

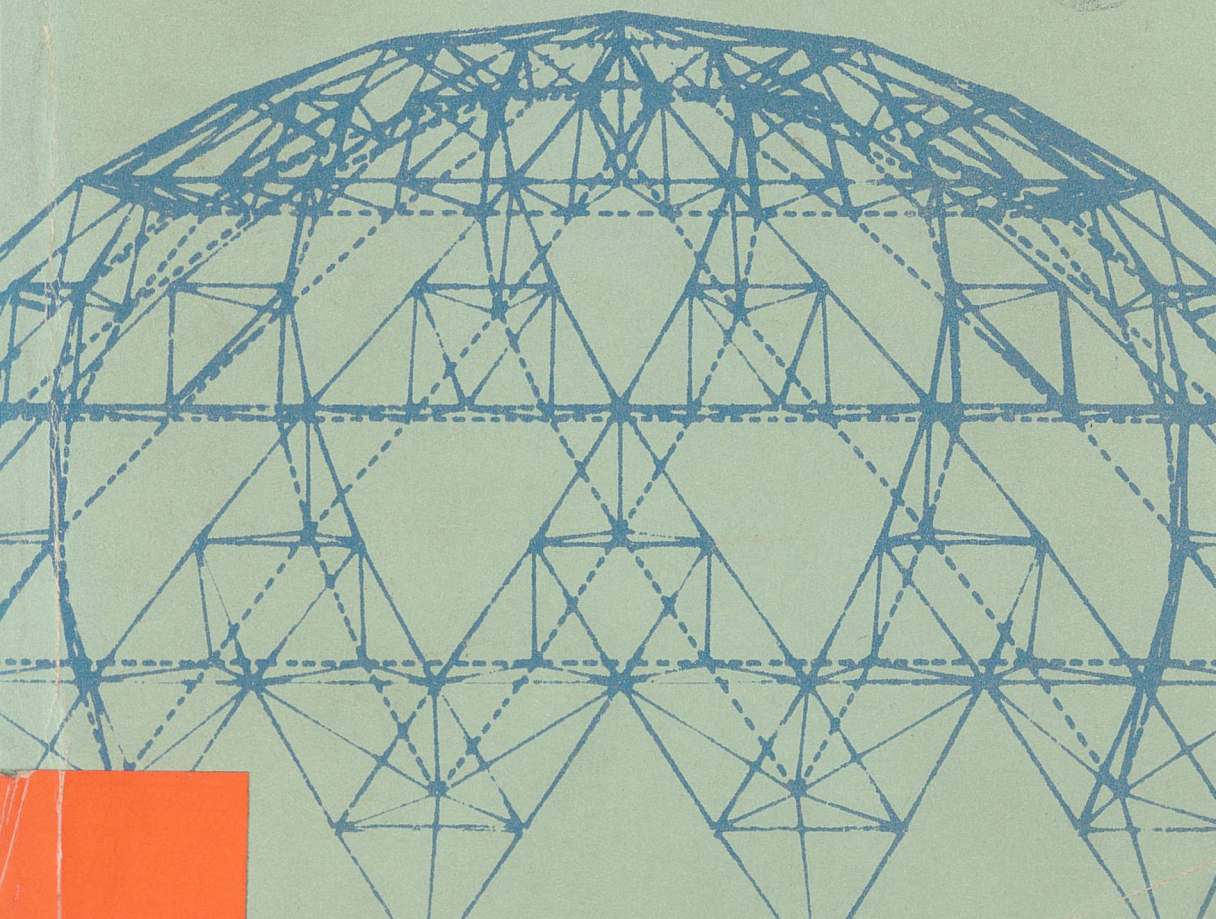


A3415T

DD 10

Janusz Rębielak

Struktury
przestrzenne
o dużych
rozpiętościach



Janusz REBIELAK

Space structures of large span



Janusz Rębielak

Struktury przestrzenne o dużych rozpiętościach



Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej · Wrocław 1992

Recenzenci
Władysław BORUSIEWICZ
Adam Zbigniew PAWŁOWSKI

Projekt graficzny okładki
Wiesław ZAJĄCZKOWSKI

Opracowanie redakcyjne
Alicja KORDAS

Korekta
Zofia JASINA

Biblioteka Główna i OINT
Politechniki Wrocławskiej



001798947

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1992



WYDAWNICTWO POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

30 873 6 L/1

ISSN 0324-9905

Nakład 500+50 egz. Ark. wyd. 15,5. Ark. druk. 10⁵/₈. Papier offset. kl. III, 70 g, B1.

Oddano do druku w czerwcu 1992 r. Druk ukończono w sierpniu 1992 r.

Zakład Graficzny Politechniki Wrocławskiej. Zam. nr 456/92.

*struktura przestrzenna,
siatka sferyczna, kopuła*

Janusz RĘBIELAK*

STRUKTURY PRZESTRZENNE O DUŻYCH ROZPIĘTOŚCIACH

Przedmiotem pracy są prętowe struktury przestrzenne, a ściślej metody takiego ich formowania, aby – będąc konstrukcjami przekryć dachowych o dużych rozpiętościach – mogły być zbudowane z prętów o stosunkowo niewielkich długościach. Proponowane układy struktur przestrzennych przedstawiono w sposób poglądowy na przykładach przekryć płaskich oraz w formie kopuły kulistej. W nowej i rozszerzonej formie ponownie przedstawiono metodę podziału powierzchni kuli, ułatwiającą zastosowanie elementów powtarzalnych w budowie struktur prętowych o formach sferycznych. W tej postaci prezentowane opracowanie jest bezpośrednią kontynuacją tematyki zawartej w monografii *Modularne struktury powierzchniowe* [1] i w zamierzeniu autora ma stanowić uporządkowane zakończenie pewnego etapu rozpoczętych tam poszukiwań.

Wprowadzenie

Pierwotna potrzeba zapewnienia sobie schronisk może być uważana za przyczynę twórczej aktywności budowlanej wszelkich społeczności ludzkich na przestrzeni dziejów. Sposoby pozyskiwania materiałów budowlanych, wraz z osiągniętą umiejętnością ich stosowania do celów niekiedy odległych od zaspokojenia elementarnych potrzeb mieszkaniowych, mogą być uważane za jeden z głównych składników oceny osiągniętego przez daną społeczność poziomu cywilizacyjnego.

Naturalne dążenie człowieka do nadawania wytworom swej pracy czytelnych i uporządkowanych form geometrycznych sprawia, iż obiekt budowlany spełniający funkcje użytkowe i estetyczne można określić mianem obiektu architektonicznego [2], [3]. Budowle o dużych rozpiętościach, łącznie z budowlami bardzo wysokimi, tworzą specyficzną grupę obiektów o z reguły dużym znaczeniu w rozwoju cywilizacyjnym poszczególnych społeczeństw. Obiekty tej grupy niemal zawsze stanowiły znikomy procent udokumentowanej aktywności budowlanej społeczności ludzkich. Skala prowadzonych robót określała poziom problemów technologicznych i organizacyjnych, których pomyślne zakończenie nie zawsze zależało tylko od poprawnego rozwiązywania zagadnień technicznych.

*Instytut Architektury i Urbanistyki, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50–370 Wrocław.

Przegląd historyczny obiektów należących do wspomnianej grupy [4]–[13] i ograniczony tylko do prezentacji podstawowych zależności technicznych czy ekonomicznych może być przedmiotem oddzielnego opracowania. Proces inwestycyjny o szerokim społecznym oddziaływaniu wydaje się być głównym wyróżnikiem dla obiektów zaliczanych do omawianej grupy. Wiele innych cech charakterystycznych dla tego rodzaju dzieł sztuki budowlanej można wyrazić następująco:

- obiekty te z reguły nie są wznoszone jako czasowe lub stałe siedziby ludzkie,
- potrzeba ich realizacji pojawiła się w społecznościach o utrwalonej wewnętrznej organizacji, z reguły z silnie rozwiniętą strukturą hierarchiczną,
- proces inwestycyjny dotyczył najszerszych kręgów danej społeczności w sytuacji, gdy ewentualne korzyści płynące z realizacji danego obiektu nie były natychmiastowe lub nie były mierzalne w sferze potrzeb materialnych człowieka,
- realizacja takich budowli stwarzała konieczność przygotowania szczegółowego planu skomplikowanych prac, co wymagało od projektanta dużego zakresu wiedzy z wielu różnych dziedzin; proces budowy takich obiektów jest często katalizatorem postępu w technikach budowlanych,
- pod względem estetycznym obiekty tej grupy charakteryzują się stosowaniem prostych i spoiстых form architektonicznych z czytelnymi elementami symetrii w całości lub częściach takiego założenia.

Podana wyżej lista cech nie może być uważana za kompleksową charakterystykę obiektów zaliczanych do wspomnianej grupy, a jej prezentacja ilustruje dominujące znaczenie społecznego procesu budowania w realizacji takich zamierzeń.

Mianem dużej rozpiętości można określić swobodną odległość pomiędzy dwiema przeciwległymi podporami konstrukcji stropu, dachu lub mostu. Określenie **duża rozpiętość** nie jest terminem precyzyjnym i jego znaczenie zależy od rozpatrywanego czasu, miejsca oraz wielu innych czynników. Na przykład płaskie stropy realizowane współcześnie w technologiach zwanych tradycyjnymi, o rozpiętości powyżej 6 m, określane są już jako stropy o dużej rozpiętości. Kamienne lub ceglane sklepienia naw gotyckich katedr o rozpiętościach powyżej 20 m mogą być uznane za przekrycia o dużej rozpiętości. Również rozpiętość łuku przęsła mostowego, wykonanego z kamienia lub cegły, o wielkości około 50 i więcej metrów jest traktowana jako bardzo duża.

Zakres praktycznych zastosowań przekryć strukturalnych jest bardzo szeroki i obejmuje przedział rozpiętości dachów od kilkunastu do około dwustu i więcej metrów [14], [15], [16].

Obecnie za dużą można przyjąć rozpiętość przestrzennych struktur prętowych około 100 i więcej metrów. Określenie górnej granicy tej wielkości zależy od rodzaju przyjętego systemu konstrukcyjnego oraz zmieniających się w czasie czynników technicznych i ekonomicznych, w jakich realizowane są tego typu przekrycia.

1. Ogólna prezentacja przedmiotu i zakresu opracowania

Współcześnie stosowane systemy konstrukcyjne utworzone z prętów równomiernie rozmieszczonych w przestrzeni i zwykle w sposób przegubowy połączonych ze sobą w węzłach

określa się terminem **prętowych struktur przestrzennych**. Pręty i węzły tworzą układ wzajemnie dopełniających się brył, charakterystyczny dla danego typu struktury. Rozwój prętowych struktur przestrzennych, we współczesnym znaczeniu tego terminu, został zapoczątkowany w latach 40. naszego stulecia przez Maxa Mengeringhausena (1902–1988), twórcę najpowszechniej stosowanego systemu konstrukcyjnego MERO [14]–[16]. Dynamiczny rozwój struktur przestrzennych datuje się od czasu, gdy np. „w USA zaprzestano stosowania konstrukcji żelbetowych w budownictwie hal przemysłowych, gdy cena 1 godziny pracy wykwalifikowanego robotnika stała się jedną setną ceny 1 tony konstrukcji stalowej wraz z montażem. Z przejściem zaś do budowania w stali wyeliminowano połączenia spawne jako najbardziej pracochłonne, następnie nitowane (choć otwory na nity wykonywane są w elementach konstrukcyjnych już w hucie), aby – gdzie tylko to jest możliwe – stosować łączenia na zamki, oczywiście także wykonane w hucie dostarczającej elementy konstrukcyjne na budowę” [17]. Struktury przestrzenne dzięki dużej elastyczności w kształtowaniu ich formy architektonicznej oraz dzięki prostocie montażu, niewielkiej wrażliwości na nierównomierne osiadanie podpór, znacznej odporności na działanie obciążeń o katastrofalnych wartościach (np. pochodzących od wybuchów), chętnie są stosowane do wielu celów użytkowych. Stanowią one konstrukcje przekryć hal przemysłowych, wystawowych, sportowych, a także wielu rodzajów obiektów użyteczności publicznej [18]–[21]. Zalety struktur przestrzennych sprawiają, iż ich formułę konstrukcyjną zaczęto stosować w projektowaniu i wykonawstwie budynków bardzo wysokich o wysokościach około 300 i więcej metrów, wznoszonych dotychczas w układach powłokowych typu *framed tube*, *tube in tube* lub *bundled tube* [22]–[27].

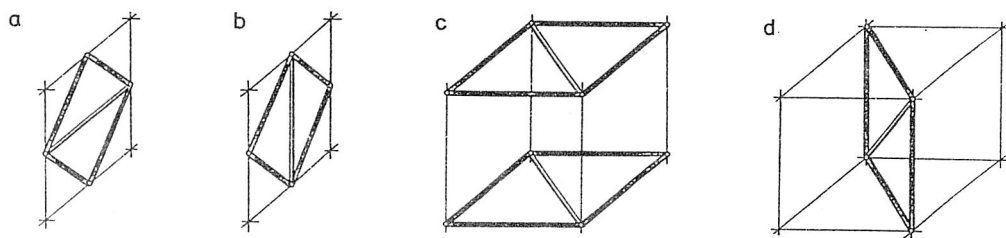
Takie cechy struktur przestrzennych, jak duża sztywność przy jednocześnie niewielkim ciężarze własnym przypadającym na jednostkę przekrywanej powierzchni, skłaniają do ich stosowania jako konstrukcji różnorodnych form przekryć o dużych rozpiętościach. Relacje ekonomiczne pomiędzy różnymi systemami konstrukcyjnymi używanymi do tych celów zmieniają się dość szybko w czasie. Obecnie do przekrywania największych powierzchni stosuje się systemy przekryć wiszących lub układy pneumatyczne [13], [28]–[30]. Mimo zmiennych relacji kosztów pomiędzy różnymi układami konstrukcyjnymi, można przyjąć za ekonomicznie uzasadnione stosowanie przestrzennych struktur prętowych jako konstrukcji płaskich dachów o rozpiętości do 200–300 m [13], [16], [31].

W analizie statystycznej przestrzenne struktury prętowe są rozpatrywane jako ustroje wielokrotnie statycznie niewyznaczalne. Do ich wymiarowania stosuje się wiele metod, a skomplikowany proces obliczeń jest prowadzony za pomocą maszyn cyfrowych, wykorzystujących do tego celu niekiedy bardzo złożone programy komputerowe [16], [21], [32]. W odróżnieniu od belek zginanych w elementach układów kratownicowych, a do takich są zaliczane prętowe struktury przestrzenne, pod wpływem obciążeń powstają teoretycznie jedynie siły osiowe. Taki stan naprężeń jest zapewniony przez współosiowe połączenie prostoliniowych prętów w węzłach przegubowych. Pozwala to na wykonanie przekrycia o dużej rozpiętości, w którym ciężar własny konstrukcji jest mały w porównaniu z ciężarem belki zginanej o tej samej rozpiętości i tych samych wartościach obciążenia. Optymalną rozpiętość (L) przestrzennych struktur prętowych, jako konstrukcji płaskich przekryć dachowych, szacuje się na $L \approx 20h$, gdzie h jest wysokością konstrukcyjną struktury, definowaną jako odległość między dwiema zewnętrznymi warstwami prętów poziomych [16], [21], [32], [33]. Wraz z rosnącą rozpiętością przekrycia i przy zachowaniu wyżej wspomnianego zalecenia rośnie także bezwzględna długość prętów koniecznych do utworzenia takiej stru-

ktury. Nośność konstrukcji przekrycia zazwyczaj jest określana nośnością jednego lub kilku prętów ściskanych znajdujących się w strefie największego wyężenia przekrycia. Przystosowaniu prętów o jednakowych długościach różnicuje się wielkości ich pól przekrojów poprzecznych w zależności od ich lokalizacji w przestrzeni danej struktury. Zmienne sztywności poszczególnych stref konstrukcji wymagają starannej analizy statyczno-wytrzymałościowej. Nośność pojedynczego pręta zależy od własności materiału konstrukcyjnego, z jakiego został on wykonany, oraz od smukłości tego pręta. Przy zachowaniu stałych parametrów przekroju poprzecznego liniowe zwiększanie długości pręta powoduje raptowny spadek jego nośności, związany z kwadratem jego długości wyboczeniowej. W ustrojach kratownicowych długość wyboczeniowa jest równa długości tworzących je prętów. W przestrzennych strukturach prętowych należałoby zatem dążyć do takiego ich ukształtowania, aby w strefach poddanych działaniu znacznych wielkości sił ściskających były usytuowane pręty o niewielkich długościach.

Znaczną część kosztów budowy przekryć wykonywanych za pomocą struktur przestrzennych stanowią koszty produkcji samych węzłów. Opracowany przez Maxa Mengerlinghausena prosty system konstrukcyjny MERO należy do najczęściej stosowanych w praktyce. W ostatnich kilkudziesięciu latach powstało wiele systemów konstrukcyjnych struktur przestrzennych różniących się między sobą sposobami budowy i wykonania prętów i węzłów. Zakres tematyczny problemów związanych z projektowaniem tych elementów jest bardzo szeroki i znacznie przekracza przyjęte ramy tej monografii. Istotą projektowania węzłów struktur przestrzennych jest dążenie do takiego ich uformowania, aby kierunki łączących się w nich prętów ogniskowały się w jednym punkcie, konstrukcja samego węzła była możliwie prosta i pozwalała na łatwy montaż i demontaż takiej struktury. Dążenie do projektowania i wykonywania węzłów, w których możliwe byłoby łączenie prętów pod dowolnymi kierunkami napotyka na wiele ograniczeń natury konstrukcyjnej i technologicznej. Ostatnio można zaobserwować tendencję do opracowywania takich systemów, które niejako z założenia są pozbawione węzłów, co znacznie podnosi ich efektywność ekonomiczną.

Sposób rozmieszczenia prętów w przestrzeni projektowanej struktury można uznać za podstawę procesu formowania tego typu konstrukcji. Proces kształtowania struktur przestrzennych prezentowanych w tej pracy rozpoczął od przekształcenia modułowego układu konstrukcyjnego struktur przedstawionych w pracy [1]. Przedmiotem przekształceń był moduł w postaci czworokątnego zestawu prętów, który był uzupełniony prętem przekątniowym (rys. 1.1). Tego typu układ prętów można wyodrębnić w przestrzeni wielu rodzajów



Rys. 1.1. Przykłady usytuowania płaskich układów prętów w przestrzeni dowolnej formy struktury przestrzennej
Fig. 1.1. Examples of the position of flat bar systems in the space of any space structure

struktur, gdzie może on być elementem powtarzalnym w warstwach krzyżulców, kiedy zestaw ten jest uzupełniony prętem poziomym (rys. 1.1a) lub pionowym (rys. 1.1b). Można go także wyróżnić w zewnętrznych warstwach jakiejś struktury (rys. 1.1c) lub może on tworzyć zespół złożony z prętów wszystkich jej warstw (rys. 1.1d) [34]. Pogładową formę struktury, gdzie omawiany moduł jest zbudowany z prętów wszystkich jej warstw, przedstawiono na rysunku 1.2a. Pręty i węzły tej struktury przestrzennej tworzą charakterystyczny dla niej układ bryłowy złożony z połówki ośmiościanu i czworościanu (rys. 1.2b). Ten układ bryłowy zastosowano do geometrycznego sposobu opisu struktur proponowanego przez Mengerlinghausena [14], [16].

Nazwy poszczególnych typów struktur przestrzennych można także ustalić na podstawie kształtu siatek prętów w ich warstwach zewnętrznych; sposób ten jest przedstawiony w pracy [21]. W procesie formowania takich skomplikowanych struktur szczególną uwagę należy poświęcić problemom geometrycznej niezmienności i nieprzesuwalności konstrukcji prętowej w przestrzeni. Przykładowa forma struktury przestrzennej, będąca konstrukcją dachu o ekonomicznej rozpiętości L (rys. 1.2c), musi być w odpowiedni sposób podparta. Węzły podporowe mogą być usytuowane w brzegowych lub wewnętrznych węzłach górnej lub dolnej warstwy prętów. System podpór, przenosząc na fundamenty siły wywołane obciążeniami pionowymi i poziomymi, charakteryzuje się na ogół dużym stopniem symetrii, co na ogół jest cechą korzystną ze względów architektonicznych i statyczno-konstrukcyjnych. Bardziej złożone układy w postaci przestrzennych podpór kratowych stosuje się w konstrukcjach płaskich przekryć o dużych rozpiętościach.

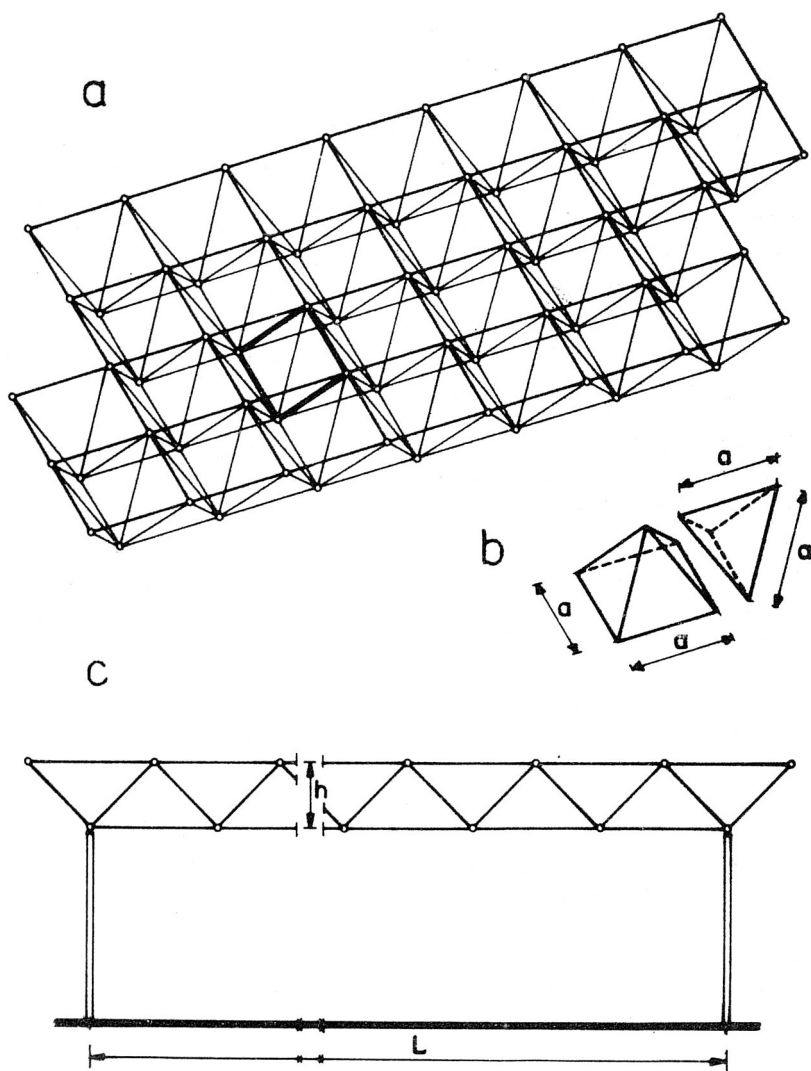
W celu odprowadzenia wody stosuje się odpowiednie pochylenie połaci dachowych. W pewnych przypadkach i dla dużych powierzchni dachu nadaje się konstrukcjom nominalnie płaskim niewielkie zakrzywienie walcowe, konoidalne lub sferyczne [14], [16], [21], [31], [32].

Przekrycia o formach innych niż płaska są najczęściej stosowane do obiektów o największych rozpiętościach. Dążenie do stosowania najbardziej efektywnych technik budowlanych jest czytelne w toku całego rozwoju cywilizacyjnego [35]. W zakrzywionej formie powłokowej strumienie sił wewnętrznych są ukierunkowane stycznie do jej powierzchni środkowej, co umożliwia wykonanie lekkiej konstrukcji przekrycia o dużej rozpiętości. Najbardziej efektywne pod tym względem są powłoki o formach dwukrzywiznowych. Ich budowa wymaga jednak znacznych umiejętności projektowych i precyzyjnego wykonawstwa.

Przekrycie kopułowe należy do najczęściej stosowanych w praktyce form powłok dwukrzywiznowych. Mianem **kopuła prętowych** określa się przekrycie powłokowe o dodatniej krzywiznie węzłów, złożone czasem z jednokrzywiznowych lub dwukrzywiznowych płatów powłok rozpiętych nad wielokątnym rzutem podstawy [36]. W tym zakresie tematycznym przedmiot niniejszego opracowania ograniczono do przekryć w formie kopuły kulistej.

Podstawą do projektowania przekrycia o takiej formie jest odpowiedni podział powierzchni sferycznej. Rodzaj siatki geometrycznej, przybliżającej w zamierzonym stopniu krzywizny kuli, określa nie tylko wyraz plastyczny projektowanego przekrycia, lecz także decyduje o dystrybucji sił pomiędzy poszczególnymi elementami składowymi konstrukcji kopuły.

Jednowarstwowe, prętowe struktury sferyczne są konstrukcjami przekryć o rozpiętościach rzędu kilkudziesięciu metrów. Na szczególną uwagę zasługują przekrycia realizowane w technologii drewna klejonego, o bardzo interesujących formach architektonicznych i rozpiętościach przekraczających niekiedy znacznie granicę 100 m [37]–[40]. Jednopowłokowe formy przekryć kopułowych znajdują obecnie wiele nowych zastosowań. Wykorzystuje się je jako osłony dielektryczne dla dużych stacji radarowych [41], a dla obszarów arktycznych



Rys. 1.2. Schemat przykładowej formy struktury z zaznaczeniem wyróżnionego zestawu prętów (a), układ bryłowy tej struktury (b), schemat przekroju poprzecznego płaskiej formy przekrycia (c)

Fig. 1.2. Scheme of an exemplary structure form with marked chosen set of bars (a), solid system of this structure (b), scheme of cross-section of flat cover form (c)

proponuje się ich stosowanie do wznoszenia czasowych przekryć o dużych rozpiętościach (około 100–150 m) budowanych z lodu zbrojonego włóknem szklanym [42].

Wielowarstwowe struktury prętowe są zazwyczaj konstrukcją kopuł kulistych o dużych rozpiętościach umożliwiającą nadanie im ciekawych i indywidualnych form architektonicznych [43], [44]. Przyjmuje się, iż przekrycia o tej formie mogą obecnie osiągnąć ekonomicznie uzasadnioną rozpiętość około 400 m [45].

Typy siatek sferycznych, najczęściej stosowanych w budowie przekryć kopułowych, w poglądowy sposób przedstawiono na rysunku 1.3. Przekrycie kopułowe może być wykonane z prefabrykowanych segmentów łukowych układanych na obwodzie kopuły i połączonych w jej zworniku (rys. 1.3a). W innym typie kopuły płaskie żebra w formie łuków są ustawione w podobny sposób i połączone ze sobą za pomocą prętów poziomych tworzących koncentryczne pasma (rys. 1.3b).

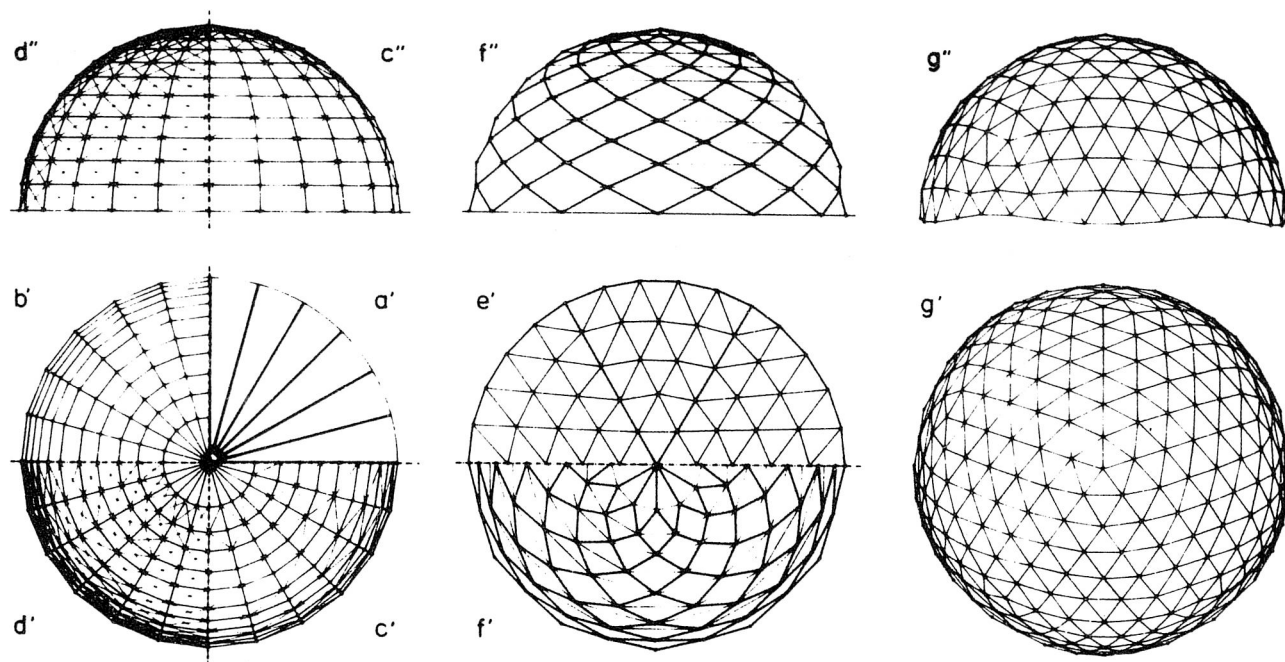
Wymaganą sztywność przestrzenną kopuł żebrowych osiąga się zazwyczaj poprzez wypełnienie trapezowymi elementami pełnościnnymi przestrzeni pomiędzy ukośnymi odcinkami żebrowych a kolejnymi prętami pasów poziomych.

W drugiej połowie XIX wieku zaczęto stosować układy kopuł żebrowych z pojedynczym (rys. 1.3c) lub krzyżowym systemem stężeń (rys. 1.3d). W tym czasie oprócz kopuł Schwedlera stosowano często w praktyce kopuły tarczownicowe w systemach Föppla, Zsetschego, Schlinka, a największą popularność uzyskały kopuły systemu Zimmermana. Kopuły siatkowe mogą być uważane za odmianę kopuł żebrowych, w których żebra biegną wzdłuż linii śrubowych i są stężone koncentrycznymi pasami prętów poziomych (rys. 1.3f). Pewnym rodzajem kopuł siatkowych są kopuły o geometrii prętów określanych mianem *lamella* (rys. 1.3e). Budowę siatki typu *lamella* rozpoczyna się od węzła zwornikowego w taki sposób, aby w obszarze przyjętego klina sfery każdy nowy węzeł był zlokalizowany w jednakowej odległości od dwóch wyżej położonych. Kopuły Kiewitta są najczęściej stosowanym w praktyce rodzajem kopuł typu *lamella*.

W latach 50. zaczęto stosować w praktyce nowy rodzaj kopuł o tzw. siatkach geodezyjnych, opracowany przez Buckminstera Fullera (rys. 1.3g). Siatki geodezyjne uzyskuje się poprzez odwzorowanie uprzednio podzielonej ściany, najczęściej 20-ścianu foremnego, na współśrodkową kulę. Kopuły geodezyjne cechuje interesująca forma architektoniczna przekrycia o dużej rozpiętości, na którego budowę zużywa się stosunkowo niewielkie ilości materiału. Spośród wszystkich układów geometrycznych, kopuły geodezyjne mają największą sztywność, co jest wynikiem minimalnego zróżnicowania długości tworzących je prętów.

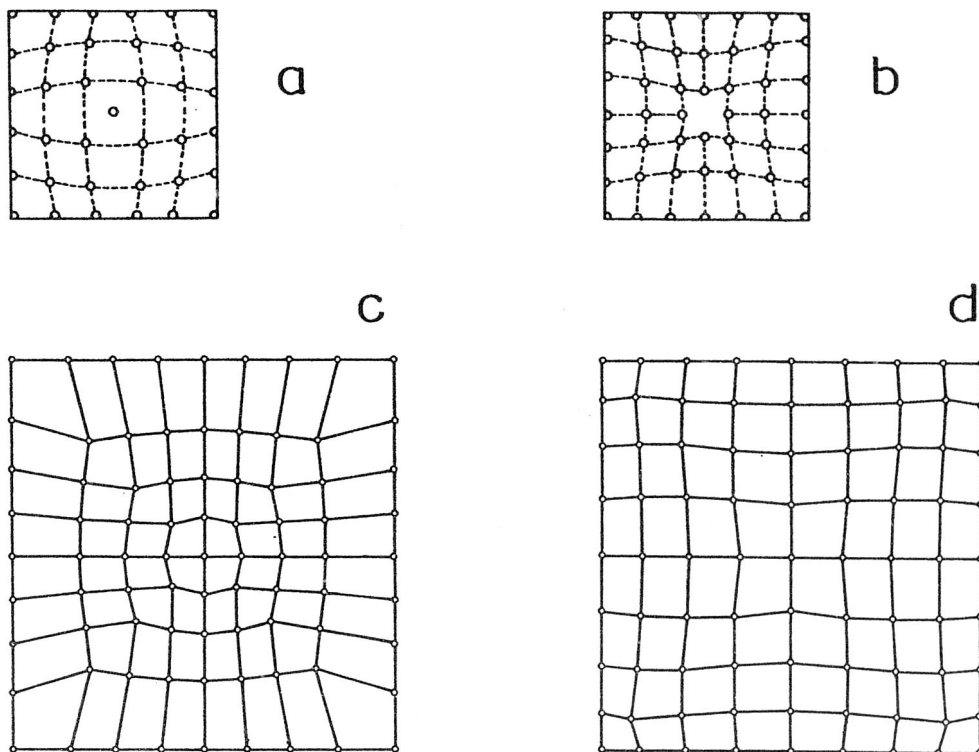
Na geometrię konstrukcji przekryć kopułowych o największych rozpiętościach stosuje się układy geodezyjne oraz typu *lamella*. Ten ostatni, zwłaszcza w przypadku kopuł Kiewitta, ułatwia znacznie technologię wznoszenia przekrycia w porównaniu z bardzo precyzyjnym procesem budowy kopuł geodezyjnych [1], [13], [36], [46], [47], [48].

Istnieje wiele metod wyznaczania geometrii kopuł geodezyjnych. Do tego celu mogą służyć różnorodne przekształcenia geometryczne prostych form wielościanów foremnych przeprowadzone w celu uzyskania wielościanów o dużej liczbie ścian [1], [45], [50]–[53]. Drugą grupę metod tworzą różne sposoby podziału równobocznych lub równoramiennych trójkątów sferycznych rozpiętych nad ścianami wielościanów foremnych [1], [36], [46], [48], [54]–[58]. Do tej ostatniej grupy należy metoda deformacji siatki wtórnej, która umożliwia wyznaczanie regularnych, trójkątnych siatek sferycznych o bardzo korzystnych parametrach geometrycznych [1], [59]. Inspiracją do jej opracowania były obrazy deformacji sieci krysta-



Rys. 1.3. Podstawowe układy geometryczne konstrukcji kopuł wykonywanych z elementów prefabrykowanych
 Fig. 1.3. Basic geometrical systems of dome constructions built from prefabricated elements

licznej wywołane atomem międzywęzłowym (rys. 1.4a) oraz luką węzłową w metalu (rys. 1.4b) [1], [60]. Istota tej metody polega na uprzednim zdeformowaniu rysunku siatki prętów w płaszczyźnie podstawy tak, aby po jego rzutowaniu uzyskać siatkę sferyczną o niewielkim zróżnicowaniu długości odcinków ją tworzących. Na rysunku 1.4c przedstawiono przykład czworokątnej siatki zdeformowanej w płaszczyźnie podstawy w przypadku, gdy w konstrukcji tej metody użyto procedury wykorzystującej własności rzutu środkowego. Na rysunku 1.4d zaprezentowano kształt takiej czworokątnej siatki zdeformowanej tą metodą w przypadku użycia procedury stosującej własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę [1], [59], [60].



Rys. 1.4. Rysunki deformacji sieci krystalicznych oraz płaskich siatek wyznaczonych metodą deformacji siatki wtórnej w płaszczyznach podstaw formowanych siatek sferycznych

Fig. 1.4. Patterns of crystalline grid deformation and flat grid forms determined by the method of secondary grid deformation in the planes of bases of the formed spherical grids

W prezentowanej monografii przedstawiono, korzystając z materiałów zawartych w pracy [1], skondensowaną i uporządkowaną formę metody deformacji siatki wtórnej. Zmieniono jednostkę miar długości związków miarowych wielościanów otrzymywanych w tej metodzie, dostosowując ją do wielkości ogólnie przyjętej w literaturze przedmiotu. Dla podstawowej formy tej metody podano pełną charakterystykę wielościanów uzyskiwanych w ten sposób. Potencjał rozwojowy metody zilustrowano kilkoma nowymi sposobami wyznaczania różnych siatek sferycznych rozpiętych nad dowolną formą rzutu podstawy. Prezentowane przykłady

mogą świadczyć o ogólnym charakterze metody deformacji siatki wtórnej, co może przyczynić się do jej częstego stosowania.

W drugiej części niniejszego opracowania przedstawiono propozycje formowania struktur przestrzennych przeznaczonych do konstruowania przekryć o dużych rozpiętościach z zastosowaniem prętów o niewielkich długościach. Proponowane układy prętowych struktur przestrzennych są rezultatem przekształceń prostych form tych struktur o poznanych już charakterystykach geometrycznych i konstrukcyjnych. Nazwy tych prostych form struktur użyto do tworzenia systemu oznaczeń proponowanych układów o bardziej złożonej budowie wewnętrznej.

Prezentacji tych ostatnich dokonano w modelowej formie jako płaskich form przekrycia z ilustracją rozmieszczenia prętów i węzłów w przestrzeni danej struktury. Niektóre z proponowanych układów przedstawiono w formie struktur sferycznych. Łączna prezentacja zagadnień dotyczących kształtowania siatek sferycznych i budowy wewnętrznej tych struktur może być traktowana jako jednorodny i kompleksowy pakiet zagadnień proponowanych do stosowania w procesie projektowania konstrukcji i formy architektonicznej przekryć o dużych rozpiętościach.

2. Regularne siatki sferyczne

2.1. Podstawy metody deformacji siatki wtórnej

Proces projektowania kopuł prętowych zapoczątkowany jest analizą wstępną, mającą na celu wybór typu siatki sferycznej. Przyjęty rodzaj siatki prętów decyduje o sposobie dystrybucji sił pomiędzy poszczególnymi elementami konstrukcji, do której wymiarowania i montażu należy użyć także odpowiednich metod, uzależnionych często od typu przyjętej na wstępie geometrii projektowanego przekrycia. Ta wzajemnie uwarunkowana zależność jest istotną cechą charakterystyczną dla konstrukcji przekryć prętowych. Kopuły geodezyjne należą do grupy najczęściej realizowanych ostatnio przekryć o formach sferycznych. Budowa kopuł geodezyjnych wymaga stosowania specjalistycznych metod projektowania i ścisłego przestrzegania szczególnych reguł technologicznych podczas wznoszenia tego rodzaju przekryć.

Siatki geodezyjne służą do opisu krzywizn powierzchni kuli. Tworzą je odcinki najkrótszych linii łączących niezbyt odległe punkty usytuowane na powierzchni sferycznej. Siatki trójkątne są, ze względów statycznych, najbardziej właściwą formą siatek sferycznych. Trójkątne siatki sferyczne, utworzone z odcinków o niewielkim zróżnicowaniu ich długości, powinny jak najwierniej przybliżać krzywizny powierzchni sfery. Korzystne jest to, aby liczba odcinków o różnych długościach była jak najmniejsza. To samo stwierdzenie odnosi się także do liczby różnych trójkątnych pól zawartych pomiędzy poszczególnymi odcinkami tej siatki.

Siatkę o wyżej wymienionych cechach można określić mianem regularnej, trójkątnej siatki sferycznej. Wyznaczenie tego typu siatki na powierzchni kuli ułatwia zastosowanie elementów prefabrykowanych w konstrukcjach przekryć kopułowych. Rzeczywista długość prętów tworzących tego typu konstrukcje nie powinna być zbyt duża i najczęściej zakres stosowanych długości zawiera się w granicach 1,5–2,5 m.

W przekryciach o dużych rozpiętościach nie należy stosować zbyt gęstych podziałów wybranych trójkątów sferycznych, gdyż w takich konstrukcjach sąsiednie węzły jednowarstwowych struktur prętowych leżą niemal na jednej płaszczyźnie. Taka sytuacja może stać się jedną z głównych przyczyn katastrof tego rodzaju obiektów. Dlatego problemy geometryczne odgrywają istotną rolę w procesie projektowania kopuł. Wiele metod i aktualnie opracowanych zagadnień geometrycznych służących do wyznaczania regularnych siatek na powierzchniach sferycznych zostało zaprezentowanych w specjalnym wydaniu czasopisma *International Journal of Space Structures* Vol.5, No. 3–4, 1990, redagowanym przez Tibora Tarnai'a.

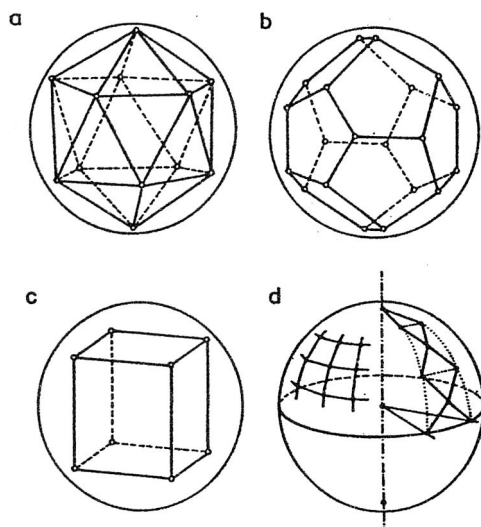
Jedną z wielu metod służących do wyznaczania regularnych siatek sferycznych jest metoda deformacji siatki wtórnej [1], [59], [61]. W tym opracowaniu, w porównaniu z wcześniejszymi pracami autora, zmieniono nieco sposób prezentacji tej metody. Zmiana ta polegała głównie na przyjęciu długości promienia sfery za jednostkę miar wielościanów uzyskiwanych tą metodą. Terminu wielościan i siatka sferyczna, tak jak uprzednio, używa się zamiennie, ze względu na tożsamość w określaniu położenia wierzchołków wielościanu i węzłów siatki na powierzchni sferycznej. Niewielkim zmianom uległ natomiast sposób budowy charakterystyk wielościanów o dużej liczbie ścian uzyskiwanych tą metodą. Charakterystykę tę tworzy zespół współczynników, oznaczających kolejno:

- n – stopień podziału krawędzi podstawowego trójkąta sferycznego na n równych części,
- F – liczba wszystkich ścian wielościanu,
- F_d – liczba różnych ścian wielościanu,
- S_d – liczba różnych kątów płaskich zawartych pomiędzy krawędziami wielościanu,
- V – liczba wszystkich wierzchołków wielościanu,
- E – liczba wszystkich krawędzi wielościanu,
- E_d – liczba różnych krawędzi wielościanu,
- E_s – liczba grup krawędzi o zbliżonych długościach,
- η – stosunek długości krawędzi najdłuższej do długości krawędzi najkrótszej wielościanu.

W klasycznej, podstawowej formie metody deformacji siatki wtórnej wyznacza się położenie węzłów projektowanej siatki w obszarze powtarzalnego trójkąta sferycznego, rozpiętego nad ścianami takich wielościanów foremnych jak 20-ścian (rys. 2.1a), 12-ścian (rys. 2.1b) oraz sześcian (rys. 2.1c). Pojęcie **forma podstawowa** metody deformacji siatki wtórnej określa sposób podziału wyróżnionych trójkątów sferycznych. Ten podstawowy podział w przypadku siatek uzyskiwanych na bazie 20-ścianu foremnego jest oznaczony symbolem $\{3,5^+\}b,c$. Symbol ten oznacza, iż siatka sferyczna jest utworzona z trójkątów i w każdym węźle tej siatki schodzi się pięć lub więcej (tj. sześć) trójkątnych pól.

Wskaźniki b i c oznaczają lokalizację dwóch sąsiednich wierzchołków 20-ścianu w obszarze siatki o gęstym podziale. Wskaźnik b oznacza, że położenie następnego wierzchołka 20-ścianu uzyska się po wykonaniu liczby kroków b wzdłuż wybranego kierunku tej siatki trójkątnej, a następnie liczby kroków c wykonanych po zmianie kierunku ruchu o 60° w stosunku do kierunku pierwszego. Jako krok przyjmuje się odległość 2 węzłów gęstej siatki trójkątnej mierzoną wzdłuż jednego z jej trzech kierunków [57]. W podstawowym rodzaju podziału indeks c ma wartość równą zeru, co oznacza podział wyróżnionych trójkątów liniami równoległymi do każdej z ich podstaw. W tym przypadku wartość b jest więc równa liczbowej wartości n i wielościany lub siatki sferyczne uzyskane metodą deformacji siatki wtórnej na podstawie 20-ścianu, dzięki stosowaniu tego typu podziału, będą miały symbol $\{3,5^+\}n,0$.

Siatki sferyczne powstałe na bazie sześcianu, w porównaniu z grupami siatek uzyskanych na podstawie dwóch pierwszych wielościanów foremnych, są utworzone z odcinków o największym zróżnicowaniu długości. Sposoby wyznaczania siatek na podstawie tego wielościanu mogą być pomocne w procesie formowania różnorodnych kształtów siatek rozpiętych nad dowolną formą rzutu podstawy (rys. 2.1d).

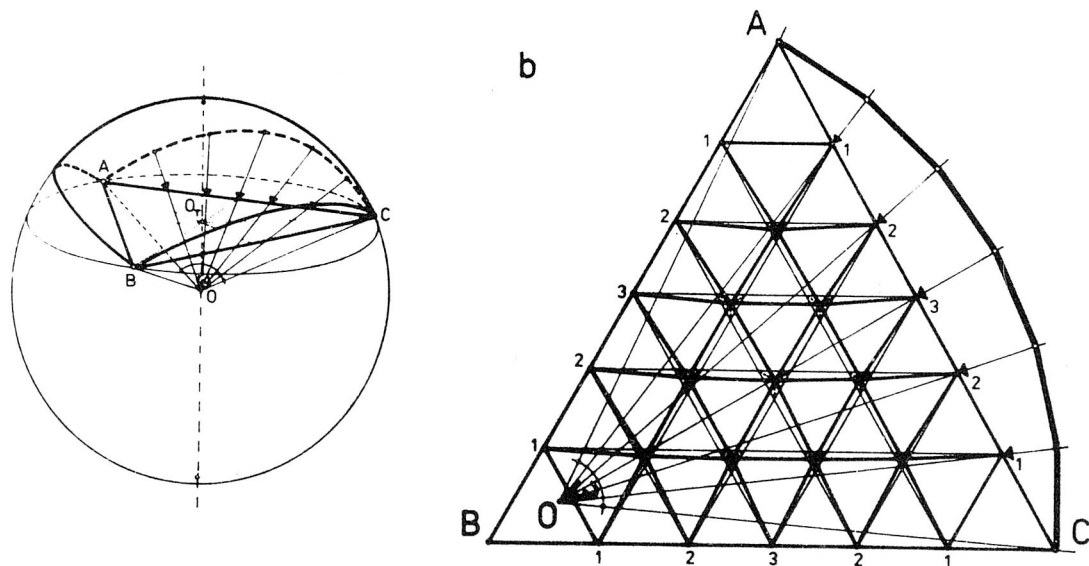


Rys. 2.1. Przykłady podstawowych form stosowanych do wyznaczania siatek sferycznych w metodzie deformacji siatki wtórnej

Fig. 2.1. Examples of basic forms used for the determination of spherical grids in the method of secondary grid deformation

Metoda deformacji siatki wtórnej pozwala na wyznaczenie regularnych siatek w obszarze trójkąta sferycznego rozpiętego nad podstawą w formie dowolnego trójkąta płaskiego. Istota tej metody polega na takim zdeformowaniu siatki trójkątnej w płaszczyźnie podstawy, aby po jej projekcji uzyskać na powierzchni sferycznej siatkę o minimalnym zróżnicowaniu długości odcinków i wielkości trójkątnych pól zawartych między tymi odcinkami. W konstrukcji tej metody wykorzystuje się własności rzutu środkowego i rzutu prostopadłego na płaszczyznę.

Schemat procedury wyznaczania lokalizacji węzłów w płaszczyźnie podstawy równobocznego trójkąta sferycznego i wykorzystującej własności rzutu środkowego przedstawiono na rys 2.2. Płaski, równoboczny trójkąt podstawy ABC znajduje się w pewnej odległości od centrum sfery O . W pierwszym kroku tej metody należy podzielić uprzednio wyróżniony łuk koła wielkiego kuli, zawarty pomiędzy wierzchołkami, np. A i C , na liczbę n równych odcinków. Trójkąt sferyczny ABC jest trójkątem równobocznym i takie samo uporządkowanie należy wprowadzić na pozostałych dwóch krawędziach bocznych tego trójkąta. Następnie punkty równego podziału tych łuków, np. łuku AC , łączymy odcinkami ogniskującymi się w środku kuli (rys. 2.2a). Punkty wspólne tych odcinków i krawędzi bocznych płaskiego trójkąta podstawy, np. krawędzi AC , tworzą ich nowe uporządkowanie, właściwe dla zasad rzutu środkowego. Punkty nowego uporządkowania boków płaskiego trójkąta ABC łączymy od-



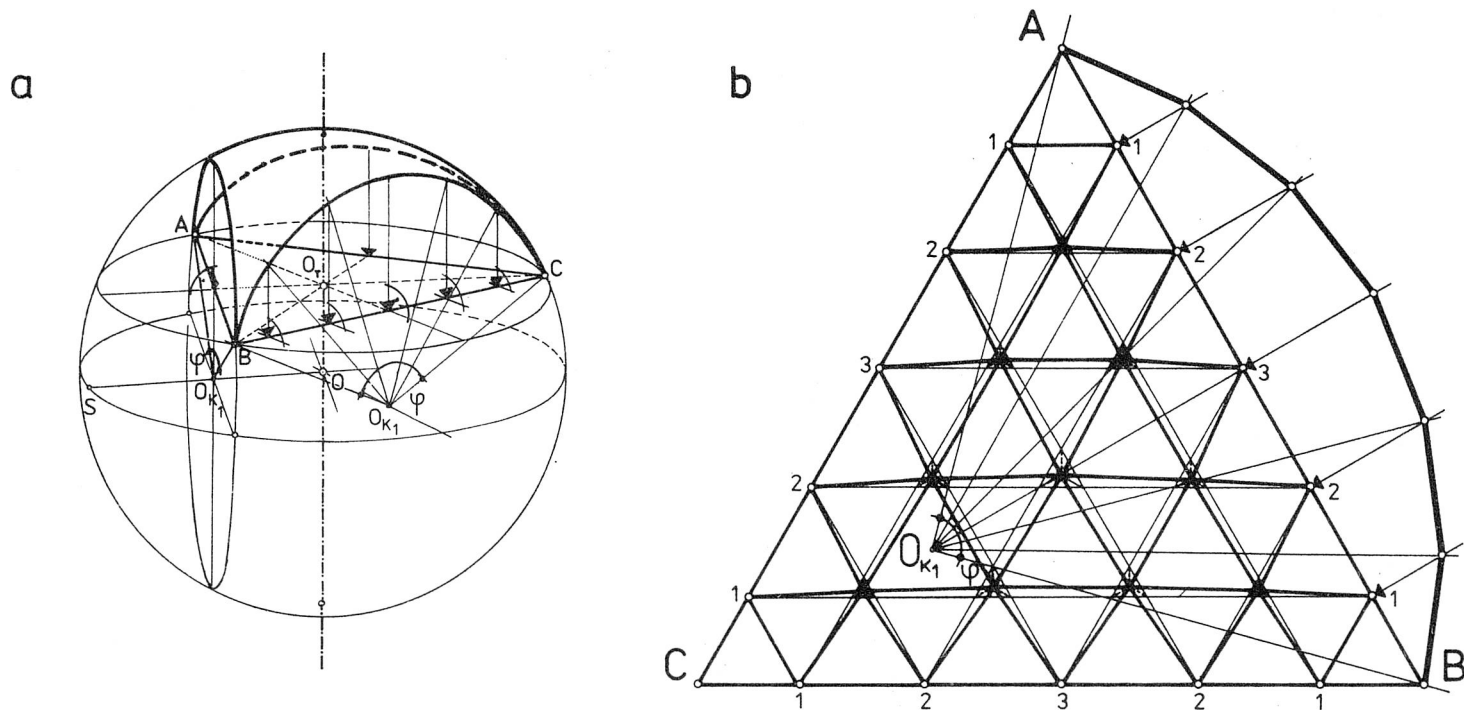
Rys. 2.2. Schemat wyznaczania zdeformowanej siatki trójkątnej na płaszczyźnie podstawy w odniedzie metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującej własności rzutu środkowego

Fig. 2.2. Scheme of the determination of deformed triangular grid on the base plane by modification of the method of secondary grid deformation making use of the properties of central projection

cinkami równoległymi do każdej z jego podstaw, w sposób pokazany na rys. 2.2b. Pomiedzy tymi odcinkami tworzą się niewielkie trójkątne pola, których środki ciężkości wyznaczają położenia węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej w obszarze płaskiej formy podstawy. Stopień zdeformowania tej siatki zależy głównie od stosunku długości promienia sfery do odległości płaszczyzny podstawy od centrum sfery. Istotny wpływ ma także kształt trójkąta podstawy i jego usytuowanie względem głównego kierunku projekcji centralnej. Po rzutowaniu tak zdeformowanej płaskiej siatki z płaszczyzny podstawy na powierzchnię sferyczną, uzyska się na niej trójkątną siatkę o minimalnym stopniu zróżnicowania długości poszczególnych jej krawędzi. Wyżej opisaną konstrukcję metody deformacji siatki wtórnej można stosować do określania geometrii prętów kopuł geodezyjnych, wykorzystując własności rzutu środkowego ścian wielościanów foremnych na współśrodkowe kule.

Często stosowane w praktyce są kopuły w formie wycinków sfery rozpiętych nad różnymi kształtami rzutów podstawy. W rzucie poziomym krawędzie boczne tych form przekryć pokrywają się z krawędziami podstaw, nad którymi są one usytuowane. Do wyznaczenia trójkątnych siatek sferycznych na takich powierzchniach można użyć odmiany metody deformacji siatki wtórnej, która w swej konstrukcji wykorzystuje własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę. Schemat proponowanej procedury przedstawiono w sposób poglądowy na rys. 2.3. W tym modelowym przykładzie równoboczny wycinek sfery rozpięty jest także nad równobocznym trójkątem jako formą rzutu podstawy. Przebieg tej procedury jest podobny do wyżej już opisanego z tym, iż w pierwszym jej kroku należy wyznaczyć promień oraz położenie środka (O_{k1}) okręgu będącego częścią wspólną sfery i płaszczyzny prostopadłej do płaszczyzny podstawy, zawierającej np. krawędź BC (rys. 2.3a). Mając już wyznaczone parametry łuku, np. BC , przystępujemy do jego podziału na n równych części, które w rzucie prostopadłym na płaszczyznę wyznaczają nowe uporządkowanie krawędzi bocznych trójkąta podstawy ABC . Sposób prowadzenia dalszych operacji jest podobny do wcześniej opisanego i ma na celu wyznaczenie położenia węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej w płaszczyźnie podstawy. Po połączeniu środków ciężkości odpowiednich pól otrzymamy obraz tej siatki (rys. 2.3b). Na uwagę zasługuje odmienny rysunek siatki trójkątnej w porównaniu z rysunkiem siatki zdeformowanej podobną procedurą, wykorzystującą jednakże własności rzutu środkowego (por. rys. 2.2b). Krzywe łamane w obszarze $\triangle ABC$ są skierowane swymi wypukłościami w kierunku przeciwnego wierzchołka (patrz rys. 2.3b). Wygięcie tych krzywych będzie decydować o stopniu zdeformowania siatki trójkątnej i, jak poprzednio, stopień ten będzie zależny od względnego oddalenia płaszczyzny podstawy od centrum sfery. Będzie on większy dla płaszczyzn położonych bliżej środka kuli. Związki miarowe siatek sferycznych wyznaczonych metodą deformacji siatki wtórnej i zaprezentowane w tym opracowaniu zostały obliczone dla jednakowego stopnia podziału ($n = 5$) krawędzi bocznych wyróżnionych trójkątów sferycznych. Pozwoli to na czytelne uwidocznienie różnic i ewentualnych podobieństw w siatkach sferycznych opracowanych różnymi sposobami na bazie takich samych form podstawy.

Wspomniane wyżej prawidłowości stanowią potwierdzenie oczekiwania, iż najlepsze rezultaty zostaną osiągnięte dzięki zastosowaniu metody deformacji siatki wtórnej do wyznaczania trójkątnych siatek rozpiętych na powierzchniach sferycznych stosunkowo blisko oddalonych od płaszczyzn podstaw. W swej istocie metoda ta, opracowana niezależnie, stanowi rozwinięcie sposobu podanego przez Clintona [62]. Może ona być także uważana za syntezę kilku innych metod, a w świetle wielu przykładów możliwości jej stosowania, metodę



Rys. 2.3. Schemat procedury wyznaczania położenia węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej w płaszczyźnie podstawy dla odmiany metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującej własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę

Fig. 2.3. Procedure of determining the position of nodes of the deformed triangular grid in the base plane by modification of the method of secondary grid deformation making use of the properties of orthogonal projection onto the plane

deformacji siatki wtórnej można traktować jako swego rodzaju teorię pozwalającą na formowanie różnorodnych siatek sferycznych.

2.2. Wielościany i siatki sferyczne uzyskane na podstawie dwudziestościanu, typ podziału $\{3,5^+\}_n,0$

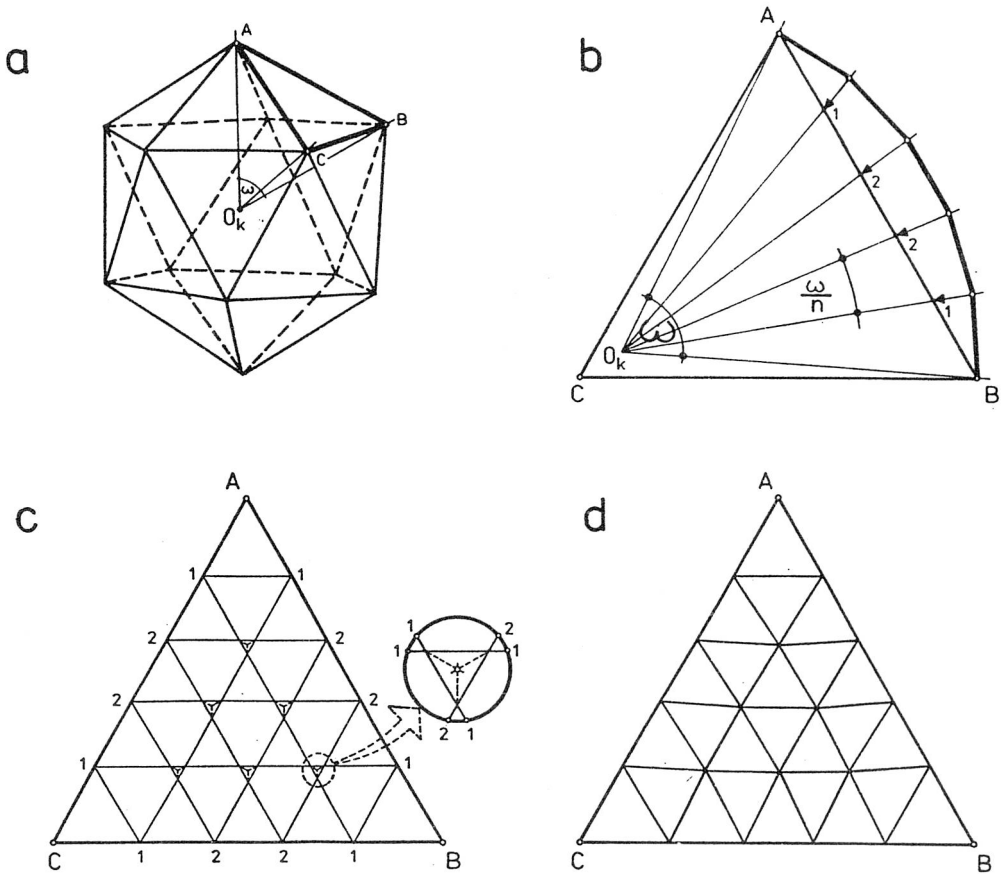
Względy geometryczne sprawiają, że najbardziej regularne trójkątne siatki sferyczne utworzone z minimalnej liczby odcinków o różnych długościach, mogą być wyznaczone w obszarze równobocznego trójkąta sferycznego rozpiętego nad rzutem podstawy w formie płaskiego trójkąta równobocznego.

W celu poznania parametrów siatki trójkątnej na całej powierzchni sfery, stosowanie procedury wyznaczania związków miarowych takich siatek ograniczone jest zazwyczaj do powtarzalnej części równobocznych trójkątów sferycznych usytuowanych nad ścianami wielościanów foremnych. Pełne siatki sferyczne powstałe na podstawie tych wielościanów są wyznaczane przez zastosowanie podstawowej formy metody deformacji siatki wtórnej, wykorzystującej własności rzutu środkowego.

Dwudziestościan foremny jest bryłą regularną zbudowaną z największej możliwej liczby ścian będących trójkątami równobocznymi. Dzięki temu względne oddalenie płaszczyzny ścian od powierzchni sfery opisanej na tym wielościanie jest minimalne. Poszczególne etapy procedury wyznaczania położenia węzłów zdeformowanej siatki w obszarze płaskiej ściany 20-ścianu foremnego w sposób poglądowy przedstawiono na rys. 2.4. Kąt zawarty pomiędzy dwoma sąsiadującymi ze sobą wierzchołkami tego wielościanu a środkiem kuli opisanej na tym wielościanie ma wartość $\omega = 63^\circ 26' 6''$.

Zgodnie z przyjętym wcześniej założeniem, dokonujemy podziału tego kąta na $n = 5$ równych części. Poznanie związków miarowych siatek sferycznych wyznaczanych metodą deformacji siatki wtórnej nad różnymi formami podstaw, ale dla jednakowego stopnia podziału krawędzi bocznych wybranych trójkątów sferycznych, ułatwi lepsze porównanie własności uzyskiwanych w ten sposób siatek. Na podstawie opisanej procedury wyznaczymy w obrębie płaskiej ściany 20-ścianu zdeformowaną siatkę trójkątną o kształcie pokazanym na rys. 2.4d. Płaska ściana wielościanu składa się teraz z 25 różnej wielkości trójkątów płaskich. Po jej projekcji rzutem środkowym na współśrodkową kulę wyznaczymy położenie wierzchołków wielościanu o liczbie ścian $20 \times 25 = 500$. Na rysunku 2.5a przedstawiono związki miarowe 500-ścianu wyznaczonego proponowaną metodą na podstawie 20-ścianu foremnego. Za jednostkę wszelkich miar długości podawanych w tej pracy przyjęto długość promienia sfery ($R = 1$). W przypadku związków miarowych siatek uzyskiwanych na podstawie wielościanów foremnych, za jednostkową przyjmuje się długość promienia sfery opisanej na danym wielościanie.

Dzięki zastosowaniu tej metody w obszarze podstawowego trójkąta sferycznego uzyskano siatkę trójkątną utworzoną z siedmiu rodzajów odcinków o różnych długościach. Z analizy wielkości miar odcinków przedstawionych na rys. 2.5a wynika, że poszczególne odcinki, różniąc się długością pomiędzy sobą, układają się w grupy, które znajdują się w pasach „równoległych” do każdej z podstaw równobocznego $\triangle ABC$. W ramach każdej z grup usytuowane tam odcinki mają długości zbliżone do siebie. Na przykład najdłuższy odcinek w pasie zawartym między granicznymi węzłami 21 i 25 (patrz rys. 2.5a) ma długość 0,236645.



Rys. 2.4. Kolejne etapy procedury wyznaczania zdeformowanej siatki trójkątnej na płaskiej ścianie 20-ścianu foremnego

Fig. 2.4. Successive stages of the determination procedure of the deformed triangular grid on the flat face of the icosahedron

Odcinek ten jest usytuowany pomiędzy węzłami np. 23 i 24. Najkrótsze odcinki tego pasma mają długość równą 0,235097. Spośród wszystkich takich pasm w całym obszarze sferycznego $\triangle ABC$ największe zróżnicowanie długości odcinków występuje w pasmach „równoległych” i sąsiadujących bezpośrednio z krawędziami bocznymi równobocznego trójkąta sferycznego. Tę prawidłowość potwierdzają obliczenia długości odcinków siatki sferycznej przeprowadzane dla dwukrotnie większego stopnia podziału odpowiednich krawędzi tego trójkąta [1], [59]. Średnia długość odcinków należących do omawianego pasma miałaby wartość równą 0,235871 i zmieniałaby się w granicach $\pm 0,000774$, co stanowiłoby $\pm 0,32\%$ jej długości podstawowej. Liczba grup odcinków o zbliżonych do siebie długościach jest równa stopniowi podziału krawędzi bocznych równobocznego trójkąta sferycznego na n równych części. Usytuowanie odcinków o niemal równych długościach przedstawiono na rys. 2.5b. Najkrót-

sze odcinki siatki sferycznej 500-ścianu leżą na łukach odpowiadających w rzucie środkowym krawędziom 20-ścianu. Są to więc odcinki, na które podzielone zostały krawędzie boczne podstawowego trójkąta sferycznego, mające długość $E_{\min} = 0,220976$. Najdłuższe krawędzie 500-ścianu są usytuowane wewnątrz równobocznego trójkąta sferycznego ABC (rys. 2.5a,b) w bezpośrednim sąsiedztwie wierzchołków wielościanu podstawowego. Krawędź o takiej długości zawarta jest np. pomiędzy węzłem 15 a węzłem 25 (rys. 2.5a).

Miarą zróżnicowania długości krawędzi poszczególnych wielościanów jest wartość współczynnika η , będąca stosunkiem długości krawędzi najdłuższej do najkrótszej. Wartość współczynnika η dla stopnia podziału $n = 5$, czego wynikiem jest, dzięki stosowaniu tej metody, opracowanie siatki sferycznej 500-ścianu, wyniesie

$$\eta = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{0,258185}{0,220976} \approx 1,1683.$$

W celu porównania własności geometrycznych siatek wyznaczonych rzutem środkowym z własnościami siatek sferycznych tworzonych tą samą metodą, lecz z wykorzystaniem własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę, obliczono związki miarowe trójkątnej siatki sferycznej, rozpiętej nad tą samą ścianą 20-ścianu i dla tego samego stopnia podziału $n = 5$, dzięki zastosowaniu drugiej formy metody deformacji siatki wtórnej. Otrzymane wielkości przedstawiono na rys. 2.6a.

