozwiązania dotyczą; półprzestrzeni, płyty nieograniczonej, walca, kuli, prostopadłościanu.
- Brak rozwiązań nawet dla prostych kształtów, które ujmowałyby nieliniowe zmiany własności cieplnych w funkcji temperatury oraz niejednorodne warunki początkowe i brzegowe.

Znane rozwiązania dotyczą periodycznych zmian warunków brzegowych tzw. fal temperatury i odnoszą się do pól temperaturowych bez przemian fazowych.

Nieznane są wystarczająco dokładne metody określania szybkości przemieszczania się frontu przemiany fazowej, a co za tym idzie czasu zamrażania i rozmrażania. W prostych przypadkach, gdy na powierzchni obszaru, w którym zachodzi przemiana fazowa panuje stała temperatura (warunki I rodzaju), w rozwiązaniu wykorzystuje się przekształcenie Boltzmanna [55, 62], zakładając, że grubość warstwy zamrożonej lub rozmrożonej jest proporcjonalna do pierwiastka z czasu

$$y = \kappa \sqrt{\tau} \quad (2.16)$$

Zagadnienie zamrażania i rozmrażania ładunków w wagonach towarowych stanowiło przedmiot badań Matakasowa i jego współpracowników [39, 40]. W pracach tych zaproponowano następujący wzór na obliczanie czasu zamrażania lub rozmrażania warstwy ładunku.

$$\tau = \frac{\omega_0 \cdot r_z \cdot \rho \cdot y}{(T_{pf} - T_B)} \left( \frac{y}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) \quad [h] \quad (2.17)$$

Powyższa zależność znana jest w literaturze jako zmodyfikowany wzór Plancka [54, 61]. Wzór ten oparty jest na następujących założeniach:

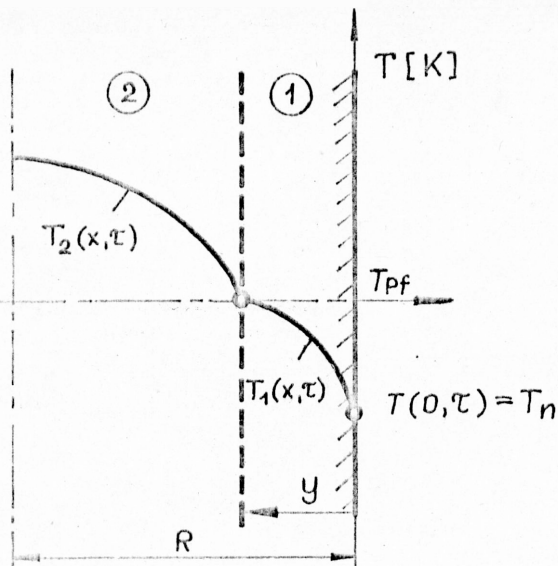
- wymrażanie wilgoci jest izotermiczne,
  - nie uwzględnia zmian entalpii obszaru zamrożonego i rozmrażanego,
  - przewodność cieplna rozważanej warstwy jest wartością stałą.
- Przyjęte uproszczenia czynią powyższy wzór bardzo przybliżonym, dlatego też wyniki obliczeń znacznie odbiegają od wyników eksperymentalnych.

Warunki graniczne zostały dokładniej uwzględnione w zależnościach; D.G. Rjutowa [61], Londona i Sebana [61], Konczakowa [30], Tamarina [60].

Zależności te są oparte na następujących założeniach:

- własności cieplne  $\lambda_{ef}$  i  $c_{ef}$  są odcinkami stałe, ich zmiana zachodzi w punkcie przemiany fazowej,
  - przemiana fazowa zachodzi natychmiast po przekroczeniu temperatury faz (izotermiczność przemiany),
  - rozkłady temperatur są zgodne z przyjmowanymi a priori funkcjami.
- Wymienione zależności dokładniej opisują rzeczywiste przebiegi zamrażania i rozmrażania niż zmodyfikowany wzór Plancka (2.17), ale ich dokładność jest jeszcze niezadowalająca. Wynika to stąd, że zostały one opracowane do opisu określonych procesów, w przypadku których przyjmowane w rozważaniach założenia były dopuszczalne. Adaptacja tych zależności do opisu podobnych zjawisk, lecz o nieco innej specyfice, nie przynosi zadowalających wyników.

Klasyczne zagadnienie Stefana dla jednowymiarowego przypadku wymiany ciepła (rys.8) opisują dwa równania przewodnictwa cieplnego; fazy zamrożonej (2.18) i niezamrożonej (2.19) oraz warunek przemieszczania się frontu przemiany fazowej (2.20) i warunki graniczne (2.21 i 2.24).



Rys.8.

Rozkład temperatur w polu z przemianą fazową

$$\frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(x, \tau)}{\partial x^2} \quad 0 \leq x < y \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, \tau)}{\partial x^2} \quad y \leq x \leq R \quad (2.19)$$

$$c_{\text{przem}} \rho \frac{\partial y}{\partial \tau} = \lambda_1 \left. \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=y} - \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=y} \quad (2.20)$$

$$T_2(x, \tau) \Big|_{\tau=0} = T_{\text{pocz}} \quad (2.21)$$

$$\lambda_1 = \left. \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha (T_N - T_{\text{g}}) \quad (2.22)$$

$$\left. \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=R} = 0 \quad (2.23)$$

$$T_1(x, \tau) \Big|_{x=y} = T_2(x, \tau) \Big|_{x=y} = T_{\text{kr}} \quad (2.24)$$

W równaniu (2.20) nieznaną jest postać funkcji  $dy/d\tau$  i z tego względu trudno jest uzyskać dokładne rozwiązanie ogólne.

Lame i Clapeyron [38] podali rozwiązanie przypadku półprzestrzeni, gdy

$$T_2(x, \tau) = T_{pf}$$

$$T_1(0, \tau) = T_B$$

Są to warunki I rodzaju, a temperatura obszaru niezamarzniętego jest równa temperaturze przemiany fazowej.

Układ równań (2.18-2.24) dla przypadku półprzestrzeni tj. gdy równanie (2.23) zostanie zastąpione równaniem

$$T(x, \tau) \Big|_{x=\infty} = T_{pocz} \quad (2.23)$$

rozwiązał Stefan [38, 59, 62]. W obu przypadkach grubość warstwy  $y$ , która uległa przemianie fazowej określano jako prostą funkcję czasu.

$$y = \kappa \sqrt{\tau}$$

gdzie:  $\kappa$  - jest współczynnikiem proporcjonalności wyznaczanych z równania (2.20).

Metoda podana przez L.S.Leybenzona [27, 38] polega na założeniu a priori rozkładów temperatur w obszarze 1 i 2 (rys.8). Takie założenie uzależnia dokładność rozwiązania od postaci przyjętych funkcji opisujących rozkłady temperatur. Od tych funkcji zależą wartości pochodnych  $\partial T/\partial x$  branych pod uwagę w równaniu (2.20). Aby tego uniknąć dla przypadku jednowymiarowego wymiany ciepła (układ równań (2.18)-(2.24)) Leybenzon zaproponował równanie (2.20) w nieco innej postaci [27, 38]:

$$\left[ r_2 \rho - c_1 \rho \int_0^y \frac{\partial T_1}{\partial y} dx - c_2 \rho \int_y^R \frac{\partial T_2}{\partial y} dx \right] \frac{dy}{d\tau} = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (2.20)$$

Równanie to powstało przez wyrażenie strumieni ciepła  $\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$  wymienianych przez poszczególne fazy 1 i 2, za pomocą zmian entalpii obszaru zamrożonego i niezamrożonego. Zmniejsza się przez to niedokładność metody.

W pracach [55, 59, 62] podano rozwiązanie zagadnienia dla półprzestrzeni, w postaci uwikłanej. Poprzez rozwiązanie równania uwikłanego wyznacza się współczynnik proporcjonalności  $\kappa$ .



Galperin i Piłatow [12] rozważyli przypadek jednowymiarowego procesu krystalizacji roztworu przy warunkach III rodzaju (2.22) Wprowadzając fikcyjną warstwę ośrodka sprowadzili wymianę ciepła na powierzchni do warunków I rodzaju (stała temperatura powierzchni) Rozwiązanie podano w postaci zwyczajnego równania różniczkowego nieliniowego, które należało rozwiązać numerycznie.

Na uwagę zasługuje rozwiązanie podane przez Juszkowa i Gejnca [27]. W rozwiązaniu wykorzystano równanie (2.20) propagacji izotermy zerowej w postaci podanej przez Lejbenzona. Rozwiązanie dotyczy jednowymiarowego przypadku zamrażania przy warunkach III rodzaju. W obszarze zamrażniętym przyjęto liniowy rozkład temperatur, a w obszarze niezamrażniętym w postaci wielomianu drugiego stopnia. W konsekwencji uzyskano nieskomplikowaną zależność wygodną do obliczeń inżynierskich.

Większość rozwiązań zagadnień zamrażania i rozmrażania jest oparta na następujących założeniach:

- przewodność cieplna i ciepło właściwe są przedziałami stałe,
- proces wymrażania wilgoci jest izotermiczny,
- wartość temperatury otoczenia  $T_g$  i współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni  $\alpha$  są stałe w czasie.

Założenia te nie umożliwiają określenia wpływu zmiennych w czasie warunków zewnętrznych oraz specyficznych zmian własności cieplnych materiału sypkiego w czasie trwania procesu. Niedogodności tych można uniknąć stosując obliczenia numeryczne przy wykorzystaniu ETO. Istnieje szereg prac poświęconych rozwiązaniom numerycznym nieustalonych pól temperaturowych z przemianami fazowymi zamrażania gruntów [49] krzepnięcia odlewów [47, 56], zamrażania produktów spożywczych [61] i inne.

Wiele cennych wskazówek na temat wykorzystania metod numerycznych do rozwiązywania zagadnień typu Stefana można znaleźć w pracach [3, 32, 64].

W pracy [19] przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych rozmrażania rudy boksytowej w wagonach towarowych. Proces rozmrażania przeanalizowano na jednowymiarowym liniowym modelu wymiany ciepła przy warunkach brzegowych III rodzaju, przy założeniu izotermiczności przemiany fazowej. W pracy nie podano metody numerycznej, której użyto do rozwiązania. Przedstawione wyniki dotyczą porównania przebiegów rozmrażania w komorze konwekcyjnej przy różnych wartościach współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni wagonu  $\alpha_2$ .

temperatury w rozmrażalni  $T_S$  i temperatury początkowej ładunku  $T_{pocz}$ . Wniosek końcowy dotyczył stwierdzenia, który z sześciu skojarzeń temperatury i współczynnika  $\alpha$  było najefektywniejsze. W przedstawionym modelu wpływ ścian wagonu uwzględniono poprzez zastępczy współczynnik  $\alpha_z$  przejmowania ciepła na powierzchni ładunku (2.15). W cytowanej pracy model obliczeniowy nie został zweryfikowany z modelem fizycznym.

Na szczególną uwagę zasługuje niejednokrotnie już cytowana praca [61], w której przeanalizowano jednowymiarowy proces zamrażania mięsa (warunki III rodzaju). Przyjęty do obliczeń model matematyczny został opisany następującym układem równań:

$$\varphi_1 \cdot c_1(\omega) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda_1(\omega) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad 0 \leq x \leq L-y \quad (2.25)$$

$$\varphi_2 \cdot c_2(\omega, T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda_2(\omega, T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad L-y \leq x \leq L \quad (2.26)$$

$$\alpha (T_S - T_n) = \frac{\partial}{\partial \tau} [c_1(\omega) \bar{T}_1(L-y) \cdot \varphi_1 + c_2(\omega, T) \bar{T}_2 \cdot y \cdot \varphi_2] \quad (2.27)$$

$$\alpha (T_n - T_S) = - \lambda(\omega, T) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=n} \quad (2.28)$$

$$T(y, \tau) = T_{kr} \quad (2.29)$$

$$T(x, 0) = \psi(x) \quad (2.30)$$

$$T(0, \tau_k) = T_{ko} \quad (2.31)$$

gdzie:

- L - połowa grubości rozpatrywanej płyty,
- $T_n$  - temperatura na brzegu obszaru,
- $T_{ko}$  - temperatura końcowa w środku płyty,
- $\tau_k$  - czas końcowy zamrażania.

W modelu tym uwzględniono zmiany przewodności cieplnej i ciepła właściwego w funkcji temperatury, aproksymując je wielomianami potęgowymi. Ponadto model obliczeniowy umożliwiał symulację wartości  $\alpha(\tau)$  i  $T_S(\tau)$  zmiennych w czasie.

Układ równań (2.25-2.31) rozwiązano metodą różnic skończonych, wykorzystując schematy różnicowe jawne i niejawne. Program na maszynę cyfrową został napisany w języku MOST1.

Drugim kierunkiem wykorzystania ETO są obliczenia na maszynach analogowych. Zaletą tych technik rozwiązań jest to, że wyniki uzyskuje się w postaci wykresów. Wadą są stosunkowo małe możliwości badania złożonych układów ze względu na małą ilość miejsc operacyjnych służących do modelowania. Pewne przykłady wykorzystania BMA w omawianych zagadnieniach przedstawiono w pracy [32].

Podsumowując przegląd literatury należy stwierdzić, że mało jest prac z dziedziny zamrażania i rozmrażania ładunków sypkich uwzględniających zależność ciepła właściwego i przewodności cieplnej od temperatury.

Ze względu na różny charakter zmian wartości ciepła właściwego oraz przewodności cieplnej ładunku, konieczne jest opracowanie dwóch opisów matematycznych: zamrażania i rozmrażania. Opracowanie takich opisów umożliwi badania symulacyjne, a przez to głębsze poznanie procesów cieplnych zachodzących w ładunkach podczas transportu lub w czasie przywracania im sypkości w miejscu wyładunku.

## 2.7. Metody rozwiązywania nieliniowych zagadnień wymiany ciepła

Do najczęściej stosowanych metod rozwiązywania nieliniowych zagadnień cieplnych należą:

1. Metoda całkowa [32, 38]. Opiera się ona na założeniu tzw. nie-naruszonej warstwy termicznej o zmiennej grubości równej grubości warstwy, która ulega przemianie fazowej. W metodzie tej rozkład temperatur w nowopowstałej fazie aproksymuje się wielomianami. Zakłada się, że temperatura fazy, która jeszcze nie uległa przemianie jest stała. Metoda zawiera pewne uproszczenia i nie zawsze jest wygodna w użyciu.
2. Metoda podstawień [32, 62]. Polegająca ona na wprowadzaniu nowych zmiennych, sprowadzających równania cząstkowe do równań zwyczajnych nieliniowych, które łatwiej jest rozwiązać.
3. Metoda wariacyjna [11, 32, 45]. Polega na znajdowaniu funkcji charakteryzującej własności cieplne układu. Charakterystyczne dla metod wariacyjnych jest:
  - a) ujęcie warunków granicznych w równaniu podstawowym,
  - b) poszukiwanie wartości współczynników, założonej postaci funkcji rozwiązania.

Najbardziej znana z nich jest metoda Biota.



4. Metoda iteracji [32, 45]. W metodzie tej zakłada się początkowe przybliżenie szukanego rozwiązania przy uproszczonych założeniach. W oparciu o otrzymane rozwiązania można zbudować rozwiązanie dokładniejsze, posługując się specjalnym podstawieniem. Proces powtarza się aż do osiągnięcia wystarczająco dokładnego rozwiązania.
5. Metoda prostych [7, 32]. Metoda ta polega na zastąpieniu pochodnych względem wybranej zmiennej ilorazami różnicowymi, a pochodne względem pozostałych zmiennych pozostawia się bez zmian. W ten sposób układ równań różniczkowych cząstkowych zostaje zastąpiony układem równań różniczkowo-różnicowych, który można rozwiązać do końca, stosując np. metodę Rungego-Kutty.
6. Metoda różnic skończonych [3, 32, 45, 61, 64]. Metoda ta polega na zastąpieniu wszystkich pochodnych różnicami skończonymi. W ten sposób równania różniczkowe cząstkowe zostają sprowadzone do równań różnicowych, które można rozwiązać algebraicznie. Metoda ta ma wiele zalet, umożliwia uwzględnienie, w odróżnieniu od pozostałych metod, złożonych warunków granicznych. Ze względu na masową powtarzalność operacji obliczeniowych, jej realizacja jest możliwa jedynie przy wykorzystaniu maszyn cyfrowych.

Z przedstawionych metod dwie ostatnie są najbardziej uniwersalne i rozpowszechnione. W dalszej części pracy do rozwiązania dokładnego opisu procesów zamrażania i rozmrażania posłużono się metodą różnic skończonych.

### 3. BADANIE WŁASNOŚCI CIEPLNYCH MATERIAŁÓW SYPKICH

#### 3.1. Obiekt i metoda pomiaru

Ładunkiem szczególnie podatnym na zamrażanie (tabela 1) i zarazem stanowiącym poważną część masy towarowej jest węgiel kamienny, a w szczególności miąż węglowy o tzw. obniżonej sypkości. Jest on podstawowym paliwem w wielu zakładach energetycznych. Stanowi mieszaninę miążu węglowego oraz mułów węglowych pochodzących z przykopalonych odstajników, uzyskaną w procesie homogenizacji. Wilgotność miążu dochodzi do 20 %, co jest przyczyną jego zamrażania. Próbkę pobrana ze zważy elektrociepłowni "Wrocław", wykazała wilgotność względną 15,1 %. Miąż węglowy o obniżonej sypkości został wybrany jako obiekt, na którym przeprowadzono badania zależności



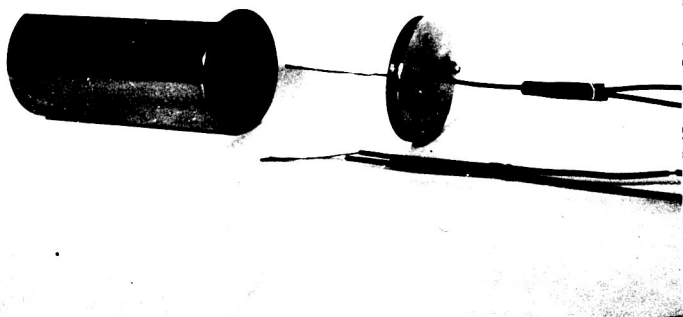
ciepła właściwego i przewodności cieplnej od temperatury.

Z przedstawionych metod pomiarowych (rozdz.2.4) ze względu na wygodę eksperymentowania wybrano metody; a -  $\lambda$  -  $\alpha$  - kalorymetru - oparte na pomiarach w stanie uporządkowanym. Zaletą wymienionych metod jest możliwość stosowania próbek o małych wymiarach. W celu przeprowadzenia pomiarów własności cieplnych miąku węglowego ww. metodami skonstruowano  $\lambda$  - kalorymetr o regulowanej temperaturze wnętrza (p.3.2.2). Pomiar dyfuzyjności cieplnej (p.3.2.1) były prowadzone w ultratermostacie. Do pomiaru własności cieplnych materiałów o większych granulacjach zaprojektowano przyrząd, którego konstrukcja i sposób przeprowadzenia w nim pomiarów zostały przedstawione w p.Z-2, Z-3.

### 3.2. Pomiary własności fizycznych miąku węglowego o obniżonej sypkości

#### 3.2.1. Dyfuzyjność cieplna

Pomiary dyfuzyjności cieplnej przeprowadzano metodą a-kalorymetru. Próbki miąku węglowego umieszczono w specjalnie wykonanym miedzianym kalorymetrze (rys.9) o kształcie walcowym i wymiarach

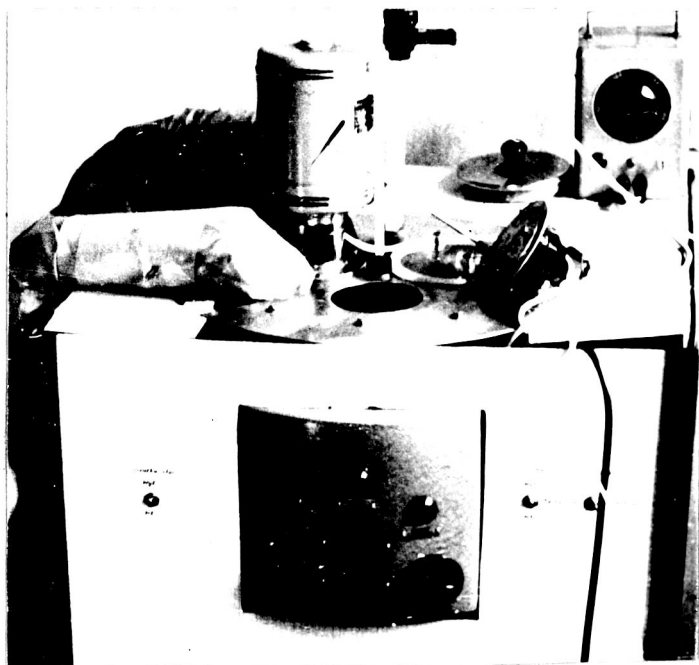


Rys.9.

Widok kalorymetru walcowego

zewnętrznych  $\phi$  32.75 x 70.01 mm i grubości ścianek  $\sim$  0.5 mm. Powierzchnie zewnętrzne były chromowane i polerowane. Zmiany temperatury próbki w kalorymetrze mierzono termoparą różnicową miedź-konstantan o średnicy drutów 0.15 i 0.3 mm. Jedna spoina termopary była umieszczona na 1/2 wysokości kalorymetru w jego osi. Druga spoina znajdowała się w środku w którym był ochładzany kalorymetr. Pomiar dyfuzyjności cieplnej polegał na wyznaczeniu tempa chłodzenia "m" (względnych zmian temperatury próbki w czasie), przy chłodzeniu próbki w ultratermostacie wypełnionym cieczą chłodzącą

(alkohol etylowy, woda). Ultratermostat (rys.10) był wyposażony w mieszadło o prędkości kątowej regulowanej za pomocą autotransformatora. Umożliwiało to spełnienie warunku wymiany ciepła na powierzchni kalorymetru  $B_1 = \alpha/\lambda \cdot R \rightarrow \infty$ . Realizacja  $\alpha \rightarrow \infty$  polegała na badaniu tempa chłodzenia próbki "m" przy stopniowo wzrastających obrotach mieszadła aż do uzyskania  $m$ , maksymalnej wartości tempa



Rys.10.

Widok ultratermostatu przystosowanego do pomiarów metodą  $a$  - kalorymetru

chłodzenia. Przy określonych obrotach mieszadła dalszy ich wzrost wywoływał silnie burzliwy opływ kalorymetru przez ciecz chłodzącą, co było przyczyną zauważalnego spadku tempa chłodzenia próbki.

Temperaturę cieczy chłodzącej utrzymywano poprzez dostrojenie wydajności chłodniczej agregatu tak, że w czasie pomiaru zmiany temperatury cieczy chłodzącej były mniejsze od  $\pm 0.04$  K, czego nie mógłby zapewnić termostat.

Dyfuzyjność cieplną badanej próbki wyznaczano z zależności:

$$a = K \cdot m_{\infty} \quad (3.1)$$

gdzie:

$m_{\infty}$  - tempo chłodzenia przy  $B_1 \rightarrow \infty$

$K$  - współczynnik kształtu próbki, w tym przypadku próbka posiadała kształt walcowy, dla której [14]

$$K = \frac{1}{\left(\frac{2.4048}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Z}\right)^2}$$

$R$  - promień próbki,

$Z$  - długość próbki.

Dla stosowanego kalorymetru stała  $K = 4.2413 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ . Pomiaru dyfuzyjności cieplnej w temperaturach poniżej 300 K prowadzono w ultratermostacie napełnionym alkoholem etylowym, w wyższych temperaturach - wodą.

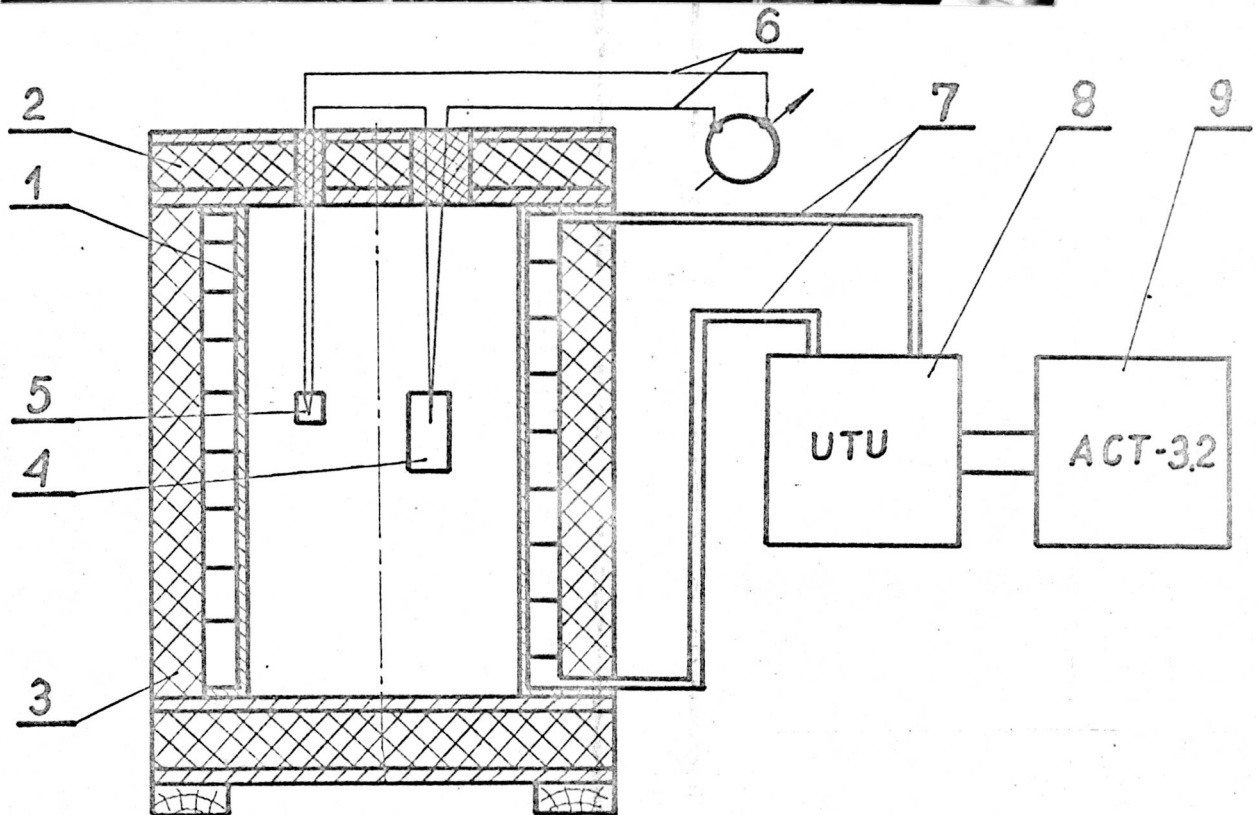
### 3.2.2. Przewodność cieplna

Pomiary przewodności cieplnej przeprowadzono w specjalnie wykonanym termostacie powietrznym ( $\lambda$  - kalorymetrze), sporządzonym z duraluminium w postaci cylindrycznej rury o średnicy wewnętrznej  $\phi$  500 mm, wysokości 600 mm i grubości ścianek 6 mm. Od góry i od spodu umieszczono płyty izolacyjne (płyta pilśniowa 15 mm, styropian 120 mm, płyta pilśniowa 15 mm). Powierzchnie zewnętrzne części walcowej omywane były przez ciecz chłodzącą, krążącą spiralnie wokół części walcowej. Ciecz była doprowadzana z ultratermostatu. Jej temperatura w czasie pomiarów była utrzymywana z dokładnością większą niż  $\pm 0.04 \text{ K}$  (p.3.2.1). W ten sposób możliwe były pomiary w termostacie powietrznym przy różnych temperaturach powietrza. Zewnętrzne powierzchnie chłodnicy zaizolowano warstwą wełny mineralnej o grubości  $\sim 100 \text{ mm}$ . Opisany termostat powietrzny przedstawiona na rys.11.

Pomiar polegał na wyznaczeniu w warunkach konwekcji swobodnej tempa chłodzenia kalorymetru napełnionego miążem węglowym.

Do wyznaczenia przewodności cieplnej metodą stanu uporządkowanego niezbędna jest znajomość wartości współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  na powierzchni kalorymetru oraz tempa chłodzenia próbki przy maksymalnym odbiorze ciepła na jej powierzchni tzw.  $m_{\infty}$ . W przeprowadzonych pomiarach współczynnik  $\alpha$  wyznaczano metodą  $\alpha$  - kalorymetru (rys.12) wykonanego specjalnie z miedzi (pełny walec) o wymiarach zewnętrznych identycznych jak w przypadku  $\lambda$  - kalorymetru. Powierzchnia zewnętrzna  $\alpha$  - kalorymetru była chromowana i polerowana koniec termopary znajdował się na głębokości  $2/3$  długości  $\alpha$  - kalorymetru. W celu zmniejszenia oporów kontaktowych pomiędzy  $\alpha$  - kalorymetrem a umieszczoną wewnątrz niego termoparą, otwór wypełniono pastą silikonową. Z zewnątrz otwór zabezpieczono żywicą epoksydową.

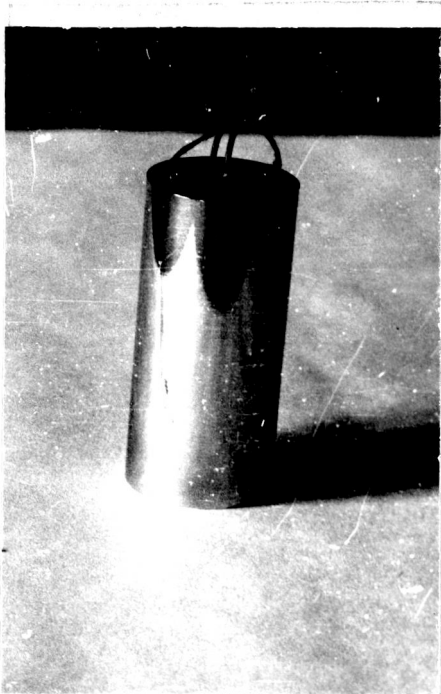
Drugą nieznaną wielkość tj.  $m_{\infty}$  wyznaczano metodą  $\lambda$  - kalorymetru (p.3.2.1).



Rys.11. Schemat termostatu powietrznego ( $\lambda$  - kalorymetru)

- 1 - chłodnica cylindryczna
- 2 - płyty izolacyjne
- 3 - izolacja zewnętrzna
- 4 - kalorymetr
- 5 - ekran osłaniający wolny koniec termopary
- 6 - termoelektryczny różnicowy układ pomiarowy
- 7 - przewody doprowadzające ciecz
- 8 - ultratermostat
- 9 - agregat chłodniczy zasilający ultratermostat





Rys.12.  
Widok  $\alpha$  - kalorymetru

Przewodność cieplną próbki określano z zależności [14]:

$$\lambda = \frac{K \cdot m \cdot \psi \cdot S}{M \cdot V} \left( \frac{\alpha}{m} - \frac{C_{os}}{S} \right) \quad (3.2)$$

gdzie:

- K - współczynnik kształtu próbki  $K = 4.2413 \cdot 10^{-5} [m^2]$
- m - tempo chłodzenia próbki w  $\lambda$ -kalorymetrze  $[h^{-1}]$
- S - powierzchnia próbki  $S = 8.745 \cdot 10^{-3} [m^2]$
- V - objętość próbki  $V = 57.663 \cdot 10^{-6} [m^3]$
- $\alpha$  - współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni kalorymetru - wyznaczany  $\alpha$ -kalorymetrem.
- $C_{os}$  - pojemność cieplna osłony  $C_{os} = 1.487 \cdot 10^{-2} [kJ/K]$
- M - liczba podobieństwa

$$M = \frac{m}{m_{\infty}}$$

- $m_{\infty}$  - tempo chłodzenia przy maksymalnym odbiorze ciepła na powierzchni kalorymetru (pomiar w  $\lambda$ -kalorymetrze)

$$\psi = \frac{M}{H} - \text{liczba podobieństwa charakteryzująca nierównomierność pola temperatury}$$

- H - zmodyfikowana liczba Biota, wyznaczana z równania (3.3) [14].

$$M = \frac{H}{\sqrt{H^2 + 1,437 H + 1}} \quad (3.3)$$

lub po przekształceniu:

$$(M^2 - 1) H^2 + 1,437 M^2 H + M^2 = 0$$

Pomiary przewodności cieplnej w termostacie powietrznym prowadzono jednocześnie z pomiarami współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  - kalorymetrem. W ten sposób można było wyeliminować wpływ ewentualnych zmian warunków wewnątrz termostatu powietrznego, które mogły zachodzić w czasie pomiarów.

W układach pomiarowych wykorzystano galwanometry lusterkowe typu GL-2 o regulowanej czułości w zakresie  $(5,2-20,5) \cdot 10^{-9}$  [A/dz] i oporze wewnętrznym  $R_w = 193 \Omega$  oraz o czułości  $(21,5-69) \cdot 10^{-9}$  [A/dz] i oporze wewnętrznym  $R_w = 20,7 \Omega$  okresy wahań wynosiły 1,42 i 1,27 s.

### 3.2.3. Ciepło właściwe

Ciepło właściwe miazgi węglowej wyznaczano na podstawie pomiarów przewodności cieplnej i dyfuzyjności z zależności:

$$c = \frac{\lambda}{a \cdot \rho} \quad (3.4)$$

lub też uwzględniając, że

$$M = \frac{K \cdot m}{a} \quad (3.5)$$

oraz  $C = c \rho \cdot V, \quad a = \lambda / c \rho$

gdzie:

$\rho$  - gęstość badanego materiału [kg/m<sup>3</sup>]

Po przekształceniach wzoru (3.2) otrzymuje się zależność

$$C = \psi \left( \frac{\alpha \cdot S}{m} - C_{os} \right) \quad (3.6)$$

### 3.2.4. Pomiary innych wielkości

Cieźar objętościowy  $\rho$  - badanego materiału wyznaczano przy każdorazowym napełnianiu kalorymetru o znanej objętości i ciężarze ważąc go po napełnieniu badanym materiałem. Do ważenia próbek używano wagi analitycznej WA-32 o dokładności  $10^{-5}$  g.

Wilgotność próbki - uzyskiwano poprzez nawilżenie wodą destylowaną oraz stopniowe suszenie do uzyskania przez próbkę wymaganej wilgotności. Suszenie przeprowadzono w suszarce przy temperaturze

$\sim 323 \text{ K}$  ( $50^\circ\text{C}$ ). Wilgotność względną odnoszono do masy suchej próbki.

$$\omega_0 = \frac{G_w - G_s}{G_s} \cdot 100 \% \quad (3.7)$$

Granulacja miazgu węglowego - była określona dla suchej próbki, którą przed analizą sitową rozdrabniano w celu skruszenia zeschniętych wskutek odparowania wilgoci grud próbki. Tak przygotowaną próbkę przesiewano przez 7 sit. Wyniki analizy sitowej przedstawiono w tabeli 2.

T a b e l a 2

Wyniki analizy sitowej próbki miazgu - węglowego

Lp	Rozmiar sita $\Phi$ [ m ]	Ciężar frakcji [ g ]	Udział procentowy [ % ]
1	> 3200	40.833	36.55
2	> 2500	8.290	7.25
3	> 2000	4.785	4.05
4	> 1600	6.866	5.75
5	> 1000	10.919	9.45
6	> 710	9.298	8.00
7	> 63	28.039	24.20
8	< 63	5.526	4.70
Razem:		114.556	100.00

### 3.3. Metodyka badań i wyniki pomiarów

Celem badań jest określenie własności cieplnych, tj. ciepła właściwego  $c$  oraz przewodności cieplnej  $\lambda$  w funkcji temperatury, wilgotności i gęstości materiału.

Ze względu na nieciągłość funkcji własności cieplnych w temperaturze przemiany fazowej, badania zaplanowano w temperaturach poniżej i powyżej temperatury przemiany fazowej (p.3.3.1).

#### 3.3.1. Badanie własności cieplnych w temperaturach powyżej temperatury przemiany fazowej

Na podstawie prac [23] [40] przyjęto liniową zależność przewodności cieplnej od:  $T$ ,  $\omega_0$ ,  $\rho$ , wówczas

$$\lambda = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \quad (3.8)$$

gdzie:

- $x_1$  - temperatura T K  
 $x_2$  - wilgotność względna  $\omega_0$   
 $x_3$  - gęstość  $\rho$  kg/m<sup>3</sup>

Ze względu na możliwości eksperymentowania oraz potrzeby praktyczne określono przedziały zmienności  $\langle a, b \rangle$  parametrów  $x_i$

$$x_1 \in \langle 273; 323 \rangle$$

$$x_2 \in \langle 0; 0.20 \rangle$$

$$x_3 \in \langle 925; 1200 \rangle$$

Ze względu na wygodę obliczeń oraz eksperymentowania wykorzystano zasadę planowanego eksperymentu. Przeprowadzono eksperyment czynnikiowy o  $N = 2^3 = 8$  doświadczeniach (tabela 3). Punkty referencji wyznaczono zgodnie z planami optymalnymi eksperymentu wg zer wielomianów Czebyszewa. Dla eksperymentów na dwóch poziomach odpowiada to wartościom  $(-0,7071; 0,7071)$  standaryzowanych zmiennych niezależnych z przedziału  $\langle -1; 1 \rangle$ .

Wartości zmiennych, przy których będą wykonywane eksperymenty określa zależność [41];

$$x_i = \frac{x_i' (a - b) + (a + b)}{2} \quad (3.9)$$

gdzie:  $x_i'$  - standaryzowana zmienna niezależna,  
 $a, b$  - dolna i górna granica przedziału zmienności parametrów  $x_i$ .

Punkty referencji  $x_i$  wyznaczone z zależności (3.9) wynoszą

temperatura T: 279 K, 315,51 K

wilgotność  $\omega_0$ : 0,03, 0.17

gęstość  $\rho$ : 964.05, 1157.935

Oznaczając dolny poziom badanej zmiennej -1 oraz górny poziom +1, plan eksperymentu przedstawiono w tabeli 3.

T a b e l a 3

Plan eksperymentu  $N = 2^3$

Nr eksp.	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1
6	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1
8	+1	+1	+1



Wyniki pomiarów dyfuzyjności cieplnej, przewodności i ciepła właściwego przedstawiono w tabeli 4. Sposób wyznaczania tych wielkości przedstawiono w załączniku (Załącznik 1). W związku z tym, że pomiary przeprowadzono w warunkach probabilistycznych, realizację każdego eksperymentu powtarzano kilkakrotnie.