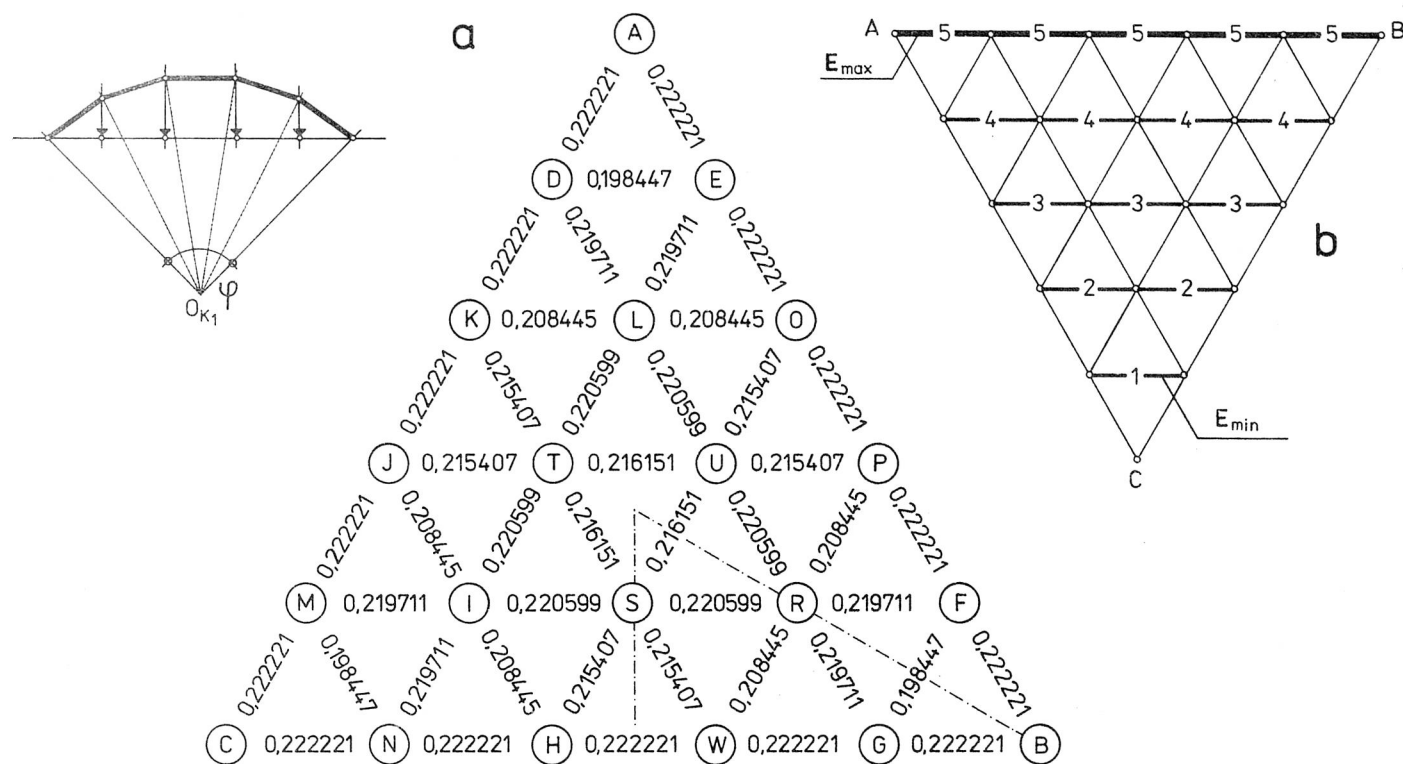
Tak jak uprzednio można zauważyć, że odcinki o zbliżonych do siebie długościach są zlokalizowane w pasmach „równoległych” do każdej z podstaw równobocznego trójkąta sferycznego ABC . Zróżnicowanie długości odcinków wewnątrz każdego z tych pasm jest nieco mniejsze niż w siatkach sferycznych, do których wyznaczenia użyto zasad rzutu środkowego. Odcinek o największej długości, w pasie ograniczonym położeniem węzłów M i F , jest zawarty pomiędzy węzłami np. S i R (0,220599), a najkrótszy między węzłami np. R i F (0,219711). Średnia długość odcinków leżących w tym paśmie miałaby wartość 0,220155 i zmieniałaby się w granicach $\pm 0,000444$, co stanowiłoby $\pm 0,20\%$ jej wartości podstawowej.

Odmienne jest natomiast usytuowanie odcinków o ekstremalnych długościach. W siatkach sferycznych uzyskanych metodą deformacji siatki wtórnej wykorzystującą własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę odcinki najdłuższe są usytuowane na krawędziach bocznych wyróżnionego trójkąta sferycznego (rys. 2.6a,b). W tym przypadku wartość ta jest równa 0,222221. Najkrótsze odcinki znajdują się w bezpośrednim sąsiedztwie wierzchołków trójkąta podstawy i są zawarte pomiędzy np. węzłami G i F , mają długość równą 0,198447. Miarą zróżnicowania tego typu siatek jest wartość współczynnika η' , którego definicja jest taka sama, jak współczynnika η . Znak ' dodano w celu odróżnienia podobnych, lecz różnych przedmiotów oznaczeń.

Wartość współczynnika η' będzie charakteryzować zróżnicowanie siatek uzyskanych za pomocą tej metody z wykorzystaniem własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę. W omawianym przypadku dla $n = 5$ wartość współczynnika η' wyniesie

$$\eta' = \frac{0,222221}{0,198447} \approx 1,1198.$$

Mimo różnic w sposobie usytuowania odcinków o ekstremalnych długościach oraz wielkości współczynników charakteryzujących zróżnicowanie całych siatek, zarówno sposób umieszczenia w obszarze danego trójkąta sferycznego odcinków o różnych długościach, jak



Rys. 2.6. Związki miarowe siatki sferycznej rozpiętej nad ścianą 20-ścianu i wyznaczonej odmianną metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującą własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę dla $n = 5$

Fig. 2.6. Dimension relations of the spherical grid spaced over the face of the icosahedron and determined by modification of the method of secondary grid deformation which makes use of the properties of the orthogonal projection onto the plane for $n = 5$

i grup odcinków o zbliżonych do siebie długościach, jest dla obydwóch form tej metody taki sam. Rozmieszczenie odcinków o różnych długościach w obszarze równobocznego trójkąta sferycznego pokazano na rys. 2.7a. Odcinki o tych samych numerach mają tę samą długość. Sposób usytuowania grup odcinków o zbliżonych do siebie długościach w obszarze tego samego trójkąta przedstawiono na rys. 2.7b. W tym przypadku odcinki o tych samych numerach należą do jednej grupy odcinków o niewielkim zróżnicowaniu swych długości. Dla jednakowego stopnia podziału krawędzi bocznych podstawowego trójkąta sferycznego $n = 5$ uzyskana w jego wnętrzu trójkątna siatka sferyczna będzie się składać z liczby różnej długości odcinków $E_d = 7$, liczba grup odcinków o zbliżonych do siebie długościach wyniesie zaś $E_s = 5$.

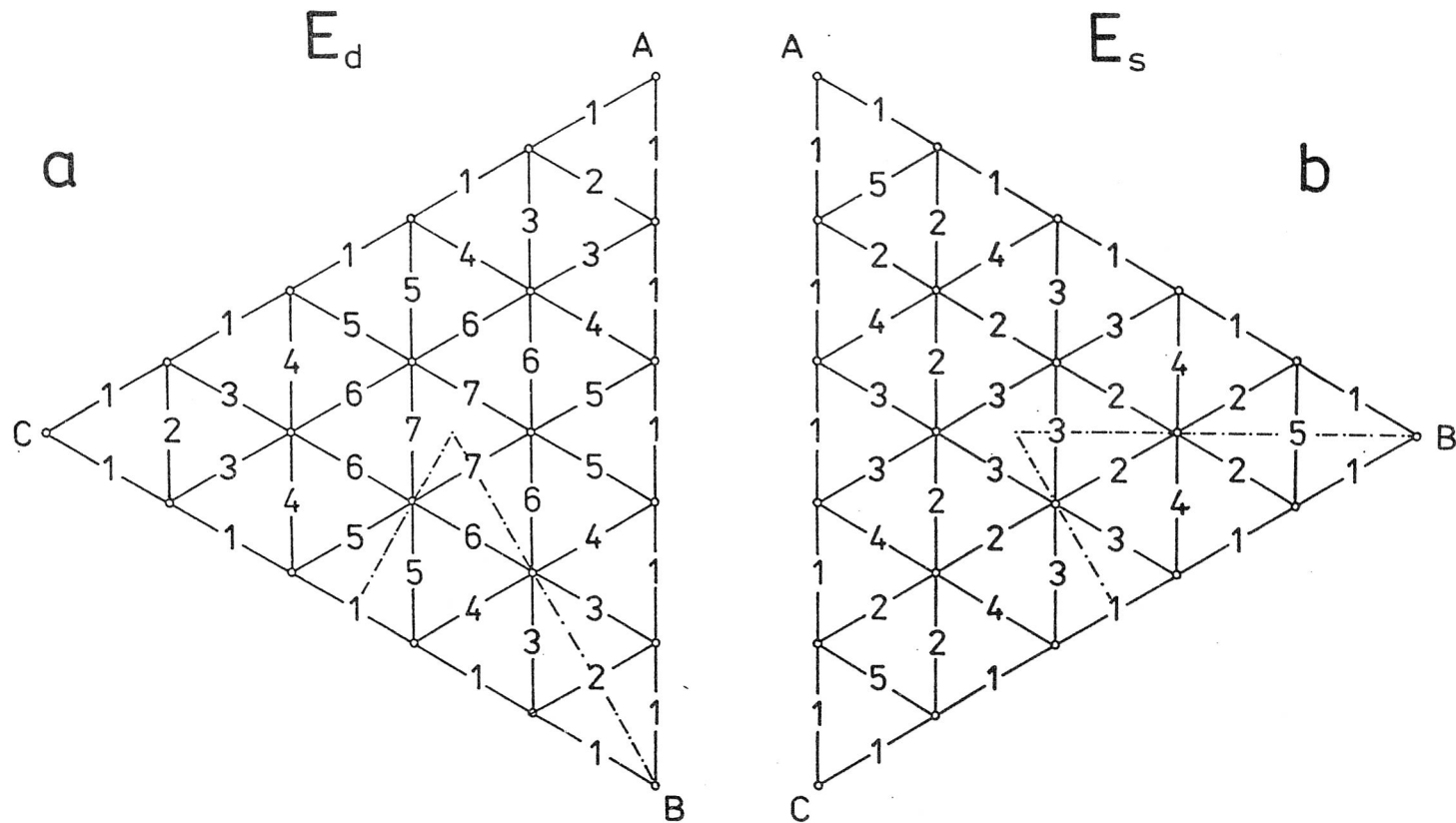
Różnice w wartościach współczynników η i η' są pochodną różnic pomiędzy wielkościami pól powierzchni równobocznych trójkątów sferycznych, które są opracowywane w dwóch podstawowych odmianach metody deformacji siatki wtórnej. Te dwa trójkąty sferyczne są rozpięte nad tą samą płaską formą podstawy o takiej samej powierzchni, jednak trójkąt sferyczny, będący rezultatem projekcji centralnej, daje na powierzchni kuli obszar o większym polu niż ta sama forma będąca efektem rzutu prostopadłego. Ponadto różnice te są rezultatem odmiennego usytuowania odcinków o ekstremalnych długościach w porównywanych ze sobą odmianach tej metody. Na rysunku 2.8 pokazano w sposób poglądowy wielkości pól powierzchni trójkątów sferycznych oraz kształty siatek na nich, uzyskane dzięki wykorzystaniu w konstrukcji metody deformacji siatki wtórnej własności rzutu środkowego (rys. 2.8a) lub własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę (rys. 2.8b).

Usytuowanie trójkątnych pól o zróżnicowanych wielkościach w obszarze podstawowego, równobocznego trójkąta sferycznego jest takie samo w każdej z dwóch podstawowych odmian tej metody i przedstawiono je tylko na rys. 2.8a. Pola trójkątne o tych samych numerach porządkowych mają takie same kształty oraz wielkości pola powierzchni.

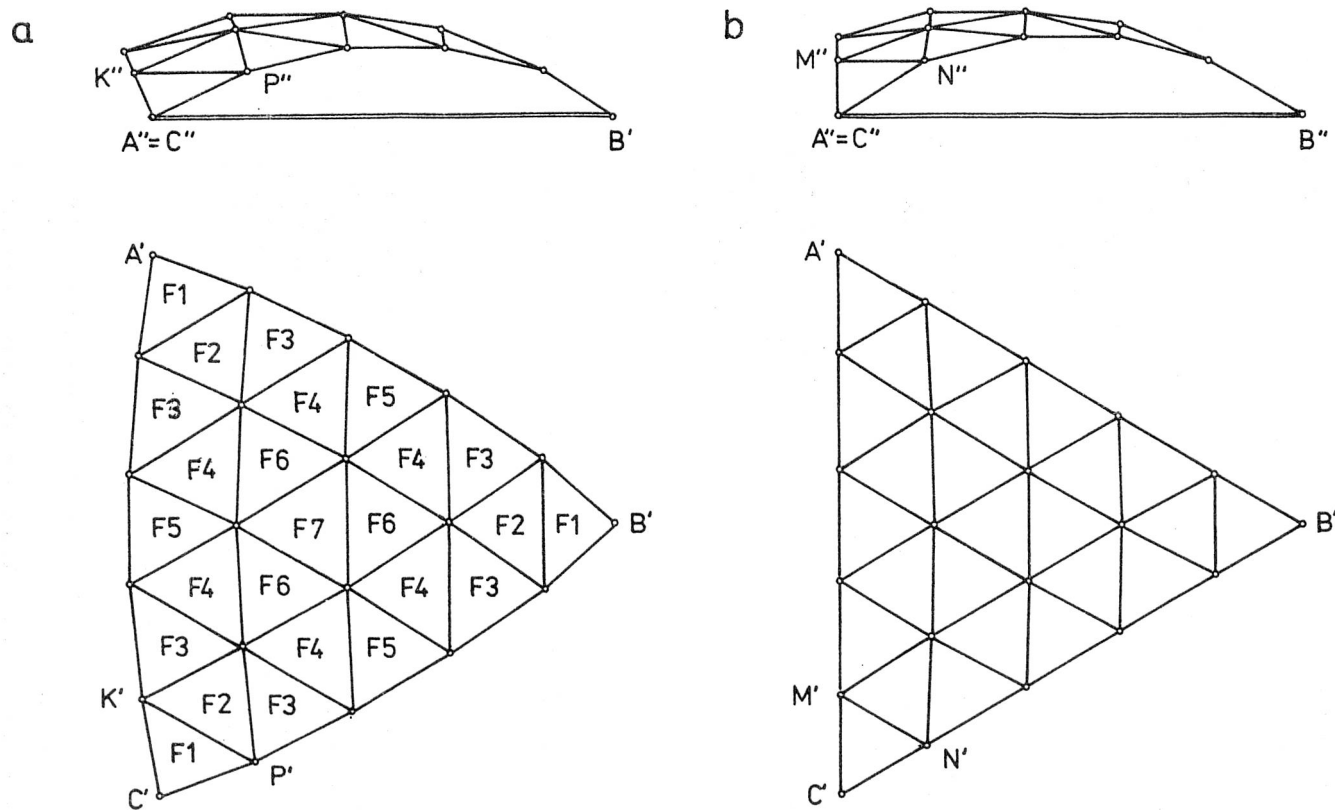
W dwóch podstawowych formach metody deformacji siatki wtórnej odcinki o ekstremalnych długościach są usytuowane zawsze w sąsiedztwie każdego z wierzchołków równobocznej formy podstawy. Różnice w lokalizacji odcinków, np. o maksymalnych długościach w obszarach wyróżnionych, równobocznych trójkątów sferycznych, są także wynikiem różnicy pomiędzy kształtami i wielkościami pól powierzchni tych trójkątów. W odmianie tej metody wykorzystującej własności rzutu środkowego, położenie odcinków najdłuższych ilustruje odcinek zawarty pomiędzy wierzchołkami K i P (rys. 2.9a).

Lokalizację odcinków najkrótszych przedstawiają odcinek KC oraz odcinek CP . Ponieważ w każdym wierzchołku 20-ścianu foremego schodzi się pięć równobocznych trójkątów sferycznych, przeto dla $n \rightarrow \infty$ miary wyróżnionego trójkąta KCP dążyć będą do miar trójkątów równoramiennych, tworzących pięciokąt foremny. Na podstawie usytuowania odcinków o ekstremalnych długościach można określić graniczną wartość współczynnika η charakteryzującego zróżnicowanie długości odcinków siatek sferycznych dla stopnia podziału $n \rightarrow \infty$. W takim przypadku miary odcinków o ekstremalnych długościach będą dążyć do miar długości krawędzi trójkąta równoramiennego KCP , o geometrii pokazanej na rys. 2.9b. Wartość współczynnika η charakteryzującego zróżnicowanie siatek, lub raczej długości krawędzi wielościanów o dużej liczbie ścian, utworzonych tą metodą na podstawie 20-ścianu foremnego, dla $n \rightarrow \infty$ osiągnie zatem graniczną wartość maksymalną

$$\eta_{\text{lim}} = 2 \sin 36^\circ \approx 1,1756.$$

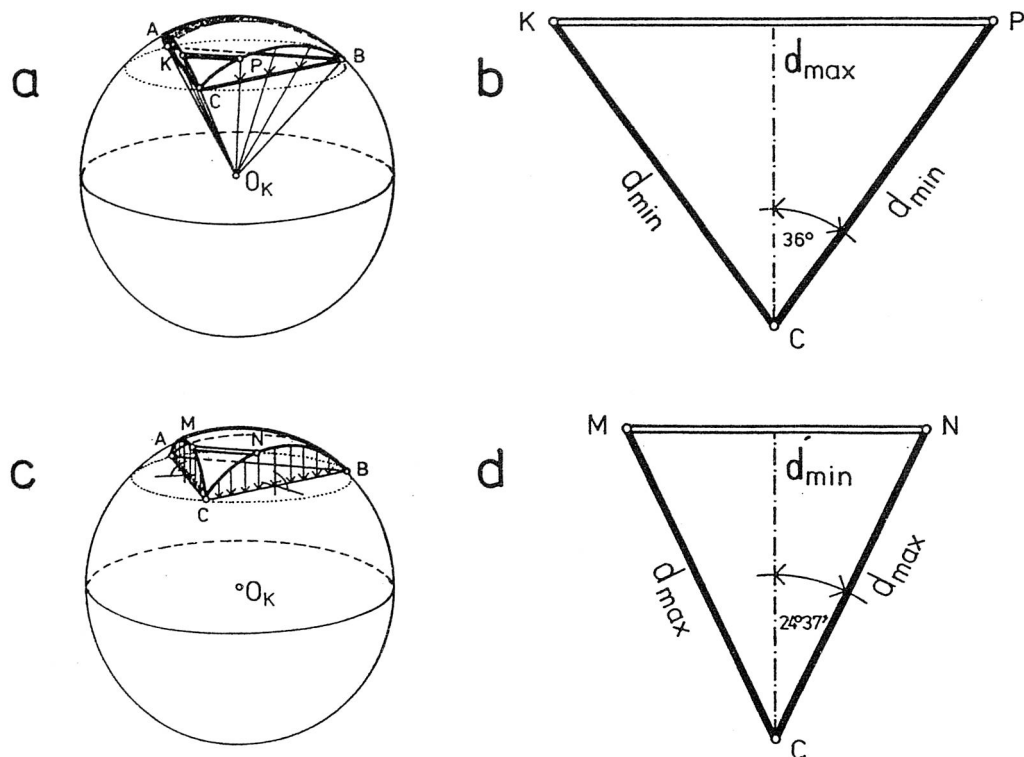


Rys. 2.7. Usytuowanie prętów o różnych długościach (a), rozmieszczenie grup odcinków o zbliżonych do siebie długościach w obszarze siatek sferycznych rozpiętych nad ścianą 20-ścianu dla $n = 5$ (b)
 Fig. 2.7. Bar localization of different lengths (a), arrangement of the groups of sections with similar lengths within the spherical grids spanned over the face of the icosahedron for $n = 5$ (b)



Rys. 2.8. Kształt siatki sferycznej wyznaczonej odmianą metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującą własności rzutu środkowego wraz z rozmieszczeniem różnych trójkątnych pól w jej obszarze (a), postać siatki sferycznej uzyskana odmianą tej metody wykorzystującą własności rzutu prostokątnego na płaszczyznę (b)

Fig. 2.8. Shape of the spherical grid determined by modification of the method of secondary grid deformation which makes use of the properties of central projection and the arrangement of different triangular fields within its range (a), form of spherical grid obtained by the method using the properties of orthogonal projection onto the plane (b)



Rys. 2.9. Lokalizacja i miary odcinków o ekstremalnych długościach w dwóch odmianach metody deformacji siatki wtórnej

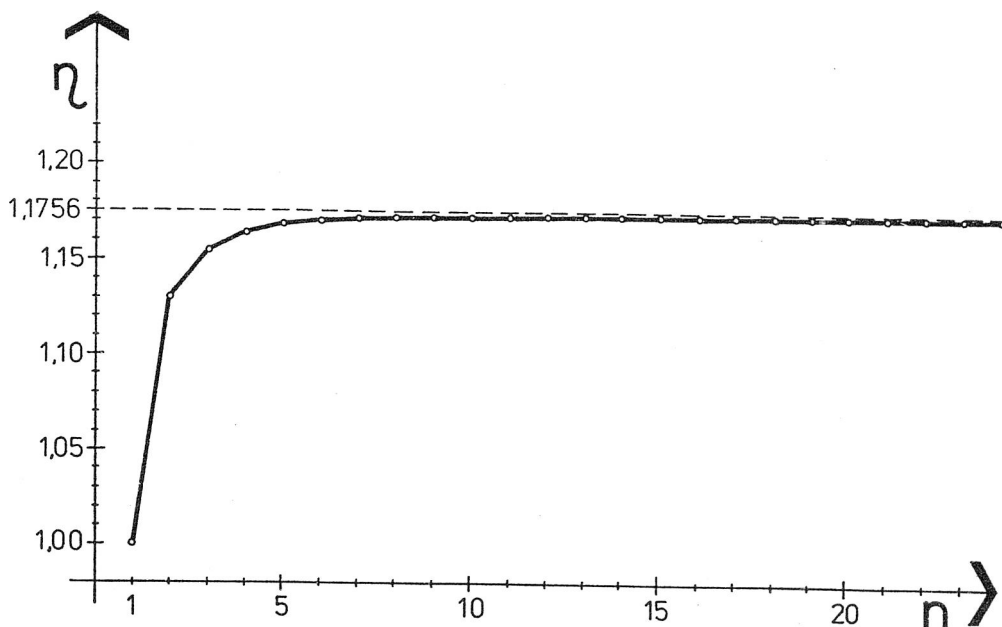
Fig. 2.9. Localization and measures of sections of extreme lengths in two forms of the method of secondary grid deformation

Przebieg zmian wartości współczynnika η dla kolejnych n , od $n = 1$ do $n = 20$, przedstawiono na rys. 2.10. Usytuowanie odcinków o ekstremalnych długościach w siatkach trójkątnych rozpiętych nad podstawą w formie trójkąta równobocznego i wyznaczonych metodą deformacji siatki wtórnej, wykorzystującą własności rzutu prostokątnego na płaszczyznę, pokazano na rys. 2.9c i d. Umieszczenie odcinków najkrótszych obrazuje odcinek MN , a najdłuższych odcinki MC lub CN . Przy $n \rightarrow \infty$ kształt równoramiennego trójkąta MCP dąży do postaci trójkąta pokazanego na rys. 2.9d. Stąd maksymalna, graniczna wielkość, tym razem współczynnika η' , osiągnie wartość

$$\eta_{\text{lim}} = \frac{1}{2\sin 24^{\circ}39'} \approx 1,1990.$$

Wzrost wartości współczynnika η' w zależności od kolejnych stopni podziału, dla n od 1 do 20, pokazano na rysunku 2.11.

Przebieg zmian wartości współczynników η' dla trójkątnych siatek sferycznych, wyznaczanych nad trójkątną ścianą 20-ścianu przez zastosowanie odmiany metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującej własności rzutu prostokątnego, jest dla kolejnych stopni



Rys. 2.10. Przebieg zmian wartości współczynnika η w zależności od n dla wielościanów powstałych w metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 20-scianu foremnego

Fig. 2.10. The course of changes of η coefficient values depending on n for polyhedrons shaped by the method of secondary grid deformation on the base of the icosahedron

podziału n łagodniejszy od wzrostu wartości współczynnika η , który charakteryzuje zróżnicowanie długości odcinków siatek utworzonych nad tą samą formą podstawy, dzięki odmianie tej metody wykorzystującej zasady rzutu środkowego. Bardzo gęste trójkątne siatki sferyczne, w których kształtowaniu użyto własności projekcji środkowej, charakteryzują się jednak mniejszym zróżnicowaniem długości swych odcinków od siatek sferycznych wyznaczonych za pomocą tej samej metody lecz z wykorzystaniem własności rzutu prostopadłego.

Metoda deformacji siatki wtórnej należy do nielicznej grupy metod, których zastosowanie pozwala na wyznaczenie trójkątnych siatek sferycznych o minimalnym zróżnicowaniu długości tworzących je odcinków. Wartość współczynnika η osiąga tu najmniejszą z możliwych do uzyskania granicznych wartości przy stopniu podziału $n \rightarrow \infty$ [1], [54], [59], [63].

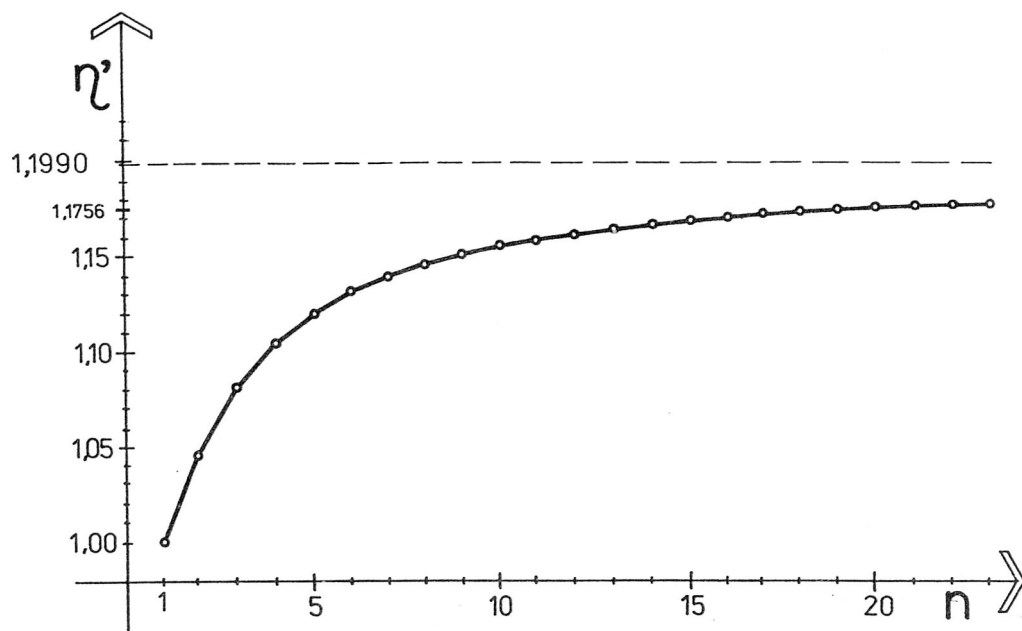
W niniejszej pracy przedstawiono jedynie podstawowy sposób wewnętrznego podziału równobocznych trójkątów sferycznych. Inne sposoby, podane w pracach Tarnai'a i Clintona [55], [62], pozwolą na budowę wielościanów o minimalnym zróżnicowaniu długości krawędzi oraz minimalnej liczbie różnych typów tych krawędzi. Kompleksowa charakterystyka wielościanów utworzonych na podstawie 20-scianu foremnego, dzięki stosowaniu tej podstawowej formy metody deformacji siatki wtórnej, jest złożona z wartości wcześniej zdefiniowanych współczynników, których wartości można określić według następujących wzorów

$$F = 20n^2,$$

$$F_d > 0, \text{ dla kolejnych } n: F_d = n + (n-3) + (n-6) + (n-9) + \dots,$$

$$S_d = (n^2 + n)/2,$$

$$V = 10n^2 + 2,$$



Rys. 2.11. Przebieg zmian wartości współczynnika η' w zależności od n dla siatek sferycznych wyznaczonych nad trójkątną ścianą 20-ścianu dzięki stosowaniu metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującej własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę

Fig. 2.11. The course of changes of η' coefficient values depending on n for spherical grids determined over the triangular face of the icosahedron, due to the application of the method of secondary grid deformation using the properties of the orthogonal projection onto the plane

$$E = 30n^2,$$

$$\text{dla nieparzystych } n: E_d = (n^2 + 3)/4,$$

$$\text{dla parzystych } n: E_d = (n^2 + 4)/4,$$

$$E_s = n.$$

W tabelicy 1. podano liczbowe wartości tych współczynników, obliczone dla kolejnych stopni podziału odpowiednich krawędzi na n równych części, począwszy od $n = 1$ do $n = 20$. Łącznie z wartościami współczynnika η , tablica ta stanowi wyczerpującą charakterystykę geometryczną wielościanów o dużej liczbie ścian otrzymywanych metodą deformacji siatki wtórnej na podstawie 20-ścianu foremego. W osobnej kolumnie podano wartość współczynnika η' charakteryzującego zróżnicowanie siatek sferycznych rozpiętych nad ścianą tego wielościanu, do których wyznaczania zastosowano tę samą metodę, w swej konstrukcji stosującą jednak własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę.

2.3. Wielościany powstałe na podstawie 12-ścianu foremnego, typ podziału $\{3,5^+\}_{n,0}$

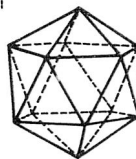
Dwanaście ścian w kształcie pięciokątów prawidłowych jest koniecznych do zbudowania bryły wypukłej, zwanej dwunastościanem foremnym. W każdej z pięciokątnych ścian tego wielościanu można wyróżnić pięć równoramiennych trójkątów płaskich, w których wartość kątów wierzchołkowych w centrum każdej ściany jest równa 72° . W rzucie środkowym z

Tablica 1

Charakterystyka wielościanów powstałych w metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 20-ścianu foremego

Characteristics of polyhedrons formed by the method of secondary grid deformation on the base of the icosahedron

- n - stopień podziału krawędzi trójkąta sferycznego
 F - liczba wszystkich ścian wielościanu
 F_d - liczba różnych ścian wielościanu
 S_d - liczba różnych kątów płaskich zawartych pomiędzy krawędziami
 V - liczba wszystkich wierzchołków wielościanu
 E - liczba wszystkich krawędzi wielościanu
 E_d - liczba różnych krawędzi wielościanu
 E_s - liczba grup krawędzi o zbliżonych długościach
 η - stosunek długości krawędzi najdłuższej do długości krawędzi najkrótszej wielościanu



n	F	F_d	S_d	V	E	E_d	E_s	η	η'
1	20	1	1	12	30	1	1	1,00	1,00
2	80	2	3	42	120	2	2	1,130829	1,044275
3	180	3	6	92	270	3	3	1,155619	1,081044
4	320	5	10	162	480	5	4	1,164340	1,104410
5	500	7	15	252	750	7	5	1,168384	1,119800
6	720	9	21	362	1080	10	6	1,170585	1,131570
7	980	12	28	492	1470	13	7	1,171934	1,140000
8	1280	15	36	642	1920	17	8	1,172777	1,146695
9	1620	18	45	812	2430	21	9	1,173371	1,151974
10	2000	22	55	1002	3000	26	10	1,173818	1,156295
11	2420	26	66	1212	3630	31	11	1,174166	1,159889
12	2880	30	78	1442	4320	37	12	1,174351	1,162927
13	3380	35	91	1692	5070	43	13	1,174548	1,165529
14	3920	40	105	1962	5880	50	14	1,174775	1,167775
15	4500	45	120	2252	6750	57	15	1,174830	1,169700
16	5120	51	136	2562	7680	65	16	1,174908	1,171482
17	5780	57	153	2892	8670	73	17	1,175118	1,173017
18	6480	63	171	3242	9720	82	18	1,175158	1,174398
19	7220	70	190	3612	10830	91	19	1,175201	1,175630
20	8000	77	210	4002	12000	101	20	1,175333	1,176740

centrum kuli opisanej na tym wielościanie uzyska się siatkę sferyczną 12-ścianu foremnego składającą się z 60 równoramiennych trójkątów sferycznych. W każdym węźle tej siatki schodzi się minimum pięć trójkątnych pól. Podstawowy typ podziału wyróżnionych trójkątów

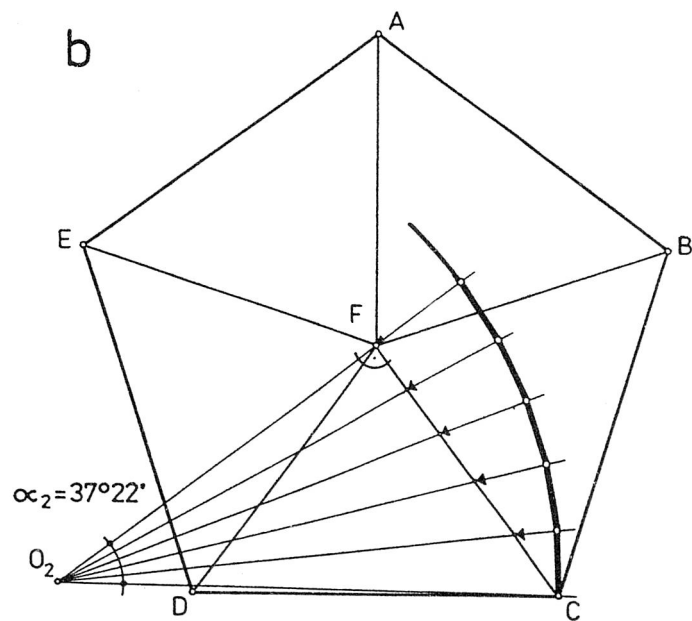
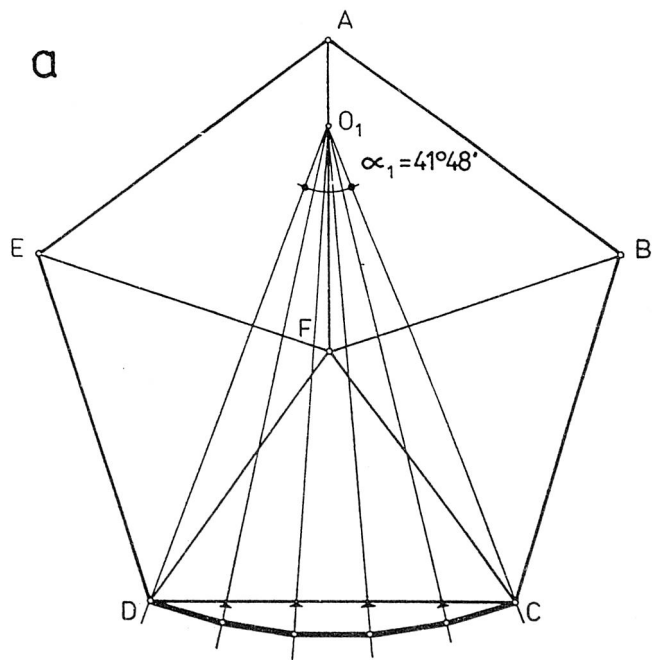
sferycznych na podstawie 12-ścianu foremego może być zatem także oznaczony symbolem $\{3,5^+\}_{n,0}$ [55], [57].

W celu zastosowania podstawowej formy metody deformacji siatki wtórnej, stosującej własności rzutu środkowego do wyznaczania wielościanów o dużej liczbie ścian na podstawie tego wielościanu foremego, należy w pierwszym kroku znanej już procedury wprowadzić równe podziały na dwóch różnych łukach. Pierwszy z tych łuków jest zawarty np. pomiędzy wierzchołkami D i C wielościanu podstawowego (rys. 2.12a).

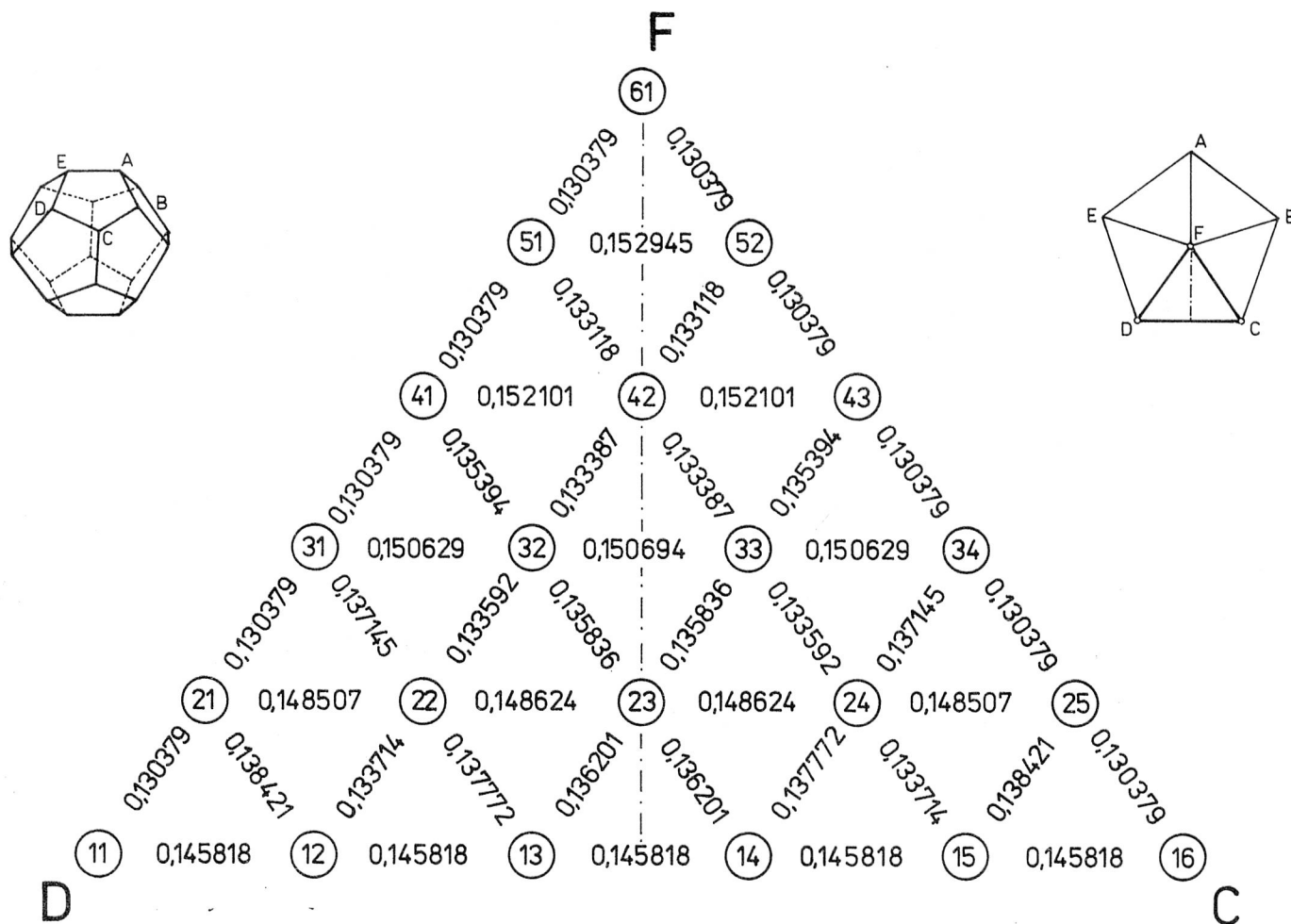
Punkty O_1 i O_2 ilustrują położenie centrum sfery opisanej na 12-ścianie foremnym. Kąt wierzchołkowy trójkąta DO_1C ma wartość $\alpha_1 = 41^\circ 48'$ i jego podział na odpowiednią liczbę równych części będzie pomocny w wyznaczeniu nowego uporządkowania krawędzi DC . W obszarze pięciokątnej ściany wielościanu podstawowego krawędzie wewnętrzne, np. FC , w rzucie środkowym utworzą drugi rodzaj łuków, które należy podzielić na taką samą liczbę n odcinków o równych długościach. Ponieważ miara kąta FO_2C równa $\alpha_2 = 37^\circ 22'$ jest różna od wartości kąta α_1 , odcinki powstałe przez podział kąta α_1 na n równych części będą zatem miały inną, większą, długość niż odcinki będące rezultatem podziału drugiego łuku. Uzyskane w ten sposób nowe uporządkowanie krawędzi FC zostanie odłożone na wszystkich wewnętrznych odcinkach pięciokąta foremego (rys. 2.12b). Proces wyznaczania zdeformowanej siatki trójkątnej w płaszczyźnie ściany 12-ścianu foremego może się odbywać w obszarze powtarzalnego trójkąta równobocznego, np. DFC , lub może być ograniczony do jego symetrycznej połówki. Procedura ta jest podobna do wcześniej opisanej. Rezultaty podziału wymienianych łuków na $n = 5$ równych części i zastosowania metody deformacji siatki wtórnej przedstawiono na rys. 2.13. Trójkąt sferyczny DFC jest zbudowany z 25 trójkątnych pól, a liczba tych pól uzyskanych nad każdą ścianą 12-ścianu foremego będzie równa $25 \times 60 = 1500$. Związki miarowe pokazane na rys. 2.13 są długościami krawędzi 1500-ścianu.

Zróżnicowanie długości krawędzi tego wielościanu jest niewielkie, przy czym liczba krawędzi o różnych długościach jest istotnie większa od stopnia podziału brzegów wybranego trójkąta sferycznego na n równych części. Usytuowanie krawędzi o różnych długościach w symetrycznej połowie powtarzalnego trójkąta sferycznego pokazano na rys. 2.14a. Tak jak uprzednio, krawędzie o zbliżonych do siebie długościach są zgrupowane w liniach „równoległych” do każdej z podstaw takiego trójkąta sferycznego. Liczba grup krawędzi o zbliżonych do siebie długościach jest dwukrotnie większa od stopnia podziału n . Największe zróżnicowanie długości krawędzi występuje w ramach jednej z takich grup, wyznaczonej położeniem węzłów brzegowych, np. 13 i 43 (rys. 2.13). Najdłuższa krawędź leżąca w tym paśmie jest usytuowana pomiędzy węzłami 13 i 23, najkrótsza natomiast między węzłami 33 a 43. Średnia długość krawędzi należących do tej grupy wynosiłaby 0,135795 i zmieniałaby się w granicach $\pm 0,0004035$, co stanowiłoby $\pm 0,30\%$ jej długości podstawowej. Sposób rozmieszczenia grup krawędzi o podobnych długościach w obszarze trójkąta sferycznego DFC przedstawiono na rys. 2.14b. Krawędzie o tych samych numerach porządkowych należą do pasm krawędzi o zbliżonych do siebie długościach. Usytuowanie trójkątnych pól w przestrzeni równoramiennego trójkąta sferycznego pokazano na rys. 2.14c. Rzuty pionowy i poziomy trójkątnej siatki sferycznej wyznaczonej metodą deformacji siatki wtórnej dla $n = 5$ i rozpiętej nad pięciokątną ścianą 12-ścianu foremego pokazano na rys. 2.16. Ze względu na kształt i regularność siatek uzyskanych na podstawie tego wielościanu mogą być one użyte do określania geometrii kopuł prętowych o dużych rozpiętościach.

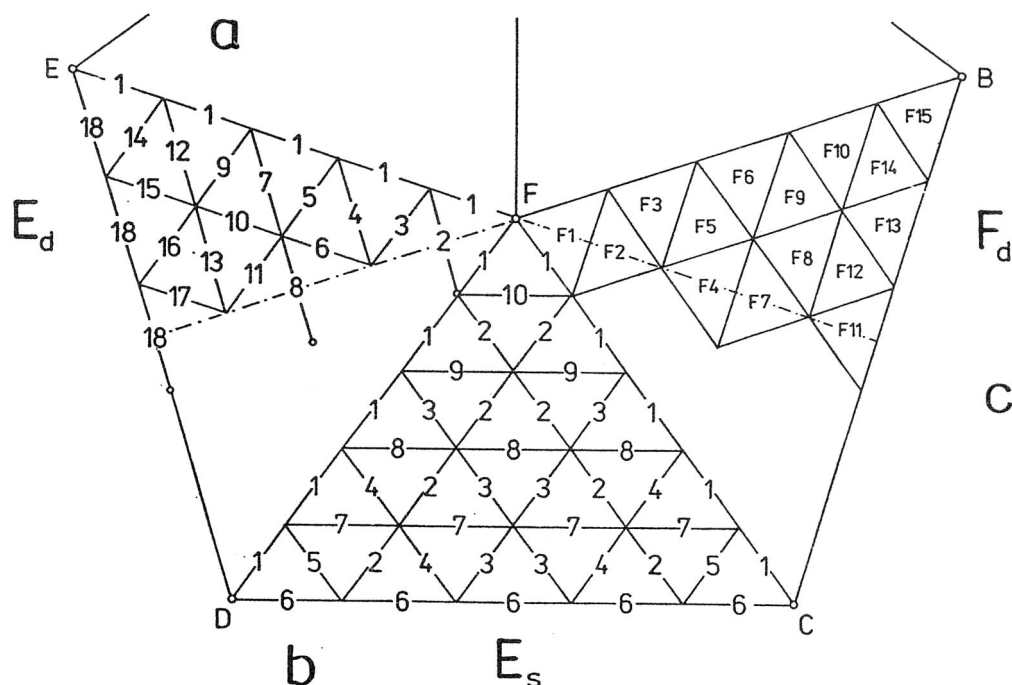
W siatce sferycznej 1500-ścianu krawędź najdłuższa znajduje się pomiędzy węzłami 51 i



Rys. 2.12. Schemat procedury podziału łuków równoramiennego trójkąta sferycznego rozpiętego nad 1/5 częścią ściany 12-ścianu foremnego
 Fig. 2.12. Procedure of division of the arcs of a spherical isosceles triangle spanned over 1/5th part of the face of the dodecahedron



Rys. 2.13. Związki miarowe 1/60 części 1500-ścianu uzyskane dla stopnia podziału odpowiednich łuków $n = 5$
 Fig. 2.13. Dimensions relation of 1/60th part of a 1500-hedron obtained for the degree of division of appropriate arcs $n = 5$

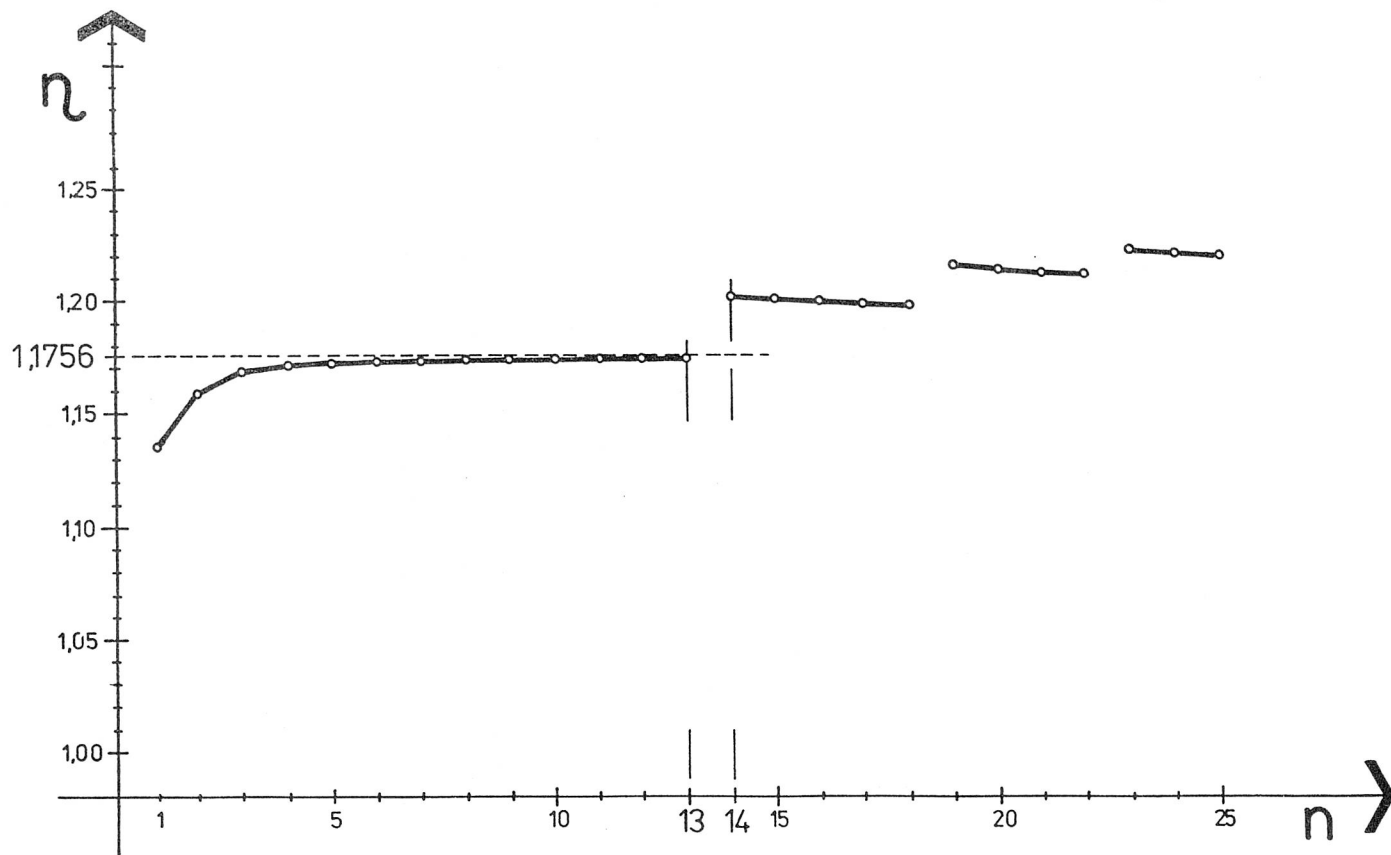


Rys. 2.14. Schemat ułożenia krawędzi o różnych długościach (a), rozmieszczenie grup krawędzi o zbliżonych do siebie długościach (b), ułożenie różnych trójkątnych pól w powtarzalnej części siatki sferycznej 1500-ścianu (c)
 Fig. 2.14. Scheme of the arrangement of edges of different lengths (a), arrangement of groups of edges of similar lengths (b), arrangement of different triangular fields in the repeatable part of the spherical grid of the 1500-hedron (c)

52 ($E_{\max} = 0,152945$) w bezpośrednim sąsiedztwie węzła wierzchołkowego F (rys. 2.13). Krawędzie najkrótsze są zlokalizowane na łukach DF i FC , które w rzucie środkowym są wynikiem projekcji wewnętrznych promieni DF i FC płaskiej 5-kątnej ściany 12-ścianu foremnego ($E_{\min} = 0,130379$). Wartość współczynnika η charakteryzującego zróżnicowanie długości odcinków tej siatki dla $n = 5$

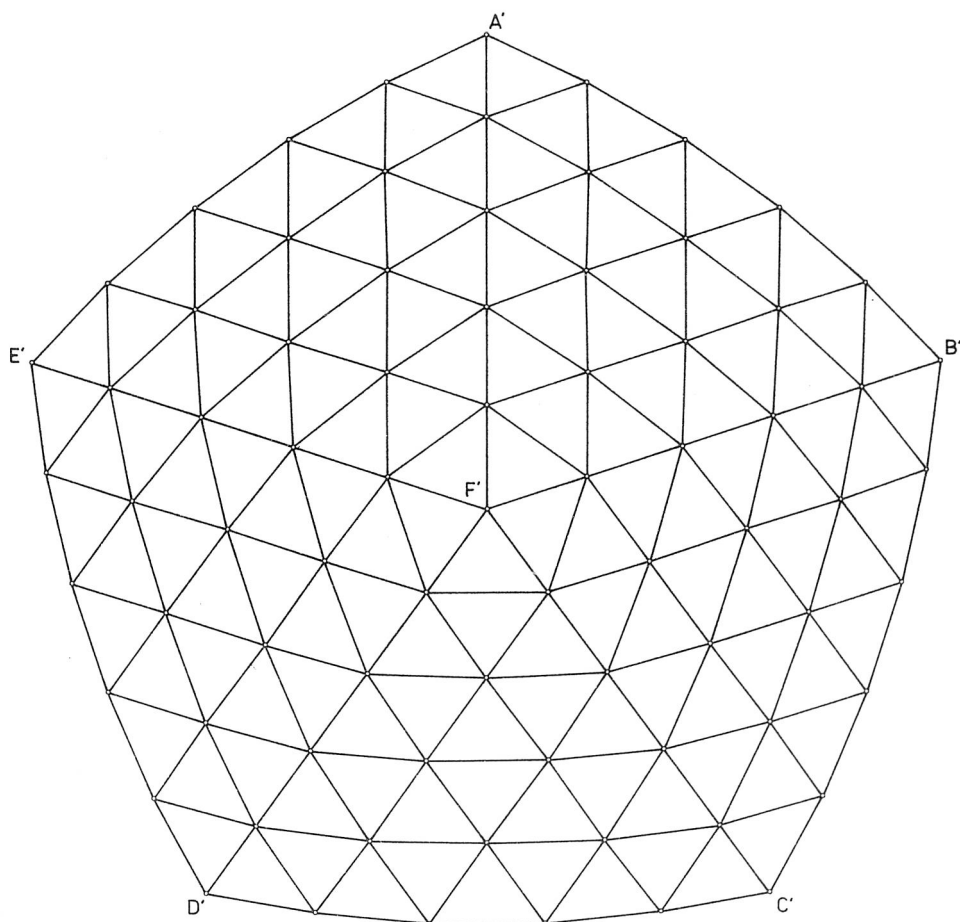
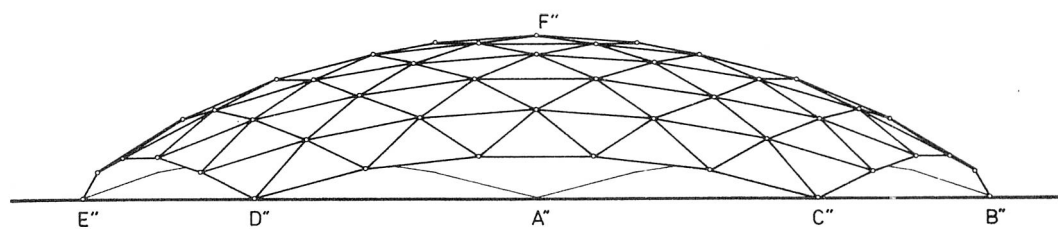
$$\eta = \frac{0,152945}{0,130379} \approx 1,1730.$$

Wartości tego współczynnika są bardzo zbliżone do wartości η obliczonego dla takiego samego n , charakteryzującego zróżnicowanie długości odcinków siatek uzyskiwanych za pomocą tej metody na podstawie 20-ścianu foremnego. Można zatem oczekiwać, że dla $n \rightarrow \infty$ wartość η dla grup wielościanów opracowanych na podstawie 12-ścianu i 20-ścianu będą dążyć do wspólnej granicy. Potwierdzeniem tego przypuszczenia jest rozmieszczenie odcinków o ekstremalnych długościach, które dla bardziej gęstych podziałów dążą do miar boków i wewnętrznych promieni pięciokąta foremnego. Na rysunku 2.15 przedstawiono przebieg zmian wartości η obliczonych dla kolejnych n , od $n = 1$ do $n = 20$, w siatkach sferycznych wyznaczonych za pomocą tej metody na podstawie 12-ścianu foremnego. Skokowy wzrost wartości η dla $n > 13$ informuje, że lokalizacja odcinków o ekstremalnych długościach jest



Rys. 2.15. Przebieg zmian wartości współczynnika η w zależności od n dla wielościanów powstałych w metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 12-ścianu foremego

Fig. 2.15. The course of the η coefficient value changes depending on n for polyhedrons formed by the method of secondary grid deformation on the base of the dodecahedron



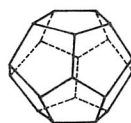
Rys. 2.16. Kształt trójkątnej siatki sferycznej rozpiętej nad pięciokątną ścianą 12-ścianu foremnego
 Fig. 2.16. Shape of triangular spherical grid spaced over a pentagonal face of the dodecahedron

inna niż oczekiwana. Precyzyjne określenie granicznej wartości η dla $n \rightarrow \infty$ jest zadaniem dość złożonym a wielkość podana w pracy [59] nie może być uważana za poprawną, gdyż została ona wyznaczona na podstawie błędnej interpretacji wyników obliczeń długości odcinków o ekstremalnych długościach. Ze względu na zbliżone cechy, jakimi charakteryzuje się sposób podziału równoramiennego trójkąta sferycznego podany przez Scheela, można przyjąć założenie, że także i w tym przypadku dla $n \rightarrow \infty$ wartość η charakteryzującego zróżnicowanie długości krawędzi wielościanów uzyskanych dzięki metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 12-ścianu foremego nie powinna być większa niż $\eta_{lim} \approx 1,3820$ [56].

Tablica 2

Charakterystyka wielościanów powstałych w metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 12-ścianu foremego
Characteristics of polyhedrons formed by the method of secondary grid deformation on the base of the dodecahedron

n - stopień podziału krawędzi trójkąta sferycznego
 F - liczba wszystkich ścian wielościanu
 F_d - liczba różnych ścian wielościanu
 S_d - liczba różnych kątów płaskich zawartych pomiędzy krawędziami
 V - liczba wszystkich wierzchołków wielościanu
 E - liczba wszystkich krawędzi wielościanu
 E_d - liczba różnych krawędzi wielościanu
 E_s - liczba grup krawędzi o zbliżonych długościach
 η - stosunek długości krawędzi najdłuższej do długości krawędzi najkrótszej wielościanu



n	F	F_d	S_d	V	E	E_d	E_s	η
1	60	1	2	32	90	2	2	1,135870
2	240	3	7	122	360	4	4	1,159976
3	540	6	15	272	810	7	6	1,168641
4	960	10	26	482	1440	12	8	1,171684
5	1500	15	40	752	2250	18	10	1,173080
6	2160	21	57	1082	3240	26	12	1,173873
7	2940	28	77	1472	4410	35	14	1,174314
8	3840	36	100	1922	5760	46	16	1,174664
9	4860	45	126	2432	7290	58	18	1,174839
10	6000	55	155	3002	9000	72	20	1,175031
11	7260	66	187	3632	10890	87	22	1,175091
12	8640	78	222	4322	12960	104	24	1,175275
13	10140	91	260	5072	15210	122	26	1,175235
14	11760	105	301	5882	17640	142	28	1,202566
15	13500	120	345	6752	20250	163	30	1,201115
16	15360	136	392	7682	23040	186	32	1,200331
17	17340	153	442	8672	26010	210	34	1,198781
18	19440	171	495	9722	29160	236	36	1,198126
19	21660	190	551	10832	32490	263	38	1,215043
20	24000	210	610	12002	36000	292	40	1,213571

Wartości współczynników tworzących charakterystykę wielościanów uzyskanych dzięki metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 12-ścianu foremego dla podziału typu $\{3,5^+\}_{n,0}$ podano w tablicy 2. Niektóre ich wartości obliczono według następujących wzorów:

$$F = 60n^2,$$

$$F_d = n(n+1)/2,$$

$$S_d = (3n^2 + n)/2,$$

$$V = 30n^2 + 2,$$

$$E = 90n^2,$$

$$\text{dla nieparzystych } n: E_d = 3/4(n^2 + 3) - n + \left(\frac{n-1}{2}\right),$$

$$\text{dla parzystych } n: E_d = 3/4(n^2 + 4) - n + n/2 - 1,$$

$$E_s = 2n.$$

Na podstawie przedstawionych zależności można stwierdzić, iż dla niezbyt gęstych podziałów wybranych trójkątów sferycznych wielościany powstałe za pomocą tej metody na bazie 12-ścianu foremego mogą być konkurencyjne dla wielościanów uzyskiwanych w ten sam sposób na podstawię 20-ścianu foremego. Sposoby innych wewnętrznych podziałów trójkątów zaprezentowane w pracy Tarnai'a [57] mogą dać w wyniku bardzo regularne siatki sferyczne. Szczegółową analizę porównawczą różnych grup wielościanów zaprezentowano w końcowej części niniejszej monografii.

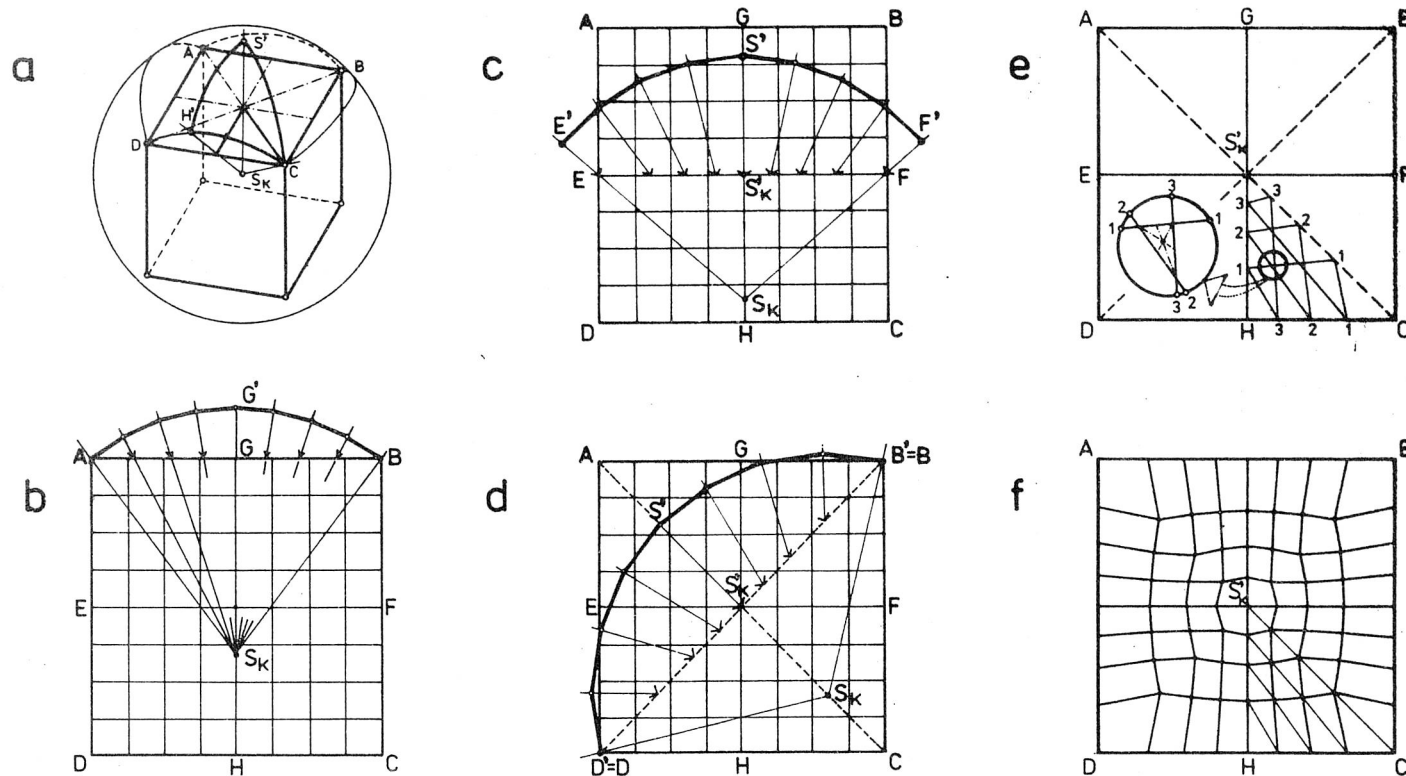
2.4. Wielościany powstałe na podstawie sześcianu, typ podziału $\{3,4^+\}_{n,0}$

Sześcian jest bryłą foremną składającą się z kwadratowych ścian, których względne oddalenie od powierzchni kuli opisanej na tym wielościanie foremnym jest dość duże. Ta cecha sprawia, iż zróżnicowanie długości odcinków siatek sferycznych wyznaczanych za pomocą różnych metod na podstawie tego wielościanu będzie również dość znaczne.

Dla pewnych rodzajów przekryć, głównie ze względów architektonicznych, byłoby wskazane stosowanie czworokątnych siatek sferycznych. Podstawa w formie kwadratu wydaje się być najwłaściwszą do tego celu, a ponadto poszukiwanie różnych sposobów podziału powierzchni sferycznej rozpiętej nad tą formą rzutu może prowadzić do rozszerzenia liczby form i zakresu stosowania metody deformacji siatki wtórnej.

Rysunek siatek czworokątnych wyznacza się na podstawie rysunku trójkątnych siatek sferycznych poprzez wybór kierunków ortogonalnych oraz kierunku diagonalnego. W pierwszym kroku omawianej metody należy w kwadratowej formie podstawy wyróżnić powtarzalny trójkąt, w którym obszarze będzie wyznaczane położenie węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej. Można oczekiwać, że najbardziej regularne siatki uzyska się na podstawie sześcianu, gdy obszar opracowania dotyczyć będzie trójkąta o polu równym 1/8 powierzchni całej ściany wielościanu i ograniczonego osiami symetrii oraz krawędziami bocznymi tej kwadratowej ściany.

W kwadratowych ścianach sześcianu te równoramienne trójkąty prostokątne utworzą siatkę trójkątną, w której węzłach schodzić się będą cztery (lub więcej, tj. 6) trójkątne pola. Dlatego uzyskane w ten sposób wielościany będą miały oznaczenie typu podziału jako $\{3,4^+\}_{n,0}$. Schemat procedury o opisanych wyżej etapach w odniesieniu do takiego trójkąta podstawy pokazano na rys. 2.17. Dzięki stosowaniu tej procedury zostaną wyznaczone



Rys. 2.17. Schemat procedury wyznaczania zdeformowanej siatki na płaskiej ścianie sześciianu
 Fig. 2.17. Scheme of the procedure of determination of a deformed grid on the flat face of a hexahedron

podstawowe formy wielościanów uzyskiwanych na bazie sześcianu metodą deformacji siatki wtórnej. Rodzaj przyjętego w płaszczyźnie podstawy trójkątnego obszaru opracowania sprawa, iż dla kolejnych podziałów jego krawędzi bocznych uzyskuje się związki miarowe wielościanów powstałych przez podział łuków, odpowiadających w rzucie środkowym krawędziom sześcianu, na parzystą liczbę odcinków o równych długościach. Jeżeli na przykład krawędzie boczne trójkąta *SHC* zostaną podzielone na pięć części, to podział łuku *HC* będzie dotyczył jedynie połowy łuku odpowiadającego w rzucie środkowym krawędziom sześcianu. W przyjętym sposobie opisu wielościanów taki przypadek będzie odpowiadał stopniowi podziału $n = 10$.

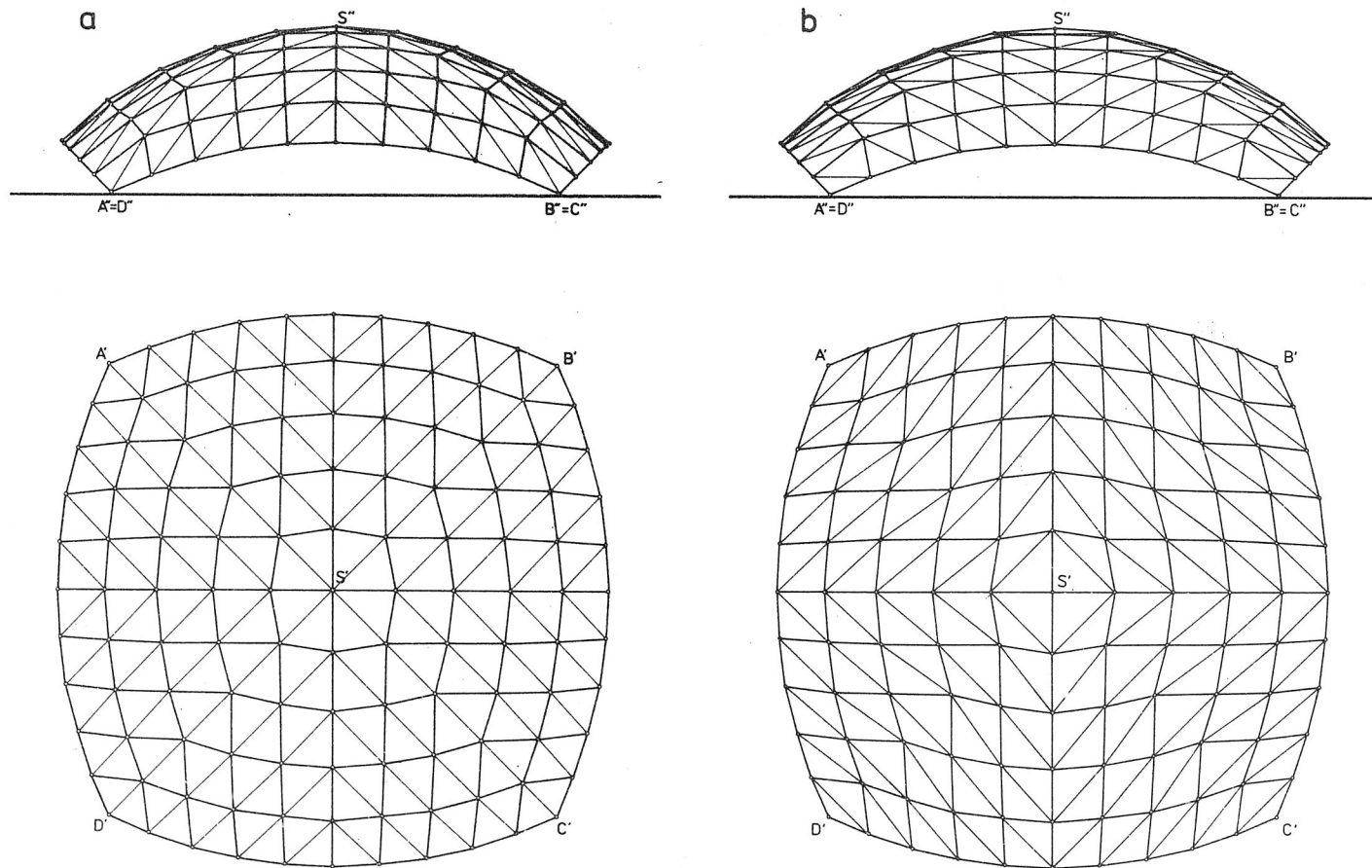
Podział krawędzi bocznych trójkąta *SHC* na pięć równych części pozwoli na wyznaczenie w jego wnętrzu 25 trójkątnych pól. Dzięki temu można wyznaczyć związki miarowe trójkątnej siatki sferycznej wielościanu o liczbie ścian $6 \times (8 \times 25) = 1200$. W obszarze takiej siatki odcinki leżące na krawędziach *SH* i *CH* wyznaczą kierunki siatki „ortogonalnej”. Jeśli taka czworokątna siatka zostanie uzupełniona odcinkami „równoległymi” do krawędzi *SC*, to wyznaczymy związki miarowe wielościanu o znanej już liczbie trójkątnych ścian, nazwanego 1200-ścianem typu A. Związki miarowe tego wielościanu pokazano na rys. 2.18a.

Jeśli wspomniana czworokątna siatka krawędzi zostanie połączona odcinkami „prostopadłymi” do krawędzi *SC*, to poznamy parametry geometryczne siatki 1200-ścianu typu B. Na rysunku 2.18b przedstawiono jedynie długości ukośnych odcinków siatki sferycznej 1200-ścianu typu B, ponieważ długości odcinków siatki „ortogonalnej” są takie same jak w siatce 1200-ścianu typu A.

Grupy krawędzi o zbliżonych do siebie długościach są czytelne w zasadzie jedynie dla krawędzi usytuowanych w „liniach” ortogonalnych. Zróżnicowanie długości krawędzi w ramach tak wyróżnionych pasm jest znacznie większe niż w dwóch wcześniej zaprezentowanych przypadkach. Na przykład średnia długość krawędzi w pasmie ograniczonym brzegowymi węzłami 13 i 43 (rys. 2.18a) wynosiłaby 0,163854 i zmieniałaby się w granicach $\pm 0,00268$, co stanowiłoby $\pm 1,63\%$ jej długości podstawowej. To zróżnicowanie długości jest tak duże, iż z trudem można nadać krawędziom leżącym w tym pasmie miano grupy krawędzi o zbliżonych do siebie długościach. Mimo to przyjęto, że liczba grup krawędzi o zbliżonych do siebie długościach jest równa 15 i składa się na nią dziesięć grup krawędzi „ortogonalnych” oraz pięć grup krawędzi „diagonalnych”.

Kształty uzyskanych w ten sposób dwóch form siatek sferycznych przedstawiono na rysunku 2.19. Sposób uzupełnienia siatki czworokątnej odcinkami ukośnymi, mający wpływ na jej parametry geometryczne, określa także walory architektoniczne budowanej siatki sferycznej. Względy estetyczne zostały wzięte także pod uwagę w propozycjach innych sposobów wykorzystania metody deformacji siatki wtórnej.

Zróżnicowanie długości krawędzi 1200-ścianu typu A jest inne niż w 1200-ścianie typu B. Najdłuższa krawędź 1200-ścianu typu A jest zawarta pomiędzy węzłami 31 a 22 (rys. 2.18a), najkrótsze zaś krawędzie są usytuowane w łuku ograniczonym położeniem węzłów *H*(11) i *C*(16). Łuk ten odpowiada w rzucie środkowym połowie krawędzi wielościanu podstawowego, jakim jest w tym przypadku sześcián. Stopień podziału boków trójkąta sferycznego *SHC* na pięć części w odniesieniu do całej krawędzi *DC* (rys. 2.17a) stanowi tylko połowę wartości tego podziału, którego definicję podano uprzednio. Współczynnik η_A dla stopnia podziału łuku krawędzi wielościanu podstawowego $n = 10$ w przypadku krawędzi 1200-ścianu typu A ma wartość



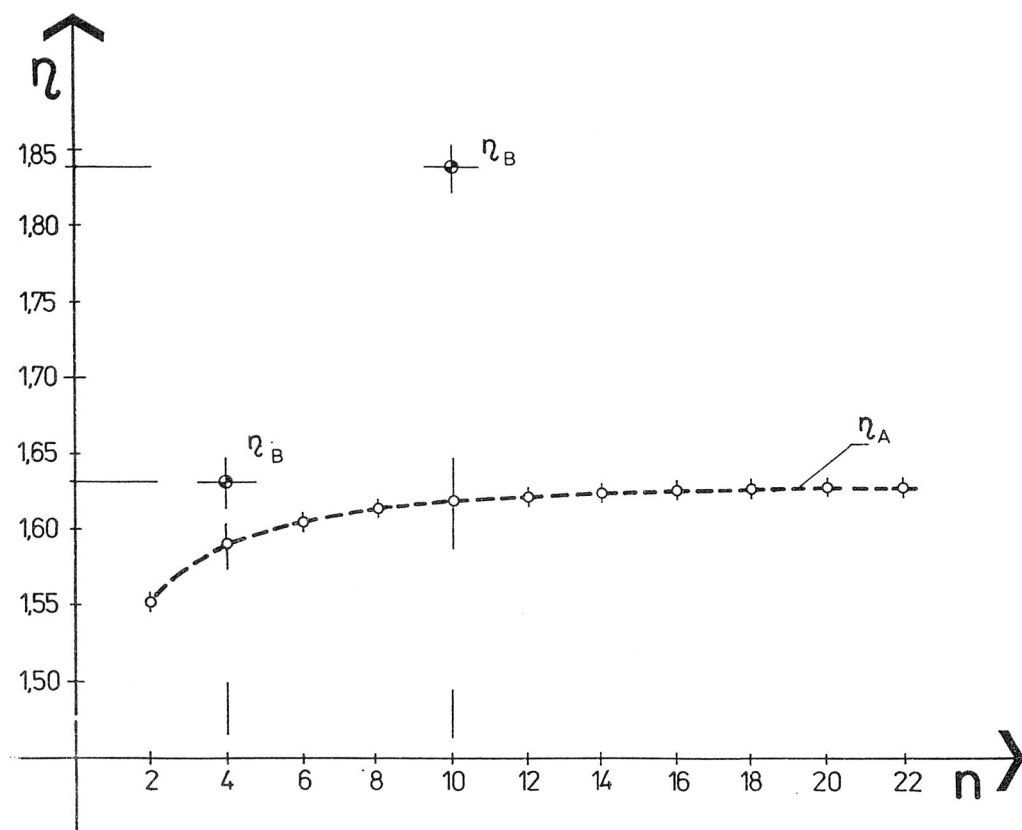
Rys. 2.19. Rysunek siatki sferycznej 1200-ścianu typu A rozpiętej nad ścianą sześciianu (a), kształt siatki sferycznej 1200-ścianu typu B (b)
 Fig. 2.19. Pattern of a spherical grid of a 1200-hedron of type A spaced over the hexahedron face (a), spherical grid shape of a 1200-hedron of type B (b)

$$\eta_A = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{0,199389}{0,123017} \approx 1,6208.$$

Najdłuższa krawędź 1200-ścianu typu B znajduje się pomiędzy węzłami 32 i 43 (rys. 2.18b). Dla tego samego stopnia podziału $n = 10$ wartość współczynnika η_B dla krawędzi 1200-ścianu typu B

$$\eta_B = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{0,227114}{0,123017} \approx 1,8462.$$

Z porównania tych dwóch wielkości wynika, że bardziej regularne wielościany o dużej liczbie ścian powstaną na podstawie 6-ścianu wówczas, gdy zastosowana jest procedura obliczania długości odcinków diagonalnych „równoległych” do łuku SC . Innymi słowy, wielościany typu A odznaczają się mniejszym zróżnicowaniem długości swych krawędzi niż wielościany typu B. Dodatkowo potwierdzają ten fakt wartości obliczone dla $n = 4$, i tak: $\eta_A = 1,5950$, $\eta_B = 1,6374$. Ze względu na te różnice do praktycznych zastosowań bardziej



Rys. 2.20. Przebieg zmian wartości współczynnika η w zależności od n dla siatek sferycznych wyznaczonych metodą deformacji siatki wtórnej na podstawie sześciianu

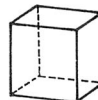
Fig. 2.20. The course of the η coefficient value changes depending on n for spherical grids determined by the method of secondary grid deformation

właściwe jest użycie siatek sferycznych uzyskanych dla wielościanów typu A. Przebieg zmian wartości η_A w zależności od n przedstawiono na rys. 2.20.

Tablica 3

Charakterystyka wielościanów powstałych w metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie sześciangu
Characteristics of polyhedrons formed by the method of secondary grid deformation on the basis of the hexahedron

- n - stopień podziału krawędzi trójkąta sferycznego
 F - liczba wszystkich ścian wielościanu
 F_d - liczba różnych ścian wielościanu
 S_d - liczba różnych kątów płaskich zawartych pomiędzy krawędziami
 V - liczba wszystkich wierzchołków wielościanu
 E - liczba wszystkich krawędzi wielościanu
 E_d - liczba różnych krawędzi wielościanu
 E_s - liczba grup krawędzi o zbliżonych długościach
 η - stosunek długości krawędzi najdłuższej do długości krawędzi najkrótszej wielościanu



n	F	F_d	S_d	V	E	E_d	E_s	η_A
2	48	1	3	26	72	3	3	1,551984
4	192	4	12	98	288	6	6	1,595050
6	432	9	27	218	648	12	9	1,609572
8	768	16	48	386	1152	21	12	1,614666
10	1200	25	75	602	1800	33	15	1,620823
12	1728	36	108	866	2592	48	18	1,623699
14	2352	49	147	1178	3528	66	21	1,625066
16	3072	64	192	1538	4608	87	24	1,626853
18	3888	81	243	1946	5832	111	27	1,628203
20	4800	100	300	2402	7200	138	30	1,628922
22	5808	121	363	2906	8712	168	33	1,629576
24	6912	144	432	3458	10368	201	36	1,630409
26	8112	169	507	4058	12168	237	39	1,630880
28	9408	196	588	4706	14112	276	42	1,631132
30	10800	225	675	5402	16200	318	45	1,632310
32	12288	256	768	6146	18432	378	48	1,632775
34	13872	289	867	6938	20808	411	51	1,633077
36	15552	324	972	7778	23328	462	54	1,633360
38	17328	361	1083	8666	25992	516	57	1,633691
40	19200	400	1200	9602	28800	576	60	1,633896

W dwóch typach wielościanów uzyskanych dzięki metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie sześcianu najkrótsze ich krawędzie są usytuowane na łuku HC (rys. 2.18). W wielościanach typu A najdłuższe krawędzie są zlokalizowane w sąsiedztwie wężła H , w górnej części trójkąta sferycznego SHC . Najdłuższe krawędzie wielościanów typu B są usytuowane w sąsiedztwie centralnej części łuku SC (rys. 2.18b) i znajdują się także w górnej części podstawowego trójkąta sferycznego SHC . Precyzyjne określenie granicznych wartości współczynników η_A i η_B dla $n \rightarrow \infty$ jest także zadaniem dość złożonym i będzie wymagać przeprowadzenia precyzyjnej analizy geometrycznej.

W tablicy 3. podano wartości współczynników charakteryzujących wielościany typu A uzyskane na podstawie 6-ścianu dzięki stosowaniu metody deformacji siatki wtórnej dla podziału typu $\{3,4^+\}_{n,0}$.

Podane w tej tablicy wartości większości współczynników można obliczyć według następujących wzorów:

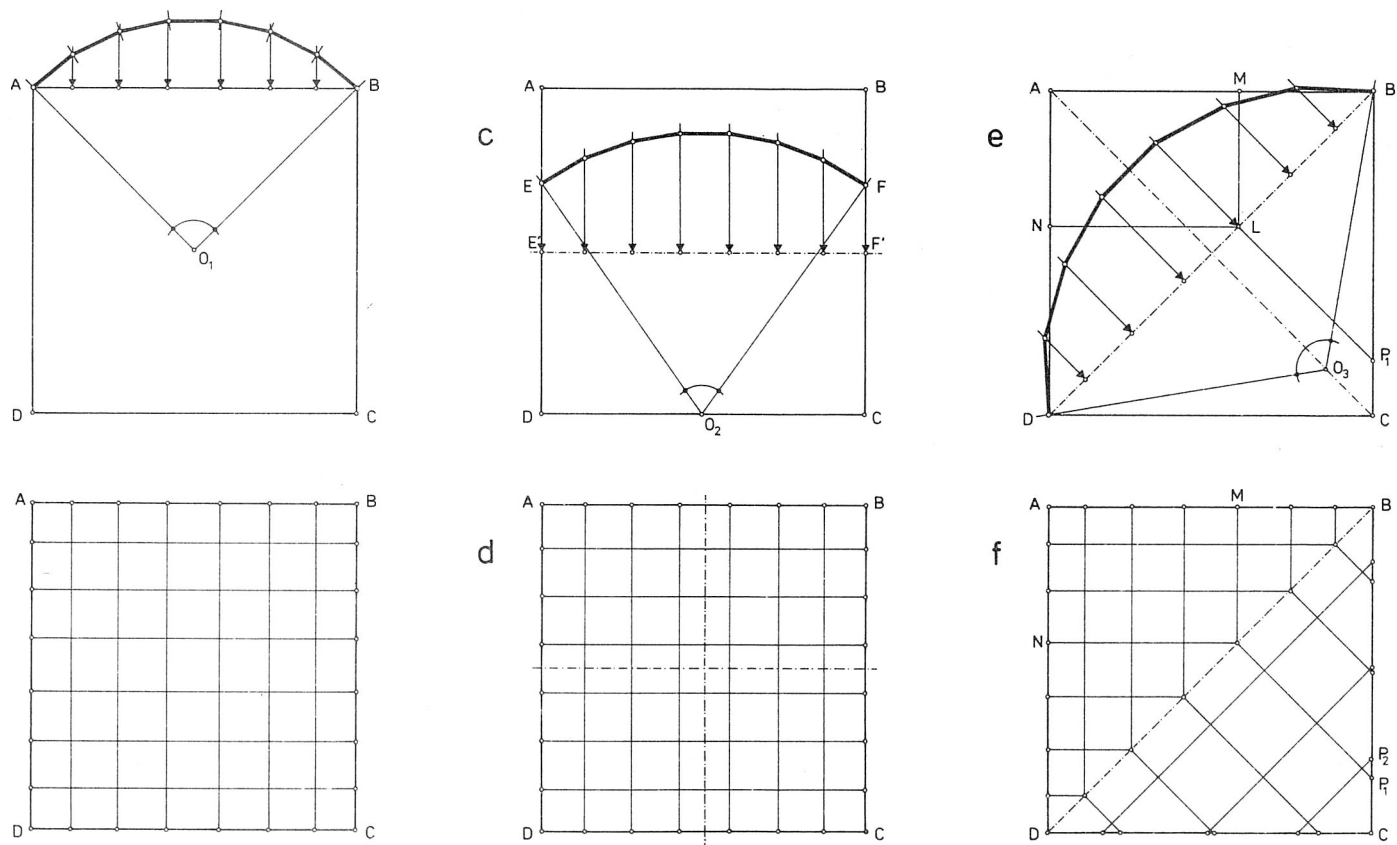
$$\begin{aligned} F &= 12n^2, \\ F_a &= (n/2)^2, \\ S_d &= 3(n/2)^2, \\ V &= 6n^2 + 2, \\ E &= 18n^2, \\ E_d &= 3/2[(n/2)^2 - n/2] + 3, \\ E_s &= n + n/2. \end{aligned}$$

2.5. Przykłady zastosowań metody deformacji siatki wtórnej

Wielościany o charakterystyce podanej w p. 2.4 powstają w metodzie deformacji siatki wtórnej wykorzystującej własności rzutu środkowego wówczas, gdy znana już procedura postępowania została zastosowana do powtarzalnego trójkąta o polu równym $1/8$ powierzchni kwadratowej ściany sześcianu. Dzięki temu uzyskane siatki sferyczne charakteryzują się względnie dużą regularnością, jak na siatki możliwe do uzyskania na podstawie tego wielościanu.

Istnieje wiele różnorodnych sposobów podziału części sfery rozpiętej nad rzutem w formie kwadratu. Sposoby te polegają na wyborze formy powtarzalnego trójkąta lub trójkątów sferycznych w obszarze omawianej czaszy oraz typów podziału odpowiednich krawędzi. W prezentacji nowych form metody deformacji siatki wtórnej zastosowano jej odmianę wykorzystującą własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę. Konstrukcje proponowanych sposobów są oczywiście możliwe do zastosowania w odmianie tej metody wykorzystującej własności rzutu środkowego i wymaga to jedynie wyboru odpowiednich łuków i kątów zawartych pomiędzy właściwymi punktami i odcinkami. Kilka schematów elementarnych procedur pokazano na rys. 2.21.

Pierwszą z elementarnych, podstawowych procedur tej metody, polegającą na podziale jedynie krawędzi bocznych wycinka sfery rozpiętego nad kwadratem $ABCD$ na n równych odcinków, przedstawiono na rys. 2.21a. Punkty równego podziału łuków w rzucie prostopadłym wyznaczają nowe uporządkowanie krawędzi bocznych kwadratowej formy podstawy. Po połączeniu liniami równoległymi do każdego z boków odpowiednich punktów podziału, na krawędziach do nich prostopadłych wyznaczmy w obszarze kwadratu podstawy siatkę



Rys. 2.21. Schematy trzech elementarnych procedur stosowanych do wyznaczania zdeformowanej siatki w płaszczyźnie kwadratowej formy podstawy
 Fig. 2.21. Schemes of three elementary procedures used in the determination of deformed grid in the square plane of the base form

czworokątną o zróżnicowanych wielkościach czworokątnych pól. Po wyznaczeniu położenia węzłów tej siatki (rys. 2.21b) i ich rzutowaniu na powierzchnię kuli uzyska się czworokątną, ortogonalną siatkę sferyczną. Posłuży ona do wyznaczenia co najmniej dwóch typów trójkątnych siatek sferycznych.

Druga z podstawowych procedur polega na podziale łuków, odpowiadających w rzucie poziomym położeniom głównych, ortogonalnych osi symetrii, na odpowiednią liczbę n równych odcinków. Punkty równego podziału tych łuków wyznaczają w rzucie prostopadłym na płaszczyznę nowe uporządkowanie odcinków tych osi symetrii wewnątrz kwadratowej formy podstawy (rys. 2.21c). Ten nowy podział odcinków osi symetrii jest także stosowany do wyznaczenia ortogonalnej siatki w obszarze kwadratu $ABCD$ (rys. 2.21d). Węzły tej siatki rzutem prostopadłym zostaną odwzorowane na czaszę rozpiętą nad tym rzutem, tworząc prostą formę czworokątnej siatki sferycznej. Siatkę trójkątną uzyska się przez połączenie odpowiednich węzłów odcinkami o uprzednio określonych kierunkach diagonalnych.

W trzeciej z elementarnych procedur równemu podziałowi ulegają jedynie łuki odpowiadające w rzucie poziomym położeniu diagonalnych osi symetrii kwadratu podstawy $ABCD$ (rys. 2.21e). Nowe uporządkowanie odcinków tych osi może posłużyć do wyznaczenia nowej, ortogonalnej siatki w płaszczyźnie podstawy lub siatki diagonalnej (rys. 2.21f). W przypadku dążenia do uzyskania siatki diagonalnej, na podstawie jedynie punktów podziału przekątnych tego kwadratu, należy dodatkowo wyznaczyć na jego krawędziach punkty w połowie odcinków typu P_1P_2 , które będą węzłami brzegowymi dość złożonej formy siatki czworokątnej w płaszczyźnie podstawy.

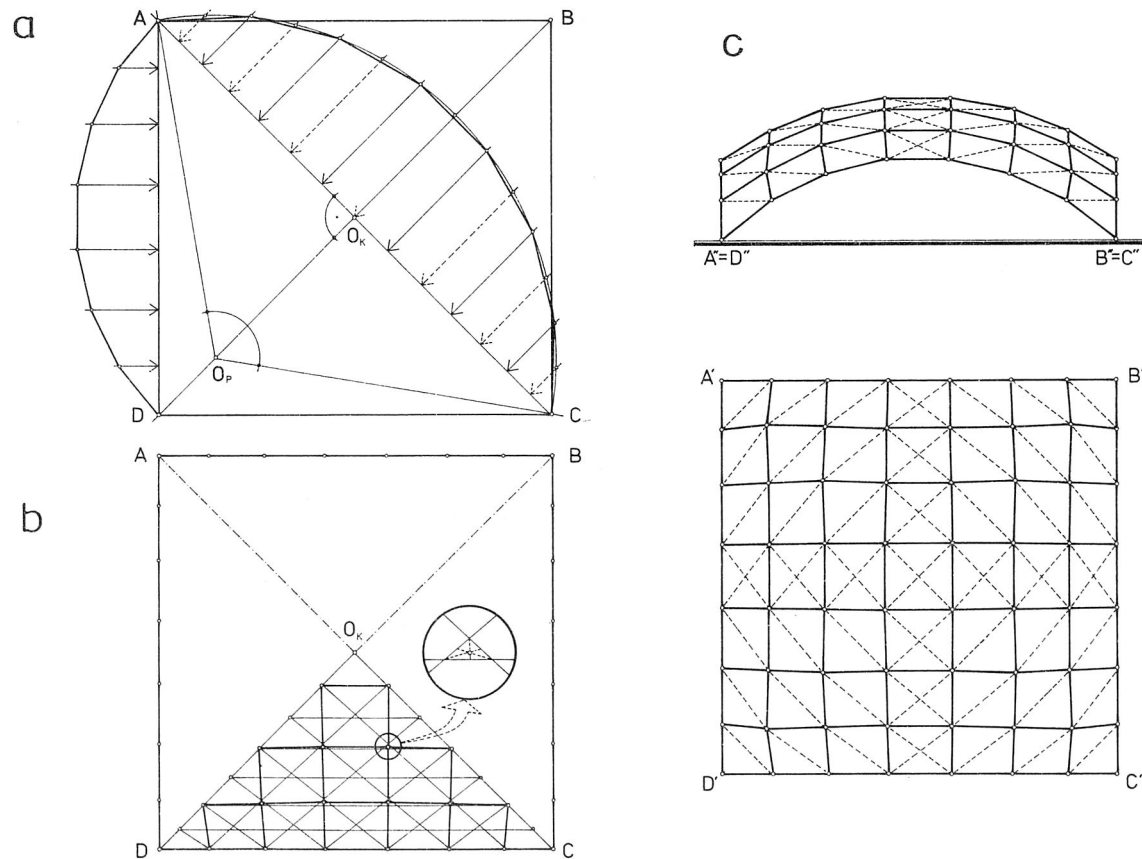
Stosując te trzy elementarne procedury możemy, dzięki metodzie deformacji siatki wtórnej, uzyskać proste formy siatek sferycznych. Uzyskany w ten sposób podział sfery może jednak składać się z odcinków o dość znacznym zróżnicowaniu ich długości. Dlatego celowe jest stosowanie bardziej złożonych procedur wykorzystujących jednocześnie dwie lub trzy procedury elementarne.

Bogactwo form i możliwości szerokiego zakresu stosowania metody deformacji siatki wtórnej zilustrowano na przykładach kilku bardziej złożonych procedur, wykorzystujących własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę.

Pierwsze trzy z proponowanych procedur służą do wyznaczania siatek sferycznych rozpiętych na przykładowej czaszy, której parametry geometryczne odpowiadają parametrom powierzchni sferycznej opisanej na sześcianie i rozpiętej nad jego ścianą. Krawędzie boczne tych czasz są ograniczone łukami, których usytuowanie w rzucie poziomym pokrywa się z krawędziami bocznymi kwadratowej formy podstawy. Łuki te są częścią kół, których promienie wyznacza się w sposób podobny do wcześniej opisanego (por. rys. 2.3).

Schemat procedury pierwszego z prezentowanych przykładów przedstawiono na rys. 2.22. W tym przypadku wykorzystano dwie procedury elementarne, a obszar ścisłego opracowania może być ograniczony tylko do trójkątnych pól zawartych pomiędzy bokami a wewnętrznymi przekątnymi kwadratu podstawy $ABCD$. Powierzchnia tych powtarzalnych trójkątów stanowi $1/4$ powierzchni rzutu podstawy.

W pierwszym kroku tej procedury dzielimy łuk, np. AD , na dowolną liczbę n równych części, a punkty jego równego podziału odwzorowujemy rzutem prostopadłym na krawędź AD (rys. 2.22a). Następnie dzielimy łuk koła wielkiego kuli, który w rzucie poziomym odpowiada położeniom przekątnych AC i DB tego kwadratu podstawy, na $2n$ równych części. Tak gęsty podział wybranych łuków ma na celu uzyskanie wewnątrz płaskiego trójkąta, np.



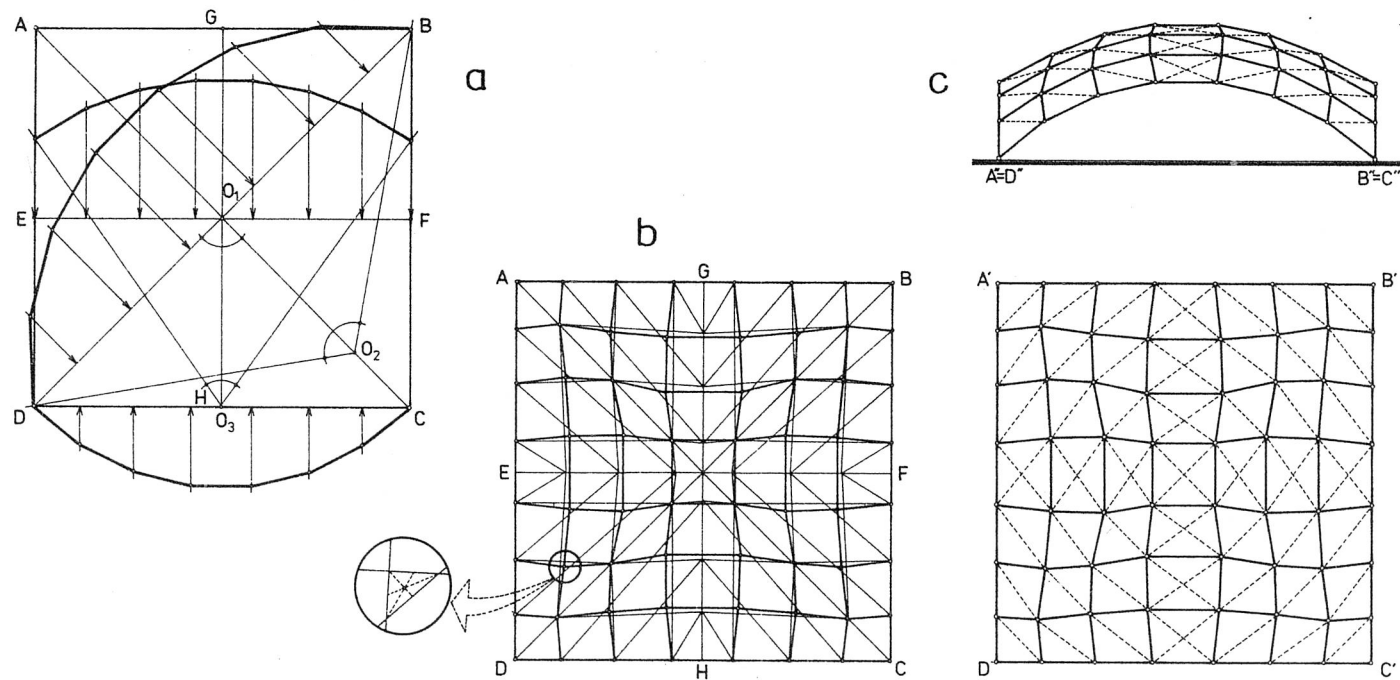
Rys. 2.22. Przykład sposobu wyznaczania zdeformowanej siatki wykorzystującego dwie procedury elementarne
 Fig. 2.22. Example of determination of a deformed grid using two elementary procedures

DO_kC , siatki odcinków tego samego typu, jak w przypadku ścian 20-ścianu czy fragmentów ścian 12-ścianu i 6-ścianu. Siatka ta jest utworzona z odcinków, które powstały przez połączenie kolejnych punktów podziału sąsiadujących ze sobą boków trójkąta podstawowego (rys. 2.22b). W tej gęstej siatce tylko niektóre z niewielkich trójkątnych pól posłużą do wyznaczenia lokalizacji węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej w płaszczyźnie podstawy. W proponowanej procedurze poszukuje się środków ciężkości pól zawartych między co drugim odcinkiem równoległym do krawędzi DC a ukośnymi odcinkami łączącymi punkty podziału krawędzi O_kC z punktami podziału krawędzi O_kD z odpowiednimi punktami podziału krawędzi DC . Po rzutowaniu tych punktów rzutem prostopadłym, wyznaczmy lokalizację węzłów czworokątnej siatki sferycznej, której kształt pokazano na rys. 2.22c. Trójkątną siatkę sferyczną uzyska się poprzez połączenie węzłów takiej siatki odpowiednio dobranymi odcinkami o kierunkach diagonalnych.

Zróżnicowanie długości odcinków siatek sferycznych otrzymywanych według proponowanego sposobu jest wprawdzie mniejsze niż w przypadku zastosowania tylko elementarnych procedur (p. rys. 2.21), to jednak sposoby wykorzystujące większą ich liczbę pozwalają na znaczne ograniczenie pola opracowywanego trójkąta, umożliwiając wyznaczanie najbardziej regularnych siatek sferycznych. Na rysunku 2.23 przedstawiono sposób zastosowania trzech podstawowych procedur w procesie wyznaczania węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej, w którego przebiegu obszar opracowania jest ograniczony do równoramiennego trójkąta prostokątnego np. HO_1C (rys. 2.23a), stanowiącego 1/8 część pola kwadratu podstawy $ABCD$. W celu uproszczenia przebiegu tej złożonej procedury, przyjęto jednakowy stopień podziału wyróżnionych łuków, np. DC , EF i BD , na tę samą liczbę równych części. W toku tego procesu punkty podziału łuków czaszy rozpiętej nad tą formą podstawy są odwzorowane rzutem prostopadłym na odpowiednie odcinki w obszarze płaszczyzny podstawy. W obszarze kwadratu podstawy $ABCD$ określa się siatkę odcinków w sposób podobny do zaprezentowanego w p. 2.4 i w obszarze powtarzalnego trójkąta wyznacza się położenie środków ciężkości trójkątnych pól (rys. 2.23b). Uzyskaną w ten sposób siatkę czworokątną rzutem prostopadłym odwzorowuje się na powierzchnię kuli. Kształt tej siatki z przykładowymi kierunkami odcinków diagonalnych pokazano na rys. 2.23c.

Każdy z dwóch opisanych sposobów umożliwia wyznaczanie siatek sferycznych rozpiętych na powierzchni czworokątnej czaszy ograniczonej krawędziami w kształcie łuków prostopadłe ustawionych nad krawędziami rzutu podstawy. Dość często stosowana w praktyce jest forma przekrycia kopułowego w postaci wycinka sfery usytuowanego nad wielokątnym rzutem podstawy zbliżonym do kształtu koła. Struktura metody deformacji siatki wtórnej umożliwia wyznaczanie związków miarowych różnych kształtów siatek na powierzchniach sferycznych ograniczonych krawędziami o różnorodnych formach i rozpiętych nad różnymi kształtami rzutu podstawy.

Na rysunku 2.24 przedstawiono schemat postępowania, w trakcie którego zostaną wyznaczone lokalizacje węzłów siatki na wycinkach powierzchni sferycznej, stanowiących dopełnienie czaszy czworokątnej do czaszy pełnej rozpiętej nad kołem podstawy o promieniu równym promieniowi okręgu opisanego na kwadracie $ABCD$. Czasza czworokątna ma parametry geometryczne i gęstość podziału taką, jak w przykładzie zaprezentowanym na rys. 2.23. Krawędzie kwadratu $ABCD$ mają zatem ustalone już uporządkowanie wynikłe z rzutowania rzutem prostopadłym punktów równego podziału odpowiednich łuków na n równych części. W tym przypadku $n = 7$ i w takim samym stopniu podziałowi muszą ulec łuki koła



Rys. 2.23. Sposób wyznaczania zdeformowanej siatki trójkątnej wykorzystujący trzy procedury elementarne.
 Fig. 2.23. Determination of a deformed triangular grid using three elementary procedures

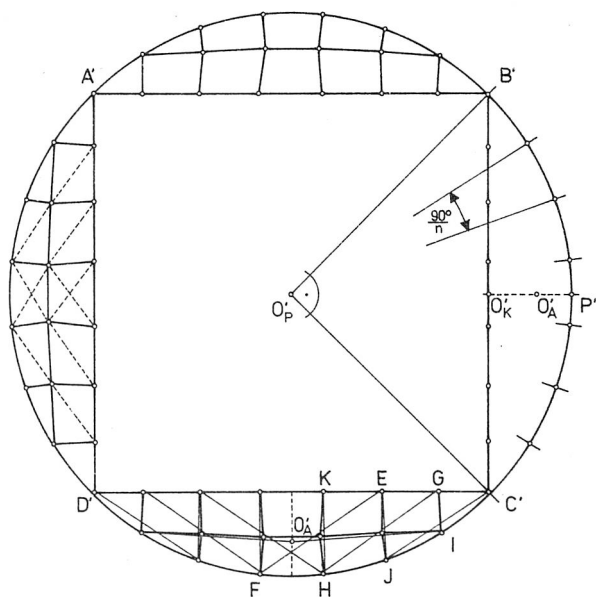
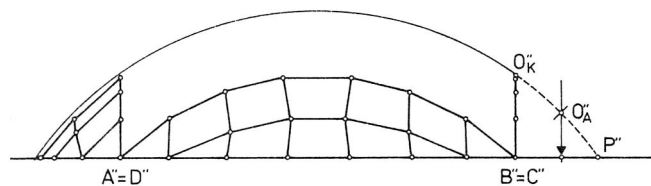
podstawy ograniczone wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Jest oczywiste, że kąt BO_pC ma wartość równą 90° (rys. 2.24a), a jego podział na siedem równych części wyznaczy podział łuku, o promieniu $r = O_pB$, znajdującego się w płaszczyźnie podstawy i ograniczonego np. punktami B i C , na siedem równych odcinków. W następnym kroku proponowanej procedury należy wyznaczyć długość łuku O_kP , będącego częścią koła wielkiego kuli i prostopadłego do płaszczyzny podstawy. Łuk ten jest ograniczony położeniem punktu O_k usytuowanego w połowie łuku BC , prostopadłego do płaszczyzny podstawy, i położeniem punktu P znajdującego się w połowie łuku ograniczonego wierzchołkami B i C , ale leżącego w płaszczyźnie podstawy. W razie nieparzystej liczby $n = 7$ łuk O_kP należy podzielić na liczbę równych części równą $[(n - 1)/2] - 1$, co w danym przypadku jest równe liczbie 2. Można przyjąć, że dla parzystych n proponowana zależność będzie miała postać $[(n/2) - 1]$. Podane zależności mają charakter zaleceń i dla większych wartości n powinny być weryfikowane. Sprawdzenie będzie polegać na wykonaniu całej procedury i akceptacji jej wyników, zwłaszcza w stosunku do stopnia zróżnicowania długości uzyskanych odcinków.

W następnym kroku proponowanej procedury punkt O_A równego podziału łuku O_kP wyznacza w rzucie prostopadłym położenie punktu O'_A . Mając już lokalizację tego punktu, oznaczamy symbolami literowymi kolejne punkty podziału krawędzi, np. DC (rys. 2.24a). Punkty te są oznaczone literami G , E i K . Kolejne punkty równego podziału łuku DC oznaczono literami I , J , H i F . Pierwsza grupa odcinków pomocniczych będzie się składać z odcinków zawartych pomiędzy węzłami G i H oraz węzłami E i F . Drugą grupę będą tworzyć odcinki zawarte pomiędzy punktami G i I , punktami E i J oraz punktami K i H . Trzecia grupa składa się w tym przypadku tylko z jednego odcinka zawartego pomiędzy węzłami I i O'_A . Znajdując środki ciężkości odpowiednich trójkątnych pól, z wyjątkiem pola w sąsiedztwie węzła I , wyznaczmy położenie węzłów zdeformowanej siatki w płaszczyźnie podstawy (rys. 2.24a). Konsekwencją przyjętego podziału jest to, iż węzeł I po dokonaniu całej procedury pozostaje nadal tym samym węzłem nowej siatki. Rzutem prostopadłym wyznaczamy lokalizację węzłów siatki na powierzchni projektowanej czaszy. Na rysunku 2.24b przedstawiono wynik tych poczyniń, uzyskany z połączenia rysunku siatki czworokątnej z przykładu przedstawionego na rys. 2.23c oraz rysunku takiej samej siatki wyznaczonej wyżej omawianym sposobem, we wspomnianych wycinkach powierzchni sferycznej. Także i w tym przypadku siatka czworokątna powinna być uzupełniona odcinkami diagonalnymi o odpowiednio dobranych kierunkach w każdej ćwiartce takiej formy siatki sferycznej.

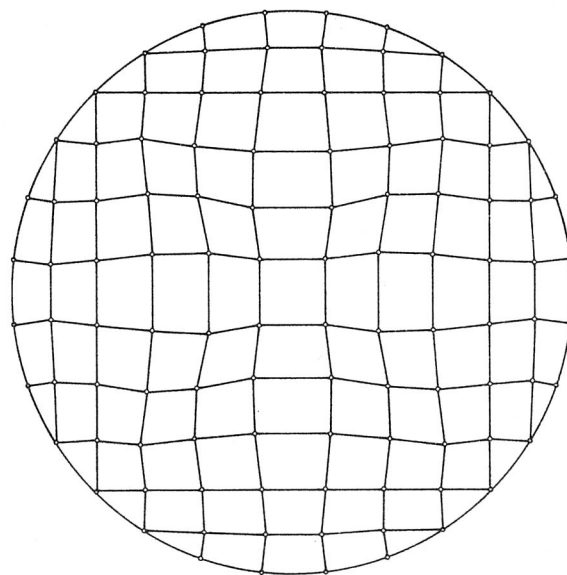
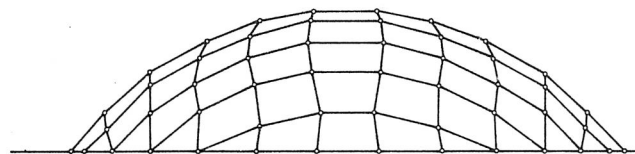
Trzeci z prezentowanych sposobów pozwala zatem na dość swobodne projektowanie siatek sferycznych, w których formowaniu mogą być uwzględnione nie tylko zalecenia konstrukcyjne, lecz także wymogi natury estetycznej co do wyrazu architektonicznego projektowanego przekrycia.

Kopuły siatkowe o geometrii równoleżnikowo-spiralnej należą do często stosowanych form kopuł prętowych. Ukośne odcinki takich kopuł tworzą siatkę czworokątną, zbudowaną z prętów o jednakowych długościach. Dwie rodziny linii spiralnych takiej siatki prętów ogniskują się w węźle zwornikowym kopuły (por. rys. 1.3f). Pręty równoleżnikowe są usytuowane w poziomych pasach obwodowych. W każdym z takich pasów tworzące go pręty poziome mają równą długość. Liczba różnych długości prętów poziomych jest równa liczbie koncentrycznych, poziomych pasm kopuły siatkowej. Proces wyznaczania geometrii prętów w tego typu kopułach zazwyczaj rozpoczyna się od węzła zwornikowego [49], [58] i wobec

a



b



Rys. 2.24. Przykład zastosowania metody deformacji siatki wtórnej do wyznaczania siatek na powierzchniach sferycznych rozpiętych nad kołową formą rzutu podstawy

Fig. 2.24. Example of the application of the secondary grid deformation for determination of grids on spherical surfaces spaced over a circular form of base projection

założonej długości prętów ukośnych oraz gęstości siatki wymaga wielokrotnego powtarzania w celu opisanie powierzchni sferycznej o zadanych na wstępie parametrach geometrycznych.

Czwarty z prezentowanych sposobów pozwala zastosować metodę deformacji siatki wtórnej do wyznaczania geometrii kopuł siatkowych na powierzchni sferycznej o dowolnej strzałce i o niemal dowolnej, uprzednio założonej, gęstości samej siatki. Także i w tym przypadku w prezentacji procedury proponowanego sposobu wykorzystane są własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę. Przystępując do rozwiązywania tak określonego zadania należy rozważyć geometrię powtarzalnego wycinka sfery, w którym ukośne pręty o takich samych długościach tworzą na powierzchni sfery linię łamaną. Te ukośne pręty są usytuowane w wycinku sfery ograniczonym ramionami kątów λ i φ (rys. 2.25). W modelowym przypadku przyjęto wartość kąta $\varphi = 90^\circ$ i jest on zawarty pomiędzy osią symetrii prostopadłą do płaszczyzny podstawy a jednym z promieni kołowej formy podstawy.

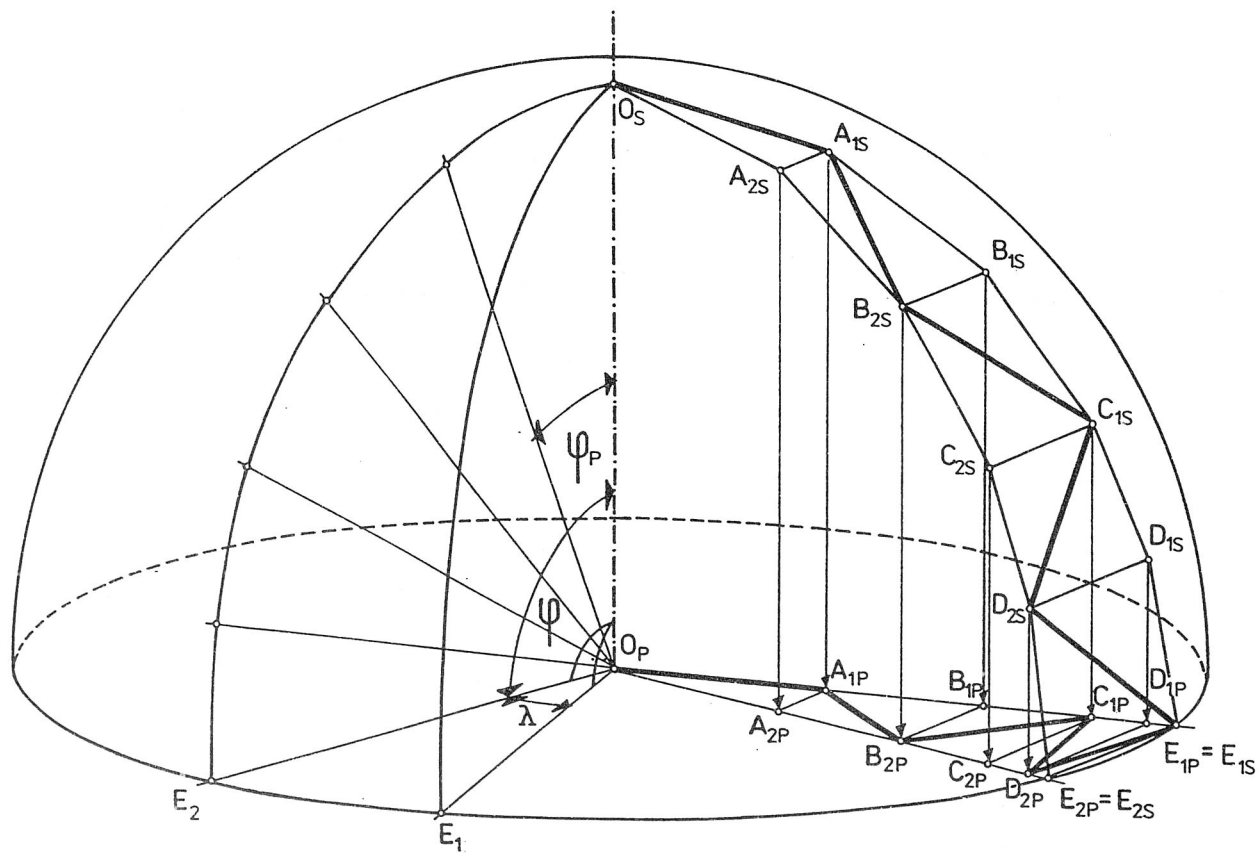
O gęstości projektowanej siatki świadczą wartości kątów φ_P i λ . Jeśli odcinki ukośne są równej długości na całej powierzchni sferycznej, to kąty φ_P mają różne wielkości.

Miara kąta λ określa wielkość kąta wierzchołkowego trójkąta E_2OpE_1 (rys. 2.25) znajdującego się w płaszczyźnie podstawy kopuły. Wartość liczbową kąta λ jest określona zależnością $\lambda = 360^\circ/m$, gdzie m jest dodatnią liczbą całkowitą większą od dwóch.

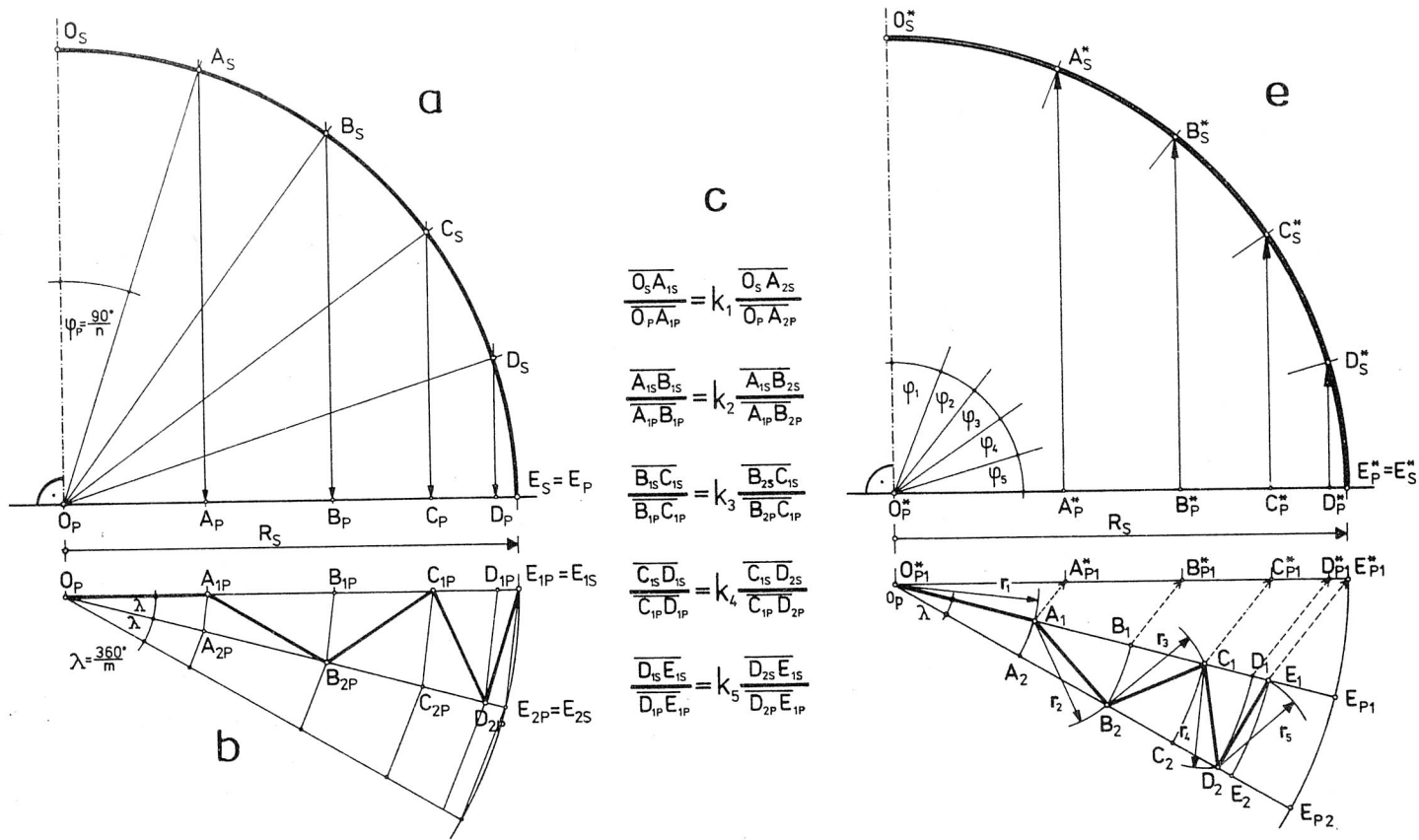
Ukośne pręty o jednakowych długościach, zawarte w wycinku sfery ograniczonym kątami λ i φ , tworzą w rzucie prostopadłym w płaszczyźnie podstawy krzywą łamaną złożoną z odcinków o różnych długościach. Proporcje długości sąsiadujących ze sobą odcinków tej krzywej łamanej zależą od wyniosłości powierzchni sferycznej (strzałki przekrycia) oraz projektowanej gęstości siatki sferycznej, czyli wartości kątów φ_P i λ .

Celem poszukiwanej procedury jest znalezienie reguły rządzącej relacjami pomiędzy długościami odcinków na sferze i na płaszczyźnie podstawy, która to reguła pozwoli na takie ukształtowanie krzywej łamanej zawartej pomiędzy ramionami kąta λ w płaszczyźnie podstawy, aby po jej projekcji rzutem prostopadłym uzyskać na powierzchni sferycznej siatkę odcinków ukośnych o jednakowych długościach.

W poszukiwanej regule istotną rolę będą odgrywać stosunki długości wybranych odcinków siatki sferycznej do długości odcinków odpowiadających w rzucie prostopadłym położeniu tych odcinków w płaszczyźnie podstawy. Schemat proponowanej procedury przedstawiono na rys. 2.26. W pierwszym jej kroku należy podzielić łuk przekroju poprzecznego tej kopuły, zawarty pomiędzy jej pionową osią symetrii a krawędzią podstawy, na dowolną liczbę n równych części (np. $n = 5$, patrz rys. 2.26a). W prezentowanym kształcie przykładowa kopuła ma postać półkuli, dlatego kąt φ_P ma wartość równą $90^\circ/n$, to jest $\varphi_P = 90^\circ/5 = 18^\circ$. Punkty równego podziału tego łuku wyznaczają w rzucie prostopadłym podział promienia podstawy sfery na $n = 5$ odcinków o różnych długościach. Odkładamy to uporządkowanie punktów na dwóch sąsiadujących ze sobą promieniach R_s i tworzących w płaszczyźnie podstawy kąt λ (patrz rys. 2.26b). W powstałym w ten sposób wycinku możemy utworzyć krzywą łamaną, składającą się z odcinków o różnych długościach. Jeśli za pomocą rzutu prostopadłego odwzorujemy tę krzywą łamaną, to na powierzchni sferycznej otrzymamy siatkę czworokątną, składającą się z odcinków o różnych długościach, ale usytuowanych w pasach o równych szerokościach. Właściwym celem jest poszukiwanie reguły, której zastosowanie pozwoli uzyskać na powierzchni sferycznej ukośne odcinki łuków o jednakowych długościach. Informacja o poszukiwanym sposobie podziału krzywej łamanej w płaszczyźnie podstawy na odcinki o odpowiednich długościach jest zawarta w wartości stosunków długości



Rys. 2.25. Geometria powtarzalnego wycinka kopuły o spiralno-równoleżnikowej siatce prętów
 Fig. 2.25. Geometry of a repeatable section of the dome with spiral-parallel bar grid



Rys. 2.26. Etapy wyznaczania długości prętów kopuły siatkowej o geometrii równoleżnikowo-spiralnej przy pomocy odmiany metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującej własności rzutu prostokątnego na płaszczyznę

Fig. 2.26. Stages of determination of bar lengths of the ring-net dome of parallel-spiral geometry, by modifications of the method of secondary grid deformation making use of the properties of orthogonal projection onto the plane

wybranych łuków do długości odpowiadających im w rzucie prostopadłym odcinków prostych usytuowanych w płaszczyźnie podstawy.

Spośród wielu należy wyznaczyć na przykład wartość stosunku długości odcinka $B_{2S}C_{1S}$ do długości odcinka $B_{2P}C_{1P}$ (patrz rys. 2.26b). W rzucie prostopadłym obrazem punktów z płaszczyzny podstawy B_{2P} i C_{1P} są na powierzchni sferycznej odpowiednio punkty B_{2S} i C_{1S} .

Po ułożeniu szeregu równań (patrz rys. 2.26c) wyznaczmy wielkości potrzebnych współczynników, które pozwolą na obliczenie długości kolejnych odcinków krzywej łamanej, o zdefiniowanych uprzednio własnościach. Dla przykładowego odcinka wartość potrzebnego współczynnika obliczymy z zależności

$$\frac{\overline{B_{1S}C_{1S}}}{\overline{B_{1P}C_{1P}}} = k_3 \frac{\overline{B_{2S}C_{1S}}}{\overline{B_{2P}C_{1P}}}.$$

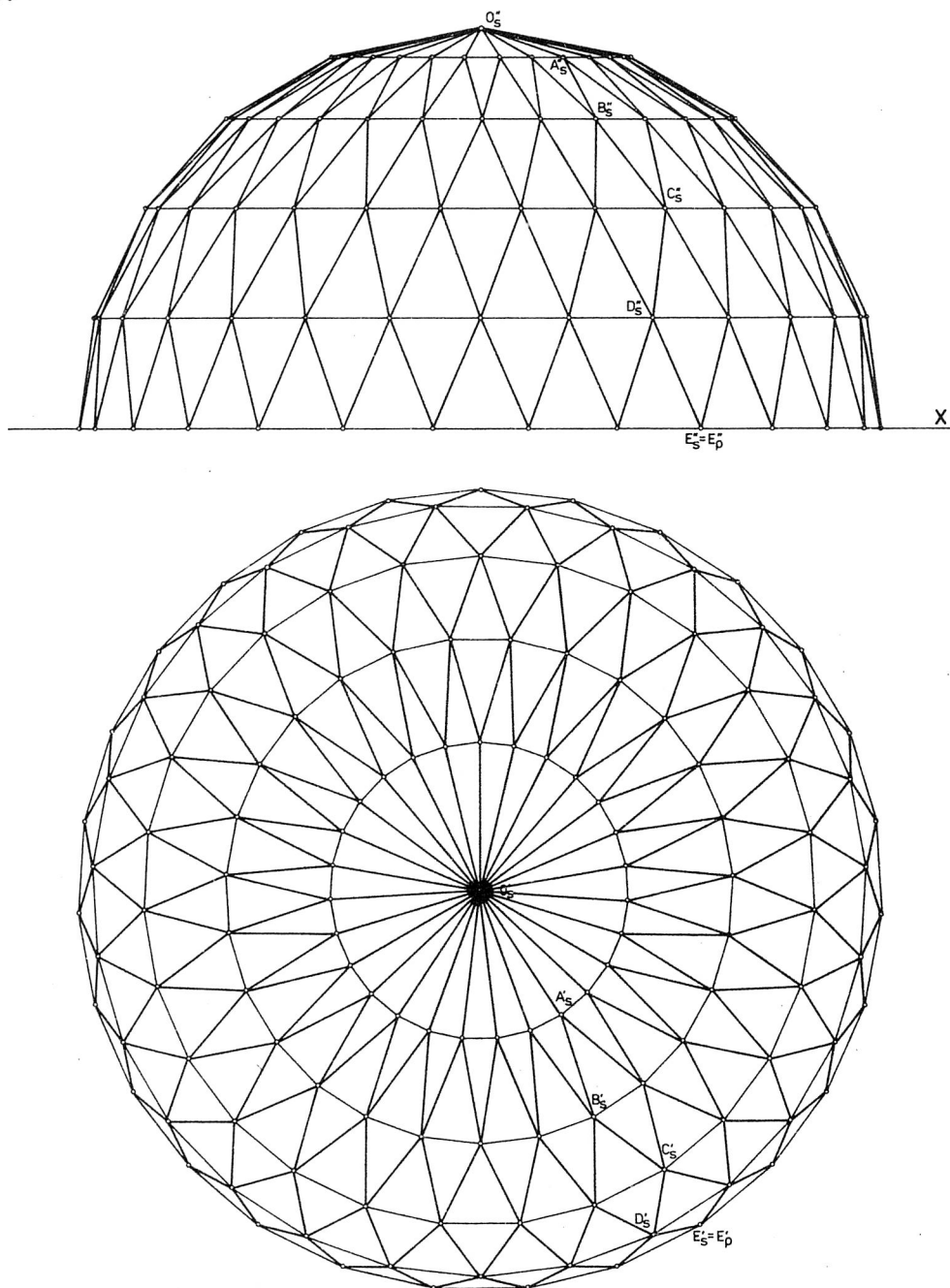
Obliczona z tej zależności wartość współczynnika k_3 posłuży do określenia długości promienia r_3 (patrz rys. 2.26d). Poszukiwana długość promienia

$$r_3 = \frac{1}{k_3} \overline{B_{2P}C_{1P}}.$$

Ze względu na charakter ułożonych zależności (por. rys. 2.26c) jest oczywiste, że dla promienia r_1 wartość współczynnika k_1 będzie zawsze równa jedności. Po określeniu długości wszystkich potrzebnych promieni r , wyznaczmy usytuowanie odcinków nowej krzywej łamanej w obrębie wycinka podstawy kopuły, zawartego pomiędzy ramionami kąta λ (patrz rys. 2.26d). Ostatni z tych promieni (promień r_5 na rys. 2.26d) wyznacza położenie ostatniego punktu tej krzywej łamanej (E_1), którego usytuowanie z reguły nie pokrywa się z położeniem punktu skrajnego (E_{P1}), zlokalizowanego na krawędzi podstawy kopuły. Należy zatem otrzymane uporządkowanie części promienia OpE_{P1} przenieść za pomocą przesunięcia równoległego na całą długość promienia podstawy (np. $Op_1^* E_{P1}^*$) tak, jak to pokazano na rys. 2.26d. Po projekcji tak podzielonego promienia podstawy na odpowiadający mu w rzucie prostopadłym łuk koła wielkiego kuli, łuk ten podzielony zostanie na np. $n = 5$ części o różnych długościach (rys. 2.26e). Punkty podziału tego łuku wyznaczają podział powierzchni sferycznej na koncentryczne, poziome pasma, w których ukośne odcinki utworzą linie śrubowe na powierzchni kuli. Przykład rzutów poziomego i pionowego wyznaczonej tym sposobem geometrii prętów kopuły siatkowej pokazano na rys. 2.27 [61].

Wyznaczone proponowanym sposobem odcinki linii śrubowych nie będą, niestety, miały jednakowych długości. W sąsiadujących ze sobą pasmach poziomych odcinki ukośne będą nieznacznie różnić się swymi długościami, a zróżnicowanie długości tych odcinków w całej siatce sferycznej będzie także niewielkie. To zróżnicowanie jest rezultatem budowanych zależności geometrycznych (patrz rys. 2.26c) i jest spowodowane odmiennymi relacjami pomiędzy wybranymi wielkościami w sąsiadujących ze sobą obszarach sfery.

Opisana wyżej procedura jest wprawdzie dość złożona, umożliwia jednak określenie długości odcinków prętów dla kopuł siatkowych o zadanych parametrach czaszy i gęstości sferycznej siatki trójkątnej. Średnia długość wszystkich odcinków ukośnych może być podstawą dla jednej z procedur, przedstawionych np. w pracy [49], co może znacznie ograniczyć liczbę etapów obliczeń koniecznych do wyznaczenia modularnej długości prętów ukośnych tworzących kopułę siatkową o przyjętej na wstępie gęstości siatki sferycznej oraz wielkości strzałki projektowanego przekrycia.



Rys. 2.27. Układ prętów kopuły siatkowej wyznaczony metodą deformacji siatki wtórnej dla $n = 5$ oraz $\lambda = 360^\circ/37$

Fig. 2.27. Bar arrangement of ring-net dome determined by the method of secondary grid deformation for $n = 5$ and $\lambda = 360^\circ/37$

Metoda deformacji siatki wtórnej, przedstawiona w tej pracy na przykładach różnych procedur wyznaczania położenia węzłów zdeformowanej siatki trójkątnej w płaszczyznach podstaw projektowanych kopuł, może być wykorzystana w szerokim zakresie do określenia długości odcinków siatek sferycznych rozpiętych nad różnymi formami podstawy. Bardziej złożoną analizę otrzymanych tym sposobem wielościanów oraz ogólną charakterystykę metody deformacji siatki wtórnej przedstawiono w końcowej części tego opracowania.

3. Podstawowe grupy prętowych struktur przestrzennych

3.1. Kształtowanie struktur i sposoby opisu ich geometrii

Obszerna prezentacja zagadnień dotyczących sposobów podziału powierzchni sferycznej jest uzasadniona znaczeniem typu siatki geometrycznej w konstrukcjach kopuł prętowych o dużych rozpiętościach.

Formy przekryć dwukrzywiznowych, dzięki odpowiednim ukierunkowaniom strumieni sił wewnętrznych, pozwalają na ekonomiczne zużycie materiałów konstrukcyjnych potrzebnych do ich budowy. Konstrukcja takich kopuł jest wykonywana często w postaci przestrzennych struktur prętowych. Struktury przestrzenne, będąc konstrukcjami różnych form przekryć, dzięki dużej elastyczności w sposobie rozmieszczenia prętów, mogą nadać budowanym za ich pomocą obiektom interesującą i indywidualną formę architektoniczną [16], [21], [34], [64], [65], [66]. Prętowe struktury przestrzenne są wykonywane w wielu systemach konstrukcyjnych różniących się między sobą sposobami formowania prętów i ich końcówek, a szczególnie postaciami węzłów. Problemy dotyczące metod projektowania i wykonywania węzłów należą do najważniejszych w całym procesie budowy takich struktur. Miarą znaczenia wspomnianych problemów może być fakt, iż koszty wykonywania węzłów z reguły przekraczają połowę kosztów budowy całego przekrycia.

Najbardziej znany i bardzo często stosowany w praktyce jest system MERO, ale oprócz niego powstaje nadal wiele innych rozwiązań konstrukcyjnych [67]–[70]. Fakt ten można interpretować jako jeden z bardziej spektakularnych dowodów na duży potencjał rozwojowy tego rodzaju konstrukcji. Stale poszerzający się zakres zastosowań prowadzi do rozwoju nowych form struktur przestrzennych, które z kolei prowadzą do nowych zastosowań tych struktur [15]. Rozwijalne formy struktur przestrzennych, których konstrukcja pozwala na ścisłe upakowanie ich elementów w niewielkiej objętości, ułatwiają tanią i szybką budowę obiektów przeznaczonych dla różnych celów użytkowych [71], [72]. Wiele interesujących rozwiązań konstrukcyjnych powstawało zawsze na potrzeby obiektów wystawowych [16], [21], [65], [73].

Struktury przestrzenne są bardzo złożonymi układami konstrukcyjnymi, dlatego w celu ich prawidłowego zaprojektowania konieczne jest przeprowadzenie również złożonej analizy statycznej. Duże znaczenie w sposobie dystrybucji sił wywołanych obciążeniem mają wzajemne stosunki sztywności pomiędzy łączącymi się elementami struktur przestrzennych. W pewnych przypadkach celowe połączenie elementów o bardzo różnych sztywnościach może

okazać się ekonomicznie uzasadnione [74], [75]. Znajomość sposobu dystrybucji sił pomiędzy elementami składowymi danej struktury pozwala na poprawne zaprojektowanie zarówno poszczególnych części, jak i całości tej struktury. W procesie formowania układów struktur, proponowanych w tej pracy, istotną rolę odegrały wnioski płynące z analizy statycznej wybranej grupy struktur [76].

Budowę przestrzennych struktur prętowych można rozpocząć od analizy wielościanów foremnych i ich wzajemnych konfiguracji. Bryły w postaci różnorodnych form wielościanów są wyznaczone dzięki różnym sposobom podziału przestrzeni. Zdefiniowane tymi sposobami moduły, wraz z regułą ich wzajemnego sytuowania, jednoznacznie określają rozmieszczenie prętów i węzłów w przestrzeni danej struktury [77]–[81]. Sposobów na organizację przestrzeni budowanych struktur jest bardzo wiele. Mogą one polegać na analizie sieci krystalicznych, wzajemnych usytuowaniach układów kryształów występujących w naturze, bądź też na analitycznym podziale lub łączeniu modelowych brył, będących elementami składowymi układu bryłowego formowanej struktury [82]–[86].

Wyróżniony układ bryłowy jest używany do opisu danej struktury i nadania jej indywidualnej nazwy, co jest podstawową cechą metod geometrycznych. Metody topologiczne opisu geometrii struktur mają na celu przede wszystkim ułatwienie procesu obliczeń tych bardzo złożonych systemów konstrukcyjnych [21]. Metoda geometryczna o bardzo poglądowym sposobie opisu budowy wewnętrznej struktur przestrzennych została opracowana przez M. Mengerlinghausena. Nazwy poszczególnych struktur utworzone są z symboli oznaczających poszczególne elementy składowe układu bryłowego. Położenie węzłów i prętów w przestrzeni danej struktury wyznacza formy brył podstawowych będących składnikami charakterystycznego dla niej układu bryłowego. Do opisu prostych form struktur metoda ta jest wystarczająca. Bardziej złożone układy bryłowe również muszą być określone dość skomplikowaną formą oznaczeń. Sposób pozwalający na względnie prostą formę opisu geometrii różnorodnych struktur prętowych został przedstawiony w pracy J. Bródki [21]. Jako podstawową przyjęto konfigurację prętów w zewnętrznych, poziomych warstwach struktur przestrzennych. Ta metoda umożliwia czytelny i zwięzły sposób opisu budowy struktur wielowarstwowych, których warstwy są tworzone z siatek dwu-, trój- lub nawet czterokierunkowych. W podstawowych formach struktur, w ich warstwach zewnętrznych, można najczęściej wyróżnić siatki dwu- i trójkierunkowe.

Poszczególne typy siatek dwukierunkowych są określane następującymi symbolami literowymi:

- siatki ortogonalne jako (*O*),
- siatki diagonalne jako (*D*).

Podstawowe typy siatek trójkierunkowych oznaczono symbolami:

- siatki trójkątne jako (*T*),
- siatki sześciokątne, heksagonalne jako (*H*),
- siatki złożone z trójkątów i sześciokątów jako (*TH*).

W tym sposobie opisu struktur dwuwarstwowych symbol typu siatki warstwy górnej jest podawany jako pierwszy i jest oddzielony myślnikiem od symbolu typu siatki prętów w warstwie dolnej. Można także opisać różne gęstości siatek prętów w każdej z warstw prętów. Inaczej niż w pracy J. Bródki [21] w propozycjach budowy nazw opracowywanych struktur przyjęto używać nawiasów klamrowych zamiast tzw. okrągłych. Ma to na celu łatwiejsze odróżnienie nazw tych samych struktur tworzonych różnymi metodami. Proponowany spo-

sób pozwala na stosunkowo prosty i zwięzły opis struktur o skomplikowanej budowie wewnętrznej, będąc także jednym z przedmiotów tego opracowania. Bardziej złożone formy struktur uzyskano poprzez odpowiednie przekształcenia elementów struktur tzw. podstawowych. W budowie nazwy danej struktury pojawić się zatem może jakaś część trzonu nazwy struktury podstawowej.