Dla przeprowadzonych pomiarów centralne punkt eksperymentu wynoszą:

$$x_1^0 = \frac{a_1 + b_1}{2} = 297,6 \text{ K}$$

$$x_2^0 = 0.1$$

$$x_3^0 = 1061 \text{ kg/m}^3$$

a kroki robocze

$$\Delta x_1 = \frac{(b_1 - a_1) \cdot 0.7071}{2} = 17,85 \text{ K}$$

$$\Delta x_2 = 0.07$$

$$\Delta x_3 = 96.925 \text{ kg/m}^3$$

Macierz wejść standaryzowanych oraz macierz wyjść, tj. przewodności cieplnej mają postać:

$$T = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & +1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & +1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & +1 \\ 1 & +1 & +1 & -1 \\ 1 & +1 & -1 & +1 \\ 1 & -1 & +1 & +1 \\ 1 & +1 & +1 & +1 \end{vmatrix} \quad y = \begin{vmatrix} 0.1358 \\ 0.1885 \\ 0.2586 \\ 0.1663 \\ 0.3089 \\ 0.2014 \\ 0.3190 \\ 0.3527 \end{vmatrix}$$

Wykorzystując zasadę najmniejszych kwadratów poszukiwano współczynników funkcji regresji

$$y = k_0 + k_1 x_1' + k_2 x_2' + k_3 x_3' \quad (3.10)$$

w której współczynniki  $k$  określono wg [18, 41] z zależności:

$$k = (T^T T)^{-1} T^T y \quad (3.11)$$

T a b e l a 4

Wyniki badań eksperymentalnych własności cieplnych - miaku węglowego (temperatury dodatnie)

T - temperatura

 $\bar{m}, \bar{\alpha}, \bar{\lambda}, \bar{c}_{ef}$  - wartości średnie $\omega_0$  - wilgotność względna $\rho$  - gęstość

m - tempo chłodzenia próbki

Nr	Parametry zmienne			Dyfuzyjność cieplna				Współcz. przejmowania ciepła				Przewodność cieplna			Ciepło włoś. efektywne			
	T [K]	$\omega_0$ [-]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Nr pom.	$m_{\infty} \cdot 10^3$ [s <sup>-1</sup> ]	$a \cdot 10^7$ [m <sup>2</sup> /s]	$\bar{a} \cdot 10^7$ [m <sup>2</sup> /s]	Nr pom.	$m_x \cdot 10^4$ [h <sup>-1</sup> ]	$\alpha$ [w/m <sup>2</sup> K]	$\bar{\alpha}$ [w/m <sup>2</sup> K]	Nr pom.	$m_{\lambda} \cdot 10^4$ [h <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [w/mK]	$\bar{\lambda}$ [w/mK]	Nr pom.	$c_{ef}$ [kJ/kgK]	$\bar{c}_{ef}$ [kJ/kgK]
1	279.8	0.03	964.05	1	3.5863	1.5211		1	2.4897	5.6031		1	6.7364	0.1266		1	0.8881	
				2	3.5063	1.4873		2	2.4319	5.4780		2	6.6172	0.1262		2	0.8848	
				3	3.4395	1.4588	1.4790	3	2.5400	5.7214		3	6.1731	0.1468	0.1358	3	1.0292	0.9521
				4	3.4161	1.4489		4	2.5347	5.7095		4	6.1808	0.1435		4	1.0063	
2	315.5	0.03	964.05	1	3.7533	1.5919		1	1.8176	4.0941		1	4.2411	0.1959		1	1.1792	
				2	3.9783	1.6973		2	1.8551	4.1785		2	4.4842	0.1885		2	1.1290	
				3	4.1439	1.7576	1.7321	3	1.7095	3.8508	4.0676	3	4.6636	0.1613	0.1885	3	0.9657	1.1298
				4	4.2014	1.7832		4	1.8410	4.1470		4	4.0297	0.2072		4	1.2407	
				5	4.3397	1.8143												
3	279.8	0.17	964.05	1	4.4032	1.8675		1	2.9744	6.6996		1	5.0339	0.1979		1	1.1120	
				2	4.3801	1.8577		2	2.7194	6.1254		2	4.8186	0.2831		2	1.5902	
				3	4.3214	1.8328	1.8461	3	2.6737	6.0338		3	5.1569	0.2554	0.2587	3	1.4347	1.4530
				4	4.3813	1.8582		4	2.7658	6.2302		4	5.0069	0.2750		4	1.5451	
				5	4.2778	1.8143		5	2.6631	5.9937		5	4.6081	0.2816		5	1.5817	
4	279.8	0.03	1157.94	1	3.4403	1.4591		1	2.6617	5.9954		1	5.9042	0.1657		1	0.9653	
				2	3.6355	1.5632		2	2.5000	5.6312		2	6.1450	0.1454		2	0.8468	
				3	3.3372	1.4154	1.4823	3	2.7375	6.1662		3	5.7008	0.1797	0.1663	3	1.0466	0.9687
				4	3.5169	1.4916		4	2.6325	6.9621		4	5.6269	0.1745		4	1.0161	
5	315.5	0.17	964.05	1	5.0747	2.1523		1	1.9333	4.3549		1	3.6458	0.3123		1	1.5251	
				2	5.0014	2.1212		2	1.9333	4.3549		2	3.6450	0.3124		2	1.5256	
				3	4.9075	2.8014	2.1235	3	2.0056	4.5176		3	3.5703	0.3342	0.3089	3	1.6325	1.5086
				4	5.0950	2.1609		4	1.9792	4.4580		4	3.9125	0.2942		4	1.4371	
				5	4.9547	2.1014		5	1.9042	4.2891		5	3.8019	0.2913		5	1.4228	
6	315.5	0.03	1157.94	1	4.2586	1.8062		1	1.9033	4.2873		1	4.5925	0.1805		1	0.9148	
				2	4.2008	1.7817		2	1.9328	4.3536		2	4.5225	0.1876		2	0.9508	
				3	3.9522	1.6762	1.7035	3	2.0050	4.5163		3	4.2006	0.2156	0.2014	3	1.0929	1.0219
				4	3.6544	1.5495		4	2.0514	4.6207		4	4.1942	0.2221		4	1.1290	
7	279.8	0.17	1157.94	1	4.2608	1.8071		1	2.5225	5.6819		1	4.1292	0.3161		1	1.4693	
				2	4.5278	1.9204		2	2.6007	5.8580		2	4.1600	0.3244		2	1.5076	
				3	4.1656	1.7667	1.8577	3	2.6789	6.0342		3	4.2356	0.3281	0.3190	3	1.5249	1.4828
				4	4.7053	1.9956		4	2.4783	5.5324		4	4.0986	0.3126		4	1.4530	
				5	4.2406	1.7986		5	2.5411	5.7238		5	4.1231	0.3192		5	1.4828	
8	315.5	0.17	1157.94	1	5.0316	2.1341		1	2.0964	4.7221		1	3.4472	0.3741		1	1.5404	
				2	5.1551	2.1864		2	2.1050	4.7414		2	3.6111	0.3552		2	1.4624	
				3	5.0744	2.1522	2.0971	3	2.0375	4.5885		3	3.5333	0.3517	0.3527	3	1.4476	1.4523
				4	5.1389	2.1796		4	2.0793	4.6836		4	3.6444	0.3466		4	1.4270	
				5	5.1551	2.1864		5	2.1817	4.9141		5	3.9111	0.3362		5	1.3843	
				6	5.1114	1.7437												

stąd:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{8} (0,1358 + 0,1885 + \dots + 0,3525) = 0,2381 \\ k_1 &= \frac{1}{8} (-0,1358 + 0,1885 - \dots + 0,3525) = 0,01817 \\ k_2 &= \frac{1}{8} (-0,1358 - 0,1885 + \dots + 0,3525) = 0,07171 \\ k_3 &= \frac{1}{8} (-0,1358 - 0,1885 - \dots + 0,3525) = 0,02175 \end{aligned}$$

Uwzględniając związek pomiędzy zmiennymi  $x_i$  oraz  $x'_i$  (wzór 3.9), wartości współczynników  $b$  w równaniu (3.8) można wyznaczyć z zależności:

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= k_0 - b_1 x_1^0 - b_2 x_2^0 - b_3 x_3^0 \\ b_1 &= \frac{k_1}{\Delta x_1} \\ b_2 &= \frac{k_2}{\Delta x_2} \\ b_3 &= \frac{k_3}{\Delta x_3} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń, przewodność cieplną opisuje zależność:

$$\lambda = -0.08468 + 1.081 \cdot 10^{-3} (T - 273,16) + 0.97714 \omega_0 + 1.9035 \cdot 10^{-4} \varphi \cdot \frac{W}{mK} \quad (3.13)$$

Jako miarę zgodności otrzymanej funkcji z wynikami pomiarów przyjęto współczynnik korelacji wielowymiarowej określony wg [18] zależnością

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.14)$$

gdzie:

$\hat{y}_i$  - oznacza wartość obliczeniową,  
 $\bar{y}$  - wartość średnią.

Dla zależności (3.13) uzyskano współczynnik korelacji  $R = 0.9868$ . Podobne obliczenia przeprowadzono dla ciepła właściwego w wyniku obliczeń uzyskano zależność:

$$c_{ef} = 1.0367 + 1.787 \cdot 10^{-3}(T - 273,16) + 3.2589 \omega_0 - 1.51 \cdot 10^{-4} \varrho \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad (3.15)$$

Wartość współczynnika korelacji dla zależności (3.15) wynosi  $R = 0.9866$ .

Jak zaznaczono w p.2.3.2 komentując zależność (2.10), ciepło właściwe jest funkcją wilgotności. Wyznaczona zależność (3.15) potwierdziła to. Wpływ temperatury oraz gęstości na wartość efektywnego ciepła właściwego jest w rozpatrywanych przedziałach wielokrotnie mniejszy niż wpływ wilgotności.

### 3.3.2. Badanie własności cieplnych w temperaturach poniżej temperatury przemiany fazowej

W zakresie temperatur poniżej temperatury przemiany fazowej badano wpływ temperatury na własności cieplne miążu węglowego. Wpływ wilgotności  $\omega_0$  oraz gęstości uwzględniono podobnie jak w pracy [39] poprzez przewodność cieplną oraz ciepło właściwe w temperaturze przemiany fazowej (p.2.3). Pomiaru dyfuzyjności cieplnej  $a$ , przewodności cieplnej  $\lambda$  i ciepła właściwego  $c_{ef}$  prowadzono w temperaturach: 253.16, 263.06, 267.06, 269.96, 270.56 K dla próbki o wilgotności  $\omega_0 = 0.17$  i gęstości  $\varrho = 1157.935 \text{ kg/m}^3$ .

Wyniki pomiarów przedstawiono w tabeli 5. Punktem charakterystycznym dla funkcji opisujących własności cieplne jest temperatura początku przemiany fazowej. Kilkakrotne pomiary tej temperatury dla badanej próbki miążu węglowego, wykazały, że wynosi ona  $\sim 271.96 \text{ K}$  ( $-2,2^\circ\text{C}$ ),  $\Delta T = \pm 0.2 \text{ K}$ . Dokładne pomiary w tym obszarze temperatur są utrudnione ze względu na skłonność próbki do przechładzania (p.2.2).

Wyniki pomiarów przewodności cieplnej (tabela 5) zaaproksymowano funkcją o postaci,

$$\lambda = \lambda_{pf} + \frac{a}{1 + \frac{b}{\lg|T - T_{pf} + 1|}} \quad (3.16)$$

Ze względu na złożoną postać funkcji obliczenia przeprowadzono przy użyciu maszyny cyfrowej. W obliczeniach posłużono się programem #OPTY. (Załącznik 4) opartym na metodzie Gaussa-Seidela, poszukując współczynników  $a$ ,  $b$  przy kryterium:

$$\sum_{i=1}^n (\lambda_{obl} - \lambda)^2 = \min \quad (3.17)$$



T a b e l a 5

Wyniki badań eksperymentalnych własności cieplnych - miazgi węglowej  $\rho = 1157.935 \text{ kg/m}^3$   $\omega_0 = 0.17$  (temperatury ujemne)

T - temperatura

$\bar{a}, \bar{\alpha}, \bar{\lambda}, \bar{c}_{ef}$  - wartości średnie

$\omega_0$  - wilgotność względna

$\rho$  - gęstość

m - tempo chłodzenia próbki

Nr	Temperatura [K]	Dyfuzyjność cieplna				Współ.przej.ciepła			Przewodność cieplna				Ciepło właś.efekt.		
		Nr pom	$m_{\infty} \cdot 10^{-4}$ [s <sup>-1</sup> ]	$a \cdot 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]	$a \cdot 10^{-7}$ [m <sup>2</sup> /s]	Nr pom	$m_{\infty} \cdot 10^{-4}$ [s <sup>-1</sup> ]	$\alpha$ [w/mK]	Nr pom	$m_{\infty} \cdot 10^{-5}$ [s <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [w/mK]	$\bar{\lambda}$ [w/mK]	Nr pom	$c_{ef}$ [kJ/kgK]	$\bar{c}_{ef}$ [kJ/kgK]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	270.56	1	3.3458	1.4191	1.3772	1	3.0336	6.8332	1	3.4730	0.3763	0.3937	1	23.5945	24.6825
		2	3.4531	1.4646		2	2.9947	6.7455	2	3.2230	0.4006				
		3	3.0917	1.3113		3	3.0156	6.7225	3	3.0423	0.4094				
		4	3.0867	1.3137		4	3.0903	6.9521	4	3.5372	0.3885		4	24.3580	
2	269.96	1	8.1250	3.4460	3.4462	1	2.7060	6.0952	1	6.1975	0.4767	0.4786	1	11.9447	11.9916
		2	7.4530	3.1610		2	2.6794	6.0354	2	5.7930	0.5075				
		3	7.6617	3.2496		3	2.6414	5.9497	3	6.1350	0.4703				
		4	9.2608	3.9280		4	2.7969	6.3001	4	6.6419	0.4599		4	11.5232	
3	263.06	1	42.4322	17.9968	17.016	1	2.1900	4.9330	1	15.483	0.7565	0.6484	1	3.8389	3.2902
		2	41.5989	17.6433		2	2.0050	4.5163	2	17.812	0.5907				
		3	40.1192	17.0157		3	2.0975	4.7246	3	17.175	0.6453				
		4	38.2183	16.2095		4	2.1986	4.9524	4	17.462	0.6662				
		5	38.2347	16.2165		5	1.9964	4.4969	5	17.942	0.5833		5	2.9597	
4	263.06	1	62.3786	26.4566	31.111	1	2.7758	6.2526	1	30.426	0.8736	0.7259	1	2.4246	2.01147
		2	58.537	24.8274		2	2.5280	5.6944	2	34.000	0.6950				
		3	78.799	33.4211		3	2.4172	5.4448	3	34.042	0.6478				
		4	74.270	31.5000		4	2.5730	5.7958	4	33.719	0.7154				
		5	91.321	38.732		5	2.6508	5.9710	5	34.564	0.7188				
		6	74.754	31.705		6	2.4961	5.6225	6	33.167	0.7050		6	1.9565	
5	253.16	1	116.172	49.272	47.811	1	2.7830	6.2688	1	48.722	0.7854	0.8222	1	1.4184	1.4849
		2	112.611	47.752		2	2.7489	6.1919	2	40.528	0.9577				
		3	107.212	45.472		3	2.6792	6.0348	3	22.505	0.9881				
		4	109.253	46.337		4	2.9286	6.5967	4	47.286	0.8516				
		5	120.048	50.916		5	2.6411	5.9491	5	50.800	0.7021				
		6	111.068	47.107		6	2.6414	5.9497	6	54.253	0.6484		6	1.1709	

W wyniku obliczeń wyznaczono  $a = 1.198$ ,  $b = 1.8$ .  
Ostatecznie funkcja opisująca przewodność przyjmie postać:

$$\lambda = \lambda_{pf} + \frac{1.198}{1 + \frac{1.8}{\lg|T - T_{pf} + 1|}} \quad [\text{W/mK}] \quad (3.18)$$

Drugim parametrem, dla którego poszukiwano postać funkcji opisującej jego zmiany jest efektywne ciepło właściwe. Jak zaznaczono w rozdz.2.3.2 (wzór (2.8)) jest ono funkcją wilgotności  $\omega$  i temperatury. Ze względu na to, że względna ilość wilgoci  $\omega$ , która ulega przemianie fazowej zależy od temperatury (2.1), poszukiwano wartości współczynników  $K_\omega$  i  $K'_\omega$  charakteryzujących intensywność przemiany fazowej wilgoci w miale węglowym. Ze względu na to, że wilgoć w miale węglowym tworzy roztwór eutektyczny z solami mineralnymi, zależność (2.1):

$$\omega = \frac{K_\omega}{1 + \frac{K'_\omega}{\lg|T - T_{pf} + 1|}}$$

powinna spełniać dwa warunki [61], a mianowicie

$$\lim_{T \rightarrow T_{pf}} \left( \frac{d\omega}{dT} \right)_T = 1 \quad (3.19)$$

co odpowiada największej szybkości wymrażania wilgoci w temperaturze przemiany fazowej (wymrażanie wilgoci o małym zasoleniu).  
oraz

$$\left( \frac{d\omega}{dT} \right)_{T \rightarrow T_{eut}} = 0 \quad (3.20)$$

co odpowiada całkowitemu wymrożeniu wilgoci w temperaturze eutektycznej.

Dla przyjętej postaci funkcji warunek (3.19) wyraża się tożsamością:

$$\frac{K_\omega \cdot K'_\omega}{2.303 (T - T_{pf} + 1)} \cdot \frac{1}{[\lg(T - T_{pf} + 1) + K'_\omega]^2} = 1$$

Po uwzględnieniu  $T = T_{pf}$  otrzymamy:

$$\frac{K_\omega \cdot K'_\omega}{2.303} \cdot \frac{1}{(K'_\omega)^2} = 1$$

Stąd

$$K_{\omega} = 2.303 \cdot K'_{\omega} \quad (3.21)$$

W ten sposób zależność (2.1) została sprowadzona do funkcji z jednym nieznanym współczynnikiem. Podstawiając zależność (2.1) do wzoru (2.8) otrzymano zależność:

$$c_{ef} = c_L \omega_0 \frac{K_{\omega}}{1 + \frac{K'_{\omega}}{\lg x}} + (1 - \omega_0) c_L + \left(1 - \frac{K_{\omega}}{1 + \frac{K'_{\omega}}{\lg x}}\right) \omega_0 c_w + \omega_0 r_z \frac{K_{\omega} K'_{\omega}}{2.303 (\lg x + K'_{\omega})^2} \quad (3.22)$$

gdzie:  $x = T - T_{pf} + 1$

po uwzględnieniu warunku (3.21) otrzymano równanie:

$$k_1 u^2 + k_2 u + k_3 = 0 \quad (3.23)$$

gdzie:

$$u = \frac{K'_{\omega}}{\lg x + K'_{\omega}}$$

$$k_1 = \frac{1}{x} c_{pf} \omega_0$$

$$k_2 = (c_L - c_w) \cdot \omega_0 \ln x$$

$$k_3 = (1 - \omega_0) c_L + \omega_0 c_w - c_{ef}$$

Dysponując wynikami pomiarów efektywnego ciepła właściwego  $c_{ef}$  (tabela 5) wyznaczono wartości  $u$  rozwiązując równanie (3.23), a następnie określono współczynniki  $K_{\omega}$   $K'_{\omega}$  dla każdej wartości  $c_{ef}$  i na tej podstawie wyznaczono wartości średnie  $K_{\omega}$  i  $K'_{\omega}$

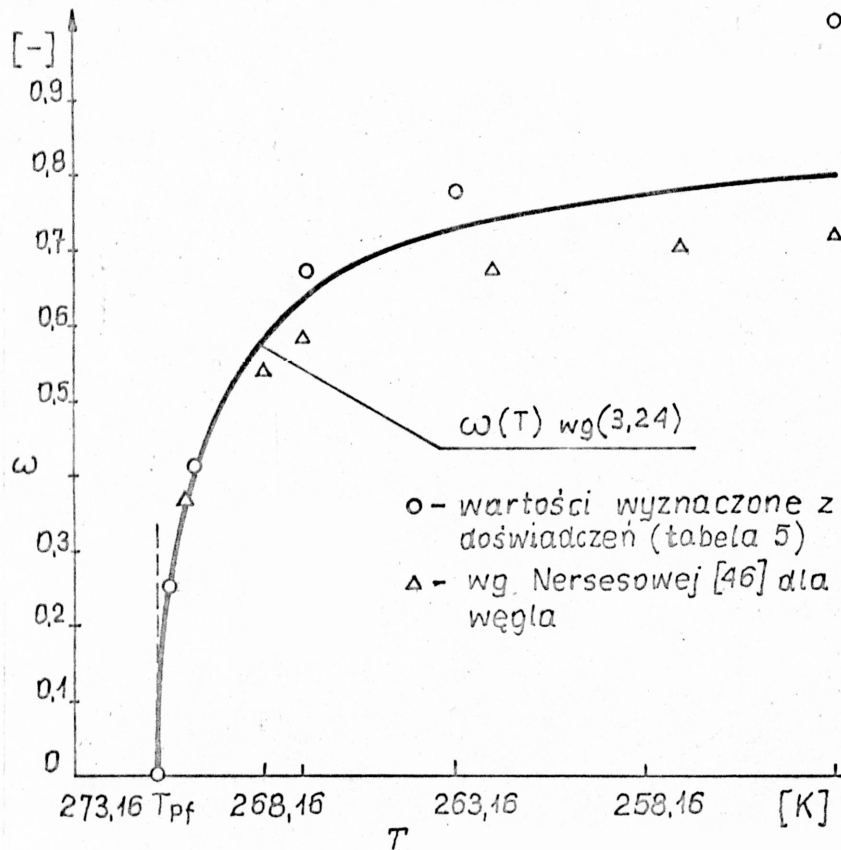
$$K_{\omega} = 1.116$$

$$K'_{\omega} = 0.519$$

Zależność (2.1) w przypadku miazgi węglowej ma postać:

$$\omega = \frac{1.116}{1 + \frac{0.519}{\lg |T - T_{pf} + 1|}} \quad (3.24)$$

Porównując wyniki obliczeń  $\omega$  - dla zmierzonych wartości  $c_{ef}$  - oraz wyniki obliczeń  $\omega$  na podstawie zależności (3.21) określono współczynnik korelacji  $R = 0.9316$ , co świadczy o dobrej zgodności funkcji (3.24) z funkcją rzeczywistą. Wyniki obliczeń  $\omega$  oraz wartości wyznaczone z pomiarów przedstawia rys.13.



Rys.13.

Przebieg wymrażania wilgoci w miale węglowym

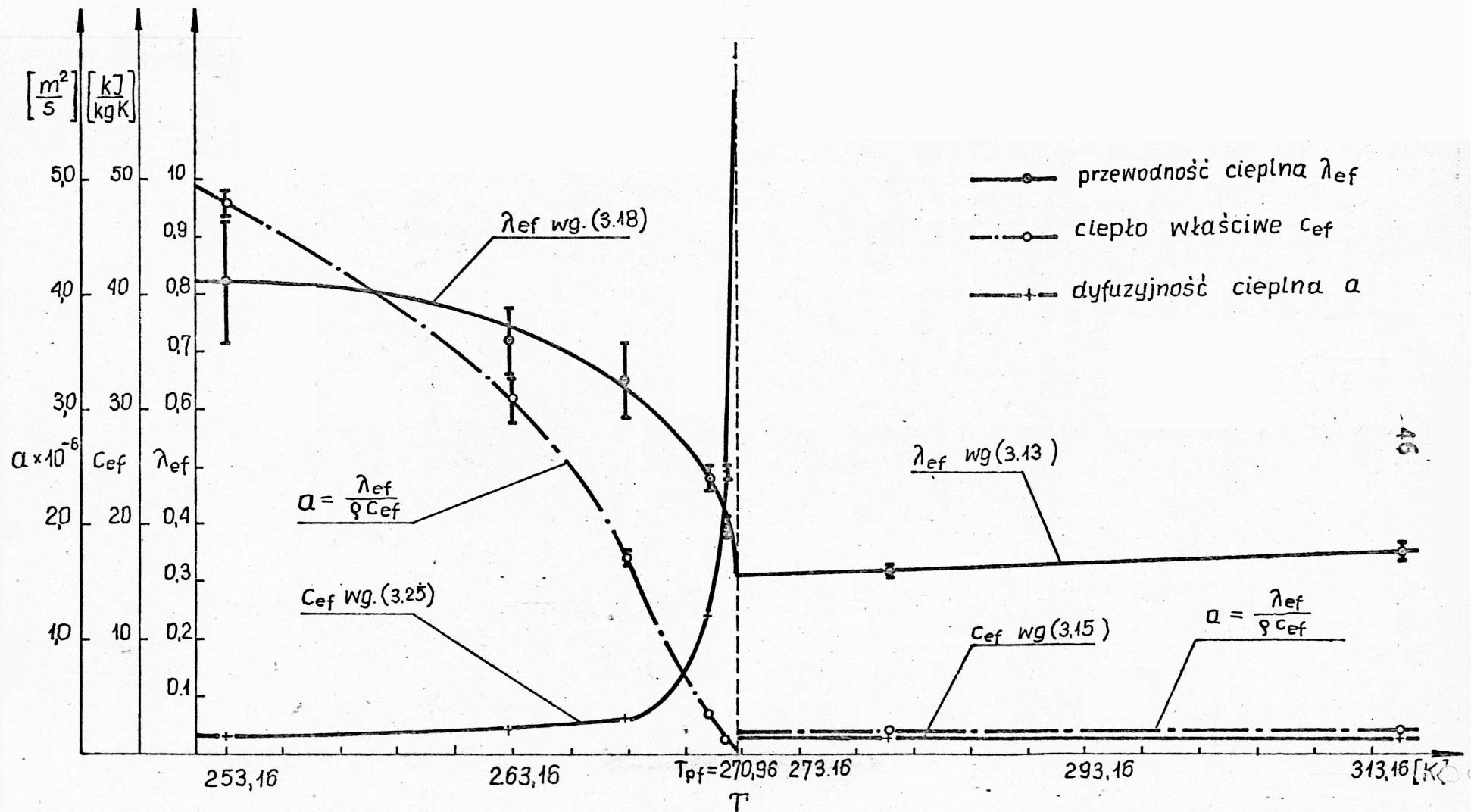
Ostatecznie zależność opisująca zmiany efektywnego ciepła właściwego miazgi węglowej w funkcji temperatury (rys.14) ma postać:

$$c_{ef} = c_L \omega_0 \omega + (1 - \omega_0) c_L + (1 - \omega) \omega_0 c_w + \omega_0 r_z \frac{K_\omega K'_\omega}{2.303 \cdot [\lg(T - T_{pf} + 1) + K'_\omega]^2} \quad \text{kJ/kgK} \quad (3.25)$$

gdzie:

- $\omega$  - wg zależności (3.21),
- $\omega_0$  - wilgotność względna,
- $c_L, c_L', c_w$  - ciepło właściwe; lodu, węgla, wody,
- $r_z$  - ciepło przemiany fazowej woda - lód.





Rys.14. Własności cieplne mialu węglowego o wilgotności  $\omega_0 = 0.17$  i gęstości  $\rho = 1157,935 \text{ kg/m}^3$

### 3.4. Podsumowanie

1. Ze względu na trudności utrzymania niezmiennych w czasie pomiarów w termostacie powietrznym warunków brzegowych, pomiary współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  na powierzchni kalorymetru powinny być prowadzone jednocześnie z pomiarami tempa chłodzenia kalorymetru z badaną próbką. Poprzez koordynację pomiarów zmniejszyć można błąd metody pomiarowej.
2. Podczas pomiarów dyfuzyjności cieplnej metodą  $a$  - kalorymetru pożądanym jest utrzymywanie stałej temperatury cieczy chłodzącej [14]. Stabilizacja temperatury jedynie za pomocą standardowego termostatu powietrznego ( $\pm 0.04$  K), jak wykazały próby (nie opisane w pracy), była niewystarczająca, co objawiało się dużymi zakłóceniami tempa chłodzenia. Dokładniejszą stabilizację można osiągnąć poprzez odpowiedni dobór mocy źródła ciepła lub chłodu, sterując mocą grzałek ultratermostatu poprzez autotransformator, a w przypadku źródła chłodu odpowiednio nastawiając zawór dławiący agregatu chłodniczego. Wydajność cieplna źródeł ciepła lub chłodu powinna być taka, aby przy ciągłej pracy pokrywała straty ciepła do otoczenia.
3. Przeprowadzone pomiary potwierdziły dotychczasowe opinie [23, 39, 46] o przebiegu zjawisk i charakterze funkcji w temperaturach ujemnych (rys.14).
4. Funkcje opisujące proces wymrażania wilgoci powinny spełniać warunki (3.19) i (3.20), co w przypadku funkcji  $\omega(T)$  o postaci (2.1) nakłada warunek (3.21) na współczynniki  $K_\omega$  i  $K'_\omega$ , dotychczas nie było to uwzględniane przy wyznaczeniu funkcji (2.1) (p.2.3).

## 4. OPIS MATEMATYCZNY PROCESÓW ZAMARZANIA I ROZMRAŻANIA

### 4.1. Możliwe odmiany opisu matematycznego przebiegu zamrażania i rozmrażania ładunku

Z krótkiego przeglądu znanych modeli obliczeniowych (p.2.6) wynikają różne możliwości opisu procesu zamrażania i rozmrażania. O złożoności i dokładności rozwiązania decydują założenia poczynione przy opisie matematycznym. W tabeli 6 zestawiono parametry wpływające na przebieg zamrażania i rozmrażania oraz sposoby ich uwzględnienia.

Możliwości opisu matematycznego przebiegów zamrażania i rozmrażania

Parametr wpływający na przebieg zamrażania i rozmrażania	Opis uproszczony	Opis dokładny
Wpływ ściany wagonu	Uwzględnienie poprzez zredukowany współczynnik $\alpha_z$ (5.4)	Uwzględnienie wielkości $s, \rho_s, c_s, T_n$
Przebieg przemiany fazowej	izotermiczny	nieizotermiczny
Wielkości charakteryzujące stan cieplny rozpatrywanego ośrodka $c_1, \rho_1, \lambda_1, c_2, \rho_2, \lambda_2$	stałe	zależne od temperatury
Wielkości charakteryzujące otoczenie $\alpha, T_g, q$	stałe	zmiennie
Wymiarowość ośrodka	jednowymiarowy	trójwymiarowy
Warunki początkowe	stałe $T(x,0) = T_{pocz}$	dowolne $T(x,0) = \psi(x)$

Ponadto możliwe są opisy uwzględniające częściowo charakter opisu dokładnego i uproszczonego. W niniejszej pracy zostaną przedstawione propozycje opisu uproszczonego i opisu dokładnego dla jednowymiarowego przypadku wymiany ciepła.

Podczas zamrażania i rozmrażania można wyróżnić trzy zasadnicze okresy:

1. Wstępne ochłodzenie lub ogrzewanie, które trwa do chwili osiągnięcia przez powierzchnię ładunku temperatury przemiany fazowej.
2. Okres wędrującego frontu przemiany fazowej - okres ten kończy się z chwilą całkowitego przejścia ośrodka w jedną z faz: zamrożoną lub rozmrożoną.
3. Okres przemarzania lub przegrzewania, podczas którego istnieje jedna faza w ośrodku. Stan taki występuje podczas długotrwałych przewozów w ostrych warunkach zimowych lub podczas rozmrażania, gdy proces ten jest kontynuowany bez potrzeby.

W zaproponowanym w pracy opisie uproszczonym (p.4.2) rozpatrzono dwa pierwsze okresy zamrażania i rozmrażania. Trzeci okres, tj. przemarzanie lub przegrzewanie nie był rozpatrywany ze względu na to, że występuje sporadycznie, a w przypadku przegrzewania jest technicznie nieuzasadniony.

Proponowany w pracy opis dokładny (p.4.3) umożliwi analizę zamrażania i rozmrażania we wszystkich trzech wymienionych wyżej okresach.



## 4.2. Opis uproszczony procesów zamrażania i rozmrażania

### 4.2.1. Wstępne ochładzanie lub ogrzewanie

W opisie uproszczonym wpływ ścian wagonu jak zaznaczono w tabeli 6 w niniejszej pracy proponuje się ująć za pośrednictwem zredukowanego współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_z$  na powierzchni ładunku - zależność (2.15). Pole temperatur w tym okresie proponuje się określić na podstawie znanych w teorii wymiany ciepła rozwiązań dla jednowymiarowych przypadków wymiany ciepła. Podczas zamrażania oraz rozmrażania w komorach konwekcyjnych i promiennikowych (warunki brzegowe III rodzaju (p.2.5)) pole temperatur określa zależność [37, 55]:

$$T(x, \tau) = T_g + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(T_{pocz} - T_g)}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \quad (4.1)$$

gdzie:

$\mu_n$  - wartości własne funkcji wyznaczone z równania

$$\operatorname{ctg} \mu_n = \frac{1}{B_1} \mu_n$$

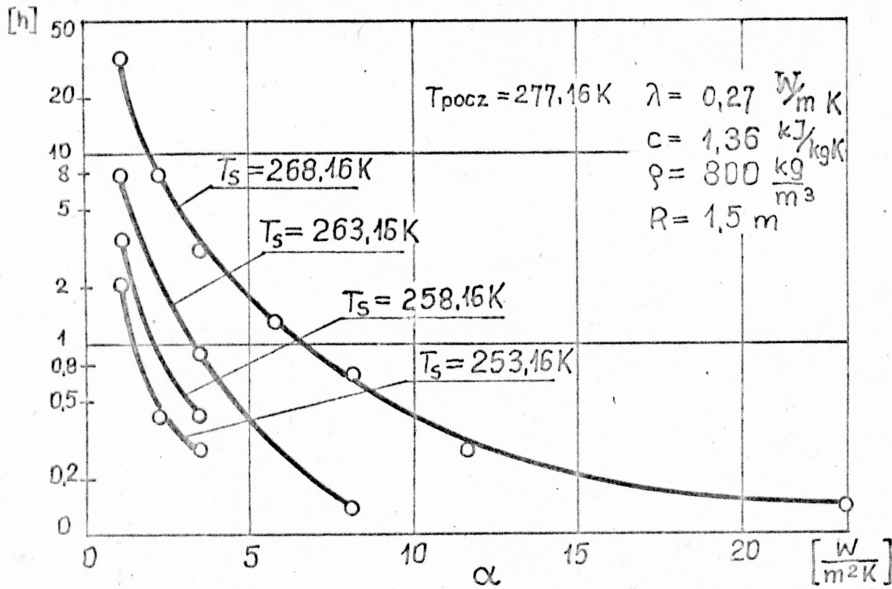
Przytoczona zależność jest słuszna przy założeniach:

- w chwili początkowej temperatura całego obszaru wynosi  $T(x, 0) = T_{pocz}$
- w rozpatrywanym przedziale czasu wartości  $\alpha_z$  i  $T_g$  - są stałe,
- własności cieplne rozpatrywanego ośrodka są w rozpatrywanym przedziale temperatur stałe.

Na wykresach (rys.15 i rys.16) przedstawiono wpływ warunków brzegowych oraz początkowych na czas ochładzania ładunku w wagonie. Obliczenia czasów ochładzania przeprowadzono na przykładzie węgla kamiennego. Ze względu na słabą zbieżność szeregu Fouriera w obliczeniach czasu  $\tau$  uwzględniono 100 wyrazów szeregu. Obliczenia przeprowadzono wg procedury # KWOB (Załącznik 4).

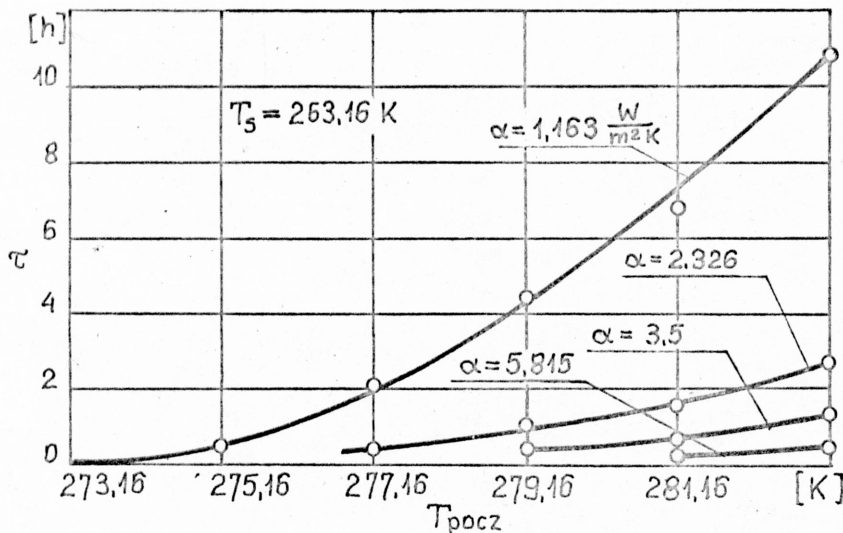
Z przedstawionych wykresów wynika wniosek, że przy małych wartościach  $\alpha_z$  okres ochładzania znacznie się wydłuża, co przy przewozach na krótkie odległości nie spowoduje zamrażania ładunku. Wartość współczynnika przejmowania ciepła zależy od prędkości jazdy i praktycznie mieści się w granicach 5-90 [W/m<sup>2</sup>K] (rys.7). Straty ciepła można obniżyć przez zastosowanie izolacji termicznej na ścianach. Przez zastosowanie izolacji z pianki poliuretanowej o grubości 40 mm i przewodności cieplnej  $\lambda = 0,05$  [W/m<sup>2</sup>K] zgodnie z zależnością





Rys.15.

Wpływ współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  oraz temperatury otoczenia  $T_s$  na czas ochładzania  $\tau$



Rys.16.

Wpływ temperatury początkowej  $T_{pocz}$  i współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  na czas ochładzania  $\tau$

(2.15) współczynnik  $\alpha_z$  dla podanych wyżej wartości obniży się do 1-1,24 [W/m<sup>2</sup>K]. Przeprowadzone pomiary w kopalni węgla brunatnego Fortuna [4] wykazały, że zastosowanie tego typu izolacji natryskiwanej na ściany wagonów wydłuża czas ochładzania ładunku przy temperaturze początkowej +2°C i temperaturze powietrza  $T_g = -4^\circ\text{C}$ , z 6 do 35 godzin.

Przeprowadzone na podstawie zależności (4.1) obliczenia okresu wstępnego ogrzewania ładunku dla typowych warunków rozmrażania w komorach konwekcyjnych lub promiennikowych wykazały, że okres ten jest stosunkowo krótki - rzędu kilkudziesięciu sekund. Podobne wartości otrzymali autorzy pracy [19].

W przypadku rozmrażania grzejnikami elektrycznymi, przy założeniu stałej mocy strumienia ciepła na powierzchni osrodka (wa-

runki brzegowe II rodzaju - p.2.5) rozkłady temperatur w tym okresie opisuje zależność [37, 55]:

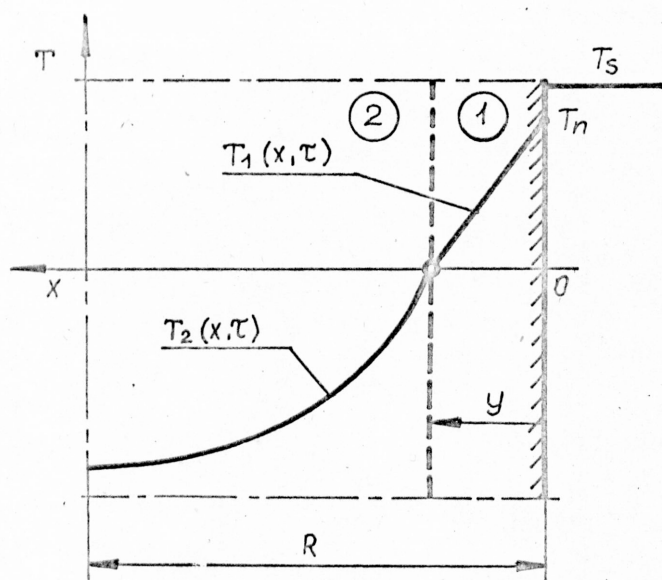
$$T(x, \tau) = T_{\text{pocz}} + \frac{q_c}{\lambda} \left[ \frac{Fo}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \frac{x}{R} \mu_n \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo) \right] \quad (4.2)$$

gdzie:

- $q_c$  - strumień ciepła na powierzchni,
- $Fo$  - liczba Fouriera,
- $\mu_n = n \cdot \pi$  - wartość własna funkcji.

Przeprowadzone obliczenia czasów ogrzewania w oparciu o zależność (4.2) wg procedury # KW09, wykazały że czasy ogrzewania są podobnie jak w przypadku warunków brzegowych III rodzaju - krótkie. Zważywszy jednak na fakt, że urządzenia rozmrażalnice pracujące na tej zasadzie (rozmrażanie oporowe, indukcyjne) charakteryzują się dużym zapotrzebowaniem energii (p.2.5), nawet stosunkowo krótkie czasy nie mogą być pominięte.

#### 4.2.2. Okres wędrującego frontu przemiany fazowej



Rys.17.

Rozkład temperatur w jednowymiarowym ośrodku z przemianą fazową

Rozkład temperatur w tym okresie procesu (rys.17) proponuje się opisać następującym układem równań:

$$\frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(x, \tau)}{\partial x^2} \quad 0 \leq x \leq y \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, \tau)}{\partial x^2} \quad y \leq x \leq R \quad (4.4)$$

$$T_2(x, \tau) \Big|_{\tau=0} = f(x) \quad (4.5)$$

$$\lambda_1 = \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \begin{cases} -q - \text{warunki II rodzaju} \\ \alpha_z (T_N - T_{pf}) - \text{warunki III rodzaju} \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=R} = 0 \quad (4.7)$$

$$T_1(x, \tau) \Big|_{x=y} = T_2(x, \tau) \Big|_{x=y} = T_{pf} \quad (4.8)$$

$$c_{pf} \rho \frac{dy}{d\tau} = \lambda_1 \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=y} - \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=y} \quad (4.9)$$

gdzie:

$$c_{pf} = \omega_0 \cdot r_z$$

- Indeksy 1 - dotyczą warstwy, o grubości  $y$ , która uległa przemianie fazowej, tj. zamrożeniu lub rozmrożeniu.  
2 - dotyczą warstwy, która jeszcze nie zamroziła lub nie rozmroziła się.

W trakcie obliczeń należy zwracać uwagę na znak wartości ciepła przemiany woda - lód  $r_z$ .

Jak zaznaczono w p.2.7 dokładność wyników obliczeń można podnieść przez zastąpienie równania (4.9) równaniem o postaci (2.20).