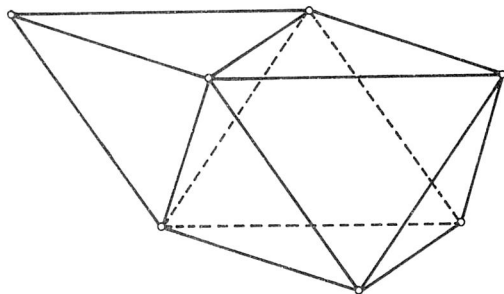
Na rysunku 3.1. przedstawiono układy bryłowe czterech powszechnie stosowanych podstawowych form struktur przestrzennych. Struktury o układach bryłowych pokazanych na rys. 3.1a i b mają warstwy zewnętrzne zbudowane z trójkierunkowych siatek prętów i w ich budowie wewnętrznej można wyróżnić moduł w postaci czworościanu. Struktura, której układ bryłowy składa się z ośmiościanu (O) i czworościanu (T) (patrz rys. 3.1a), w sposobie geometrycznego opisu wykorzystującego elementy układu bryłowego w budowie jej nazwy jest określona jako $(T + O)$. Ta sama struktura w proponowanym systemie oznaczeń jest określona symbolem $\{T-T\}$, jako że jej warstwy zewnętrzne są utworzone z trójkątnych siatek prętów.

Układ bryłowy struktury przedstawiony na rys. 3.1b wskazuje, że warstwa górna składa się z prętów tworzących siatkę złożoną z trójkątów i sześciokątów, a w warstwie dolnej pręty o większej długości tworzą siatkę sześciokątną. W przyjętym systemie tę strukturę można oznaczyć symbolem $\{TH-H/2\}$ [21].

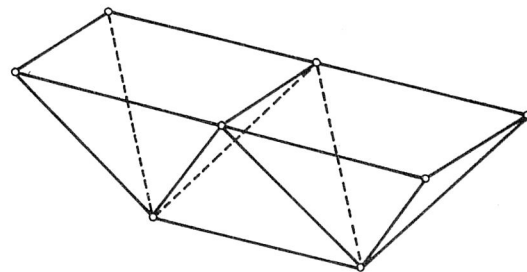
W strukturach o układach bryłowych zaprezentowanych na rysunkach 3.1c i 3.1d, pręty warstw zewnętrznych tworzą siatki czworokątne. Strukturę przestrzenną o układzie bryłowym złożonym z czworościanu i połówki ośmiościanu (rys. 3.1c) w proponowanym sposobie oznaczeń przyjęto określać symbolem $\{O-O\}$, gdyż pręty warstw poziomych tworzą siatki ortogonalne w stosunku do krawędzi bocznych, na których zazwyczaj są zlokalizowane węzły podporowe. Ten rodzaj struktury jest bardziej znany pod nazwą *square on square*. Układ bryłowy pokazany na rys. 3.1d składa się z połówki czternastościanu półforemnego ($1/2 CO$) oraz połówki ośmiościanu foremego $1/2 (O)$. W systemie oznaczeń bryłowych strukturę o takim układzie określa się symbolem $(1/2 CO + 1/2 O)$. W proponowanym systemie oznaczeń ta forma struktury przestrzennej może mieć dwie postacie nazw, w zależności od usytuowania linii podpór. Jeśli w stosunku do wspomnianych linii pręty warstwy górnej tworzą siatkę diagonalną, to ortogonalna siatka w warstwie dolnej będzie zbudowana z prętów o znacznie większych długościach. Strukturę tę określa się symbolem $\{D-O\}$. W przypadku, gdy w stosunku do linii podpór pręty warstwy górnej utworzą siatkę ortogonalną, struktura o układzie bryłowym pokazanym na rys. 3.1d będzie określona jako $\{O-D\}$ [21]. Dodatkowe oznaczenia typu układu złożonej formy struktury zaproponowano umieszczać przed nawiasem klamrowym.

Różne konfiguracje krzyżulców i prętów w obrębie tego samego typu siatek warstw zewnętrznych mogą być oznaczone symbolami literowymi lub cyfrowymi znajdującymi się po prawej stronie nawiasu klamrowego. Ponieważ zupełnie różne struktury mogą mieć w swych warstwach prętów poziomych identyczne kształty siatek, dlatego w budowie nazwy prezentowanych układów struktur zaproponowano odzwierciedlenie procesu ich formowania, umieszczając w jej nazwie symbol struktury o formie przyjętej jako podstawowa. Taki sposób opisu geometrii struktur, nie pretendując do miana metody ogólnej, może być wykorzystany jako system otwarty o dużej elastyczności w sposobie formowania oznaczeń złożonych form struktur prętowych. Proponowany sposób opisu pozwoli w zwięzłej formie ująć informacje o budowie wewnętrznej struktur przeznaczonych do budowy różnorodnych form przekryć o

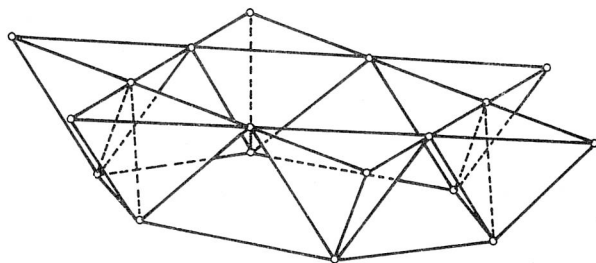
a



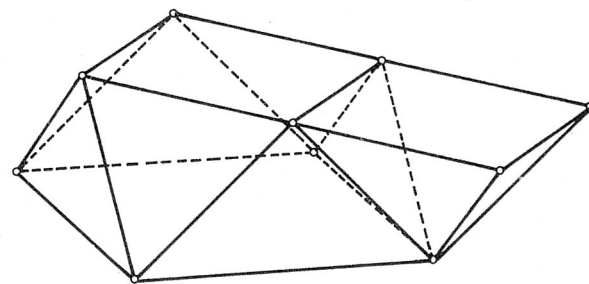
c



b



d



Rys. 3.1. Układy bryłowe podstawowych form struktur przestrzennych
 Fig. 3.1. Solid systems of basic forms of space structures

dużych rozpiętościach. Prezentowane struktury, mając służyć wyżej wymienionemu celowi, muszą być wykonane z prętów o stosunkowo niewielkich długościach, co w niektórych przypadkach sprawia, iż ich budowa wewnętrzna jest dość skomplikowana. Przyjęty sposób opisu jest wystarczająco pojemny i pozwala na określenie wielu odmian danego rodzaju struktury przestrzennej.

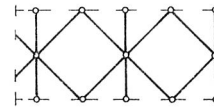
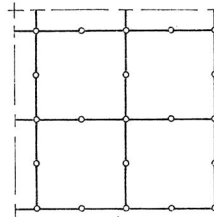
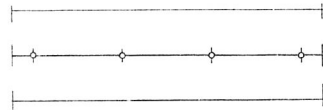
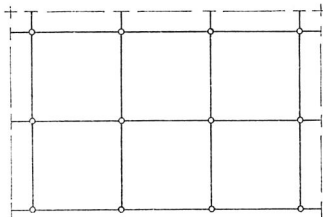
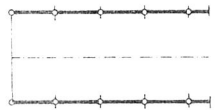
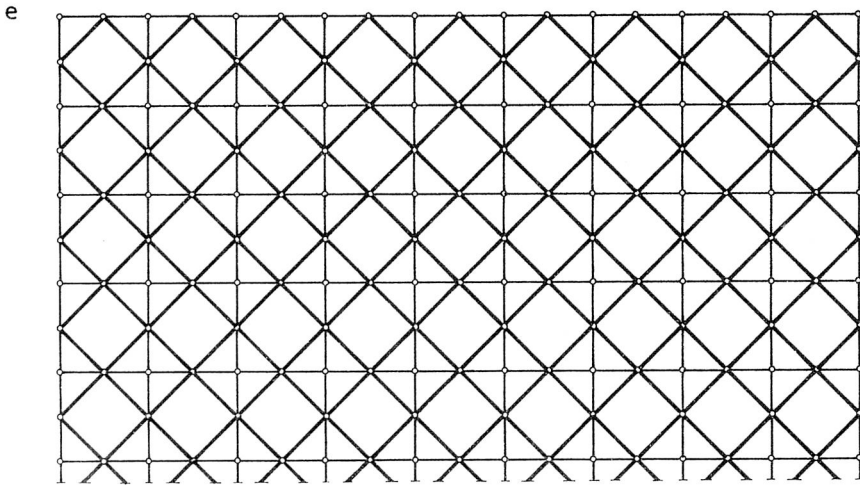
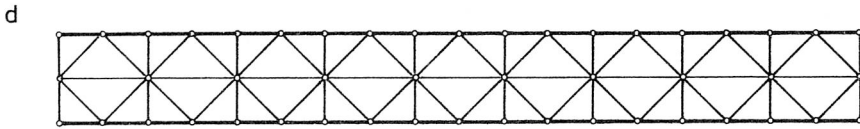
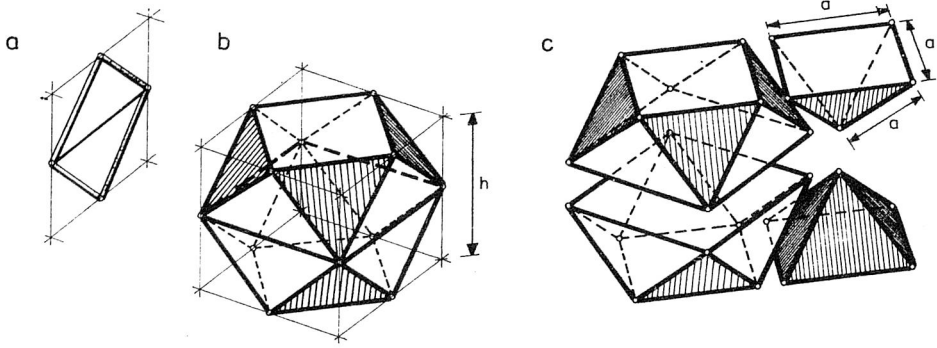
Łączne rozpatrywanie problemów geometrycznych i statycznych było istotną pomocą w formułowaniu propozycji budowy podstawowej grupy struktur przedstawionych w pracy autora [34]. Prezentowane układy mają charakter propozycji. Ocena przydatności tych układów do wspomnianych wcześniej celów może być dokonana na podstawie wyczerpującej analizy statycznej i konstrukcyjnej. Struktury o proponowanych formach powstały jako odpowiednie przekształcenia geometryczne przestrzeni prostych form struktur o znanych parametrach geometryczno-ekonomicznych. Dlatego w tym opracowaniu nie sporządzono dla tych nowych układów charakterystyk ekonomicznych, w postaci np. liczby prętów przypadających na jednostkę przekrywanej powierzchni, tak jak w pracy [1]. Ponadto w przypadku zastosowania danej formy struktury do budowy przekryć sferycznych proporcje pomiędzy długościami prętów w poszczególnych warstwach będą z pewnością znacznie się różnić od obliczonych dla jej modelowego kształtu jako płaskiej formy przekrycia, choć ta ostatnia forma najlepiej może świadczyć o ekonomicznych zaletach proponowanego rozmieszczenia prętów.

3.2. Pierwsza grupa struktur

Ta grupa jest utworzona z form struktur przestrzennych, których układy otrzymano w wyniku przekształceń elementów modularnych struktur opisanych w pracy autora [1]. Niektóre z uzyskanych postaci form struktur są już stosowane w praktyce do budowy przekryć o znacznych rozpiętościach [21]. Prezentacja tych kilku struktur ma na celu możliwie pełną ilustrację różnych sposobów kształtowania układów bryłowych oraz systemu oznaczeń ich geometrii.

Pierwszą grupę stanowią struktury przestrzenne, których układy bryłowe zostały zbudowane z czworokątnych zestawów prętów, tworzących dwie warstwy ich krzyżulców. Jeśli czworokątne zestawy prętów są stężone przekątniowymi prętami poziomymi (rys. 3.2a) i zestawy te są usytuowane w płaszczyznach prostopadłych do siebie, to tworzą one układ bryłowy w postaci czternastościanu półforemnego pokazanego na rys. 3.2b. Pręty poziome dzielą tę formę na dwie połówki, które w płaskiej warstwie przekrycia są uzupełnione dwiema przeciwnie skierowanymi połówkami ośmiościanu foremego (rys. 3.2c). Wysokość konstrukcyjna (h) tej formy struktury jest dwukrotnie większa niż wysokość konstrukcyjna klasycznej struktury ortogonalno-diagonalnej. Pręty warstw zewnętrznych oraz wszystkie krzyżulce mają taką samą długość (a), w modelowym przypadku natomiast pręty warstwy środkowej mają długość równą $\sqrt{2}a$.

Taka trójwarstwowa forma struktury jest więc odpowiednim złożeniem dwóch przeciwnie skierowanych klasycznych postaci struktur diagonalno-ortogonalnych. Pierwsza, górna warstwa prętów o długości (a) tworzy siatkę diagonalną; środkowa, ortogonalna warstwa jest złożona z prętów o długości ($\sqrt{2}a$); a dolną, diagonalną warstwę tworzą pręty o długości (a). W proponowanym zatem systemie nazwę układu geometrycznej formy struktury można



określić symbolem $\{D-O/2-D\}$. Schemat płaskiej warstwy tej trójwarstwowej struktury wraz z rozmieszczeniem elementów w poszczególnych jej pokładach pokazano na rys. 3.2d–h.

Trójwarstwowe formy struktur mogą mieć także drugą postać nazwy, w której może być zawarta informacja o sposobie jej kształtowania. Prezentowana na rys. 3.2 skomplikowana postać struktury przestrzennej może być traktowana jako odpowiednie złożenie dwóch prostych form struktur oznaczonych $\{D-O\}$. Dlatego tę złożoną postać struktury trójwarstwowej zaproponowano określić symbolem $2 \times \{D-O\}A$. Dodatkowe oznaczenie literowe umieszczone po prawej stronie nawiasu jest określeniem porządkowym różnych typów struktur możliwych do wyróżnienia w zdefiniowanym już układzie prętów.

Jeśli czworokątne zestawy prętów zostaną uzupełnione prętem pionowym (rys. 3.3a) oraz gdy będą ułożone w płaszczyznach prostopadłych do siebie, utworzą one układ bryłowy także w postaci czternastościanu półforemnego (rys. 3.3b). Jego krawędzie mają takie same długości (a), jedynie pręty pionowe mają długość h , równą wysokości konstrukcyjnej całej struktury, która w modelowym przypadku będzie równa $h = \sqrt{2}a$. Pręty o tej samej długości są pionowymi krawędziami prostopadłościanu, którego podstawy są także podstawami dwóch przeciwnie skierowanych połówek ośmiościanu foremego, usytuowanych wewnątrz tego prostopadłościanu (rys. 3.3b). Taka konfiguracja prętów jest niestabilna i łatwo może ulec skróceniu, dlatego celowe jest uzupełnienie jej ukośnymi prętami usytuowanymi pomiędzy parami prostopadłych prętów. Ponieważ pręty przekątniowe są najdłuższymi prętami tak budowanej struktury, korzystne będzie takie ich usytuowanie w obszarze samej struktury, aby jak największa ich liczba, zwłaszcza w strefach podporowych, mogła być poddana działaniu sił rozciągających. Propozycję usytuowania tych prętów ukośnych w płaszczyznach ścian wyróżnionego prostopadłościanu pokazano na rys. 3.3b. Kierunki prętów zawartych pomiędzy węzłami np. R i S oraz węzłami P i S powinny być skierowane ku centrum struktury o formie np. kwadratu i podpartej w czterech jej krawędziach.

Struktura uformowana w opisany sposób jest zatem strukturą dwuwarstwową o dość złożonej budowie wewnętrznej. Górna i dolna warstwa prętów poziomych mają taki sam rysunek siatki prętów. Jeśli pręty warstw zewnętrznych będą tworzyć w stosunku do linii podpór siatkę diagonalną, to taką formę struktury przestrzennej można uznać za odpowiednie złożenie dwóch warstw struktury określonej symbolem $\{D-O\}$.

Na rysunkach 3.3c–g przedstawiono strukturę przestrzenną o układzie prętów przekątniowych, takim jak na rys. 3.3b, i tę formę struktury przyjęto oznaczać skrótem $2 \times \{D-O\}B$. Bardziej złożona forma tego typu struktury, zawierająca w swej przestrzeni zarówno długie pręty przekątniowe, jak i pręty usytuowane w warstwie środkowej, będzie miała dodatkowe oznaczenie literowe lub cyfrowe umieszczone po prawej stronie nawiasu. Taka struktura może mieć przykładowe oznaczenie w postaci $2 \times \{D-O\}C$.

W rzucie poziomym kierunki prętów zawartych pomiędzy węzłami R i S oraz pomiędzy

Rys. 3.2. Schemat budowy struktury przestrzennej oznaczonej jako $\{D-O/2-D\}$ lub $2 \times \{D-O\}A$: a – postać modułu prętowego, b – kształt bryły podstawowej tego układu, c – składniki układu bryłowego, d – schemat przekroju poprzecznego, e – rzut poziomy fragmentu struktury, f – układ prętów w warstwach zewnętrznych, g – pręty warstwy środkowej, h – usytuowanie krzyżulców

Fig. 3.2. Scheme of space structure construction denoted as $\{D-O/2-D\}$ or $2 \times \{D-O\}A$, a – shape of the bar module, b – form of the solid body of this system, c – components of the solid system, d – scheme of the cross-section, e – horizontal projection of the part of this structure, f – bar arrangement in external layers, g – bars of the middle layer, h – localization of cross-braces

węzłami P i S są równoległe do odpowiednich krawędzi trójkąta ACB (rys. 3.3d). Tylko kierunki prętów przekątniowych, które w rzucie poziomym, przecinając zaznaczone na rys. 3.3d osie symetrii, nie są usytuowane w przestrzeni prezentowanej struktury zgodnie z regułą podaną wcześniej. Odpowiedź na pytanie, czy taka konfiguracja prętów przekątniowych w rzeczywistej konstrukcji pozwoli na poddanie ich działaniu głównie sił rozciągających, będzie możliwa po dokonaniu wyczerpującej analizy statycznej.

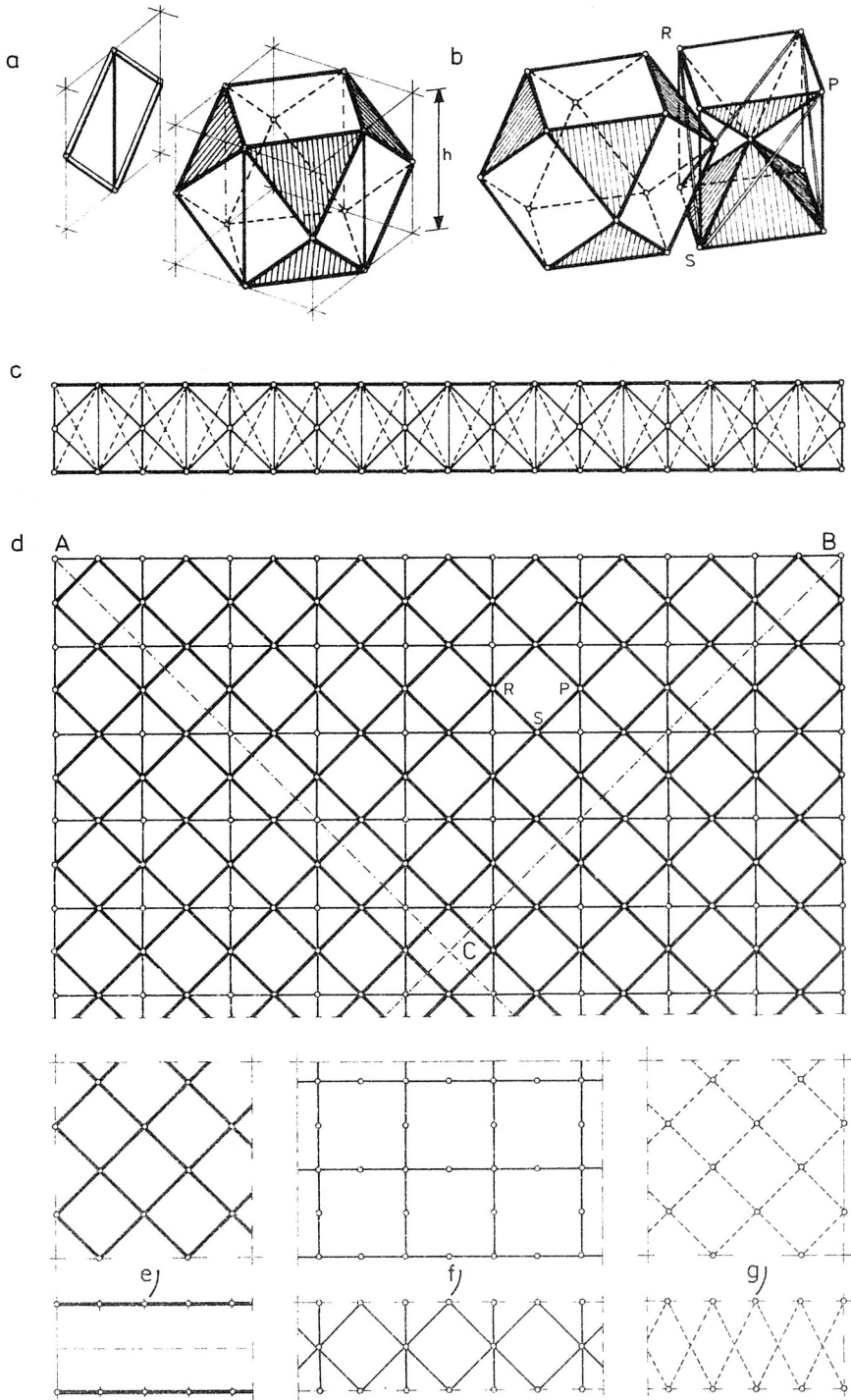
W budowie wewnętrznej dwóch wyżej przedstawionych form struktur przestrzennych można wyróżnić elementy bryłowe struktury diagonalno-ortogonalnej, tzw. rusztu $\{D-O\}$. Ta prosta forma struktury dwuwarstwowej ma dwie odmiany, zatem struktury powstałe na bazie tzw. rusztu $\{D-O\}$, w konfiguracji prętów przedstawionych uprzednio na rys. 3.2b i rys. 3.3b, będą miały swe drugie odmiany, które w sposób poglądowy przedstawiono na rys. 3.4. Jeśli w stosunku do linii podpór pręty warstw zewnętrznych tworzą siatki ortogonalne, to trójwarstwową formę struktury przestrzennej, pokazaną na rys. 3.4A, przyjęto określać symbolem $\{O-D/2-O\}$ lub oznaczać jako $2 \times \{O-D\}A$. Na rysunku 3.4a1 przedstawiono schemat rzutu poziomego i pionowego fragmentu takiej struktury, na rys. 3.4a2 – usytuowanie krzyżulców dolnych i górnych, na rys. 3.4a3 – lokalizację prętów poziomych w warstwach zewnętrznych, na rys. 3.4a4 natomiast siatkę prętów warstwy środkowej struktury $\{O-D/2-O\}$. Jeśli w dwuwarstwowej strukturze o podobnym układzie krzyżulców i takich samych rysunkach siatek prętów w warstwach zewnętrznych pionowe słupki są uzupełnione prętami przekątniowymi, to taką formą złożonej struktury przestrzennej przyjęto oznaczać symbolem $2 \times \{O-D\}B$. Schemat rzutu pionowego i poziomego fragmentu struktury $2 \times \{O-D\}B$ przedstawiono na rys. 3.4b1, a lokalizację prętów w poszczególnych warstwach pokazano schematycznie w odpowiednich częściach rysunku 3.4B.

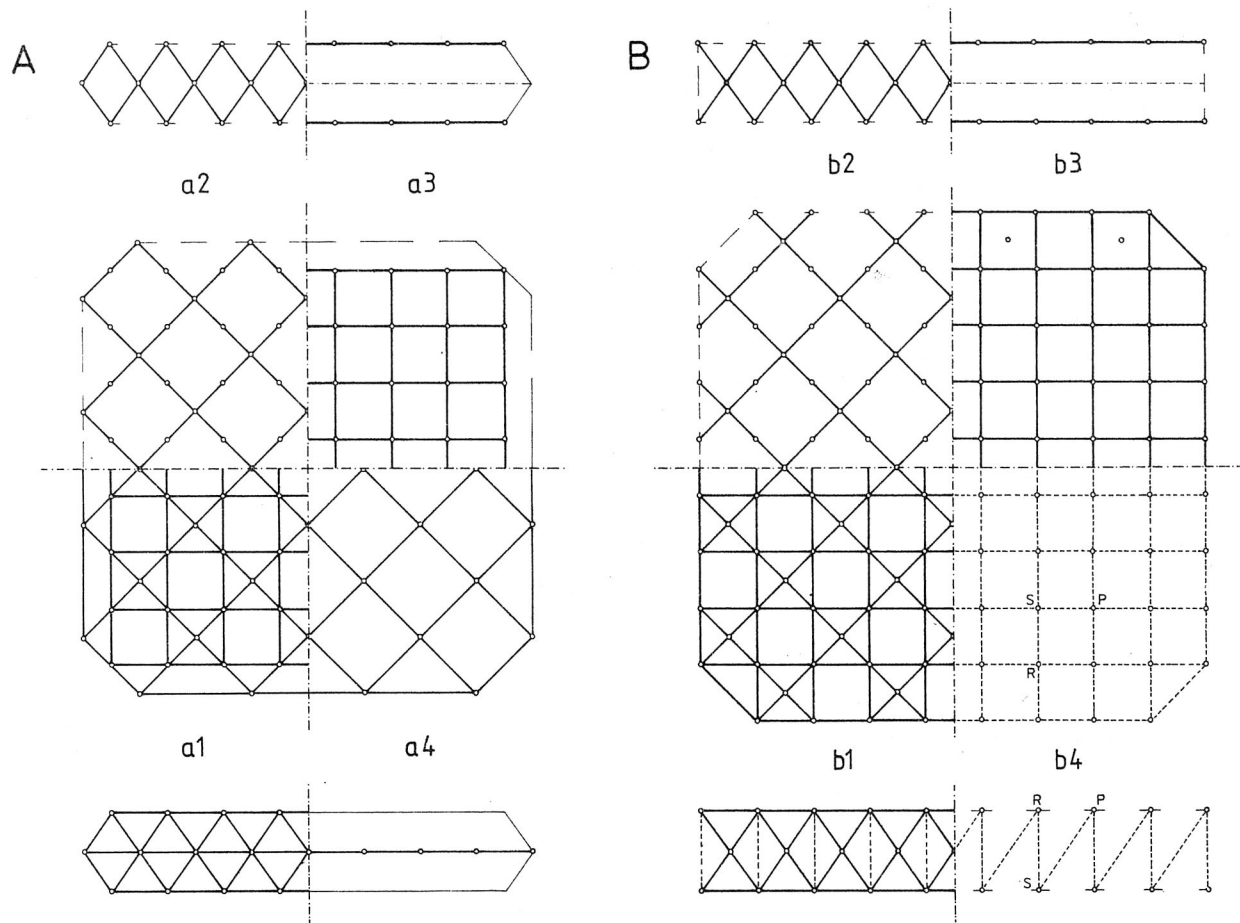
Następne formy struktur przestrzennych przeznaczonych do budowy przekryć o dużych rozpiętościach ukształtowano poprzez symetryczne rozmieszczenie trzech pionowo ustawionych czworokątnych zestawów prętów (patrz rys. 3.5a). Zestawy te zostały uzupełnione prętami poziomymi. Te najdłuższe pręty formowanej struktury tworzyć będą jej warstwę środkową w kształcie heksagonalnej siatki prętów. Warstwy zewnętrzne prętów będą składały się z prętów o długościach równych długościom krzyżulców. Pręty poziome tych warstw będą tworzyć siatki złożone z trójkątów i sześciokątów. W przestrzeni tak budowanej struktury można wyróżnić moduł w postaci bryły pokazanej na rys. 3.5b, który jest uzupełniony dwoma przeciwnie skierowanymi czworokątami (rys. 3.5c). Ta trójwarstwowa struktura jest odpowiednim złożeniem dwóch struktur podstawowych, oznaczonych symbolem $\{TH-H/2\}$ (por. rys. 3.1b).

W proponowanym systemie oznaczeń tę złożoną formę struktury przestrzennej przyjęto oznaczać symbolem $\{TH-H/2-TH\}$. Oznacza to, iż jest ona strukturą trójwarstwową składającą się z dwóch warstw zewnętrznych, w których pręty tworzą siatki trójkątno-heksagonalne

Rys. 3.3. Budowa wewnętrzna struktury oznaczonej symbolem $2 \times \{D-O\}B$: a – modułarny zestaw prętów i bryła podstawowa układu bryłowego tej struktury, b – usytuowanie prętów przekątniowych, c – schemat przekroju poprzecznego, d – fragment rzutu poziomego, e – lokalizacja prętów w warstwach zewnętrznych, f – układ krzyżulców w strefach dolnej i górnej, g – rozmieszczenie prętów przekątniowych

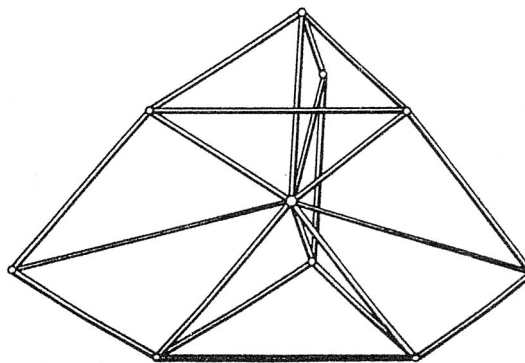
Fig. 3.3. Construction of the space structure denoted as $2 \times \{D-O\}B$, a – modular bar set and basic body of the solid system of this structure, b – localization of diagonal bars, c – scheme of the cross-section, d – part of the top view, e – bar arrangement in external layers, f – cross-braces in upper and lower layers, g – arrangement of diagonal bars



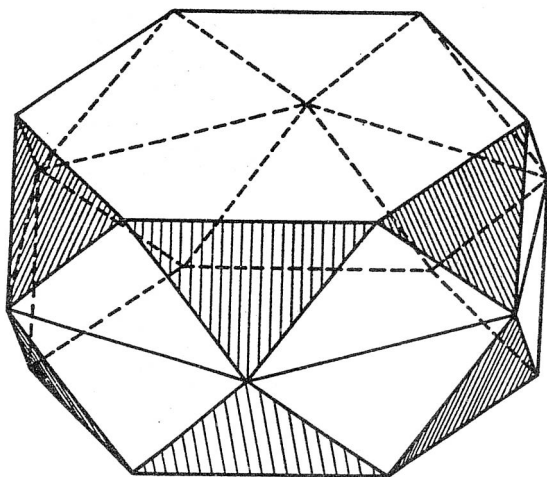


Rys. 3.4. Schematy dwóch podstawowych odmian struktury typu $2 \times \{O-D\}$ (opis w tekście)
 Fig. 3.4. Schemes of two elementary forms of the structure of the $2 \times \{O-D\}$ type (description in the text)

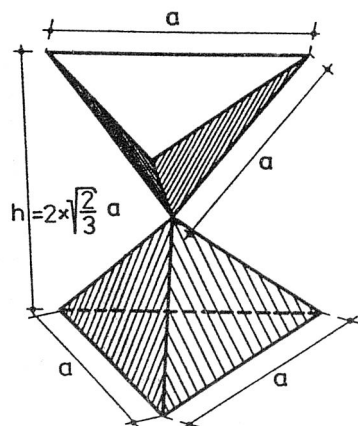
a



b



c



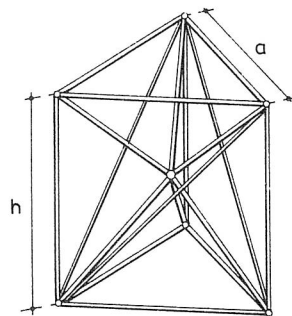
Rys. 3.5. Elementy układu bryłowego struktury przestrzennej oznaczonej jako $\{TH-H/2-TH\}$ lub $2 \times \{TH-H/2\} A$

Fig. 3.5. Elements of solid system of space structure denoted as $\{TH-H/2-TH\}$ or $2 \times \{TH-H/2\} A$

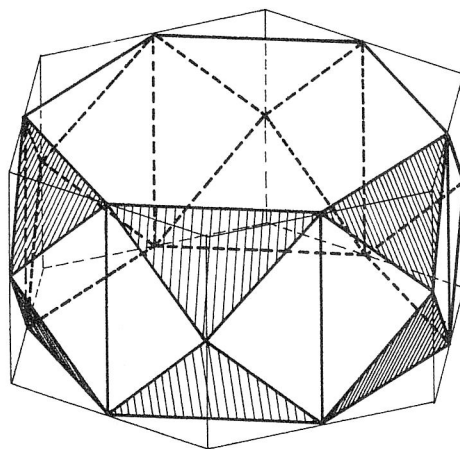
o jednakowych długościach odcinków. Najdłuższe pręty tej struktury znajdują się w jej warstwie środkowej i tworzą tam siatkę o oczkach sześciokątnych. Tę trójwarstwową formę struktury przestrzennej można również uważać za odpowiednie złożenie dwóch warstw struktury oznaczonej symbolem $\{TH-H/2\}$. Wzorem poprzedniej grupy struktur, tę złożoną formę struktury prętowej można oznaczyć symbolem $2 \times \{TH-H/2\} A$.

Ten sam układ czworokątnych zestawów prętów, które zostały uzupełnione pionowymi słupkami oraz prętami przekątniowymi (rys. 3.6a), może być podstawą do uformowania innej struktury o podobnym schemacie warstw zewnętrznych i usytuowaniu krótkich krzyżulców. Układ bryłowy tak zbudowanej formy struktury przestrzennej jest podobny do wyżej opisanego (por. rys. 3.6b). Różnica polega na usytuowaniu dwóch przeciwnie skierowanych czworościanów w przestrzeni prostopadłościanu o podstawie trójkątnej. Prostopadłe ściany

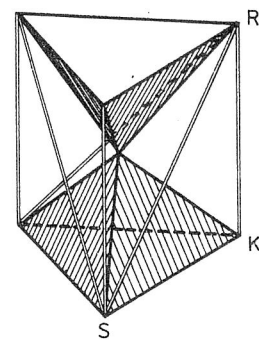
a



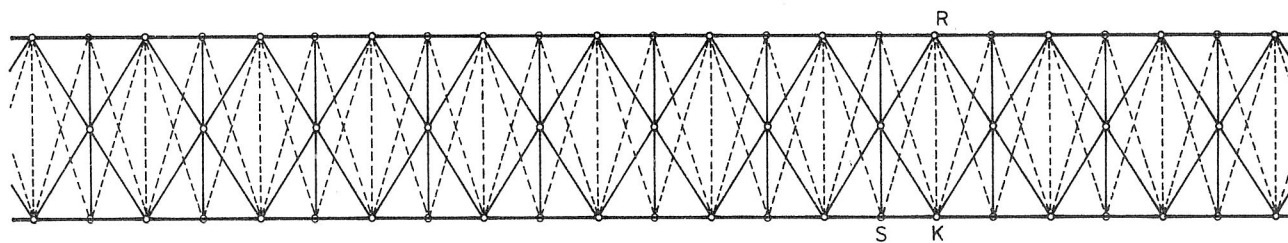
b

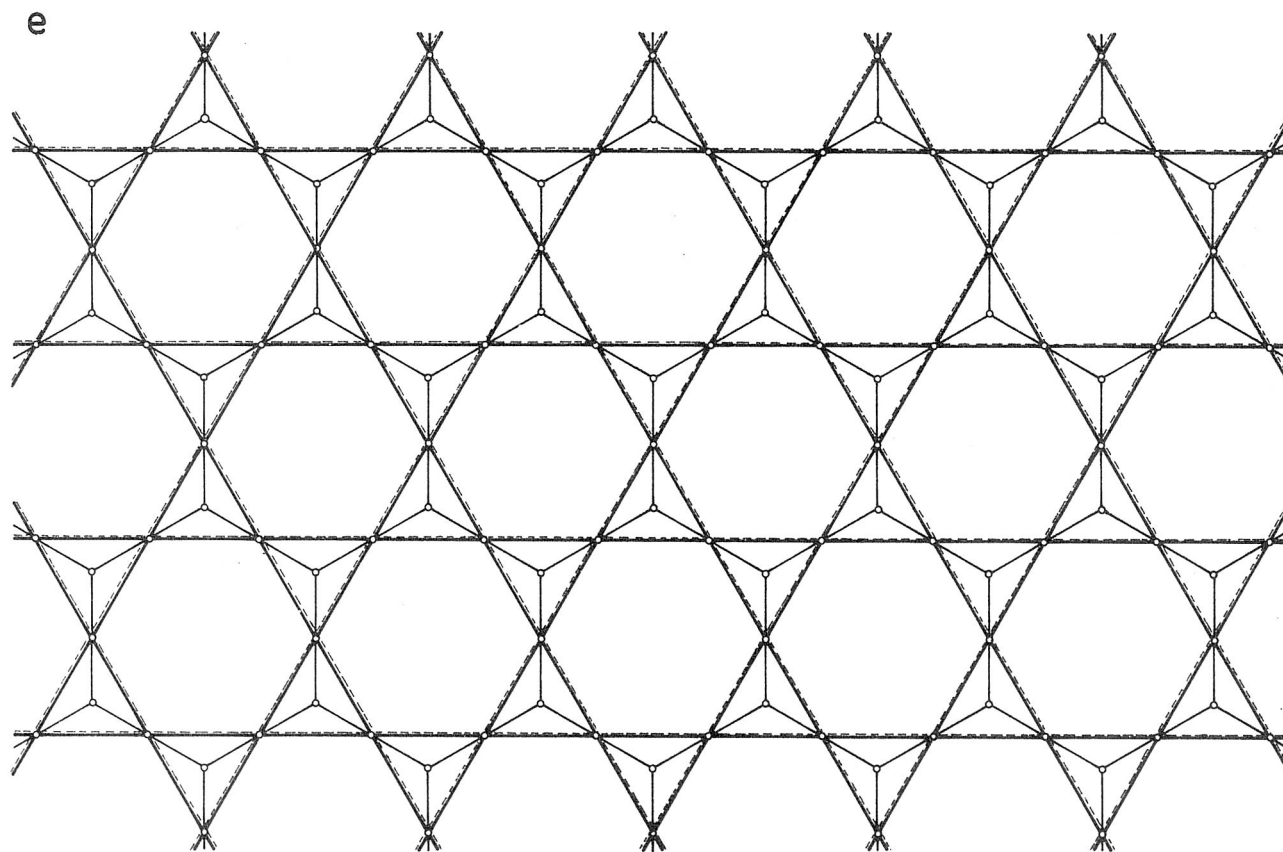


c



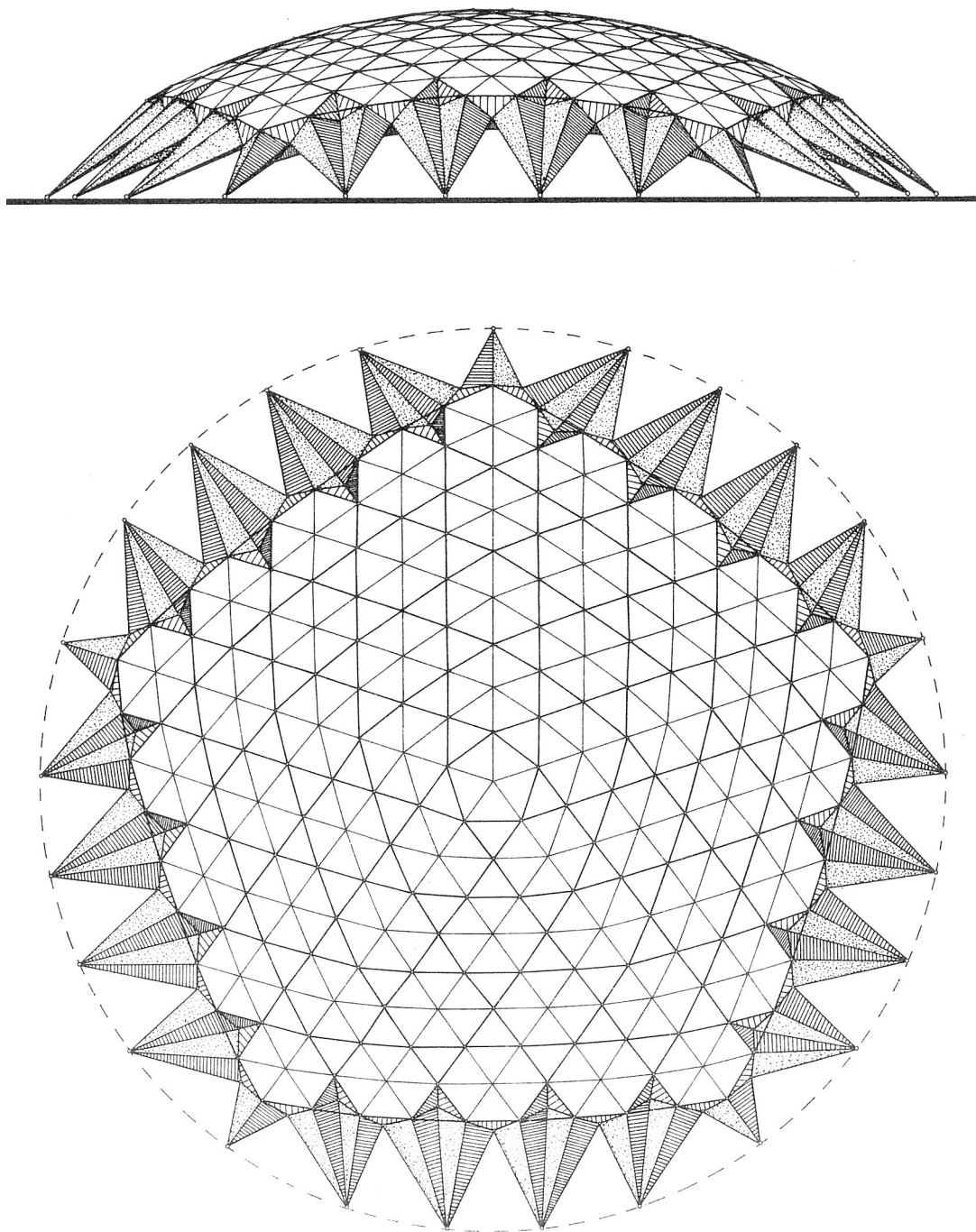
d





Rys. 3.6. Budowa wewnętrzna struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $2 \times \{TH-H/2\}B$, a – układ prętów w przestrzeni powtarzalnego elementu struktury, b – kształt podstawowej bryły układu bryłowego tej struktury, c – usytuowanie prętów przekątniowych i słupków pomiędzy czworosiecznymi zestawami prętów, d – schemat przekroju poprzecznego, e – fragment rzutu poziomego

Fig. 3.6. Inner construction of space structure denoted as $2 \times \{TH-H/2\}B$, a – bar arrangement in space of the repeatable element of this structure, b – shape of the basic solid body of the solid system of this structure, c – localization of diagonal bars and posts between tetrahedral bar sets, d – scheme of cross-section, e – part of the top view



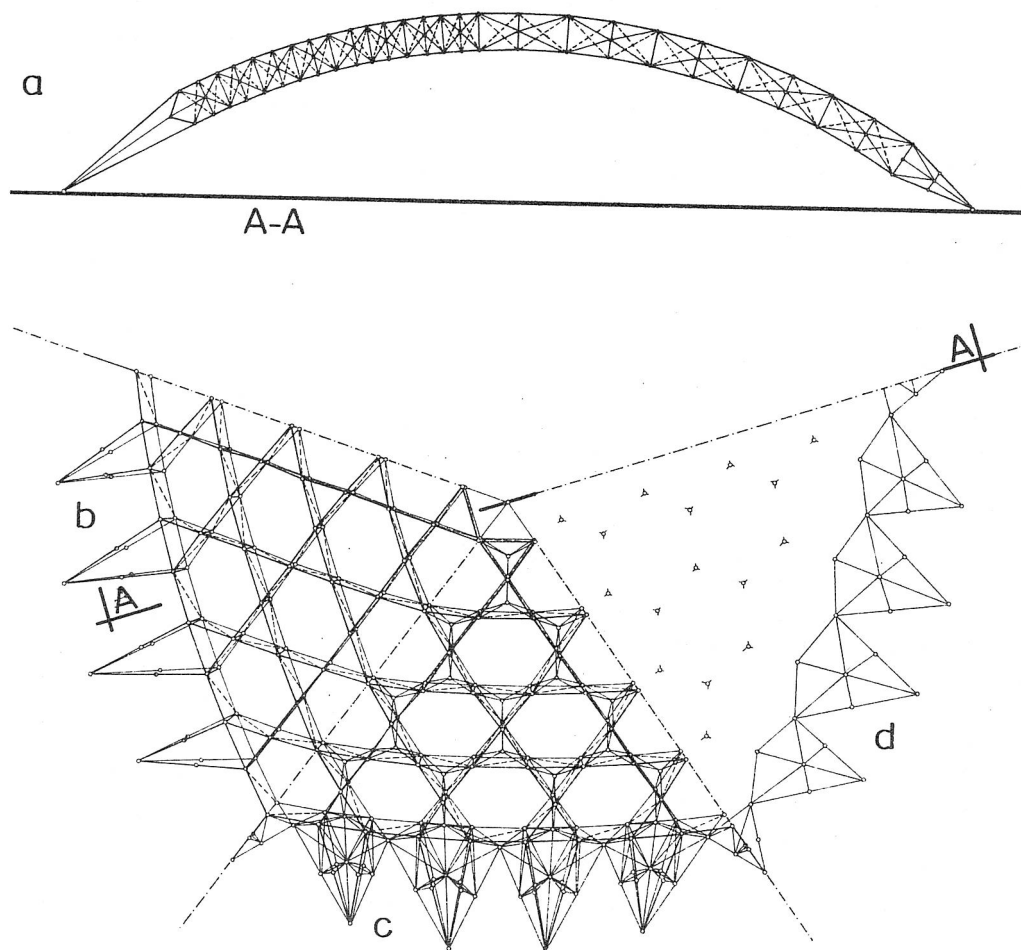
Rys. 3.7. Przykładowa forma kopuły geodezyjnej wykonanej przy pomocy struktury przestrzennej $2 \times \{TH-H/2\}C$
 Fig. 3.7. Exemplary form of a geodesic dome shaped with the use of space structure $2 \times \{TH-H/2\}C$

tej bryły zostały uzupełnione prętami przekątniowymi w sposób pokazany na rys. 3.6c. Wysokość konstrukcyjna takiej formy struktury przestrzennej jest równa długości pręta pionowego RK i jest ona dwukrotnie większa od wysokości konstrukcyjnej prostej formy struktury oznaczonej symbolem $\{TH-H/2\}$. Pręty przekątniowe zawarte pomiędzy węzłami R i S są najdłuższymi prętami tej struktury. Korzystna byłaby taka ich lokalizacja w przestrzeni formowanej struktury, aby mogły być one poddane działaniu głównie sił rozciągających. Tę dwuwarstwową formę struktury przestrzennej przyjęto oznaczać jako $2 \times \{TH-H/2\}B$, gdzie pierwszy symbol wewnątrz nawiasu klamrowego oznacza typ siatki górnej warstwy tej złożonej formy struktury przestrzennej. Schematy rzutu poziomego i pionowego fragmentu tak zbudowanej struktury pokazano na rys. 3.6d i 3.6e.

Struktury o tak złożonej budowie wewnętrznej i o ortogonalnych lub diagonalnych siatkach prętów warstw zewnętrznych są niekiedy używane jako konstrukcja silnie obciążonych stropów lub płaskich form przekryć o bardzo dużych rozpiętościach [21]. Budowa struktur o siatkach trójkątno-heksagonalnych w ich warstwach zewnętrznych wymaga stosunkowo niewielkiej liczby prętów przypadających na jednostkę przekrywanej powierzchni w porównaniu do pierwszej grupy struktur. Jakkolwiek tak złożonych układów struktur z reguły nie stosuje się do budowy przekryć o formach powłokowych, to jednak ze względu na cechy struktury oznaczonej symbolem $2 \times \{TH-H/2\}B$ zaproponowano zastosowanie jej jako konstrukcji kopuł o dużych rozpiętościach. Dla takiej formy przekrycia siatki sferyczne opracowane na bazie 12-ścianu foremego (por. rys. 2.16) wydają się być odpowiednimi do określenia geometrii sferycznej formy struktury $2 \times \{TH-H/2\}B$. Długości prętów tworzących konstrukcję przekrycia o dużej rozpiętości nie mogą być zbyt duże, dlatego stosuje się dość gęste podziały powierzchni sferycznej. Z kolei zbyt gęste podziały znacznie komplikują samą konstrukcję, łącznie z jej montażem. Do budowy tak dużych form przekryć należałoby zatem użyć takiego systemu, który pozwoliłby na spełnienie wymagań konstrukcyjnych stawianych tego typu przekryciom przy zastosowaniu niezbyt gęstych podziałów powierzchni sferycznej.

Spśród już zaprezentowanych, struktura przestrzenna oznaczona jako $2 \times \{TH-H/2\}B$ może spełniać postawione wymagania. Stosowanie tak złożonej formy struktury przestrzennej o geometrii prętów wyznaczonej metodą deformacji siatki wtórnej na podstawie 12-ścianu foremego może okazać się ekonomicznie uzasadnione. Usytuowanie prętów w przestrzeni struktury $2 \times \{TH-H/2\}C$ ułatwia jej zastosowanie jako konstrukcji przekryć o bardzo dużych rozpiętościach bez konieczności stosowania bardzo gęstych podziałów wybranych części powierzchni sferycznej. Trójkątne siatki sferyczne o niezbyt dużych gęstościach, wyznaczone wspomnianą metodą na podstawie tego wielościanu, są utworzone z odcinków o znacznie mniejszych długościach niż siatki wyznaczone tą samą metodą wyznaczone na podstawie 20-ścianu foremego, przy czym stopień ich zróżnicowania, dla niezbyt gęstych podziałów, jest niemal identyczny. Dlatego strukturę $2 \times \{TH-H/2\}C$ o formie sferycznej zaprojektowano w geometrii prętów wyznaczonej wspomnianą metodą na podstawie 12-ścianu foremego.

Poglądowy przykład kopuły wykonanej przy użyciu tej formy struktury przestrzennej pokazano na rys. 3.7. Centralna, sferyczna część przekrycia wykonana jest w modelowym kształcie struktury $2 \times \{TH-H/2\}B$, która jednak w strefie brzegowej ma pewną liczbę prętów ułożonych w jej warstwie środkowej. Dlatego tę formę struktury przestrzennej przyjęto oznaczać symbolem $2 \times \{TH-H/2\}C$. Schemat przekroju poprzecznego wraz ze schematami układów prętów w przestrzeni tego przekrycia zaprezentowano na rys. 3.8. Rysunki te mają



Rys. 3.8. Schemat przekroju poprzecznego (a), układ prętów w warstwach górnej i dolnej (b), rzut poziomy fragmentu sferycznej struktury przestrzennej (c), lokalizacja prętów w warstwie środkowej przekrycia kopułowego zbudowanego przy użyciu struktury przestrzennej $2 \times \{TH-H/2\}C$

Fig. 3.8. Scheme of cross-section (a), bar arrangement of in the upper and lower layers (b), front view of the part of spherical space structure (c), bars localization in the middle layer of the dome cover built by using space structure $2 \times \{TH-H/2\}C$ (d)

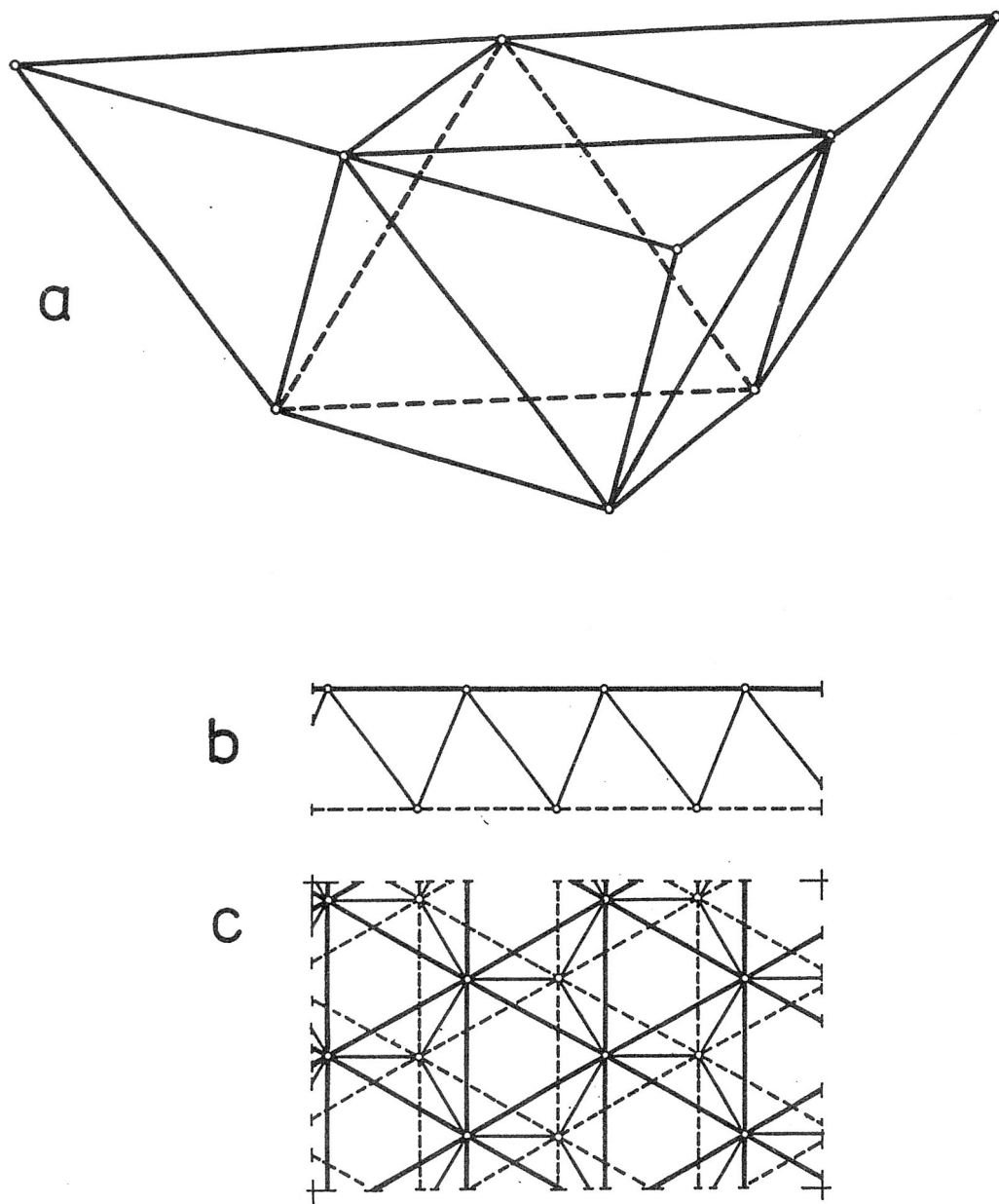
charakter poglądowy i ilustrują jedynie postać przykładowej formy architektonicznej możliwej do uzyskania przez zastosowanie proponowanego układu wielowarstwowej struktury przestrzennej. W rzeczywistej konstrukcji zarówno parametry geometryczne samej struktury prętowej, jak i strzałki projektowanego przekrycia będą wynikać z przesłanek natury konstrukcyjnej oraz z warunków użytkowania wnętrza. Krawędzie boczne sferycznej struktury $2 \times \{TH-H/2\}C$ mają zakończenia w postaci ostrosłupowo uformowanych kratownic przestrzennych. Czworokątne podstawy tych elementów są usytuowane w odpowiadających im

czworokątnych polach krawędzi bocznych tej struktury. Centralne osie ostrosłupowych kratownic przestrzennych są styczne do środkowej warstwy węzłów tej wielowarstwowej struktury sferycznej. W wierzchołkach elementów ostrosłupowych są usytuowane przegubowe węzły podporowe tej kopuły. Są one rozmieszczone na planie koła w płaszczyźnie podstawy tego przekrycia. W jednym węźle podporowym łączą się dwa brzegowe elementy o formach ostrosłupowych i mają one wspólną krawędź w warstwie środkowej przekrycia. Formę architektoniczną tej kopuły uzyskano poprzez odpowiednie rozmieszczenie elementów pokrycia. W centralnej, sferycznej części struktury sześciokątne elementy pokrycia dachowego, ze względu na stosunkowo duże rozmiary, powinny mieć konstrukcję samonośną. Ta szkicowo przedstawiona postać kopuły geodezyjnej może podlegać dalszym zmianom, dokonywanym szczególnie w strefach brzegowych i prowadzonym w kierunku bardziej ekonomicznego wykorzystania wnętrza oraz nadania jej indywidualnej formy architektonicznej [34].

Pierwszą z prezentowanych grup tworzą układy dwu- i trójwarstwowych struktur przestrzennych. Za korzystną cechę tych struktur można uważać to, że mimo iż są zbudowane z prętów o tych samych długościach co formy proste, mają one dwukrotnie większą od nich wysokość konstrukcyjną. Ponadto najkrótsze pręty są najliczniej reprezentowane w przestrzeniach tych struktur. Niekorzystnymi cechami niektórych układów jest znaczne zróżnicowanie długości prętów koniecznych do ich budowy. Mimo iż mają one czasem dość skomplikowany układ prętów, względy natury konstrukcyjnej decydują o stosowaniu niektórych rodzajów prezentowanej grupy struktur jako konstrukcji silnie obciążonych stropów lub przekryć o dużych rozpiętościach [21].

4. Przykłady grup struktur przestrzennych uformowanych na podstawie struktury $\{T-T\}$

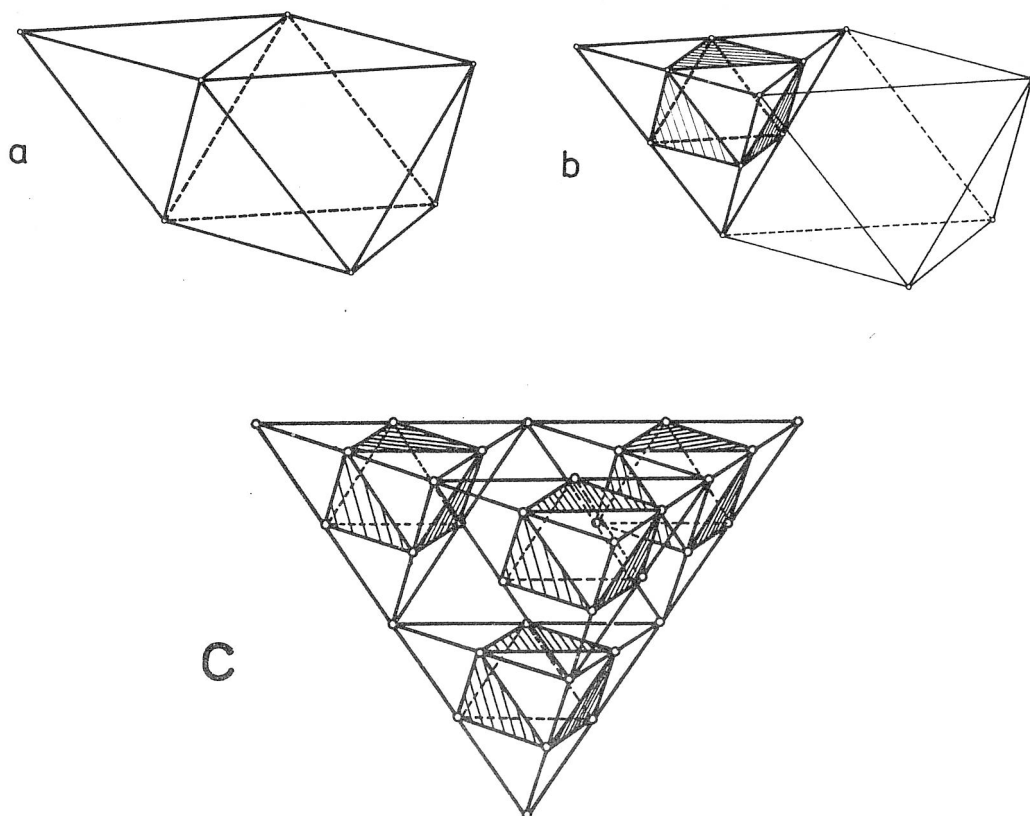
W procesie kształtowania innych grup struktur przestrzennych nie ograniczono się jedynie do rozpatrywania wzajemnych konfiguracji płaskich, czworokątnych zestawów prętów. Poszukiwanie prostej reguły umożliwiającej kształtowanie struktur przestrzennych w taki sposób, aby mimo iż są one zbudowane z prętów o niewielkich długościach mogły być wykorzystane do konstruowania przekryć o dużych rozpiętościach, rozpoczęto od analizy budowy wewnętrznej struktury przedstawionej na rys. 4.1 i oznaczonej symbolem $\{T-T\}$. Pręty warstw zewnętrznych tworzą siatki trójkątne, stąd typ oznaczenia tej struktury dwuwarstwowej. W budowie wewnętrznej tej prostej formy struktury możemy także wyróżnić czworokątne zestawy będące zespołami złożonymi niekiedy z prętów wszystkich warstw. Dwie trójkątne siatki prętów warstw dolnej i górnej zostały tu w odpowiedni sposób połączone systemem krzyżulców. Pręty i węzły tej struktury tworzą układ bryłowy złożony z ośmiościanu i czworościanu. Dzięki temu układowi sztywność przestrzenna struktury jest bardzo duża. W geometrycznym sposobie opisu ten rodzaj struktury oznacza się symbolem $(O+T)$ [14]. Wszystkie pręty tej formy struktury mają jednakowe długości. Charakterystyczny układ brył w jej przestrzeni wewnętrznej pokazano na rys. 4.1a. Schematy przekroju



Rys. 4.1. Układ brył podstawowych w przestrzeni struktury prętowej oznaczonej jako $\{T-T\}$ (a), schemat przekroju poprzecznego (b), fragment rzutu poziomego struktury $\{T-T\}$ (c)
 Fig. 4.1. Arrangement of basic solids in the bar space structure denoted as $\{T-T\}$ (a), scheme of cross-section (b), part of the top view of the space structure $\{T-T\}$ (c)

poprzecznego i rzutu poziomego fragmentu struktury $\{T-T\}$ zaprezentowano na rysunku 4.1b i c.

W przestrzeni struktury $\{T-T\}$ można wyróżnić element powtarzalny w postaci modułu prętowego mającego kształt czworościanu, który jest uzupełniony bryłą w postaci ośmiościanu (rys. 4.2a). Przedmiotem dalszych przekształceń jest wybrany czworościenny moduł prętowy, jako najbardziej elementarna i spoista forma, łatwa także w montażu. Na rysunku 4.2b przedstawiono przykład takiego przekształcenia, które polegało na rozmieszczeniu w każdej ścianie czworościennego modułu dodatkowych trzech prętów. Wszystkie pręty tworzące tę rozbudowaną formę modułu przestrzennego mają taką samą długość, a sam moduł ma wystarczającą sztywność przestrzenną. Zaprezentowany na rys. 4.2b moduł konstrukcyjny w postaci odpowiednio podzielonego czworościanu, może być poddany dalszym podziałom,

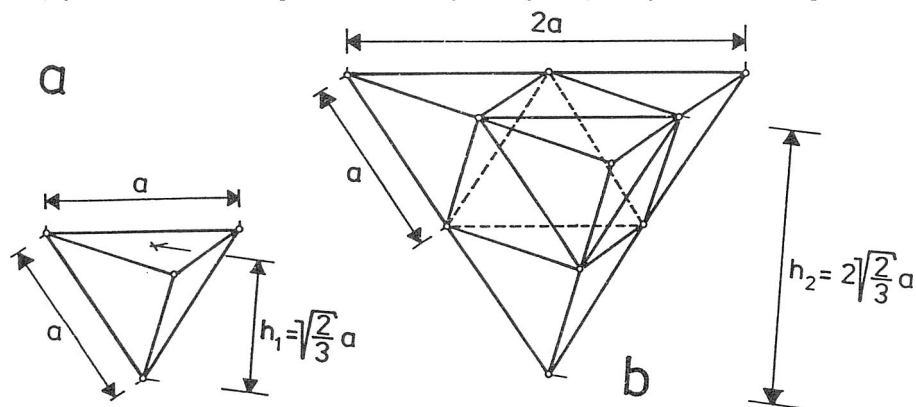


Rys. 4.2. Przykłady formowania wewnętrznej przestrzeni czworościennych modułów prętowych
Fig. 4.2. Examples of inner space shaping of tetrahedron bar modules

przy czym każdy następny podział będzie pochodną podziału pierwszego. Na rysunku 4.2c przedstawiono czworościenny moduł, którego krawędzie zostały podzielone na cztery równe odcinki. Należy sądzić, iż tak złożony typ modułu konstrukcyjnego może być użyty tylko w

nielicznych, wyjątkowych przypadkach zastosowań struktur przestrzennych. Ze względów konstrukcyjnych i technologicznych użycie tak skomplikowanej formy elementu modułowego można uznać za ekonomicznie nieuzasadnione. Można także wstępnie przyjąć, iż najbardziej ekonomiczny z proponowanych podziałów będzie ten, zaprezentowany na rys. 4.2b, w wyniku którego krawędzie czworosiecznego modułu zostały podzielone na dwie równe części. Podobny układ prętów możemy wyróżnić w konstrukcjach mostów stalowych budowanych z płaskich, złożonych kratownic Warrena [33]. Ten wyróżniony moduł, wraz z jego przekształconymi postaciami, posłuży do formowania budowy struktur przestrzennych przeznaczonych do konstruowania przekryć o dużych rozpiętościach.

Na rysunku 4.3 porównano w sposób poglądowy dwie formy czworosiecznych modułów prętowych proponowanych do budowy struktur przestrzennych typu $\{T-T\}$. Czworosieczny moduł prętowy podstawowej formy struktury $\{T-T\}$ ma krawędzie boczne o długości równej długości tworzących ją prętów (rys. 4.3a). Duża, dwukrotnie powiększona forma tego modułu (rys. 4.3b) jest zbudowana z prętów o takiej samej długości jak w formie podstawowej.



Rys. 4.3. Wielkości i wymiary klasycznej formy czworosiecznego modułu prętów (a) postać „dużego” modułu budowana z prętów o jednakowych długościach (b)

Fig. 4.3. Sizes and dimensions of the classical form of a tetrahedron bar module (a), shape of a “big” module built by means of bars of equal lengths (b)

Przyjęto, iż struktury utworzone z takich form modułów prętowych, w swych nazwach będą miały symbol literowy B , umieszczony przed nawiasem klamrowym. Różne rodzaje siatek prętów w warstwach dolnej i górnej będą oznaczone symbolami literowymi i cyfrowymi umieszczonymi poza tym nawiasem.

W przypadku gdy „duża” postać czworosiecznego modułu prętów jest częścią układu modułowego struktury podstawowej $\{T-T\}$ (rys. 4.4a), utworzona zostanie w ten sposób „duża” forma tej struktury, oznaczona symbolem $B\{T-T\}A$. W prezentowanej postaci może ona być uważana za strukturę trójwarstwową, jednak ze względu na to, iż pręty warstwy środkowej tworzą tam tylko odseparowane trójkątne pola, nie tworząc jakiegś formy siatki ciągłej, przyjęto uważać taką postać konstrukcji za strukturę dwuwarstwową, której warstwy poziome oddzielone są przestrzennymi modułami krzyżulców.

Przykładowe formy rzutu poziomego i schematu przekroju poprzecznego takiej struktury przedstawiono na rys. 4.4b i c. Górna warstwa prętów tworzy siatkę trójkątną, o różnych wielkościach wewnętrznych pól. Gęste strefy tej siatki odpowiadają położeniom górnych

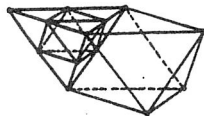
ścian dużych, czworościennych modułów prętowych. Ten typ siatki górnej oznaczono literą A . Jeśli trójkątna siatka prętów górnych zostałaby uzupełniona dodatkowymi prętami tak, że składałaby się z jednakowej wielkości trójkątnych pól, to taka odmiana struktury przestrzennej zostałaby oznaczona jako $B\{T-T\}B$.