Wyrażając strumienie ciepła dopływające i odpływające w punkcie przemiany fazowej przez zmiany entalpii w obszarze zamrożonym i rozmrożonym otrzymamy:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=y} = \lambda_1 \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} - c_{1f} \rho \int_0^y \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} dx \quad (4.10)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=y} = c_{2f} \rho \int_y^R \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} dx \quad (4.11)$$

Uwzględniając że:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau}$$

otrzymamy:

$$\left[ c_{pf} \gamma + c_1 \gamma \int_0^y \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial y} dx + c_2 \gamma \int_y^R \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial y} dx \right] \frac{dy}{d\tau} = \lambda_1 \left. \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (4.12)$$

W tej postaci równanie (4.17) zostało zaproponowane przez Leybensona [27]. Rozwiązanie zagadnienia przy podanych założeniach dla przypadku zamrażania przy warunkach brzegowych III rodzaju podano w pracy [27]. Podobnie można przeprowadzić rozważania dla rozmrażania przy warunkach II rodzaju. Rozkłady temperatur w obszarze zamrożonym i rozmrożonym, przyjmuje się w takiej postaci, by spełniały one warunki graniczne, w przybliżeniu opisywały rzeczywiste rozkłady temperatur i były możliwie proste. W chwili początkowej w rozpatrywanym obszarze istnieje rozkład temperatur wynikający z zależności (4.1) lub (4.2) charakteryzujący końcową fazę ochładzania lub ogrzewania. Rozkłady te można aproksymować w przybliżeniu funkcją o postaci:

$$T_2(x, \tau) \Big|_{\tau=0} = f(x) = T_{pocz} + (T_{pf} - T_{pocz}) \left( \frac{R-x}{R} \right)^2 \quad (4.13)$$

Przyjmując liniowy rozkład temperatur w obszarze rozmrożonym po uwzględnieniu warunków (4.6) i (4.8) otrzymujemy:

- dla warunków III rodzaju:

$$T_1(x, \tau) = T_{pf} + \frac{T_s - T_{pf}}{\frac{\lambda_1}{\alpha_2} + y} (y - x) \quad (4.14)$$

- dla warunków II rodzaju:

$$T_1(x, \tau) = T_{pf} + \frac{q}{\lambda_1} (y - x) \quad (4.15)$$

W obszarze zamrożonym przyjęto rozkład temperatur w postaci wielomianu drugiego stopnia. Uwzględniając (4.5) i (4.8) i (4.13) po przekształceniach otrzymano:

$$T_2(x, \tau) = T_{pocz} + \frac{T_{pf} - T_{pocz}}{R} \left( y + \frac{R-x}{R-y} \right)^2 \quad (4.16)$$

Wstawiając wyznaczone zależności  $T_1(x, \tau)$  i  $T_2(x, \tau)$  do równania (4.12) oraz wykonując zaznaczone działania otrzymano równanie



różniczkowe:

- dla warunków III rodzaju:

$$d\tau = dy \left[ \frac{c_{pf} \cdot \vartheta}{\lambda_2 (T_S - T_{pf})} \left( \frac{\lambda_2}{\alpha} + y \right) - \frac{c_2 \vartheta}{2 \lambda_2} \left( 1 + \frac{\lambda_2}{\alpha^2 \left( \frac{\lambda_2}{\alpha} + y \right)} \right) \left( \frac{\lambda_2}{\alpha} + y \right) + \frac{2 c_1 \vartheta (T_{pf} - T_{pocz})}{3 \lambda_2 R (T_{pf} - T_S)} (R - y) \left( \frac{\lambda_1}{\alpha} + y \right) \right] \quad (4.17)$$

- dla warunków II rodzaju:

$$d\tau = dy \left[ \frac{c_{ef} \cdot \vartheta}{q} + \frac{c_2 \vartheta}{\lambda_2} y + \frac{2 c_1 \vartheta}{3 R q} (T_{pocz} - T_{pf}) (R - y) \right] \quad (4.18)$$

Po scałkowaniu równania (4.17) otrzymano:

$$\tau = \frac{y}{2} \left( \frac{2 \lambda_1}{\alpha_2} + y \right) (A + CR) - B \ln \left( 1 + \frac{\alpha_2 y}{\lambda_1} \right) - C y^2 \left( \frac{\lambda_1}{2 \alpha_2} + \frac{y}{3} \right) \quad (4.19)$$

$$A = \frac{c_{pf} \cdot \vartheta}{\lambda_1 (T_{pf} - T_S)} + \frac{c_1 \vartheta}{2 \lambda_1}$$

$$B = \frac{c_1 \vartheta \lambda_1}{2 \alpha_2^2}$$

$$C = \frac{2 c_2 \vartheta (T_{pocz} - T_{pf})}{3 R \lambda_1 (T_{pf} - T_S)}$$

Po scałkowaniu równania (4.18) otrzymano:

$$\tau = (A + CR) y + (B - C) \frac{y^2}{2} \quad (4.20)$$

$$A = \frac{c_{pf} \vartheta}{q}; \quad B = \frac{c_2 \vartheta}{2}; \quad C = \frac{2 c_1 \vartheta (T_{pocz} - T_{pf})}{3 R q}$$

Otrzymane zależności pozwalają w przybliżeniu oszacować czas rozmrażania lub zamrażania w funkcji parametrów charakteryzujących te procesy.

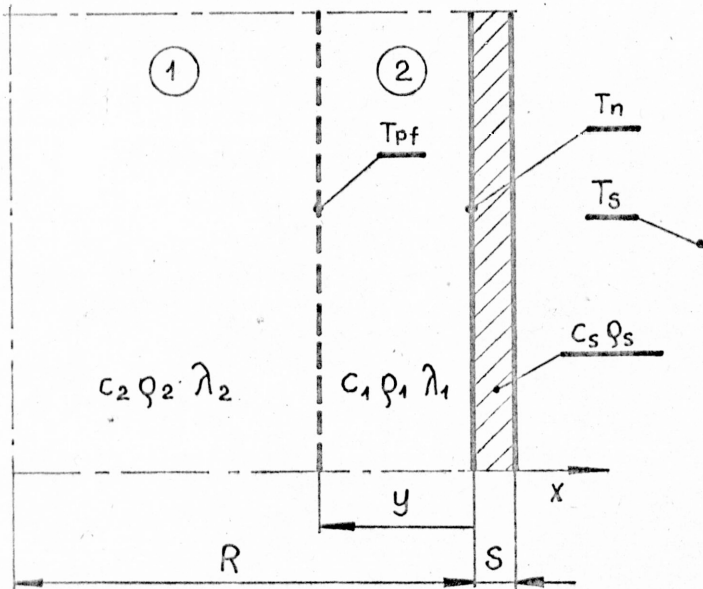
Zależności opisujące rozkłady temperatur zwłaszcza w obszarze rozmrożonym przyjęte jako funkcje liniowe mogą odbiegać od rzeczy-

wistych rozkładów temperatur, ze względu jednak na to, że w rozwiązaniu zagadnienia posłużono się zależnością (4.12) zamiast (4.9) błąd rozwiązania powinien być mniejszy.

#### 4.3. Opis dokładny procesów zamarzania i rozmrażania

W dokładnym opisie matematycznym uwzględniono warunki podane w tabeli 6, przy czym model dotyczy jednowymiarowego procesu wymiany ciepła, co zostało uzasadnione w p.2.5.

Schemat badanego obszaru przedstawiono na rys.18



Rys.18.

Schemat rozpatrywanego obszaru

- 1 - obszar niezamrożony lub nierozmrożony,
- 2 - obszar zamarznięty lub rozmrożony
- s - ściana wagonu

#### Opis matematyczny

$$\rho_1 c_1(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_1(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right) \quad R - y \leq x \leq R \quad (4.21)$$

$$\rho_2 c_2(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_2(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right) \quad 0 \leq x \leq R - y \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \bar{c}_1 \bar{T}_1 \rho_1 y + \bar{c}_2 \bar{T}_2 \rho_2 (R - y) + c_s \rho_s s T_n \right] = \begin{cases} -q - \text{warunki II} \\ \text{rodzaju} \\ \alpha(T_n - T_s) \text{ warunki III} \\ \text{rodzaju} \end{cases} \quad (4.23)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=R} - c_B \rho_B s \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \begin{cases} -q & \text{- warunki II rodzaju} \\ \alpha (T_n - T_B) & \text{warunki III rodzaju} \end{cases} \quad (4.24)$$

$$\left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (4.25)$$

$$T_1(x, \tau) \Big|_{x=y-0} = T_2(x, \tau) \Big|_{x=y+0} = T_{pf} \quad (4.26)$$

$$T(x, \tau) \Big|_{\tau=0} = f(x) \quad (4.27)$$

W proponowanym opisie matematycznym wpływ ścian wagonu został uwzględniony w równaniach (4.23) i (4.24). W opisie tym przyjęto, że temperatura stalowej ściany wagonu jest jednakowa na grubości ściany. Założenie to nie wprowadza dużych rozbieżności.

Równanie (4.23) stanowi zmodyfikowaną postać równania (4.12), w którym niezotermiczny proces wymrażania wilgoci został uwzględniony w średnim cieple właściwym (efektywne ciepło właściwe - p.2.3.2). W równaniu tym uwzględniono zmiany entalpii ścian wagonu, a strumienie ciepła na brzegu obszaru wyrażono za pomocą warunków zewnętrznych.

Przedstawiony przebieg wymiany ciepła jest opisany równaniami różniczkowymi cząstkowymi o nieciągłych i nieliniowych współczynnikach.

Symbole  $\bar{c}$  i  $\bar{T}$  - oznaczają średnie wartości całkowe efektywnego ciepła właściwego i temperatury.

#### 4.3.1. Opis metody rozwiązania

Z omówionych w p.2.6 metod rozwiązywania nieliniowych zagadnień wymiany ciepła do rozwiązania układu równań (4.21-4.27) wybrano metodę różnic skończonych. W rozpatrywanym zagadnieniu pole temperatur rozpatruje się w funkcji współrzędnych oraz czasu. W przypadku jednowymiarowego przewodzenia ciepła, badany obszar można określić jako:

$$\bar{D} = \left\{ 0 \leq x \leq R, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_k \right\}$$

Zgodnie z zasadą metody różnic skończonych badany obszar pokrywa się siatką różnicową dzieląc odcinek  $0 \leq x \leq R$  na  $n$  równych części o długości  $h$  punktami  $x_1 = (i-1)h$ ,  $x_n = R$ ,  $i = 2 \dots n$ . Odstęp czasu  $0 \leq \tau \leq \tau_{1,k}$  dzieli się na  $l$  części o długości  $k$

$$\tau_l = l \cdot k \quad l = 0 \dots l_k$$

Pochodną funkcji wzdłuż długości z dowolną dokładnością można obliczyć na podstawie rozwinięcia funkcji w szereg Taylora w otoczeniu punktu badanego ( $x+h$  i  $x-h$ ), gdzie  $h$  jest dowolnie małą wartością; wtedy dla punktu  $x+h$

$$T(x+h, \tau) = T(x, \tau) + h \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 T}{\partial x^3} + \dots \quad (4.28)$$

dla punktu  $x-h$

$$T(x-h, \tau) = T(x, \tau) - h \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 T}{\partial x^3} + \dots \quad (4.29)$$

Przy małych wartościach  $h$  wystarczy wziąć pod uwagę jedynie trzy pierwsze wyrazy szeregu, odrzucona reszta szeregu  $R(h^2)$  będzie mniejsza od  $h^2$ , co w praktycznych obliczeniach jest wystarczające. W obliczeniach wykorzystuje się ilorazy przednie, wsteczne i centralne. Dla przypadku pochodnej temperatury względem współrzędnej  $x$  iloraz różnicowy przedni wyraża się zależnością:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x+h, \tau) - T(x, \tau)}{h} + R(h^2) \quad (4.30)$$

iloraz wsteczny ma postać:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x, \tau) - T(x-h, \tau)}{h} + R(h^2) \quad (4.31)$$

iloraz centralny można otrzymać jako zmianę wartości funkcji na odcinku  $2h$  odejmując od siebie stronami równania (4.28) i (4.29) z ograniczeniem do 3 pierwszych wyrazów szeregu.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x+h, \tau) - T(x-h, \tau)}{2h} + R(h^3) \quad (4.32)$$

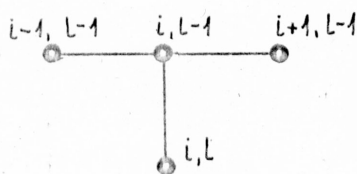
Podobnie można skonstruować różnicę centralną aproksymującą pochodną drugiego rzędu.



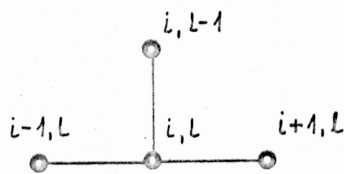
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T(x+h, \tau) - 2T(x, \tau) + T(x-h, \tau)}{h^2} + R(h^4) \quad (4.33)$$

Z analiz stabilności rozwiązań [7, 45, 61] wynika, że najbardziej stabilne są rozwiązania oparte na równaniach, w których użyto ilorazów centralnych. W oparciu o te ilorazy buduje się schematy różnicowe jawne, niejawne i jawno-niejawne (rys.19).

a)



b)



Rys.19. Schematy różnicowe a - jawny, b - niejawny

#### Schemat jawny

Ilorazy różnicowe wg tego schematu mają postać:

$$\frac{\partial T_{i,l}}{\partial \tau} = \frac{T_{i,l} - T_{i,l-1}}{k} + \varepsilon_1$$

$$\frac{\partial^2 T_{i,l-1}}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1,l-1} - 2T_{i,l-1} + T_{i+1,l-1}}{h^2} + \varepsilon_2$$

gdzie:  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  są błędami aproksymacji.

Równanie przewodnictwa cieplnego o stałych współczynnikach zapisane przy użyciu schematu jawnego przyjmuje postać:

$$\frac{T_{i,l} - T_{i,l-1}}{k} + \varepsilon_1 = a \left( \frac{T_{i-1,l-1} - 2T_{i,l-1} + T_{i+1,l-1}}{h^2} + \varepsilon_2 \right)$$

Użycie w obliczeniach schematu jawnego pozwala wyznaczyć na podstawie znajomości rozkładu temperatur w chwili poprzedniej temperaturę w danym punkcie pola  $T_{i,l}$  w chwili następnej (rys.19a):

$$T_{i,l} = \left( 1 - \frac{2ak}{h^2} \right) T_{i,l-1} + \frac{ak}{h^2} (T_{i-1,l-1} + T_{i+1,l-1}) + kR$$

gdzie:  $R = a \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ .

Schematy te są wygodne w obliczeniach, ich wadą jest niestabilność rozwiązań przy nieprawidłowo dobranych krokach  $h$  i  $k$ , co zostanie dokładniej omówione w p.4.3.6.

Schemat niejawnny

Ilorazy różnicowe dla tego schematu mają postać:

$$\frac{\partial T_{i,l}}{\partial \tau} = \frac{T_{i,l} - T_{i,l-1}}{k} + \varepsilon_1$$

$$\frac{\partial^2 T_{i,l}}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1,l} - 2T_{i,l} + T_{i+1,l}}{h^2} + \varepsilon_2$$

Równanie przewodnictwa cieplnego w tym przypadku przyjmie postać

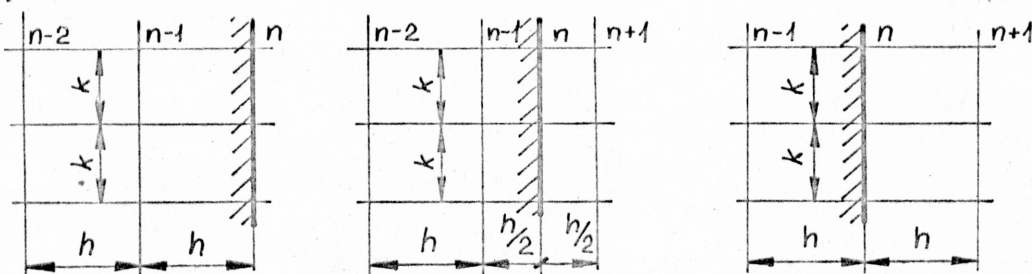
$$\frac{T_{i,l} - T_{i,l-1}}{k} + \varepsilon_1 = a \left( \frac{T_{i-1,l} - 2T_{i,l} + T_{i+1,l}}{h^2} + \varepsilon_2 \right)$$

Zgodnie z podanym równaniem wartość temperatury w punkcie  $T_{i,l}$  jest uzależniona od temperatury w tym punkcie w poprzedniej chwili  $T_{i,l-1}$  oraz od temperatury w sąsiednich punktach  $T_{i-1,l}$  i  $T_{i+1,l}$  (rys.19b). W celu określenia temperatury w danym punkcie należy ułożyć równania dla wszystkich punktów "i" rozpatrywanego układu.

Wynik uzyskuje się poprzez rozwiązanie układu równań. Zaletą schematów jawnych jest ich absolutna stabilność, niezależnie od wartości kroków  $h$  i  $k$ .

Schematy jawno-niejawne

Obliczenia według tej zasady polegają na wyznaczaniu temperatury w kolejnych punktach na przemian wg schematu jawnego i niejawnego. Oddzielny problem stanowią obliczenia wartości temperatur na brzegu obszaru  $\bar{D}$ . Wykorzystuje się wtedy z warunki brzegowe. W celu uzyskania prawidłowych wyników na brzegu obszaru, stosuje się różne podziały strefy przybrzegowej siatką różnicową (rys.20).



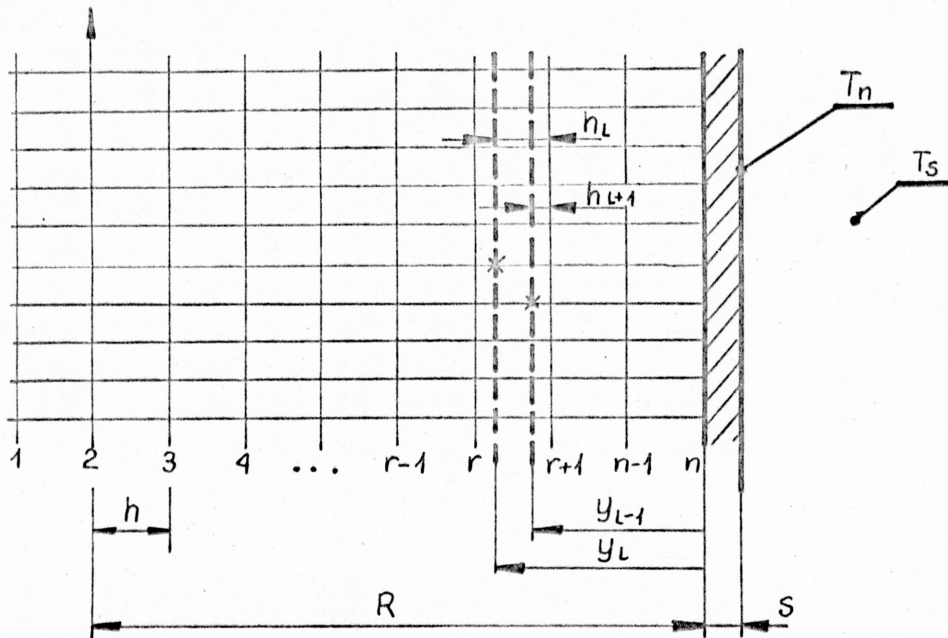
Rys.20. Schematy siatek różnicowych

- a) zwykła,
- b) Schmidta,
- c) amerykańska.

Z obliczeń przeprowadzonych w pracy [61] wynika, że zadowalające wyniki uzyskuje się dla siatki zwykłej, przy czym w rozważaniach należy uwzględnić akumulację ciepła w warstwie przybrzegowej.

#### 4.3.2. Opis różnicowy procesu zamrażania i rozmrażania

Badany obszar  $\bar{D} \{0 \leq x \leq R, 0 \leq \tau \leq \tau_k\}$  podzielono na  $n$  części (rys.21) po współrzędnej  $x$  i przyjęto krok czasowy  $k$  dyskretyzując zmienną  $\tau$ .



Rys.21.

Schemat siatkowy obszaru z przerwą fazową

$$0 \leq x \leq R \quad x_i = (i-1) h \quad h = \frac{R}{n-2}$$

$$i = 1 \dots n$$

$$0 \leq \tau \leq \tau_{\max} \quad \tau_l = l k \quad l = \frac{\tau_{\max}}{k_{\max}}$$

$$l = 0 \dots l_{\max}$$

Przyjęty do rozwiązań opis matematyczny (4.21)-(4.27) w zapisie różnicowym wyrazi się następująco:

- równanie przewodnictwa cieplnego - schemat jawny,

$$(\rho c_j)_{i,l-1} \delta_\tau T_{i,l} = (\lambda_j)_{i,l-1} \delta_{xx} T_{i,l-1} + \delta_x (\lambda_j)_{i,l-1} \delta_x T_{i,l-1} \quad (4.34)$$

- równanie propagacji izotermy początku przemiany fazowej,

$$\delta_\tau \left[ \bar{c}_1 \bar{T}_1 (R-y) \rho_1 + \bar{c}_2 \bar{T}_2 y \rho_2 + c_s \gamma_s s \cdot T_n \right] = \begin{cases} -q & \text{warunki II rodzaju} \\ \alpha_z (T_n - T_s) & \text{war. III rodzaju} \end{cases} \quad (4.35)$$

$$\begin{array}{lll}
 y = 0 & i = 1 \dots n-1 & j = 1 \\
 0 < y < h & i = 1 \dots n-2 & j = 1 \\
 h < y < 2h & i = 1 \dots n-3 & j = 1 \\
 2h < y < R & i = 1 \dots r-1 & j = 1, \quad i = r+2 \dots n-1 \quad j = 2
 \end{array}$$

warunek brzegowy,

$$-(\lambda_j)_{n,1} \delta_x T_{n,1} - \rho_s c_s s \delta_t T_{n,1} = \begin{cases} -q_1 - \text{warunki II rodzaju} \\ \alpha_1 (T_{n,1} - T_{s,1}) \text{ war. III rodz.} \end{cases}$$

równanie przewodnictwa cieplnego - schemat niejawny,

(4.36)

$$(\rho c_j)_{i,1} \delta_t T_{i,1} = (\lambda_j)_{i,1} \delta_{xx} T_{i,1} + \delta_x (\lambda_j)_{i,1} \delta_x T_{i,1} \quad (4.37)$$

$$0 < y < h \quad i=r \quad j=1, \quad T_{2,1} < T_{pf} \quad i=1 \dots n-1 \quad j=2$$

$$h < y < R - h \quad i=r \quad j=1, \quad i=r+2 \quad j=2$$

warunek symetryczności rozkładu temperatur,

$$T_{1,1} = T_{3,1} \quad (4.38)$$

warunek ciągłości pola temperatur,

$$T(y, \tau) = T_{pf} \quad (4.39)$$

warunek początkowy,

$$T_{i,0} = \psi(x) \quad (4.40)$$

W powyższych równaniach  $\bar{c}$ ,  $\bar{T}$  oznaczają średnie wartości całkowe.

Indeksem  $j = 1$  lub  $2$  oznaczono odpowiednio 1 - obszar, który uległ przemianie fazowej, tj. zamrożeniu lub rozmrożeniu.

2 - obszar, który ulega przemianie fazowej, zamraża lub rozmraża się. indeksem  $r$  - oznaczono węzeł siatki różnicowej poprzedzającej front przemiany fazowej.



### 4.3.3. Opis algorytmu obliczeń

#### Ośrodek jednofazowy

Rozkład temperatur w chwili  $l = 1$  dla punktów  $i = 2 \dots n - 1$  wyznacza się z warunku początkowego (4.40) wykorzystując zależność (4.34) opartą na schemacie jawnym

$$T_{i,l} = T_{i,l-1} + \frac{k}{(\rho_j c_j)_{i,l-1}} \left( (\lambda_j)_{i,l-1} \delta_{xx} T_{i,l-1} + \delta_x T_{i,l-1} \delta_x (\lambda_j)_{i,l-1} \right) \quad (4.41)$$

gdzie:

$$\delta_\tau T_{i,l} = \frac{T_{i,l} - T_{i,l-1}}{K}$$

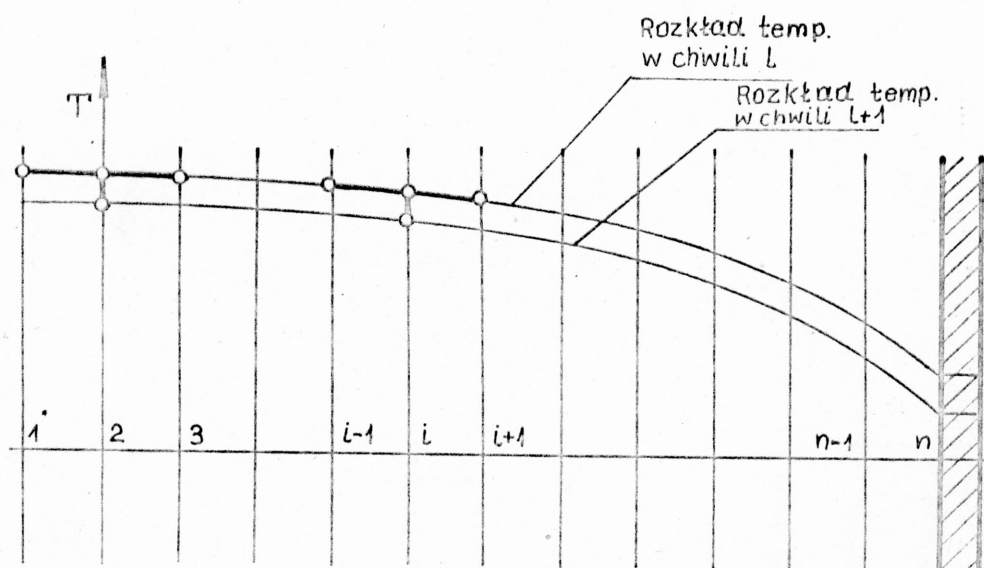
$$\delta_x T_{i,l-1} = \frac{T_{i+1,l-1} - T_{i-1,l-1}}{2h}$$

$$\delta_x (\lambda_j)_{i,l-1} = \frac{\lambda_{i+1,l-1} - \lambda_{i-1,l-1}}{2h}$$

$$\delta_{xx} T_{i,l-1} = \frac{T_{i+1,l-1} - 2T_{i,l-1} + T_{i-1,l-1}}{h^2}$$

Temperaturę w środku obszaru (punkt  $i = 2$ ) wyznacza się uwzględniając warunek symetryczności (4.38) (rys.22)

$$T_{1,l} = T_{3l}$$



Rys.22. Przykładowy rozkład temperatur w jednowymiarowym obszarze (ochładzanie)

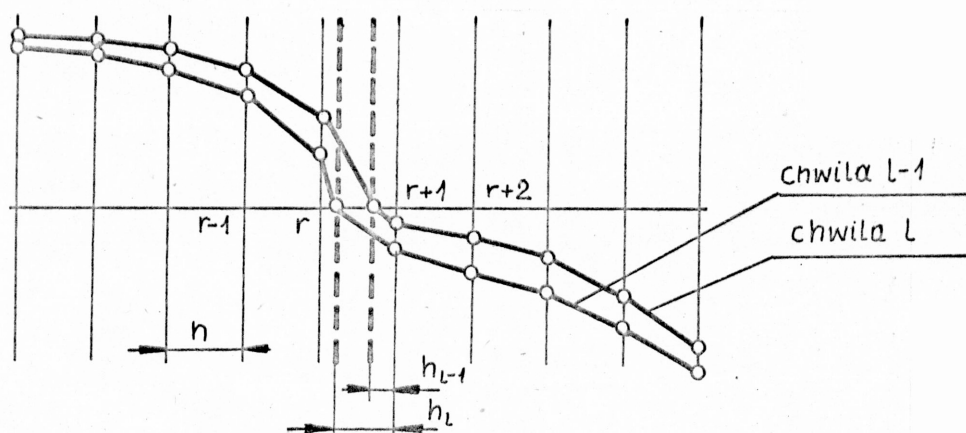
Zgodnie z przedstawionym przebiegiem procesów zamrażania i rozmrażania (p.4.1), okres wstępnego ochładzania lub ogrzewania kończy się z chwilą osiągnięcia przez powierzchnię badanego ośrodka temperatury przemiany fazowej. Jednocześnie powstaje nowa faza (ośrodek dwufazowy) o innych własnościach cieplnych  $\gamma_2 c_2 \lambda_2$ . Aby zachować dokładność obliczeń istotne jest określenie okresu zakończenia procesu wstępnego ochładzania lub ogrzewania.

W tym celu zastosowano zmienny w poszczególnych iteracjach krok czasowy  $k$

$$k = k \frac{T_{n,l-1} - T_{pf}}{T_{n,l-1} - T_{n,l}} \quad (4.42)$$

Wyępujące we wzorze wartości  $T_{n,l-1}$  - odnoszą się do rozkładu temperatur w poprzedniej chwili iteracyjnej, dopiero końcowe wyniki, po spełnieniu warunku dokładności obliczeń są rejestrowane.

#### Ośrodek dwufazowy



Rys.23. Schemat rozkładu temperatur w ośrodku dwufazowym w pobliżu granicy rozdziału faz

Ta faza procesu charakteryzuje się wędrującym w czasie frontem przemiany fazowej. Wędrująca granica rozdziału faz zajmuje w poszczególnych chwilach  $l$  położenia pomiędzy węzłami siatki różnicowej. Z tego powodu schematy różnicowe dla punktów przygranicznych:  $r$ ,  $r+1$  frontowi przemiany fazowej (rys.23) mają nieco inną postać niż podano w p.4.3.2.

#### Wzory obliczeniowe

W obszarze dwufazowym podobnie jak dla obszaru jednofazowego temperaturę w punktach  $i=2 \dots r-1$  i  $r+2 \dots n-1$  wyznacza się z zależnościami (4.41).

Temperatura lewostronnej granicy rozdziału faz (punkt  $i=r$ )

W pierwszym przybliżeniu temperaturę w tym punkcie można wyznaczyć z zależności (4.41), przy czym ilorazy różnicowe występujące w tej zależności mają postać:

$$\delta_{\tau} T_{i,l} = \frac{T_{r,l} - T_{r,l-1}}{k}$$

$$\delta_x T_{i,l-1} = \frac{T_{pf} - T_{r-1,l-1}}{2h - h_{l-1}}$$

$$\delta_x(\lambda_j)_{i,l-1} = \frac{\lambda_{pf} - \lambda_{r-1,l-1}}{2h - h_{l-1}}$$

$$\delta_{xx} T_{i,l-1} = \frac{T_{pf} - T_{r,l-1}}{h - h_1} - \frac{T_{r,l-1} - T_{r-1,l-1}}{h}$$

Dokładną wartość temperatury w punkcie  $i = r$  wyznacza się z zależności opartej na schemacie niejawnym (4.37), w której:

$$\delta_{\tau} T_{i,l} = \frac{T_{r,l} - T_{r,l-1}}{k}$$

$$\delta_x T_{i,l} = \frac{T_{pf} - T_{r-1,l}}{2h - h_1}$$

$$\delta_{xx} T_{i,l} = \frac{T_{pf} - T_{r,l}}{h - h_1} - \frac{T_{r,l} - T_{r-1,l}}{h}$$

$$\delta_x(\lambda_j)_{i,l} = \frac{\lambda_{pf} - (\lambda_j)_{r,l}}{h - h_1} - \frac{(\lambda_j)_{r,l} - (\lambda_j)_{r-1,l}}{h}$$

ostatecznie

$$T_{r,l} = \frac{\frac{(\rho c_j)_{r,l}}{k} T_{r,l-1} + \frac{2(\lambda_j)_{r,l}}{2h - h_1} \left( \frac{T_{pf}}{h - h_1} + \frac{T_{r-1,l}}{h} \right) + \frac{(T_{pf} - T_{r-1,l})(\lambda_{pf} - \lambda_{r-1,l})}{(2h - h_1)^2}}{\frac{(\rho c_j)_{r,l}}{k} + \frac{2(\lambda_j)_{r,l}}{h(h - h_1)}} \quad (4.43)$$

Temperatura prawostronnej granicy rozdziału faz (punkt  $i=r+1$ )

W pierwszym przybliżeniu jest wyznaczana z zależności (4.41), w której:

$$\delta_{\tau} T_{i,l} = \frac{T_{r+1,l} - T_{r+1,l-1}}{k}$$

$$\delta_x T_{i,l-1} = \frac{T_{r+2,l-1} - T_{pf}}{h + h_{l-1}}$$

$$\delta_x (\lambda_j)_{i,l-1} = \frac{(\lambda_j)_{r+2,l-1} - \lambda_{pf}}{h + h_{l-1}}$$

$$\delta_{xx} T_{i,l-1} = \frac{T_{r+2,l-1} - T_{r+1,l-1}}{h} - \frac{T_{r+1,l-1} - T_{pf}}{h_{l-1}}$$

Dokładną wartość temperatury w punkcie  $i=r+1$  wyznacza się z zależności opartej na schemacie niejawnym (4.37) w której:

$$\delta_{\tau} T_{i,l} = \frac{T_{r+1,l} - T_{r+1,l-1}}{k}$$

$$\delta_x T_{i,l-1} = \frac{T_{r+2,l} - T_{pf}}{h + h_l}$$

$$\delta_x (\lambda_j)_{i,l} = \frac{(\lambda_j)_{r+2,l} - \lambda_{pf}}{h + h_l}$$

$$\delta_{xx} T_{i,l} = \frac{T_{r+2,l} - T_{r+1,l}}{h} - \frac{T_{r+1,l} - T_{pf}}{h_l}$$

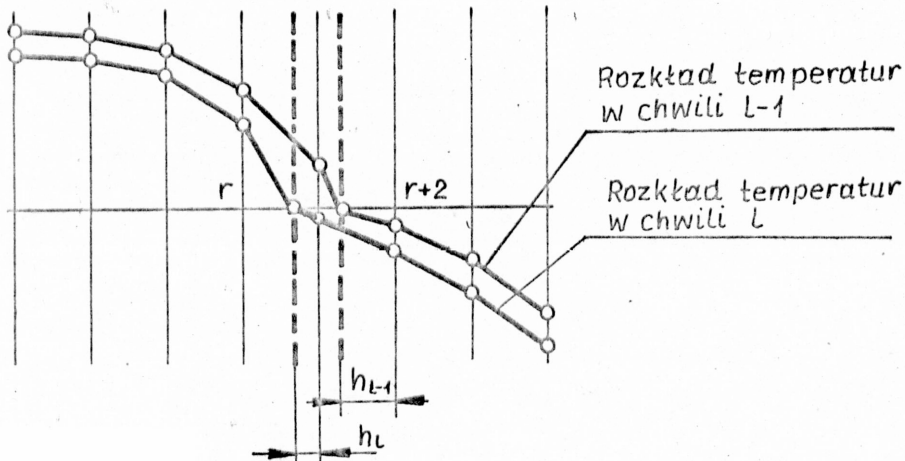
po przekształceniach otrzymano:

$$T_{r+1,l} = \frac{\frac{(\rho c_j)_{r+1,l} T_{r+1,l}}{k} + \frac{2(\lambda_j)_{r+1,l} (T_{r+2,l} - T_{pf})}{h + h_l} + \frac{(T_{r+2,l} - T_{pf})(\lambda_j)_{r+1,l} - \lambda_{pf}}{(h + h_l)^2}}{\frac{(\rho c_j)_{r+1,l}}{k} + \frac{2(\lambda_j)_{r+1,l}}{h \cdot h_l}} \quad (4.44)$$



Struktura podanych wzorów ulega zmianie w przypadku przekraczania węzła siatki przez front przemiany fazowej. Obliczenia dla lewostronnej granicy rozdziału faz (punkt  $r$  - (rys.23)) przeprowadza się wg zależności (4.41) i (4.43).

Wartości temperatur prawostronnej granicy rozdziału faz (punkt  $r+1$ ) dla przypadku przekraczania węzła przez front przemiany wyznacza się stosując interpolację liniową [61, 64] (rys.24).



Rys.24.  
Schemat rozkładu temperatur przy przekraczaniu węzła siatki

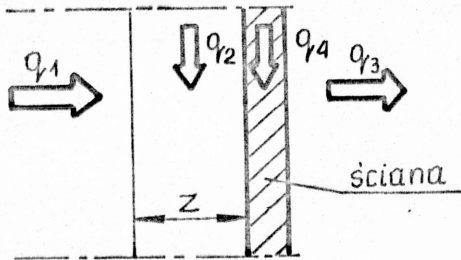
$$\frac{T_{pf} - T_{r+2,l}}{h + h_1} = \frac{T_{pf} - T_{r+1,l}}{h_1} \quad (4.45)$$

Stąd

$$T_{r+1,l} = T_{pf} - \frac{T_{pf} - T_{r+2,l}}{h + h_1} h_1 \quad (4.46)$$

#### Temperatura powierzchni obszaru

W rozpatrywanym procesie zamrażania ładunku podczas transportu wymiana ciepła przebiega wg warunków brzegowych III rodzaju. W procesie rozmrażania w zależności od sposobu rozmrażania wymiana ciepła zachodzi wg warunków II rodzaju, III rodzaju lub warunków mieszanych, jak o tym była mowa w p.2.5. W bilansie ciepła (4.36) dla przybrzegowej warstwy ośrodka bierze się pod uwagę strumień ciepła  $q_1$ , wnikający lub odprowadzany z badanego obszaru w głąb ośrodka, strumień ciepła  $q_3$  wymieniany przez badany ośrodek z otoczeniem, zmianę entalpii ścian wagonu  $q_4$  oraz zmianę entalpii warstwy ośrodka o grubości  $z$  (rys.25).



Rys.25.

Schemat warstwy przybrzegowej ośrodka

$$q_1 + q_2 + q_4 = q_3 \quad (4.47)$$

gdzie:

$$q_1 = -(\bar{\lambda}_j) \frac{T_{n,l} - T_{n-1,l}}{z}$$

$$z = h \quad \text{gdy; } y = 0, \quad y > h$$

$$z = y = h_1 \quad \text{gdy; } y \leq h$$

$(\bar{\lambda}_j)$  oznacza wartość średnią przewodności cieplnej warstwy o grubości  $z$ , przy temperaturze:

$$\bar{T} = \frac{T_{n,l} + T_{n-1,l}}{2}$$

$$q_2 = \varphi_j z \frac{1}{k} \left( \bar{c}_1 \frac{T_{n,l} + T_{n-1,l}}{2} - \bar{c}_{1-1} \frac{T_{n,l-1} + T_{n-1,l-1}}{2} \right)$$

gdzie:  $\bar{c}$  - średnia wartość ciepła właściwego warstwy o grubości  $z$

$$q_4 = \varphi_s c_s s \frac{T_{n,l} - T_{n,l-1}}{k}$$

$$q_3 = \begin{cases} -q_1 - \text{warunki II rodzaju} \\ \alpha(T_{s,l} - T_{n,l}) - \text{warunki III rodzaju} \end{cases}$$

Temperaturę na brzegu obszaru wyznacza się z zależności (4.47), która w przypadku, gdy własności cieplne badanego ośrodka nie zależą od temperatury, po przekształceniach przyjmuje postać:

$$T_{n,l} = \frac{\frac{\lambda_j T_{n-1,l}}{h} - \frac{\varphi_j c_j h}{2k} (T_{n-1,l} - T_{n,l-1} - T_{n-1,l-1}) + \varphi_s c_s s \frac{T_{n,l-1}}{k} + \alpha T_{s,l}}{\frac{\lambda_j}{h} + \frac{\varphi_j c_j h}{2k} + \frac{\varphi_s c_s s}{k} + \alpha} \quad (4.48)$$

W przypadku, gdy przewodność cieplna i ciepło właściwe są nieliniowymi funkcjami temperatury, wartość  $T_{n,1}$  można wyznaczyć jedynie przybliżoną metodą numeryczną.

### Propagacja frontu przemiany fazowej

W rozpatrywanym modelu obliczeniowym zagadnienie to opisano równaniem (4.35). Najogólniej równanie to dotyczy bilansu cieplnego rozpatrywanego ośrodka z otoczeniem. Uwzględniając specyfikę metody różnic skończonych równanie (4.35) przyjmie postać:

$$\frac{1}{K} \left[ (\bar{c}_{1,l-1} \bar{T}_{1,l-1} \cdot (R - y_{l-1}) - \bar{c}_{1,l} \bar{T}_{1,l} \cdot (R - y_l)) \varphi_1 + \right. \\ \left. + (\bar{c}_{2,l} \bar{T}_{2,l} y_l - \bar{c}_{2,l-1} \bar{T}_{2,l-1} y_{l-1}) \varphi_2 + c_s \varphi_s \cdot (T_{n,l} - T_{n,l-1}) \right] = q_3 \quad (4.49)$$

W równaniu tym:

$\bar{c}_1, \bar{c}_2$  - średnie ciepło właściwe badanego obszaru 1 lub 2 (rys.18) liczone jako średnia wartość całkowa.

$$\bar{c}_j = \frac{1}{T_g - T_d} \int_{T_d}^{T_g} c_j(T) dT$$

$\bar{T}_1$  i  $\bar{T}_2$  - średnie całkowe wartości temperatur.

Ze względu na dyskretny charakter pola temperatur, wartości te wyznacza się metodą trapezów:

dla ośrodka jednofazowego  $y = 0$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{T_{2,l-1} - T_{pf}} \sum_{i=2}^n \left( \frac{T_{i,l-1} + T_{i+1,l-1}}{2} h \right)$$

dla ośrodka dwufazowego  $y > 0$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{T_{2,l} - T_{pf}} \left( \sum_{i=2}^r \left( \frac{T_{i,l} + T_{i+1,l}}{2} h \right) + \frac{T_{r,l} + T_{pf}}{2} (h - h_1) \right)$$

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{T_{pf} - T_{n,l}} \left( \sum_{i=r+1}^n \left( \frac{T_{i,l} + T_{i+1,l}}{2} h \right) + \frac{T_{pf} + T_{r+1,l}}{2} h_1 \right)$$

Przekształcając zależność (4.49) otrzymamy:

$$y_1 = \frac{q_3 k - c_B \cdot \rho_B \cdot s (T_{n,l} - T_{n,l-1}) - \bar{c}_{1,l-1} \cdot \bar{T}_{1,l-1} (R - y_{1-1}) \rho + \bar{c}_{2,l-1} \bar{T}_{2,l-1} y_{1-1} \rho}{\bar{c}_{1,l} (T_{r+1,l} - T_{pf}) \rho_1 + \bar{c}_{2,l} (T_{pf} - T_{r,l}) \rho_2} \quad (4.50)$$

W przypadku, gdy  $y = 0$  i  $T_{n,l} = T_{pf}$  w pierwszym przybliżeniu wartość  $y_1$  można wyznaczyć z zależności (4.47) pomijając człon  $q_2$ , wówczas

$$y_1 = \frac{(\bar{\lambda}_1) (T_{n-1,l} - T_{n,l})}{q_3 - \rho_B \cdot c_B \cdot s \frac{T_{n,l} - T_{n,l-1}}{k}} \quad (4.51)$$

Dokładną wartość  $y_1$  wyznacza się w procesie iteracyjnym z zależności (4.50). W obliczeniach  $y_1$  dla przypadku gdy  $y_{1-1} > 0$  w pierwszym przybliżeniu można skorzystać ze wzoru ekstrapolacyjnego.

$$y_1 = y_{1-1} + (y_{1-1} + y_{1-2}) \quad (4.52)$$

#### 4.3.5. Algorytm obliczeń numerycznych zamrażania i rozmrażania

Przedstawiony na rys.26 algorytm obliczeń odnosi się zarówno do obliczeń zamrażania jak również rozmrażania. Wyszczególniono w nim trzy dodatkowe elementy: a-a, b-b, c-c, dla których sieć działań przedstawiono oddzielnie. Procedury obliczeniowe zamrażania i rozmrażania w języku FORTRAN przedstawiono wraz z opisami w załączniku (Załącznik 4). Występujące w programach metody numeryczne: metodę iteracyjną i metodą bisekcji opracowano na podstawie [34].

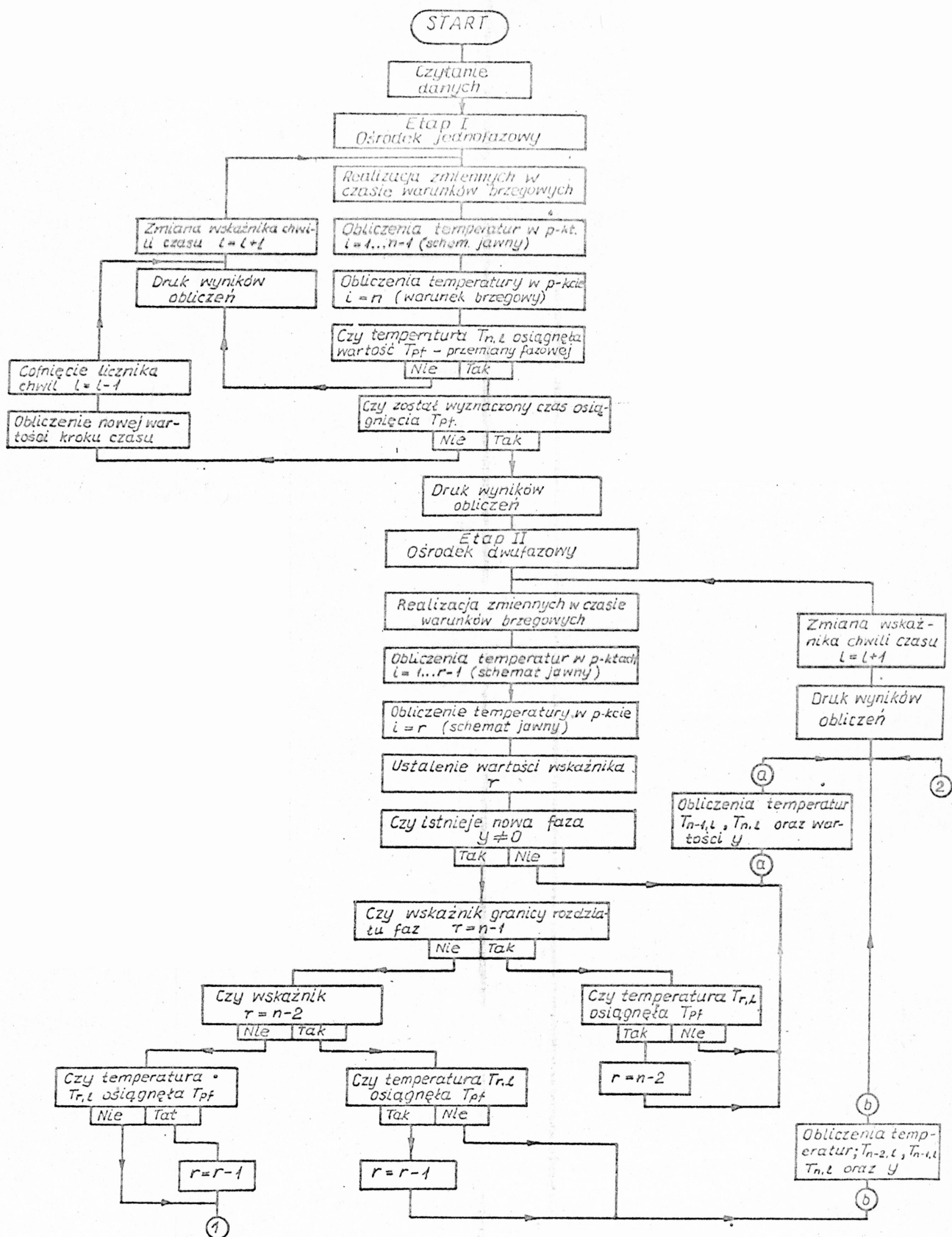
#### 4.3.6. Stabilność i zbieżność rozwiązań opartych na metodzie różnic skończonych

Rozwiązanie numeryczne zagadnienia nieustalonego przewodzenia ciepła powinno spełniać dwa warunki [56]:

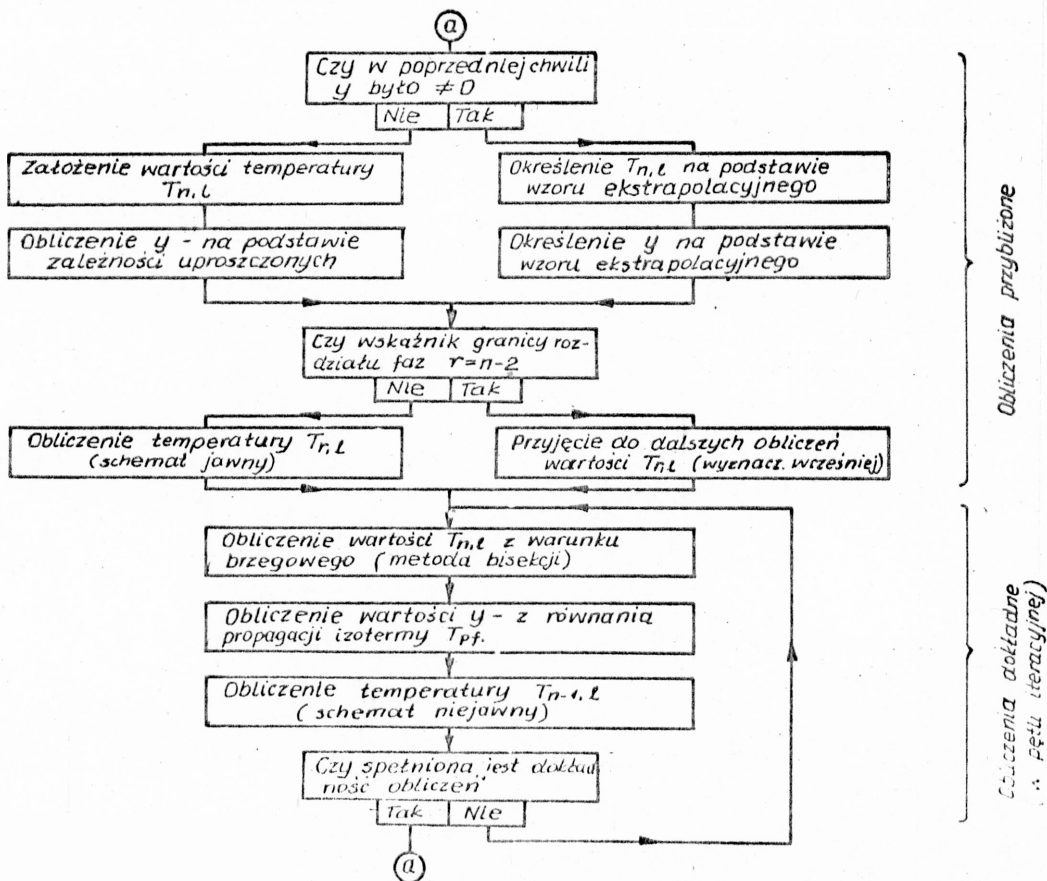
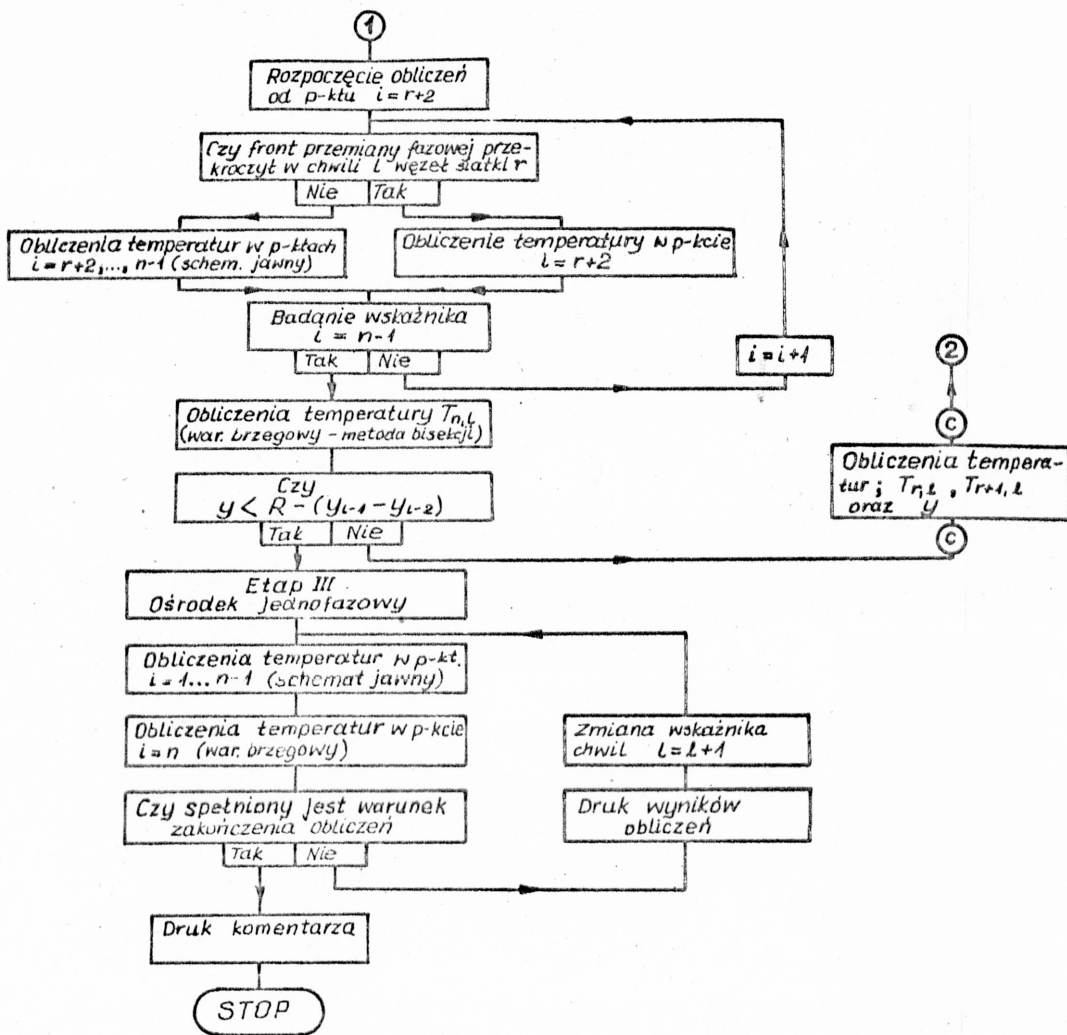
1. przy zmniejszaniu wielkości elementu różnicowego i równoczesnym zmniejszaniu długości kroku czasu, rozwiązanie numeryczne powinno zmierzać do wyniku dokładnego,
2. różnica pomiędzy rozwiązaniem numerycznym i rozwiązaniem dokładnym nie powinna zwiększać się w miarę rozpatrywania kolejnych kroków czasu.

Warunek pierwszy dotyczy zbieżności rozwiązania, a warunek drugi określa jego stabilność. Oba te warunki są ze sobą powiązane. Niestabilność rozwiązania wynika ze zbyt dużych kroków czasu. Zależy ona również od struktury użytych w równaniach ilorazów róż-

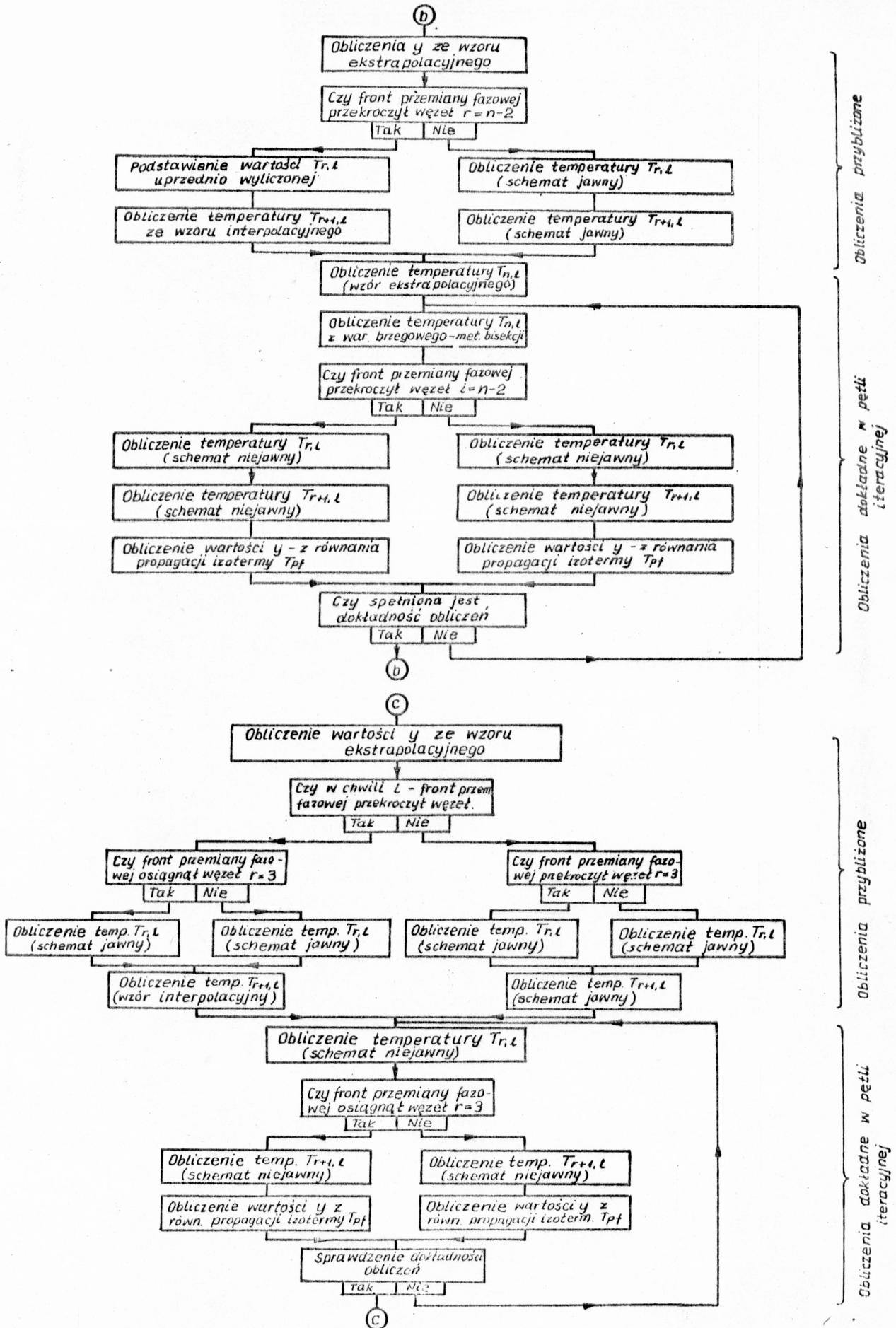




Rys.26. Schemat blokowy obliczeń numerycznych procesów zamrażania i rozmrażania



Ryc. 26. c.d.



Rys.26. c.d.

nicowych. Na stabilność nie ma wpływu kumulowanie się błędów wynikających z zaokrąglania wyników działań arytmetycznych. Struktura ilorazu różnicowego - a tym samym dokładność obliczeń wartości pochodnych - zależy od ilości wyrazów szeregu Taylora (4.33), (4.34). Schematami niestabilnymi są schematy jawne. Schematy niejawne są absolutnie stabilne [45]. Z analizy warunków stabilności równań różnicowych [7, 45] przewodnictwa cieplnego o stałych współczynnikach

$$\frac{T_{i,l} - T_{i,l-1}}{k} = a \frac{T_{i-1,l-1} - 2T_{i,l-1} + T_{i+1,l-1}}{h^2}$$

wynika, że powinien być spełniony warunek

$$k \leq \frac{\sigma h^2}{a}$$

gdzie:  $\sigma$  - jest stałą liczbą z przedziału  $\langle 0, \frac{1}{2} \rangle$ .

Zbyt duże kroki  $h$  i  $k$  są przyczyną niestabilności, a zbyt małe kroki  $h$  i  $k$  wydłużają czas obliczeń. W tej sytuacji dąży się do określenia kroków optymalnych, gwarantujących wymaganą dokładność.

W celu sprawdzenia metody przeprowadza się obliczenia układów równań liniowych dejących się rozwiązać analitycznie, co umożliwia porównanie wyników uzyskanych jedną i drugą metodą. Wynikające stąd wnioski można wykorzystać do zgrubnego oszacowania warunków stabilności rozwiązań numerycznych dotyczących bardziej złożonych przypadków wymiany ciepła (równania o nieliniowych współczynnikach).

W przypadku równań o nieliniowych współczynnikach, problem stabilności rozwiązań jest bardzo skomplikowany. Najczęściej stabilność rozwiązań określa się metodą Rungego, polegającą na porównywaniu rezultatów obliczeń przy różnych wartościach  $h$  i  $k$ . Jeśli wyniki obliczeń przy kroku  $h$  są zbieżne z obliczeniami dla kroku  $2h$ , to można powiedzieć, że krok  $2h$  nie jest większy od optymalnego. W przeciwnym razie należy przeprowadzić obliczenia przy kroku  $h/2$ . W przypadku małych różnic w wynikach można wnioskować o tym czy krok  $h$  jest mniej czy bardziej optymalny. W niniejszej pracy użyto schematów jawno-niejawnych do obliczeń temperatur w węzłach granicznych z frontem przemiany fazowej:  $r$  i  $r+1$ . Podyktowane to było tym, że w tej strefie pola temperatur występują silne zmiany własności cieplnych w funkcji temperatury, co mogłoby być przyczyną błędów w wynikach. W pozostałych obszarach badanego ośrodka poszukiwano schematami jawnymi.



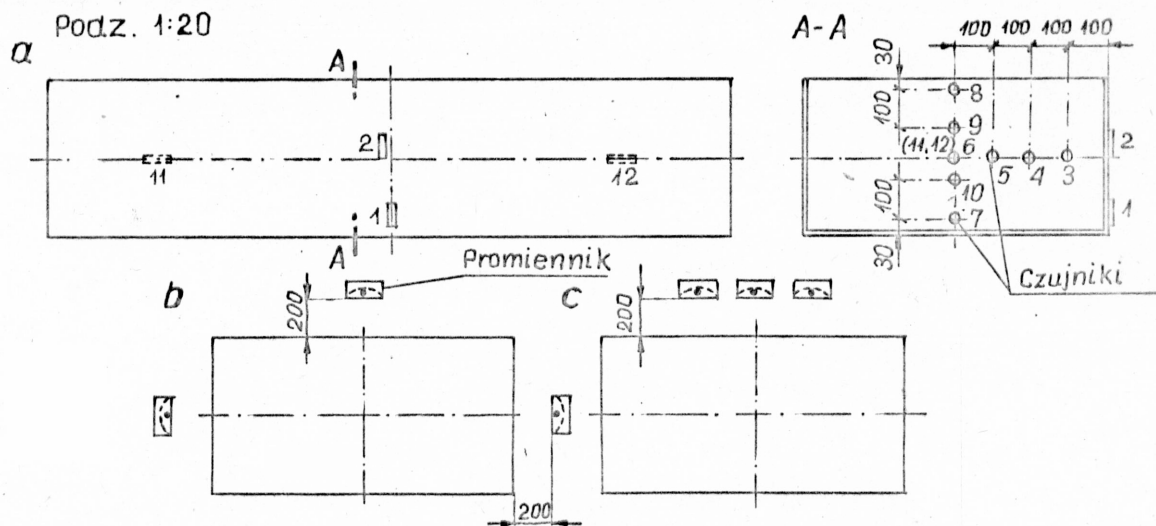
W celu zbadania stabilności obliczeń numerycznych przeprowadzono obliczenia przy trzech różnych wariantach kroków  $h$  i  $k$ , porównując wyniki obliczeń temperatury na brzegu badanego obszaru. Obliczenia przeprowadzono dla przypadku zamrażania (program #KW04) węgla o wilgotności  $\omega_0 = 0,1$ . Badany obszar był podzielony na  $n = 50$  warstw o grubości  $h = 0,03$  m. Symulowano proces zamrażania trwający 7 h przy następujących wartościach kroków czasowych  $k = 0,1, 0,25, 0,5$  h co odpowiadało 70, 28, 14 chwilom obliczeniowym. W wyniku przeprowadzonych obliczeń stwierdzono, że temperatura na powierzchni badanego obszaru  $T_n$  obliczona przy  $k = 0,25$  h różni się o  $\Delta T = 0,009$  K od temperatury wyznaczonej przy  $k = 0,1$  h. Przeprowadzone obliczenia dla  $k = 0,5$  h wykazały różnicę  $\Delta T = 0,011$  K w porównaniu z obliczeniami przy  $k = 0,1$  h. Wyniki obliczeń wskazują na stabilność rozwiązań w zakresie kroków  $k = 0,1-0,5$  h.

Podobne obliczenia przeprowadzono dla przypadku rozmrażania (program #KW01) przy tych samych wartościach kroków  $h$  i  $k$  co w przypadku zamrażania. Obliczone wartości temperatur  $T_n$  dla  $k = 0,25$  h i  $0,5$  h różniły się o  $\Delta T = 0,201$  K i  $\Delta T = 0,353$  K od wyniku  $T_n$  uzyskanego przy kroku  $k = 0,1$  h. Biorąc pod uwagę zmiany temperatury  $T_n$ , które w przypadku rozmrażania wynoszą  $\sim 130$  K, uzyskane odchyłki wyników  $\Delta T$  przy różnych krokach  $k$  można uznać za nieistotne, a otrzymane rozwiązania za stabilne.

#### 4.4. Porównanie wyników obliczeń z danymi doświadczeń obcych

Wyniki obliczeń porównywano z danymi doświadczalnymi zaczerpniętymi z pracy [42] wykonanej w Centralnym Ośrodku Badań i Rozwoju Techniki Kolejnictwa w Warszawie. W cytowanej pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych zamrażania i rozmrażania miękkiego węgla oraz żwiru w formach metalowych o wymiarach 1800x800x410 mm. Formy ze wsadem umieszczano w komorze klimatycznej firmy Vetsch o pojemności 7,6 m<sup>3</sup> z możliwością regulacji temperatury w zakresie 233,16-368,16 K. Proces zamrażania wsadu przebiegał w temperaturach 243,16 K i 255,16 K. Proces rozmrażania był prowadzony przy użyciu promienników podczerwieni. Podczas badań mierzono temperaturę wewnątrz komory klimatycznej i temperatury wsadu w 12-tu punktach. Rozmieszczenie punktów pomiarowych oraz usytuowanie promienników podczas rozmrażania przedstawiono na rys.27 [42].

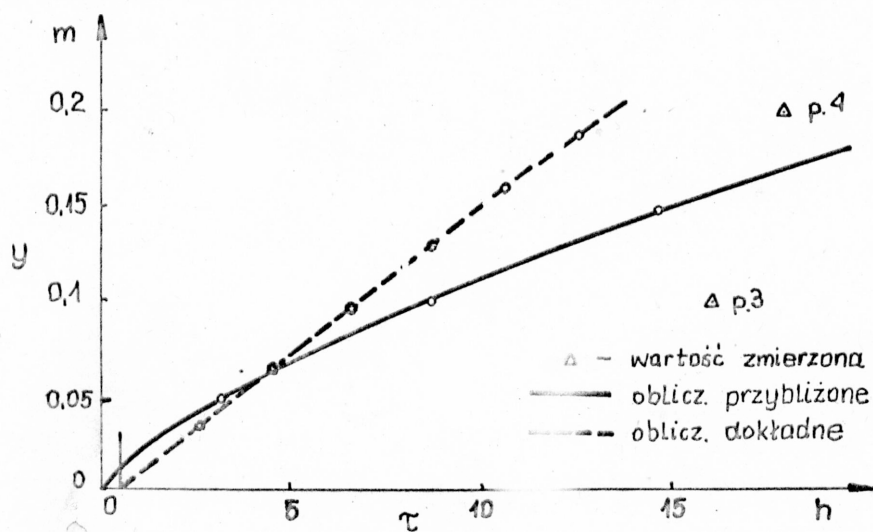
Przedstawione w niniejszej pracy opisy matematyczne procesu zamrażania i rozmrażania (opis uproszczony p.4.2 i opis dokładny p.4.3) porównano z przebiegami eksperymentalnymi zamrażania i rozmrażania



Rys.27. Rozmieszczenie punktów pomiarowych i promienników  
 a - rozmieszczenie czujników we wsadzie  
 b, c - usytuowanie promienników przy rozmrażaniu miazki węglowej

miazki węglowej. Ze względu na jednorodne warunki początkowe wsadu podczas badań doświadczalnych wybrano 2 przebiegi zamrażania i 2 przebiegi rozmrażania. Ze względu na to, że podczas badań doświadczalnych nie wyznaczano współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni formy do obliczeń porównawczych przyjęto arbitralnie jego wartość  $\alpha = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$  znamioną dla konwekcji wymuszonej przy prędkości powietrza  $v \leq 0,4 \text{ m/s}$  [58].

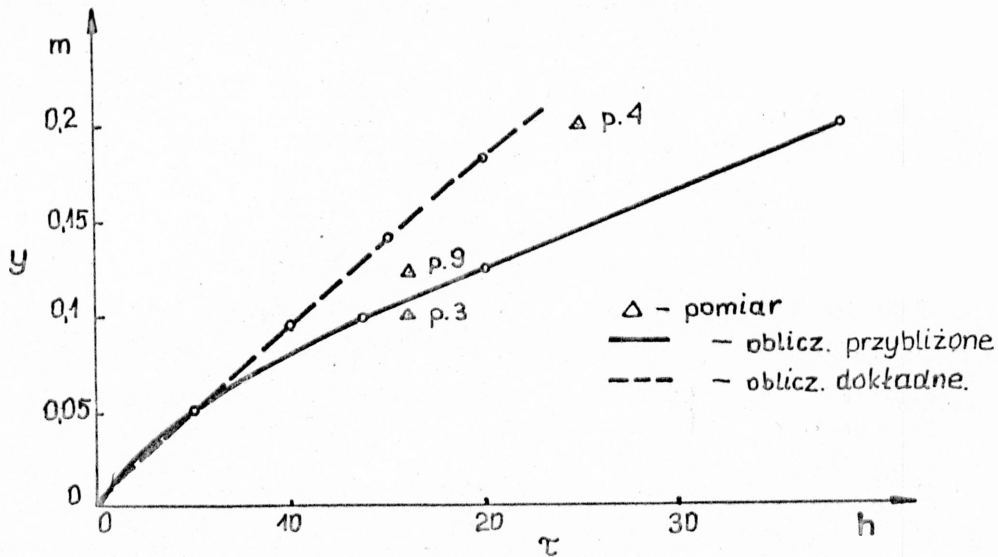
W obliczeniach procesów rozmrażania, uwzględniono moc znamionową promienników, ich sprawność oraz współczynniki konfiguracji z napromieniowanymi powierzchniami. Na podstawie wymiarów formy oraz usytuowania promienników wyznaczono średnie wartości strumieni ciepła na powierzchni formy i miazki węglowej. Wyniki pomiarów i obliczeń przedstawiono na wykresach: rys.28, 29, 30.



Rys.28.

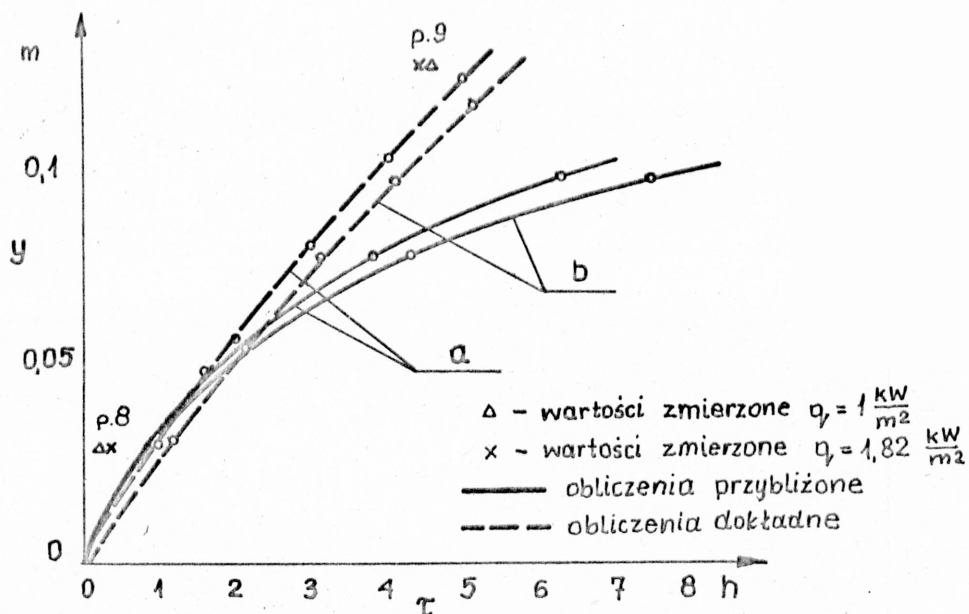
Przebieg procesu zamrażania miazki węglowej

$\omega_0 = 0.04,$   
 $T_s = 243,16 \text{ K},$   
 $T_{\text{pocz}} = 298,16 \text{ K},$   
 $\alpha = 10 \text{ w/m}^2\text{K}$



Rys.29. Przebieg procesu zamrażania miazgi węglowego

$$\omega_0 = 0,06, \quad T_g = 255,16 \text{ K}, \quad T_{\text{pocz}} = 287,16 \text{ K}, \quad \alpha = 10 \text{ w/m}^2\text{K}$$



Rys.30. Przebieg procesu rozmrażania miazgi węglowego

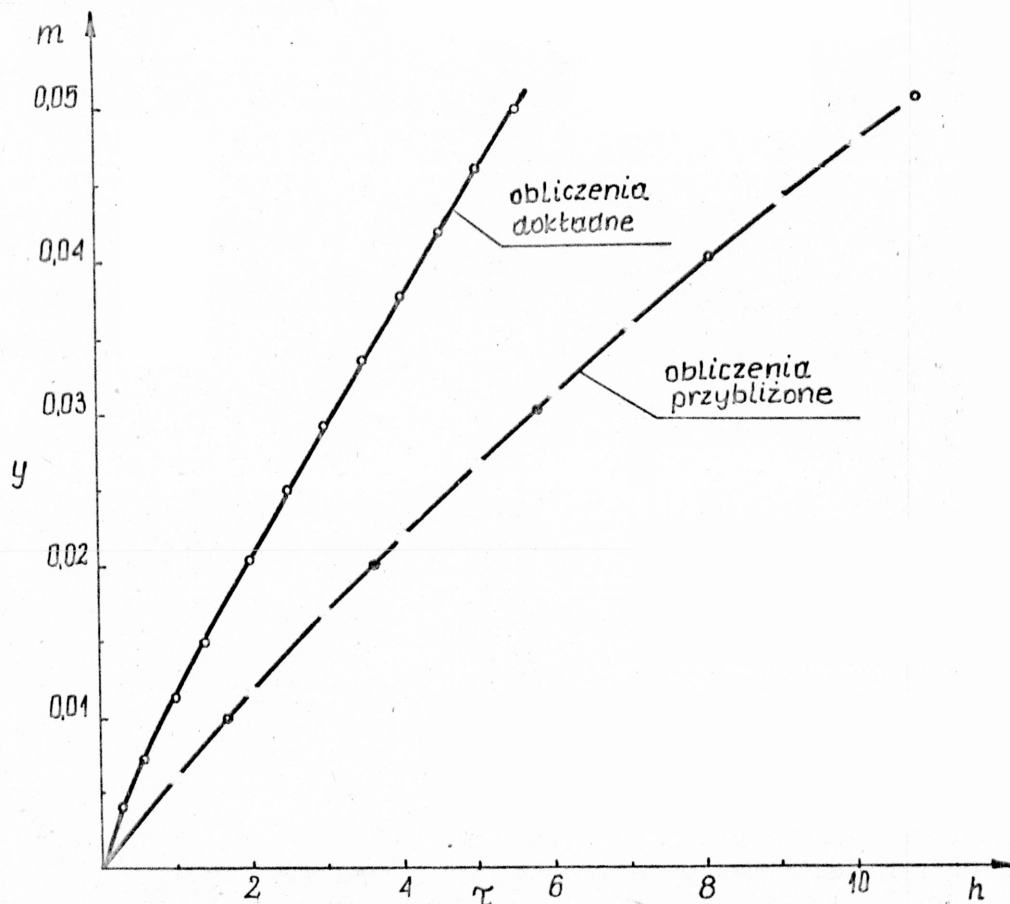
$$\begin{aligned} \text{a) } & \omega_0 = 0,06, \quad q_{\text{uż}} = 1,82 \text{ kW/m}^2, \quad T_{\text{pocz}} = 250,16 \text{ K} \\ \text{b) } & \omega_0 = 0,06, \quad q_{\text{uż}} = 1 \text{ kW/m}^2, \quad T_{\text{pocz}} = 261,16 \text{ K} \end{aligned}$$

W obliczeniach zamrażania i rozmrażania wg opisu dokładnego uwzględniono zmiany ciepła właściwego, przewodności cieplnej miazgi węglowego w funkcji temperatury oraz nieizotermiczny proces wymrażania wilgoci wykorzystując opracowane w p.3.3. zależności.

Z przedstawionych przebiegów wynika, że opis dokładny daje wyniki bliższe pomiarom doświadczalnym. Występujące różnice są spowodowane niedokładnościami w określeniu warunków pomiarów oraz przyjętych uproszczeń w modelach obliczeniowych. Punkty pomiarowe p.8

i p.9 w przypadku rozmrażania znajdowały się w osi symetrii promieników z tego względu przyjęte w obliczeniach wartości średnie strumieni ciepła na powierzchni również są przyczyną zaniżonych wyników obliczeń w porównaniu z wartościami zmierzonymi.

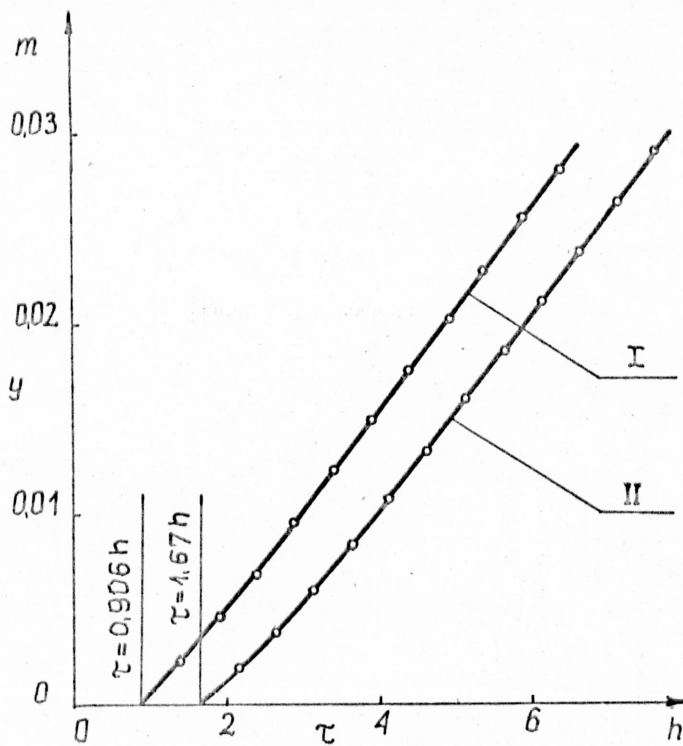
Obliczenia porównawcze opisu przybliżonego oraz dokładnego (rys.31) wykazują, że uzyskiwane wyniki wg opisu uproszczonego są zaniżone ze względu na grubość warstwy która uległa przemianie fazowej, w porównaniu z wynikami wg opisu dokładnego. Przyczyną rozbieżności różnice w uwzględnianiu zmian własności cieplnych badanego ładunku w funkcji temperatury.



Rys.31. Obliczenia procesu zamrażania węgla w wagonie  
 $\omega_0 = 0,1$ ,  $T_g = 263,16$  K,  $T_{pocz} = 278,16$  K  
 $T_{pf} = 272,7$  K,  $R = 1,5$  m

W celu określenia oddziaływania ścian wagonu na przebieg procesu przeprowadzono obliczenia na modelu dokładnym. Z charakteru uzyskanych krzywych (rys.32) wynika, że ściany wagonu opóźniają proces zamrażania o stałą w przybliżeniu wartość. Wytłumaczyć to można stosunkowo dużymi zmianami entalpii ścian wagonu w pierwszej fazie procesu zamrażania (duże spadki temperatury na powierzchni) w porównaniu





Rys. 32.

Badanie wpływu ścian na przebieg procesu zamrażania węgla w wagonie

$\omega_0 = 0,1$ ,  $T_{pocz} = 283,16$  K,  
 $T_g = 263,16$  K,  $T_{pf} = 272,7$  K,  
 $\alpha = 5,82$  w/m<sup>2</sup>K,  $\rho = 800$  kg/m<sup>3</sup>,  
 $R = 1,5$  m

I - obliczenia numeryczne bez uwzględniania ścian  
 II - obliczenia numeryczne z uwzględnieniem ścian

z dalszą fazą procesu zamrażania. Uzyskane wyniki sugerują, że uwzględnienie w opisie uproszczonym wpływu ścian jedynie poprzez zredukowany współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_z$  nie powinno być przyczyną dużych rozbieżności w uzyskiwanych wynikach. Wpływ ścian należałoby dokładniej uwzględniać w pierwszej fazie procesu tj. podczas ochładzania lub ogrzewania (p.4.2).