W kształcie zaprezentowanym na rys. 4.4a, b i c struktura przestrzenna oznaczona jako $B\{T-T\}A$ jest „powiększona” formą struktury $\{T-T\}$. Pręty wszystkich warstw, z wyjątkiem warstwy dolnej, są zbudowane ze stosunkowo krótkich prętów, jedynie pręty dolne mają dwukrotnie większe długości. Gdyby struktura $B\{T-T\}A$ stanowiła konstrukcję przekrycia podpartego w jej węzłach krawędziowych np. warstwy dolnej, wówczas pręty tej warstwy najczęściej byłyby poddane działaniu z sił rozciągających. Ich długość nie miałaby zatem tak istotnego znaczenia, jak długość ściskanych prętów warstwy górnej, które w prezentowanej formie struktury są prętami najkrótszymi. Gdyby struktura $B\{T-T\}A$ była konstrukcją przekrycia o jednej lub więcej linii podpór pośrednich, wówczas w sąsiedztwie węzłów podporowych czworościennie moduły prętowe skierowane byłyby trzema swymi krawędziami ku górze, co spowodowałoby dwukrotne zmniejszenie długości prętów dolnych, poddanych w tej strefie działaniu dużych sił ściskających. Ta dość złożona forma struktury przestrzennej ma prosty i czytelny układ prętów w swym wnętrzu. Proponowane rozmieszczenie prętów może podlegać dalszym przekształceniom, prowadzonym w kierunku poszerzenia zakresu form struktur przestrzennych kształtowanych z myślą o budowie przekryć o bardzo dużych rozpiętościach. Szczegółową ilustrację układu prętów w przestrzeni struktury $B\{T-T\}A$ pokazano na rys. 4 5.

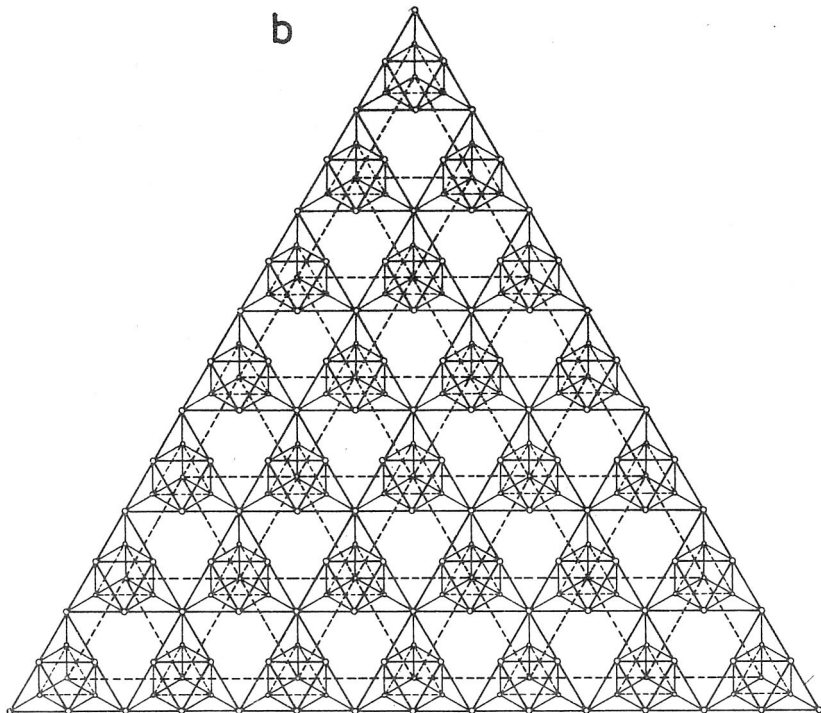
Jeśli wyróżniona postać modułów prętowych będzie wypełniać przestrzeń czworościanów układu bryłowego pokazanego na rys. 4.4e, to utworzą one nową, „powiększoną” formę struktury podstawowej, oznaczonej $\{TH-H/2\}$ (por. rys. 3.1b). Taką formę struktury przestrzennej przyjęto zatem oznaczać symbolem $B\{TH-H/2\}$. Schemat rzutu poziomego tej struktury pokazano na rys. 4.4d. Podobnie jak w strukturze $B\{T-T\}A$, pręty górnych stref i warstw struktury $B\{TH-H/2\}$ są najkrótszymi jej prętami, a warstwę dolną o siatce heksagonalnej tworzą pręty o znacznie większych długościach. Rozmieszczenie prętów w poszczególnych warstwach złożonej formy struktury przestrzennej $B\{TH-H/2\}$ przedstawiono na rys. 4.6. W prezentowanej postaci struktura ta mogłaby być z powodzeniem stosowana na potrzeby różnych form przekryć, do których budowy należałoby użyć stosunkowo niewielkiej liczby prętów przypadających na jednostkę przekrywanej powierzchni. Dlatego zastosowanie struktury $B\{TH-H/2\}$ jako konstrukcji kopuły pokazanej na rys. 3.7 można uznać za bardziej ekonomicznie uzasadnione niż struktury $2 \times \{TH-H/2\}C$. W tym miejscu należy jeszcze raz podkreślić, że wszelkie tego typu stwierdzenia mają charakter prognoz i są formułowane na podstawie ogólnie obowiązujących zasad kształtowania struktur prętowych.

Konstrukcja przekryć kopułowych o znacznych rozpiętościach na ogół nie wymaga stosowania aż tak złożonych układów struktur przestrzennych, jak struktury $2 \times \{TH-H/2\}C$ lub struktury $B\{T-T\}A$. Dość często wykorzystywaną formą przekryć są kopuły siatkowe o geometrii prętów spiralno-równoleżnikowej (por. rys. 1.3f). W projektowaniu jednowarstwowych kopuł tego typu należy dążyć do ograniczenia liczby prętów łączących się w węzle zwornikowym. Ze względu na znaczne zróżnicowanie długości wszystkich prętów, kopuły o geometrii siatkowej są mniej stabilne od kopuł geodezyjnych [58]. Konstrukcje kopuł siatkowych o większych rozpiętościach wykonuje się zazwyczaj w postaci dwuwarstwowych struktur przestrzennych. Jedną z form takiej struktury można wyodrębnić w górnej części

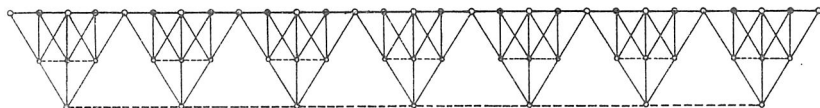
a

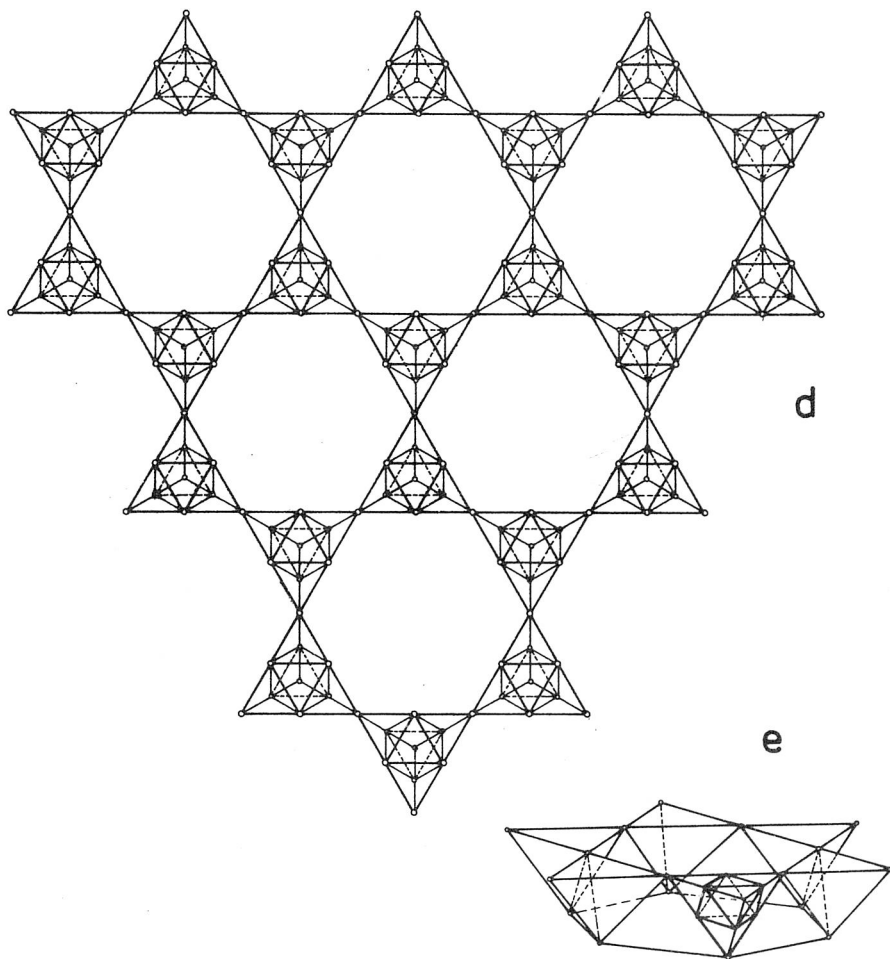


b



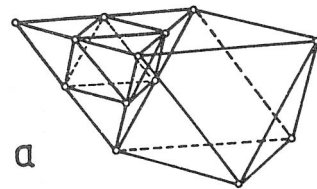
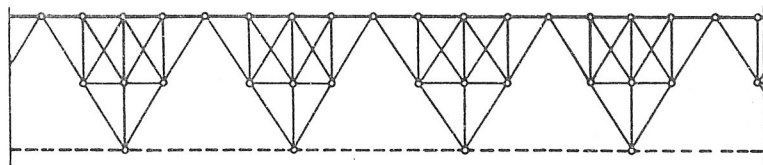
c





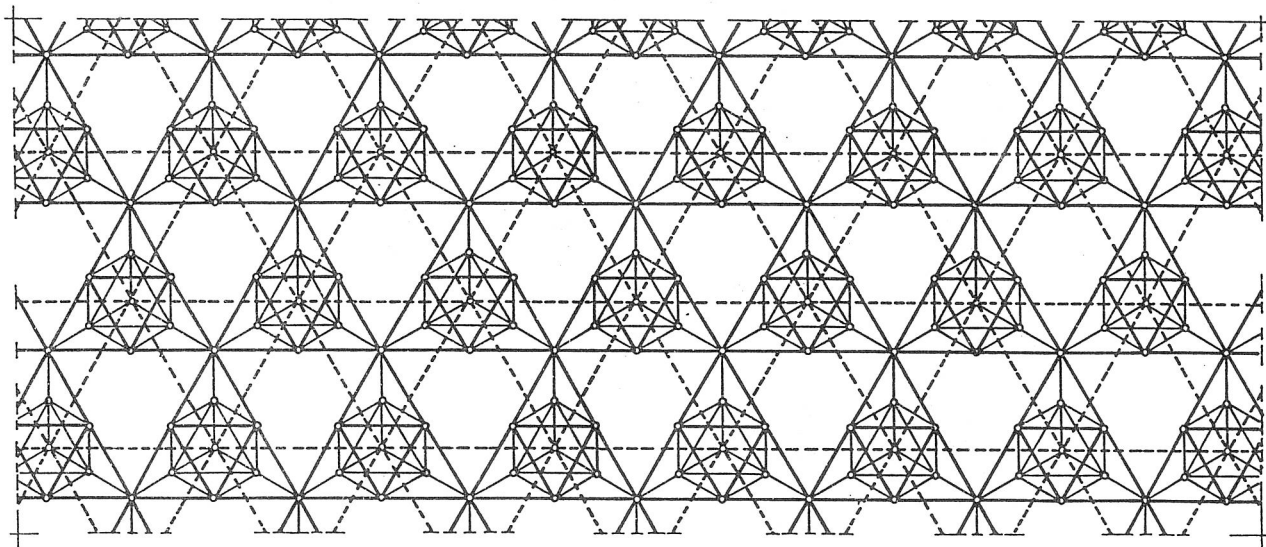
Rys. 4.4. Układ bryłowy struktury oznaczonej jako $B\{T-T\}A$ (a), rzut poziomy (b), schemat przekroju poprzecznego struktury $B\{T-T\}A$ (c), rzut poziomy przykładowej formy struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $B\{TH-H/2\}$ (d), układ elementów w przestrzeni struktury $B\{TH-H/2\}$ (e)
 Fig. 4.4. Solid system of the structure denoted as $B\{T-T\}A$ (a), the top view (b), scheme of cross-section of the structure $B\{T-T\}A$ (c), top view of an exemplary form of space structure denoted as $B\{TH-H/2\}$ (d,e)

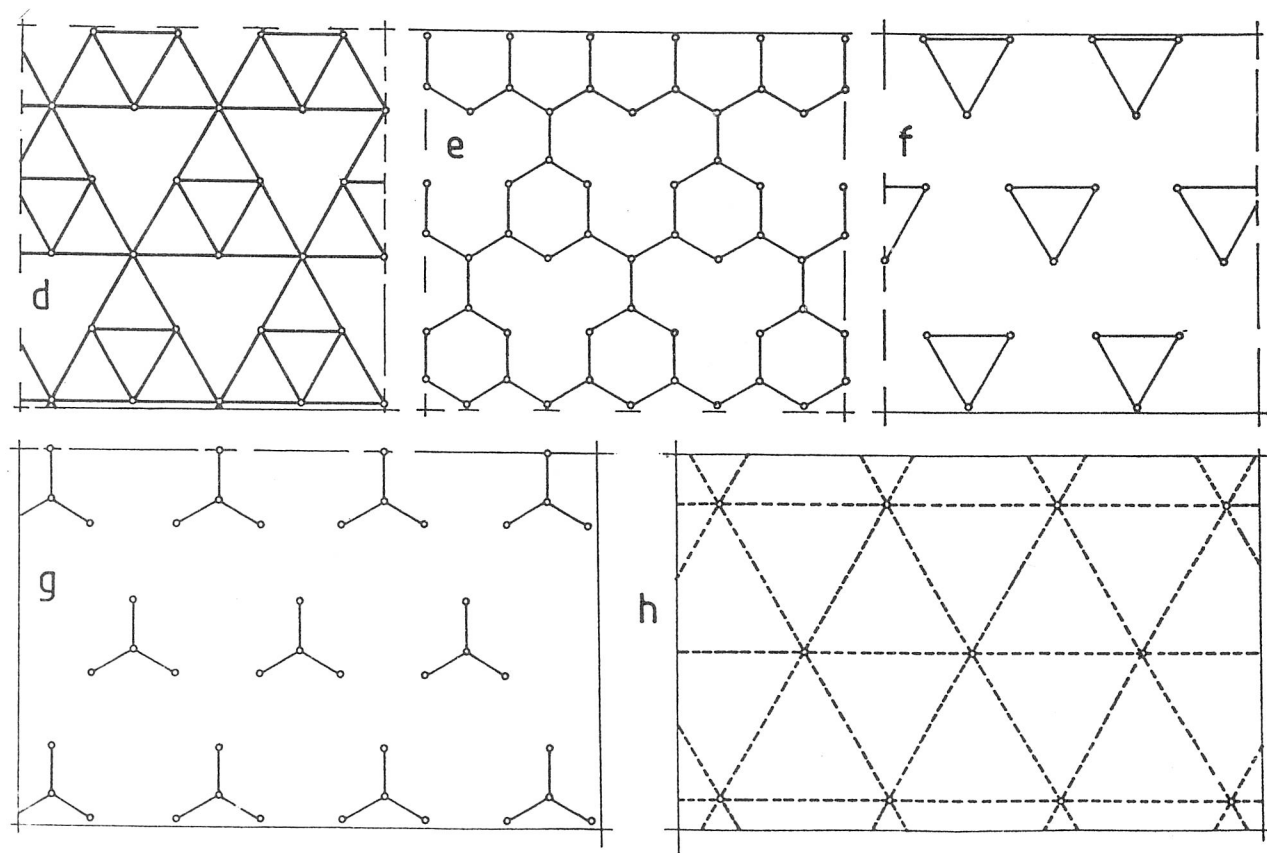
b



a

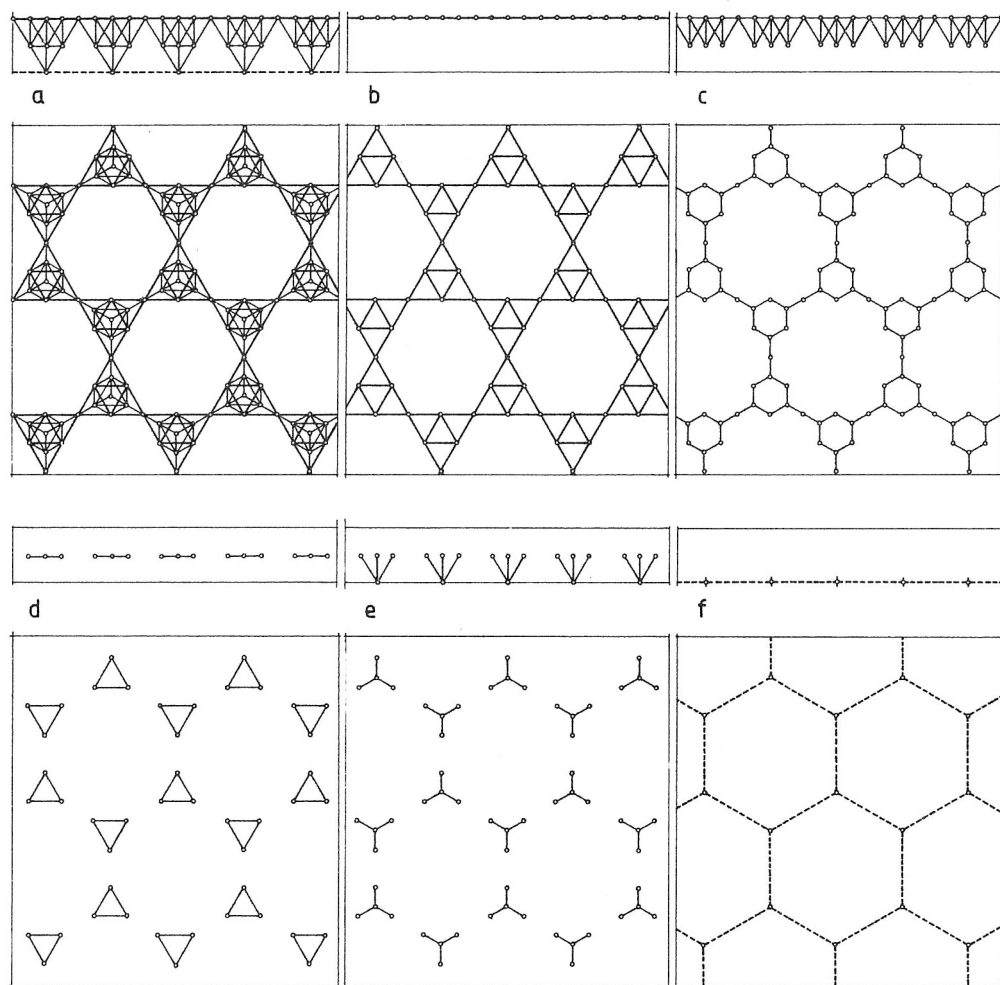
c





Rys. 4.5. Struktura przestrzenna $B\{T-T\}A$: a – układ brytowy, b – schemat przekroju poprzecznego, c – fragment rzutu poziomego, d – układ prętów w warstwie górnej, e – usytuowanie krzyżulców w górnej strefie struktury, f – pręty warstwy środkowej, g – lokalizacja krzyżulców w dolnej strefie struktury, h – pręty warstwy dolnej struktury $B\{T-T\}A$

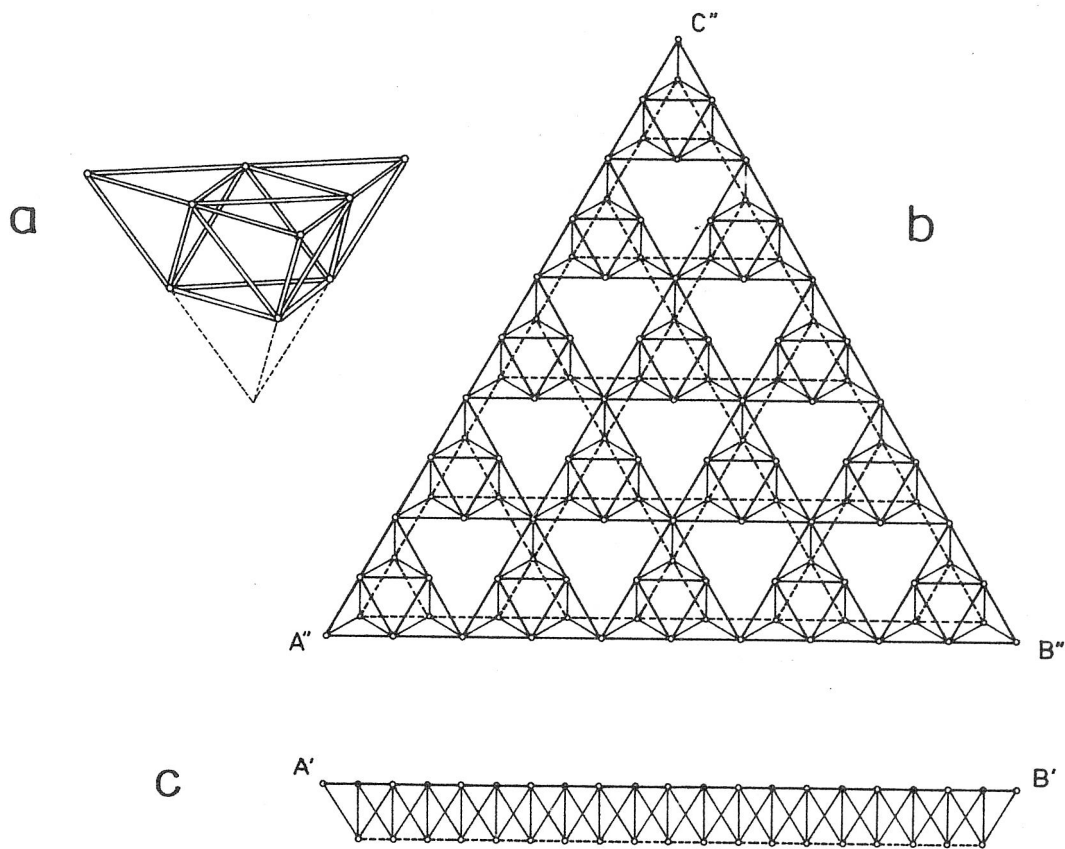
Fig. 4.5. Space structure $B\{T-T\}A$, a – solid system, b – scheme of cross-section, c – fragment of the top view, d – bar arrangement in the upper layer, e – cross-braces localization in upper area of the structure, f – bars of the middle layer, g – localization of cross-braces in the lower area of this structure, h – bars of the lower layer of the structure $B\{T-T\}A$



Rys. 4.6. Struktura przestrzenna $B\{TH-H/2\}$, a – schematy rzutu poziomego i przekroju poprzecznego, b – pręty warstwy górnej, c – krzyżulce górne, d – pręty warstwy środkowej, e – krzyżulce dolne, f – układ prętów w warstwie dolnej struktury $B\{TH-H/2\}$

Fig. 4.6. Space structure $B\{TH-H/2\}$, a – schemes of the top view and the cross-section, b – bars of the upper layer, c – upper cross-braces, d – middle layer bars, e – lower cross-braces, f – bar arrangement in lower layer of the structure $B\{TH-H/2\}$

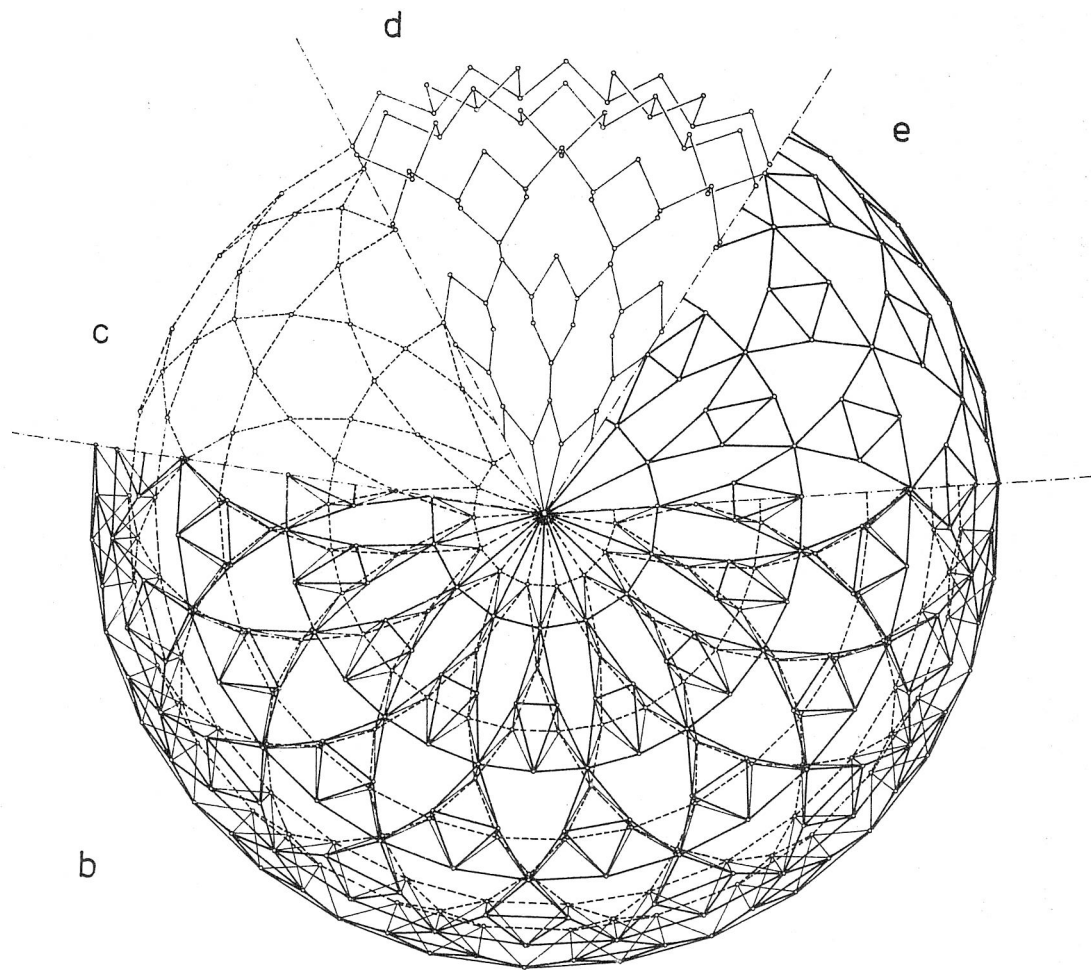
struktury oznaczonej symbolem $B\{T-T\}A$. Po wyeliminowaniu prętów warstw dolnych (rys. 4.7a) i zachowaniu układu prętów w warstwach górnych, siatkę prętów warstwy środkowej struktury $B\{T-T\}A$ należy uzupełnić dodatkową liczbą prętów w taki sposób, aby uzyskać siatkę złożoną z trójkątów i sześciokątów. Ta siatka prętów będzie dolną warstwą innej już formy struktury przestrzennej. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni tej struktury jest podobne do usytuowania prętów w strukturze oznaczonej symbolem $(T-TH)$ [21]. W stosunku do tej ostatniej, liczba prętów w warstwie górnej formowanej struktury jest znacznie



Rys. 4.7. Zredukowana postać „dużego” czworościennego modułu prętów (a), przykładowa forma rzutu poziomego struktury oznaczonej symbolem $RB\{T-T\}A$ lub $R\{T-TH\}$ (b), schemat przekroju poprzecznego (c)
 Fig. 4.7. Reduced form of a “big” tetrahedron bar module (a), horizontal projection of an exemplary form of the structure denoted as $RB\{T-T\}A$ or $R\{T-TH\}$ (b), scheme of cross-section (c)

zredukowana, dlatego można określić jej nazwę jako $R\{T-TH\}$ [34]. W przyjętym systemie oznaczeń proponowany układ prętów może mieć różne nazwy. W celu zobrazowania procesu budowy formy tej struktury, składającej się ze zredukowanych postaci „dużych” czworościennych modułów prętów tworzących strukturę $\{T-T\}$, przyjęto oznaczać ją symbolem $RB\{T-T\}A$.

Przekrycia kopułowe realizowane przy użyciu tej struktury przestrzennej mogą uzyskać



interesującą formę architektoniczną. Sposób usytuowania prętów w przestrzeni tej struktury sprawia, iż koncentryczne pasy prętów kopuły o geometrii spiralno-równoleżnikowej budowanej za pomocą struktury $RB\{T-T\}A$ powinny składać się z parzystej liczby prętów (rys. 4.8). To zalecenie, wynikające z charakteru wewnętrznej budowy omawianej struktury, powinno być spełniane w strefach znajdujących się poniżej centralnych węzłów kopuły. Odstąpienie od tej reguły w bezpośrednim sąsiedztwie węzłów zwornikowych umożliwia znaczne ograniczenie liczby prętów łączących się w centralnych węzłach dwóch warstw tej sferycznej formy struktury $RB\{T-T\}A$. Dolne, poziome pasy przykładowej struktury sferycznej, pokazanej na rys. 4.8, składają się z 30 odcinków prętów. Poprzez odpowiednie uformowanie siatek prętów w warstwach zewnętrznych w sąsiedztwie węzłów zwornikowych, liczba prętów w najwyższej położonych, koncentrycznych pasach tych warstw została zredukowana o połowę i wynosi piętnaście. Dzięki temu strefa zwornikowa tej kopuły nie jest tak zagęszczona, jak musiałaby być w przypadku zastosowania pełnej formuły lokalizacji prętów w przestrzeni struktury $RB\{T-T\}A$. Pomimo ograniczonej liczby prętów w górnej warstwie tej struktury, liczba węzłów tej warstwy nie uległa redukcji i jest taka sama jak wówczas, gdy warstwę tę tworzyłaby siatka złożona z jednakowych pól trójkątnych. Dzięki temu trójkątne panele pokrycia dachowego mogą być łatwo montowane w każdym węźle zewnętrznej, górnej warstwy prętów. Strukturę $RB\{T-T\}A$, pokazaną na rysunku 4.8, można traktować jako układ połączonych ze sobą trzech rodzajów kratownic. Dwa pierwsze ich rodzaje leżą na liniach śrubowych i są usytuowane ukośnie względem powierzchni sferycznej. Trzeci rodzaj kratownic tworzą koncentryczne pasma kratowe usytuowane także ukośnie w stosunku do powierzchni środkowej tej formy przekrycia.

Na rysunku 4.9 przedstawiono inną formę przekrycia kopułowego realizowanego przy użyciu struktury $RB\{T-T\}A$. W stosunku do przykładu pokazanego na rys. 4.8, zmianie uległ sposób uformowania strefy podporowej. Węzły podporowe są usytuowane w dolnych wierzchołkach przestrzennych kratownic tworzących system podpór tej kopuły. Czworokątne pola w strefie przypodporowej zostały uzupełnione prętami przekątniowymi tak, aby wszystkie dające się wyróżnić w przestrzeni tej struktury pasy kratowe były utworzone z pól trójkątnych. Tak jak uprzednio, kopuła ma formę półkuli, a proponowany układ prętów na powierzchni sferycznej ilustruje możliwości praktycznego stosowania omawianej struktury. Gęstość podziału powierzchni sfery oraz proporcje geometryczne samej struktury w rzeczywistej konstrukcji będą wynikać z warunków technicznych i technologicznych, ustalonych w wyniku uprzednio dokonanej analizy statycznej.

Struktura $RB\{T-T\}A$ jest klasyczną formą struktury dwuwarstwowej i, co jest jej cechą korzystną, składa się z prętów o jednakowych długościach (rys. 4.7). Pręty jej górnej warstwy tworzą siatkę złożoną z trójkątów o różnych wielkościach. Siatka dolna jest siatką trójkątno-heksagonalną. Kształt zredukowanego „dużego” przestrzennego modułu prętów może posłużyć do formowania innych układów struktur. Jeśli wyróżnione moduły prętowe (por. rys. 4.7a) zostaną symetrycznie połączone ze sobą swymi mniejszymi podstawami, utworzą one formę powtarzanego modułu prętów (rys. 4.10a), który będzie można wyróżnić w przestrzeni nowej struktury, o dwukrotnie większej wysokości konstrukcyjnej niż struktura $RB\{T-T\}A$. Taką formę struktury przestrzennej przyjęto określać symbolem $2 \times RB\{T-T\}$, którego sposób budowy informuje o sposobie kształtowania samej struktury. Schematy rzutu poziomego, przekroju poprzecznego oraz sposobu rozmieszczenia prętów w poszczególnych warstwach struktury $2 \times RB\{T-T\}A$ pokazano na rys. 4.10.

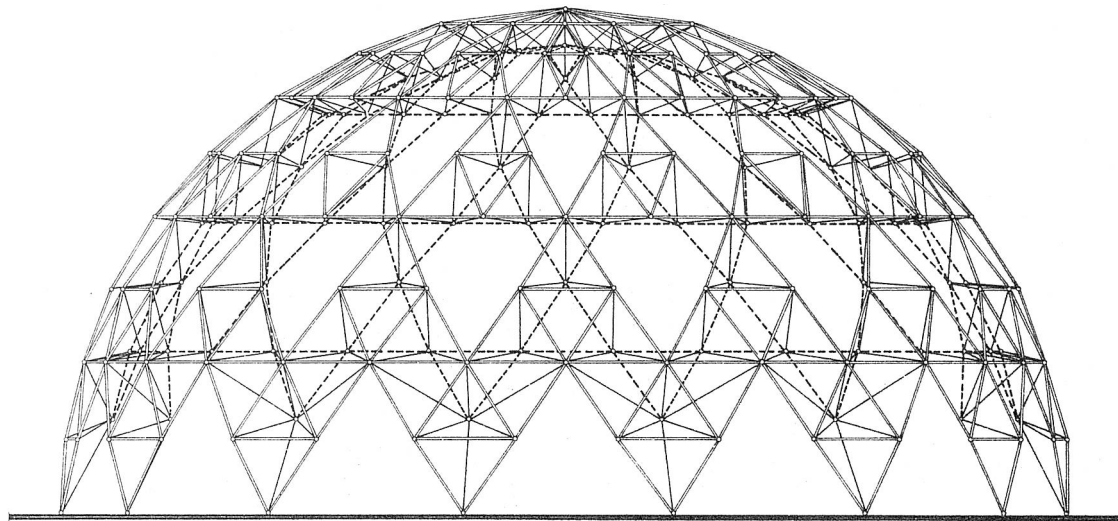
Ta złożona postać struktury prętowej jest w swej istocie rozbudowaną formą struktury dwuwarstwowej, gdyż pomimo istnienia prętów poziomych w jej warstwie środkowej nie tworzą one tam siatki ciągłej, lecz tylko oddzielne pola trójkątne (rys. 4.10f). Siatki prętów warstw dolnej i górnej są takie same jak w górnej warstwie struktury $RB\{T-T\}A$. Jeśli liczba prętów warstw zewnętrznych zostanie zwiększona w taki sposób, aby tworzyły one w tych warstwach siatki trójkątne o jednakowych wielkościach pól, to taką formę struktury przestrzennej można określić symbolem $2 \times RB\{T-T\}B$. Pręty wszystkich warstw mają tę samą długość, a ich liczba przypadająca na jednostkę przekrywanej powierzchni jest niemal dwukrotnie większa niż w strukturze wyjściowej. Mimo iż budowa wewnętrzna struktury $2 \times RB\{T-T\}A$ jest dość złożona, to jednak charakteryzuje się ona jasnym i czytelnym układem prętów, który może ułatwić montaż budowanych za jej pomocą przekryć o dużych rozpiętościach. Znaczna sztywność tego układu prętów w połączeniu z wieloma możliwościami plastycznej aranżacji jego wnętrza może sprawić, że przyjęcie tak złożonej formy struktury przestrzennej na konstrukcję nośną wielu form przekryć dachowych w pewnych przypadkach może okazać się ekonomicznie uzasadnione. Należy przypuszczać, iż analiza statyczna proponowanej formy struktury przestrzennej będzie także zagadnieniem bardzo interesującym.

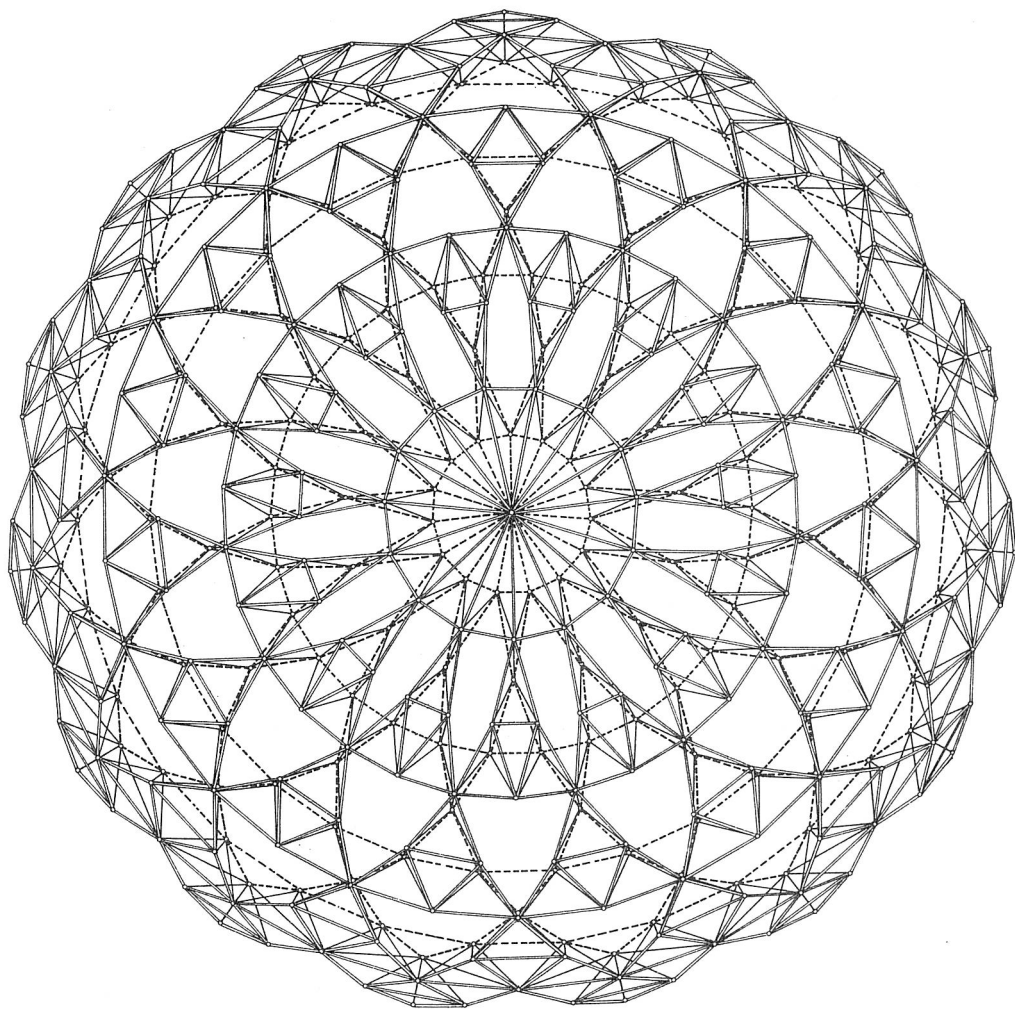
Przekrycia o dużych rozpiętościach realizowane w konstrukcjach prętowych muszą mieć także znaczną wysokość konstrukcyjną. Można ją uzyskać przez budowę takich struktur przy użyciu „dużych” modułów prętowych, co w sposób poglądowy pokazano na rys. 4.11. Struktury przestrzenne budowane w ten sposób będą składać się z dużej liczby krótkich prętów, a ich warstwy zewnętrzne będą utworzone tylko z takich prętów. Jeżeli dwa przeciwnie skierowane „duże” moduły czworościenne łączyć się będą swymi węzłami wierzchołkowymi, to węzły te zostaną połączone prętami tworzącymi w warstwie środkowej tej struktury sześciokątną siatkę prętów (rys. 4.11a). Taka postać struktury jest zbliżona do formy przedstawionej w p. 3.2 (por. rys. 3.5). Tę złożoną formę przestrzennej struktury prętowej przyjęto oznaczać jako podwójną warstwę struktury $\{TH-H/2\}$ budowaną z „dużych” modułów czworościennych, co można zapisać jako $2 \times B\{TH-H/2\}A$. Wysokość konstrukcyjna oraz długości prętów sześciokątnej siatki warstwy środkowej są tu dwukrotnie większe od podobnych wielkości struktury $2 \times \{TH-H/2\}A$.

Jeżeli czworościenne „duże” moduły prętów będą połączone ze sobą w sposób pokazany na rys. 4.11a, to taką formę struktury można także określić symbolem $B\{TH-H/2-TH\}$. Jest ona zbudowana z pięciu warstw prętów poziomych, z których jedynie trzy są siatkami ciągłymi. Dwie zewnętrzne warstwy są utworzone z prętów o jednakowych długościach. Następne dwie wewnętrzne warstwy są symetrycznie rozmieszczone wokół warstwy środkowej i mają rysunki takie, jak środkowa warstwa struktury $2 \times RB\{T-T\}A$ (patrz rys. 4.10f). Z wyjątkiem warstwy środkowej, pręty wszystkich pozostałych warstw struktury $B\{TH-H/2-TH\}$ mają tę samą długość.

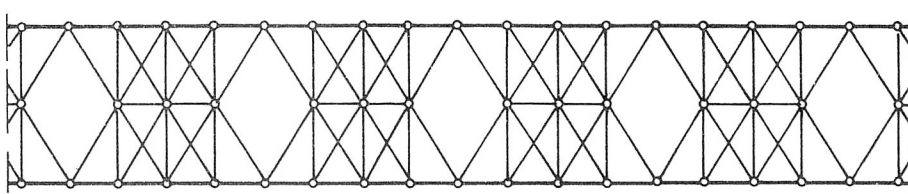
Jeżeli „duże” czworościenne moduły będą połączone ze sobą w sposób pokazany na rys. 4.11b, to utworzą powtarzalny element struktury przestrzennej, którą przyjęto oznaczać symbolem $2 \times B\{TH-H/2\}B$. Budowa wewnętrzna tej złożonej formy struktury jest podobna do budowy wewnętrznej struktury $2 \times \{TH-H/2\}B$ (por. rys. 3.6). Można ją także uważać za strukturę właściwie dwuwarstwową, gdyż jedynie zewnętrzne warstwy prętów tworzą siatki ciągłe, obydwie o rysunku trójkątno-heksagonalnym. Długości słupków i prętów przekątniowych w tej formie struktury są bardzo zróżnicowane, co w przypadku przekryć o dużych

Rys. 4.9. Schemat sferycznej formy struktury oznaczonej symbolem $RB\{T-T\}A$ o indywidualnie wykształconej strefie brzegowej
Fig. 4.9. Scheme of spherical form of the structure denoted as $RB\{T-T\}A$ with individually shaped boundary area

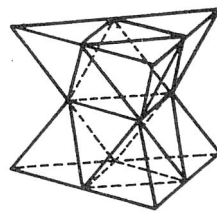




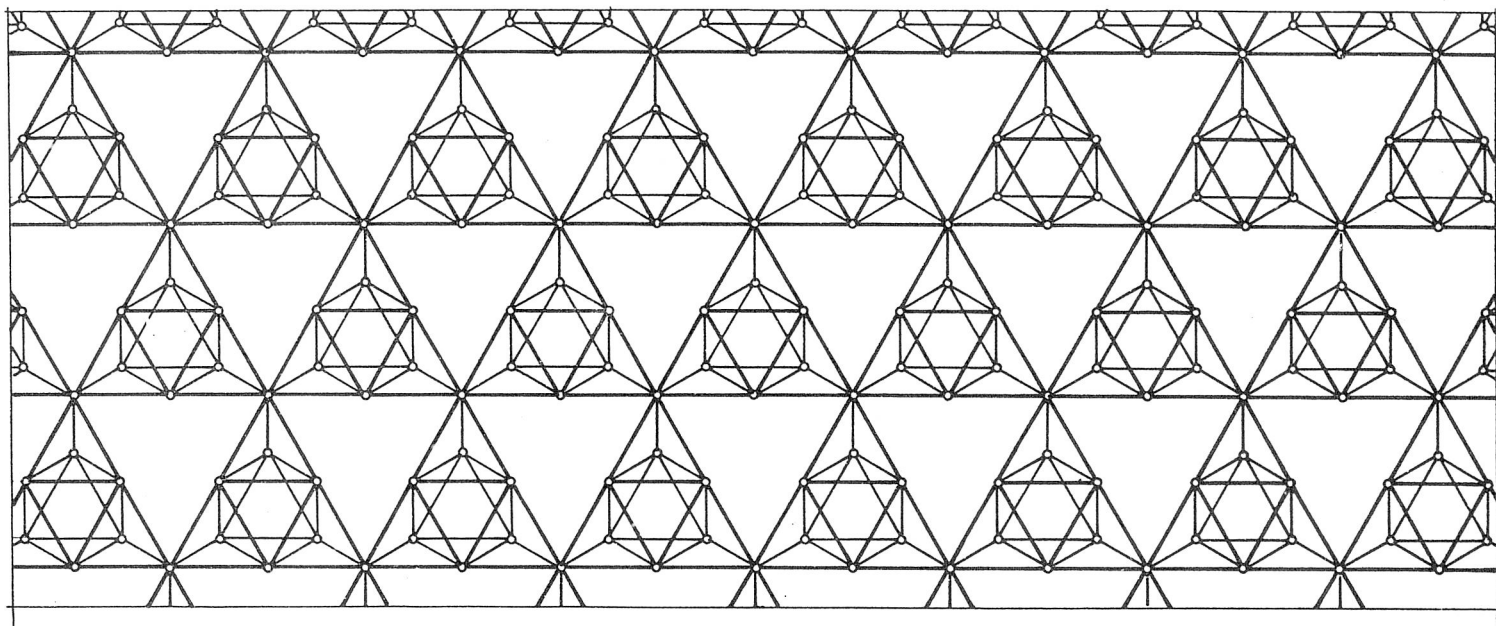
b

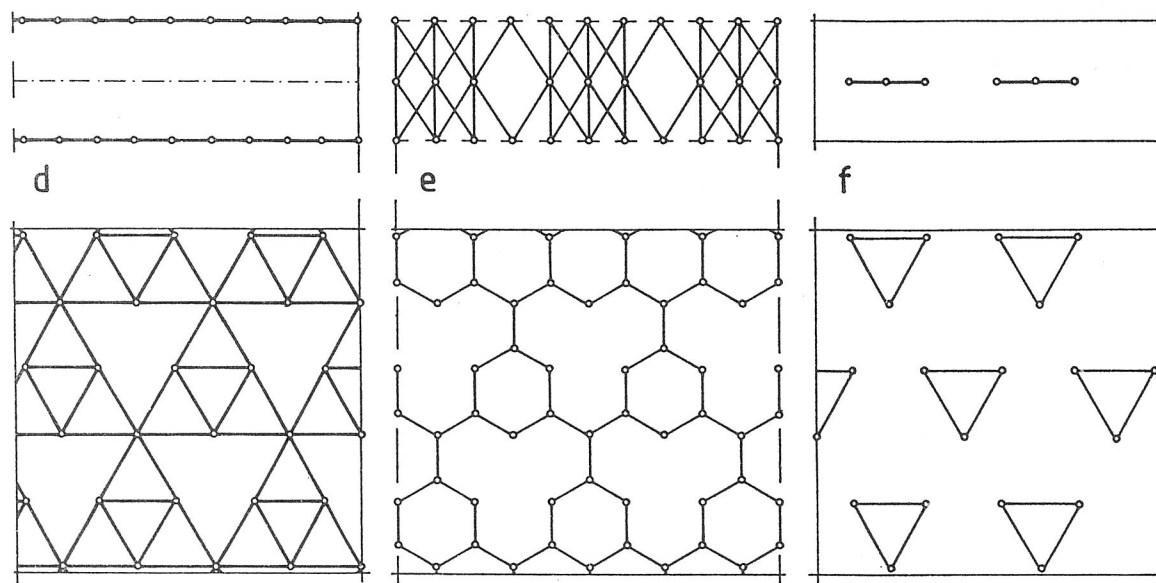


a



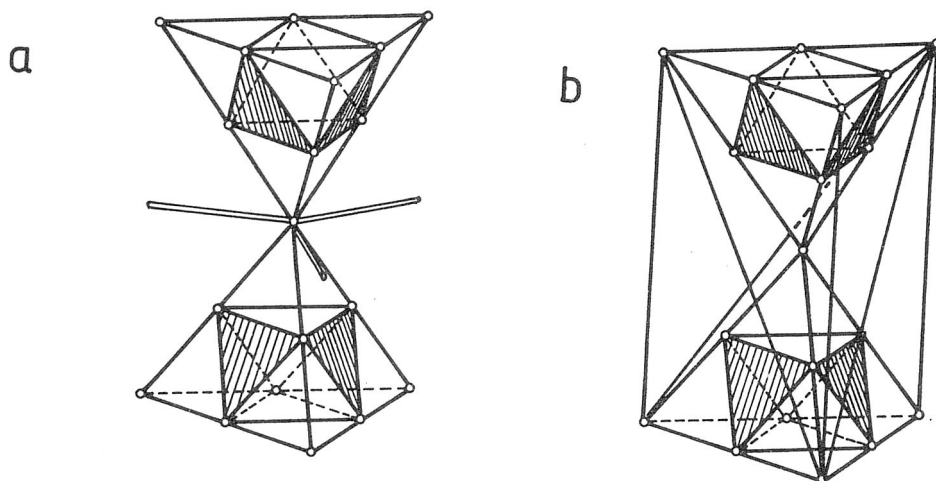
c





Rys. 4.10. Struktura przestrzenna oznaczona symbolem $2 \times RB\{T-T\}A$: a – układ prętów w powtarzalnym segmencie struktury, b – schemat przekroju poprzecznego, c – fragment rzutu poziomego, d – układ prętów w warstwach zewnętrznych, e – rozmieszczenie krzyżulców w dolnej i górnej strefie struktury, f – układ prętów w warstwie środkowej struktury $2 \times RB\{T-T\}A$

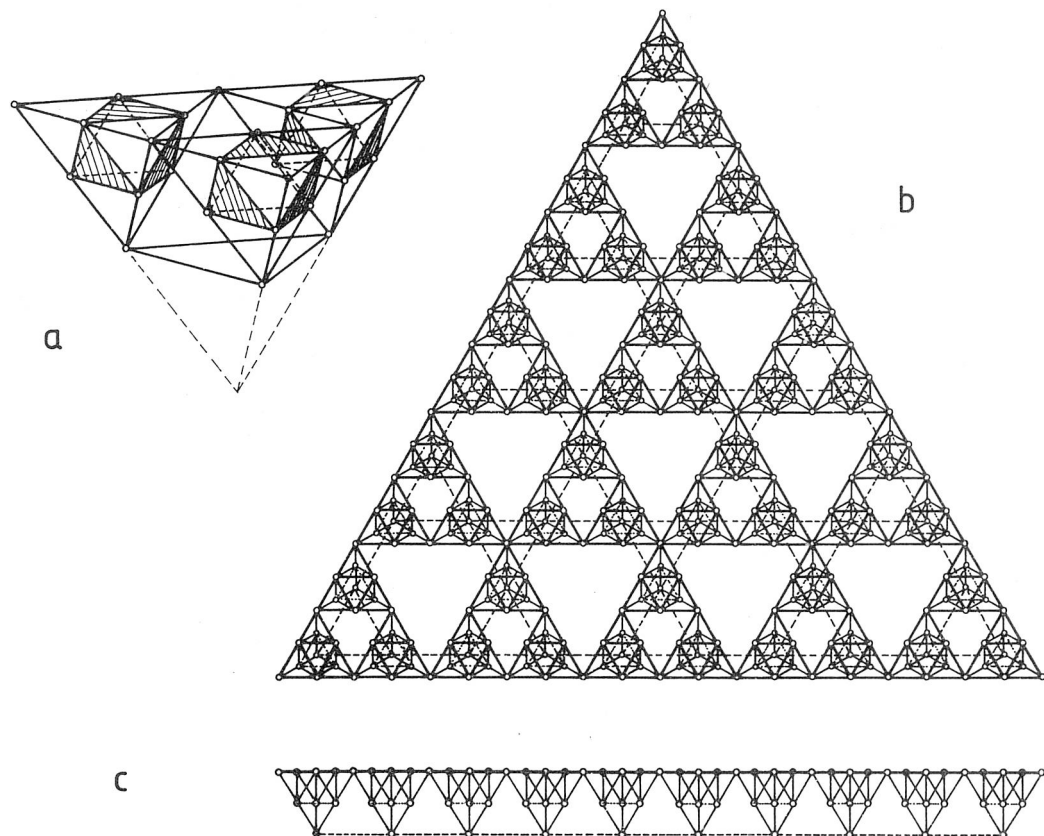
Fig. 4.10. Space structure named as $2 \times RB\{T-T\}A$: a – bar arrangement in the repeatable structure segment, b – scheme of the cross-section, c – part of the top view, d – bar arrangement in the outer layers, e – cross-braces localization in lower and upper areas of the structure, f – bar arrangement in the middle layer of the structure $2 \times RB\{T-T\}A$



Rys. 4.11. Konfiguracja prętów tworzących złożoną postać struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $B\{TH-H/2-TH\}$ lub $2 \times B\{TH-H/2\}A$ (a), moduł przestrzenny struktury $2 \times B\{TH-H/2\}B$ (b)
 Fig. 4.11. Configuration of bars creating a compound form of space structure denoted as $B\{TH-H/2-TH\}$ or $2 \times B\{TH-H/2\}A$ (a), space module of the structure $2 \times B\{TH-H/2\}B$ (b)

rozpiętościach może powodować konieczność stosowania prętów o znacznych wielkościach pól przekrojów poprzecznych. Bardzo złożona budowa wewnętrzna tych dwóch układów struktur może utrudnić ich ewentualne zastosowanie w praktyce inżynierskiej. Mimo iż wstępna analiza ich kształtów pozwala stwierdzić, że mogą one ułatwić budowę największych form przekryć, to jednak względy technologiczne i ekonomiczne mogą zadecydować o tym, że stosowanie tak złożonych form struktur przestrzennych można uznać za nieuzasadnione. Prezentacja tych dwóch ostatnich układów struktur (rys. 4.11) ma na celu ilustrację możliwości kształtowania różnych form struktur i sposobu budowy oznaczeń stosowanych do wyróżnienia poszczególnych układów.

Zredukowana postać „dużego” czworościennego modułu prętów (por. rys. 4.7a) może być podstawą do prowadzenia dalszych przekształceń. Taka forma zestawu prętów jest identyczna z konfiguracją prętów w wyodrębnionej części przestrzeni struktury $\{T-T\}$ (por. rys. 4.1a). Centralna część tego zespołu ma postać ośmiościanu foremego, który jest uzupełniony trzema pionowo skierowanymi czworościanami prętów. Przestrzeń tych czworościanów może być podzielona tak, jak pokazano to na rys. 4.2b. Uformowany w ten sposób segment jest złożony z trzech „dużych” czworościennych modułów prętowych, które ograniczają wewnętrzną przestrzeń o formie czworościanu. Zespół ten może być wyodrębniony także w przestrzeni struktury $B\{T-T\}A$ (por. rys. 4.5). Gdyby jednak uznać ten segment za górną część zredukowanej formy „dużego” czworościennego modułu prętów, którego krawędzie boczne zostały podzielone na cztery równe części, wówczas ten nowy moduł prętów będzie miał postać przedstawioną na rys. 4.12a. W porównaniu do klasycznej postaci „dużego” modułu prętów, ten pokazany na rys. 4.12a ma dwukrotnie gęstszy podział krawędzi bocznych, a jego wnętrze jest wypełnione trzema „dużymi” modułami, uzupełnionymi pustą przestrzenią w formie ośmiościanu. Ten „pusty” ośmiościan ma krawędzie o długości dwukrotnie większej od długości prętów tworzących tak złożony układ bryłowy. Zbudowaną w ten sposób strukturę przestrzenną, o rzucie poziomym i schemacie przekroju poprzecznego pokazanych na rys. 4.12b i c, można określić jako złożoną ze zredukowanych „dużych”



Rys. 4.12. Postać modułu prętowego struktury oznaczonej symbolem $RDB\{T-T\}A$ (a), rzut poziomy (b), schemat przekroju poprzecznego (c)

Fig. 4.12. Bar module form of the structure denoted as $RDB\{T-T\}A$ (a), the top view (b), scheme of the cross-section (c)

modułów prętowych o podwójnej gęstości wewnętrznego podziału. Dlatego tę formę złożonej struktury przestrzennej przyjęto oznaczać jako $RDB\{T-T\}A$.

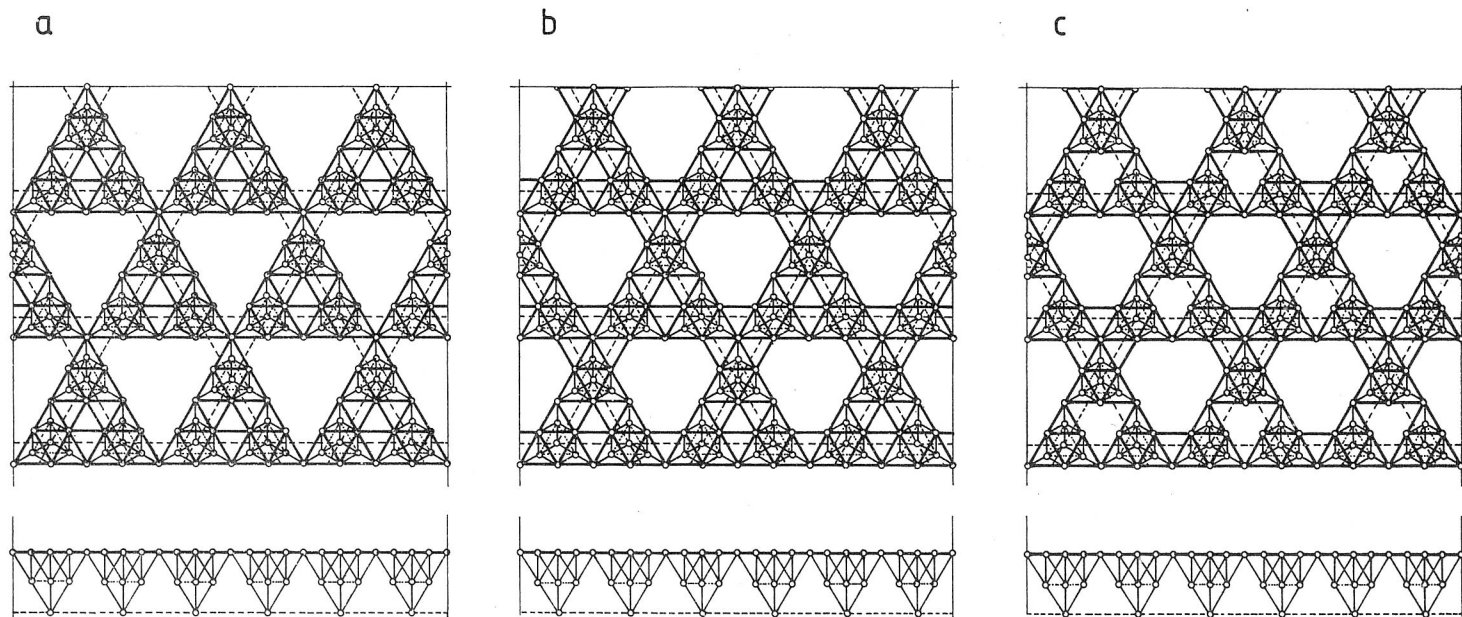
Ta forma struktury, mimo istnienia w jej wnętrzu trzech warstw prętów poziomych, może być uważana za strukturę dwuwarstwową, gdyż tylko pręty warstw dolnej i górnej tworzą siatki ciągle. Warstwa górna ma postać zbliżoną do kształtu siatki górnej prętów struktury $B\{T-T\}A$. Dolna, zewnętrzna warstwa jest utworzona z prętów o długościach dwukrotnie większych niż pręty pozostałych warstw i ma postać siatki trójkątno-heksagonalnej. Tak jak w strukturze $B\{T-T\}A$ oraz np. w strukturze $2 \times RB\{T-T\}A$, pręty w warstwie środkowej struktury $RDB\{T-T\}A$ tworzą oddzielne pola. Ze względu na korzystny układ długości prętów w poszczególnych warstwach tej struktury, może ona być uważana za jedną z najbardziej korzystnych propozycji układu konstrukcyjnego przekryć o dużych rozpiętościach. To stwierdzenie odnosi się do układu geometrycznego prętów, a ewentualne potwierdzenie jego

prawdziwości odnośnie zalet natury konstrukcyjnej będzie możliwe po dokonaniu analizy statyczno-technologicznej proponowanej formy struktury przestrzennej.

Struktura przestrzenna oznaczona symbolem $RDB\{T-T\}A$ może być przedmiotem dalszych przekształceń geometrycznych zmierzających do poszerzenia zakresu form struktur i późniejszego wyboru najbardziej ekonomicznych rozwiązań. Najprostsze formy tych przekształceń polegają na powiększeniu lub redukcji liczby prętów w górnej warstwie takiej struktury. Trzy przykładowe formy proponowanej struktury przedstawiono na rys. 4.13. Układ prętów w górnej warstwie omawianej struktury, uzupełniony prętami w obszarach pomiędzy górnymi ścianami „dużych” modułów czworościennych i przedstawiony na rys. 4.13a, przyjęto oznaczać symbolem $RDB\{T-T\}B$. Jeżeli w tak uzupełnionej siatce prętów warstwy górnej dodatkowe pręty zostaną umieszczone w narożach „pustych” trójkątnych pól w sposób pokazany na rys. 4.13b, to uzyska się w tej warstwie rysunek prętów tworzący układ trzech przenikających się grup pasów złożonych z trójkątnych pól. Tę postać struktury przyjęto oznaczać symbolem $RDB\{T-T\}C$ i ze względu na typ siatki trójkątnej w górnej warstwie prętów może ona mieć wiele możliwych zastosowań. Przykład innej formy omawianej grupy struktur pokazano na rys. 4.13c. W tym kształcie w rysunku warstwy górnej struktury pokazanej na rys. 4.13b zredukowano pręty, które znajdowały się w centralnych strefach o najgęstszych podziałach górnej siatki prętów. Tę formę struktury (rys. 4.13c) oznaczono symbolem $RDB\{T-T\}D$.

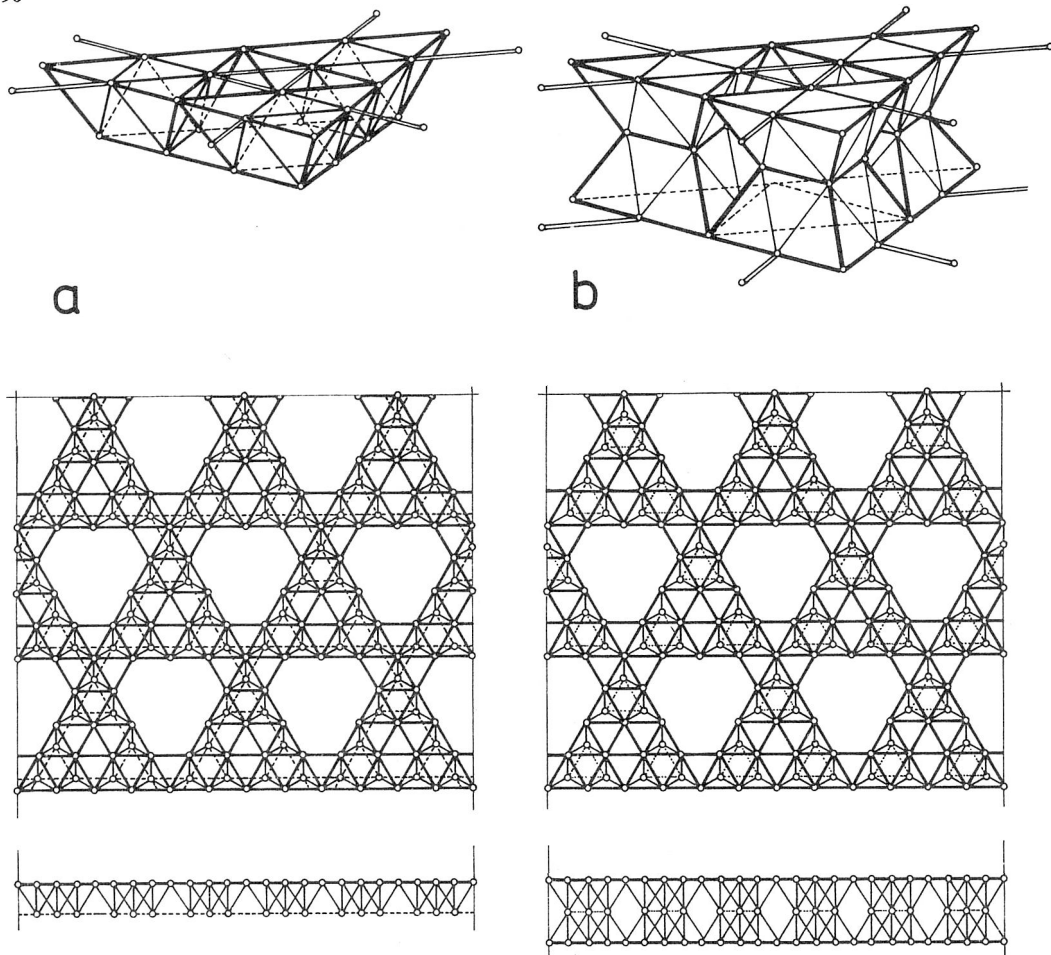
Układ prętów struktur typu $RDB\{T-T\}$ może także być przedmiotem dalszych przekształceń. Ze względu na znacznie ograniczoną liczbę prętów w ich warstwach górnych, układy struktur będące rezultatem takich przekształceń muszą być poddane kompleksowej analizie statycznej. W tym przypadku reguły mówiące o rozpatrywaniu wyróżnionych w ich wnętrzu brył podstawowych i liczby ich ścian oraz liczby prętów i węzłów w przestrzeni danej struktury, w celu stwierdzenia geometrycznej niezmienności danego układu, mogą okazać się niewystarczające [32]. Na rysunku 4.14 przedstawiono rezultaty przekształceń struktury $RDB\{T-T\}C$. Schemat pierwszego z tych przekształceń pokazano na rys. 4.14a. Wyróżniony na tym rysunku układ prętów jest górną częścią struktury $RDB\{T-T\}C$ powstałą przez odcięcie jej dolnej partii. Oddzielne, trójkątne pola dawnej warstwy środkowej uzupełniono prętami w taki sposób, że obecnie dolna warstwa prętów nowej struktury tworzy ciągłą siatkę trójkątno-heksagonalną. Struktura uformowana tym sposobem składa się wyłącznie z prętów o jednakowych długościach i ma postać klasycznej struktury dwuwarstwowej o względnie niewielkiej liczbie prętów przypadających na jednostkę przekrywanej powierzchni. Ten przestrzenny układ prętów przyjęto oznaczać symbolem $1/2RDB\{T-T\}C$.