## 5. SYMULACJA CYFROWA PROCESÓW ZAMARZANIA I ROZMRAŻANIA

W oparciu o opis uproszczony i dokładny przeprowadzono obliczenia procesów zamrażania i rozmrażania, których celem było określenie wpływu parametrów charakteryzujących te procesy na ich przebieg. Obliczenia przeprowadzono na przykładzie węgla kamiennego o wilgotności  $\omega_0 = 0,1$  i gęstości  $\rho = 800$  kg/m<sup>3</sup>. W obliczeniach opartych na opisie uproszczonym uwzględniono średnie wartości przewodności cieplnej i ciepła właściwego w rozpatrywanych przedziałach temperatur. W obliczeniach wpływu zawilgocenia ładunku na czas zamrażania i rozmrażania uwzględniono zależność przewodności cieplnej  $\lambda$  i ciepła właściwego  $c_{ef}$  od wilgotności. Wartości  $\lambda$  i  $c_{ef}$  przyjęto za pracę [40] (tabela 7). W obliczeniach opartych na opisie dokładnym (program # KWØ4) uwzględniono zmiany przewodności cieplnej i ciepła właściwego w funkcji temperatury oraz nieizotermiczny proces wymrażania wilgoci. Zmiany przewodności cieplnej od temperatury w zakresie temperatur poniżej temperatury przemiany fazowej wyrażono za-

Wartości średnie przewodności cieplnej i ciepła właściwego

Własności	Jednostki	Węgiel o gęstości $\rho = 800$ [kg/m <sup>3</sup> ]				
		Wilgotność węgla w [%]				
		2	4	6	8	10
Przewodność cieplna $\lambda_1$ w temperaturze 273-293 K	$\frac{W}{mK}$	0,157	0,1835	0,210	0,236	0,264
Przewodność cieplna $\lambda_2$ w temperaturze 263 K	$\frac{W}{mK}$	0,3857	0,4057	0,4253	0,4448	0,4644
Ciepło właściwe węgla $c_1$ w temp. 273-293 K	$\frac{kJ}{kgK}$	1,004	1,068	1,13	1,196	1,264
Ciepło właściwe węgla $c_2$ w temp. 263 K	$\frac{kJ}{kgK}$	0,975	1,008	1,05	1,089	1,13

leżnością [40]:

$$\lambda = \lambda_{pf} + \frac{0,814}{1 + \frac{2}{\lg|T - T_{pf} + 1|}} \quad W/m^2K \quad (5.1)$$

dla zakresu temperatur powyżej temperatury fazowej

$$\lambda = 0.27 + 0.000058 T \quad W/m^2K \quad (5.2)$$

Ciepło właściwe w temperaturach poniżej temperatury przemiany fazowej określono z zależności (3.25), w której stopień zlodowacenia wilgoci określano z zależności [40]:

$$\omega = \frac{1}{1 + \frac{0,5}{\lg|T - T_{pf} + 1|}} \quad (5.3)$$

Ze względu na masową powtarzalność operacji obliczeniowych złożoną postać zależności (3.25) opisującej zmiany ciepła właściwego w funkcji temperatury zastąpiono funkcją o postaci:

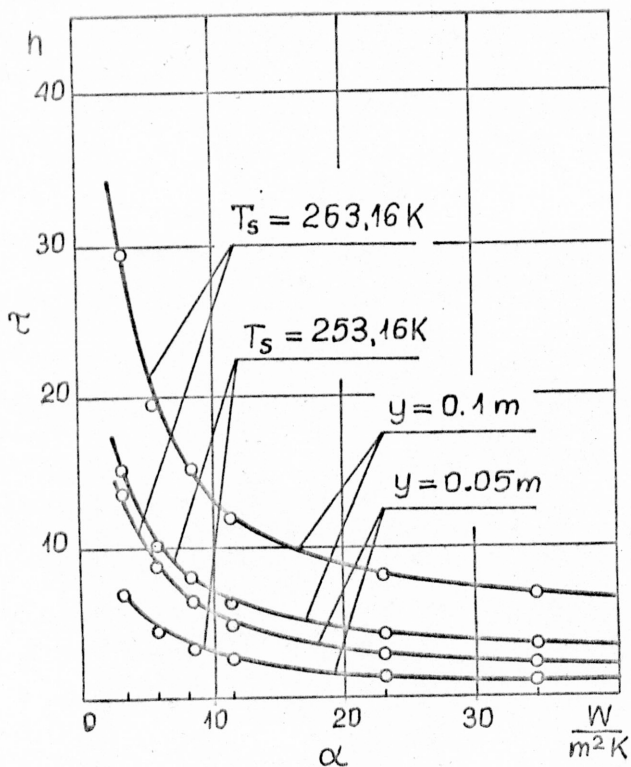
$$c = a + \frac{b}{x^2 + d}$$

którą wybrano z kilunastu wariantów funkcji. Za pomocą programu #OPTY wyznaczone wartości współczynników  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Wynoszą one 0,245; 3; 0,17. W obliczeniach numerycznych (opis dokładny) przyjęto temperaturę przemiany fazowej równą  $T_{pf} = 272,7 \text{ K}$  [40]. Ściany wagonu przyjęto jako płytę o grubości  $s = 0,005 \text{ m}$ , której ciepło właściwe wynosi  $c_s = 0,482 \text{ kJ/kgK}$  a gęstość  $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$ . Obliczenia przeprowadzono dla typowych warunków, w których ładunki zamrażają oraz w jakich przebiega ich rozmrażanie.

### 5.1. Badanie procesu zamrażania

#### Współczynnik przejmwania ciepła $\alpha$

Wpływ współczynnika przejmwania ciepła na czas zamrażania wyznaczono w oparciu o opis uproszczony (rys.33) oraz na drodze obli-

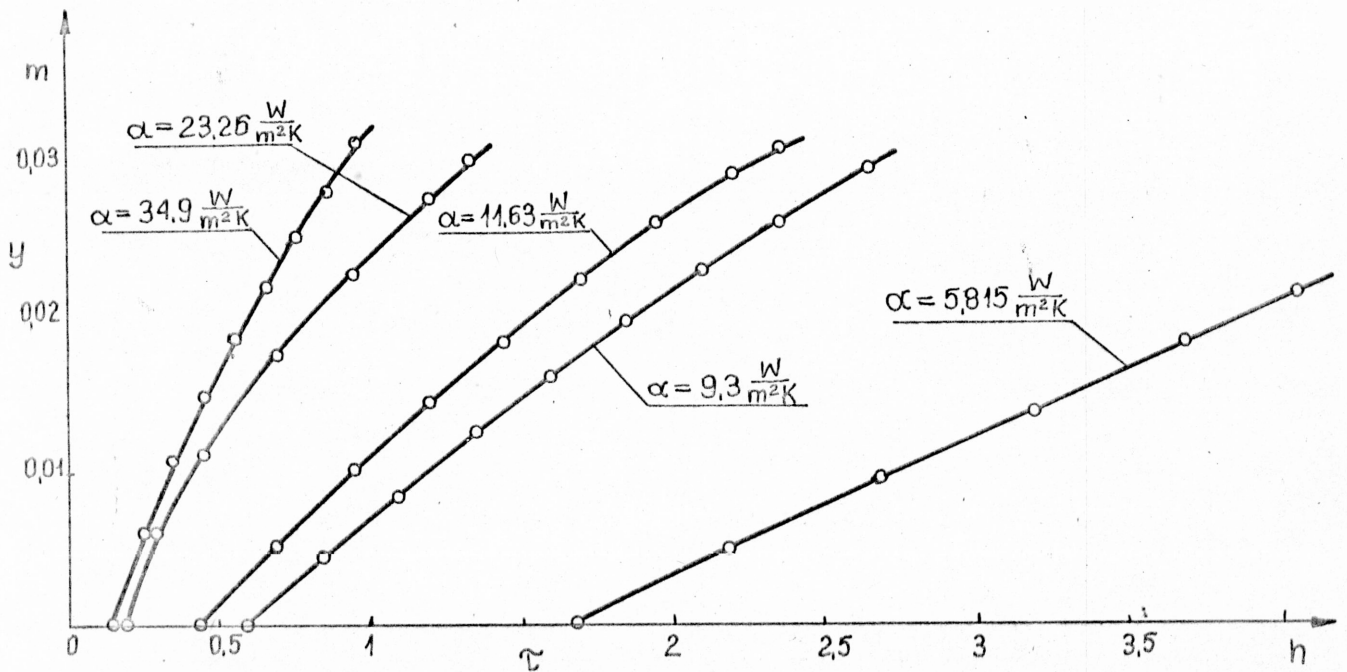


Rys.33.

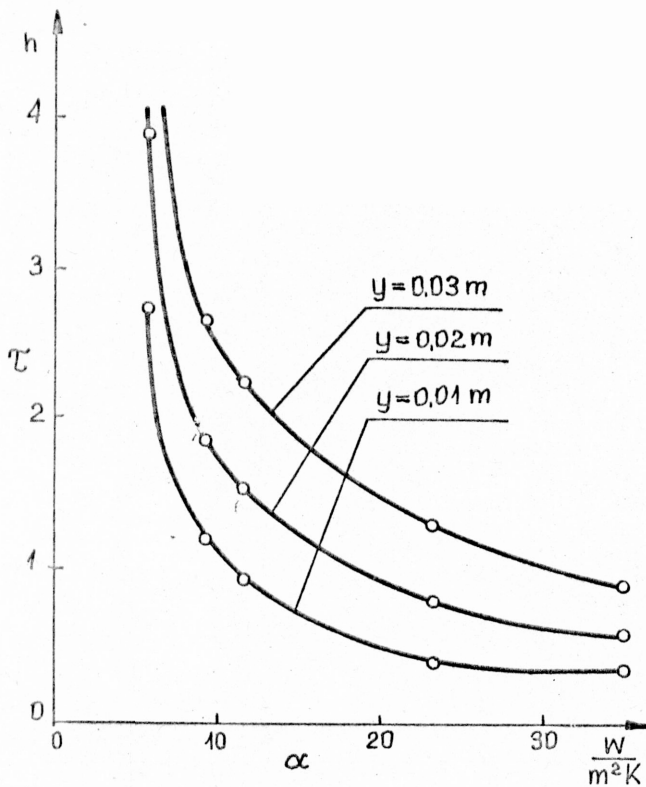
Wpływ współczynnika ciepła na czas zamrażania  $T_{pocz} = 277,16 \text{ K}$

czeń numerycznych wg opisu dokładnego (rys.34 i 35). Z przedstawionych wykresów wynika, że wzrost współczynnika  $\alpha$  przyspiesza proces zamrażania jedynie w zakresie małych jego wartości (3-20  $\text{W/m}^2\text{K}$ ). Przy wyższych wartościach  $\alpha$ , charakterystycznych przy wymianie ciepła podczas ruchu pociągu obserwuje się nieznaczny spadek czasu zamrażania  $\tau$ . Praktycznie zmiany prędkości jazdy powyżej  $v = 20 \text{ km/h}$ , a tym samym zmiany współczynnika  $\alpha$  powyżej  $35 \text{ W/m}^2\text{K}$  (rys.7), mogą

być w obliczeniach nieuwzględniane, ze względu na ich mały wpływ na czas zamrażania.



Rys. 34. Wyniki obliczeń numerycznych wpływu współczynnika przejmowania ciepła na czas zamrażania, z uwzględnieniem okresu ochładzania,  $T_{pocz} = 278,16 \text{ K}$



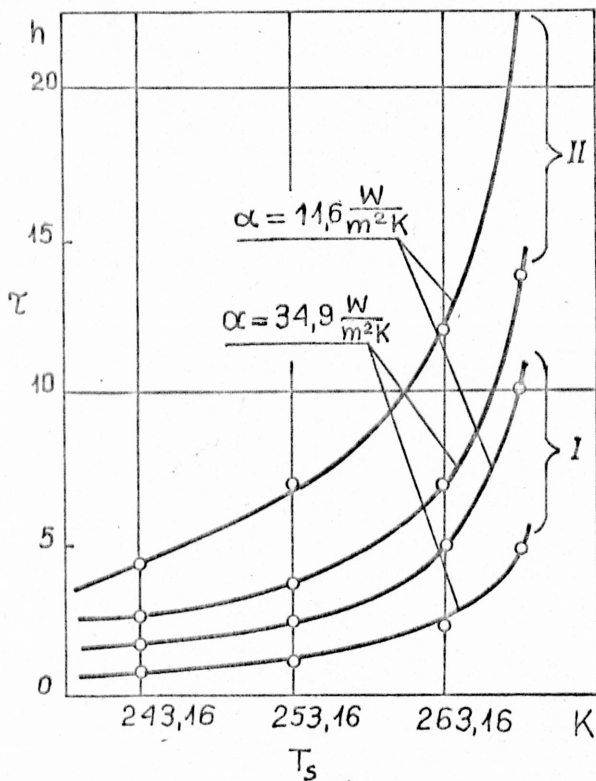
Rys. 35.

Wyniki obliczeń numerycznych wpływu współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  na czas zamrażania warstwy o określonej grubości  $y$   
 $T_{pocz} = 278,16 \text{ K}$



### Temperatura powietrza $T_s$

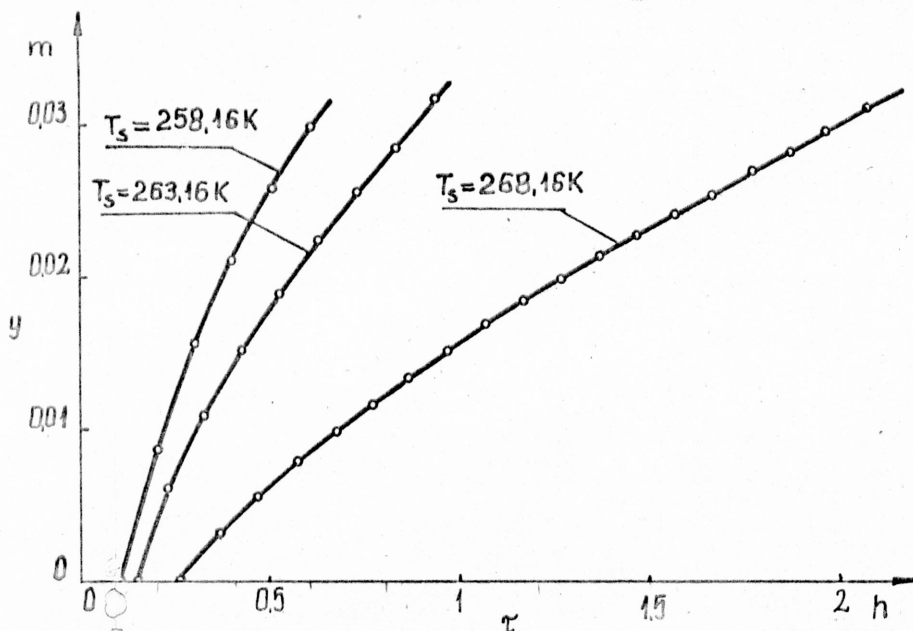
Wpływ temperatury powietrza w czasie przewozów uwidacznia się w zakresie temperatur 253,16–273,16 K. Obniżeniu temperatury  $T_s$  towarzyszy zmniejszenie czasu zamarzania warstwy ładunku o określonej grubości. W przypadku węgla, na przykładzie którego wykonano obliczenia (rys.36), przy wartości  $\alpha = 23,3 \text{ W/m}^2\text{K}$  można przyjąć, że zmiany temperatury powietrza poniżej 253,16 K nie przyspieszają



Rys.36.

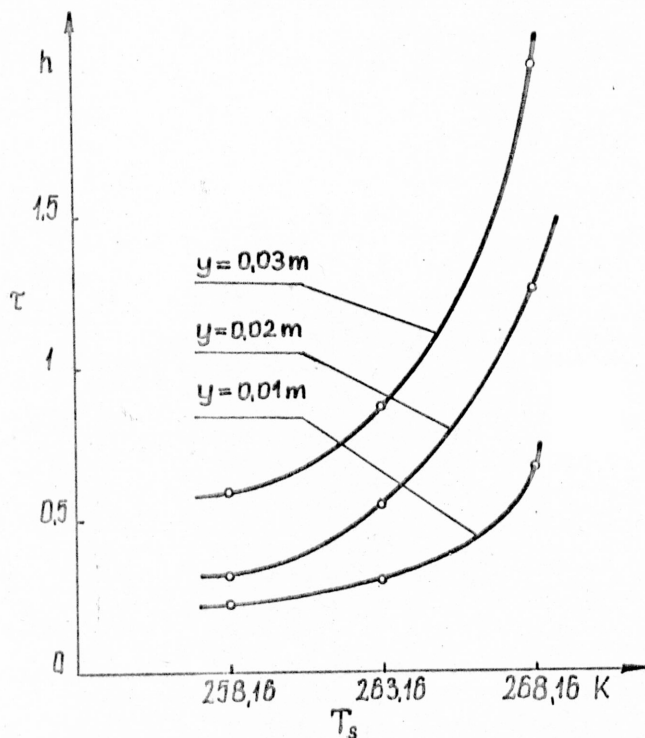
Wpływ temperatury powietrza na czas zamarzania  $T_{\text{pocz}} = 277,16 \text{ K}$   
 I -  $y = 0,05 \text{ m}$   
 II -  $y = 0,1 \text{ m}$

procesu zamarzania. Przeprowadzone obliczenia numeryczne (rys.37 i 38) potwierdziły charakter krzywych wyznaczonych z modelu uproszczonego. Ograniczony wpływ współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  oraz



Rys.37.

Wyniki obliczeń numerycznych wpływu temperatury powietrza na czas zamarzania  $T_{\text{pocz}} = 278,16 \text{ K}$



Rys. 38.

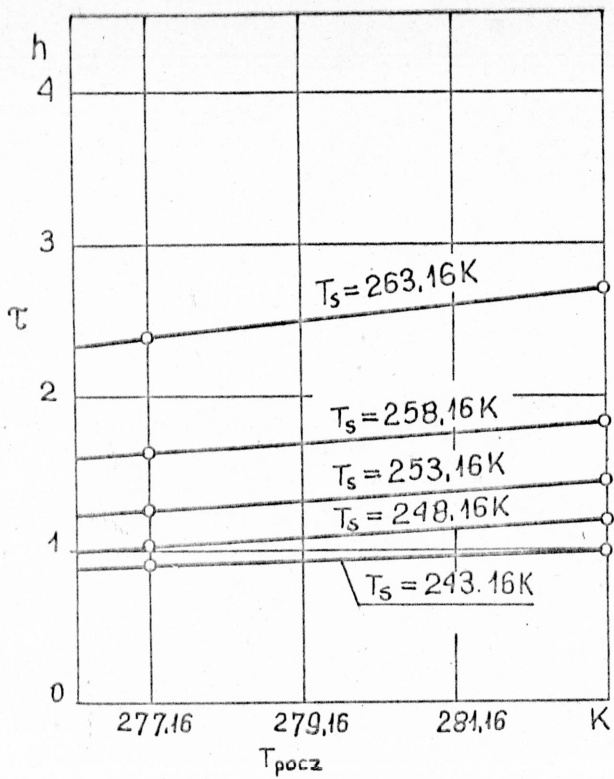
Wyniki obliczeń numerycznych czasu zamrażania warstwy węgla o określonej grubości w funkcji temperatury powietrza

$$T_{\text{pocz}} = 278,16 \text{ K}$$

temperatury powietrza  $T_s$  na przebieg procesu zamrażania ładunku, spowodowany jest przewodnością cieplną ładunku, która decyduje o wartości strumienia ciepła wymienianego na powierzchni z otoczeniem, gdy współczynnik  $\alpha$  przyjmuje duże wartości. W przypadku ciał jednorodnych wymianę ciepła na powierzchni charakteryzuje liczba Biota. Zwykle przyjmuje się, że przy  $Bi > 25$  [9, 14] wzrost współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  nie ma wpływu na zmiany temperatur w obszarze wymieniającym ciepło z otoczeniem. W przypadku złożonego układu, jakim jest ładunek z zachodzącymi w nim przemianami, oddzielony od otoczenia ścianą liczba Biota nie ma zastosowania.

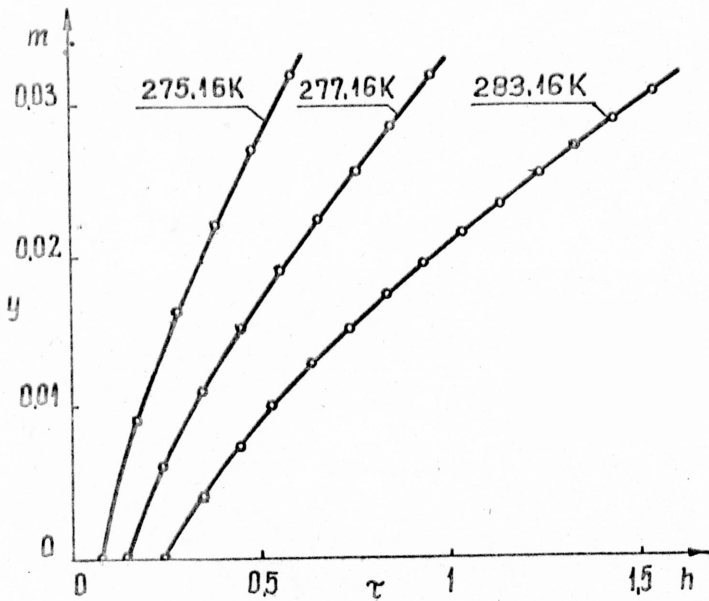
#### Temperatura początkowa ładunku $T_{\text{pocz}}$

Wyniki obliczeń wg opisu uproszczonego wskazują, że wpływ temperatury początkowej ładunku (w chwili załadunku) na czas zamrażania jest nieznaczny (rys. 39), szczególnie przy niskich temperaturach powietrza  $T_s$ . Obliczenia numeryczne (rys. 40, 41) uwiaryściły nieznaczne różnice w przebiegu tych procesów. Wynika z nich, że wpływ temperatury początkowej  $T_{\text{pocz}}$  na czas zamrażania warstwy o określonej grubości jest nieco większy niż wykazały obliczenia uproszczone i tym bardziej widoczny, im proces zamrażania trwa dłużej, a temperatura  $T_{\text{pocz}}$  jest wyższa. Wynika to stąd, że obliczenia numeryczne przeprowadzono do momentu zamrażnięcia warstwy o grubości  $y = 0,03 \text{ m}$ . W tych warunkach zmiany entalpii badanego obszaru niezamrażniętego w porównaniu z entalpią warstwy nowopowstałej (zamrażniętej) są większe niż



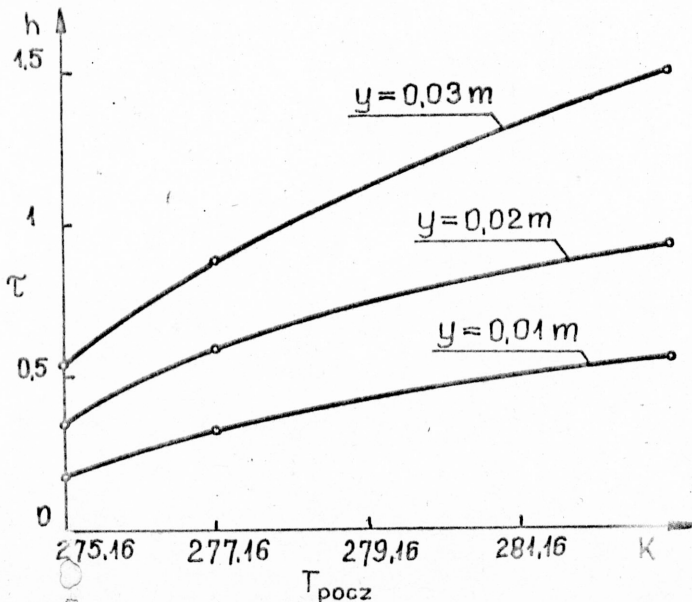
Rys. 39.

Wpływ temperatury początkowej węgla na czas zamrażania warstwy o grubości  $y = 0,05\text{ m}$  przy  $\alpha = 30\text{ W/m}^2\text{K}$ .



Rys. 40.

Wyniki obliczeń numerycznych czasu zamrażania węgla przy różnych temperaturach początkowych  $\alpha = 34,9\text{ W/m}^2\text{K}$  i  $T_s = 263,16\text{ K}$ .



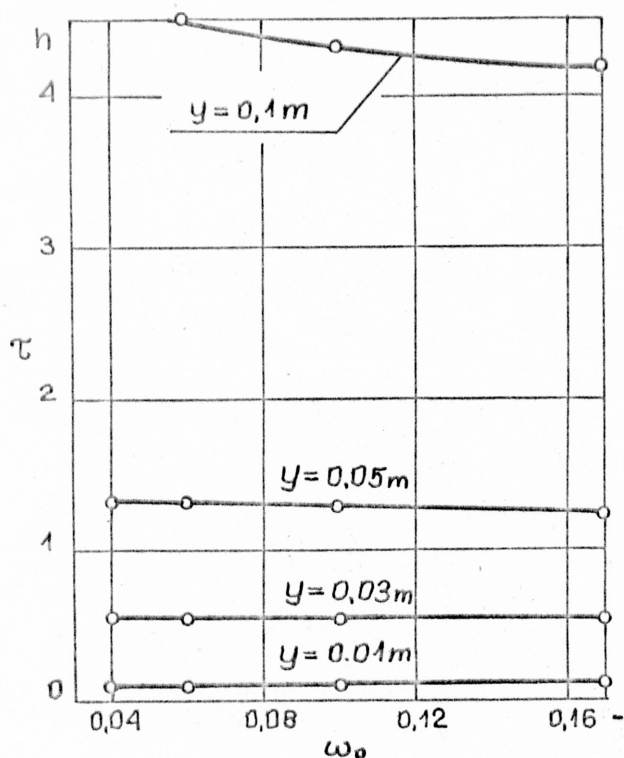
Rys. 41.

Wyniki obliczeń numerycznych czasu zamrażania warstwy węgla o określonej grubości w funkcji temperatury początkowej przy  $T_s = 263,16\text{ K}$  i  $\alpha = 34,9\text{ W/m}^2\text{K}$ .

przy rozpatrywaniu zamrażania warstwy o większej grubości. Przyczyną rozbieżności wyników są również przyjęte w opisie założenia o rozkładzie temperatur w obszarze niezamrożonym. Mimo tych rozbieżności można przyjąć, że opis uproszczony jakościowo poprawnie opisuje proces zamrażania. W szczegółowej analizie należy jednak oprzeć się na obliczeniach wg opisu dokładnego.

### Wilgotność ładunku $\omega_0$

Wynik obliczeń na modelu uproszczonym wykazuje, że czas zamrażania ładunku jest tym krótszy, im wilgotność ładunku jest większa (rys.42). Wynika to ze znacznego wzrostu przewodności cieplnej wraz ze wzrostem wilgotności. Wzrost przewodności cieplnej jest na tyle duży, że z nadwyżką kompensuje większe zapotrzebowanie na ciepło przemiany fazowej, które zależy od wilgotności, szczególnie jest to zauważalne przy większych grubościach warstwy zamrażającej.



Rys.42:

Wpływ wilgotności węgla na czas jego zamrażania przy  $T_g = 253.16 \text{ K}$ ,  $T_{pocz} = 278.16 \text{ K}$ ,  $\alpha = 30 \text{ W/m}^2\text{K}$

## 5.2. Badanie procesu rozmrażania przy warunkach brzegowych III rodzaju

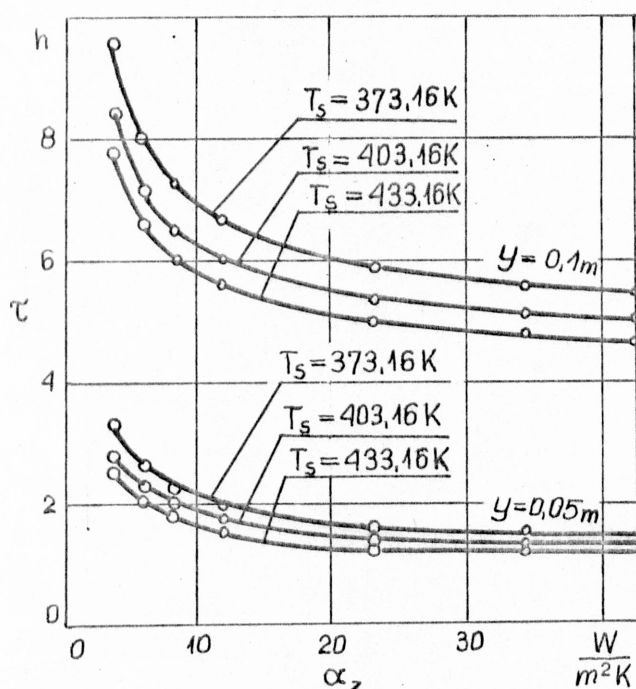
Ze względu na to, że wyniki obliczeń opartych na modelu uproszczonym jakościowo poprawnie opisują charakter zjawisk zachodzących w procesie zamrażania, analizę wpływu parametrów charakteryzujących proces rozmrażania przeprowadzono na modelu uproszczonym.



### Współczynnik przejmowania ciepła $\alpha$

W procesie rozmrażania wartości współczynnika  $\alpha$  zależnie od typu rozmrażalni są w granicach  $5 \text{ W/m}^2\text{K}$  do kilkudziesięciu  $\text{W/m}^2\text{K}$  przy intensywnym nadmuchu czynnika grzejącego (powietrze, spaliny) na ściany wagonu.

Obliczenia wykazują (rys.43), że wzrostowi współczynnika towarzyszy skrócenie czasu rozmrażania ładunku, jednakże w miarę wzrostu  $\alpha$  zauważa się coraz wolniejszy spadek czasu rozmrażania  $\tau$ . Praktycznie zwiększanie wartości  $\alpha$  poprzez bardziej intensywny nawiew czynnika grzejącego (przy którym  $\alpha > 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ ) nie przyspiesza procesu rozmrażania.

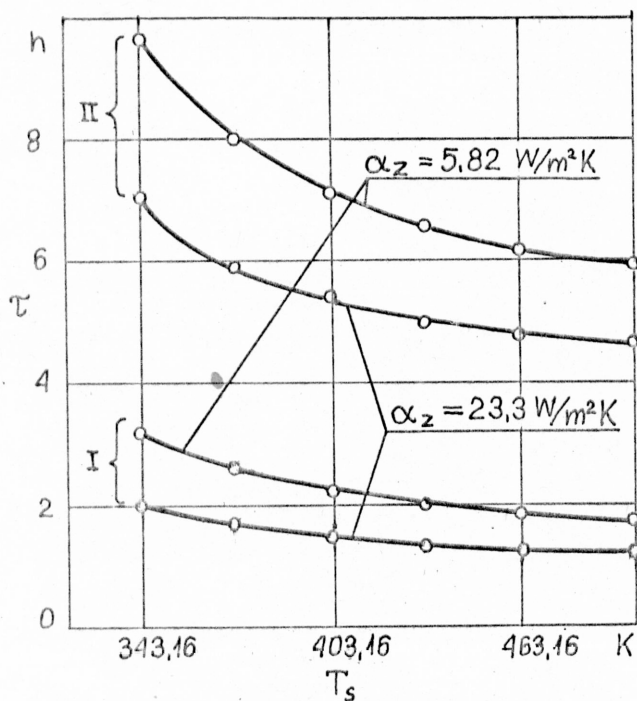


Rys.43.

Wpływ współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_z$  na czas rozmrażania  $T_{\text{pocz}} = 253,16 \text{ K}$

### Temperatura w rozmrażalni $T_s$

Wpływ temperatury w rozmrażalni na czas procesu rozmrażania przedstawiono na rys.44. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w całym zakresie rozpatrywanych temperatur wzrostowi temperatury towarzyszy skrócenie czasu rozmrażania, szczególnie przy rozmrażaniu ładunku na większą głębokość ( $y > 0,1 \text{ m}$ ), i przy mniejszych wartościach współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  ( $\alpha = 5,82 \text{ W/m}^2\text{K}$ ). W przypadku wyższych temperatur  $T_s$  ( $T_s > 403,16 \text{ K}$ ) należy zwracać uwagę na dopuszczalne temperatury oddziaływania na konstrukcję wagonu (p.2.5).



Rys.44.

Wpływ temperatury  $T_s$  w rozmrażalni na czas rozmrażania

$T_{pocz} = 253,16 \text{ K}$

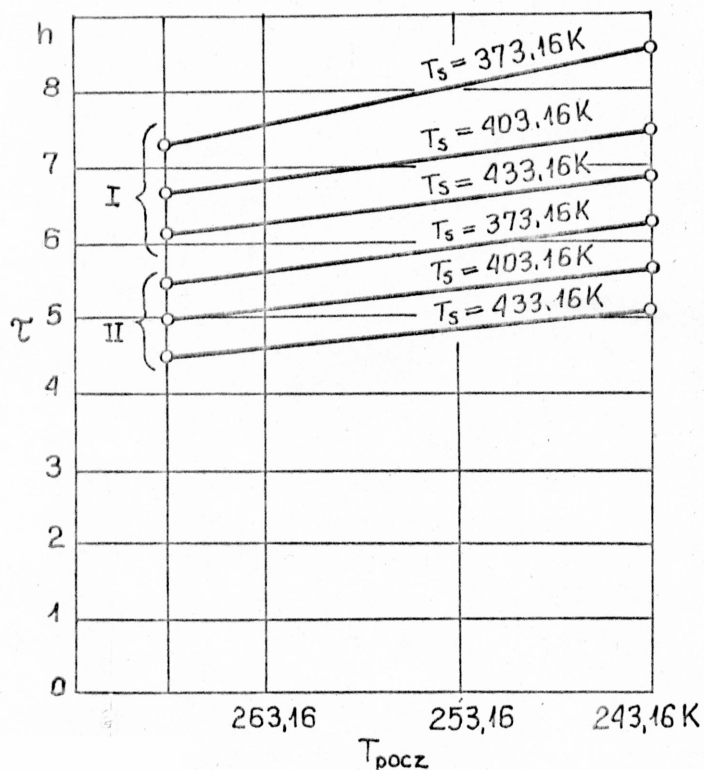
I - przy  $y = 0,05 \text{ m}$

II- przy  $y = 0,1 \text{ m}$

Z wykresów (rys.43 i 44) wynika, że wzrost współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  z  $5,82 \text{ W/m}^2\text{K}$  do  $23,3 \text{ W/m}^2\text{K}$  wywołuje taki sam skutek, jak zwiększenie temperatury w rozmrażalni z  $343,16 \text{ K}$  do  $403,16 \text{ K}$ . O właściwym wyborze parametrów rozmrażania zadecydować mogą koszty realizacji.

#### Temperatura początkowa $T_{pocz}$

Wpływ temperatury początkowej  $T_{pocz}$  (rys.45) na czas rozmrażania warstwy o określonej grubości, podobnie jak w przypadku wyników



Rys.45.

Wpływ temperatury początkowej  $T_{pocz}$  w środku ładunku na czas rozmrażania

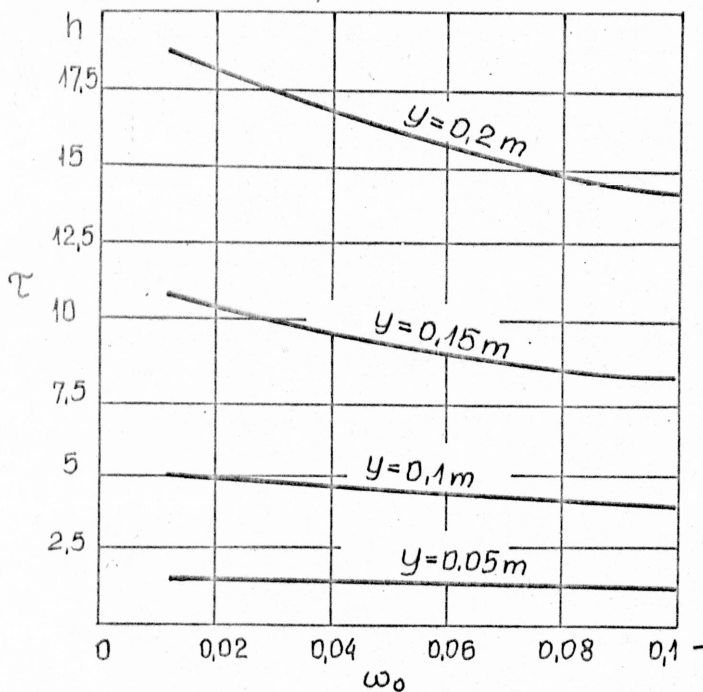
I - przy  $\alpha = 5,82 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,

II - przy  $\alpha = 23,3 \text{ W/m}^2\text{K}$

obliczeń przy rozpatrywaniu procesu zamrażania (p.5.1), jest nieznaczny, szczególnie przy większych grubościach warstwy rozmrażanej. Wynika to z niewielkich zmian wartości entalpii obszaru nierozmrożonego w porównaniu z entalpią warstwy rozmrożonej i ciepłem zużytym na przemianę fazową.

### Wilgotność ładunku $\omega_0$

Wilgotność ładunku  $\omega_0$ , podobnie jak w przypadku zamrażania (p.5.1), przyspiesza proces rozmrażania (rys.46). Wzrost przewodności cieplnej wraz ze wzrostem wilgotności zmniejsza opory przepływu



Rys.46.

Wpływ wilgotności węgla na czas rozmrażania przy różnych grubościach warstwy rozmrażanej

ciepła w głąb rozmrażanego obszaru w takim stopniu, że kompensuje z nadwyżką większe zapotrzebowanie ciepła na przemianę fazową. Uzyskane wyniki obliczeń czasu rozmrażania (rys.46) są zgodne jakościowo z wynikami eksperymentalnymi zawartymi w pracy [39]. W pracy tej podano wzór empiryczny zbudowany w oparciu o długotrwałe obserwacje i pomiary określające czas rozmrażania koncentratu rudy żelaza w funkcji wilgotności  $\omega_0$  i temperatury początkowej  $T_{pocz}$  ładunku.

$$\tau = (1,01 - 0,0267 \omega_0)(0,668 - 0,0232 \cdot (T_{pocz} - T_{pf})) \cdot y^2 \quad [h] \quad (5.4)$$

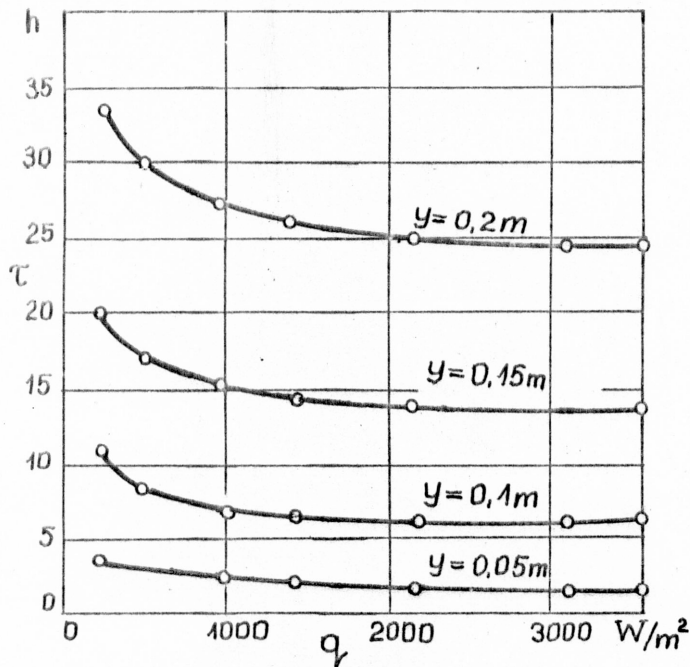
Z podanej zależności wynika, że czas rozmrażania jest krótszy przy większych wartościach  $\omega_0$ .

### 5.3. Badanie procesu rozmrażania przy warunkach brzegowych II rodzaju

Tego rodzaju warunki brzegowe można przyjąć do obliczeń procesów rozmrażania oporowego lub indukcyjnego (rys.2).

#### Moc strumienia ciepła $q$ na powierzchni ścian wagonu przy rozmrażaniu

Wpływ strumienia ciepła na powierzchni wagonu na czas rozmrażania ilustruje rys.47. Wraz ze wzrostem mocy  $q$  czas rozmrażania



Rys.47.

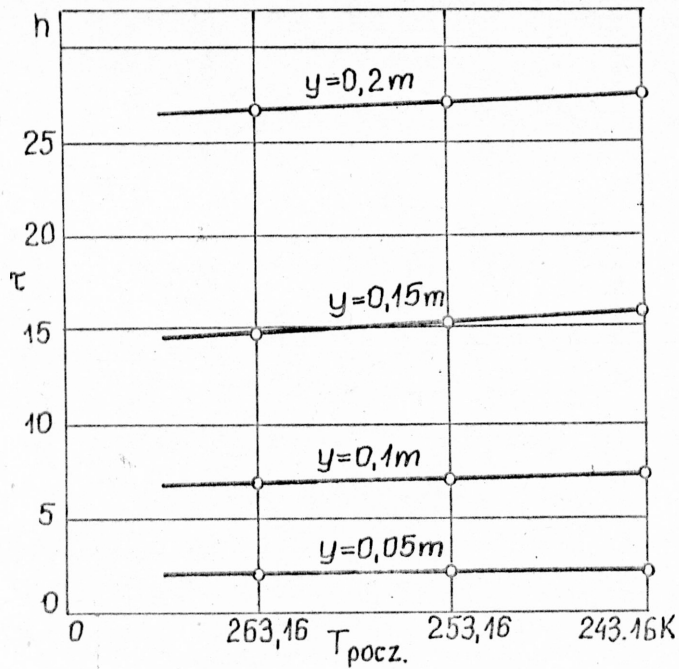
Wpływ mocy strumienia ciepła  $q$  na powierzchni na czas rozmrażania (warunki brzegowe II rodzaju)

$$T_{pocz} = 253,16 \text{ K}$$

maleje, jednakże przy większych wartościach strumienia ciepła  $q > 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$  wpływ ten maleje. Wynika stąd wniosek, że stosowanie urządzeń grzejnych gwarantujących większe wartości strumienia ciepła  $q$  nie przyspiesza rozmrażania, a z pewnością będzie przyczyną niepożądanego przegrzewania się ścian wagonów.

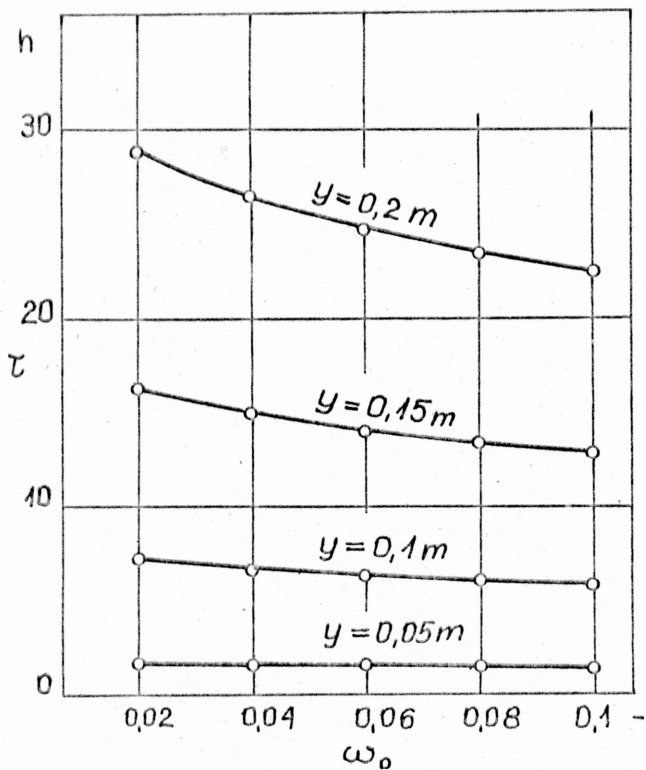
Przeprowadzone obliczenia wpływu wilgotności ładunku  $\omega_0$  (rys.48) i temperatury początkowej  $T_{pocz}$  (rys.49) na czas rozmrażania przy warunkach brzegowych II rodzaju wykazują podobny charakter zależności, jak w przypadku warunków brzegowych III rodzaju; wynika to stąd, że  $\omega_0$  i  $T_{pocz}$  decydują o własnościach cieplnych i ich zmianach w obszarze rozmrażanym i nie zależą od warunków zewnętrznych, jeśli te ostatnie nie ograniczają wymiany ciepła badanego obszaru z otoczeniem.





Rys. 48.

Wpływ temperatury początkowej  $T_{pocz}$  w środku ładunku na czas rozmrażania (warunki brzegowe II rodzaju)  $q = 932 \text{ W/m}^2$



Rys. 49.

Wpływ zawilgocenia węgla na czas jego rozmrażania  
 $T_{pocz} = 253,16 \text{ K}$ ,  
 $q = 2000 \text{ W/m}^2$

#### 5.4. Podsumowanie

Przeprowadzone obliczenia procesu zamrażania wykazały, że przebieg procesu zamrażania istotnie zależy od współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  na powierzchni ścian wagonu, o którego wartości decyduje prędkość jazdy pociągu (rys.7) i temperatura powietrza  $T_g$ . W mniejszym stopniu wpływ na proces zamrażania ma temperatura początkowa ładunku  $T_{pocz}$  i wilgotność  $\omega_0$ .

Wyniki obliczeń numerycznych i na modelu uproszczonym wykazały, że zaproponowany w pracy opis uproszczony (p.4.2) przebiegów zamrażania i rozmrażania jakościowo poprawnie opisuje badane procesy.

Na podstawie wyników obliczeń procesu rozmrażania stwierdzono, że wpływ parametrów rozmrażania, tj. współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni  $\alpha$ , temperatury w rozmrażalni  $T_g$  oraz mocy strumienia ciepła  $q$  (w przypadku rozmrażania oporowego lub indukcyjnego (warunki brzegowe II rodzaju) jest istotny w zakresie małych wartości tych parametrów. Przy wyższych wartościach  $\alpha$ ,  $T_g$  i  $q$  nie obserwuje się skrócenia czasu rozmrażania. Na tej podstawie można stwierdzić, że dla każdego zamrażającego ładunku sypkiego o znanych własnościach cieplnych istnieją ściśle określone warunki rozmrażania (niezależnie od metody rozmrażania), przy których zwiększenie wymiany ciepła na powierzchni celem przyspieszenia rozmrażania nie jest uzasadnione.

Wybór najważniejszych parametrów rozmrażania:  $\alpha$ ,  $T_g$ ,  $q$ , oprócz wielkości charakteryzujących proces rozchodzenia się ciepła w materiale sypkim, jest uzależniony od czynników eksploatacyjnych: koszty rozmrażania, przepustowość rozmrażalni, rzeczywiste straty wynikające z niepełnego wykorzystania taboru.

## 6. WNIOSKI

1. Między procesem zamrażania i rozmrażania zachodzą różnice ilościowe, jakościowo procesy te są analogiczne.
2. Na podstawie przeprowadzonych pomiarów własności cieplnych miazgu węglowego stwierdzono, że jego temperatura przemiany fazowej wynosi 270,96 K ( $-2,2^{\circ}\text{C}$ ) i jest niższa od dotychczas przyjmowanej  $T_{pf} = 272,16-272,76$  K [39, 40].
3. Przeprowadzone pomiary własności cieplnych na przykładzie miazgu węglowego potwierdziły dotychczasowe opinie o przebiegu zjawisk zachodzących podczas zamrażania (p.3.3).
4. Temperatura otoczenia  $T_g$  podczas przewozu ma wpływ na szybkość zamrażania ładunków, niemniej jednak, poczynając od około 258,16 K ( $-15^{\circ}\text{C}$ ), obniżanie się temperatury  $T_g$  coraz mniej wpływa na przebieg procesu. Podobnie zwiększanie temperatury w rozmrażalni podczas rozmrażania przyspiesza przebieg rozmrażania, przy czym zmiany czasu rozmrażania są tym mniejsze, im temperatura  $T_g$  większa, zwłaszcza przy małej grubości warstwy rozmrażanej, co nie potwierdza hipotezy wysuniętej w pracy [40].

5. Wzrost współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni wagonu przyspiesza proces zamarzania ładunków, jednakże przy większych jego wartościach  $\alpha > 30 \text{ W/m}^2\text{K}$  co odpowiada prędkości jazdy pociągu  $v > 20 \text{ km/h}$ . Obserwuje się nieznaczne zmniejszenie czasu zamarzania. Podczas rozmrażania wagonów w rozmrażalni zauważa się podobne skutki. Bardziej intensywny nawiew przyspiesza rozmrażanie. Wartością, od której zwiększanie  $\alpha_z$  jedynie w niewielkim stopniu skraca czas rozmrażania w przypadku węgla, dla którego przeprowadzono obliczenia, jest  $\alpha_z > 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ .
6. Przeprowadzone obliczenia rozmrażania przy stałym strumieniu mocy cieplnej na powierzchni rozmrażanego obszaru wykazały ograniczony wpływ mocy strumienia ciepła na czas rozmrażania. Stosowanie większych mocy w tej sytuacji jest nieuzasadnione, ponieważ nie przyspiesza rozmrażania, lecz jest powodem niepożądanego wzrostu temperatury powierzchni ścian ładunku. W przypadku węgla, dla którego przeprowadzono obliczenia można zalecać wartości  $q = 1000 \text{ W/m}^2$ .
7. Wpływ temperatury początkowej ładunku  $T_{\text{pocz}}$  zarówno na proces zamarzania, jak i rozmrażania, jest nieznaczny, szczególnie w przypadku rozmrażania warstw o znacznej grubości ( $y > 0,1 \text{ m}$ ).
8. Wzrost zawilgocenia ładunku jest przyczyną wzrostu przewodności cieplnej, dlatego też w ładunkach o większym zawilgoceniu procesy zamarzania i rozmrażania zachodzą szybciej niż przy małym zawilgoceniu.
9. Straty ciepła podczas przewozu, można obniżyć poprzez zastosowanie izolacji ścian wagonu. Tego typu zabezpieczenie przed zamrożeniem może być skuteczne przy krótkotrwałych przewozach.
10. Ściany wagonu wskutek swojej bezwładności cieplnej opóźniają proces zamarzania, lecz nie mają wpływu na dalszy jego przebieg.
11. Podsumowując przeprowadzoną analizę zamarzania i rozmrażania ładunków należy stwierdzić, że istnieją pewne przedziały graniczne wartości parametrów charakteryzujących te procesy, poza którymi zmiany wartości parametrów mają coraz mniejszy wpływ na przebieg procesów zamarzania i rozmrażania. Orientacyjne wartości tych przedziałów podano w rozdziale 5.

## LITERATURA

- [1] Balman W. - Massnahmen zur Vermeidung bzw. Beseitigung von Gutanhaltungen und - aufrierungen in Kohle und Araumwagen. "Bergbautechnik", 1962 r. nr 2.
- [2] Bennett C.O., Myers J.E. - Przenoszenie pędu, ciepła i masy. WNT, W-wa, 1966 r.
- [3] Berkowskij B.M., Nogotov E.F. - Raznostnyje metody issledovanija zadač teploobmena. Izd. "Nauka i technika". Minsk, 1976 r.
- [4] Boost H., Erkelenz H. - Winterfestmachen von Kohlenwagen. "Braunkohe", heft 11, 1964 r.
- [5] Czirkir W.S. - Teploprovodnost promyšlennych materjałov. Mašgiz. Moskva, 1962.
- [6] Czudnowskij A.F. - Teplofizičeskiye charakteristiki dispersnych materjałov "Fizmatgiz", Moskva, 1972.
- [7] Demidowicz B.P., Maron J.A., Szuwałowa E.J. - Metody numeryczne Cz. II. PWN, W-wa, 1965.
- [8] Dulniew G.N. i in. - Analiz procesa perenosu tepla w zernistych sistemach "I.F.Ż". tom XXVI, 1974 nr 5.
- [9] Filipov P.I. - Priloženije teorii teploprovodnosti k teplofizičeskim izmereniam. Izd. "Nauka" Nowosibirsk 1973.
- [10] Gaj L. - Analiza celowości budowy rozmrażalni w elektrowniach z uwzględnieniem kosztów ponoszonych przez energetykę. Opracowanie studialne SW-108/73 Biura Studiów i Projektów Energetycznych W-wa, 1973.
- [11] Gelfand I.M., Fomin S.W. - Rachunek wariacyjny. PWN, W-wa, 1975 r.
- [12] Gelperin N.I., Fikarov L.N. - Issledowanije procesa kristalizacii rasplawov na powierchnosti ochładzajemogo barabana. "Chimičeskoje i neftjanoe mašinostrojenije" 1974 nr 10.
- [13] Głazewski Z. - Mechanizacja rozładunku zmarzniętych materiałów sypkich z wagonów kolejowych. Wyd. "Śląsk", Katowice, 1967 r.
- [14] Gogół W. - Teoria stanu uporządkowanego i możliwości jej zastosowania. "Mechanika Teoretyczna i Stosowana". 1966 nr 4.
- [15] Gogół W. - Uogólniona metoda wyznaczania własności cieplnych ciał stałych na podstawie teorii stanu uporządkowanego. "Arch. Budowy Maszyn". 1961 nr 2.
- [16] Gogół W., Gogół E., Artecka E. - Badania przewodności cieplnej gruntów wilgotnych. Biuletyn Inst. Techniki Ciepłej Politech. Warszawskiej. nr 40, 1973 r.



- [17] Głębowicz M. - Metody pomiaru współczynnika przewodności cieplnej wilgotnych materiałów budowlanych o strukturze zwartej. Prace doktorska W-w 1965.
- [18] Greń J. - Statystyka matematyczna, modele i zadania PWN, W-wa, 1975 r.
- [19] Henatsch A. i in. - Zum Aufteuen von in Eisenbahnwagen festgefrorenen Schüttgütern. "Wissenschaftliche Zeitschrift Hochschule für Verkehrswesen "Fridrich List" Drezden heft 71, 1975.
- [20] Hobler T. - Ruch ciepła i wymienniki. WNT, W-wa, 1976.
- [21] Induktionwärme zum auftauen. "Eisenbahnpraxis", 1972 nr 2.
- [22] Iwanov N.S. - Teploobem w kriolitozone. Izd. AN-SSSR, 1962.
- [23] Iwanov N.S., Stepanov A.W., Filipov P.I. - Teplofiziceskije swojstwa nasypocnych gruzov. Izd. "Nauka" Novosibirsk, 1964.
- [24] Jałocha Koch H. - Badania i przygotowanie wdrożenia wybranych metod usprawniania przewozów w zimie sypkich ładunków zamarzających. Prace COBiRTK W-wa, 1977 nr 66.
- [25] Jałocha Koch H. - Istniejące warunki przewozów i sposoby wyładowywania materiałów zamarzających. Prace COBiRTK EHu-2/69, W-wa, 1969 r.
- [26] Jałocha Koch H. - Transport i wyładunek ładunków sypkich w warunkach zimowych. Prace Badawcze i Rozwojowe COBiRTK EHu-2/69, W-wa, 1969 r.
- [27] Juszkov P.P., Gejnc R.G. - O prodolžitelnosti promerzanija płastiny. I.F.Ż., 1967 nr 4, tom XII.
- [28] Kondratev G.M. - Regularnyje teplovoj režim. Izd. GITTE, Moskva, 1954 r.
- [29] Kondratev G.M. - Teplovyje izmerenija. Izd Masgiz. Moskva, 1957.
- [30] Konczakov G. - Analitičeskoje issledovanija rozmorożiwanija mjasa w vozduche. "Chożodilnaja tehnika". 1962 nr 2.
- [31] Krupiczka R. - Analiza przewodzenia ciepła w materiałach usypanych. "Chemia Stosowana". 1966 nr 2.
- [32] Kuzdoba L.A. - Metody rešenija nelinejnych zadań teploprovodnosti. Izd "Nauka" Moskva, 1965.
- [33] Kwaśniewski S. - Analiza wpływu parametrów charakteryzujących rozmrażanie ładunków sypkich na czas rozmrażania. "Gospodarka Energią i Paliwami", 1978 (w druku).
- [34] Legras J. - Praktyczne metody analizy numerycznej WNT, W-wa, 1974,

- [35] Longe W. - Krzepnięcie odlewów w formach piaskowych. Wyd. "Śląsk", 1973 r.
- [36] Łykov A.W. - Metody opredelenija teploprovodnosti i temperaturoprovodnosti. Moskva, 1973.
- [37] Łykov A.W. - Teorija teploprovodnosti. Izd. Vyšszaja szkoła Moskva, 1967.
- [38] Madejski J. - Teoria wymiany ciepła. Wyd. PWN, W-wa, 1963.
- [39] Matašov S.F., Noskov T.S. - Perevozki smeržajuščichsja gruzov. Trudy BNIIIZT. Vypusk 273 "Transport". Moskva, 1964.
- [40] Matašov i inni. - Borba so smaržajemostju metalurgičeskogo syrja pri perevozke po železnym dorogam. "Metalurgija" Moskva, 1974.
- [41] Mańczak K. - Technika planowania eksperymentu. WNT, W-wa, 1976.
- [42] Marciniak J., Jachnik A. - Próby modelowe rozmrażania ładunków sypkich przy użyciu promienników podczerwieni. Prace Naukowe Badawcze i Rozwojowe COBiRTK W-wa, 1976.
- [43] Marcinkowski J. - Klimatyzacja pojazdów samochodowych i szynowych. Skrypt Polit. Wrocławskiej W-w, 1974.
- [44] Mazurov G.P. - Fizyko-mechaničeskije svojstva merzłych gruntov. Izd. "Strojizdat" Leningrad, 1975 r.
- [45] Michlin S.G., Smolnicki C.L. - Metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych i całkowych. PWN, W-wa, 1972 r.
- [46] Nersesova Z.A. - Materiaky po laboratornym issledovaniam merzłych gruntov. Sb nr I Izd AN-SSR 1953.
- [47] Nikitienko N.J. - Issledovanije nestacionarnych procesov teplomasoperenosa metodom setok. Izd "Naukovaja Dumka". Kijev, 1974.
- [48] Parynakjan W.E., Sinianskaja R.I - Borba c prilepaniem i primerzaniem gornoj masy k robočim poverchnostjam transportnogo oborudovanija na karjerach "Nedra", Moskva, 1975.
- [49] Praca zbiorowa - Eksperimentalnyje issledovanija procesov teploobmena w merzłych gornych porodach. Izd. "Nauka", Moskva 1972
- [50] Praca zbiorowa - Metody opredelenija svojstv gornych porod. Izd. "Nauka", Moskva, 1970.
- [51] Prace badawcze z zakresu metody indukcyjnego płaszczowego odmrażania ładunków w wagonach - Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej A.G.H. Kraków, 1976.
- [52] Rubienštejn L.I. - Problema Stefana. Izd. "Energia", Piga 1967.

- [53] Schrapel K. - Ergebnisse und Wirtschaftlichkeit Heizung von Kohlenwagen unit 1200 V Fahrdrahtspannung Freiburger Forschungshefte A-142/1959.
- [54] Sokulski M. - Obliczanie czasu zamrażania produktów spożywczych "Chłodnictwo". 1971, nr 4 i 5.
- [55] Staniszewski B. - Wymiana ciepła. Wyd. PWN, W-wa, 1963.
- [56] Szargut J. - Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych. Wyd. "Śląsk", 1977.
- [57] Szewczyk A. - Rozmrażanie węgla w transporcie kolejowym "Problemy kolejnictwa", 1969 nr 61.
- [58] Szleszyński Z., Kubicki E. - Klimatyzacja pojazdów mechanicznych WKiŁ, Warszawa, 1964.
- [59] Szorin S.N. - Teploperedatca. Izd. "Vyšszaja Škola", Moskva, 1964.
- [60] Tamarin W.M. - Issledovanije teploobmena pri kristalizacii iz rosplava "Chimiceskoje i neftjanoje mašinostrojenije" 1965 nr 2.
- [61] Tarnawski W. - Matematyczne modelowanie procesów zamrażania produktów spożywczych. Praca doktorska. Łódź, 1971.
- [62] Tichonow A.N., Samarski A.A. - Równania fizyki matematycznej PWN, W-wa, 1963.
- [63] Urządzenie zabezpieczające urobek przed przymarzeniem do ścian wagonu. Poltegor P-119, Wrocław.
- [64] Vasiljev F.P. - Raznostnyj metod rešenija zadač tipa Stefana dla kvalilinejnogo paraboličeskogo uravnenia s rozryvnymi koeficjentami. "Dokkady AN-SSSR" - Matematika 1964 tom 157 nr 6.
- [65] Viejnik A.J. - Približonyj rasčiot procesov teploprovodnosti Izd. "Gosenergoizdat". 1959.

## TOK OPRACOWYWANIA WYNIKÓW POMIARÓW

### 1.1. Tok obliczania własności cieplnych

W celu wyznaczenia funkcji opisujących własności cieplne mięsa węglowego w zależności od temperatury, wilgotności i gęstości, przeprowadzono 13 serii pomiarów:  $\alpha$  - kalorymetrem i w korelacji z nimi pomiarów w  $\lambda$  - kalorymetrze oraz  $a$  - kalorymetrze. Wyniki końcowe tych pomiarów zestawiono w tabelach 4 i 5 (p.3.3).

Tok obliczeń przewodności cieplnej, ciepła właściwego i dyfuzyjności cieplnej zostanie przedstawiony na przykładzie wyników pomiarów w temperaturze  $T = 279,76$  K przy wilgotności próbki  $\omega = 0,17$  i gęstości  $\varrho = 964,95$  kg/m<sup>3</sup>.

W tabeli 1z przedstawiono przykładowe pomiary tempa chłodzenia próbki w  $\lambda$  - kalorymetrze oraz pomiar tempa chłodzenia  $\alpha$  - kalorymetru. W tabeli 2z przedstawiono wyniki pomiarów w  $a$  - kalorymetrze. Każdy pomiar jest wartością średnią z przeciętnie 15 odczytów. Podczas każdej serii pomiarów starano się zachować identyczne warunki zewnętrzne. Pomiary w  $\lambda$  - kalorymetrze tempa chłodzenia próbki oraz  $\alpha$  - kalorymetru były wykonywane równocześnie. W każdej z 13 serii dokonywano 5-ciu pomiarów. Na podstawie wyników tempa chłodzenia sporządzono wykresy (rys.1z, 2z, 3z), które umożliwiały wybór prostoliniowego odcinka, stanowiącego podstawę do obliczeń tempa chłodzenia  $m$ . W pierwszej kolejności obliczano tempo chłodzenia próbki w  $a$  - kalorymetrze -  $m_{\infty}$ , w  $\lambda$  - kalorymetrze  $m_{\lambda}$  oraz  $m_{\alpha}$ . Na tej podstawie określano liczbę podobieństwa

$$M = \frac{m}{m_{\infty}} \quad (1z)$$

Znajomość liczby  $M$  umożliwia wyznaczenie zmodyfikowanej liczby Biota  $H$ , z zależności (3.3)

$$H = \frac{-1,437 M^2 - \sqrt{(1,437 M^2)^2 - 4 (M^2 - 1) M^2}}{2(M^2 - 1)} \quad (2z)$$

Na podstawie  $M$  i  $H$  obliczano liczbę podobieństwa

$$\psi = \frac{M}{H} \quad (3z)$$



## Pomiary tempa chłodzenia

Materiał: miąż węglowy

Parametry:  $T = 279,76 \text{ K}$   $\omega_0 = 0,17$   $\rho = 964,05 \text{ kg/m}^3$ Warunki zewnętrzne:  $T_{ot} = 299,16 \text{ K}$  wilgotność 42%

Przyrząd: $\alpha$ - kalorymetr							
lp.	Wskaźania galwanometru N	ln N	Czas [s]				
			$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau_4$	$\tau_5$
1	70	4,2484	116	45	0	175	58
2	67	4,2046	290	235	171	343	236
3	65	4,1743	413	337	278	450	350
4	62	4,1271	582	-	452	618	526
5	60	4,0943	705	640	570	727	639
6	57	4,0430	847	-	753	923	823
7	55	4,0073	947	958	902	1088	994
8	52	3,9512	1128	1155	1084	1270	1170
9	50	3,9120	1247	-	1248	1396	1329
10	47	3,8501	1405	1512	1405	1618	1567
11	45	3,8066	1512	1652	1649	1797	1732
12	42	3,7376	1715	1900	-	-	1964
13	41	3,7135	-	2012	-	2109	2067
Tempo chłodz. $m \cdot 10^{-4} [s^{-1}]$			2,9744	2,7194	2,6787	2,7658	2,6631
Przyrząd: $\lambda$ - kalorymetr							
lp.	Wskaźania galwanometru N	ln N	Czas [s]				
			$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_3$	$\tau_4$	$\tau_5$
1	70	4,2484	37	-	87	0	-
2	67	4,2046	127	-	200	108	-
3	65	4,1743	188	-	238	-	20
4	62	4,1271	287	60	319	250	129
5	60	4,0943	352	125	397	312	200
6	57	4,0430	-	235	487	409	304
7	55	4,0073	-	315	572	-	380
8	52	3,9512	642	428	668	594	490
9	50	3,9120	723	507	751	688	581
10	47	3,8501	845	633	875	816	-
11	45	3,8066	928	728	947	890	807
12	42	3,7376	1066	875	1105	1021	949
13	40	3,6888	1160	972	1190	1115	1042
14	35	3,5554	1405	1252	1438	1381	1326
15	30	3,4014	1720	1688	1764	1700	1655
16	25	3,2188	-	1945	2112	2056	2029
Tempo chłodz. $m \cdot 10^{-4} [s^{-1}]$			5,0339	4,8186	5,1569	5,0069	4,6081

## Pomiary tempa chłodzenia

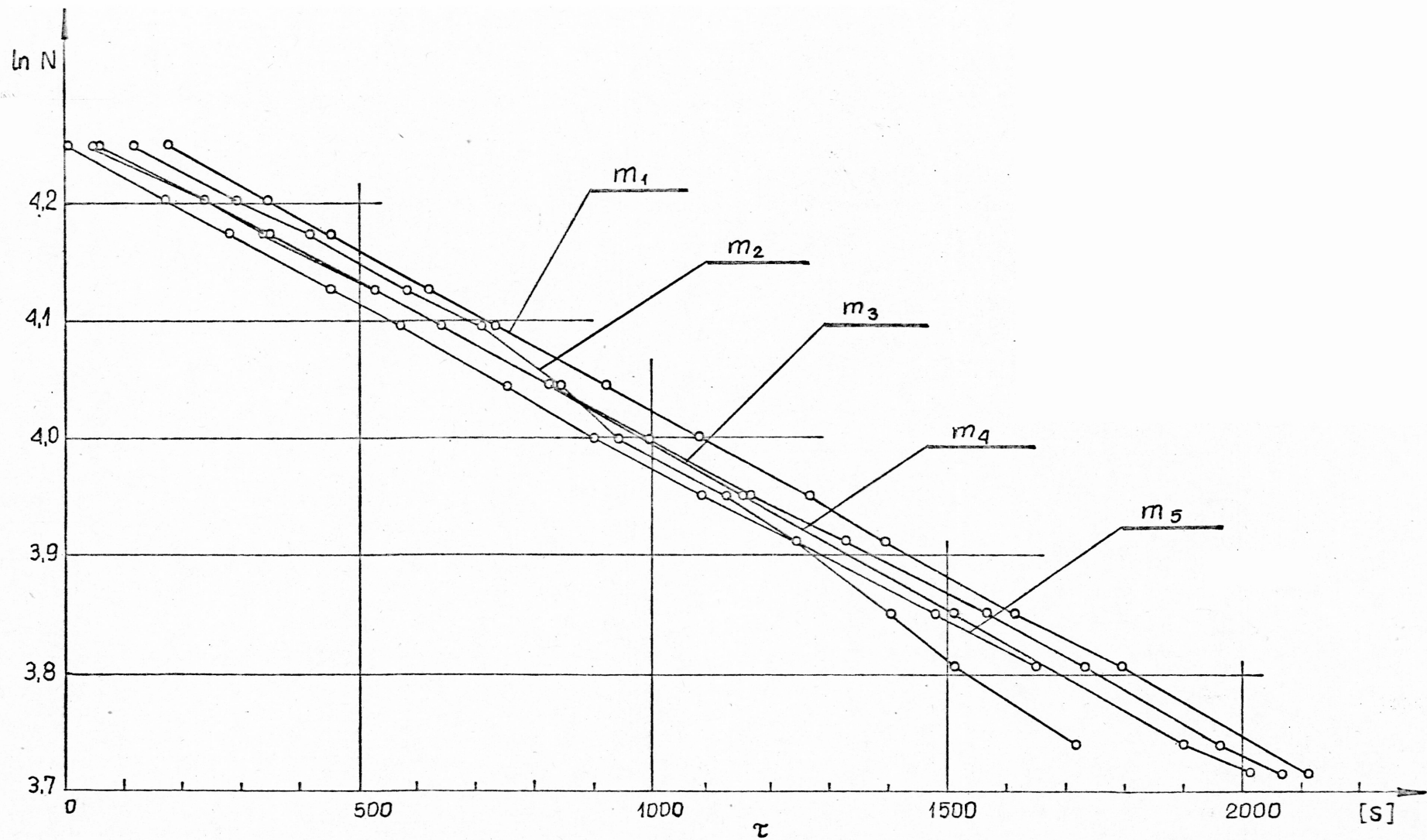
Materiał: miąż węglowy

Parametry:  $T = 279,76 \text{ K}$   $\omega_0 = 0,17$   $\rho = 964,05 \text{ kg/m}^3$ 

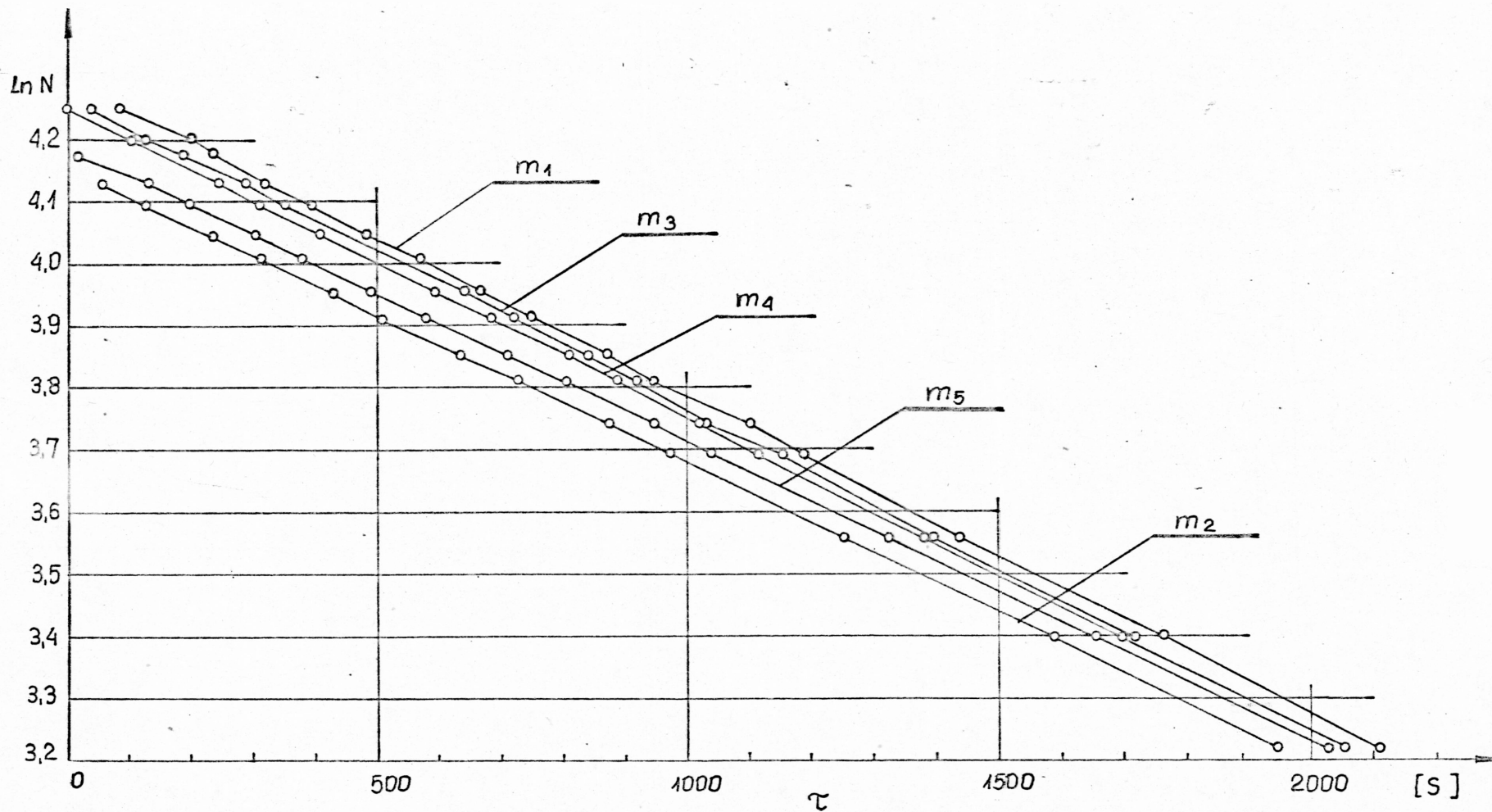
Przyrząd: a - kalorymetr							
lp.	Wskazania galwanometru N	ln N	Czas [s]				
			1	2	3	4	5
1	70	4,2484	32	12	9	20	17
2	65	4,1743	49	36	31	40	36
3	62	4,1271	60	49	40	-	47
4	60	4,0943	68	59	49	60	57
5	57	4,0430	80	70	61	73	69
6	55	4,0073	89	82	70	80	-
7	52	3,9512	100	96	84	94	90
8	50	3,9120	109	105	91	102	99
9	47	3,8501	124	121	106	118	113
10	45	3,8066	134	131	115	128	124
11	42	3,7376	150	149	131	144	140
12	40	3,6888	161	158	144	154	150
13	37	3,6109	179	179	159	173	168
14	35	3,5554	193	190	171	-	180
15	32	3,4658	214	213	193	204	200
16	30	3,4014	223	226	205	218	213
17	25	3,2188	270	270	244	-	252
18	20	2,9957	318	313	282	301	298
Tempo chłodzenia $m \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]}$			4,4032	4,3801	4,3214	4,3813	4,2778

Uwaga!

Podane wartości  $m$  - zarówno w tabeli 6 jak i 7 wyznaczono dla arbitralnie przyjętych prostoliniowych części krzywej chłodzenia (rys.1z, 2z, 3z).

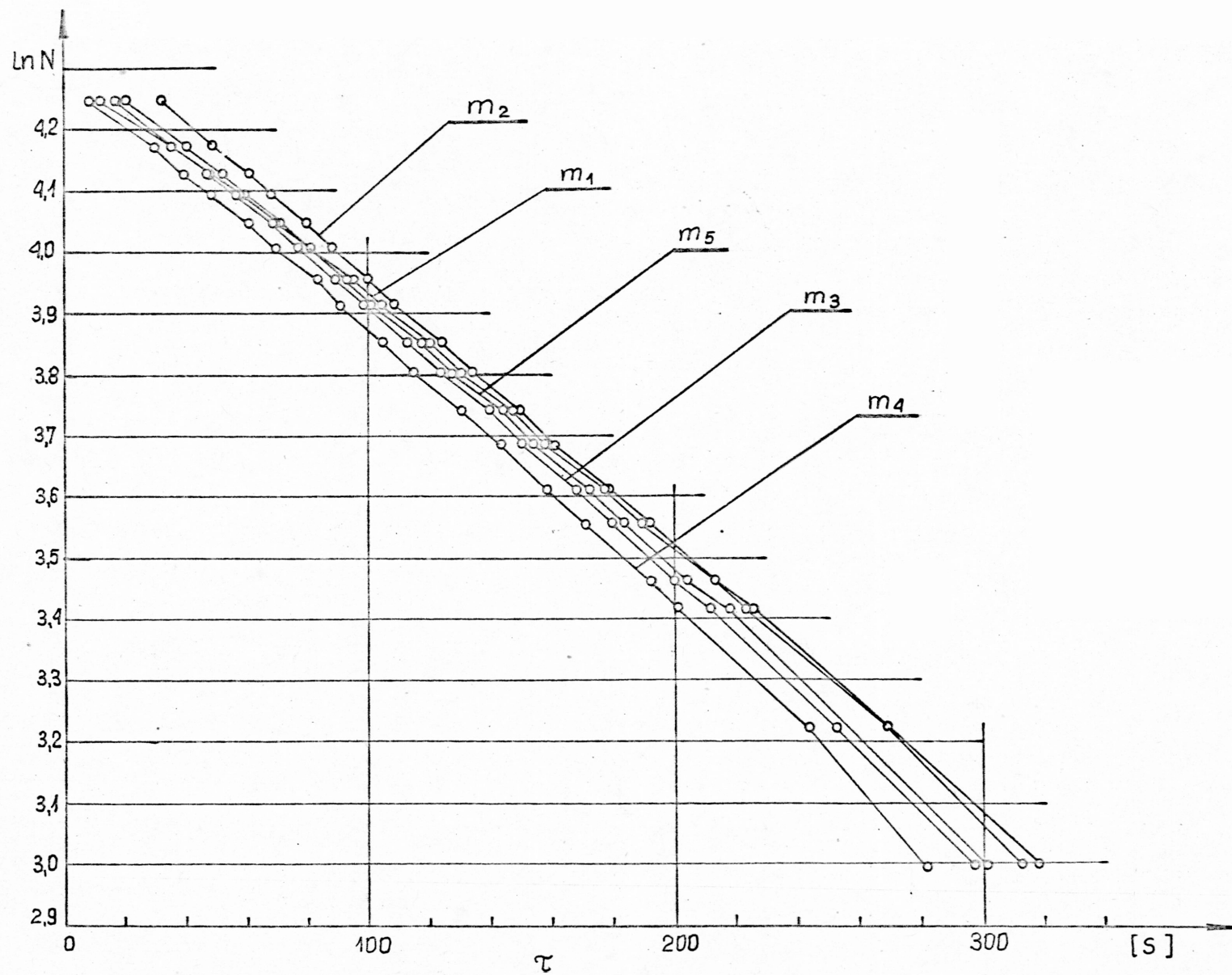


Rys.1z. Wykres tempa chłodzenia  $\alpha$  - kalorymetru



Rys.2z. Wykres tempa chłodzenia próbki w termostacie powietrznym





Rys.3z. Wykres tempa chłodzenia próbki metodą a - kalorymetru

Aby wyznaczyć przewodność cieplną wyznaczano współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni kalorymetru

$$\alpha = m_{\alpha} \cdot \frac{C}{S} \quad (4z)$$

Następnie obliczono  $\lambda$  ze wzoru (3z)

$$\lambda = \frac{K \cdot S}{V} \psi \cdot m_{\infty} \left( \frac{\alpha}{m} - \frac{C_{os}}{S} \right) \quad (5z)$$

Przykład dla pomiaru nr 11

$$M = \frac{5,0339 \cdot 10^{-4}}{4,35 \cdot 10^{-3}} = 0,1156$$

$$H = 0,12565$$

$$\psi = \frac{0,1156}{0,12565} = 0,92$$

$$\alpha = 2,7944 \cdot 10^{-4} \frac{201,893}{8,9603 \cdot 10^{-3}} = 6,7 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\lambda = \frac{4,2413 \cdot 10^{-5} \cdot 8,7448 \cdot 10^{-3}}{5,7663 \cdot 10^{-5}} \cdot 0,92 \cdot 4,35 \cdot 10^{-3} \left( \frac{6,7}{5,0339 \cdot 10^{-4}} - \frac{14,87}{8,7448 \cdot 10^{-3}} \right) = 0,1969 \frac{W}{m K}$$

dyfuzyjność cieplna wynosi

$$a = K \cdot m_{\infty} = 4,2413 \cdot 10^{-5} \cdot 4,35 \cdot 10^{-3} = 1,8461 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

efektywne ciepło właściwe  $c_{ef}$

$$c_{ef} = \frac{\lambda}{a \cdot \rho} = \frac{0,1969}{1,8461 \cdot 10^{-7} \cdot 1157,935} = 1,453 \cdot 10^3 \frac{J}{kg K}$$

### 1.2. Ocena dokładności metody

Dla podanego przykładu obliczeń wielkości cieplnych przeprowadzono ocenę dokładności metody pomiaru, traktując otrzymane wyniki jako reprezentatywne dla pozostałych pomiarów.

Dokładność wielkości bezpośrednio wyznaczonych w pomiarach tj.  $m_\infty$ ,  $m_\alpha$ ,  $m_\lambda$  określono metodą różniczki zupełnej. Wartości wszystkich parametrów, na podstawie których była określona przewodność cieplna, zestawiono w tabeli 3z.

T a b e l a 3z

Wykaz parametrów charakteryzujących pomiary w stanie ustalonym

Parametr	Oznaczenie	Jednostka	Wartość	Odchyłka	Uwagi
Stała kalorymetru	K	$m^2$	$4,2413 \cdot 10^{-5}$	$6,36 \cdot 10^{-8}$	
Powierzchnia próbki	S	$m^2$	$8,7448 \cdot 10^{-3}$	$1,749 \cdot 10^{-5}$	
Objętość próbki	V	$m^3$	$5,7663 \cdot 10^{-5}$	$3,69 \cdot 10^{-7}$	
Pojemn. cieplna osłony	$C_{os}$	$J \cdot K^{-1}$	14,87	0,372	
Tempo chłodzenia	$m_\lambda$	$s^{-1}$	$4,9248 \cdot 10^{-4}$	$7,39 \cdot 10^{-6}$	
Tempo chłodzenia	$m_\infty$	$s^{-1}$	$4,3527 \cdot 10^{-3}$	$5,22 \cdot 10^{-5}$	
Tempo chłodzenia	$m_\alpha$	$s^{-1}$	$2,7603 \cdot 10^{-4}$	$4,48 \cdot 10^{-6}$	
Pojemn. ciepl. $\alpha$ -kalorym.	$C_{Cu}$	$J \cdot K^{-1}$	201,893	2,0189	
Pow. $\alpha$ - kalorymetru	$S_{Cu}$	$m^2$	$8,9603 \cdot 10^{-3}$	$1,79 \cdot 10^{-5}$	
Współ. przejm. ciepła	$\alpha$	$Wm^{-2}K^{-1}$	4,0676	0,1149	
Liczba podobieństwa	M	-	0,1156	$3,12 \cdot 10^{-3}$	
Zmodyf. liczba Biota	H	-	0,1256	$3,39 \cdot 10^{-3}$	wyzn. anal.
Liczba podobieństwa	$\psi$	-	0,92	$2,48 \cdot 10^{-2}$	

Ocena dokładności metodą różniczki zupełnej dla równania (3.2) wykazała, że maksymalny błąd pomiaru może wynosić  $\epsilon_\lambda = 9,27\%$ . Jak zaznaczono w p.3.2 dokładność wyników zależy od ścisłego zachowania warunków biegowych podczas pomiarów. Na dokładność wyników mają również wpływ zakłócenia zewnętrzne, które nie są ujęte w

zależnościach analitycznych opisujących badane wielkości cieplne. Z tych względów pomiary powinny być wielokrotnie powtarzane i na ich podstawie należy określić przedziały ufności dla badanych wielkości. Tego typu oszacowanie własności cieplnych przeprowadzono dla badanej próbki o gęstości  $\rho = 1157,935 \text{ kg/m}^3$  i wiewgotności  $\omega_0 = 0,17$  (p.3.3.2 - rys.13).