Schemat struktury będącej odpowiednim złożeniem dwóch warstw struktury poprzedniej pokazano na rys. 4.14b. Taką formę struktury przestrzennej przyjęto określać symbolem $2 \times 1/2RDB\{T-T\}C$. Bardzo złożony układ prętów pozwala na budowę struktury o dużej sztywności przestrzennej, która składa się z prętów o jednakowych długościach. Wysokość konstrukcyjna struktury $2 \times 1/2RDB\{T-T\}C$ jest taka sama, jak struktury $RDB\{T-T\}C$, a ciężar konstrukcji tej ostatniej przypadający na jednostkę przekrywanej powierzchni będzie mniejszy niż struktury $2 \times 1/2RDB\{T-T\}C$. Prezentacja dwóch ostatnich układów struktur (rys. 4.14) ilustruje możliwości różnorodnego kształtowania form struktur prętowych oraz sposób budowy oznaczeń ich geometrii. Oceny funkcjonalnej przydatności danego układu na potrzeby konstrukcji różnych form przekryć można dokonać na podstawie kompleksowej analizy statycznej, technologicznej i ekonomicznej. Wybór rozwiązań najbardziej efektyw-



Rys. 4.13. Przykłady rzutów poziomych i schematów przekrojów poprzecznych: a – struktury $RDB\{T-T\}B$, b – struktury $RDB\{T-T\}C$, c – struktury $RDB\{T-T\}D$

Fig. 4.13. Examples of top views and schemes of cross-sections: a – of the structure $RDB\{T-T\}B$, b – of the structure $RDB\{T-T\}C$, c – of the structure $RDB\{T-T\}D$

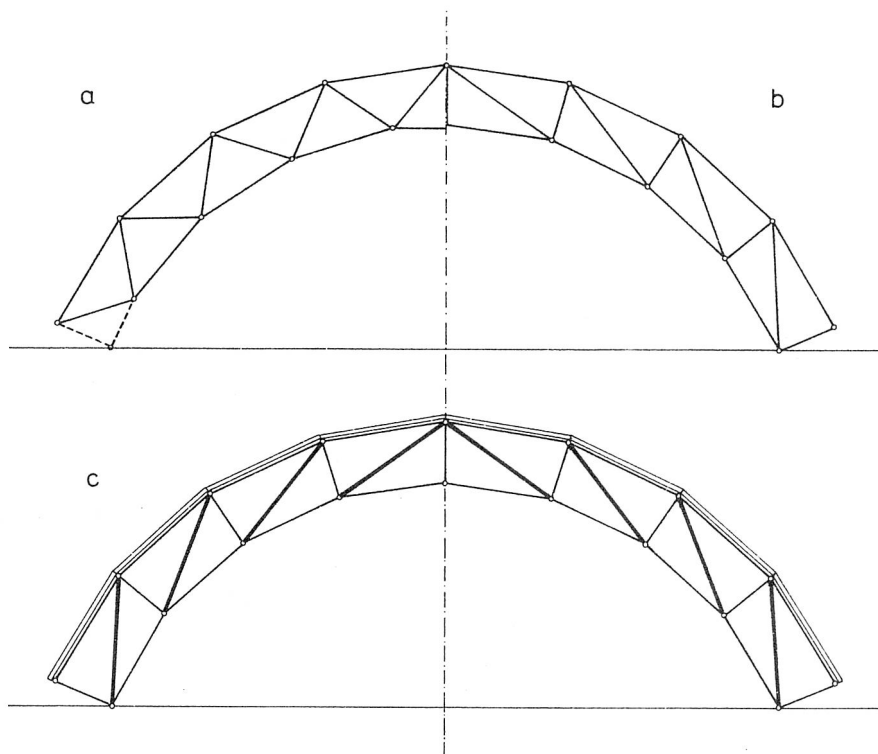


Rys. 4.14. Schematy budowy struktury przestrzennej oznaczonej jako $1/2 RDB\{T-T\}C$ (a), układ prętów w przestrzeni struktury oznaczonej symbolem $2 \times 1/2 RDB\{T-T\}C$ (b)

Fig. 4.14. Schemes of the space structure denoted as $1/2 RDB\{T-T\}C$ (a), bar arrangement in space of the structure denoted as $2 \times 1/2 RDB\{T-T\}C$ (b)

nych może nastąpić po przeprowadzeniu analizy porównawczej poszczególnych układów prętów. Przedstawiane formy struktur przestrzennych mają charakter propozycji, w procesie kształtowania których stosowano ogólne zasady budowy ustrojów kratowych.

Formą elementarną, która posłużyła do budowy wszystkich prezentowanych w tym punkcie układów prętów, była struktura przestrzenna określona jako $\{T-T\}$ (por. rys. 4.1). W swej klasycznej postaci struktura ta, oprócz dużej sztywności przestrzennej, odznacza się znaczną elastycznością w kształtowaniu jej wyrazu plastycznego. Przestrzenny układ prętów tej struktury może być wykorzystany np. do budowy kopuł o geometrii spiralno-równoleżnikowej o interesującej formie architektonicznej i korzystnych warunkach oświetlenia ich wnętrza światłem naturalnym. W przypadku zastosowania tej struktury jako konstrukcji dwuwarstwowej kopuły siatkowej, dolne koncentryczne pasy prętów poziomych takiej formy kopuły będą utworzone z nieparzystej liczby odcinków. Gdyby ta kopuła była wykonywana w

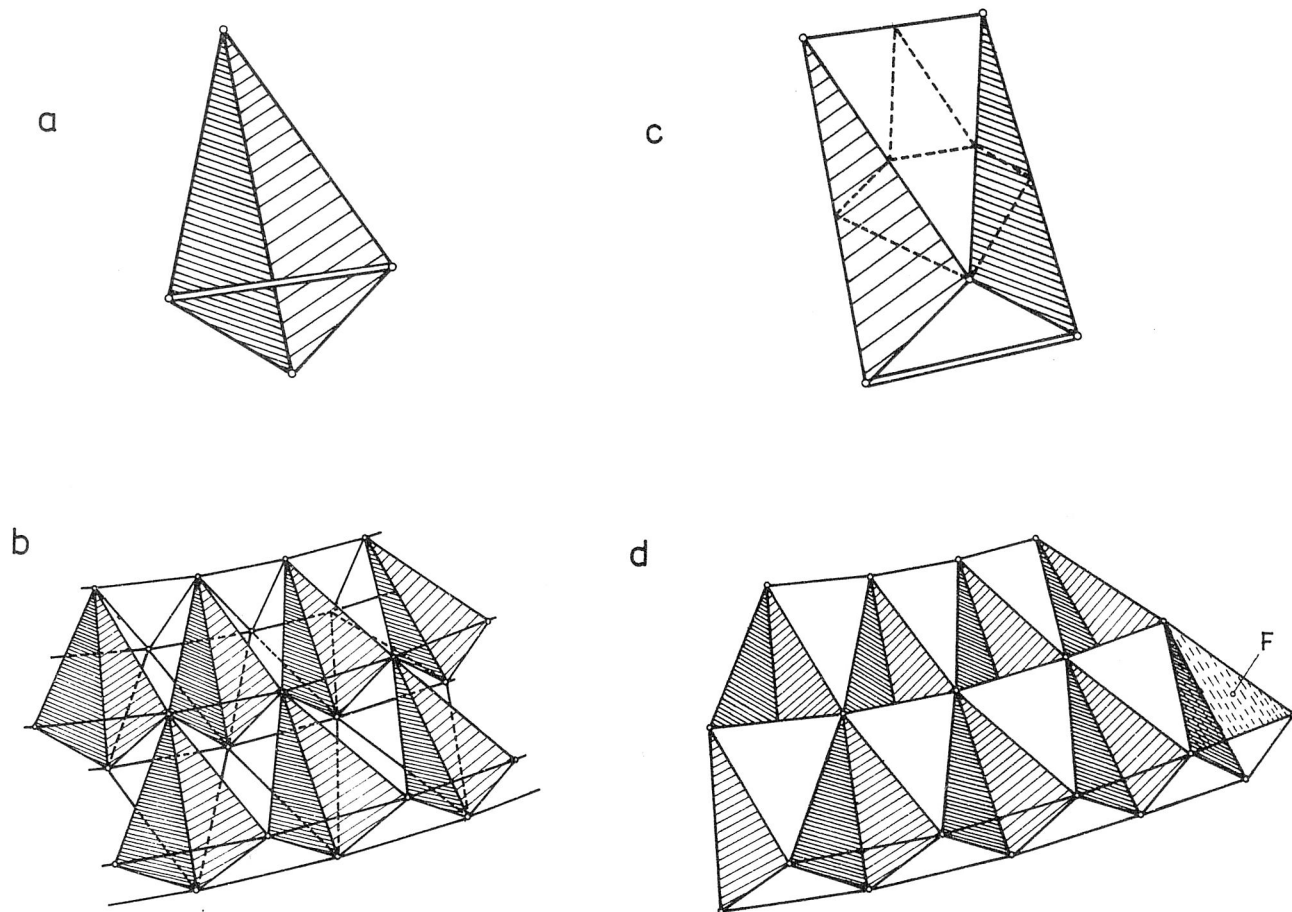


Rys. 4.15. Propozycja przekształcenia układu krzyżulców w schemacie przekroju poprzecznego kopuły siatkowej budowanej za pomocą struktury przestrzennej $\{T-T\}$

Fig. 4.15. Proposal of transforming the cross-brace arrangement in the scheme of the cross-section of the dome built by means of the space structure $\{T-T\}$

klasycznym układzie struktury $\{T-T\}$, wówczas schemat jej przekroju poprzecznego byłby taki, jak to pokazano w sposób poglądowy na rys. 4.15a.

Sposób przekształcenia tego układu prętów polegał na przesunięciu części krzyżulców tak, aby w przekroju poprzecznym znajdowały się one w płaszczyznach prostopadłych do powierzchni sferycznej (patrz rys. 4.15b). Odległości pomiędzy dwiema zewnętrznymi warstwami prętów są w całej kopule takie same. Krzyżulce ukośne łączą węzły warstwy górnej z odpowiednimi węzłami warstwy dolnej, znajdującymi się w pasie położonym niżej. Ten przekształcony układ prętów sferycznej struktury przestrzennej $\{T-T\}$ został wykorzystany w celu nadania tej kopule indywidualnej formy architektonicznej oraz dogodnych warunków oświetlenia jej wnętrza. Cel ten może być osiągnięty poprzez odpowiednie rozmieszczenie paneli pokrycia dachowego z równoczesnym usytuowaniem dodatkowych elementów płaszczyznowych w przestrzeniach pomiędzy wybranymi prętami. Elementy pokrycia dachowego będą zamocowane w węzłach górnej warstwy prętów. Płaskie elementy usytuowane pomiędzy krzyżulcami i prętami warstwy górnej lub dolnej miałyby głównie za zadanie osłonę wnętrza przed bezpośrednią operacją promieni słonecznych i w połączeniu z innymi elementami pozwolić na oświetlenie jej wnętrza światłem rozproszonym (rys. 4.16).



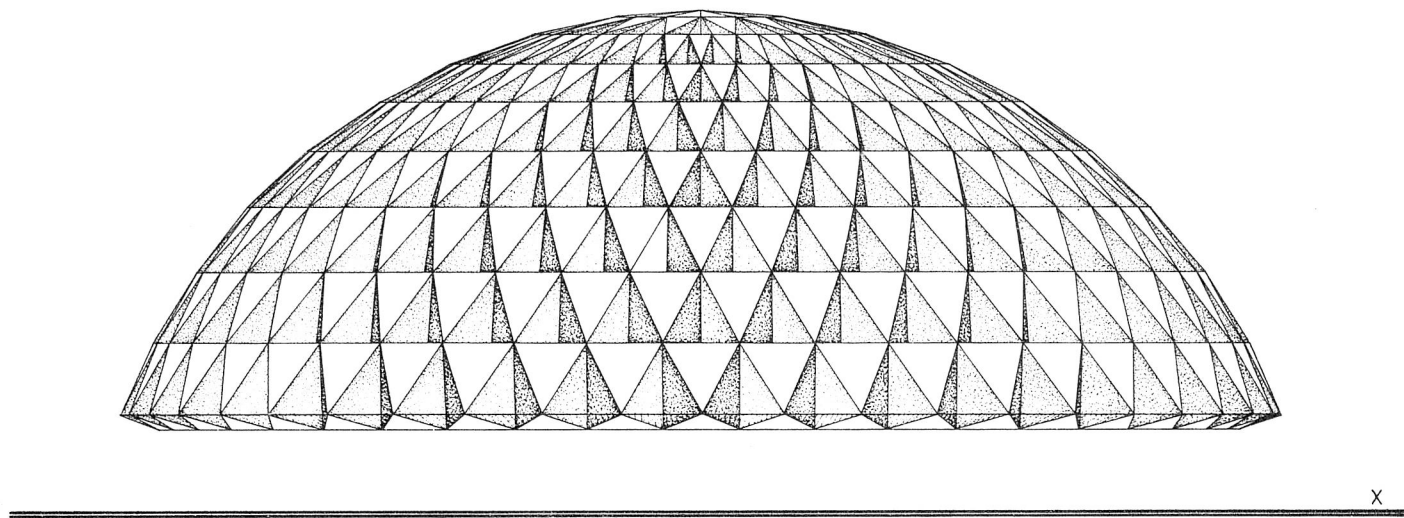
Rys. 4.16. Postacie elementów modularnych usytuowanych w przestrzeni struktury $\{T-T\}$ proponowanej jako konstrukcja kopuły siatkowej
 Fig. 4.16. Shapes of modular elements situated in the space of the structure $\{T-T\}$ proposed as the construction of the ring-net dome

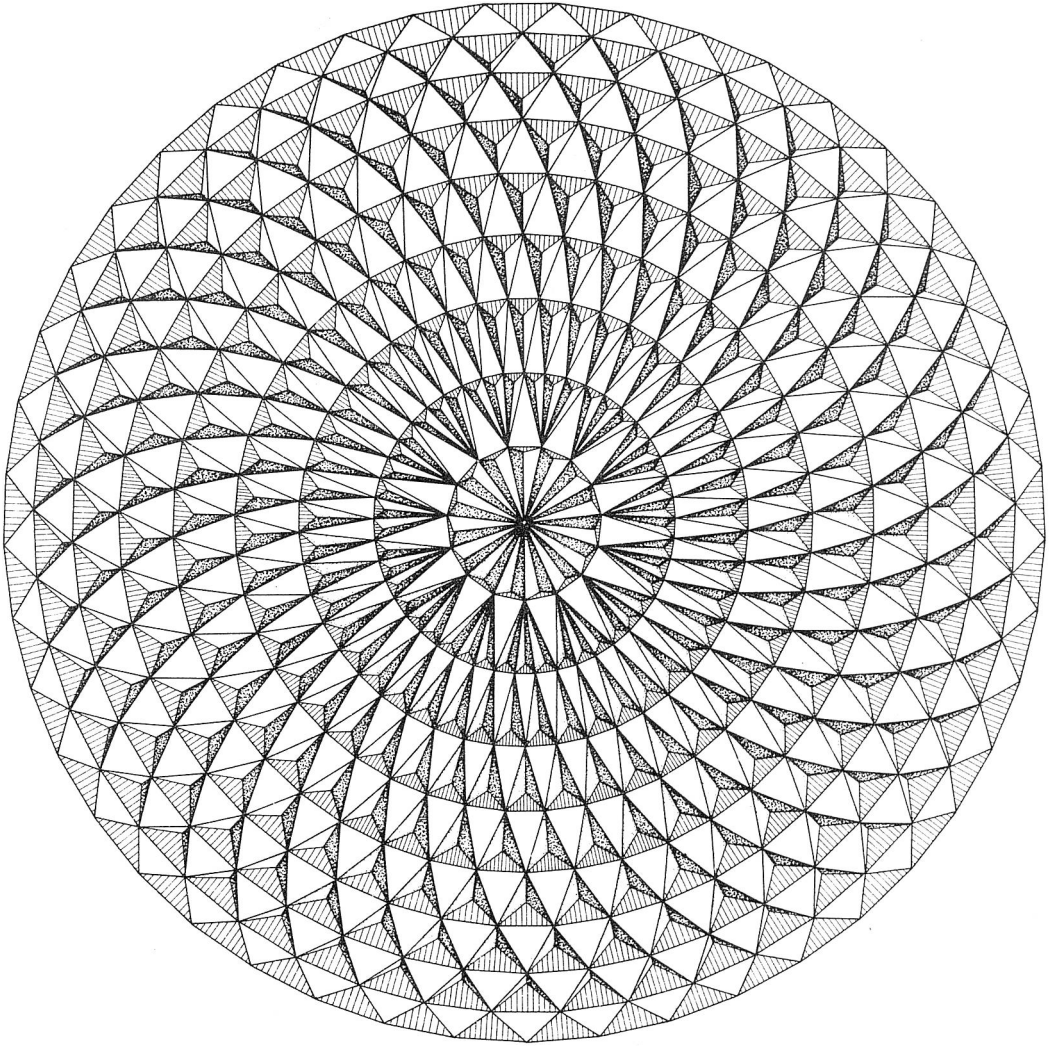
W przypadku proponowanej struktury wspomniane wyżej dodatkowe elementy płaszczyznowe mogą pełnić jedynie rolę składników wystroju architektonicznego, nie pełniąc żadnej funkcji konstrukcyjnej, przy odpowiedniej zaś swej konstrukcji mogą one także uczestniczyć w przenoszeniu sił wywołanych obciążeniem tej struktury. Na rysunku 4.16a przedstawiono schemat czworosściennego modułu, w którym dwie jego ściany zostały wypełnione lekkimi, trójkątnymi ekranami. Te płaskie, samonośne ekrany są zamocowane w węzłach takiej sferycznej struktury prętowej i znajdują się w przestrzeni pomiędzy zewnętrznymi warstwami jej prętów (patrz rys. 4.16b). Znaczne zróżnicowanie długości prętów, które jest wynikiem dokonanego uprzednio przekształcenia, nie jest korzystną cechą tego układu prętów w przypadku jego zastosowania do konstrukcji przekrycia o znacznej rozpiętości. W celu zmniejszenia długości wybozeniowej prętów głównych tego układu rozmieszczono, w wybranych trójkątnych polach, dodatkową liczbę prętów. Na rysunku 4.16c lokalizację dodatkowych prętów przykładowo zaznaczono liniami przerywanymi. Przedstawiony na tym rysunku przykład rozmieszczenia prętów może być podstawą do uformowania innego rodzaju modułu konstrukcyjnego dwuwarstwowej kopuły siatkowej. W skład tego modułu wchodzić będą także obszary trójkątne, zawarte pomiędzy wybranymi prętami warstwy górnej. W tych polach będą sytuowane klasyczne panele pokrycia dachowego. Liczba różnych modułów będzie równa liczbie koncentrycznych, poziomych pasm tej kopuły. Założone warunki oświetlenia wnętrza tego przekrycia światłem naturalnym można uzyskać poprzez naprzemienne ułożenie klasycznych i okiennych paneli pokrycia dachowego w węzłach górnej warstwy prętów. Dopełnieniem zamierzonej formy są płaskie ekrany usytuowane tak, jak pokazano to na rys. 4.16b. Okienne panele przekrycia dachowego F (rys. 4.16d) będą stanowić połowę ogólnej liczby wszystkich paneli tego pokrycia. Dodatkowe elementy okienne mogą być rozmieszczone w trójkątnych polach zawartych pomiędzy poziomymi prętami warstwy dolnej a krzyżulcami, łączącymi bezpośrednio obwodowe pręty obydwu warstw. Odpowiednia konstrukcja tych dodatkowych elementów okiennych może umożliwiać pełną regulację oświetlenia wnętrza tej kopuły światłem naturalnym. Uzyskaną w ten sposób formę architektoniczną dwuwarstwowej kopuły siatkowej przedstawiono na rys. 4.17. Jeden z wariantów rozwiązania strefy podporowej tej kopuły przedstawiono schematycznie na rys. 4.18.

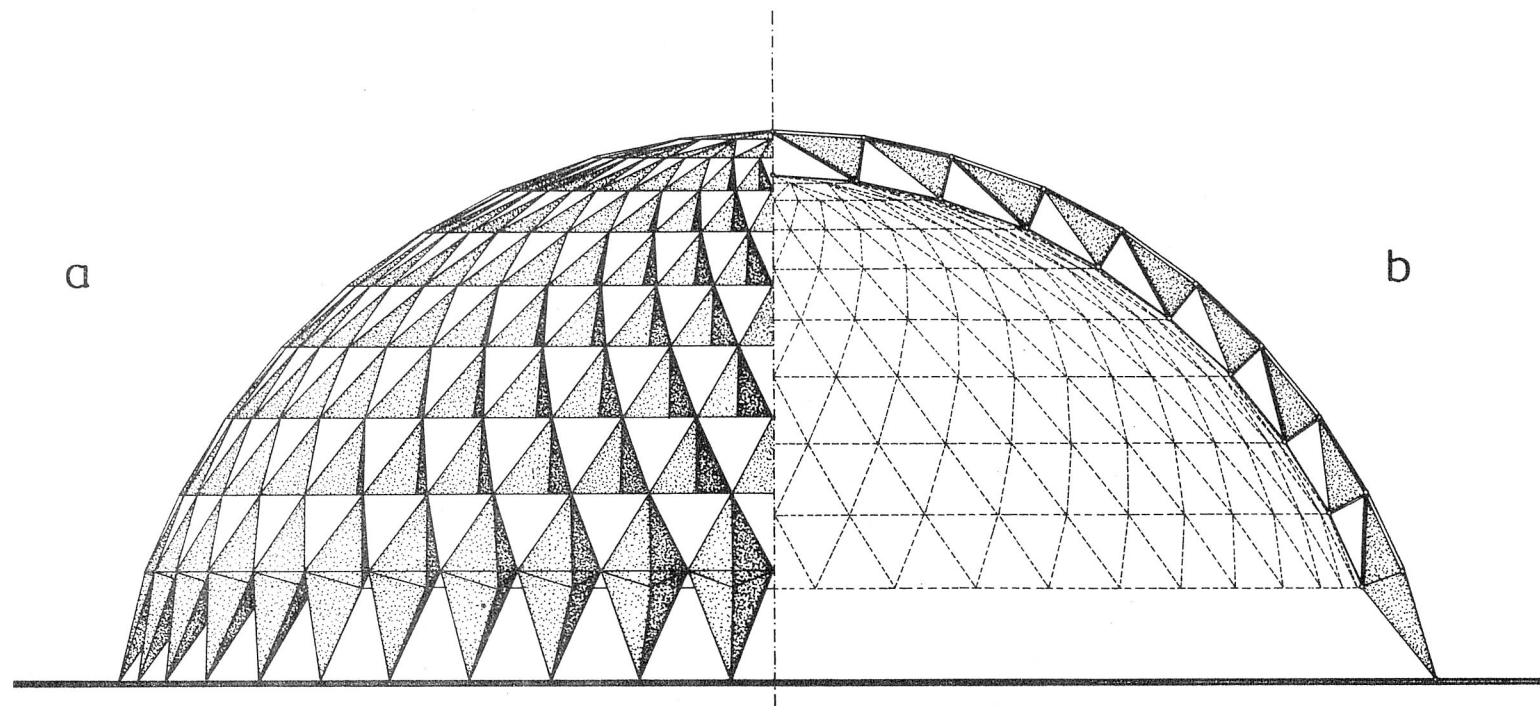
Ze względów konstrukcyjnych węzły podporowe przyjęto lokalizować w krawędziowym pasie tej warstwy górnej [83]. Schemat przekroju poprzecznego tej kopuły oraz układów prętów bądź krawędzi elementów modularnych w poszczególnych jej warstwach przedstawiono na rysunku 4.18. W zaprezentowanym na rys. 4.17 kształcie dwuwarstwowej kopuły siatkowej jej dolne, krawędziowe pasy prętów poziomych składają się z nieparzystej liczby odcinków. Dla przyjętego układu krzyżulców, będącego rezultatem przekształcenia geometrycznego pokazanego na rys. 4.15, zaproponowano sposób redukcji liczby prętów łączących się w węźle zwornikowym tej kopuły. W drugim od zwornika koncentrycznym pasie, którego dolna granica jest utworzona z 45 prętów poziomych, w warstwie dolnej i górnej są uformowane grupy złożone z trzech prętów. Kierunki tych trzech prętów ogniskują się w jednym węźle wyżej położonego, poziomego pasa prętów. Pas ten składa się już tylko z 15 prętów. Taka sama liczba prętów łączy się w węzłach zwornikowych dolnej i górnej siatki prętów. Usytuowanie krzyżulców w tym pasie jest zgodne z regułą podaną uprzednio i jest dostosowane do sposobu grupowania prętów w zewnętrznych warstwach kopuły.

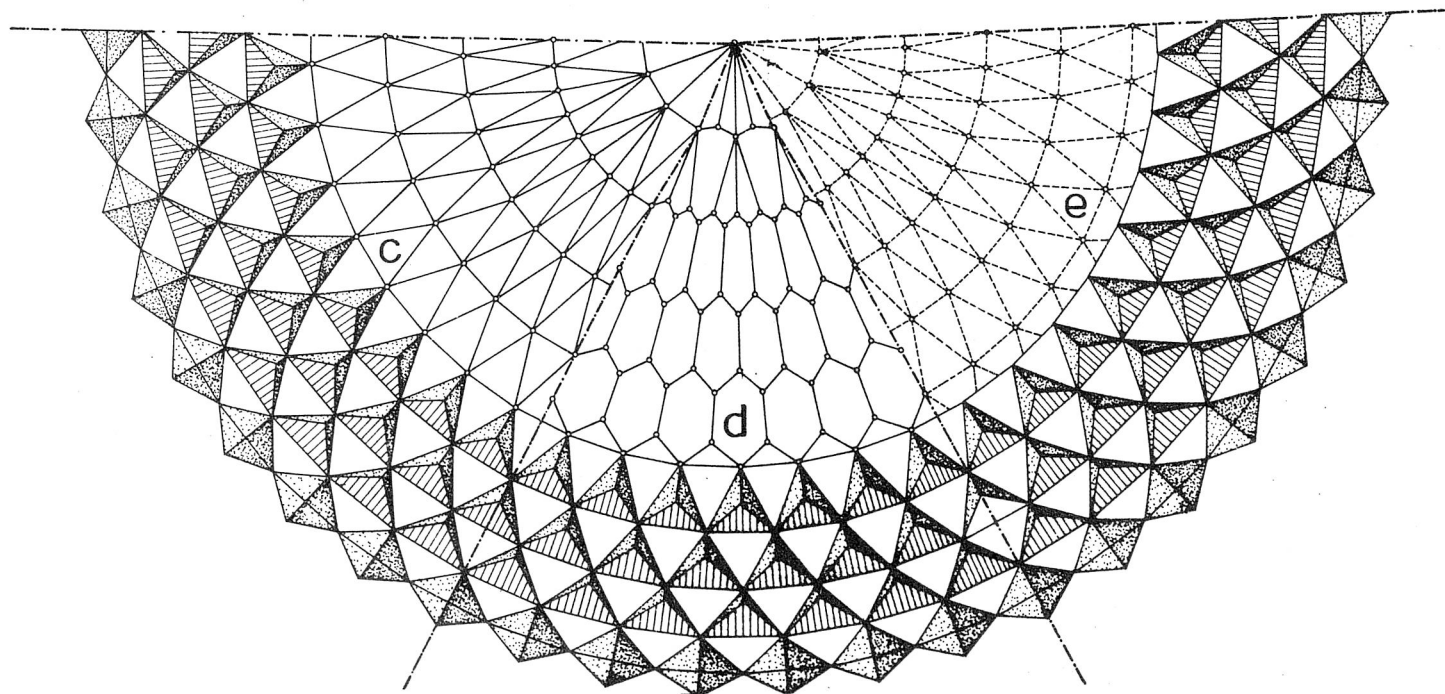
Struktura przestrzenna w formie kopuły uformowanej w opisany sposób może być podparta w różnorodnie ukształtowanych strefach brzegowych. Na rysunku 4.19 przedsta-

Rys. 4.17. Elewacja i rzut poziomy kopuły siatkowej o zaproponowanej formie architektonicznej skierowanej na zewnątrz przekrycia
Fig. 4.17. Elevation and horizontal projection of the ringnet dome of proposed architectonic form directed to the outside of the cover



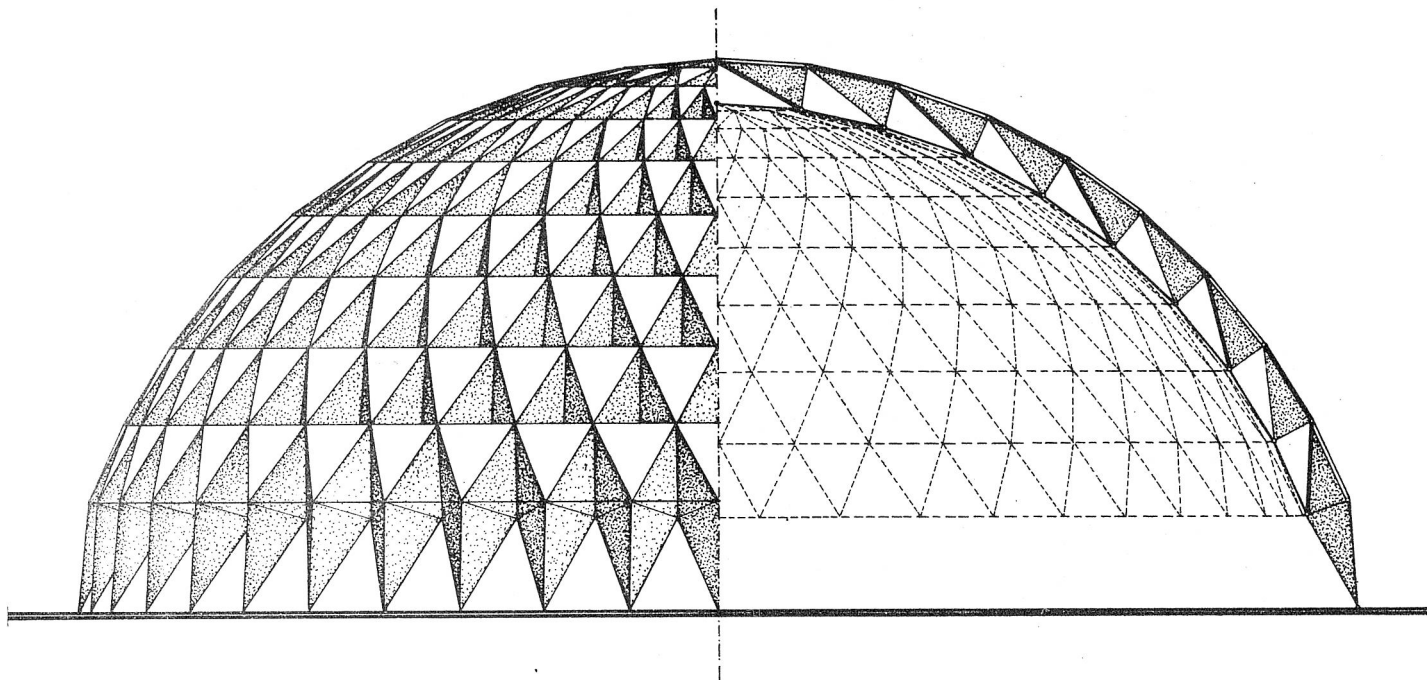




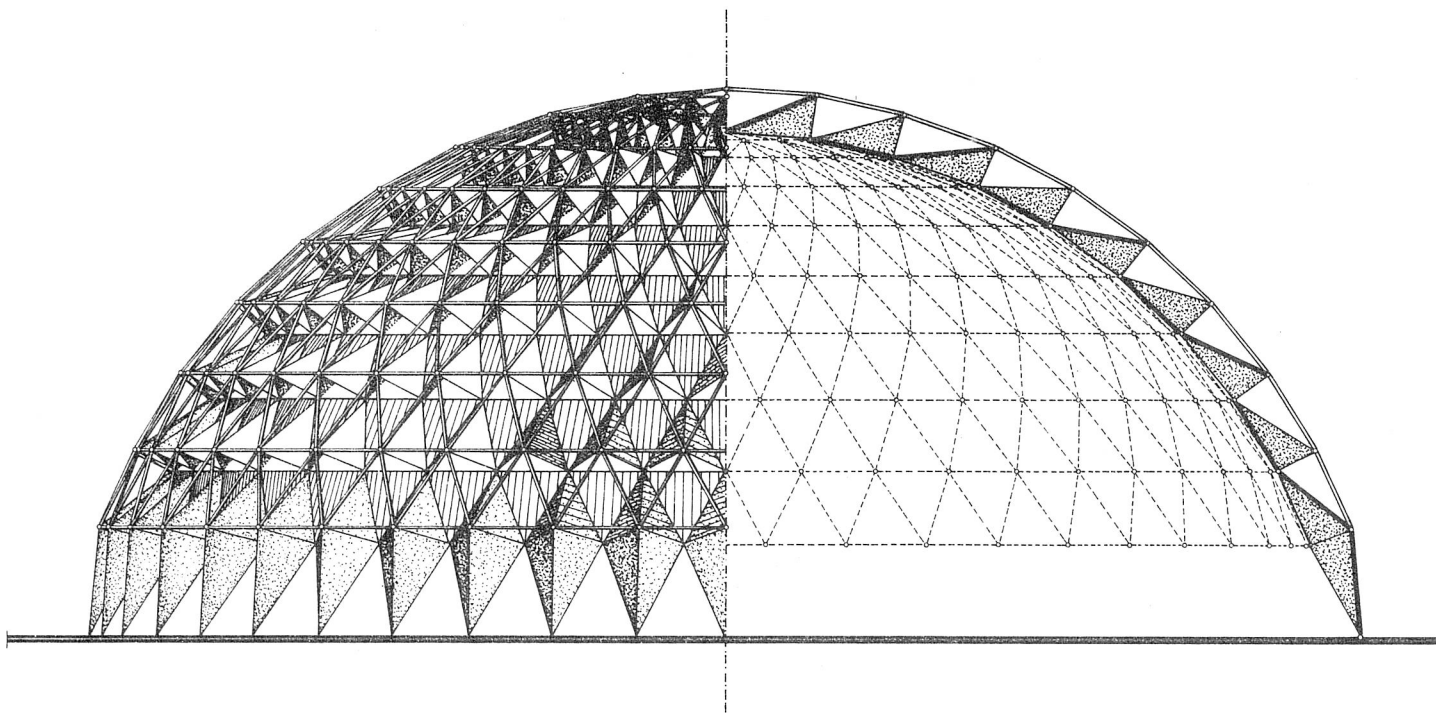


Rys. 4.18. Schemat elewacji jednej z form ukształtowania strefy podporowej (a), schemat przekroju poprzecznego (b), układ prętów w warstwie górnej (c), układ krzyżulców (d), pręty warstwy dolnej (e)

Fig. 4.18. Scheme of the elevation of one of the forms shaping the support area (a), scheme of the cross-section (b), bar arrangement in the upper layer (c), arrangement of the cross-braces (d), bars of the lower layer (e)



Rys. 4.19. Przykład innego sposobu uformowania strefy brzegowej kopuły wykonanej z przekształconej postaci struktury $\{T-T\}$
Fig. 4.19. Example of a different way of forming the boundary area of the dome built from the transformed structure $\{T-T\}$



Rys. 4.20. Schemat elewacji i przekroju poprzecznego kopuły o proponowanej formie architektonicznej zwróconej ku wnętrzu przekrycia
Fig. 4.20. Scheme of elevation and cross-section of the dome of the proposed architectonic view directed to the inside of the cover

wiono schemat takiego rozwiązania, w którym, w odróżnieniu od przykładu pokazanego na rys. 4.18, czworościenne elementy podporowe są usytuowane w innych polach brzegowego pasma prętów. Ponadto węzły podporowe ulokowano na powierzchni środkowej, która znajduje się w jednakowej odległości od sferycznych powierzchni węzłów warstw dolnej i górnej. Także w tym przypadku uzyskana forma architektoniczna kopuły jest eksponowana na zewnątrz. Zapewniając dogodne warunki oświetlenia wnętrza, forma ta może ulec odwróceniu w celu skierowania jej ku wnętrzu przekrycia. Ten wariant rozwiązania może okazać się szczególnie przydatny do budowy tego typu przekryć w tych regionach, gdzie śnieg może zalegać przez znaczną część roku. W takim przypadku pokrycie zewnętrzne może się składać wyłącznie z przezroczystych paneli dachowych (rys. 4.20). W tym przypadku węzły podporowe usytuowano także w płaszczyźnie środkowej prezentowanej formy przekrycia.

Ta szkicowo przedstawiona postać struktury przestrzennej może podlegać uzupełnieniom i przekształceniom geometrycznym prowadzonym w celu uzyskania możliwie szerokiego zakresu form architektonicznych przekryć realizowanych przy użyciu właściwie jednego rodzaju konstrukcji. Rezultaty tych przekształceń muszą być poddane analizie statycznej i technologicznej, w trakcie dokonywania których muszą być uwzględnione różne własności materiałów stosowanych do budowy tego rodzaju struktur. Prezentowane przykłady przekryć kopułowych ilustrują możliwości kształtowania formy architektonicznej obiektów budowanych przy użyciu struktury przestrzennej $\{T-T\}$, której budowa wewnętrzna była podstawą formowania grupy struktur prezentowanych w tym rozdziale.

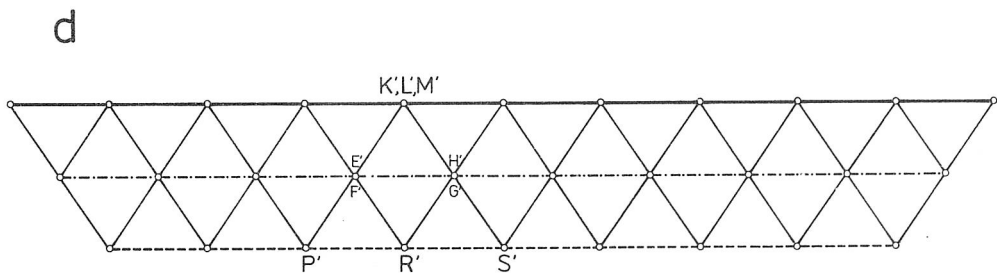
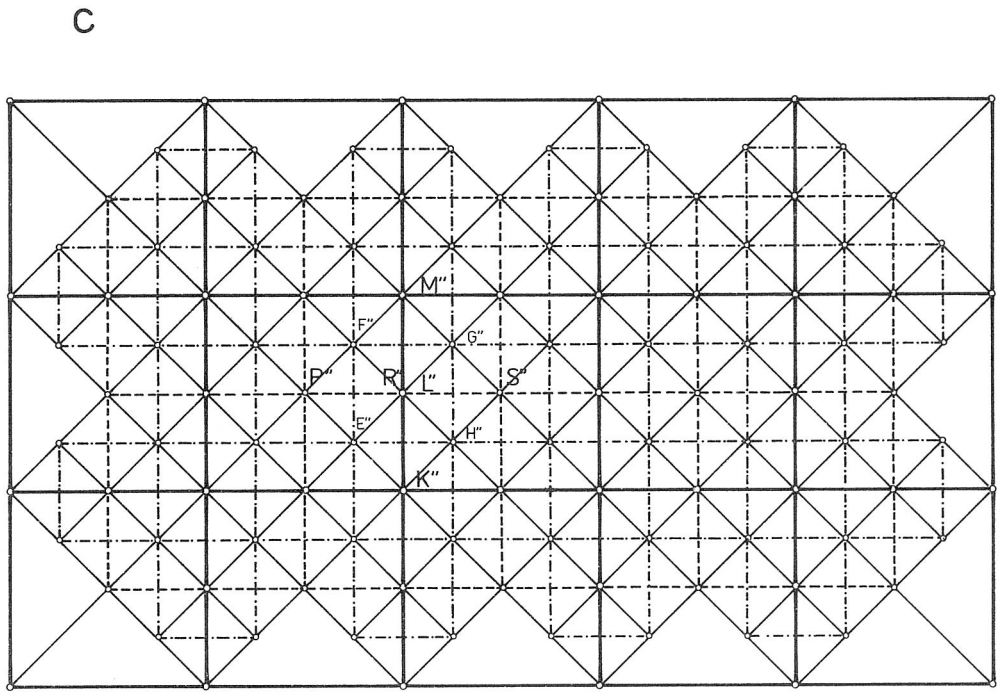
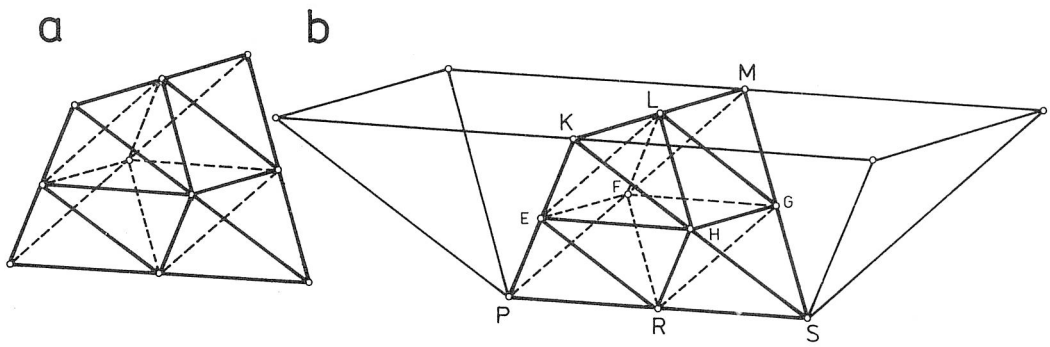
5. Grupy struktur formowane z modułów wypełniających połówki ośmiościanów

5.1. Struktury budowane z przekształconej formy modułów prętowych

Forma czworościennego modułu prętów (patrz rys. 4.2b), którego krawędzie boczne są podzielone na dwie równe części, a w każdej ze ścian można wyróżnić cztery trójkątne pola, będzie także elementem podstawowym w procesie kształtowania budowy wewnętrznej struktur przedstawionych w tym rozdziale. Podstawowa forma czworościanu może być różnie usytuowana w przestrzeni danej struktury. Na rysunku 5.1a przedstawiono konfigurację prętów tworzącą „dużą” formę czworościennego modułu, którego krawędzie dolna i górna znajdują się w dolnej i górnej warstwie struktury trójwarstwowej budowanej za pomocą wspomnianego modułu. W ogólnej postaci prezentowany układ prętów może budować „dużą” formę podstawowej struktury przestrzennej określanej jako $\{O-O\}$ bądź *square on square*. Jej układ bryłowy składa się z połówki ośmiościanu oraz z tak właśnie usytuowanego czworościanu (rys. 5.1b). Jeśli wyróżnione postacie „dużego” czworościennego modułu

Rys. 5.1. Schematy usytuowania prętów w przestrzeni złożonej formy struktury przestrzennej budowanej z poziomo usytuowanych „dużych” czworościennych modułów prętowych

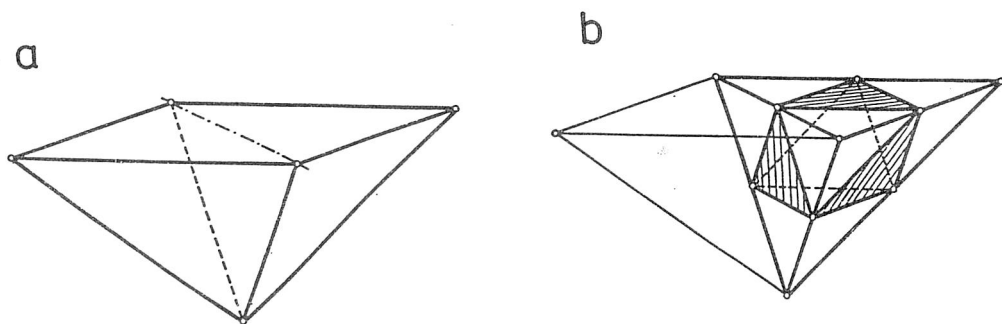
Fig. 5.1. Scheme of bar arrangement in the compound form of the space structure built by means of horizontally positioned “big” tetrahedron bar modules



prętów byłyby usytuowane w przestrzeni zgodnie z formułą bryłową struktury $\{O-O\}$, to utworzyłyby one strukturę o przykładowych formach rzutu poziomego i przekroju poprzecznego pokazanych na rys. 5.1c i d. W przestrzeni tej bardzo złożonej struktury pomocne do wyróżnienia formy „dużego” czworościennego modułu są oznaczenia literowe odpowiednich węzłów podane na rys. 5.1b. Struktura prętowa zbudowana z tak umieszczonych w przestrzeni modułów prętowych jest ustrojem trójwarstwowym o skomplikowanej budowie wewnętrznej. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni tej struktury jest co prawda równomierne, jednak stosunkowo niewielka ich liczba znajduje się w jej warstwach zewnętrznych oraz względnie duża liczba prętów jest ułożona w warstwie środkowej, co nie może być uważane za cechę korzystną ekonomicznych układów struktur przestrzennych. Dlatego w toku formowania innych propozycji układów zrezygnowano z rozważania modułu czworościennego o usytuowaniu przedstawionym na rys. 5.1a, jak również strukturze zaprezentowanej na tym rysunku nie nadano żadnego oznaczenia.

Czworościennie moduły prętowe rozważane do tej pory miały postać czworościanów foremnych. Pozwalało to na budowanie struktur przestrzennych o trójkątnych lub trójkątno-heksagonalnych siatkach prętów w ich warstwach zewnętrznych. Wykorzystywanie foremnych postaci modułów prętowych daje najczęściej w rezultacie bardzo złożone układy o dość ograniczonej możliwości stosowania ich w praktyce (por. rys. 5.1). Taka forma modułu prętowego charakteryzuje się dużą sztywnością przestrzenną i jej odpowiednie rozmieszczenie w przestrzeni budowanej struktury może dać w rezultacie wiele ciekawych i ekonomicznych układów struktur proponowanych jako konstrukcja przekryć o bardzo dużych rozpiętościach. Czworościenny moduł prętów nie musi mieć postaci czworościanu foremnego, choć wtedy jest zbudowany wyłącznie z prętów o jednakowych długościach. Każde przekształcenie tej foremnej postaci modułu sprawi, że będzie on musiał być złożony z co najmniej dwóch rodzajów długości prętów. Odpowiednio przekształcone postacie tego modułu pozwolą na znaczne poszerzenie form struktur budowanych z prętów o stosunkowo niewielkich długościach i zdolnych do budowy przekryć o dużych rozpiętościach.

W skład układu bryłowego wielu podstawowych rodzajów struktur przestrzennych wchodzi forma w postaci ośmiościanu foremnego. W przestrzeni tej bryły można wyodrębnić elementy czworościennie poprzez np. podzielenie jej podstawy odcinkiem diagonalnym (rys.



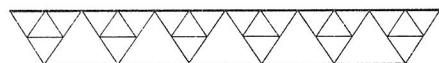
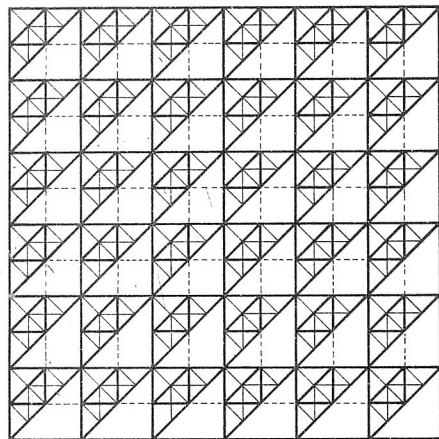
Rys. 5.2. Przykład usytuowania czworościennych modułów prętów w przestrzeni bryły będącej składnikiem układów bryłowych wielu rodzajów struktur przestrzennych

Fig. 5.2. Example of the localization of tetrahedron bar modules in the space of the solid body being the component of solid systems of many types of space structures

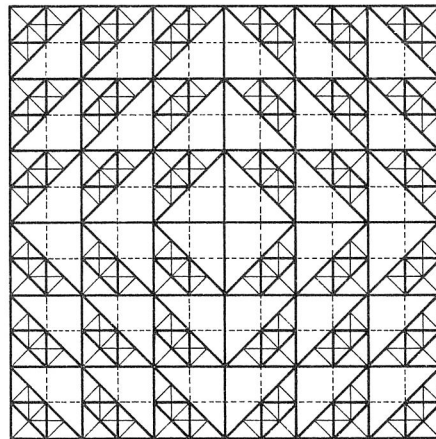
5.2a). W modelowym przypadku połówkę tego foremnego ośmiościanu można utworzyć z dwóch półforemnych czworościanów, jeśli takiego określenia można użyć w stosunku do bryły, której pięć krawędzi ma jednakową długość, a jedynie szóstą ma długość inną. Postać „dużego” czworościennego modułu prętów powinna być tak przekształcona, aby wypełnić przestrzeń połowy wspomnianej bryły i stanowić powtarzalny element konstrukcji danej formy struktury przestrzennej. Przedstawiony na rys. 5.2b przestrzenny moduł prętowy jest zbudowany z dwóch rodzajów długości prętów, co może być uważane za liczbę dużą w porównaniu z modulem o formie pokazanej na rys. 4.2b. Taka postać modułu prętów pozwala na formowanie różnych rodzajów innych struktur o ortogonalnych kierunkach głównych prętów w ich warstwach zewnętrznych.

Na rysunku 5.3 przedstawiono podstawowe konfiguracje wyróżnionych modułów w obszarze kwadratowej formy rzutu podstawy budowanych struktur przestrzennych w formie płaskiego, kwadratowego przekrycia. Czworościenne moduły prętów wypełniają w połowie przestrzeń brył w postaci połówek ośmiościanów. Wzajemne usytuowanie tych modułów w obszarze budowanej struktury przyjęto za wyróżnik typu danej struktury w całej grupie formowanych struktur. Podstawowe moduły tych struktur mają postać „dużych” czworościennych zestawów wypełniających połowę przestrzeni powtarzalnej części ośmiościanu. W postaci prezentowanej na rys. 5.3 wszystkie typy struktur powstały na podstawie prostej formy struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $\{O-O\}$ (por. rys. 3.1c). Siatki górne „nowych” form struktur, oprócz kierunków ortogonalnych, mają także pręty o kierunkach diagonalnych i w przyjętym systemie oznaczeń fakt ten musiałby być odnotowany w sposobie zapisu ich nazw. Ze względu na dążenie do stosowania możliwie prostych symboli, zawierających także informacje o typie struktury podstawowej i sposobie jej przekształcenia, wszystkie przedstawiane tu struktury będą miały trzon swych oznaczeń w postaci $1/2B\{O-O\}$ i będzie on uzupełniony symbolem określającym rodzaj konfiguracji prętów w ich warstwach górnych. Jeśli „duże” czworościenne moduły będą wypełniać połówki ośmiościanów struktury $\{O-O\}$ tylko po jednej stronie linii diagonalnej (rys. 5.3a), to tak zbudowaną strukturę przestrzenną przyjęto oznaczać symbolem $1/2B\{O-O\}A$. Czworościenne moduły prętów, wypełniając przestrzeń wspomnianych wyżej brył w obszarze symetrycznych ćwiartek przekrycia, tak jak to pokazano na rys. 5.3b, utworzą strukturę przestrzenną, którą przyjęto oznaczać jako $1/2B\{O-O\}B$. Podobny układ prętów pokazany na rys. 5.3c oznaczono symbolem $1/2B\{O-O\}C$. Te dwa ostatnie układy pokazano w celu ilustracji możliwości budowy zarówno samych struktur, jak i porządkującego sposobu zapisu ich nazw. Układ $1/2B\{O-O\}B$ w centralnych liniach górnej warstwy prętów ma je dwukrotnie dłuższe od prętów ortogonalnej siatki tej warstwy, co nie może być uznane za korzystną cechę tego układu. Podobnie zbyt duże zagęszczenie siatki prętów w centralnych częściach struktury $1/2B\{O-O\}C$ należy uważać za zbyt skomplikowanie jej budowy wewnętrznej. Układy struktur pokazane w kolejnych częściach rys. 5.3 mogą znaleźć największe zastosowania i oznaczono je następującymi symbolami: strukturę na rys. 5.3d przyjęto określać symbolem $1/2B\{O-O\}D$, układ z rys. 5.3e – $1/2B\{O-O\}E$, a strukturę z rys. 5.3f – $1/2B\{O-O\}F$. W tym przypadku oznaczenia literowe rodzaju siatki warstwy górnej zgadzają się z kolejnymi oznaczeniami poszczególnych części rysunku 5.3, co jest zbieżnością rzeczywiście przypadkową i nie mającą znaczenia merytorycznego. Inne możliwe układy siatek prętów warstwy górnej w innych typach tego rodzaju struktur będą oznaczane kolejnymi literami alfabetu, począwszy od litery G. Na rysunku 5.3

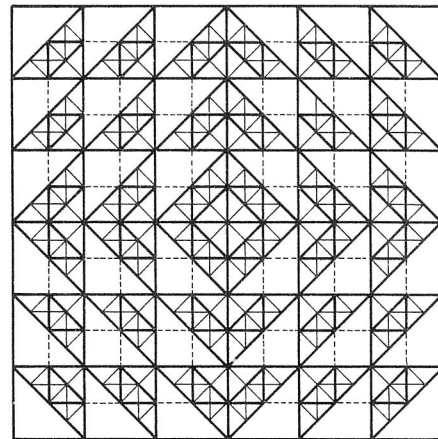
a

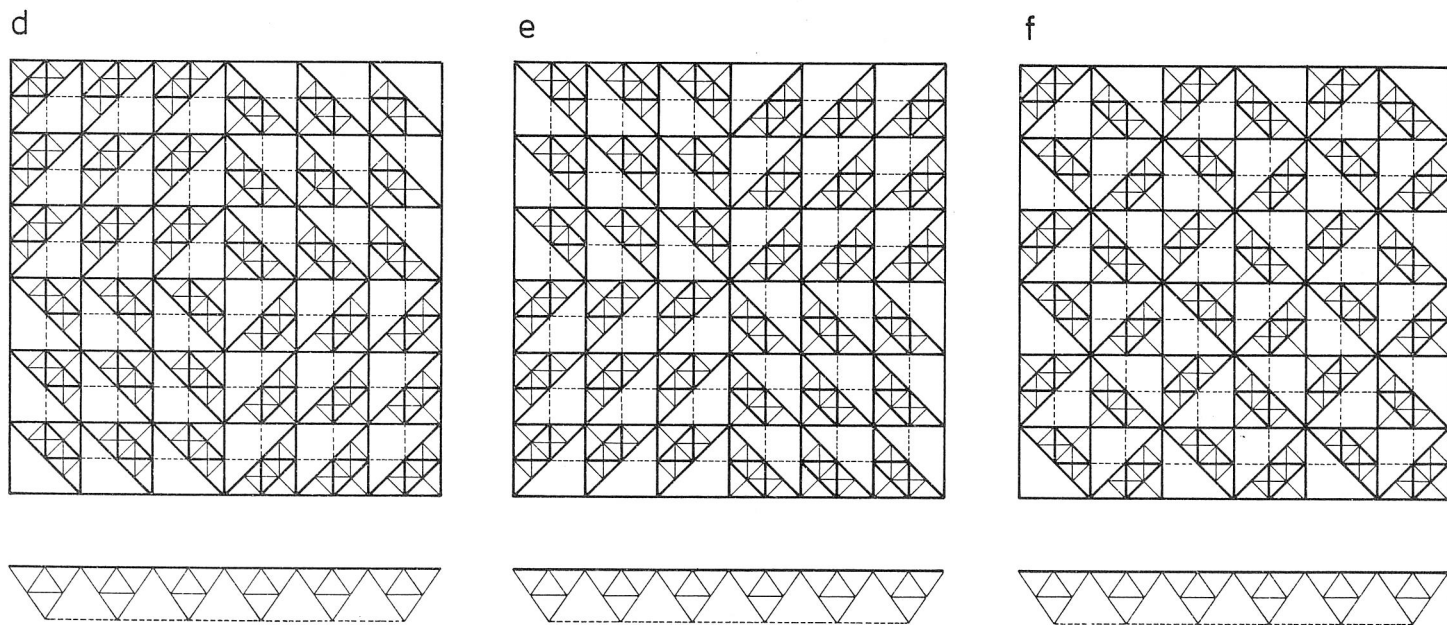


b



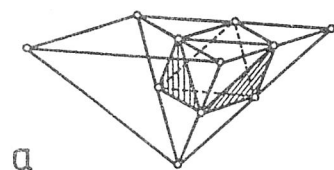
c



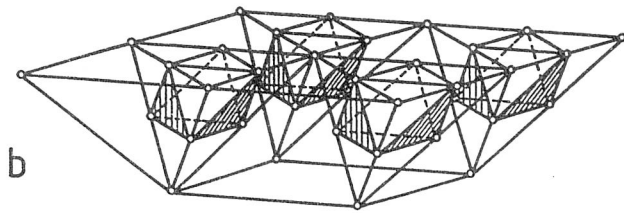


Rys. 5.3. Schematy podstawowych układów struktur typu $1/2B\{O-O\}$: a – rzut poziomy i widok boczny struktury $1/2B\{O-O\}A$, b – struktura $1/2B\{O-O\}B$, c – struktura $1/2B\{O-O\}C$, d – struktura $1/2B\{O-O\}D$, e – struktura $1/2B\{O-O\}E$, f – struktura $1/2B\{O-O\}F$

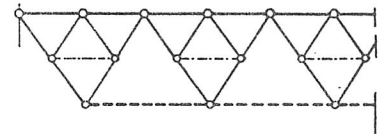
Fig. 5.3. Schemes of elementary structure systems of the type $1/2B\{O-O\}$: a – top and front views of the structure $1/2B\{O-O\}A$, b – structure $1/2B\{O-O\}B$, c – structure $1/2B\{O-O\}C$, d – structure $1/2B\{O-O\}D$, e – structure $1/2B\{O-O\}E$, f – structure $1/2B\{O-O\}F$



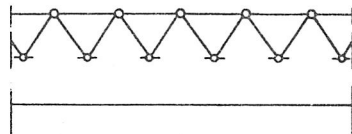
a



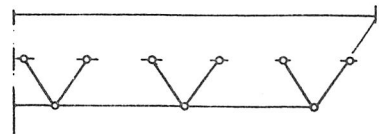
b



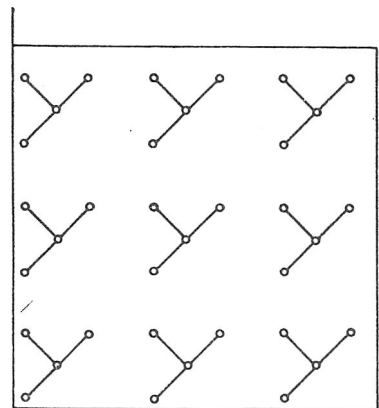
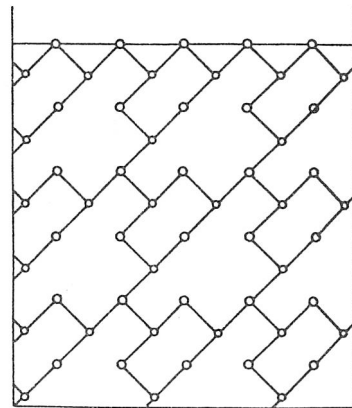
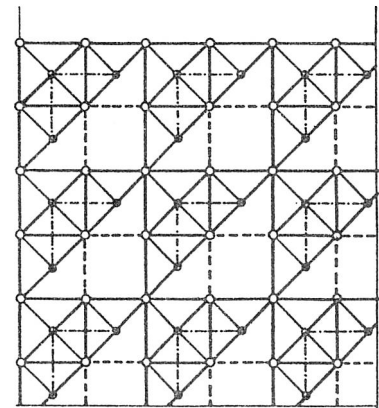
c

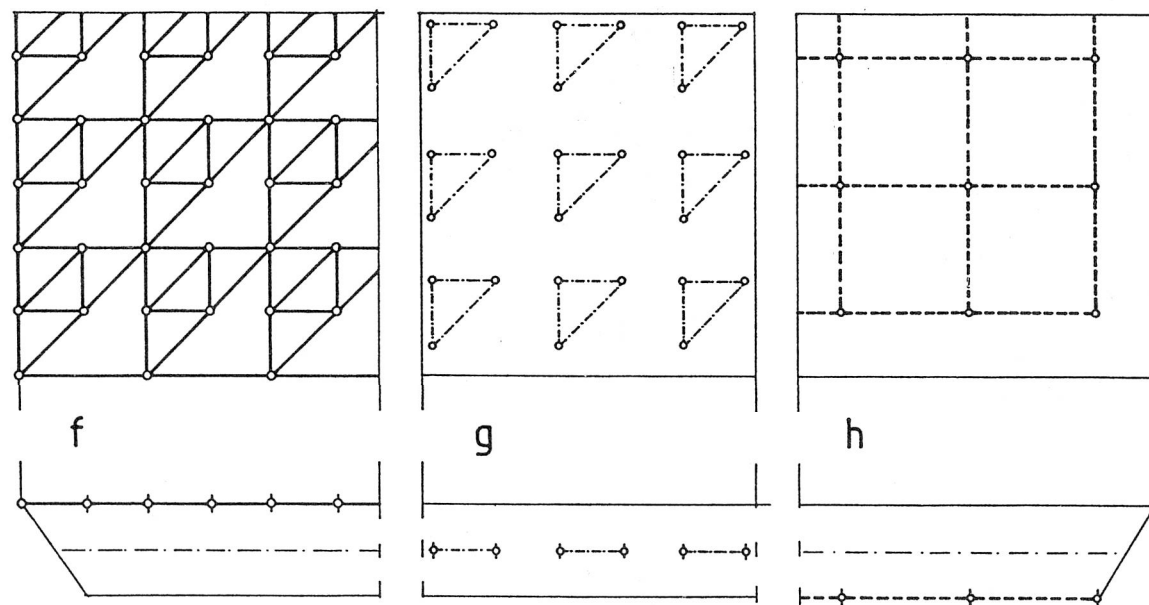


d



e

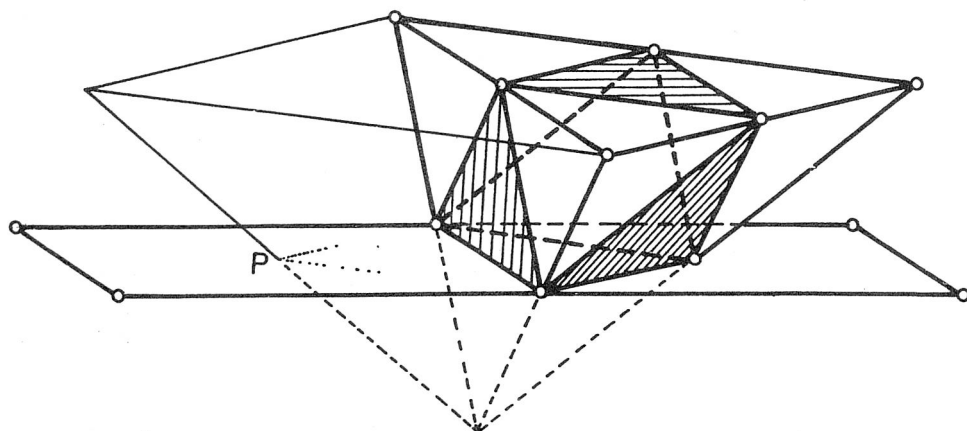




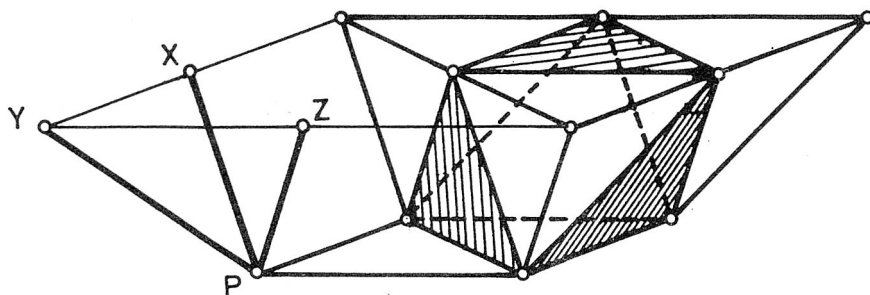
Rys. 5.4. Usytuowanie prętów w przestrzeni złożonej formy struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $1/2B\{O-O\}A$: a – lokalizacja czworościennego modułu prętów, b – przykładowa forma zespołu modułów prętowych, c – schemat przekroju poprzecznego i fragment rzutu poziomego, d – krzyżulce górne, e – krzyżulce dolne, f – pręty warstwy górnej, g – środkowa warstwa prętów, h – pręty warstwy dolnej

Fig. 5.4. Bar localization in the space of the compound form of the structure $1/2B\{O-O\}A$: a – localization of the tetrahedron bar module, b – exemplary form of the set of bar modules, c – scheme of the cross-section and part of the top view, d – upper cross-braces, e – lower cross-braces, f – bars of the upper layer, g – middle layer of bars, h – bars of the lower layer

a



b



Rys. 5.5. Przykłady przekształcenia układów prętów zlokalizowanych w wyróżnionym elemencie układu bryłowego grupy budowanych struktur

Fig. 5.5. Examples of the transformations of bar sets placed in a chosen element of the solid system of the group of built structures

przedstawiono jedynie sześć, przyjętych jako podstawowe, układów tej grupy struktur przestrzennych formowanych z myślą o budowie przekryć o dużych rozpiętościach.

Na rysunku 5.4 przedstawiono rozmieszczenie prętów w poszczególnych warstwach struktury oznaczonej symbolem $1/2B\{O-O\}A$. Usytuowanie prętów w przestrzeni tej struktury reprezentuje budowę wewnętrzną grupy struktur zbudowanych w wyżej opisany sposób. Podobnie jak grupa struktur proponowana w rozdz. 4., struktury typu $1/2B\{O-O\}$ należy uważać za odpowiednio „powiększone” formy podstawowych struktur dwuwarstwowych.

Wyróżniona postać „dużego” modułu prętowego może podlegać dalszym przekształceniom geometrycznym, dwie podstawowe ich formy pokazano na rys. 5.5. Jeśli czworościenny zestaw prętów zostanie przecięty płaszczyzną poziomą usytuowaną w połowie jego wysokości (rys. 5.5a), to po odrzuceniu dolnej jego części otrzymamy zredukowaną postać modułu. Struktura przestrzenna utworzona za pomocą takiego modułu będzie klasyczną formą prętowej struktury dwuwarstwowej, a w symbolu oznaczającym ten układ prętów przyjęto

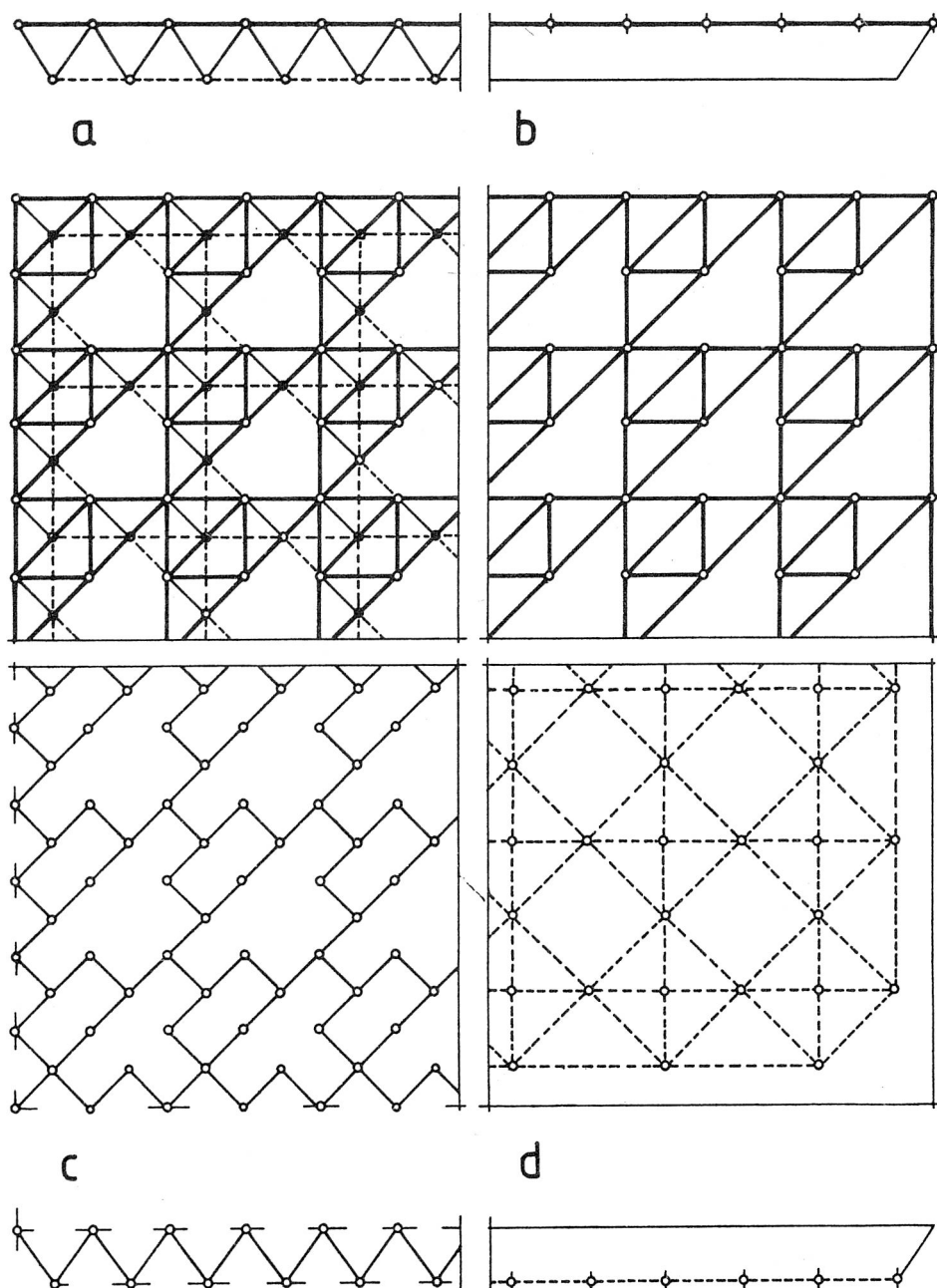
stosować literę R . Dzięki takiemu przekształceniu tej formy czworościennego modułu prętów można uzyskać także inne rodzaje struktur, które będą się różnić od struktury pierwotnie otrzymanej liczbą krzyżulców i rysunkiem jednej lub dwóch siatek prętów zewnętrznych. W oznaczeniach poszczególnych rodzajów tak uformowanych struktur pojawiają się nowe oznaczenia literowe lub cyfrowe po prawej stronie nawiasów klamrowych. Ponieważ przyjęty sposób opisu geometrii struktur nie pretenduje do miana metody ogólnej, dlatego można go traktować jako system otwarty z pewnymi głównymi regułami, które dość swobodnie można stosować do oznaczenia niekiedy bardzo złożonych układów struktur przestrzennych.