Dla badanych wartości;  $\lambda_{ef}$ ,  $c_{ef}$ , a wyznaczono przedział ufności [18] na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0,9$  z zależności

$$P \left\{ \bar{x} - t(n - 1, \alpha) \frac{S}{\sqrt{n - 1}} \leq m \leq \bar{x} + t(n - 1, \alpha) \frac{S}{\sqrt{n - 1}} \right\} = 1 - \alpha \quad (6z)$$

gdzie:

- t - statystyka Studenta
- $\bar{x}$  - wartość średnia badanej wielkości
- m - wartość oczekiwana
- n - ilość punktów pomiarowych

Wyniki obliczeń naniesiono na wykres (rys.14).



OPIS METODY POMIARU WŁASNOŚCI CIEPLNYCH ŁADUNKÓW SYPKICH  
O GRANULACJI DO 25 mm

Przy badaniach własności cieplnych materiałów o granulacji efektywnej do 25-30 mm, metodami stanu uporządkowanego, zachodzi konieczność przyjęcia próbki o masie kilkudziesięciu kg. W tym celu opracowano konstrukcję przyrządu, umożliwiającego pomiary metodą stanu uporządkowanego, tego typu materiałów. Opis konstrukcji tego urządzenia przedstawiono w załączniku 3.

Pomiar przewodności cieplnej

Pomiary przewodności cieplnej w tym urządzeniu proponuje się przeprowadzić w stanie ustalonym. Przy znanych wymiarach geometrycznych urządzenia po zrealizowaniu zadanej różnicy temperatur pomiędzy powierzchnią grzejnika i powierzchnią wewnętrzną chłodnicy głównej (poprzez sterowanie mocy grzejnika) mierzy się ilość energii elektrycznej  $Q_{el}$  doprowadzonej do grzejnika. Na tej podstawie określa się przewodność cieplną z zależności

$$\lambda = \frac{Q_{el}}{2\pi L (T_g - T_{ch})} \cdot \ln \frac{r_g}{r_{ch}} \quad (7z)$$

Pomiar dyfuzyjności cieplnej

W pomiarach dyfuzyjności cieplnej metodą a - kalorymetru należy spełnić na powierzchni chłodnicy głównej warunek  $Bi = \frac{\alpha}{\lambda} R \rightarrow \infty$ . Osiąga się to poprzez zapewnienie odpowiedniego przepływu cieczy chłodzącej. Konstrukcja urządzenia pozwala na symulację warunków występujących w nieskończenie długim walcu. Dla przypadków, gdzie pojemność cieplna ścianek i innych elementów (grzejnik) jest pomijalna, dyfuzyjność cieplną próbki określa się z zależności:

$$a = m_{\infty} \cdot K$$

gdzie: K - współczynnik kształtu urządzenia dla walca o nieskończenie dużej długości [9], [14]

$$K = \frac{R^2}{5,783} ; \quad R - \text{promień próbki [m]} \quad (8z)$$

W przypadku omawianego urządzenia pojemność cieplna ścian chłodnicy oraz grzejnika umieszczonego w podłużnej osi symetrii próbki jest znaczna i należałoby ją uwzględnić. W tej postaci omawiane urządzenie pod względem budowy zbliżone jest do bi - kalorymetrów [6] [14]. Idea metody bikalorymetru polega na tym, że rozpatruje się stan uporządkowany próbki złożonej z jądra i otaczającej go warstwy materiału izolacyjnego (próbka). W pracy [6] podano zależność dla próbki walcowej

$$\lambda_1 = \frac{c_1 \varrho_1 m R}{\mu_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{[N_0(\mu_2 R_1) I_0(\mu_2 R_1) - I_0(\mu_2 R_1) N_0(\mu_2 R_2)]}{[N_0(\mu_2 R_2) I_1(\mu_2 R_2) - I_0(\mu_2 R_1) N_1(\mu_2 R_2)]} \quad (9z)$$

gdzie:  $R_1, R_2$  - promienie wewnętrzny i zewnętrzny próbki w kształcie rury,

$m$  - tempo chłodzenia próbki

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{m}{a_1}} \quad \text{- moduł bezwymiarowy}$$

$a$  - dyfuzyjność cieplna

$\lambda_1$  - przewodność cieplna próbki

$I_0, N_0, I_1, N_1$  - funkcje Bessela i Nejmanna.

Podana zależność po uwzględnieniu wartości stałych przyjmuje postać

$$a_1 = m \cdot K \quad (10z)$$

Wartość współczynnika kształtu urządzenia dla niejednorodnego rdzenia bi - kalorymetru może być obliczona jedynie w przybliżeniu z tego względu wygodniej jest wyznaczyć ten współczynnik eksperymentalnie przeprowadzając pomiar dla materiału wzorcowego o znanych własnościach, wówczas

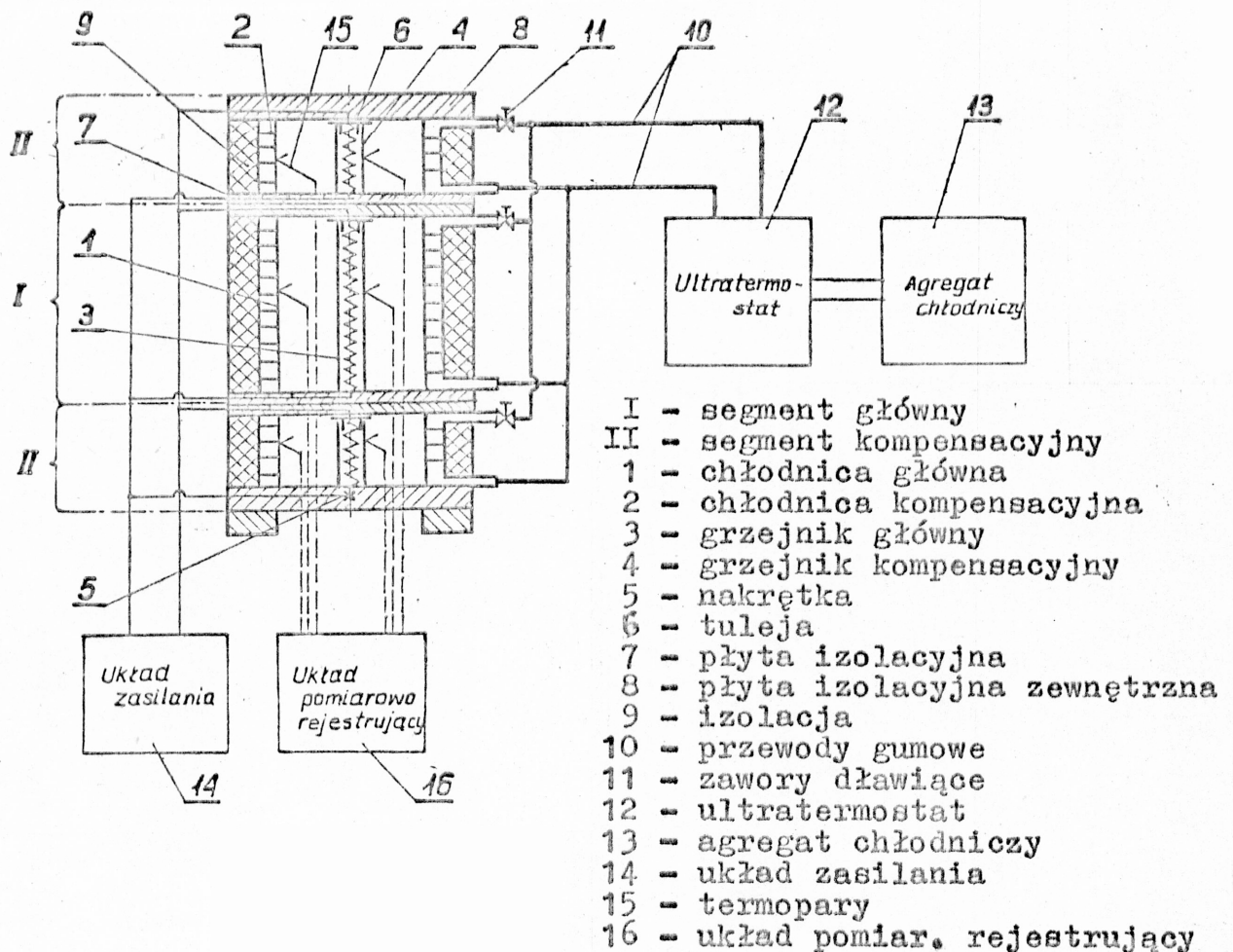
$$K = \frac{a_{wz}}{m_{\infty}} \quad (11z)$$

Pomiary dyfuzyjności cieplnej omawianym urządzeniem przeprowadza się identycznie jak przy pomiarach  $a$  - kalorymetrem. W oparciu o znajomość  $\lambda$  i  $a$  można wyznaczyć  $c$  z zależności (3.4).

Zaletą proponowanego urządzenia jest to, że wykorzystuje stany temperaturowe wymagane przy określaniu przewodności cieplnej. Po dokonaniu pomiaru  $\lambda$  zmienia się temperaturę czynnika chłodzącego, wyłącza zasilanie grzejników i po wejściu próbki w stan uporządkowany określa jej tempo zmian temperatury -  $m_{\infty}$ . Na tej podstawie można wyznaczyć dyfuzyjność cieplną badanego materiału.

OPIS URZĄDZENIA DO POMIARU PRZEWODNOŚCI CIEPLNEJ I CIEPŁA  
WŁAŚCIWEGO MATERIAŁÓW SYPKICH \*)

Urządzenie do pomiaru własności cieplnych (rys.4z) składa się z segmentu głównego I i dwóch segmentów kompensacyjnych II. Segmenty I i II składają się z cylindrycznej chłodnicy oraz grzejnika elektrycznego połączonego z układem zasilania. Od spodu i od góry chłodnice są przykryte płytkami termoizolacyjnymi. Chłodnice 1, 2 posiadają podwójne ścianki pomiędzy którymi krąży ciecz chłodząca, doprowadzona przewodami 10 z ultratermostatu 12 współpracującego z agregatem chłodniczym 13. Segment główny jest segmentem pomiarowym. Na powierzchniach chłodnicy i grzejnika umieszczone są termopary, połączone z układem pomiarowo-rejestrującym.



Rys.4z. Urządzenie do pomiaru własności cieplnych materiałów sypkich

\*) Stanisław Kwaśniewski - Urządzenie do pomiaru przewodności cieplnej i ciepła właściwego materiałów sypkich  
zgłoszenie patentowe P-204413/78

## Tabulegramy programów

## 4.1 .PROGRAM #KWO1

Program KWO1 jest oparty na schemacie blokowym (rys.26). Realizuje on obliczenia procesu rozmrażania metodą różnic skończonych. W programie uwzględniono nieliniowe i nieciągłe zmiany efektywnego ciepła właściwego i przewodności cieplnej.

```

PROGRAM (KWO1)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP7
TRACE 2
END
MASTER ROZMRAZANIE
DIMENSION V(500,2)
INTEGER ALFA,RO,R,ZK,RB
REAL K,KR
100 READ (1,100)N,LMAX,ALFA,RO
FORMAT (4I0)
READ(1,101)TPOCZ,TS,VKR,TB,AP,BP,ACP,BCP,H,K,EPSILON
READ(1,101)KR,A,B,AC,BC,CC,DC,RW
READ(1,101) PI,EP
101 FORMAT (30F0.0)
READ(1,111) ROS,CES,S
111 FORMAT(10F0.0)
RKZ=K
LS=0
DO 1 I=1,N
1 V(I,1)=TPOCZ
TAKR=AP+BP*VKR
DO 4 L=1,LMAX-1
DO 3 I=2,N-1
TA1=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS(V(I,1)-VKR)+1))
TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS(V(I+1,1)-VKR)+1))
TA3=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS(V(I-1,1)-VKR)+1))
CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(I,1))**2+DC)
V(I,2)=(K*TA1*(V(I+1,1)-2*V(I,1)+V(I-1,1))+
+0.25*K*(TA2-TA3)*(V(I+1,1)-V(I-1,1)))/(H*H*RO*CE) +V(I,1)
IF(V(I,2).LT.VKR) GO TO 3
WRITE (2,102) L,I,V(I,2),V(I-1,2),V(I-2,2)
102 FORMAT (10X,30HOBLICZENIA PRZERWANE W CHWILI:,I4,5X,2HI=,
+12,5X,3F12.2)
3 CONTINUE
XS=(V(N-1,1)+V(N,1))/2
TAXS=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS(XS-VKR)+1))
X4=(CES*ROS*S*V(N,1)/K+TAXS*V(N-1,2)/H+ALFA*TS)/(CES*ROS*S/K+
+TAXS/H+ALFA)
XG=0.
XI=0.
SU=0.
SI=0.
DO 47 J=1,30
VS=(V(N,1)+V(N-1,1))/2
XS=(X4+V(N-1,2))/2

```



```

CP1=ATAN (ABS (VS-TB) *SQRT (CC/DC) )
DP1=ATAN (ABS (VKR-TB) *SQRT (CC/DC) )
EP1=AC* (VKR-VS) +BC/SQRT (CC/DC) *(CP1-DP1)
CPWA=EP1/ (VKR-VS)
CP2=ATAN (ABS (XS-TB) *SQRT (CC/DC) )
EP2=AC* (VKR-XS) +BC/SQRT (CC/DC) *(CP2-DP1)
CPWB=EP2/ (VKR-XS)
TAXS=TAKR+A/ (1+B/ALOG10 (ABS (XS-VKR) +1) )
WRITE (2,158) CPWA,CPWB,XS,TAXS,EPS
Q1=-TAXS* (V(N-1,2)-X4) /H
Q2=H/K*R0* (CPWA* (VKR- (V(N,1)+V(N-1,1) ) /2) -CPWB* (VKR-XS) )
Q3=ALFA* (TS-X4)
Q4=CES*R0S*S* (X4-V(N,1) ) /K
EX=Q1+Q2+Q4-Q3
TF (EX) 0,123,124
SU=SIGN (1.,EX)
XG=X4
GO TO 125
124 SU=SIGN (1.,EX)
XI=X4
125 IF (SU+SU.EQ.0) GO TO 126
X4=X4-2*J*SIGN (KR,EX)
GO TO 47
126 EPS=ABS (XG-XD)
IF (EPS.LE.EP) GO TO 123
X4= (XG+XD) /2
47 CONTINUE
WRITE (2,200)
GO TO 50
123 V(N,2)=X4
V(1,2)=V(3,2)
IF (LS.NE.0) GO TO 64
IF (V(N,2).GE.VKR) GO TO 64
WRITE (2,103) L, (V(I,2), I=N-9,N)
103 FORMAT (//20X,13HCHWILA CZASU=,I4//(100F12.2) )
64 IF (V(N,2)- (VKR+PI) ) 0,61,60
IF (LS.NE.0) GO TO 60
DO 5 I=1,N
V(I,1)=V(I,2)
5 V(I,2)=0.
4 CONTINUE
GO TO 50
60 IF (ABS (V(N,2)-VKR) .LE.PI) GO TO 61
62 LS=LS+1
IF (LS.GT.20) GO TO 63
K=K* (V(N,1)-VKR) / (V(N,1)-V(N,2) )
WRITE (2,155) V(N,1),V(N,2),K,L,LS
155 FORMAT (2X,3F10.5,2X,2I5)
L=L-1
GO TO 4
63 WRITE (2,160) L,V(N,2)
160 FORMAT (//10X,45HOBLICZENIA PRZERWANE-PRZEKROCZONY PARAMETR LS,5X,
*13HCHWILA CZASU=,I4,F12.2//)
GO TO 50
61 WRITE (2,161) K,L, (V(I,2), I=N-4,N)
161 FORMAT (2X,7HBARIERA,2X,
*3HKZ=,F8.4,2X,13HCHWILA CZASU=,I4//(100F12.2) )
DO 65 I=2,N
V(I,1)=V(I,2)
65 V(I,2)=0
K=0.1
X2=0.
R=N-1

```

```

DO 7 LL=L+1,LMAX-1
TAKR=AP+BP*VKR
DO 8 I=2,R-1
TA1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I,1)-VKR)+1))
TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I+1,1)-VKR)+1))
TA3=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I-1,1)-VKR)+1))
CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(I,1))**2+DC)
V(I,2)=V(I,1)+(K*TA1*(V(I+1,1)-2*V(I,1)+V(I-1,1))+0.25*K*(TA2-TA3)
*(V(I+1,1)-V(I-1,1)))/(H*H*RO*CE)
8 CONTINUE
V(1,2)=V(3,2)
IF(X2.EQ.0) GO TO 24
I=R
TA1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I,1)-VKR)+1))
TA2=TAKR
TA3=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I-1,1)-VKR)+1))
CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(I,1))**2+DC)
V(I,2)=V(I,1)+(K*2*TA1*((VKR-V(I,1))/(H-HZ)-(V(I,1)-V(I-1,1))/H)
+K*(TA2-TA3)*(VKR-V(I-1,1))/(2*H-HZ))/(RO*CE*(2*H-HZ))
IF(R.EQ.N-1) GO TO 51
IF(R.EQ.N-2) GO TO 57
IF(V(I,2).LT.VKR.AND.X5+(X5-X7)*0.9.LT.2*H) GO TO 56
R=R-1
GO TO 56
51 IF(V(I,2).LT.VKR.AND.X5+(X5-X7)*0.9.LT.H) GO TO 24
R=N-2
GO TO 24
57 IF(V(I,2).LT.VKR.AND.X5+(X5-X7)*0.9.LT.2*H) GO TO 555
R=I-1
RB=R+1
GO TO 555
24 IF(HZ.GT.0) GO TO 565
X3=V(N,1)+0.1
XS=(X3+VKR)/2
TAXS=AP+BP*XS
X2=-TAXS*(V(N-1,2)-X3)/(ALFA*(TS-X3)-ROS*CES*S/K*(X3-V(N,1)))
GO TO 566
565 X2=HZ+(HZ-X7)
X3=V(N,1)-(XB-V(N,1))*0.75
566 CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(R,1))**2+DC)
TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R,1)-VKR)+1))
TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R-1,1)-VKR)+1))
X1=V(R,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H*2-HZ)*((VKR-V(R,1))/(H-HZ)-
*(V(R,1)-V(R-1,1))/H)+K/(RO*CE)*(VKR-V(R-1,1))/(H*2-HZ)*(TAKR-TA2)/
*(H*2-HZ)
IF(R.EQ.N-2) X1=V(R,2)
XS=(X2-HZ)/(H-HZ)*(V(N-1,1)-VKR)
C3=ATAN(ABS(XS-273.16)*SQRT(CC/DC))
D3=ATAN(ABS(VKR-273.16)*SQRT(CC/DC))
E3=AC*(VKR-XS)+BC/SQRT(CC*DC)*(C3-D3)
CPWA=E3/(VKR-X3)
DO 14 J=1,50
TXG=0.
TXI=0.
TSU=0.
TSD=0.
DO 199 MX=1,50
570 XE2=X2
CPU3=ACP+BCP/2*(X3+VKR)
XS=(VKR+X3)/2
TAXS=AP+BP*XS
Q1=-TAXS*(X3-VKR)/X2
Q3=ALFA*(X3-TS)

```

```

CPWB=ACP+BCP/2*(V(N,1)+VKR)
IF (R.EQ.N-2) GO TO 556
Q2=RO/(2*K)*(CPW3*X2*(VKR-X3)-HZ*CPWB*(VKR-V(N,1))+
+CPWA*(X2-HZ)*(X2-HZ)*(V(N-1,1)-VKR)/(H-HZ))
GO TO 86
556 VS=V(N-1,1)-VKR
Q2=(RO*X2*CPW3*(VKR-X3)/2-HZ*RO*CPWB*
+(VKR-V(N,1))/2+(X2-HZ)*RO*CPWA*VS)/K
86 Q4=S*ROS*CES*(V(N,1)-X3)/K
EX=Q1+Q2+Q4-Q3
WRITE (2,158) Q1,Q2,Q3,Q4,EX,X4
158 FORMAT (2X,6F10.6)
IF (EX) 0,133,134
TSU=SIGN(1.,EX)
TXG=X3
GO TO 135
134 TSD=SIGN(1.,EX)
TXD=X3
135 IF (TSD+TSU.EQ.0) GO TO 136
PD=(X8-V(N,1))*0.35
X3=X3-SIGN(PD,EX)
GO TO 199
136 TEPS=ABS(TXG-TXD)
IF (ABS(TEPS).LE.PI) GO TO 133
X3=(TXG+TXD)/2
199 CONTINUE
WRITE (2,250)
250 FORMAT (26HOB LICZENIA X2/KONIEC PETLI)
EROR=20/ZERO
133 V(R,2)=X1
CP1=ATAN(ABS(V(2,1)-TB)*SQRT(CC/DC))
DC1=ATAN(ABS(VKR-TB)*SQRT(CC/DC))
EP1=AC*(VKR-V(2,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(CP1-DP1)
CPW1=EP1/(VKR-V(2,1))
CP2=ATAN(ABS(V(2,2)-TB)*SQRT(CC/DC))
EP2=AC*(VKR-V(2,2))+BC/SQRT(CC*DC)*(CP2-DP1)
CPW2=EP2/(VKR-V(2,2))
SR=0.
DO 12 I=2,N-2
12 SR=SR+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
VS1=(SR+0.5*(H-HZ)*(V(N-1,1)+VKR))/(RW-HZ)
VS1=VKR-VS1
VS2=(V(N,1)-VKR)/2
CPW4=ACP+BCP/2*(V(N,1)+VKR)
CZ1=VS1*CPW1*RO*(RW-HZ)
CZ4=VS2*CPW4*RO*HZ
CZ5=ROS*CES*S*(X3-V(N,1))
A3=0.
DO 11 I=2,R-1
11 A3=A3+H*(V(I,2)+V(I+1,2))/2
CE=AC+BC/(CC*(273.16-X1)**2+DC)
TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(X1-VKR)+1))
TAR1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R-1,2)-VKR)+1))
CPW3=ACP+BCP/2*(X3+VKR)
XL2=K*ALFA*(TS-X3)
IF (R.EQ.N-2) GO TO 561
XL1=CPW2*RO*(VKR*RW-A3-(X1+VKR)*H/2)
X2=(XL1+XL2-CZ1+CZ4-CZ5)/
+((CPW3*(VKR-X3)-CPW2*(X1-VKR))*RO/2)
X1=(RO*CE/K*V(R,1)+2*TA/(2*H-X2)*(VKR/(H-X2)+V(R-1,2)/H)+(VKR-
+V(R-1,2))*(TAKR-TAR1)/((2*H-X2)**2))/(RO*CE/K+2*TA/((H-X2)*H))
GO TO 562

```

```

561 XL1=CPW2*RO*(VKR*RW-A3-(X1+VKR)*H)
X2=(XL1+XL2-CZ1+CZ4+CZ5)
#/(CPW3*RO*(VKR-X3)/2+CPW2*RO*(X1-VKR)/2)
X1=(RO*CE/K*V(R,1)+2*TA/(3*H-X2)*(VKR/(2*H-X2)+V(R-1,2)/H)+(VKR-
#V(R-1,2))*(TAKR-TAR1)/((3*H-X2)**2))/(RO*CE/K+2*TA/((2*H-X2)*H))
562 IF(ABS((X2-XE2)/X2).LE.EP) GO TO 33
X2=(XE2+X2)/2
14 CONTINUE
WRITE(2,200)
200 FORMAT(/10X,37HPROGRAM ZERO= OSIAGNIETO KONIEC PETLI,/)
33 V(N,2)=X3
X8=V(N,1)
X9=X8
X7=HZ
X5=X2
IF(R.EQ.N-2) GO TO 564
V(N-1,2)=X1
HZ=X2
GO TO 23
564 V(N-2,2)=X1
V(N-1,2)=X3+H/X2*(VKR-X3)
HZ=X2-H
GO TO 23
555 X2=X5+(X5-X7)
CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(R,1))**2+DC)
TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(N,1)-VKR)+1))
TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R-1,1)-VKR)+1))
X1=V(R,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H*2-HZ)*((VKR-V(R,1))/(H-HZ)-
#(V(R,1)-V(R-1,1))/H)+K/(RO*CE)*(VKR-V(R-1,1))/(H*2-HZ)*(TAKR-TA2)/
#(H*2-HZ)
IF(R.EQ.N-3) X1=V(R,2)
TA2=AP+BP*V(N,1)
IF(R.EQ.N-3) GO TO 300
CE=ACP+B*CP*V(R+1,1)
TA=AP+BP*V(R+1,1)
X3=V(R+1,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H+HZ)*((V(N,1)-V(R+1,1))/H-
#(V(R+1,1)-VKR)/HZ)+K/(RO*CE)*(V(N,1)-VKR)/(H+HZ)*(TA2-TAKR)/(H+HZ)
GO TO 301
300 TA1=AP+BP*V(R+2,1)
CE=ACP+B*CP*V(R+2,1)
V(R+2,2)=V(R+2,1)+K/(RO*CE)*TA1*2/(H+HZ)*((V(N,1)-V(R+2,1))/H-
#(V(R+2,1)-VKR)/HZ)+K/(RO*CE)*(V(N,1)-VKR)/(H+HZ)*(TA2-TAKR)/
#(H+HZ)
X3=VKR-(VKR-V(R+2,2))/(X2-H)*(X2-2*H)
301 X4=V(N,1)-0.75*(X9-V(N,1))
DO 69 MX=1,50
XG=0.
XD=0.
SU=0.
SD=0.
CPWA=ACP+B*CP/2*(V(N-1,1)+V(N,1))
DO 16 J=1,30
X5=(X3+X4)/2
IF(R.EQ.N-3) X5=(V(N-1,2)+X4)/2
TA=AP+BP*X5
CPWB=ACP+B*CP/2*(X3+X4)
Q1=-TA*(X4-X3)/H
Q2=-H*RO/K*(CPWA*(VKR-(V(N-1,1)+V(N,1))/2)-CPWB*(VKR-X5))
Q3=ALFA*(X4-TS)
Q4=-S*ROS*CES*(X4-V(N,1))/K
FX=Q1+Q2+Q4-Q3
IF(FX)0,37,38

```



```

SU=SIGN(1.,FX)
XG=X4
GO TO 39
38 SD=SIGN(1.,FX)
XI=X4
39 IF (SU+SD.EQ.0) GO TO 40
PD=(X8-V(N,1))*0.35
IF (FX.GT.0) GO TO 492
X4=X4-PD
GO TO 16
492 X4=X4+PD
GO TO 16
40 EPS=ABS((XG-XD)/(X9-X4))
IF (ABS(EPS).LE.PI) GO TO 37
X4=(XG+XD)/2
WRITE(2,164)R,RB,FX,Q1,Q2,Q3,Q4,X1,X2,X3,X4,XE2
164 FORMAT(2X,6HBLK V,2X,2I3,2X,10F8.5)
16 CONTINUE
WRITE(2,200)
EROR=20/ZERO
37 XE2=X2
CE1=AC+BC/(CC*(273.16-X1)**2+DC)
TAX1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(X1-VKR)+1))
TAR1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R-1,2)-VKR)+1))
TAN1=AP+BP*V(N-1,2)
TAX4=AP+BP*X4
IF (R.EQ.N-2) GO TO 306
X1=(RO*CE1/K*V(R,1)+2*TAX1/(4*H-X2)*(VKR*H+V(R-1,2)*(3*H-X2))/
#(3*H-X2)*H+(VKR-V(R-1,2))/(4*H-X2)*(TAKR-TAR1)/(4*H-X2))/
#(RO*CE1/K+2*TAX1/((3*H-X2)*H))
CE=ACP+BCP*V(N-1,2)
V(R+2,2)=(RO*CE/K*V(R+2,1)+2*TAN1/X2*(X4/H+VKR/(X2-H))+(X4-VKR)/X2
#(TAX4-TAKR)/X2)/(RO*CE/K+2*TAN1/(H*(X2-H)))
X3=VKR-(VKR-V(R+2,2))/(X2-H)*(X2-2*H)
GO TO 377
306 X1=(RO*CE1/K*V(R,1)+2*TAX1/(3*H-X2)*(VKR/(2*H-X2)+
#V(R-1,2)/H)+(VKR-V(R-1,2))/(3*H-X2)*(TAKR-TAR1)/(3*H-X2))/
#(RO*CE1/K+2*TAX1/((2*H-X2)*H))
CE3=ACP+BCP*X3
TAX3=AP+BP*X3
X3=(RO*CE3/K*V(R+1,1)+2*TAX3/X2*(X4*(X2-H)+VKR*H)/
#(H*(X2-H))+(X4-VKR)/X2*(TAX4-TAKR)/X2)/(RO*CE3/K+2*TAX3/
#(H*(X2-H)))
377 VS1=0.
DO 19 I=2,N-3
19 VS1=VS1+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
VS2=(0.5*HZ*(VKR+V(N-2,1))+0.5*H*(V(N-1,1)+V(N,1)))/(H+HZ)
VS2=VS2-VKR
CP1=ATAN(ABS(V(2,1)-TB)*SQRT(CC/DC))
DC1=ATAN(ABS(VKR-TB)*SQRT(CC/DC))
EP1=AC*(VKR-V(2,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(CP1-IP1)
CPW1=EP1/(VKR-V(2,1))
CP2=ATAN(ABS(V(2,2)-TB)*SQRT(CC/DC))
EP2=AC*(VKR-V(2,2))+BC/SQRT(CC/DC)*(CP2-IP1)
CPW2=EP2/(VKR-V(2,2))
CPW3=ACP+BCP/2*(VKR+X4)
CPW4=ACP+BCP/2*(V(N,1)+VKR)
CZ1=VS1*CPW1*RO*(RQ-X5)
CZ4=VS2*CPW4*RO*X5
CZ5=ROS*CES*S*(X4-V(N,1))
A3=0.
DO 21 I=2,R-2
21 A3=A3+0.5*(V(I,2)+V(I+1,2))*H
A3=A3+0.5*H*(V(R-1,2)+X1)

```

```

XL2=K*ALFA*(TS-X5)
IF (R.LT.N-2) GO TO 304
XL1=CPW2*RO*(VKR*RW-A3-(X1+VKR)*H/2)
XM1=(CPW3*(X3-VKR)+CPW2*(VKR-X1))*H/2
X2=(XL1+XL2-CZ1+CZ4-CZ5)/XM1
GO TO 307
304 XL1=CPW2*RO*(VKR*RW-A3-(X1+VKR)*H)
X2=(XL1+XL2-CZ1+CZ4-CZ5)/XM1
307 IF (ABS(X2-XE2)/(X2-X5).LE.EP) GO TO 339
X2=(XE2+X2)/2
69 CONTINUE
339 HZ=X2-(N-1-R)*H
X7=X5
X5=X2
X9=V(N,1)
V(N,2)=X4
V(R,2)=X1
V(R+1,2)=X3
RB=R
X8=X9
GO TO 23
56 DO 17 I=R+2,N-1
TA1=AP+BP*V(I,1)
TA2=AP+BP*V(I+1,1)
CE=ACP+BCP*V(I,1)
IF (I.EQ.R+2.AND.R.EQ.RB) GO TO 54
V(I,2)=V(I,1)+(2*K*TA1)/(RO*CE*(H+HZ))*((V(I+1,1)-V(I,1))/H+
#(V(I,1)-VKR)/HZ)+K*(TA2-TAKR)*(V(I-1,1)-VKR)/(RO*CE*(H+HZ)*(H+HZ))
GO TO 17
54 TA3=AP+BP*V(I-1,1)
V(I,2)=V(I,1)+(TA1*K*(V(I+1,1)-2*V(I,1)+V(I-1,1))+0.25*K*(TA2-TA3)
#*(V(I+1,1)-V(I-1,1)))/(H*H*RO*CE)
17 CONTINUE
X4=V(N,1)-0.75*(X9-V(N,1))
X6=0.
XU=0.
SU=0.
SI=0.
DO 41 J=1,30
XS=(X4+V(N-1,2))/2
TA=AP+BP*XS
CPWA=ACP+BCP/2*(V(N-1,1)+V(N,1))
CPWB=ACP+BCP/2*(V(N-1,2)+X4)
Q1=-TA*(X4-V(N-1,2))/H
Q2=-H*RO/(2*K)*(CPWA*(V(N-1,1)+V(N,1))-CPWB*(X4-V(N-1,2)))
Q3=ALFA*(X4-TS)
Q4=ROS*CES*S*(V(N,1)-X4)
FX=Q1+Q2+Q4-Q3
IF (FX) 0,42,43
SU=SIGN(1.,FX)
XG=X4
GO TO 44
43 SD=SIGN(1.,FX)
XU=X4
44 IF (SU+SD.EQ.0) GO TO 45
PD=(X8-V(N,1))*0.35
IF (FX.GT.0) GO TO 493
X4=X4-PD
GO TO 41
493 X4=X4+PD
GO TO 41
45 EPS=ABS((XG-XU)/(X9-X4))
IF (ABS(EPS).LE.EPSILON) GO TO 42

```

```

      X4=(XG+XD)/2
41  CONTINUE
      WRITE(2,200)
      GO TO 50
42  V(N,2)=X4
      X2=X5+(X5-X7)
      WRITE(2,165)R,RB,FX,Q1,Q2,Q3,Q4
165  FORMAT(2X,7HBLK IX,2I3,2X,5F10.5)
      IF(R.EQ.RB) GO TO 401
      X1=V(R,2)
      X3=VKR-(VKR-V(R+2,2))/(X2-H*(N-R-2))*(X2-(N-R-1)*H)
      GO TO 402
401  TA1=AP+BP*V(R+1,1)
      CE=ACP+BCP*V(R+1,1)
      TA2=AP+BP*V(R+2,1)
      X3=V(R+1,1)+K/(RO*CE)*TA1*2/(H+HZ)*((V(R+2,1)-V(R+1,1))/H-
      *(V(R+1,1)-VKR)/HZ)+K/(RO*CE)*(V(R+2,1)-VKR)/(H+HZ)*(TA2-TAKR)/
      *(H+HZ)
      CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(R,1))**2+DC)
      TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R,1)-VKR)+1))
      TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R-1,1)-VKR)+1))
      X1=V(R,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H*2-HZ)*((VKR-V(R,1))/(H-HZ)-
      *(V(R,1)-V(R-1,1))/H)+K/(RO*CE)*(VKR-V(R-1,1))/(H*2-HZ)*(TAKR-TA2)/
      *(H*2-HZ)
      DO 70 MN=1,50
402  XE2=X2
      CE=AC+BC/(CC*(273.16-X1)**2+DC)
      TAX1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(X1-VKR)+1))
      TAR1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R-1,2)-VKR)+1))
      X1=(RO*CE1/K*V(R,1)+2*TAX1/(H*(N-R+1)-X2)*
      *(VKR/(H*(N-R)-X2)+V(R-1,2)/H)+(VKR-V(R-1,2))/((N-R+1)*H-X2)*(TAKR
      *-TAR1)/((N-R+1)*H-X2)/(RO*CE1/K+2*TAX1/((H*(N-R)-X2)*H))
      CE3=AP+BP*X3
      TA3=AP+BP*X3
      TAR2=AP+BP*V(R+2,2)
      X3=(RO*CE3/K*V(R+1,1)+2*TA3/(X2-(N-R-2)*H)*(V(R+2,2)/H-
      *(VKR/(X2-(N-R-1)*H))+V(R+1,2)-VKR)/(X2-(N-R-2)*H)*(TAR2-TAKR)/
      *(X2-(N-R-2)*H))/(RO*CE3/K+2*TA3/(H*(X2-(N-R-1)*H)))
      CP1=ATAN(ABS(V(2,1)-TB)*SQRT(CC/DC))
      DP1=ATAN(ABS(VKR-TB)*SQRT(CC/DC))
      EP1=AC*(VKR-V(2,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(CP1-DP1)
      CPW1=EP1/(VKR-V(2,1))
      CP2=ATAN(ABS(V(2,2)-TB)*SQRT(CC/DC))
      EP2=AC*(VKR-V(2,2))+BC/SQRT(CC/DC)*(CP2-DP1)
      CPW2=EP2/(VKR-V(2,2))
      CPW3=ACP+BCP*(V(N,2)+VKR)/2
      CPW4=ACP+BCP/2*(V(N,1)+VKR)
      SR1=0.
      DO 80 I=2,RB-1
80  SR1=SR1+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
      VS1=VKR-(SR1+0.5*(H-HZ)*(V(RB,1)+VKR))/(RW-X5)
      SR2=0.
      DO 81 I=RB+1,N-1
81  SR2=SR2+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
      VS2=SR2+0.5*HZ*(V(RB+1,1)+VKR)/X5
      VS2=VS2-VKR
      A3=0.
      DO 82 I=2,R-2
82  A3=A3+0.5*H*(V(I,2)+V(I+1,2))
      A3=A3+0.5*H*(V(R-1,2)+X1)+(X1+VKR)*(N-R)*H*0.5
      SR4=0.
      DO 83 I=R+1,N-1
83  SR4=SR4+0.5*H*(V(I,2)+V(I+1,2))

```

```

A4=SR4-(VKR+X3)*(N-R-1)*H/2
CZ5=RDS*CES*S*(X4-V(N,1))
XL1=-A4*CPW3*RO-(A3-VKR*RW)*CPW2*RO
XL2=K*ALFA*(TS-X4)
XM1=((X3-VKR)*CPW3+(VKR-X1)*CPW2)*RO/2
X2=(XL1+XL2-CZ1+CZ4-CZ5)/XM1
IF (ABS((X2-XE2)/(X2-X5)).LT.EP) GO TO 339
X2=(XE2+X2)/2
70 CONTINUE
23 DO 15 I=1,N
  V(I,1)=V(I,2)
  15 V(I,2)=0.
  WRITE(2,107)LL,X2,(V(I,1),I=47,N)
107 FORMAT(/ /30X,13HCHWILA CZASU:,I4,2X,3HX2=,F12.4/(100F12.2)
  EPS=0.
  7 CONTINUE
  WRITE(2,201)
201 FORMAT(/ /30X,20HKONIEC OBLICZEN LMAX)
50 STOP
  END
  FINISH
152 100 5 800
263.16 403.16 272.7 273.16
0.232 -0.00005 0.324 -0.00005
0.01 0.05 0.0001
0.01 0.7 2. 0.245 4.5 1.5 0.26
1.5
0.000001 0.0001
7800. 0.115 0.005
****

```

Autor progr.S.Kwaśniowski



## 4.2. PROGRAM #KWO4

Program KWO4 jest oparty na schemacie blokowym rys.26. Realizuje on obliczenia procesu zamarzania z uwzględnieniem nieliniowych i nieciągłych zmian efektywnego ciepła właściwego i przewodności cieplnej.

```

PROGRAM (KWO4)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP7
TRACE 2
END
MASTER ZAMARZANIE
DIMENSION V(500,2)
INTEGER ALFA,RO,R,ZK,RB
REAL K,KR
READ (1,100)N,LMAX,ALFA,RO
100 FORMAT (4I0)
READ(1,101)TPOCZ,TS,UKR,TB,AP,BP,ACP,BCP,H,K,EPSILON
READ(1,101)KR,A,B,AC,BC,CC,DC,RW
READ(1,101) PI,EP
101 FORMAT (30F0.0)
READ(1,111) ROS,CES,S
111 FORMAT (10F0.0)
RKZ=K
LS=0
DO 1 I=1,N
1 V(I,1)=TPOCZ
DO 4 L=1,LMAX-1
DO 3 I=2,N-1
TA1=AP+BP*V(I,1)
TA2=AP+BP*V(I+1,1)
TA3=AP+BP*V(I-1,1)
CE=ACP+BCP*V(I,1)
V(I,2)=(K*TA1*(V(I+1,1)-2*V(I,1)+V(I-1,1))+
#0.25*K*(TA2-TA3)*(V(I+1,1)-V(I-1,1)))/(H*H*RO*CE) +V(I,1)
IF(V(I,2).GT.UKR) GO TO 3
GO TO 50
3 CONTINUE
CE=ACP+BCP*TKR
V(N,2)=(TAKR*V(N-1,2)/H-RO*CE*H*(V(N-1,2)-V(N,1)-
# V(N-1,1))/(2*K)+ROS*CES*S*V(N,1)/K+ALFA*TS)/(TAKR/H+
#RO*CE*H/(2*K)+ROS*CES*S/K+ALFA)
V(1,2)=V(3,2)
IF(LS.NE.0)GO TO 64
64 IF(V(N,2)-(UKR+EPSILON)) 60,61,0
IF(LS.NE.0) GO TO 62
DO 5 I=1,N
V(I,1)=V(I,2)
5 V(I,2)=0.
4 CONTINUE
GO TO 50
60 IF(ABS(V(N,2)-UKR).LE.EPSILON) GO TO 61
62 LS=LS+1
IF(LS.GT.20) GO TO 63
K=K*(V(N,1)-UKR)/(V(N,1)-V(N,2))
L=L-1
GO TO 4
63 WRITE(2,160)L,V(N,2)
160 FORMAT(//10X,45HOBLICZENIA PRZERWANE-PRZEKROCZONY PARAMETR LS,5X,
#13HCHWILA CZASU=,I4,F12.2//)
GO TO 50

```

```

61  WRITE(2,161)K,L,(V(I,2),I=N-4,N)
161  FORMAT(/,20X,39HZNALEZIONO BARRIERE - PARAMETRY BARRIERE:,2X,
      #3HKZ=,F8.4,2X,13HCHWILA CZASU=,I4/(100F12.2))
      DO 65 I=2,N
      V(I,1)=V(I,2)
65  V(I,2)=0
      K=RKZ
      X2=0.
      R=N-1
      DO 7 LL=L+1,LMAX-1
      TAKR=AP+BP*VKR
      DO 8 I=2,R-1
      TA1=AP+BP*V(I,1)
      TA2=AP+BP*V(I+1,1)
      TA3=AP+BP*V(I-1,1)
      CE=ACP+BCP*V(I,1)
      V(I,2)=V(I,1)+(K*TA1*(V(I+1,1)-2*V(I,1)+V(I-1,1))+0.25*K*(TA2-TA3)
      #*(V(I+1,1)-V(I-1,1)))/(H*H*RO*CE)
      IF(V(I,2).LE.VKR) WRITE(2,105)LL,I,V(I,2),V(I-1,2),V(I-2,2)
105  FORMAT(10X,30HOBLICZENIA PRZERWANE W CHWILI:,I4,5X,2HI=,I2,5X,
      #3F12.2)
      IF(V(I,2).LE.VKR) GO TO 50
8   CONTINUE
      V(1,2)=V(3,2)
      IF(X2.EQ.0) GO TO 24
      I=R
      TA1=AP+BP*V(I,1)
      TA2=AP+BP*VKR
      TA3=AP+BP*V(I-1,1)
      CE=ACP+BCP*V(I,1)
      V(I,2)=V(I,1)+(K*2*TA1*((VKR-V(I,1))/(H-HZ)-(V(I,1)-V(I-1,1))/H)
      #+K*(TA2-TA3)*(VKR-V(I-1,1))/(2*H-HZ))/(RO*CE*(2*H-HZ))
      IF(R.EQ.N-1) GO TO 51
      IF(R.EQ.N-2) GO TO 57
      IF(V(R,2).GT.VKR.AND.X5+(X5-X7)*0.9.LT.(N-R)*H) GO TO 56
      R=R-1
      GO TO 56
51  IF(V(R,2).GT.VKR.AND.X5+(X5-X7)*0.9.LT.H) GO TO 24
      R=N-2
      GO TO 24
57  IF(V(R,2).GT.VKR.AND.X5+(X5-X7)*0.9.LT.2*H) GO TO 555
      R=I-1
      RB=R+1
      GO TO 555
24  IF(HZ.GT.0) GO TO 565
      X2=0.006*K
      X3=V(N,1)-0.01
      GO TO 566
565  X2=HZ+(HZ-X7)
      X3=V(N,1)-(X8-V(N,1))*0.75
566  X2=X2
      CE=ACP+BCP*V(R,1)
      TA=AP+BP*V(R,1)
      TA2=AP+BP*V(R-1,1)
      X1=V(R,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H*2-HZ)*((VKR-V(R,1))/(H-HZ)-
      #*(V(R,1)-V(R-1,1))/H)+K/(RO*CE)*(VKR-V(R-1,1))/(H*2-HZ)*(TAKR-TA2)/
      #*(H*2-HZ)
      IF(R.EQ.N-2) X1=V(R,2)
      CPWA=ACP+0.5*BCP*(V(R,1)**2-VKR**2)/(V(R,1)-VKR)
      DO 14 J=1,50
      TXG=0.
      TXD=0.
      TSU=0.
      TSI=0.
      DO 199 MX=1,50

```

```

570 XE2=X2
    C3=ATAN(ABS(X3-273.16)*SQRT(CC/DC))
    D3=ATAN(ABS(VKR-273.16)*SQRT(CC/DC))
    E3=AC*(VKR-X3)+BC/SQRT(CC*DC)*(C3-D3)
    CPW3=E3/(VKR-X3)
    XS=(VKR+X3)/2
    TAXS=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(XS-VKR)+1))
    Q1=-TAXS*(X3-VKR)/X2
    Q3=ALFA*(X3-TS)
    IF(HZ.EQ.0) GO TO 85
    C5=ATAN(ABS(V(N,1)-273.16)*SQRT(CC/DC))
    E5=AC*(VKR-V(N,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(C5-D3)
    CPWB=E5/(VKR-V(N,1))
    IF(R.EQ.N-2) GO TO 556
    Q2=(RO*CPW3*X2*(VKR-X3)-HZ*CPWB*(VKR-V(N,1))*RO+
    ‡RO*CPWA*(X2-HZ)*(X2-HZ)*(V(N-1,1)-VKR)/(H-HZ))/(2*K)
    GO TO 86
85   X3=X3
    Q2=(RO*CPWA*X2*X2*(V(N-1,1)-VKR)/H+
    ‡RO*CPW3*X2*(VKR-X3))/(K*2)
    GO TO 86
556  VS=V(N-1,1)-VKR
    Q2=(RO*X2*CPW3*(VKR-X3)/2-HZ*RO*CPWB*
    ‡(VKR-V(N,1))/2+(X2-HZ)*RO*CPWA*VS)/K
86   X3=X3
    Q4=S*ROS*CES*(V(N,1)-X3)/K
    EX=Q1+Q2+Q4-Q3
    IF(EX)0,133,134
    TSU=SIGN(1.,EX)
    TXG=X3
    GO TO 135
134  TSD=SIGN(1.,EX)
    TXD=X3
135  IF(TSD+TSU.EQ.0) GO TO 136
    PD=(X8-V(N,1))*0.35
    IF(HZ.GT.0) GO TO 222
    IF(EX.GT.0) GO TO 490
    X3=X3-0.05
    GO TO 199
490  X3=X3+KR
    GO TO 199
222  IF(EX.GT.0) GO TO 491
    X3=X3-PD
    GO TO 199
491  X3=X3+PD
    GO TO 199
136  TEPS=ABS(TXG-TXD)
    IF(ABS(TEPS).LE.PI) GO TO 133
    X3=(TXG+TXD)/2
199  CONTINUE
    WRITE(2,250)
250  FORMAT(26HOBLICZENIA X2/KONIEC PETLI)
    EROR=20/ZERO
133  X2=X2
    V(R,2)=X1
    CPW1=(ACP*V(2,1)-ACP*VKR+0.5*BCP*V(2,1)*V(2,1)-0.5*BCP*VKR*VKR)/
    ‡(V(2,1)-VKR)
    CPW2=(ACP*V(2,2)-ACP*VKR+0.5*BCP*V(2,2)*V(2,2)-0.5*BCP*VKR*VKR)/
    ‡(V(2,2)-VKR)
    SR=0.
    DO 12 I=2,N-2
12   SR=SR+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
    VS1=(SR+0.5*(H-HZ)*(V(N-1,1)+VKR))/(RW-HZ)
    VS1=VS1-VKR
    VS2=VKR-0.5*(VKR+V(N,1))
    C4=ATAN(ABS(V(N,1)-273.16)*SQRT(CC/DC))

```

```

E4=AC*(VKR-V(N,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(C4-D3)
CPW4=E4/(VKR-V(N,1))
CZ1=VS1*CPW1*RO*(RW-HZ)
CZ4=VS2*CPW4*RO*HZ
CZ5=ROS*CES*S*(X3-V(N,1))
A3=0.
DO 11 I=2,R-1
11 A3=A3+H*(V(I,2)+V(I+1,2))/2
CE=ACP+BCP*X1
TA=AP+BP*X1
TAR1=AP+BP*V(R-1,2)
C3=ATAN(ABS(X3-273.16)*SQRT(CC/DC))
D3=ATAN(ABS(VKR-273.16)*SQRT(CC/DC))
E3=AC*(VKR-X3)+BC/SQRT(CC*DC)*(C3-D3)
CPW3=E3/(VKR-X3)
IF(R.EQ.N-2) GO TO 561
XL1=CPW2*RO*(A3+(X1+VKR)*H/2-VKR*RW)
XL2=K*ALFA*(X3-TS)
X2=(XL1+XL2-CZ1+CZ4+CZ5)
#/(CPW3*RO*(VKR-X3)/2+CPW2*RO*(X1-VKR)/2)
X1=(RO*CE/K*V(R,1)+2*TA/(2*H-X2)*(VKR/(H-X2)+V(R-1,2)/H)+(VKR-
#V(R-1,2))*(TAKR-TAR1)/((2*H-X2)**2))/(RO*CE/K+2*TA/(H-X2)*H)
GO TO 562
561 X2=(CPW2*RO*(A3+(X1+VKR)*H-VKR*RW)+K*ALFA*(X3-TS)-CZ1+CZ4+CZ5)
#/(CPW3*RO*(VKR-X3)/2+CPW2*RO*(X1-VKR)/2)
X1=(RO*CE/K*V(R,1)+2*TA/(3*H-X2)*(VKR/(2*H-X2)+V(R-1,2)/H)+(VKR-
#V(R-1,2))*(TAKR-TAR1)/((3*H-X2)**2))/(RO*CE/K+2*TA/(2*H-X2)*H)
WRITE(2,800) Q1,Q2,Q4,Q3,X2,X3
800 FORMAT(10F12.6)
562 IF(ABS((X2-XE2)/X2).LE.EP) GO TO 33
X2=(XE2+X2)/2
14 CONTINUE
WRITE(2,200)
200 FORMAT(/10X,37HPROGRAM ZERO: OSIAGNIETO KONIEC PETLI,/)
33 V(N,2)=X3
X8=V(N,1)
X9=X8
X7=HZ
X5=X2
IF(R.EQ.N-2) GO TO 564
V(N-1,2)=X1
HZ=X2
GO TO 23
564 V(N-2,2)=X1
V(N-1,2)=V(N,2)+H/X2*(VKR-V(N,2))
HZ=X2-H
GO TO 23
555 X2=X5+(X5-X7)
CE=ACP+BCP*V(R,1)
TA=AP+BP*V(R,1)
TA2=AP+BP*V(R-1,1)
X1=V(R,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H*2-HZ)*((VKR-V(R,1))/(H-HZ)-
#(V(R,1)-V(R-1,1))/H)+K/(RO*CE)*(VKR-V(R-1,1))/(H*2-HZ)*(TAKR-TA2)/
#(H*2-HZ)
IF(R.EQ.N-3) X1=V(R,2)
TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(N,1)-VKR)+1))
IF(R.EQ.N-3) GO TO 300
CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(R+1,1))**2+DC)
TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R+1,1)-VKR)+1))
X3=V(R+1,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H+HZ)*((V(N,1)-V(R+1,1))/H-
#(V(R+1,1)-VKR)/HZ)+K/(RO*CE)*(V(N,1)-VKR)/(H+HZ)*(TA2-TAKR)/(H+HZ)
GO TO 301

```



```

300  TA1=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS (V (R+2,1)-VKR)+1))
      CE=AC+BC/(CC*(273.16-V (R+2,1))**2+DC)
      V (R+2,2)=V (R+2,1)+K/(RO*CE)*TA1*2/(H+HZ)*((V (N,1)-V (R+2,1))/H-
      * (V (R+2,1)-VKR)/HZ)+K/(RO*CE)*(V (N,1)-VKR)/(H+HZ)*(TA2-TAKR)/
      *(H+HZ)
      X3=VKR-(VKR-V (R+2,2))/(X2-H)*(X2-2*H)
301  X4=V (N,1)-0.25*(X9-V (N,1))
      DO 69 MX=1,60
      XG=0.
      XD=0.
      SU=0.
      SD=0.
      C3=ATAN (ABS (V (N,1)-273.16)*SQRT (CC/DC))
      D3=ATAN (ABS (V (N-1,1)-273.16)*SQRT (CC/DC))
      E3=AC*(V (N-1,1)-V (N,1))+BC/SQRT (CC*DC)*(C3-D3)
      CPWA=E3/(V (N-1,1)-V (N,1))
      DO 16 J=1,30
338  XS=(X3+X4)/2
      IF (R.EQ.N-3)  X5=(V (N-1,2)+X4)/2
      TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS (XS-VKR)+1))
      C4=ATAN (ABS (X4-273.16)*SQRT (CC/DC))
      D4=ATAN (ABS (X3-273.16)*SQRT (CC/DC))
      E4=AC*(X3-X4)+BC/SQRT (CC*DC)*(C4-D4)
      CPWB=E4/(X3-X4)
      Q1=-TA*(X4-X3)/H
      Q2=-H*RO/K*(CPWA*(VKR-(V (N-1,1)+V (N,1))/2)-CPWB*(VKR-XS))
      Q3=ALFA*(X4-TS)
      Q4=-S*ROS*CES*(X4-V (N,1))/K
      FX=Q1+Q2+Q4-Q3
      IF (FX)0,37,38
      SU=SIGN (1.,FX)
      XG=X4
      GO TO 39
38  SD=SIGN (1.,FX)
      XD=X4
39  IF (SU+SD.EQ.0) GO TO 40
      FI=(X8-V (N,1))*0.35
      IF (FX.GT.0) GO TO 492
      X4=X4-FI
      GO TO 16
492  X4=X4+FI
      GO TO 16
40  EPS=ABS ((XG-XD)/(X9-X4))
      IF (ABS (EPS).LE.PI) GO TO 37
      X4=(XG+XD)/2
16  CONTINUE
      WRITE (2,200)
      EROR=20/ZERO
37  XE2=X2
      CE1=ACP+BCP*X1
      TAX1=AP+BP*X1
      TAR1=AP+BP*V (R-1,2)
      TAN1=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS (V (N-1,2)-VKR)+1))
      TAX4=TAKR+A/(1+B/ALOG10 (ABS (X4-VKR)+1))
      IF (R.EQ.N-2) GO TO 306
      X1=(RO*CE1/K*V (R,1)+2*TAX1/(4*H-X2)*(VKR*H+V (R-1,2)*(3*H-X2))/
      *(3*H-X2)*H+(VKR-V (R-1,2))/(4*H-X2)*(TAKR-TAR1)/(4*H-X2))/
      *(RO*CE1/K+2*TAX1/((3*H-X2)*H))
      CE=AC+BC/(CC*(273.16-V (N-1,2))**2+DC)
      V (R+2,2)=(RO*CE/K*V (R+2,1)+2*TAN1/X2*(X4/H+VKR/(X2-H))+(X4-VKR)/X2
      *(TAX4-TAKR)/X2)/(RO*CE/K+2*TAN1/(H*(X2-H)))
      X3=VKR-(VKR-V (R+2,2))/(X2-H)*(X2-2*H)

```

```

GO TO 377
306 X2=X2
X1=(RO*CE1/K*V(R,1)+2*TAX1/(3*H-X2)*(VKR/(2*H-X2)+
#V(R-1,2)/H)+(VKR-V(R-1,2))/(3*H-X2)*(TAKR-TAR1)/(3*H-X2))/
#(RO*CE1/K+2*TAX1/((2*H-X2)*H))
CE3=AC+BC/(CC*(273.16-X3)**2+IC)
TAX3=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(X3-VKR)+1))
X3=(RO*CE3/K*V(R+1,1)+2*TAX3/X2*(X4*(X2-H)+VKR*H)/
#(H*(X2-H))+(X4-VKR)/X2*(TAX4-TAKR)/X2/(RO*CE3/K+2*TAX3/
#(H*(X2-H)))
377 X2=X2
VS1=0.
DO 19 I=2,N-3
19 VS1=VS1+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
VS1=(VS1+0.5*(H-HZ)*(V(N-2,1)+VKR))/(RW-H-HZ)-VKR
VS2=(0.5*HZ*(VKR+V(N-2,1))+0.5*H*(V(N-1,1)+V(N,1)))/(H+HZ)
VS2=VKR-VS2
CPW1=(ACP*V(2,1)-ACP*VKR+0.5*BCP*V(2,1)*V(2,1)-0.5*BCP*VKR*VKR)/
#(V(2,1)-VKR)
CPW2=(ACP*V(2,2)-ACP*VKR+0.5*BCP*V(2,2)*V(2,2)-0.5*BCP*VKR*VKR)/
#(V(2,2)-VKR)
CP1=ATAN(ABS(X4-273.16)*SQRT(CC/IC))
CP2=ATAN(ABS(VKR-273.16)*SQRT(CC/IC))
CP3=AC*(VKR-X4)
CPW3=(CP3+BC/SQRT(CC*IC))*(CP1-CP2)/(VKR-X4)
CP4=ATAN(ABS(V(N,1)-273.16)*SQRT(CC/IC))
CP5=AC*(VKR-V(N,1))
CPW4=(CP5+BC/SQRT(CC*IC))*(CP4-CP2)/(VKR-V(N,1))
CZ1=VS1*CPW1*RO*(RW-X5)
CZ4=VS2*CPW4*RO*X5
CZ5=ROS*CES*S*(X4-V(N,1))
A3=0.
DO 21 I=2,R-2
21 A3=A3+0.5*(V(I,2)+V(I+1,2))*H
A3=A3+0.5*H*(V(R-1,2)+X1)
IF(R.LT.N-2) GO TO 304
X2=(-CPW3*RO*0.5*H*(VKR-X4)+CPW2*RO*(A3+(X1+VKR)*H-VKR*RW)+K*ALFA*
#(X3-TS)-CZ1+CZ4+CZ5)/(CPW3*RO*(VKR-X3)*0.5+CPW2*RO/2*(X1-VKR))
GO TO 307
304 X2=X2
X2=(-CPW3*RO*(VKR*H+0.5*H*X3-0.5*H*X4)+CPW2*RO*(A3+(X1+VKR)*1.5*H-
#VKR*RW)+K*ALFA*(X3-TS)-CZ1+CZ4+CZ5)/(CPW3*RO*(VKR-X3)*0.5+CPW2*RO*
#(X1-VKR)*0.5)
307 IF(ABS((X2-XE2)/(X2-X5)).LE.EP) GO TO 339
X2=(XE2+X2)/2
69 CONTINUE
339 HZ=X2-(N-1-R)*H
X7=X5
X5=X2
X9=V(N,1)
V(N,2)=X4
V(R,2)=X1
V(R+1,2)=X3
ZK=1.
RB=R
XB=X9
WRITE(2,164)R,RB,FX,Q1,Q2,Q3,Q4,X1,X2,X3,X4,XE2
164 FORMAT(2X,6HBLOK V,2X,2I3,2X,10F8.5)
GO TO 23
56 DO 17 I=R+2,N-1
TAKR = AP+BP*VKR
TA1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I,1)-VKR)+1))

```

```

    TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I+1,1)-VKR)+1))
    CE=AC+BC/(CC*(V(I,1)-273.16)*(V(I,1)-273.16)+DC)
    IF(I.EQ.R+2.AND.R.EQ.RB) GO TO 54
    V(I,2)=V(I,1)+(2*K*TA1)/(RO*CE*(H+HZ))*(V(I+1,1)-V(I,1))/H+
    †*(V(I,1)-VKR)/HZ)+K*(TA2-TAKR)*(V(I-1,1)-VKR)/(RO*CE*(H+HZ)*(H+HZ))
    GO TO 17
54  TA3=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(I-1,1)-VKR)+1))
    V(I,2)=V(I,1)+(TA1*K*(V(I+1,1)-2*V(I,1)+V(I-1,1))+0.25*K*(TA2-TA3)
    †*(V(I+1,1)-V(I-1,1)))/(H*H*RO*CE)
17  CONTINUE
    X4=V(N,1)-0.75*(X9-V(N,1))
    XG=0.
    XI=0.
    SU=0.
    SI=0.
    DO 41 J=1,30
    XS=(X4+V(N-1,2))/2
    TA=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(XS-VKR)+1))
    C3=ATAN(ABS(V(N,1)-273.16)*SQRT(CC/DC))
    D3=ATAN(ABS(V(N-1,1)-273.16)*SQRT(CC/DC))
    E3=AC*(V(N-1,1)-V(N,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(C3-D3)
    CPWA=E3/(V(N-1,1)-V(N,1))
    C4=ATAN(ABS(X4-273.16)*SQRT(CC/DC))
    D4=ATAN(ABS(V(N-1,2)-273.16)*SQRT(CC/DC))
    E4=AC*(V(N-1,2)-X4)+BC/SQRT(CC*DC)*(C4-D4)
    CPWB=E4/(V(N-1,2)-X4)
    Q1=-TA*(X4-V(N-1,2))/H
    Q2=-H*RO/(2*K)*(CPWA*(V(N-1,1)+V(N,1))-CPWB*(X4-V(N-1,2)))
    Q3=ALFA*(X4-TS)
    Q4=ROS*CES*S*(V(N,1)-X4)
    FX=Q1+Q2+Q4-Q3
    IF(FX)0,42,43
    SU=SIGN(1.,FX)
    XG=X4
    GO TO 44
43  SI=SIGN(1.,FX)
    XI=X4
44  IF(SU+SI.EQ.0) GO TO 45
    PI=(X8-V(N,1))*0.35
    IF(FX.GT.0) GO TO 493
    X4=X4-PI
    GO TO 41
493  X4=X4+PI
    GO TO 41
45  EPS=ABS((XG-XI)/(X9-X4))
    IF(ABS(EPS).LE.EPSILON) GO TO 42
    X4=(XG+XI)/2
41  CONTINUE
    WRITE(2,200)
    GO TO 50
42  V(N,2)=X4
    X2=X5+(X5-X7)
    WRITE(2,165)R,RB,FX,Q1,Q2,Q3,Q4
165  FORMAT(2X,7HBLOK IX,2I3,2X,5F10.5)
    WRITE(2,514)X2
    IF(R.EQ.RB) GO TO 401
    X1=V(R,2)
    X3=VKR-(VKR-V(R+2,2))/(X2-H*(N-R-2))*(X2-(N-R-1)*H)
    GO TO 402
401  TA1=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R+1,1)-VKR)+1))
    CE=AC+BC/(CC*(273.16-V(R+1,1))*2+DC)
    TA2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R+2,1)-VKR)+1))

```

```

X3=V(R+1,1)+K/(RO*CE)*TA1*2/(H+HZ)*((V(R+2,1)-V(R+1,1))/H-
#(V(R+1,1)-VKR)/HZ)+K/(RO*CE)*(V(R+2,1)-VKR)/(H+HZ)*(TA2-TAKR)/
#(H+HZ)
CE=ACP+BCP*V(R,1)
TA=AP+BP*V(R,1)
TA2=AP+BP*V(R-1,1)
X1=V(R,1)+K/(RO*CE)*TA*2/(H*2-HZ)*((VKR-V(R,1))/(H-HZ)-
#(V(R,1)-V(R-1,1))/H)+K/(RO*CE)*(VKR-V(R-1,1))/(H*2-HZ)*(TAKR-TA2)/
#(H*2-HZ)
DO 70 MN=1,50
402 XE2=X2
CE1=ACP+BCP*X1
TAX1=AP+BP*X1
TAR1=AP+BP*V(R-1,2)
X1=(RO*CE1/K*V(R,1)+2*TAX1/(H*(N-R+1)-X2)*
#(VKR/(H*(N-R)-X2)+V(R-1,2)/H)+(VKR-V(R-1,2))/((N-R+1)*H-X2)*(TAKR
#-TAR1)/((N-R+1)*H-X2))/(RO*CE1/K+2*TAX1/(H*(N-R)-X2)*H)
CE3=AC+BC/(CC*(273.16-X3)**2+DC)
TA3=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(273.16-X3)+1))
TAR2=TAKR+A/(1+B/ALOG10(ABS(V(R+2,2)-VKR)+1))
X3=(RO*CE3/K*V(R+1,1)+2*TA3/(X2-(N-R-2)*H)*(V(R+2,2)/H-
#VKR/(X2-(N-R-1)*H))+V(R+1,2)-VKR)/(X2-(N-R-2)*H)*(TAR2-TAKR)/
#(X2-(N-R-2)*H)/(RO*CE3/K+2*TA3/(H*(X2-(N-R-1)*H)))
CPW1=(ACP*V(2,1)-ACP*VKR+0.5*BCP*V(2,1)*V(2,1)-0.5*BCP*VKR*VKR)/
#(V(2,1)-VKR)
CPW2=(ACP*V(2,2)-ACP*VKR+0.5*BCP*V(2,2)*V(2,2)-0.5*BCP*VKR*VKR)/
#(V(2,2)-VKR)
C3=ATAN(ABS(V(N,2)-TB)*SQRT(CC/DC))
D3=ATAN(ABS(VKR-TB)*SQRT(CC/DC))
E3=AC*(VKR-V(N,2))+BC/SQRT(CC*DC)*(C3-D3)
CPW3=E3/(VKR-V(N,2))
C4=ATAN(ABS(V(N,1)-TB)*SQRT(CC/DC))
E4=AC*(VKR-V(N,1))+BC/SQRT(CC*DC)*(C4-D3)
CPW4=E4/(VKR-V(N,1))
SR1=0.
DO 80 I=2,RB-1
80 SR1=SR1+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
VS1=(SR1+0.5*(H-HZ)*(V(RB,1)+VKR))/(RW-X5)-VKR
SR2=0.
DO 81 I=RB+1,N-1
81 SR2=SR2+0.5*H*(V(I,1)+V(I+1,1))
VS2=SR2+0.5*HZ*(V(RB+1,1)+VKR)/X5
VS2=VKR-VS2
A3=0.
DO 82 I=2,R-2
82 A3=A3+0.5*H*(V(I,2)+V(I+1,2))
A3=A3+0.5*H*(V(R-1,2)+X1)+(X1+VKR)*(N-R)*H*0.5
SR4=0.
DO 83 I=R+1,N-1
83 SR4=SR4+0.5*H*(V(I,2)+V(I+1,2))
A4=SR4-(VKR+X3)*(N-R-1)*H/2
CZ5=ROS*CES*S*(X4-V(N,1))
X2=(A4*CPW3*RO+(A3-VKR*RW)*CPW2*RO-CZ1+CZ4+CZ5+K*ALFA*(X4-TS)
#/(VKR-X3)*CPW3+(X1-VKR)*CPW2)*RO/2)
WRITE(2,514) X2
514 FORMAT(20X,3HX2=,F12.6)
WRITE(2,820) X1
820 FORMAT(5X,3HX1=,F10.3)
IF(ABS((X2-XE2)/(X2-X5)).LT.EP) GO TO 339
X2=(XE2+X2)/2
70 CONTINUE
23 DO 15 I=1,N

```

```
V(I,1)=V(I,2)
15 V(I,2)=0.
WRITE(2,107)LL,X2,(V(I,1),I=N-4,N)
107 FORMAT(/30X,13HCHWILA CZASU:,I4,2X,3HX2=,F12.4/(100F12.2))
EPS=0.
7 CONTINUE
WRITE(2,201)
201 FORMAT(/30X,20HKONIEC OBLICZEN LMAX)
50 STOP
END
FINISH
52 100 30 800
283.16 263.16 272.7 273.16
0.232 -0.00005 0.324 -0.00005
0.03 0.1 0.0001
0.05
0.7 2. 0.245 4.5 1.5 0.26
1.5
0.000001 0.0001
7800. 0.115 0.005
****
```

Autor progr.S.Kwaśniowski



## 4.3. PROGRAM #OPTY

Program poszukuje ekstremum funkcji - metodą Gaussa - Seidela. W pracy był wykorzystywany do poszukiwania współczynników regresji funkcji o zadanej postaci, ze względu na minimalne średnie odchylenie kwadratowe. Program automatycznie zawęży przestrzeń poszukiwań. Postać zadanej funkcji wprowadza się jako podprogram SUBROUTINE BETA. Na końcu wydruku przedstawiono wiono przykład przygotowania danych.

```

PROGRAM (OPTY)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP7
TRACE 2
END
MASTER METODA GAUSSA SEIDELA
DIMENSION X(20),XN(20),A(20),B(20),C(20),D(20),Y(20),V(20) ,
#Z(20),DEL(20),H(20)
COMMON/ALFA/NP
READ(1,100)N,M,L ,NP
100 FORMAT(10I0)
READ(1,101) (A(I),I=1,N) , (B(I),I=1,N)
101 FORMAT(50F0.0)
READ(1,105) (Y(IP),IP=1,NP) , (V(IP),IP=1,NP)
105 FORMAT(50F0.0)
READ(1,104) (X(I),I=1,N)
104 FORMAT(20F0.0)
15 K=K
DO 1 I=1,N
1 H(I)=ABS(B(1)-A(I))/L
I=1
2 CALL FPOU (X,Y,U,FX)
X(I)=X(I)+H(I)
CALL FPOU (X,Y,U,FX1)
X(I)=X(I)-2*H(I)
CALL FPOU (X,Y,U,FX2)
DF1=FX1-FX
DF2=FX2-FX
Y1=SIGN(1.,DF1)
Y2=SIGN(1.,DF2)
X(I)=X(I)+H(I)
IF (Y1+Y2.NE.0) GO TO 8
IF (Y1.EQ.M) GO TO 6
IF (Y2.EQ.M) GO TO 61
WRITE(2,200)
200 FORMAT(2X,23HNIEZGODNOSC W PROGRAMIE)
GO TO 51
6 MK=1
GO TO 62
61 MK=-1
62 XN(I)=X(I)+MK*H(I)
IF (XN(I).GT.A(I).AND.XN(I).LT.B(I)) GO TO 7
GO TO 8
7 X(I)=XN(I)
CALL FPOU (X,Y,U,FXN)
DF=FXN-FX
IF (SIGN(1.,DF).EQ.M) GO TO 9
X(I)=X(I)-MK*H(I)
GO TO 8
9 FX=FXN

```

```

      GO TO 62
8     IF (FXC.EQ.FX) GO TO 10
      FXC=FX
      J=1
18    I=I+1
      IF (I.EQ.N+1) I=1
      GO TO 2
10    J=J+1
      IF (J.EQ.2*N+1) GO TO 11
      GO TO 18
11    FX=FX
      DO 12 I=1,N
      C(I)=A(I)
      D(I)=B(I)
      A(I)=X(I)-2*H(I)
      B(I)=X(I)+2*H(I)
12    CONTINUE
      WRITE(2,202) FX,X(1),X(2),X(3)
202   FORMAT(2X,3HFX=,F10.6,5X,3HAC=,F10.6,5X,3HBC=,F10.6,5X,
      #3HDC=,F10.6)
      K=K+1
      IF (K.EQ.3) GO TO 14
      GO TO 15
14    K=K
      DO 16 I=1,N
      A(I)=C(I)
      B(I)=D(I)
16    CONTINUE
50    DO 21 IP=1,NP
      CALL BETA (X,U,Z)
      DEL(IP)=Y(IP)-Z(IP)
21    CONTINUE
      WRITE(2,205) (V(IP),Y(IP),Z(IP),DEL(IP),IP=1,NP)
205   FORMAT(20(10X,4F10.6/))
501   WRITE(2,203)
203   FORMAT(5X,15HKONIEC OBLICZEN)
51    STOP
      END
      SUBROUTINE FPOD (X,Y,U,F)
      DIMENSION Z(20),V(20),Y(20),X(20)
      COMMON/ALFA/NP
      CALL BETA (X,U,Z)
      SUM=0.
      DO 20 IP=1,NP
      SUM=SUM+((Z(IP)-Y(IP))/(Y(IP)))**2
20    CONTINUE
      F=SQR1(SUM/NP)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE BETA (X,U,Z)
      DIMENSION Z(20),V(20),X(20)
      COMMON /ALFA/ NP
      DO 40 IP=1,NP
      Z(IP)=X(1)+X(2)/(V(IP)*V(IP)+X(3))
40    CONTINUE
      RETURN
      END
      FINISH
3 -1 10
15
0.23 2. 0.1
0.3 4. 0.3
8.3016 2.6751 1.1323 0.5602 0.4737 .3723 .341 .3231 .3055 .2962 .2912 .288
.2849 .2835 .2777
.46 1. 2. 4. 5. 8. 10. 12. 15. 18. 20. 22. 24. 25. 30.
0.245 3. 0.17

```

## 4.4. PROGRAM #KW08

Program oblicza czas ogrzewania lub ochładzania płyty nieograniczonej o grubości  $2R$  (na podstawie zależności 4.1) przy warunkach brzegowych III rodzaju. Czas ochładzania lub ogrzewania płyty od temperatury początkowej  $T_{pocz}$  do temperatury końcowej  $T_{kr}$ , jest wyznaczany metodą iteracyjną, przy uwzględnieniu  $N$  wyrazów szeregu Fouriera. Przed wykorzystaniem programu należy sprawdzić zbieżność szeregu poprzez wydruk wyrazów  $S_3$ .

```

PROGRAM (KW08)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LF7
TRACE 2
END
MASTER OCHLADZANIE OR OGRZEWANIE
REAL LIW,LAM,MI
INTEGER WSK
DIMENSION MI(100),DP(100),A(100),DMI(100)
READ(1,100) LAM,CE,RO,TKR,R,EPSILON,TPOCZ
100 FORMAT(10F0.0)
READ(1,101) M,LMAX,WSK
101 FORMAT(5I0)
READ(1,102) TSP,ALFP
102 FORMAT(2F0.0)
READ(1,106) SIW,LIW
106 FORMAT(5F0.0)
OPR=SIW/LIW
AD=LAM/(CE*RO)
DO 10 KTP=1,5
TS=TSP
DO 7 KT=1,4
ALF=ALFP
DO 8 KAL=1,5
ALFZ=1./(1/ALF+OPR)
Y0=(TKR-TS)/(TPOCZ-TS)
IF (WSK.GE.0) Y0=1-Y0
BI=ALFZ/LAM*R
DO 3 N=1,M
PI=3.141593
MI(1)=PI*(2*N-1)/2
DO 2 L=1,LMAX
Y1=1./BI*MI(L)
MI(L+1)=ACOT(Y1)+PI*(N-1)
EPS=ABS(MI(L)-MI(L+1))
DMI(N)=MI(L+1)
IF (EPS.LE.EPSILON) GO TO 4
2 CONTINUE
4 DP(N)=2*SIN(DMI(N))/(DMI(N)+SIN(DMI(N))*COS(DMI(N)))
A(N)=DP(N)*COS(DMI(N))
3 CONTINUE
TAU=0.01
DO 5 IT=1,30
FO=AD*TAU/(R*R)
SUA=0.
SUM=0.
DO 6 N=1,M
S4=A(N)*EXP(-DMI(N)*DMI(N)*FO)
SUM=SUM+S4
SUA=SUA+S4*(-DMI(N)*DMI(N)*AD/(R*R))
6 CONTINUE

```

```

EX=SUM-YU
TAW=TAU-EX/SUA
EPS=ABS(TAW-TAU)
TAU=TAW
FO=AD*TAU/(R*R)
IF (TAU.LE.0) GO TO 50
IF (EPS.LE.EPSILON) GO TO 9
5  CONTINUE
WRITE (2,202)
202 FORMAT (5X,20HKONIEC PETLI NEWTONA)
GO TO 50

9  WRITE (2,200) TPOCZ,TS,ALF,YO,TAU,BI,FO
200 FORMAT (5X,6HTPOCZ=,F7.2,5X,3HTS=,F7.2,5X,
#4HALF=,F6.2,5X,3HYO=,F7.2,5X,4HTAU=,
#F5.3,5X,3HBI=,F6.3,5X,3HFO=,F10.5)
IF (KAL.GT.2) GO TO 66
ALF=ALF+2.
GO TO 8
66 ALF=10*(KAL-2)
8  CONTINUE
TS=TS-5
IF (MSK.GE.0) TS=TS-25
7  CONTINUE
TPOCZ=TPOCZ-2
IF (MSK.GE.0) TPOCZ=TPOCZ-3
10 CONTINUE
50 WRITE (2,203)
203 FORMAT (2X,15HKONIEC OBLICZEN)
STOP
END
FINISH

```

Autor progr.S.Kwaśniewski

## 4.5. PROGRAM #KW09

Oblicza czas ogrzewania płyty o grubości  $2R$  (na podstawie zależności 4.2) od temperatury początkowej  $T_{pocz}$  do temperatury końcowej  $T_{kr}$ , przy warunkach brzegowych II rodzaju stały strumień ciepła na powierzchni  $Q$ . Czas ogrzewania jest wyznaczany metodą bisekcji przy uwzględnieniu  $N$  wyrazów szeregu Fouriera. Przed wykorzystaniem programu należy sprawdzić zbieżność szeregu.

```

PROGRAM (KW09)
INPUT 1=CR0
OUTPUT 2=LP7
TRACE 2
END
MASTER ROZMRAZANIE WAR II RODZ
REAL L
DIMENSION MI(100),S(100)
READ(1,100)TKR,TPOCZ,Q,L,R,CE,RO,EPSILON
100 FORMAT(10F0.0)
READ(1,101)NW
101 FORMAT(5I0)
PI=3.141593
DO 1 I=1,6
Q=200
DO 7 KQ=1,10
X3=0.0001
XG=0.
XI=0.
SU=0.
SI=0.
DO 14 M=1,30
AI=L/(CE*RO)
FO=AI*X3/(R*R)
S3=0.
DO 4 N=1,NW
MI(N)=N*PI
S3=(-1)**(N-1)*2/(MI(N)*MI(N))*COS(MI(N))*EXP(-MI(N)**2*FO)
4 CONTINUE
FX=(TPOCZ-TKR)+Q/L*R*(FO+1/3+S3)
IF(FX)0,33,58
SU=SIGN(1.,FX)
XG=X3
GO TO 59
58 SU=SIGN(1.,FX)
XI=X3
59 IF(SU+SI.EQ.0) GO TO 91
X3=X3*2.
GO TO 14
91 X3=(XG+XI)/2
EPS=ABS(XG-XI)
IF(EPS.LE.EPSILON) GO TO 33
14 CONTINUE
33 FO=AI*X3/(R*R)
WRITE(2,200)TPOCZ,Q,X3,FO
200 FORMAT(2X,6HTPOCZ=,F9.2,2HQ=,F8.1,3HX3=,F6.3,3HFO=,F10.7)
Q=Q+200.
7 CONTINUE
TPOCZ=TPOCZ-5
1 CONTINUE
50 WRITE(2,203)
203 FORMAT(2X,15HKONIEC OBLICZEN)
STOP
END
FINISH

```



Mgr inż. Stanisław Kwaśniowski

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn

Politechniki Wrocławskiej

Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27

Pracę złożono w Redakcji Instytutu 26.06.78.

**ODBIORCY:**

1. Komisja Rady Naukowo Dydaktycznej Instytutu Konstrukcji  
i Eksploatacji Maszyn d/s Przewodów Doktorskich 2
2. Doc. dr inż. Jerzy Marcinkowski 1
3. Biblioteka Główna Politechniki Wrocławskiej 1
4. Biblioteka i Ośrodek Informacji Inst.KEM 2
5. Autor 2

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	* N *	D N S R T T A N										0	6	0	5	1	2	0	9		
	Rozpocz. pr.	Zakończ. pr.	Opubl. pr.	Instytut				Nr tematu													
	1 0 7 4	0 7 7 8		I 1 6				1 6 1 1 3													
Nr zlecenia				Nr archiwalny																	
				I 1 6 / K - 3 9 8 / 7 8 *																	
Symbol UKD				Rozmrażanie ładunków												78: Inst. Konstr. Ekspl. Masz. PWr. MNSzWP					
662.98																pol.					

Opis bibliograficzny

Kwaśniowski Stanisław

Modelowa ocena skuteczności rozmrażania  
ładunku w wagonach towarowych

Komunikaty Inst. Konstr. Ekspl. Masz. PWr.  
1978 nr 398

132 s. 53 rys. 10 tabl. bibliogr. 65 poz.  
(maszyn. powiel.)

Charakter pracy: stosowana  
Materiały odpłatne A

Rozpowszechnienie na praw.  
ręk.

Analiza dokumentacyjna

<D

Przedstawiono opis matematyczny procesu zamrażania i rozmrażania ładunków sypkich w wagonach towarowych. Na podstawie pomiarów metodą stanu uporządkowanego określono zmiany przewodności cieplnej i ciepła właściwego miazgu węglowego w funkcji temperatury. W ujęciu przybliżonym przyjęto stałe wartości tych parametrów oraz izotermiczność przemiany fazowej. W ujęciu dokładniejszym uwzględniono nieliniowy i nieciągły charakter zmian przewodności cieplnej i ciepła właściwego oraz nieizotermiczny proces wymrażania wilgoci. Otrzymany układ równań różniczkowych opisujących zjawisko rozwiązano numerycznie metodą różnic skończonych. Otrzymane rozwiązania porównano z wynikami doświadczeń. Określono czas trwania zamrażania i rozmrażania w funkcji parametrów charakteryzujących te procesy.

Imię i Nazwisko autora analizy

Stanisław Kwaśniowski

Słowa kluczowe

<S

rozmrażanie ładunków, ładunki sypkie, wagony towarowe

\*\*0480\*00\* 032032

<A ..... \*B ..... \*C ..... \*D .....

\*E ..... \*F ..... \*G ..... \*H .....

Tylko PRL	CINIE	APW	Podpis red.	Podpis asyst. d/s badań	Potwierdzenie przyjęcia poprawki.	Potwierdzenie przyjęcia karty w Oddziale Dokumentacji.
nie	tak	tak				
Wpisać TAK lub NIE						