Jeśli zredukowana postać „dużego” i przekształconego modułu prętów, pokazanego na rys. 5.5a, będzie układana zgodnie z układem bryłowym struktury $\{O-O\}$ (por. rys. 3.1c), to otrzymamy strukturę przestrzenną, której budowę wewnętrzną pokazano na rys. 5.6. Układ prętów uzyskany tym sposobem tworzy formę struktury, którą przyjęto oznaczać symbolem $R1/2B\{O-O\}A$. Litera A oznacza, iż przedmiotem tego przekształcenia była forma struktury oznaczona symbolem $1/2B\{O-O\}A$ i pokazana na rys. 5.3a. Gdy układ prętów przedstawiony na rys. 5.5a zostanie uzupełniony dodatkową liczbą krzyżulców, tak jak to przedstawiono na rys. 5.5b, wówczas otrzymamy formę struktury przestrzennej, którą przyjęto oznaczać jako $R1/2B\{O-O\}AX$. Układ prętów w poszczególnych warstwach takiej struktury pokazano na rys. 5.7. Dwie formy struktur przedstawione na rys. 5.6 i 5.7 ilustrują możliwości formowania struktur przestrzennych na podstawie przekształconej postaci „dużego” czworościennego modułu prętów. W budowie wyróżnionych już układów struktur możliwe są uzupełnienia i redukcje liczby prętów, dokonywane w różnorodny sposób.

Zredukowana postać „dużego” czworościennego modułu prętów (por. rys. 5.5a) jest podstawą w procesie formowania bardziej złożonych układów prętowych struktur przestrzennych. Jeśli dwie zredukowane formy czworościanu prętów będą usytuowane w stosunku do siebie tak, jak pokazano na rys. 5.8a, to będą one przestrzennym modulem grupy struktur, które przyjęto oznaczać symbolem $2 \times R1/2B\{O-O\}A$. Rzuty poziome tej grupy struktur są takie same, jak rzuty poziome struktur grupy typu $R1/2B\{O-O\}$.

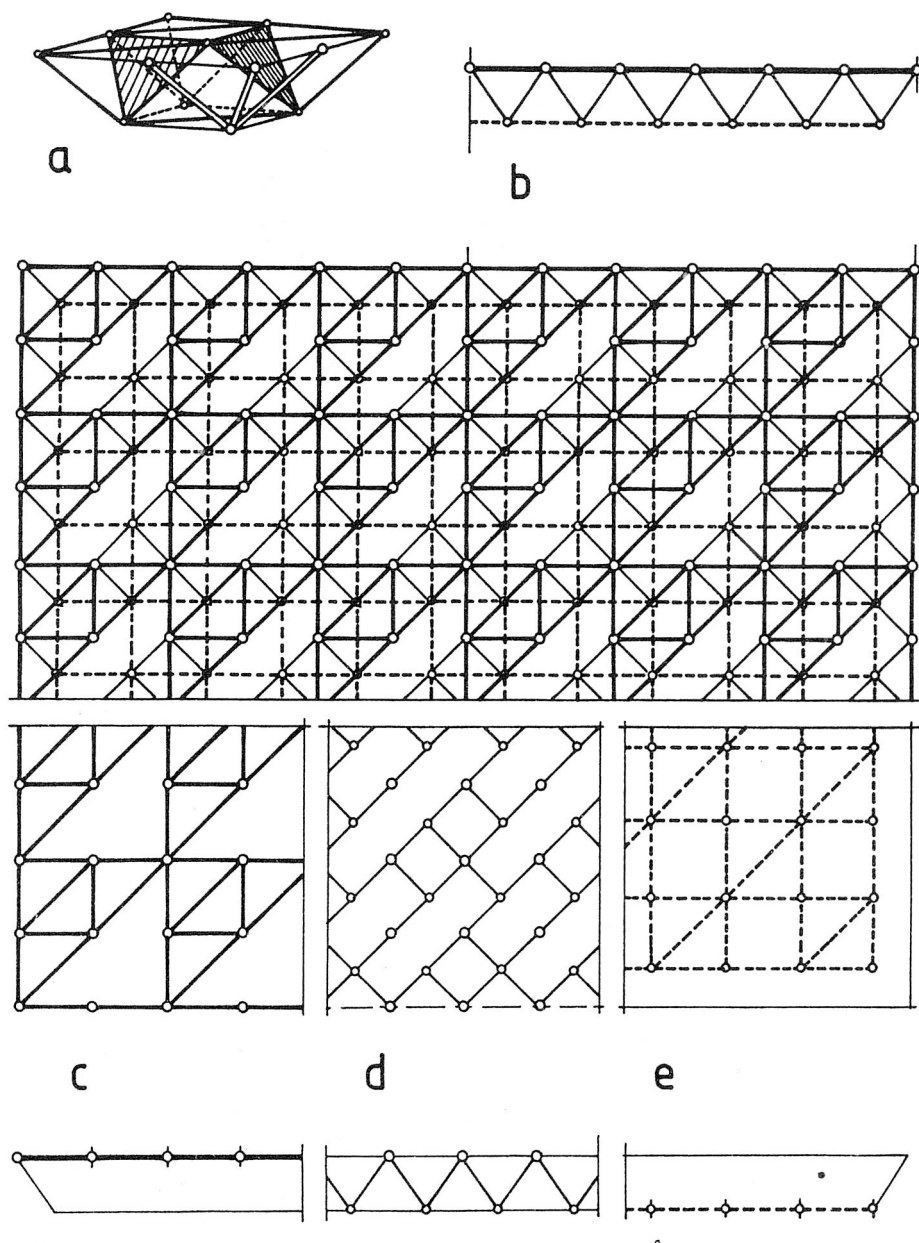
Ortogonalne i diagonalne kierunki prętów w warstwach zewnętrznych są rozmieszczone symetrycznie względem płaszczyzny środkowej tej nowej grupy struktur. Gdy zredukowane postacie czworościennych zestawów prętów są łączone w sposób pokazany na rysunku 5.8b, wzajemne ich połączenie wymaga dodania dwóch ukośnych krzyżulców. W tej konfiguracji dodatkowe ukośne krzyżulce dopełniają zredukowaną formę prętów do podstawowej formy czworościanu. Te z kolei pełne czworościany są ze sobą połączone wzdłuż swych ścian prostopadłych. Połączenie podstawowych modułów prętów w sposób pokazany na rys. 5.8b określi formę przestrzennego elementu powtarzalnego grupy struktur oznaczonej symbolem $2S \times R1/2B\{O-O\}$. W tym przypadku oznaczenia literowe po prawej stronie nawiasu klamrowego będą określać konfigurację prętów w górnej warstwie danej struktury i przyjmowane będą tak, jak dla podstawowych rodzajów struktur grupy $R1/2B\{O-O\}$.

Dwie ostatnie grupy struktur mają wysokość konstrukcyjną równą wysokości konstrukcyjnej grupy struktur pokazanej na rys. 5.3. Dwukrotnie większą wysokość konstrukcyjną będą miały struktury złożone z podobnych czworościennych modułów prętów i budowane w sposób poglądowo pokazany na rys. 5.9. Wspomniane moduły znajdują się w przestrzeni wewnętrznej prostopadłościanów o kwadratowych podstawach. Pręty usytuowane w krawędziach bocznych tych brył mają długość równą wysokości konstrukcyjnej formowanej struktury przestrzennej. Ponieważ kwadratowe pola podstawy są podzielone prętami diagonal-



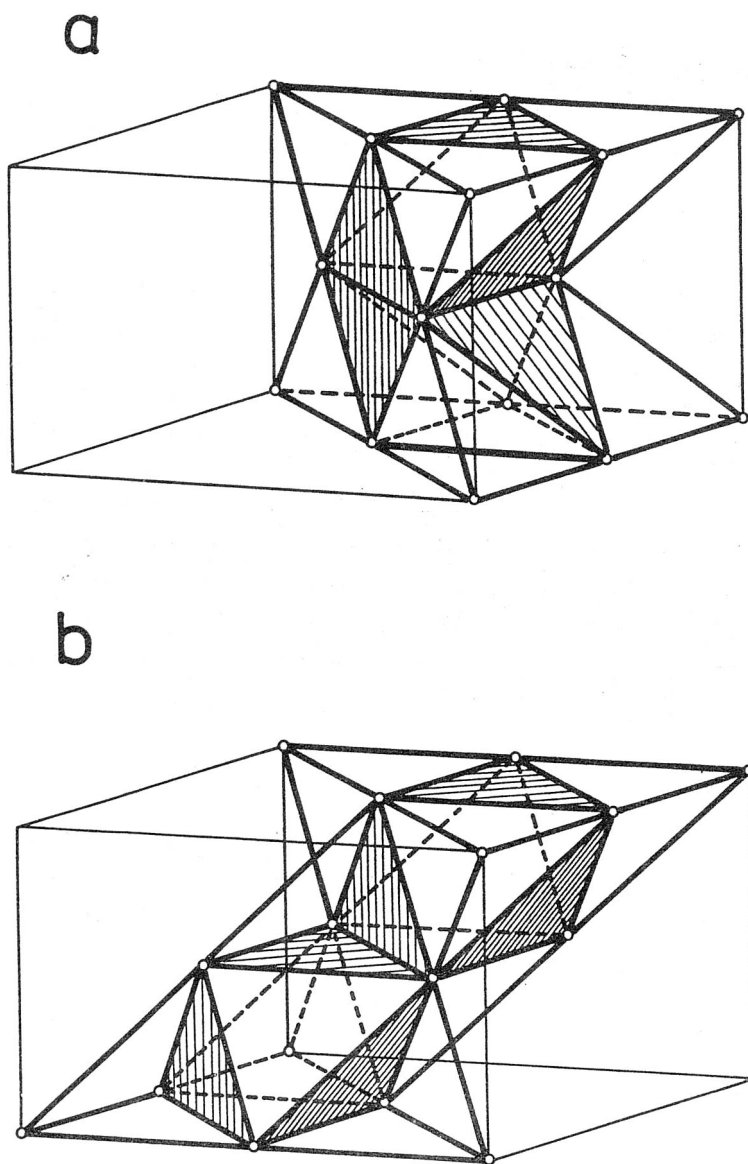
Rys. 5.6. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni struktury oznaczonej symbolem $R1/2B\{O-O\}A$: a – schemat przekroju poprzecznego i rzutu poziomego, b – pręty warstwy górnej, c – układ krzyżulców, d – pręty warstwy dolnej

Fig. 5.6. Arrangement of bars in the space of the structure denoted as $R1/2B\{O-O\}A$, a – scheme of the cross-section and the top view, b – upper layer bars, c – cross-brace arrangement, d – bars of the lower layer



Rys. 5.7. Usytuowanie prętów w przestrzeni struktury oznaczonej symbolem $R1/2B\{O-O\}AX$: a – kształt modułu prętów, b – schemat przekroju poprzecznego i fragment rzutu poziomego, c – pręty warstwy górnej, d – układ krzyżulców, e – pręty warstwy dolnej

Fig. 5.7. Bar localization in the space of the structure denoted as $R1/2B\{O-O\}AX$: a – shape of bar modules, b – scheme of the cross-section and of the part of the top view, c – bars of the upper layer, d – scheme of cross-braces system, e – bars of the lower layer



Rys. 5.8. Moduł przestrzenny grupy struktur oznaczonej jako $2 \times R1/2B\{O-O\}$ (a), usytuowanie prętów w przestrzeni typowej postaci modułu grupy struktur oznaczonej symbolem $2S \times R1/2B\{O-O\}$ (b)
 Fig. 5.8. Space module of the group of structures denoted as $2 \times R1/2B\{O-O\}$ (a), bar localization in the space of the typical form of module of the structure group denoted as $2S \times R1/2B\{O-O\}$ (b)

nymi, w prezentowanych na tym rysunku układach nie zachodzi więc konieczność umieszczania prętów przekątniowych w płaszczyznach prostopadłych do tych podstaw. Najdłuższymi krzyżulcami tych przykładowych konfiguracji prętów są te zawarte pomiędzy wierzchołkami

łączących się czworościennych modułów a wierzchołkiem usytuowanym w nie wypełnionej przez ten moduł części prostopadłością.

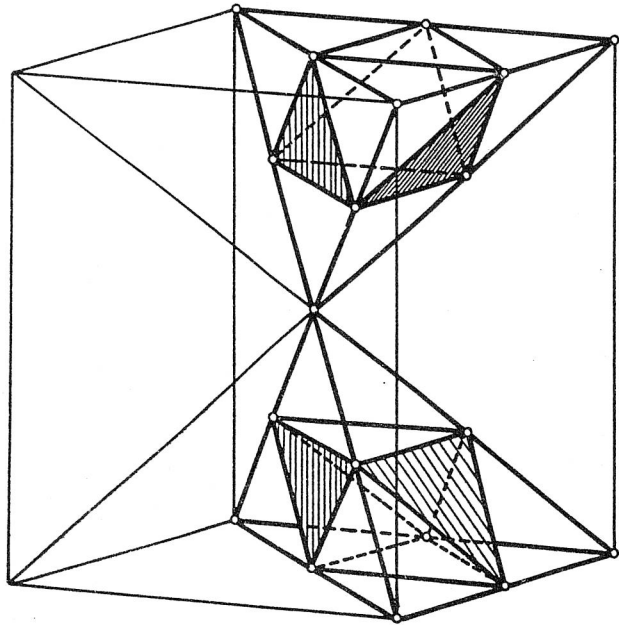
Grupę struktur budowanych z modułów prętów rozmieszczonych tak, jak na rys. 5.9a, zaproponowano określać symbolem $2 \times 1/2B\{O-O\}$, a grupę struktur powstałych z różnych konfiguracji modułów pokazanych na rys. 5.9b przyjęto oznaczać symbolem $2S \times 1/2B\{O-O\}$. W celu zmniejszenia długości krzyżulców nie będących krawędziami modułów prętowych, ogólną ich liczbę zwiększono w ten sposób, aby podzielić te długie krzyżulce na dwie równe części. Uzyskano to przez rozmieszczenie dodatkowych trzech prętów usytuowanych na pionowych ścianach modułów, które sąsiadują z tymi długimi krzyżulcami. Aby utworzyć strukturę przestrzenną, bryły prostopadłościennne zawierające w swej przestrzeni tak uformowane zestawy prętów muszą być odpowiednio zestawiane ze sobą. Zespół prętów pokazany na rys. 5.9c może być zastosowany do budowy grupy struktur oznaczonych $2 \times T 1/2B\{O-O\}$, a zestawienie czworościennych modułów prętowych prezentowane na rys. 5.9d może posłużyć do formowania budowy wewnętrznej grupy struktur, dla której przyjęto oznaczenie w postaci $2S \times T 1/2B\{O-O\}$. Poszczególne rodzaje struktur, w ramach każdej ze wspomnianych grup, mogą być wyróżniane na podstawie rysunku prętów w górnej warstwie, podobnie jak w przypadku grupy struktur zaprezentowanych na rys. 5.3.

Układy prętów w przestrzeni wyróżnionych brył i pokazane na rys. 5.9. mogą ulegać dalszym przekształceniom i uzupełnieniom. Te przykładowe, podstawowe układy zostały zaprezentowane jedynie dla ilustracji różnych sposobów formowania struktur z jednej postaci modułu prętowego i na podstawie jednej, prostej formy struktury przestrzennej. Ze względów technologicznych i ekonomicznych tak złożone układy struktur mogą nie znaleźć zastosowania w praktyce. Analiza usytuowania prętów w przestrzeni prezentowanych układów może być wykorzystana do budowy innych, prostszych form struktur, które – oprócz np. ciekawej formy plastycznej – mogą charakteryzować się bardziej ekonomicznym zużyciem materiałów koniecznych do ich wzniesienia i przez to mogących znaleźć zastosowanie praktyczne.

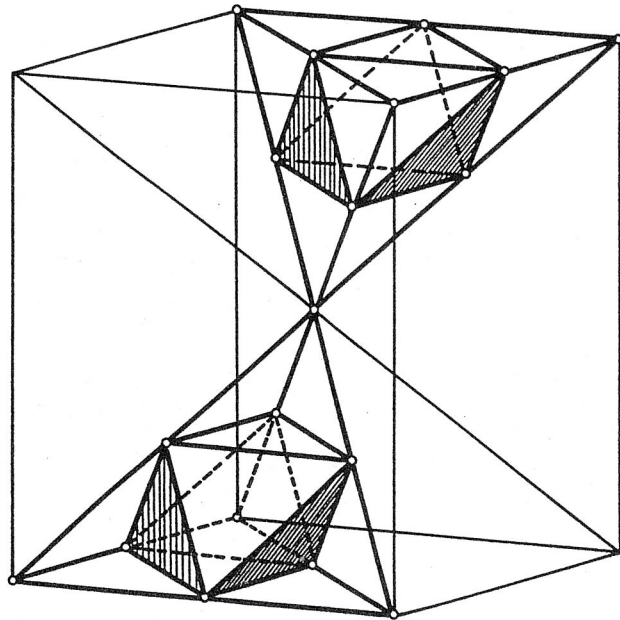
5.2. Przykłady formowania układów struktur za pomocą wyróżnionych postaci modułów prętowych

W procesie kształtowania struktur przestrzennych, które mają służyć do budowy konstrukcji przekryć dachowych o dużych rozpiętościach i mogą być realizowane ze stosunkowo krótkich prętów, wykorzystano moduł prętowy w postaci odpowiednio uformowanego „dużego” czworościanu prętów. Grupy struktur prezentowane w rozdz. 4. były formowane z takich modułów mających postać czworościanów foremnych. Podstawową formę modułu, która była wykorzystywana na potrzeby kształtowania grup struktur przedstawionych w p. 5.1, można określić jako „półforemny”. Jego krawędzie miały dwie różne długości. Czworosścienny „duży” moduł prętów może mieć wiele kształtów i może być wyróżniony w różnych częściach brył będących elementami układu bryłowego danego typu struktury. Jeśli w przykładowej bryle sześciennnej trzy schodzące się w jednym jego wierzchołku kwadratowe ściany podzielimy odcinkami diagonalnymi, nie wychodzącymi z tego wspólnego wierzchołka, to w przestrzeni foremnego sześcienu wyznaczmy formę czworościenną pokazaną na rys. 5.10a. Będzie ona miała krawędzie o dwóch różnych długościach, a na ogólną liczbę sześciu krawędzi

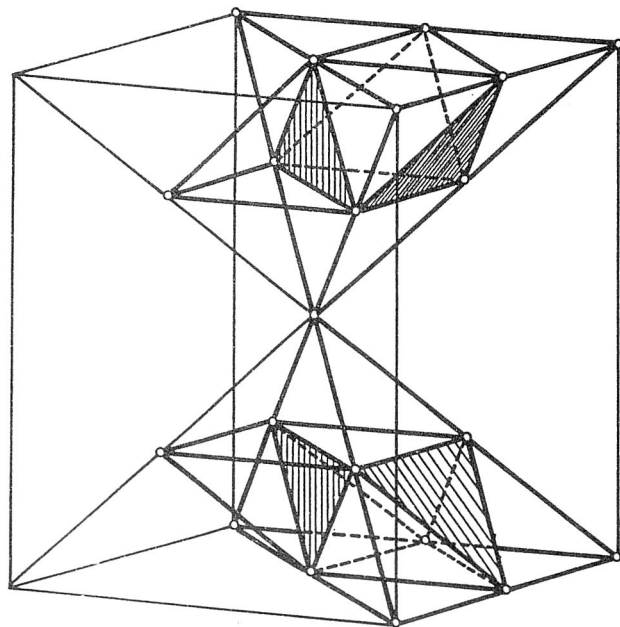
a



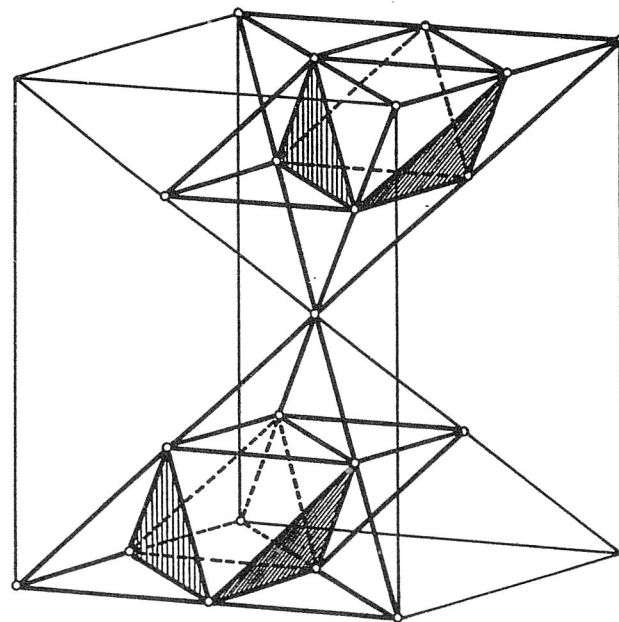
b



c

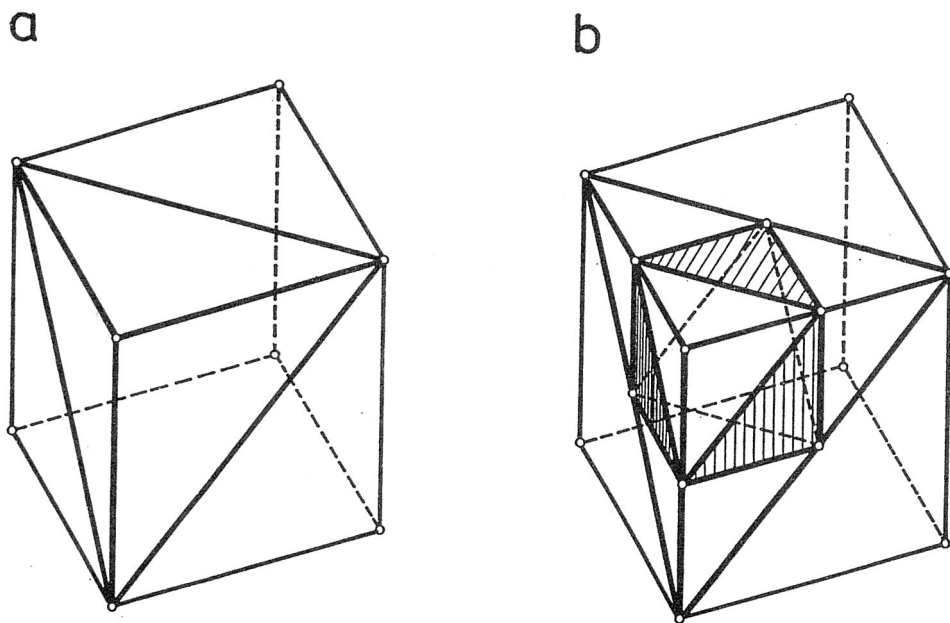


d



Rys. 5.9. Propozycje budowy modułów prętowych grup złożonych form struktur przestrzennych oznaczonych kolejno jako: a – $2 \times 1/2B\{O-O\}$, b – $2S \times 1/2B\{O-O\}$, c – $2 \times T1/2B\{O-O\}$, d – $2S \times T1/2B\{O-O\}$

Fig. 5.9. Proposals of the shapes of bar modules of a group of compound space structures denoted respectively as: a – $2 \times 1/2B\{O-O\}$, b – $2S \times 1/2B\{O-O\}$, c – $2 \times T1/2B\{O-O\}$, d – $2S \times T1/2B\{O-O\}$



Rys. 5.10. Podstawowe formy przestrzennych modułów prętowych grup struktur oznaczonych kolejno symbolami:

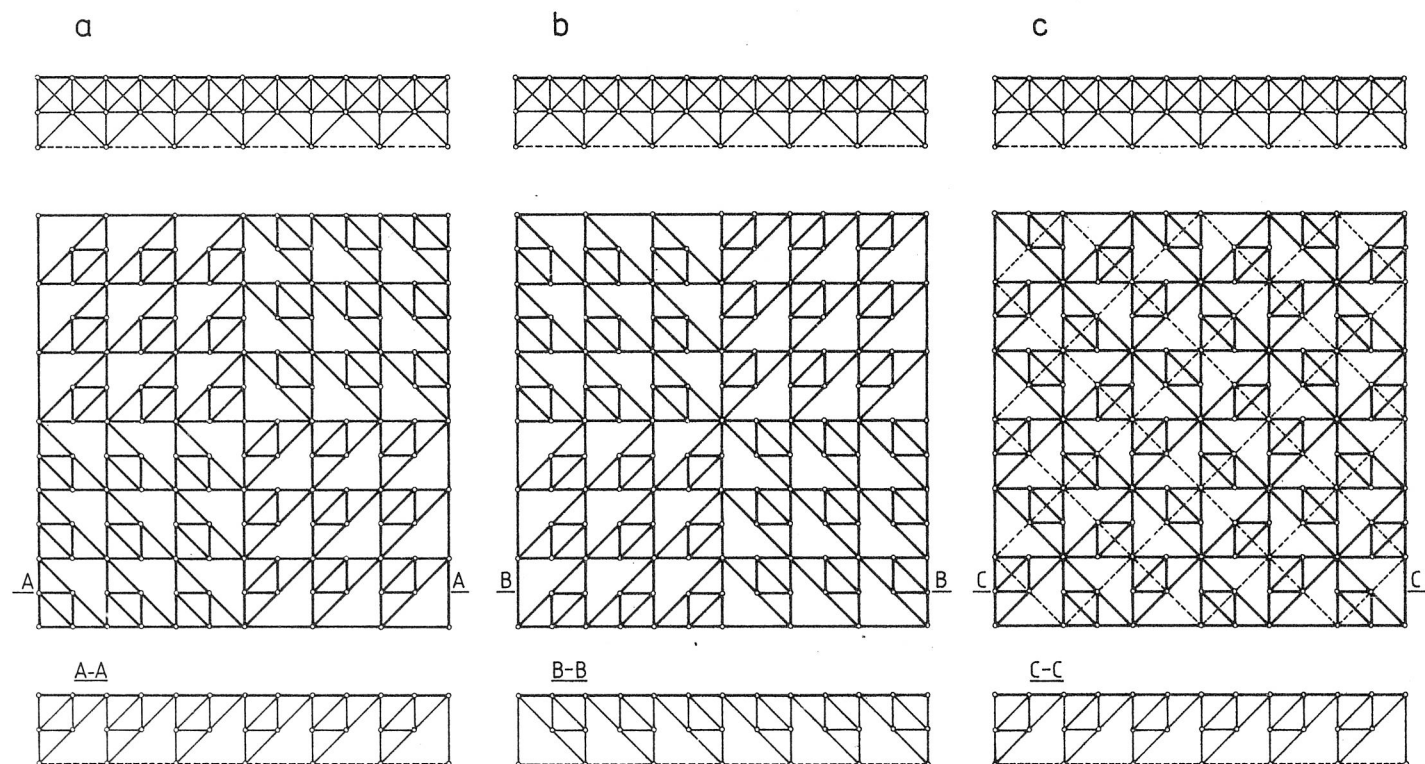
a – $\{ODT-O\}$, b – $B\{ODT-O\}$

Fig. 5.10. Basic forms of bar space modules of the groups of structures denoted by following symbols:

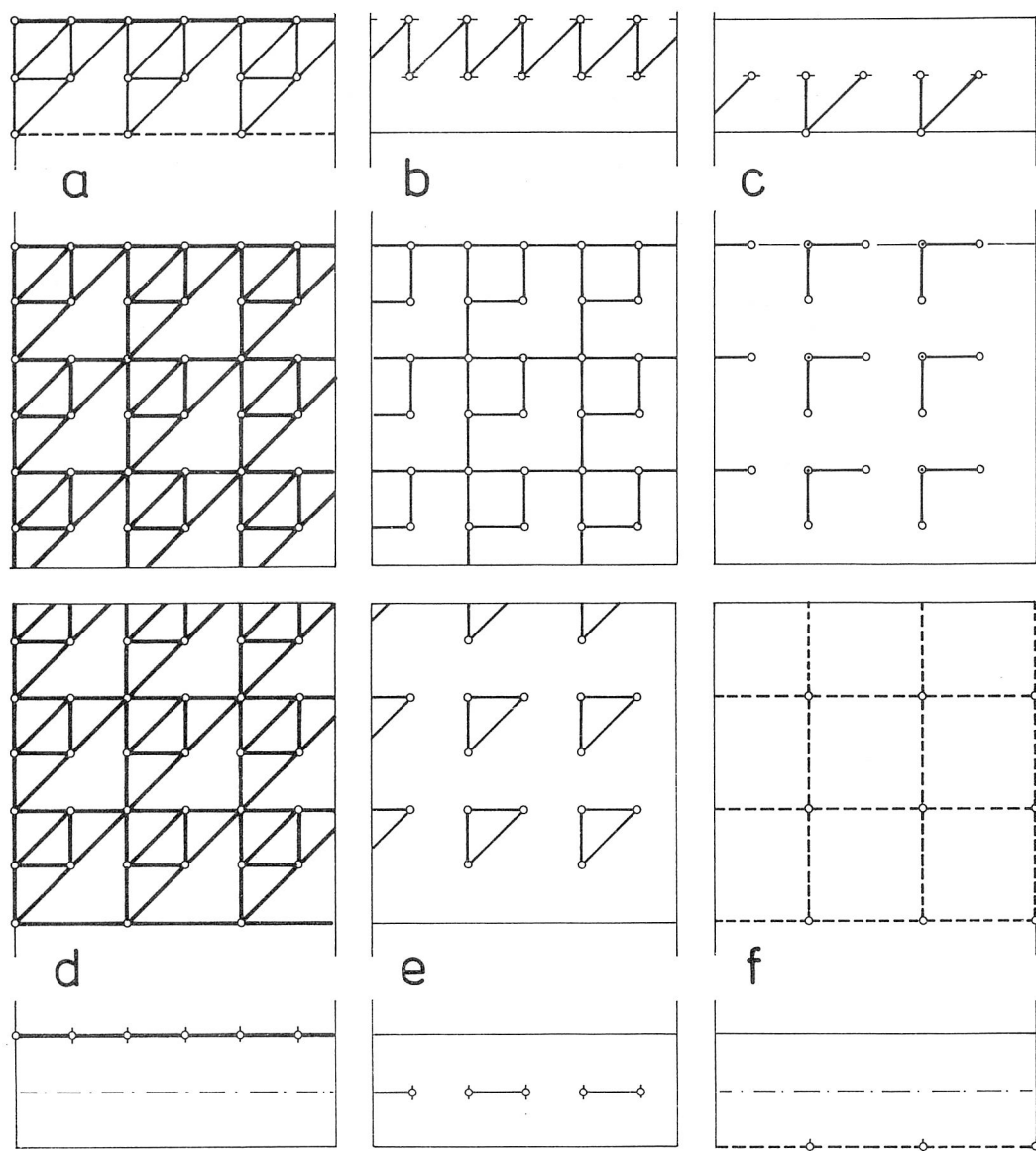
a – $\{ODT-O\}$, b – $B\{ODT-O\}$

trzy będą np. krótsze. Spośród czterech ścian trzy są równoramiennymi trójkątami prostokątnymi, a jeden jest trójkątem równobocznym. Przestrzeń tak uformowanego czworościanu będzie wypełniona prętami tworzącymi nową, inną postać „dużego” czworościennego modułu prętów (rys. 5.10b).

Postać czworościanu przedstawionego na rys. 5.10a można traktować jako przekształconą formę takiego czworościanu, którego dolny wierzchołek był przed dokonaniem tego przekształcenia usytuowany w środku kwadratowej podstawy tego sześcienu. W tym przypadku układy struktur, uzyskane dzięki zastosowaniu w procesie ich formowania czworościennego modułu, takiego jak na rys. 5.10a, można by traktować jako odpowiednie przekształcenia układów struktur pokazanych na rys. 5.3. Tak jest w istocie, ze względu jednak na odmienną postać „dużego” czworościennego modułu prętów, przyjęto nieco inny sposób ich opisu niż wynikałoby to z procesu ich kształtowania, wspomnianego wyżej. Jeśli formę pokazaną na rys. 5.10a potraktujemy jako układ podstawowej, dwuwarstwowej struktury prętowej, to układając równolegle do siebie tak podzielone „kostki” sześciennie, uzyskamy w górnej warstwie budowanej struktury siatkę ortogonalną uzupełnioną liniami diagonalnymi. Dolna warstwa prętów będzie miała kształt siatki ortogonalnej. Warstwa górna, złożona z trójkątnych pól, jest połączona z czworokątną siatką prętów warstwy dolnej za pomocą układu słupków i ukośnych krzyżulców tworzących pionowe pasy kratowe złożone z pól trójkątnych. Ortogonalna siatka prętów warstwy górnej jest uzupełniona prętami diagonalnymi, tworzącymi w ten sposób szczególną postać siatki trójkątnej. Zbudowana tym sposobem struktura podstawowa ma wystarczającą sztywność przestrzenną. Korzystając z zasad opisu geometrii



Rys. 5.11. Schematy układów struktur przestrzennych oznaczonych jako: a – struktura $B\{ODT-O\}D$, b – struktura $B\{ODT-O\}E$, c – struktura $B\{ODT-O\}F$
 Fig. 5.11. Schemes of space structure systems denoted as the following: a – structure $B\{ODT-O\}D$, b – structure $B\{ODT-O\}E$, c – structure $B\{ODT-O\}F$



Rys. 5.12. Usytuowanie prętów w przestrzeni struktury $B\{ODT-O\}A$: a – fragment rzutu poziomego wraz ze schematem przekroju poprzecznego, b – krzyżulce górne, c – krzyżulce dolne, d – pręty warstwy górnej, e – warstwa środkowa, f – układ prętów w warstwie dolnej

Fig. 5.12. Bar arrangement in the space of structure $B\{ODT-O\}A$: a – fragment of the top view with the scheme of the cross-section, b – upper cross-braces, c – lower cross-braces, d – upper layer bars, e – middle layer, f – bar arrangement in the lower layer

struktur podanych w pracy J. Bródki [21] przyjęto oznaczać tę formę struktury symbolem $\{ODT-O\}$.

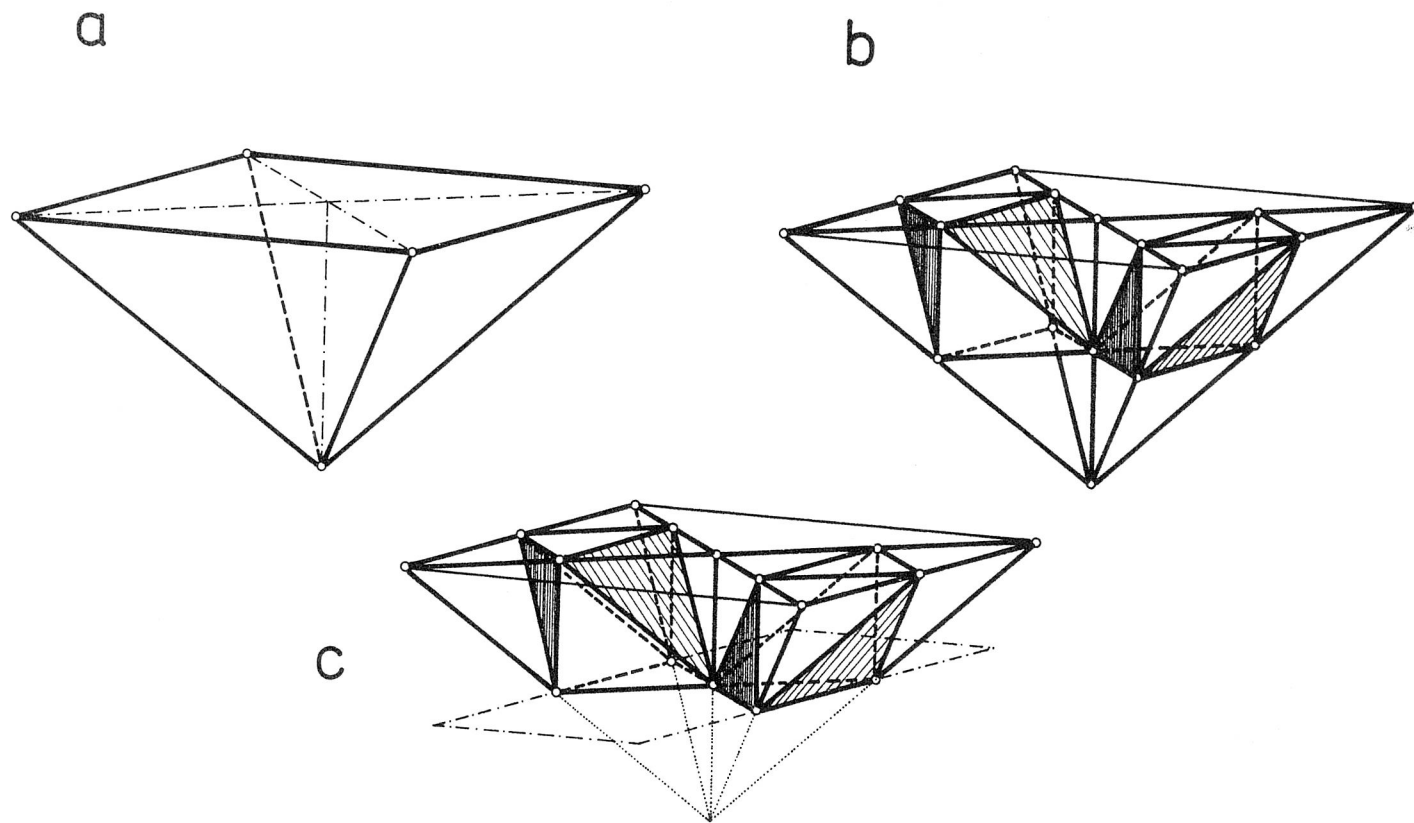
Grupy struktur utworzone na podstawie tej struktury podstawowej z wykorzystaniem „dużego” czworościennego modułu prętów, pokazanego na rys. 5.10b, będą miały oznaczenia w postaci $B\{ODT-O\}$. Rysunki prętów w warstwach górnych tej grupy struktur będą takie same, jak w przykładowej grupie struktur pokazanych na rys. 5.3, dlatego symbole literowe umieszczone po prawej stronie nawiasu klamrowego będą oznaczać typ geometrii prętów warstw górnych tej nowej grupy taki sam, jak w grupie struktur powstałych na podstawie struktury $\{O-O\}$. Na rysunku 5.11 przedstawiono schematy trzech rodzajów struktur, które ze względu na ekonomię swych układów prętowych mogą znaleźć zastosowanie w praktyce.

Układ przedstawiony na rys. 5.11a przyjęto oznaczać symbolem $B\{ODT-O\}D$, schemat z rys. 5.11b – $B\{ODT-O\}E$, a strukturę na rys. 5.11c – $B\{ODT-O\}F$ (por. rys. 5.3). W górnej części tego rysunku pokazano schematy przekrojów poprzecznych tych trzech form struktur. Poniżej każdego z rzutów poziomych pokazano schematy układu modułów prętowych w brzegowych pasmach tych struktur. Na rysunku 5.12 przedstawiono budowę wewnętrzną przykładowej formy struktury przestrzennej określanej mianem $B\{ODT-O\}A$. Spośród trzech warstw prętów poziomych tylko dwie tworzą rysunki siatek ciągłych, dlatego struktury należące do tej grupy należy uważać za specyficzny rodzaj struktur dwuwarstwowych.

Element modularny w postaci czworościennego zestawu prętów może podlegać podobnym przekształceniom, jakie zostały już zaprezentowane w p. 5.1, a uzyskane rezultaty będą także podobne do wyżej opisanych.

5.3. Propozycje kształtowania struktur ze złożonej postaci modułów prętowych

Ostatnią z prezentowanych w rozdz. 5. grup struktur uformowano poprzez rozmieszczenie czworościennych modułów prętów w przestrzeni jednego z elementów składowych układu bryłowego struktury $\{O-O\}$ (por. rys. 3.1c). Celem wszystkich prezentowanych przekształceń jest dążenie do wyznaczenia układów struktur przestrzennych umożliwiających wznoszenie konstrukcji przekryć o dużych rozpiętościach zbudowanych z prętów o niewielkich długościach. Przykładowa forma „dużego” czworościennego modułu prętów, wypełniając połowę przestrzeni wybranej bryły (por. rys. 5.2b), jest zbudowana z odcinków o stosunkowo niewielkich długościach. Długości potrzebnych prętów ulegną dalszemu skróceniu, jeśli przestrzeń połowki ośmiościanu zostanie podzielona na cztery równe części (rys. 5.13a), z których dwie zostaną wypełnione odpowiednimi formami „dużych” czworościennych modułów prętowych, tak jak to pokazano na rys. 5.13b. Uzyskane w ten sposób układy struktur będą zatem pochodnymi układu podstawowej formy struktury $\{O-O\}$ i będą uzupełnieniem grup struktur przedstawionych w p. 5.1 i 5.2. Dlatego w procesie ich formowania rozważano różnorodne konfiguracje i postacie modułów prętowych, łącznie ze zredukowaną formą wyróżnionego zestawu prętów (rys. 5.13c). Podstawowym elementem tej grupy jest czworościenny „duży” moduł prętów wypełniający jedną czwartą część przestrzeni ośmiościanu. Moduły te mają wspólną pionową krawędź i są rozmieszczone symetrycznie w przestrzeni połowki ośmiościanu, wypełniając dwie spośród jej czterech równych, czworościennych części. Grupę struktur zbudowanych tym sposobem przyjęto oznaczać symbolem $2/4B\{O-O\}$. Podobnie jak w p. 5.1 i 5.2, poszczególne typy struktur będą wyróżnione odpowiednimi symbolami w



Rys. 5.13. Sposób budowy złożonych form przestrzennych modułów prętowych
 Fig. 5.13. The way of constructing compound space forms of bar modules

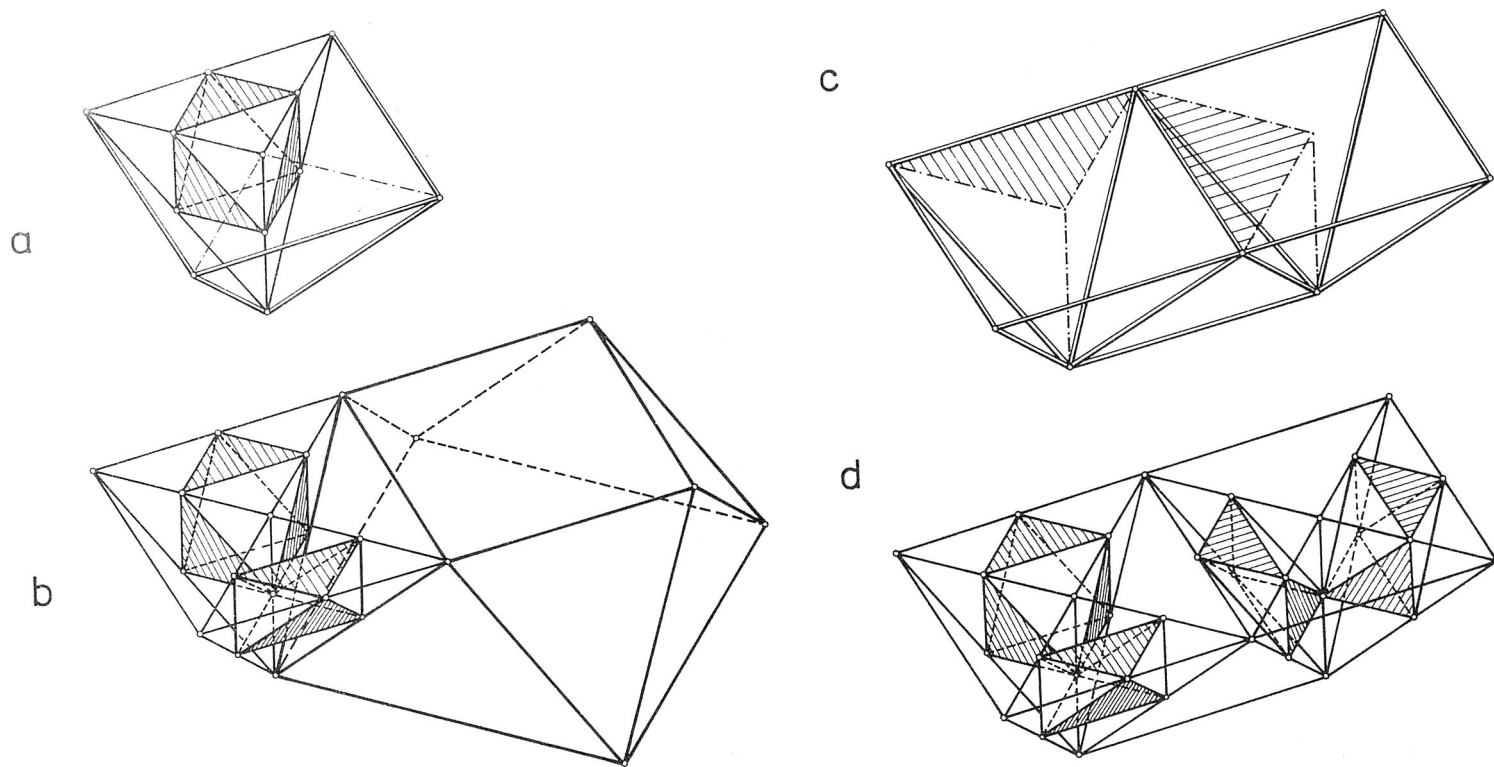
zależności od rodzaju siatki prętów w górnej warstwie budowanych struktur, a oznaczenia literowe identyfikujące dany typ będą umieszczane po prawej stronie nawiasu klamrowego. Zalety struktury $\{O-O\}$ użytej do budowy nowych form struktur prętowych z wykorzystaniem opisanego modułu są bardziej czytelne w porównaniu z formami zastosowania wyróżnionego zespołu w przestrzeni struktury określonej jako $\{D-O\}$. Układ bryłowy tej bardzo ekonomicznej formy struktury prętowej jest zbudowany z połówki czternastościanu i połówki ośmiościanu. Nowe formy „dużych” modułów prętowych, wypełniając jedną czwartą przestrzeni połówki ośmiościanu (rys. 5.14a), muszą być oddzielone od siebie „pustą” formą modułu, co w przypadku struktury $\{D-O\}$ powoduje, że co druga krawędź górnej części połówki czternastościanu nie zostałaby podzielona (rys. 5.14b). Warstwę górną takiej struktury stanowiłyby trzy rodzaje prętów, z których jeden byłby dwa razy dłuższy od pręta najkrótszego. Tak znaczne zróżnicowanie długości prętów, zwłaszcza w warstwie górnej, nie może być uznane za cechę korzystną tego układu. W celu zarówno zmniejszenia liczby różnych prętów, jak i zróżnicowania ich długości, można wprowadzić dodatkową liczbę krzyżulców w górnej ich warstwie, co jednak znacznie skomplikuje budowę wewnętrzną formowanej w ten sposób struktury. Propozycje kształtowania struktur na podstawie prostej formy struktury $\{D-O\}$ przedstawiono w następnym rozdziale.

W układzie bryłowym struktury $\{O-O\}$ odpowiednie rozmieszczenie połówek ośmiościanów, wypełnionych czworościennymi zestawami prętów, pozwoli na ograniczenie liczby prętów i zakresu różnych ich długości w górnej warstwie formowanej struktury.

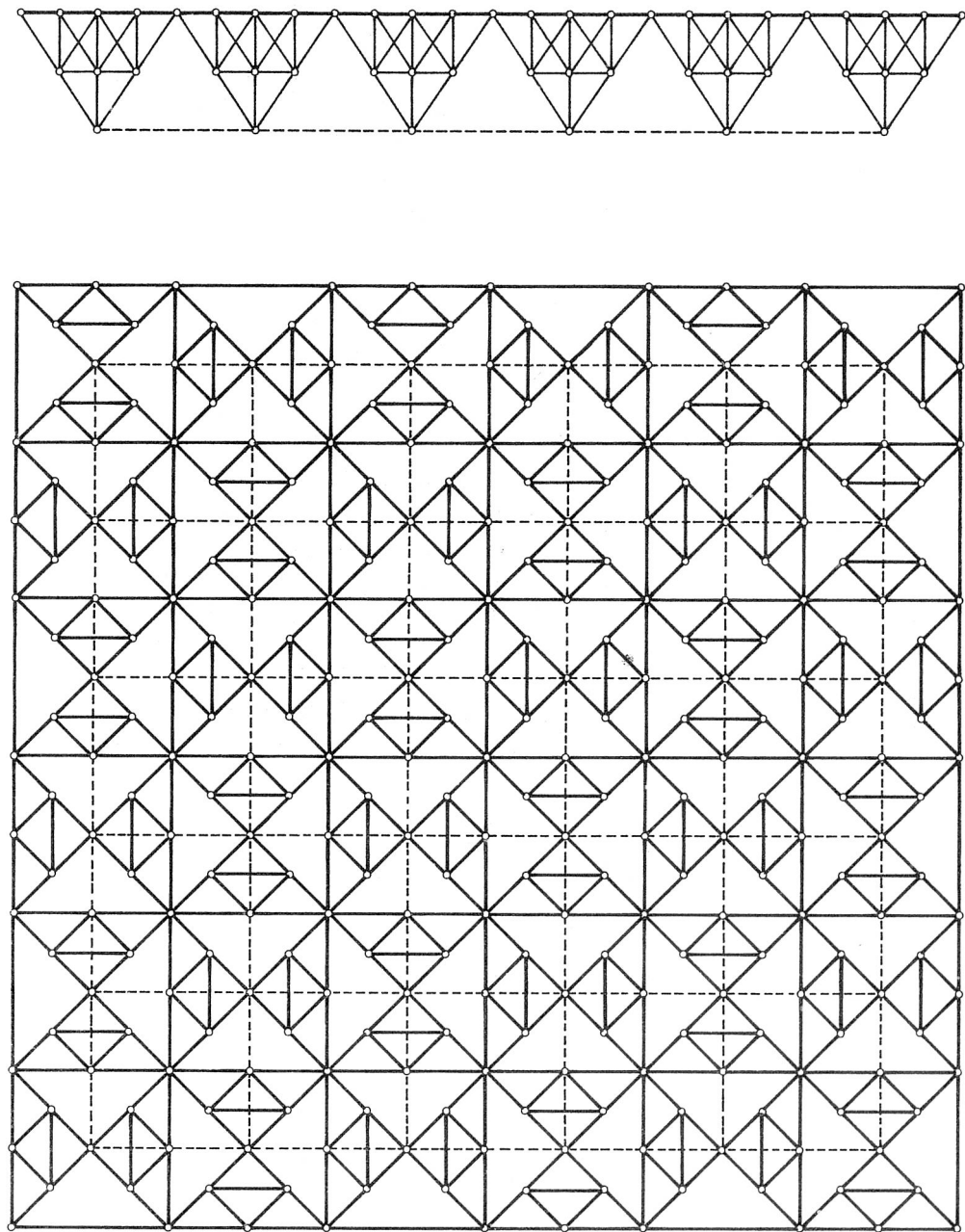
Na rysunku 5.14c pokazano sposób rozmieszczenia modułów prętowych w dwóch sąsiadujących ze sobą połówkach ośmiościanów. Poglądowy przykład aranżacji wewnątrz tych sąsiadujących ze sobą brył pokazano na rys. 5.14d. Uzyskaną w ten sposób formę struktury przestrzennej przyjęto oznaczać symbolem $2/4B\{O-O\}A$. Schemat rzutu poziomego i przekroju poprzecznego tego układu prętów pokazano na rys. 5.15. Szczegóły budowy wewnętrznej tej przestrzennej struktury prętowej przedstawiono na rys. 5.16.

Struktura przestrzenna $2/4B\{O-O\}A$, będąc złożoną formą struktury dwuwarstwowej, jest zbudowana z prętów o niewielkich długościach i może ułatwić wznoszenie różnorodnych form przekryć o dużych rozpiętościach. W jej wewnętrznej przestrzeni można wyróżnić złożoną formę modułu prętów, pokazaną na rys. 5.13b, która także może podlegać dalszym przekształceniom, polegającym np. na zredukowaniu liczby prętów warstw dolnych w sposób pokazany na rys. 5.13c. Otrzymaną w ten sposób klasyczną formę struktury dwuwarstwowej pokazano na rys. 5.17 i przyjęto oznaczać ją symbolem $R\ 2/4B\{O-O\}A$. Charakterystyczny układ krzyżulców sprawia, że dolna warstwa prętów może być kształtowana w różnorodny sposób. Ta forma struktury przestrzennej może okazać się szczególnie przydatna do kształtowania różnorodnych form przekryć wymagających stosowania diagonalnych lub ortogonalnych siatek prętów.

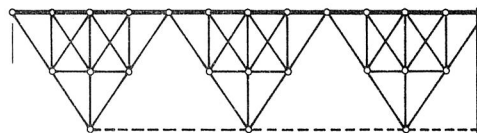
Dwie podstawowe formy modułów prętowych, pokazane na rys. 5.13b i c, mogą posłużyć do budowy bardzo złożonych układów struktur przestrzennych. W przypadku sytuowania zredukowanych form czworościennych modułów w sposób pokazany na rys. 5.18a utworzą one strukturę o proponowanej nazwie w postaci $2 \times R\ 2/4B\{O-O\}A$. Jeśli wspomniane formy modułów prętowych zostaną połączone, tak jak na rys. 5.18b, to zbudowana za ich pomocą złożona struktura przestrzenna otrzyma nazwę w postaci $2S \times R\ 2/4B\{O-O\}A$. Wysokość konstrukcyjna tych dwóch form struktur jest równa wysokości konstrukcyjnej struktury podstawowej, oznaczonej jako $2/4B\{O-O\}A$. Tak jak uprzednio, przedstawienie tych dwóch



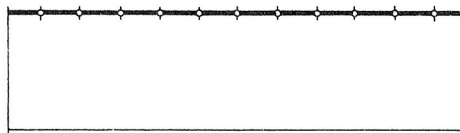
Rys. 5.14. Usytuowanie złożonych form modułów prętowych w przestrzeniach przykładowych układów bryłowych struktur przestrzennych
 Fig. 5.14. Localization of compound bar modules in the spaces of exemplary solid systems of space structures



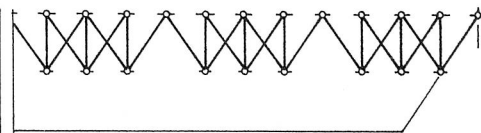
Rys. 5.15. Rzut poziomy i schemat przekroju poprzecznego struktury $2/4B\{O-O\}A$
 Fig. 5.15. The top view and the scheme of the cross-section of the structure $2/4B\{O-O\}A$



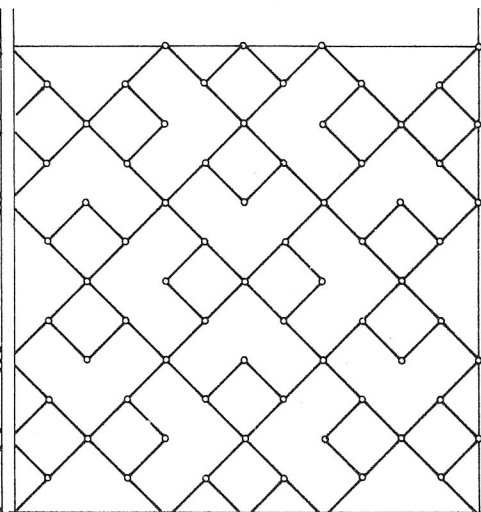
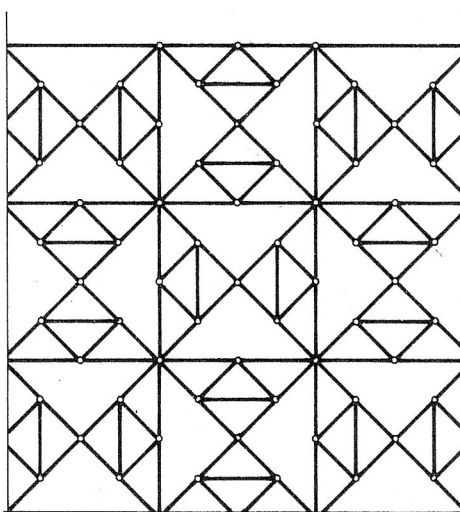
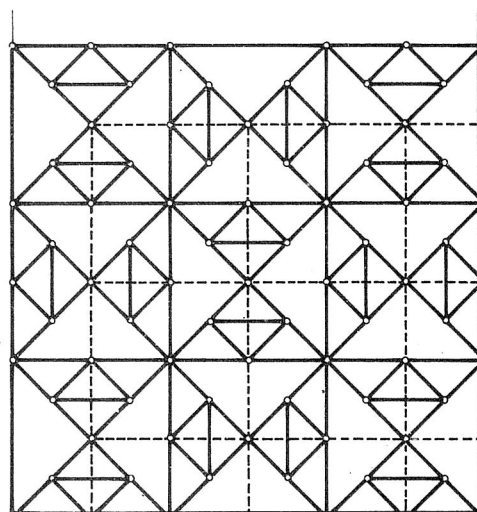
a

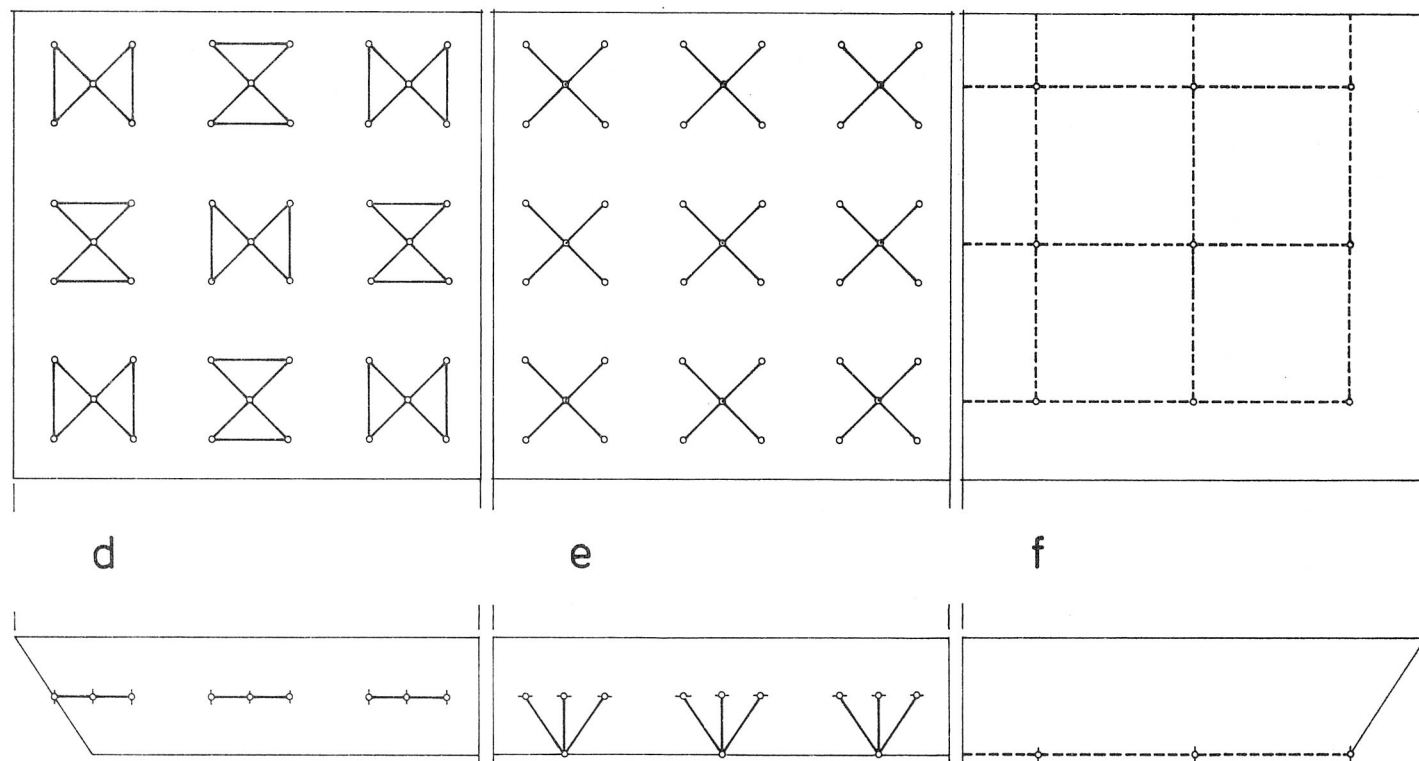


b



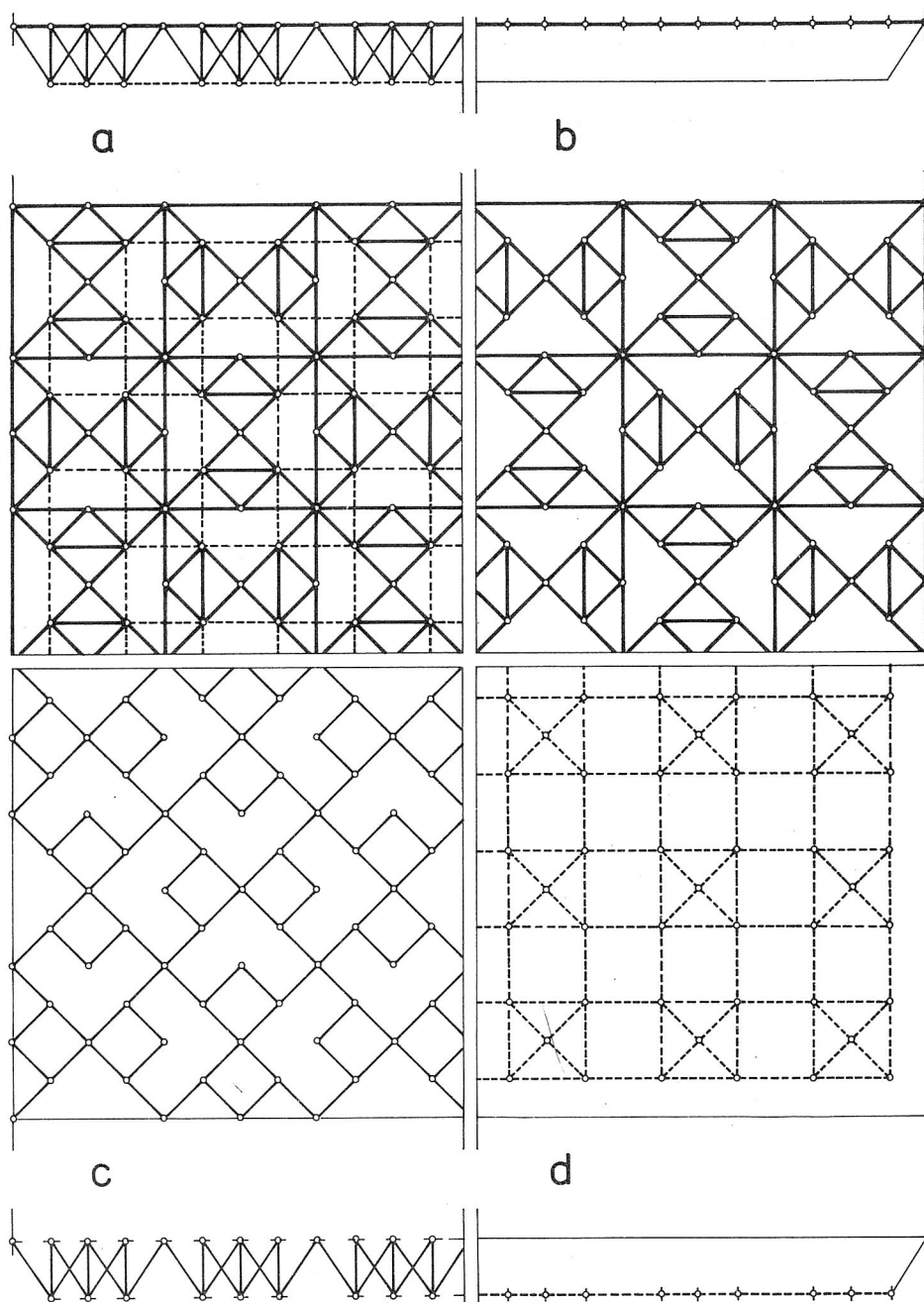
c





Rys. 5.16. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni struktury $2/4B\{O-O\}A$: a – schematy rzutów poziomego i pionowego, b – układ prętów w warstwie górnej, c – krzyżulce górne i słupki, d – pręty warstwy środkowej, e – krzyżulce dolne i słupki, f – pręty warstwy dolnej

Fig. 5.16. Bar arrangement in space of the structure $2/4B\{O-O\}A$: a – schemes of top and front views, b – bar system in the upper layer, c – upper cross-braces end posts, d – bars of the middle layer, e – lower cross-braces end posts, f – bars of the lower layer



Rys. 5.17. Struktura przestrzenna oznaczona symbolem $R2/4B\{O-O\}A$: a – schematy rzutu poziomego i przekroju poprzecznego, b – usytuowanie prętów w warstwie górnej, c – warstwa krzyżulców, d – układ prętów w warstwie dolnej

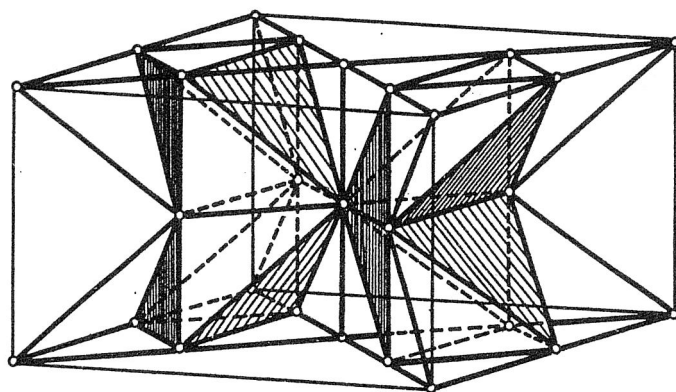
Fig. 5.17. Space structure denoted as $R2/4B\{O-O\}A$: a – schemes of the top view and cross-section, b – bar arrangement in the upper layer, c – cross-brace layer, d – bar localization in the upper layer

rodzajów struktur ma na celu ilustrację różnych sposobów formowania ich wnętrza i sposobu budowy ich oznaczeń. Wysokość konstrukcyjną dwukrotnie większą niż w strukturze podstawowej $2/4B\{O-O\}A$ uzyska się poprzez ułożenie pełnych form czworościennych modułów prętowych wewnątrz prostopadłościennych brył pokazanych na rys. 5.18c i d. Pionowe krawędzie tych brył wyznaczają lokalizację pionowych słupków w tej grupie złożonych układów struktur prętowych. Konfiguracja wyróżnionych modułów, przedstawiona na rys. 5.18c, posłuży do utworzenia struktury o proponowanej nazwie w postaci skrótu cyfrowo-literowego $2S \times 2/4B\{O-O\}A$. Układ prętów pokazany na rys. 5.18d będzie elementem powtarzalnym w przestrzeni struktury, którą przyjęto oznaczać jako $2 \times 2/4B\{O-O\}A$. Układy modułów pokazane na tym rysunku mogą być także przedmiotem dalszych przekształceń prowadzonych w celu uzyskania ciekawych i ekonomicznych rodzajów struktur, które mogą być zastosowane jako konstrukcje przekryć o bardzo dużych rozpiętościach.

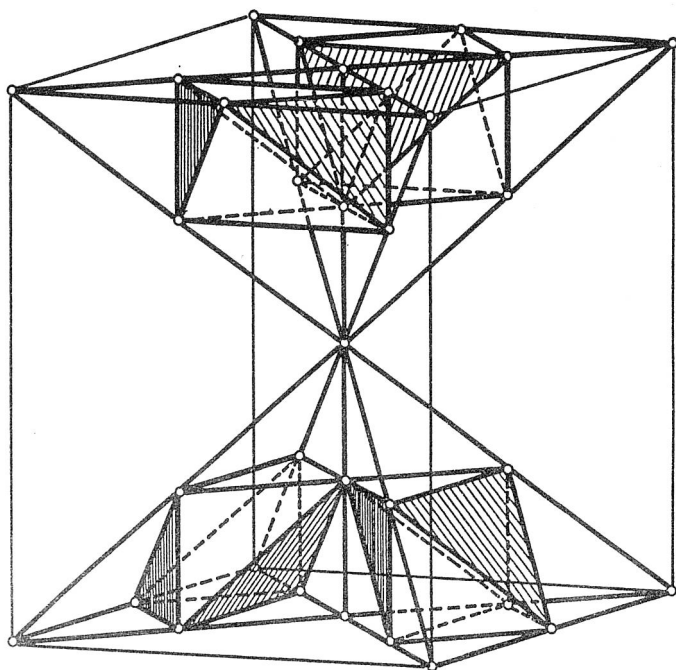
6. Grupy struktur kształtowanych na podstawie struktury $\{D-O\}$

Jedną z najbardziej efektywnych form struktur przestrzennych jest struktura prętowa oznaczona symbolem $\{D-O\}$, nazywana także rusztem diagonalno-ortogonalnym (por. rys. 3.1d). Układ bryłowy tej dwuwarstwowej struktury przestrzennej jest złożony z połówki czternastościanu półforemnego i uzupełniony połówką ośmiościanu foremego. Próba budowy tej formy struktury za pomocą „dużych” czworościennych modułów i pokazana na rys. 5.14b nie dała zadowalających rezultatów. Przyczyną tego niepowodzenia jest forma podstawowej bryły układu przestrzennego omawianej struktury. Połówka czternastościanu półforemnego (rys. 6.1a) jest uzupełniona czterema pionowo skierowanymi połówkami ośmiościanów foremnych. Górna, kwadratowa ściana czternastościanu jest dopełniona w warstwie górnej struktury $\{D-O\}$ kwadratowymi podstawami połówek ośmiościanów. Jeśli przestrzenie połówek ośmiościanów są wypełnione „dużymi” formami czworościennych modułów prętowych, w sposób pokazany na rys. 5.2b oraz 5.14b, to połowa z ogólnej liczby krawędzi kwadratowych pól usytuowanych w warstwie górnej nie ulegnie podziałowi na dwie równe części. Oznacza to, że pręty zlokalizowane w tych odcinkach będą miały znaczną długość i zróżnicowanie długości prętów warstwy górnej także będzie znaczne. Poszukiwanie układu prętów pozwalającego na ograniczenie zakresu różnych długości w strukturze formowanej na podstawie struktury $\{D-O\}$ rozpoczęto od podziału ukośnych, trójkątnych ścian brył podstawowych tego typu struktury (rys. 6.1b). Krawędzie trójkątnych ścian zostały podzielone na dwie równe części, co w obszarach każdej z wyróżnionych ścian pozwala na wprowadzenie dodatkowych trzech prętów dzielących te trójkątne ściany na cztery mniejsze pola. Taki układ prętów nie jest jeszcze układem sztywnym, a zamontowanie w węzłach górnej warstwy prętów sztywnych płyt nie jest rozwiązaniem zadowalającym [88]. Aby nadać temu układowi wystarczającą sztywność przestrzenną, należy na przykład połączyć środkowe węzły A, B, C i D górnej ściany czternastościanu (rys. 6.1b) prętami tworzącymi w obszarze tej ściany przekątniowy, mniejszy kwadrat. Górna warstwa tak budowanej struktury będzie miała wprawdzie dość złożony rysunek siatki prętów, co jednak pozwoli na nadanie tej warstwie znacznej sztywności. Tej wymaganej sztywności nie będzie miał jeszcze cały układ przestrzen-

a

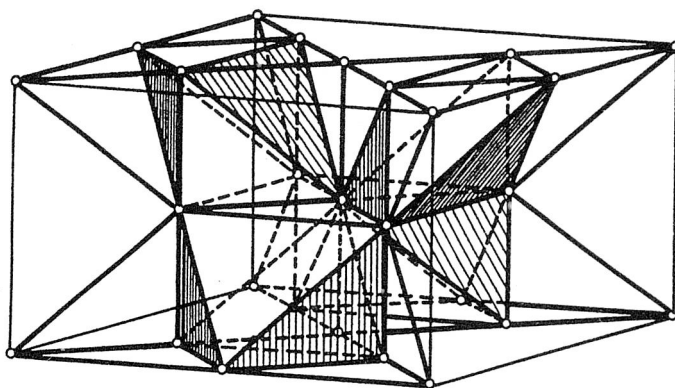


c



Rys. 5.18. Przykłady form elementów modularnych struktur o bardzo złożonej budowie wewnętrznej

b



d

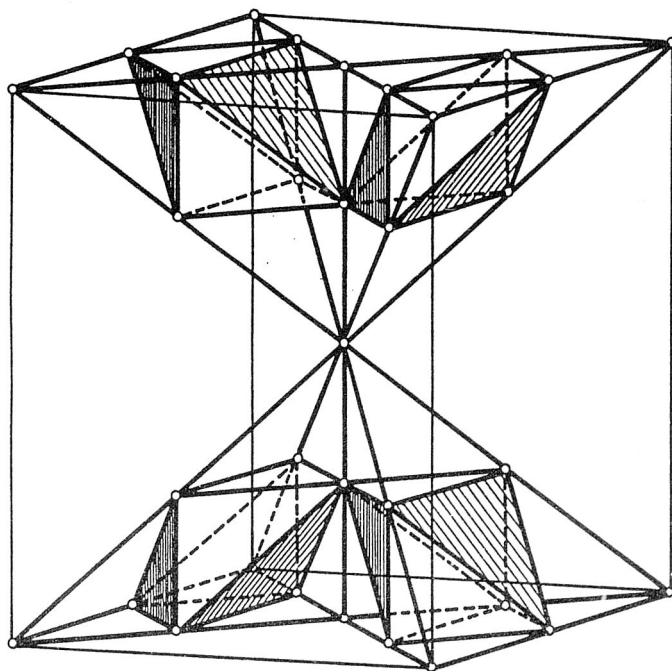
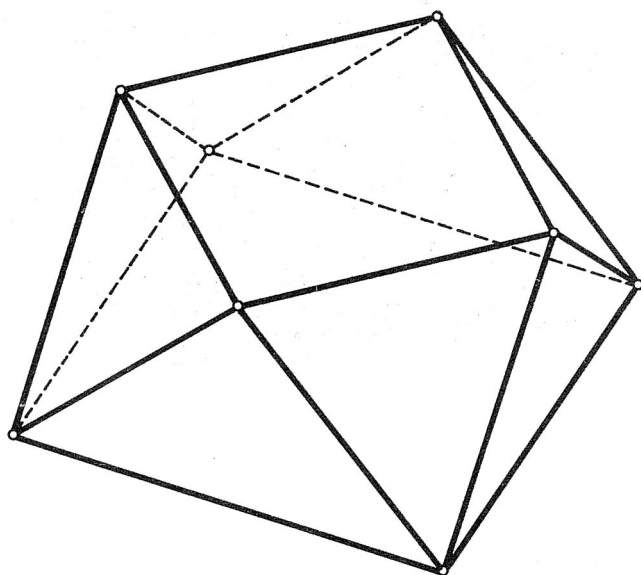
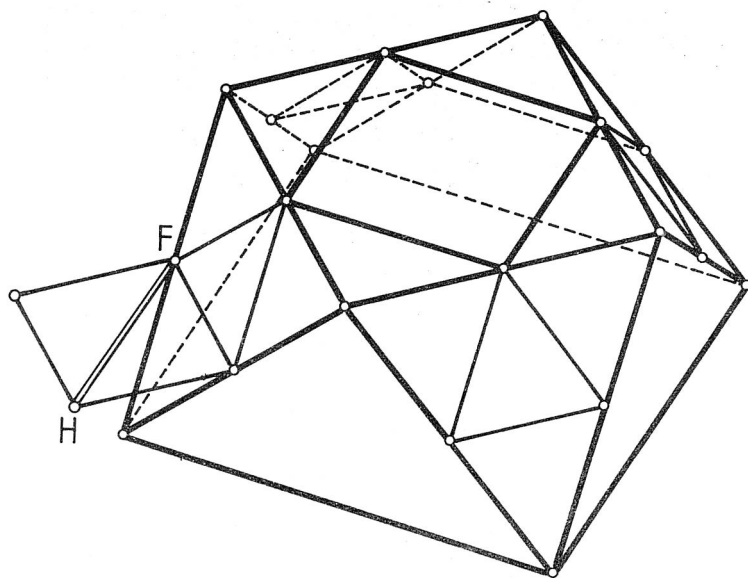


Fig. 5.18. Examples of forms of modular elements of structures of very compound inner structure

a



c



Rys. 6.1. Propozycje wprowadzania dodatkowej liczby prętów w przestrzeni grup struktur oznaczonych jako $B1\{D-O\}A$ i $B1\{D-O\}B$

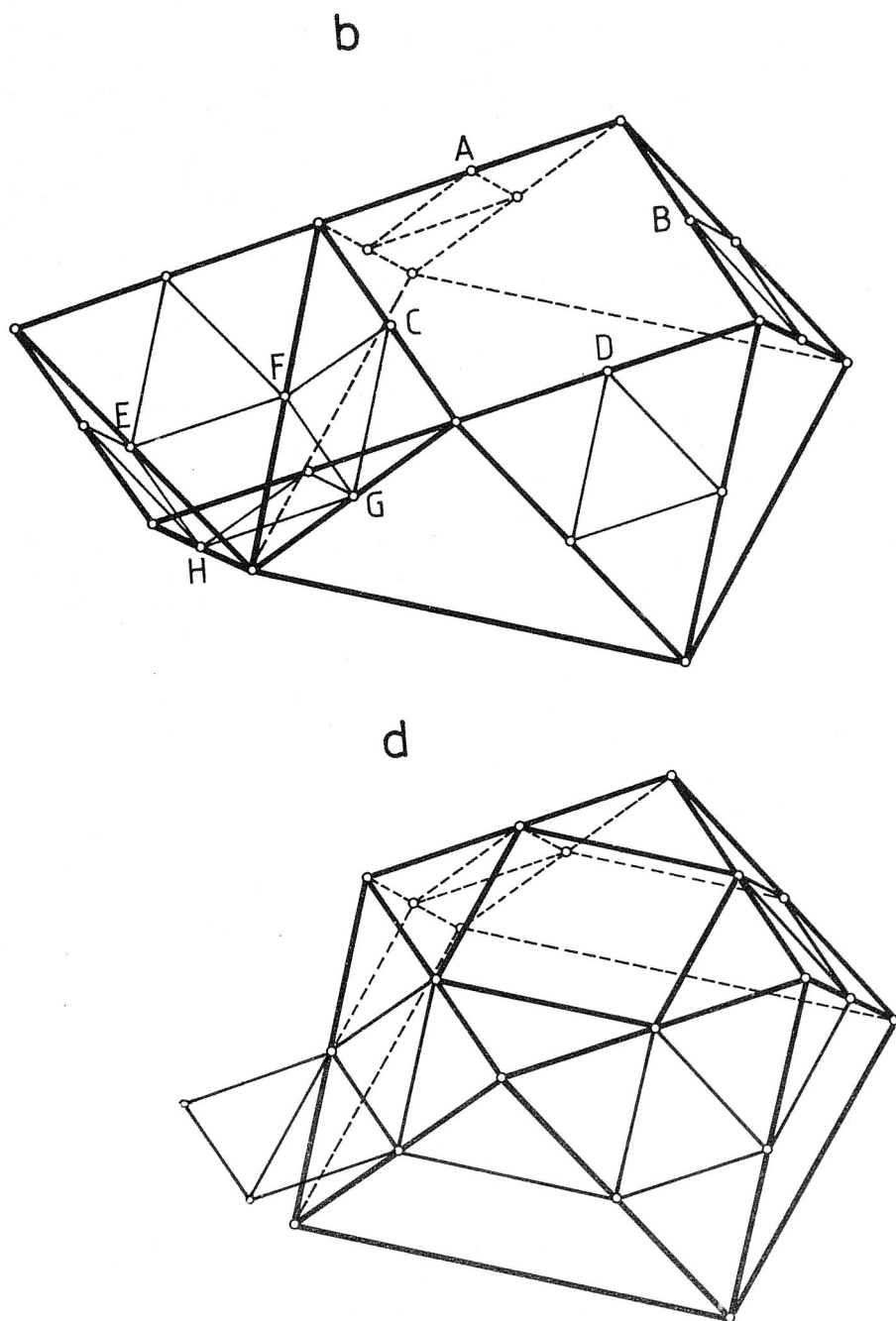


Fig. 6.1. Proposal of introduction of additional bars in the space of a group of structures denoted as $B1\{D-O\}A$ and $B1\{D-O\}B$

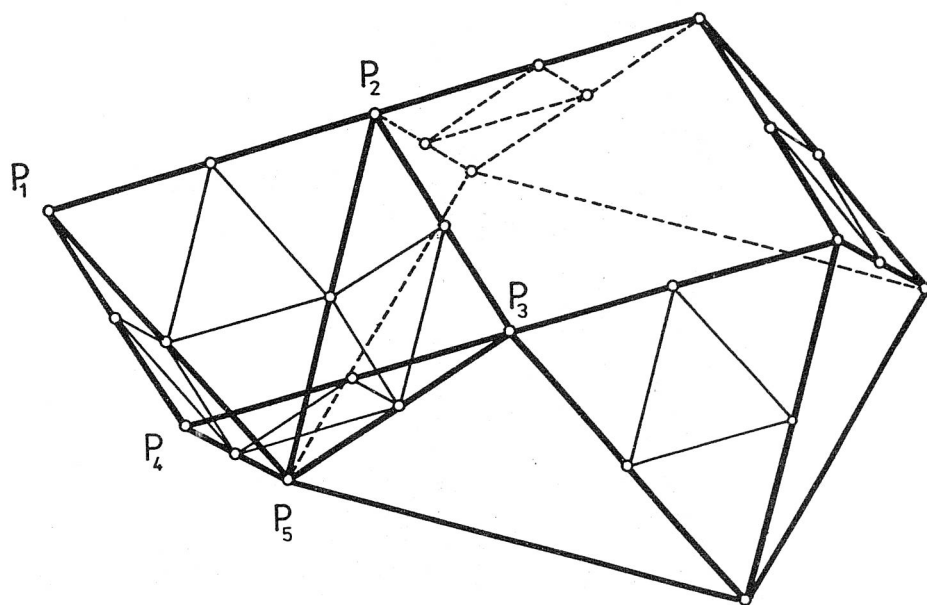
ny, gdyż krawędzie ukośnych ścian trójkątnych czternastościanu półforemnego będą się składać z dwóch odcinków prętów połączonych ze sobą za pomocą węzła przegubowego (np. węzła G , rys. 6.1b). W tym węźle schodzą się pręty dwóch trójkątnych ścian, a poziome pręty łączące się w nim mają postać kwadratu (rys. 6.1c). Kwadratowy zestaw prętów poziomych ulokowanych w płaszczyźnie środkowej budowanej struktury musi być uzupełniony prętem przekątniowym, np. zawartym pomiędzy węzłami F i H (rys. 6.1c), aby pod wpływem nierównomiernych obciążeń wspomniany zestaw prętów mógł przejmować siły wywołane takim rodzajem obciążenia. Budowanej w ten sposób strukturze można nadać oznaczenie w postaci $B1\{D-O\}A$. W tym przypadku litera usytuowana za nawiasem będzie informować o sposobie rozmieszczenia prętów w warstwie środkowej. Jeśli dodatkowe pręty będą umieszczone w warstwie środkowej w płaszczyznach prostopadłych ścian połówki czternastościanu i będą równoległe do krawędzi podstawy, tak jak pokazano to na rys. 6.1d, to otrzymaną w ten sposób formę struktury przyjęto oznaczać $B1\{D-O\}B$. Ta forma struktury prętowej ma postać trójwarstwowej struktury przestrzennej, a oznaczenie jej symbolem $B1\{D-O\}B$, upraszczając zapis samej nazwy, informuje jednocześnie o sposobie jej kształtowania. Pierwszą z tej grupy struktur, oznaczoną symbolem $B1\{D-O\}A$, można traktować jako szczególną postać struktury dwuwarstwowej, mającą w swej płaszczyźnie środkowej zespoły prętów tworzących pojedyncze kwadratowe pola uzupełnione prętami diagonalnymi. Tak uformowana struktura będzie przykładową postacią struktury w grupie struktur kształtowanych na jej podstawie struktury $\{D-O\}$, które zostaną zaprezentowane na kilku przykładach.

Struktury o podobnej budowie wewnętrznej możemy utworzyć na podstawie tej samej formy rusztu diagonalno-ortogonalnego, wykorzystując do tego celu przekształconą postać ośmiościanu (rys. 6.2). Punkty równego podziału odpowiednich krawędzi będą w tym przypadku połączone prętami usytuowanymi tylko na ścianach połówki ośmiościanu (rys. 6.2a). Rozmieszczenie dodatkowych prętów w środkowej warstwie formowanej struktury będzie podobne do wyżej opisanego. Jeżeli pręty dodatkowe będą zlokalizowane także w kwadratowych polach tej warstwy (np. pręt HF), znajdujących się w połowie wysokości modułu prętów w postaci tym razem „dużej” połówki ośmiościanu (rys. 6.2b), to utworzona zostanie szczególna postać struktury właściwie dwuwarstwowej, którą przyjęto oznaczać symbolem $B2\{D-O\}A$. Jeśli dodatkowe pręty stężające, zamiast w kwadratowych polach warstwy środkowej, zostaną usytuowane poza przestrzenią połówek ośmiościanów i będą łączyć węzły tej warstwy, których lokalizację reprezentują odcinki zawarte pomiędzy węzłami np. G i R (rys. 6.2b), to taką formę struktury prętowej przyjęto oznaczać jako $B2\{D-O\}B$. W tym przypadku pręty warstwy środkowej będą tworzyły siatkę ciągłą złożoną z kwadratowych i ośmiokątnych pól. Struktura $B2\{D-O\}B$ jest zatem trójwarstwową odmianą struktury prętowej uformowaną na bazie struktury podstawowej $\{D-O\}$.

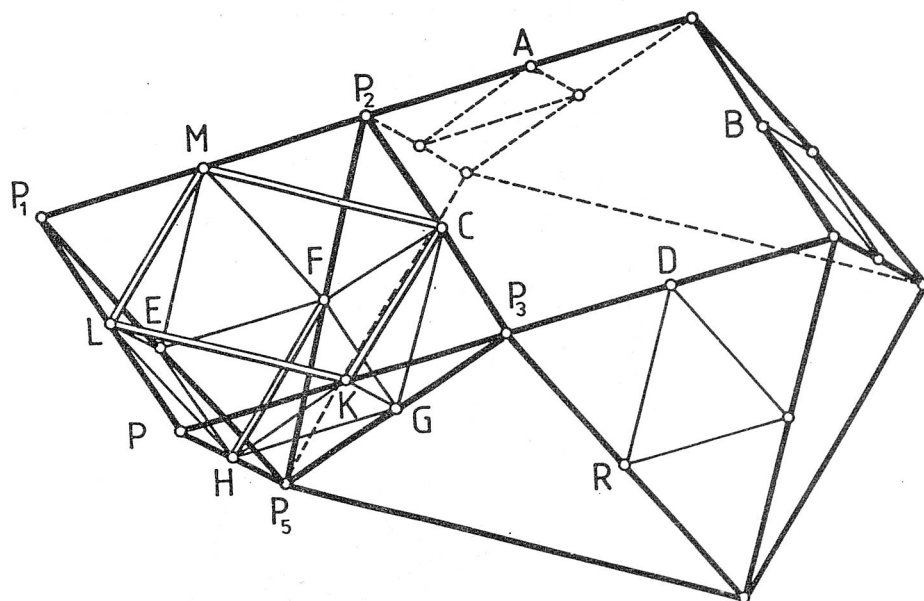
W przyjętym sposobie oznaczeń układy struktur uformowane z tak podzielonych połówek ośmiościanów będą wyróżniane symbolem $B2$ umieszczonym przed nawiasem klamrowym. W porównaniu do grupy struktur wyróżnionych symbolem $B1$, te oznaczone skrótem $B2$ mają mniej skomplikowany układ prętów w swych warstwach górnych. Wyróżniona postać modułu prętów jako „duża” połówka ośmiościanu może posłużyć do budowy złożonych układów prętów formowanych na podstawie innej niż struktura $\{D-O\}$, klasycznej formy struktury dwuwarstwowej.

Proponowane formy elementów powtarzalnych tych dwóch grup struktur, wyróżnionych oznaczeniami $B1$ i $B2$, posłużą do budowy konstrukcji przekryć dachowych, których strefy

a

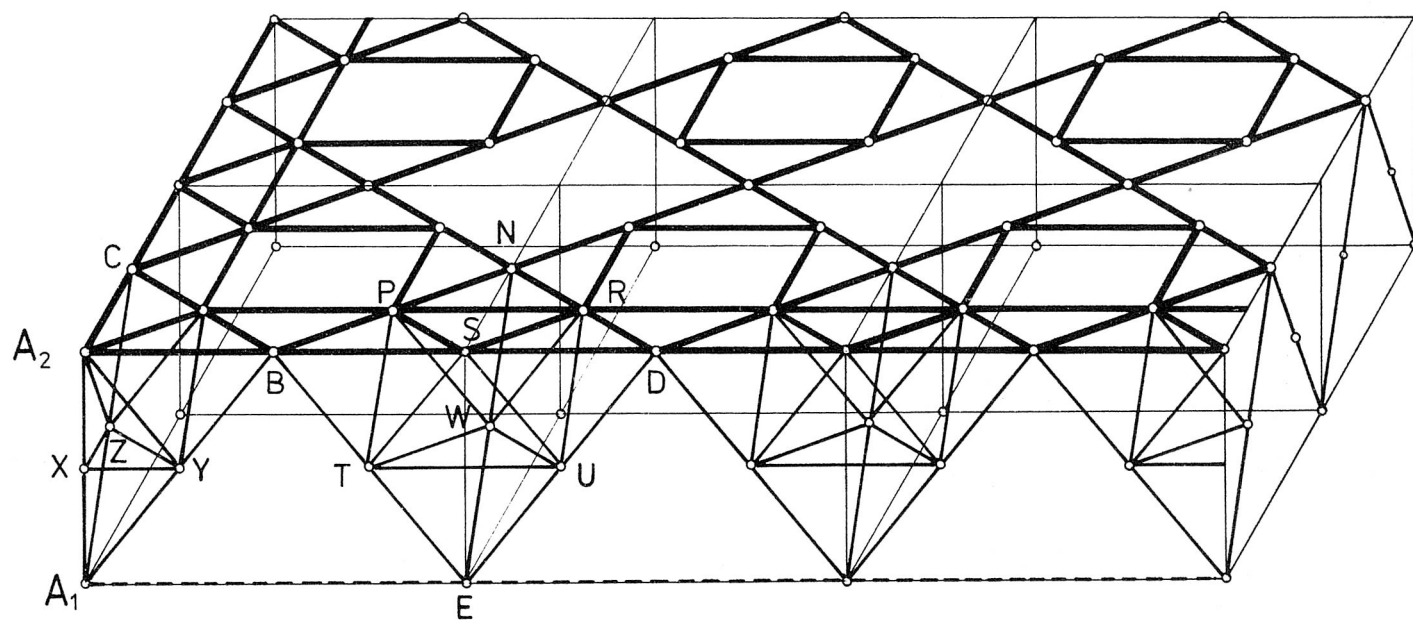


b

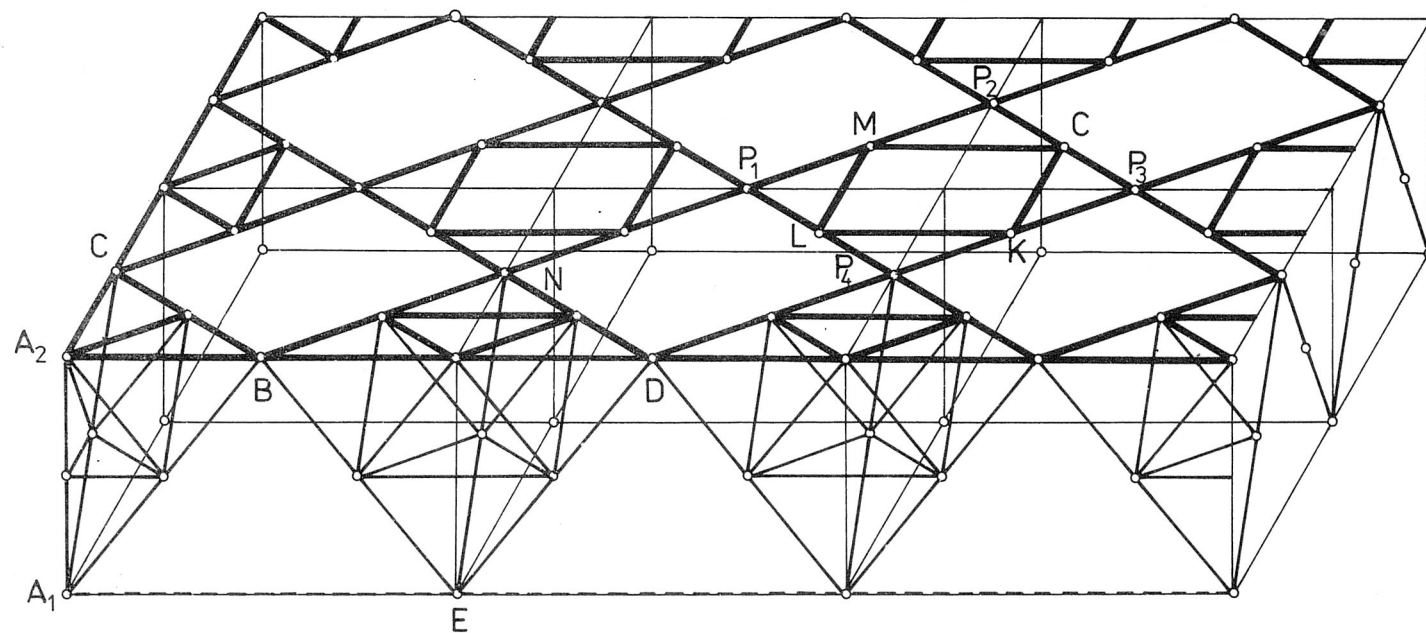


Rys. 6.2. Schematy rozmieszczenia dodatkowych prętów w przestrzeni połówki ośmiościanu, będącej składnikiem układu bryłowego struktury typu $B2\{D-O\}$

Fig. 6.2. Schemes of localization of additional bars in the space of a half of an octahedron being the component of the solid system of the structure $B2\{D-O\}$

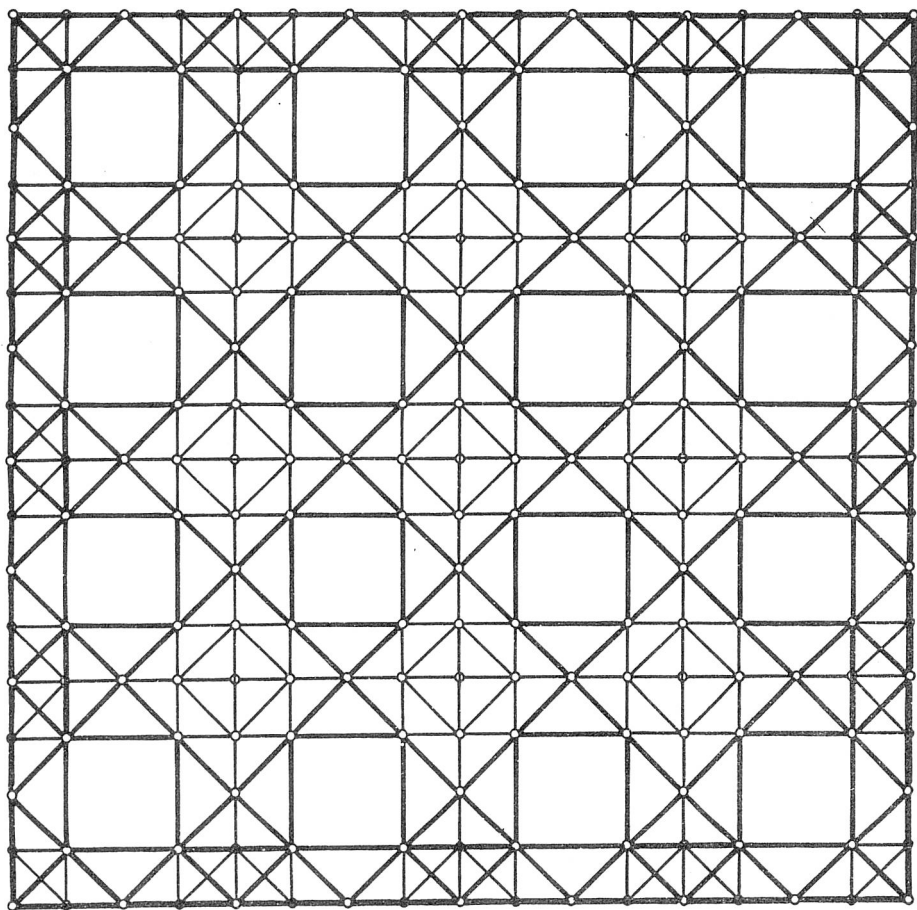
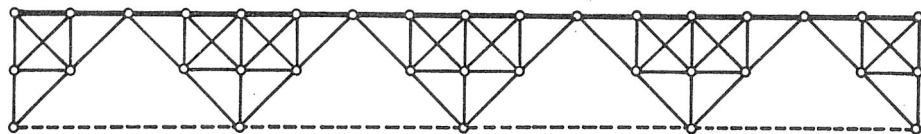


Rys. 6.3. Uformowanie strefy brzegowej struktury $B_1\{D-O\}A$
 Fig. 6.3. Boundary area shaping of the structure $B_1\{D-O\}A$



Rys. 6.4. Przykładowa postać strefy brzegowej struktur $B2\{D-O\}A$
 Fig. 6.4. Exemplary form of boundary area of the structure $B2\{D-O\}A$

a



Rys. 6.5. Widok boczny i rzut poziomy płaskiej formy struktury przestrzennej $B1\{D-O\}A$ (a) oraz $B2\{D-O\}A$ (b)

b

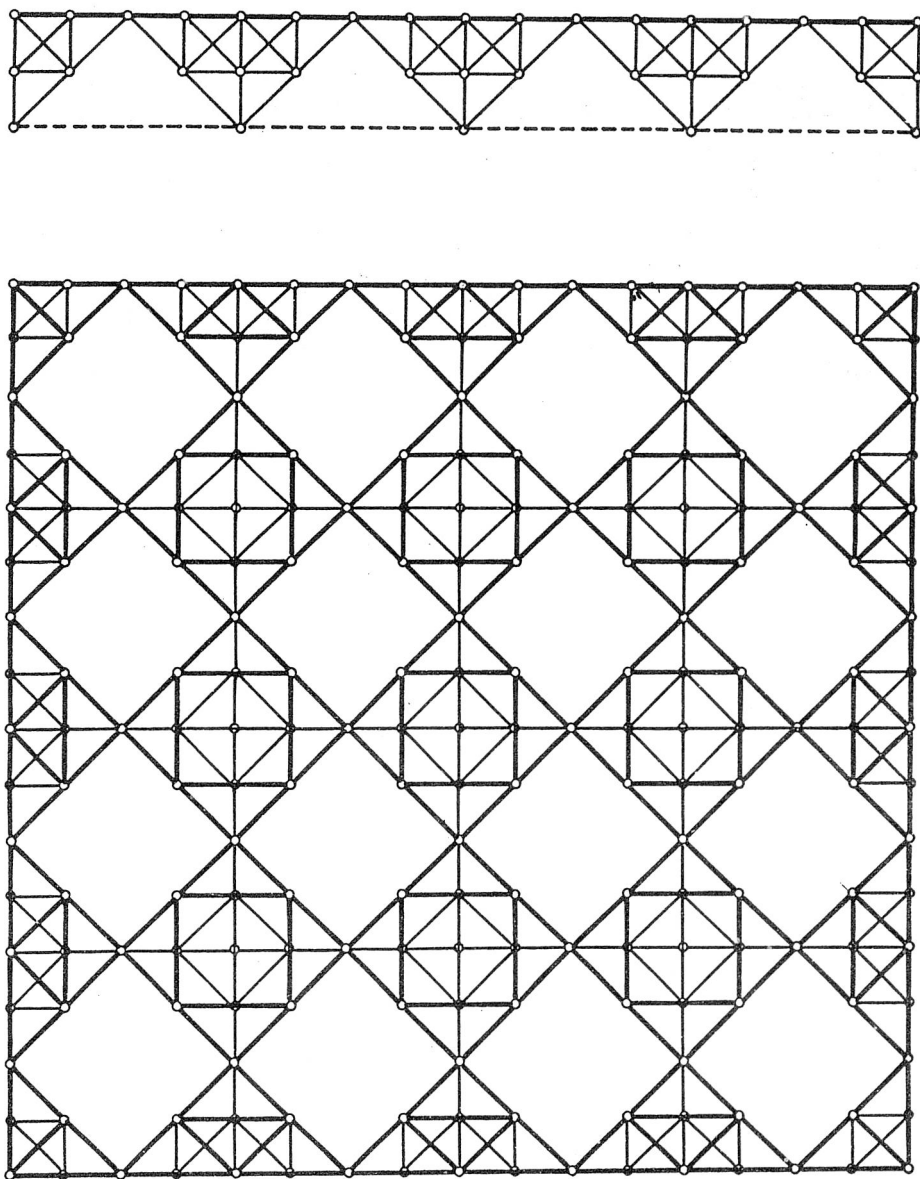
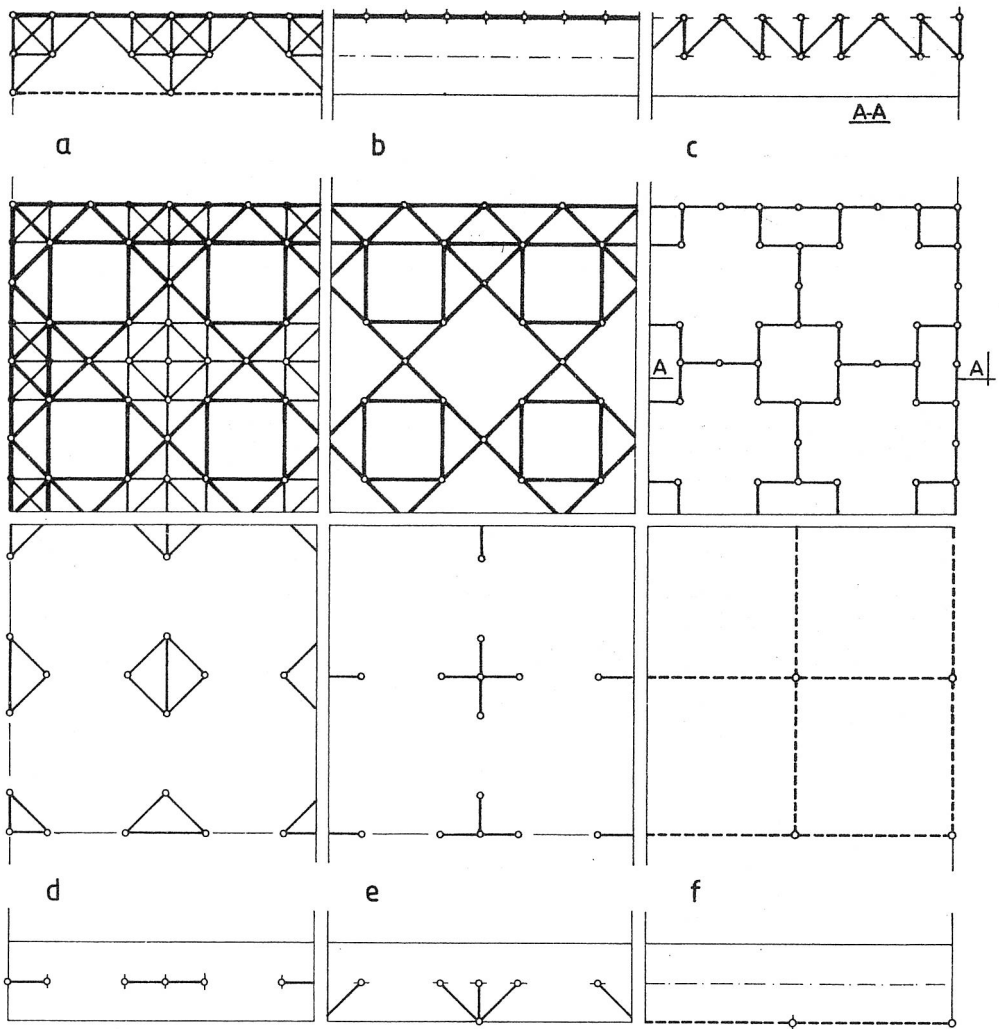


Fig. 6.5. Front view and top view of the flat form of space structure $B1\{D-O\}A$ (a) and $B2\{D-O\}A$ (b)



Rys. 6.6. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni struktury $B1\{D-O\}A$: a – schematy rzutu poziomego i pionowego, b – pręty warstwy górnej, c – krzyżulce górne, d – pręty warstwy środkowej, e – krzyżulce dolne, f – układ prętów w warstwie dolnej

Fig. 6.6. Bar localization in the space of the structure $B1\{D-O\}A$: a – schemes of top and front views, b – bars of the upper layer, c – upper cross-braces, d – middle layer bars, e – lower cross-braces, f – bar arrangement in the lower layer

brzegowe muszą być w odpowiedni sposób wykształcone. Propozycję formowania strefy brzegowej struktury typu $B1\{D-O\}A$ przedstawiono na rys. 6.3. Pręty warstwy górnej w brzegowych strefach tej struktury tworzą pasy trójkątne. W narożach tej formy struktury jest umieszczony czworościenny moduł o pionowej krawędzi A_1A_2 , która jest złożona z dwóch odcinków prętów łączących się w węzle środkowym X (rys. 6.3). Podobne formy czworościennych modułów można wyróżnić na każdej krawędzi proponowanego ukształtowania stref

brzegowych struktury $B1\{D-O\}A$. Również w podobny sposób będzie miała uformowane strefy brzegowe struktura $B1\{D-O\}B$, przy czym pręty poziome jej warstwy środkowej będą tam tworzyć linię ciągłą.

Propozycje ukształtowania strefy brzegowej struktury oznaczonej $B2\{D-O\}A$ pokazano na rys. 6.4. Ta złożona postać struktury, właściwie dwuwarstwowej, ma nieco odmienny rysunek siatki prętów w brzegowych partiach swej warstwy górnej. Czworościennie moduły prętów usytuowane na krawędziach struktury $B2\{D-O\}A$ są odpowiednim uzupełnieniem przestrzeni formowanej z uprzednio podzielonych połówek ośmiościanów, które są podstawowym modulem tej struktury prętowej. Uwagi dotyczące uformowania brzegów odmiany tej struktury, oznaczonej symbolem $B2\{D-O\}B$, są podobne do zaleceń dotyczących sposobu ułożenia prętów w strukturze $B1\{D-O\}B$.

Na rysunku 6.5a przedstawiono schematy rzutu poziomego i przekroju poprzecznego struktury $B1\{D-O\}A$, a schematy rzutu poziomego i przekroju poprzecznego formy struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $B2\{D-O\}A$ pokazano na rys. 6.5b. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni struktury prętowej $B1\{D-O\}A$ przedstawiono na rys. 6.6. Na szczególną uwagę zasługuje znaczna długość prętów warstwy dolnej w porównaniu z długością prętów w pozostałych warstwach tej złożonej formy przestrzennej struktury prętowej.

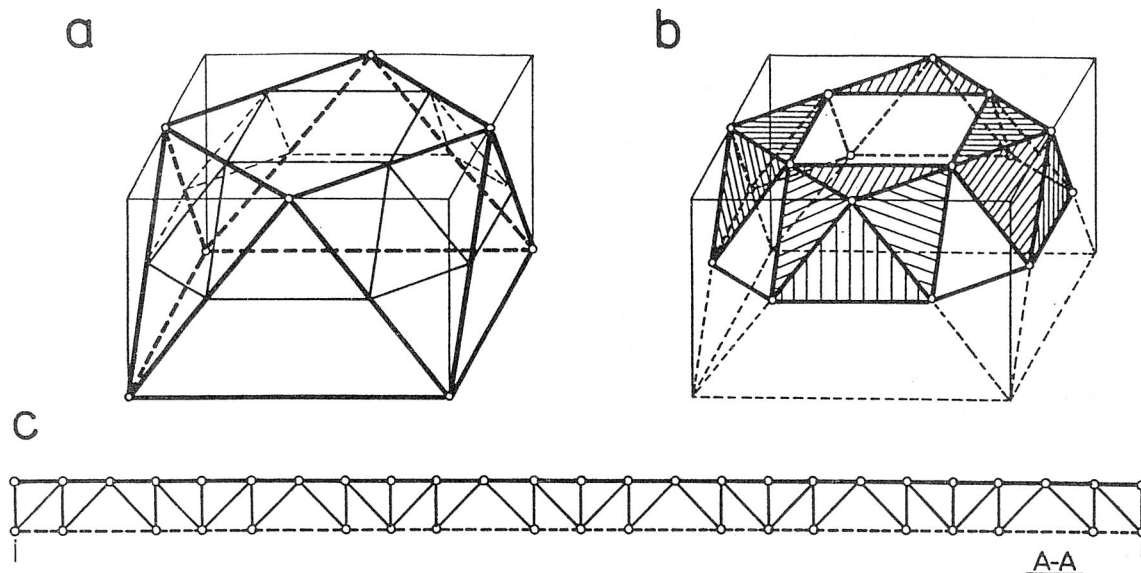
Wszystkie rodzaje struktur należących do tej grupy mogą być przedmiotem przekształceń o charakterze podobnym do wcześniej opisanych. Przykład takiego przekształcenia, dokonanego na podstawie jednej z uzyskanych form, przedstawiono na rys. 6.7. Przedmiotem przekształcenia był układ prętów struktury $B1\{D-O\}B$. W przestrzeni tej trójwarstwowej struktury prętowej można wyróżnić powtarzalny element bryłowy w postaci połówki czternastościanu półforemnego o odpowiednio podzielonych ścianach (rys. 6.7a). Istotą tego przekształcenia było wyodrębnienie górnych warstw, łącznie ze środkową warstwą prętów struktury $B1\{D-O\}B$ i eliminacja prętów warstw dolnych tak, jak w poglądowy sposób przedstawiono to na rys. 6.7b. Uzyskaną w ten sposób klasyczną formę dwuwarstwowej struktury przestrzennej przyjęto oznaczać symbolem $RB1\{D-O\}B$. Schemat przekroju poprzecznego $A-A$ tej struktury pokazano na rys. 6.7c, a fragment jej rzutu poziomego na rys. 6.7d. Układy prętów w poszczególnych warstwach tej struktury są podobne do układu prętów w górnych warstwach struktury $B1\{D-O\}B$.

Kolejne przekształcenia mogą polegać na odpowiednim złożeniu dwóch warstw struktury $RB1\{D-O\}B$. Tak skomplikowana forma struktury może wymagać zastosowania dodatkowej liczby prętów, umieszczonych np. w kwadratowych polach warstwy środkowej budowanej struktury. W innym rodzaju przekształcenia gotową już formę struktury $RB1\{D-O\}B$ można użyć do budowy bardziej złożonych układów struktur przestrzennych, które jednak mogą nie znaleźć zastosowania w praktyce inżynierskiej.

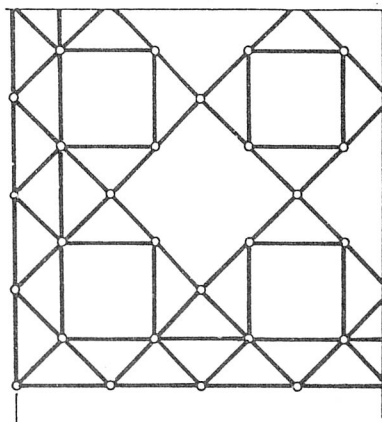
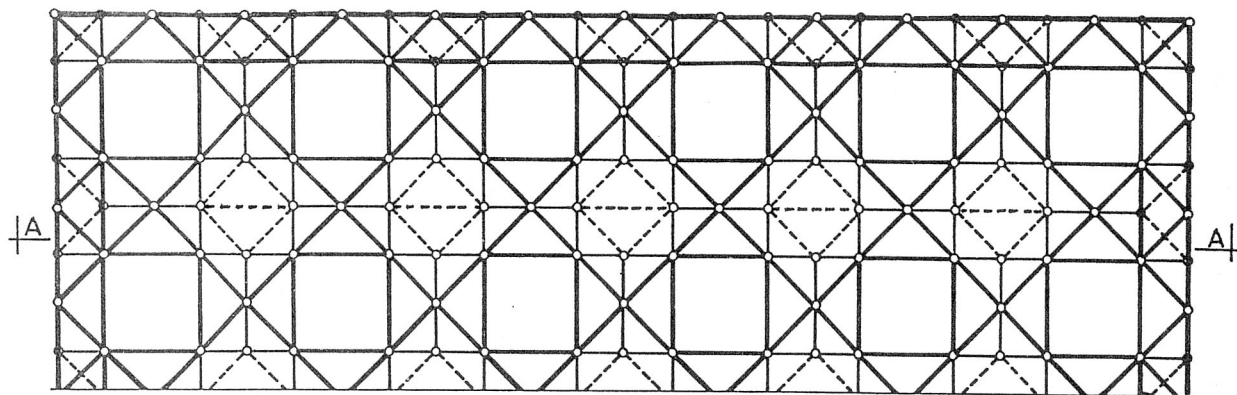
Przedstawione schematy budowy złożonych form struktur mogą być stosowane jako konstrukcje różnorodnych przekryć o bardzo dużych rozpiętościach. Na szczególną uwagę zasługuje forma modułu prętowego struktury $B2\{D-O\}A$ (por. rys. 6.2b). Zespół prętów wypełniający w ten sposób przestrzeń połówki ośmiościanu nadaje tej bryle znaczną sztywność przestrzenną i w tej postaci może ona być składnikiem układów bryłowych różnych rodzajów struktur przestrzennych. Wszystkie odmiany grup struktur prezentowanych w tym rozdziale opracowano na podstawie tzw. rusztu diagonalno-ortogonalnego, w którym liczba prętów przypadających na jednostkę przekrywanej powierzchni należy do najmniejszych.

Rys. 6.7. Schemat procesu formowania i usytuowania prętów w przestrzeni struktury oznaczonej symbolem $RB1\{D-O\}B$, a – forma wyjściowa, b – zredukowana postać formy modułu prętowego, c – schemat przekroju poprzecznego A-A, d – fragment rzutu poziomego, e – pręty warstwy górnej, f – warstwa krzyżulców, g – pręty warstwy dolnej

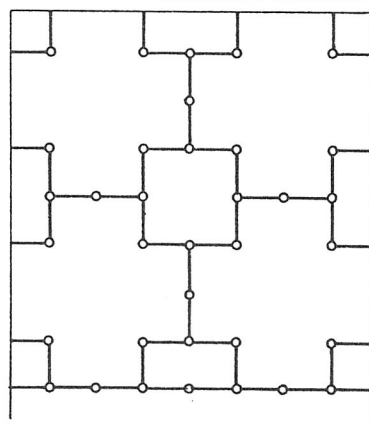
Fig. 6.7. Scheme of the shaping proces and scheme of bar localization in space of the structure denoted as $RB1\{D-O\}B$: a – initial form, b – reduced form of bar module, c – scheme of the cross-section A-A, d – part of the top view, e – bars of the upper layer, f – cross-brace layer, g – bars of the lower layer



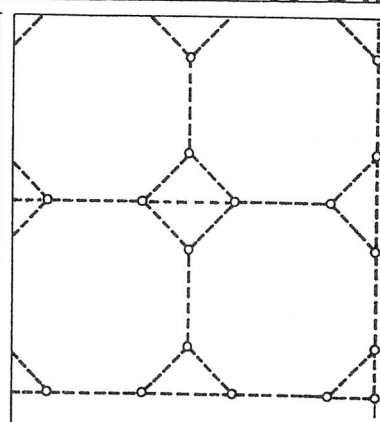
d



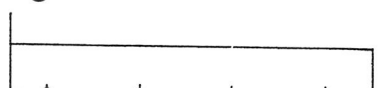
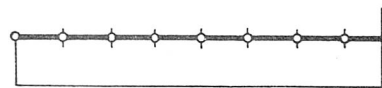
e



f



g



7. Przykłady formowania innych układów struktur przestrzennych

W procesie formowania proponowanych układów struktur przestrzennych stosowano element powtarzalny w postaci płaskiego lub przestrzennego zestawu prętów. Najczęściej używano modułu czworosściennego, który stanowił wypełnienie całości lub części wyróżnionej bryły układu bryłowego prostych, dwuwarstwowych form struktur przestrzennych. Różnorodne postacie czworosściennych modułów prętowych mogą być w niemal dowolny sposób umieszczone w przestrzeni tworzonych struktur, których porządek wewnętrzny nie musi być zawsze budowany na podstawie powszechnie używanych układów struktur prętowych.

Wyróżnione do tej pory zestawienia czworosściennych modułów w przestrzeni wybranej formy układu bryłowego mogą być uzupełnione dodatkową liczbą prętów. Może to niekiedy dość znacznie zmienić postać samego zestawu modułów i zwiększyć liczbę prętów potrzebnych do jego budowy, choć równocześnie może uczynić go bardziej przydatnym do budowy przekryć o dużych rozpiętościach. Na podstawie zastosowanych przestrzennych modułów prętowych określa się wewnętrzną organizację dość złożonych układów struktur. Na potrzeby konstrukcji przekryć o formach powłokowych, np. kopuł, stosuje się struktury o jasnych, prostych układach prętów i są to zazwyczaj klasyczne formy struktur dwuwarstwowych. Różnorodność form struktur przestrzennych kształtowanych z wyróżnionych wcześniej postaci modułów prętowych jest bardzo duża. Poniżej przedstawiono jedynie trzy przykładowe postacie struktur, które mogą ilustrować istniejące możliwości kształtowania ich form. Różnorodność form struktur może być zatem o wiele większa niż przedstawiono w tej pracy, w której ujęto jedynie reprezentacyjną ich grupę.

Niektóre spośród już opisanych i oznaczonych postaci struktur przestrzennych były utworzone z czworosściennych modułów prętowych, w których jedna krawędź była prostopadła do płaszczyzny zewnętrznych warstw prętów. Inny sposób sytuowania tego typu modułu w przestrzeni budowanej struktury przedstawiono na rys. 7.1a. Taka „pełna” forma modułu prętowego będzie dopełnieniem „pustej” formy czworoszczanu. Dolne wierzchołki pionowych krawędzi będą połączone prętem o długości równej dwukrotnej wysokości trójkątnej, górnej ściany tego modułu. Zespół trzech czworosściennych modułów jest umieszczony w obszarze sześciokąta i wypełniają one co drugie trójkątne pole tego sześciokąta (rys. 7.1b).

Zbudowana w ten sposób forma struktury przestrzennej będzie również swego rodzaju strukturą dwuwarstwową, mimo iż ma ona pręty poziome usytuowane w jej warstwie środkowej. Pręty te tworzą tam grupy trójkątnych pól, nie budując jednak ciągłej siatki prętów w warstwie środkowej. Długości prętów warstwy dolnej są wielokrotnie większe od długości prętów usytuowanych w warstwie górnej, co w przypadku płaskiej formy przekrycia podpartego w węzłach brzegowych tej struktury jest uważane zazwyczaj za cechę korzystną. Schemat przekroju poprzecznego tej struktury pokazano na rys. 7.1c, fragment jej rzutu poziomego przedstawiono natomiast na rys. 7.1d. Ponieważ proponowany sposób oznaczeń ma charakter systemu otwartego, nazwę tej formy struktury przyjęto budować w następujący sposób. Struktura ta jest zbudowana z „dużych” modułów czworosściennych, zgrupowanych wokół jednej pionowej krawędzi i wypełniających trzy spośród sześciu trójkątnych pól schodzących się w górnym węźle wspólnej pionowej krawędzi tych modułów. Te stwierdzenia będą zapisane w formie oznaczeń cyfrowo-literowych zaproponowanych w postaci $3/6B$ i umieszczone przed nawiasem klamrowym. Pręty warstw zewnętrznych tworzą siatki trójkątne,

przy czym w warstwie górnej siatka trójkątna ma zredukowaną liczbę prętów, a w stosunku do niej rysunek prętów warstwy dolnej jest w rzucie poziomym obrócony o kąt 30° , co przyjęto oznaczać $\{RT-T/30^\circ\}$. Tę złożoną postać struktury przestrzennej oznaczono równie złożoną formą symbolu jako $3/6B\{RT-T/30^\circ\}A$. Powyższy sposób opisu geometrii struktur powinien umożliwić precyzyjne określenie budowy wewnętrznej bardzo szerokiego zakresu możliwych postaci struktur przestrzennych.

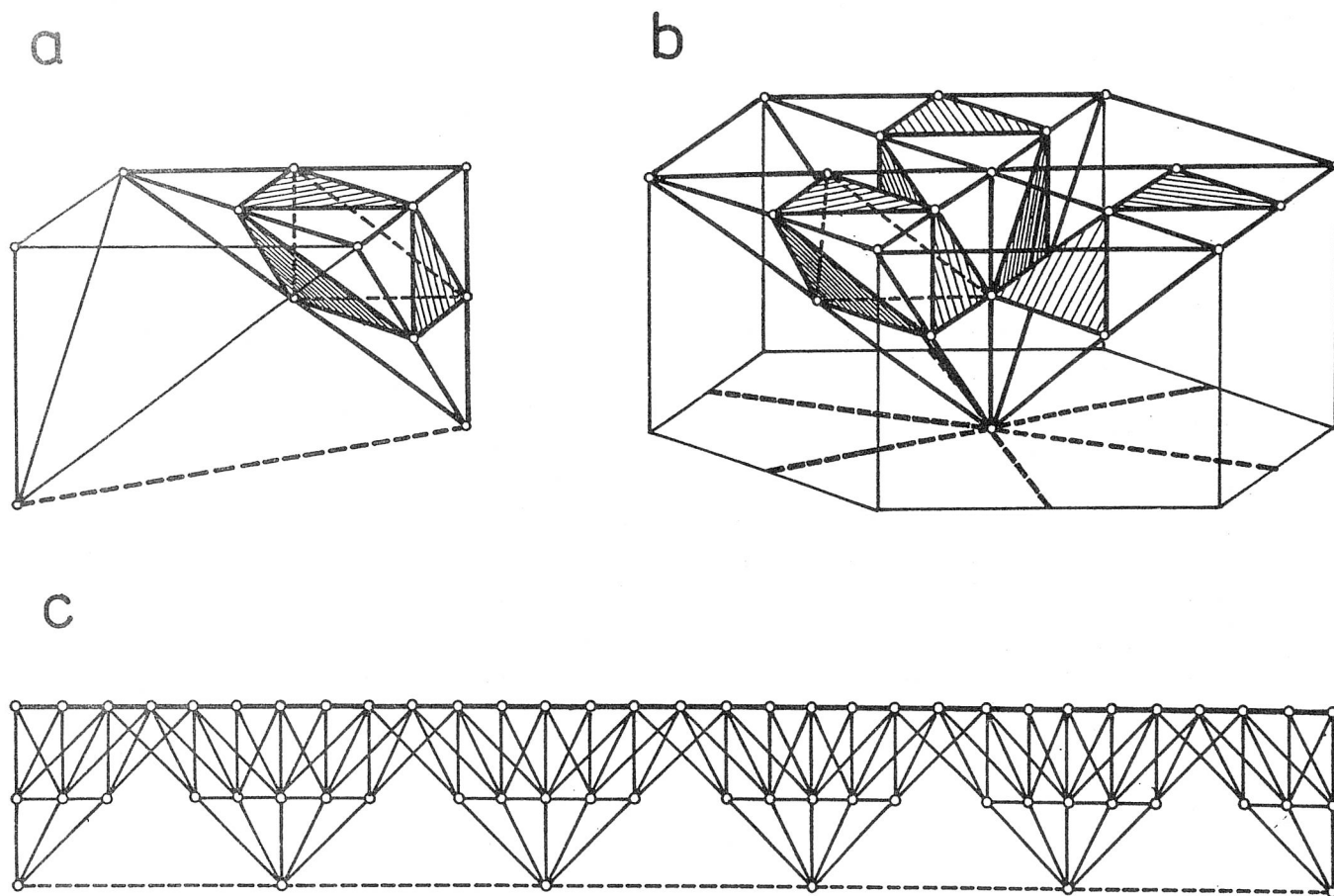
Układ prętów w przestrzeni następnej z prezentowanych struktur nie będzie wymagał stosowania aż tak złożonej formy oznaczeń. Na podstawowy zespół prętowy struktury składają się dwie sąsiadujące ze sobą połówki ośmiościanu (rys. 7.2a). Są one wypełnione czworościennymi modułami prętów w sposób właściwy dla grupy struktur zaprezentowanych w p. 5.3 i oznaczonych symbolem $2/4B\{O-O\}A$ (por. np. rys. 5.13). Dolne wierzchołki tych połówek ośmiościanów są połączone odcinkami prętów o długościach znacznie większych niż długości przeważającej części prętów w warstwie górnej. Takie usytuowanie brył podstawowych jest właściwe dla prostej formy struktury dwuwarstwowej, oznaczonej symbolem $\{O-O/2\}$ [21]. Zwielokrotnioną formę struktury podstawowej, przedstawioną na rys. 7.2, przyjęto oznaczać symbolem $2/4B\{O-O/2\}A$. Schemat przekroju poprzecznego oraz przykładową formę rzutu poziomego struktury $2/4B\{O-O/2\}A$ przedstawiono na rys. 7.2b i c.

Strukturę oznaczoną symbolem $2/4B\{O-O/2\}A$ można także uważać za złożoną postać struktury dwuwarstwowej, która może być zastosowana jako konstrukcja przekryć o bardzo dużych rozpiętościach. Za wadę prezentowanego na rys. 7.2 układu konstrukcyjnego można uznać znaczne zróżnicowanie długości prętów warstwy górnej. W tym przypadku jest ona złożona z trzech różnej długości prętów, z których najdłuższy jest ponad dwukrotnie dłuższy od pręta o najmniejszej długości w tej siatce. Zredukowanie liczby różnych długości prętów może nastąpić po wprowadzeniu dodatkowej ich liczby w warstwie górnej i w górnej strefie krzyżulców. Dodatkowe pręty będą usytuowane w tych obszarach struktury, w których najdłuższe pręty warstwy górnej muszą być umiejscowione. Na rysunku 7.2 te dodatkowe pręty będą rozmieszczone pomiędzy przykładowymi węzłami warstwy górnej R i S a węzłem T oraz pomiędzy węzłami M i T (rys. 7.2a) a węzłem również T , usytuowanym w połowie długości najdłuższego pręta górnej warstwy struktury $2/4B\{O-O/2\}A$. Po dokonaniu takiego uzupełnienia w całym obszarze struktury, jej inną formę można oznaczyć symbolem $2/4B\{O-O/2\}M$. Sposobów uzupełnienia prętów struktury może być wiele i każda zmiana liczby prętów wpływa na sztywność całego układu konstrukcyjnego. Ma to istotny wpływ na nośność danej struktury, dlatego każda tego typu zmiana powinna być statycznie i ekonomicznie uzasadniona.

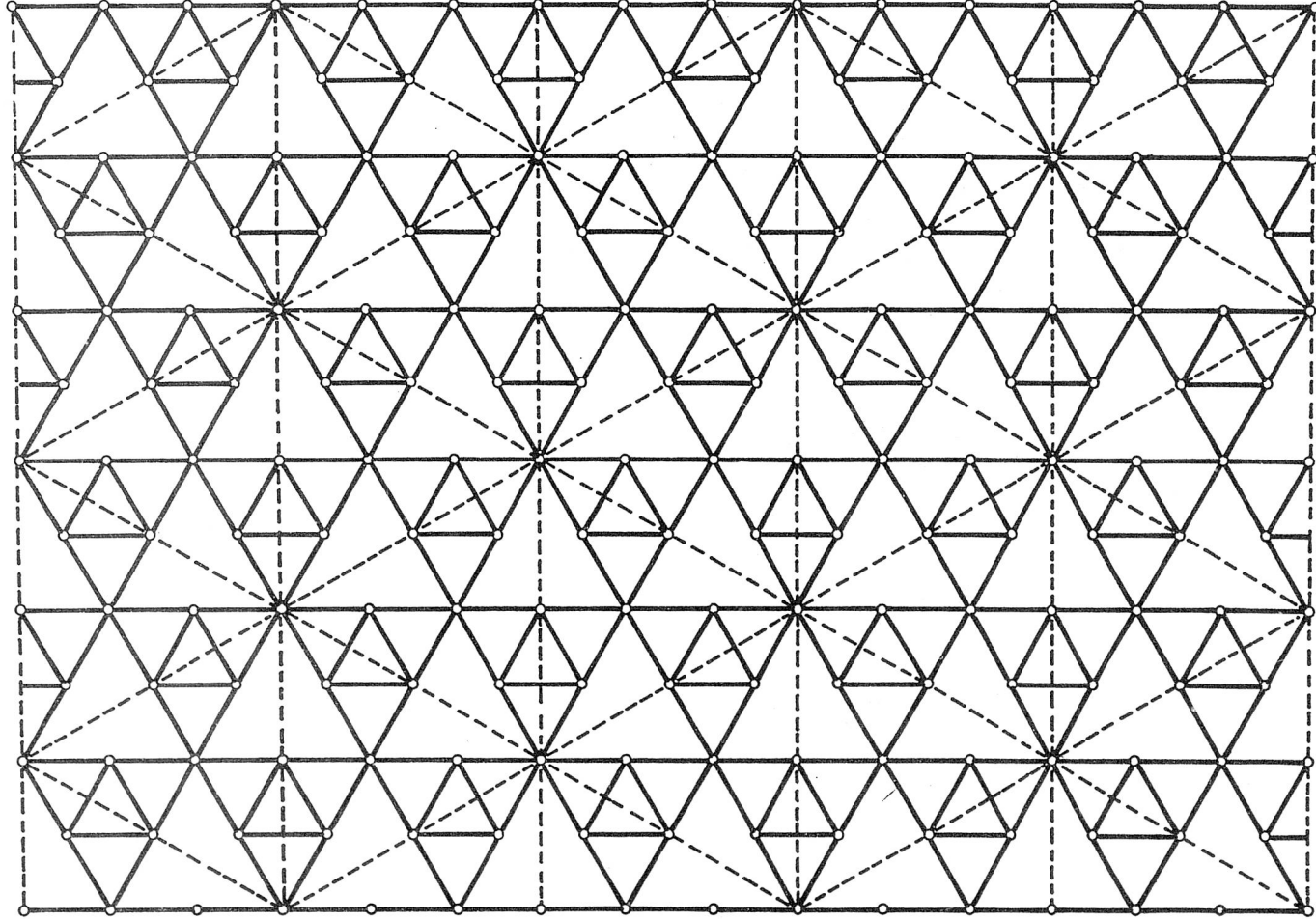
W procesie formowania większości z proponowanych układów struktur wykorzystywano przestrzenny moduł prętowy w postaci „dużego” czworościanu prętów. Jedną z form elementów modularnych był czworokątny zestaw prętów uzupełniony prętem przekątniowym (por. rys. 1.1). Ostatnią z prezentowanych struktur ukształtowano w celu budowy sztywnych, przestrzennych konstrukcji prętowych o specyficznych warunkach podparcia i sposobie dystrybucji sił pomiędzy ich elementami [34], [89].

Wyróżnione postacie czworokątnych zestawów prętów będą usytuowane w warstwach zewnętrznych kształtowanej struktury prętowej. Ortogonalne siatki prętów tych warstw są w rzucie poziomym przesunięte w stosunku do siebie o wartość połowy długości prętów tworzących te siatki. W rzucie poziomym diagonalne kierunki prętów warstw zewnętrznych są do siebie prostopadłe (rys. 7.3a). W modelowej, płaskiej postaci formowanej struktury

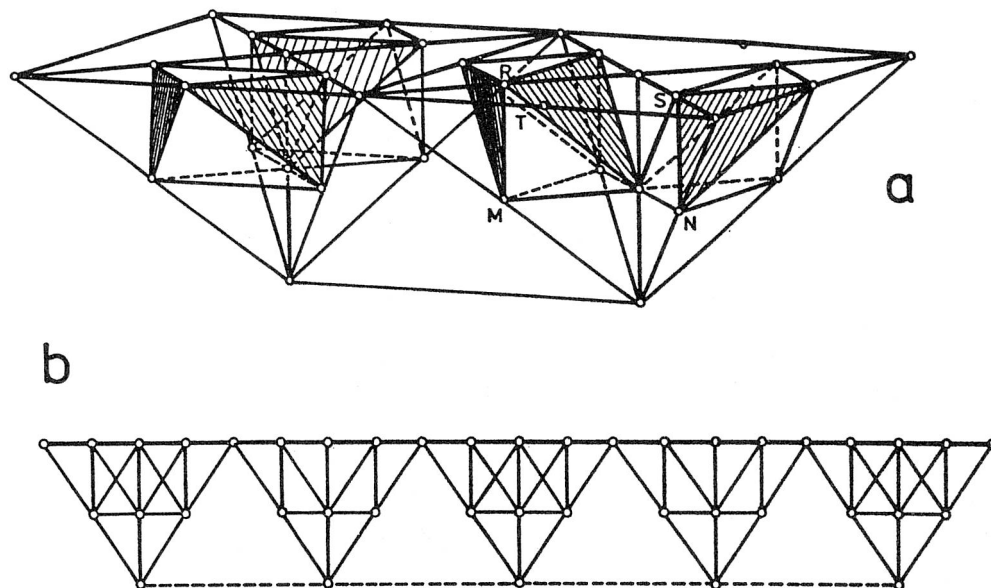
Rys. 7.1. Schemat budowy złożonej formy struktury przestrzennej oznaczonej symbolem $3/6B\{RT-T/30^\circ\}A$
 Fig. 7.1. Scheme of the construction of the compound form of space structure named as $3/6B\{RT-T/30^\circ\}A$



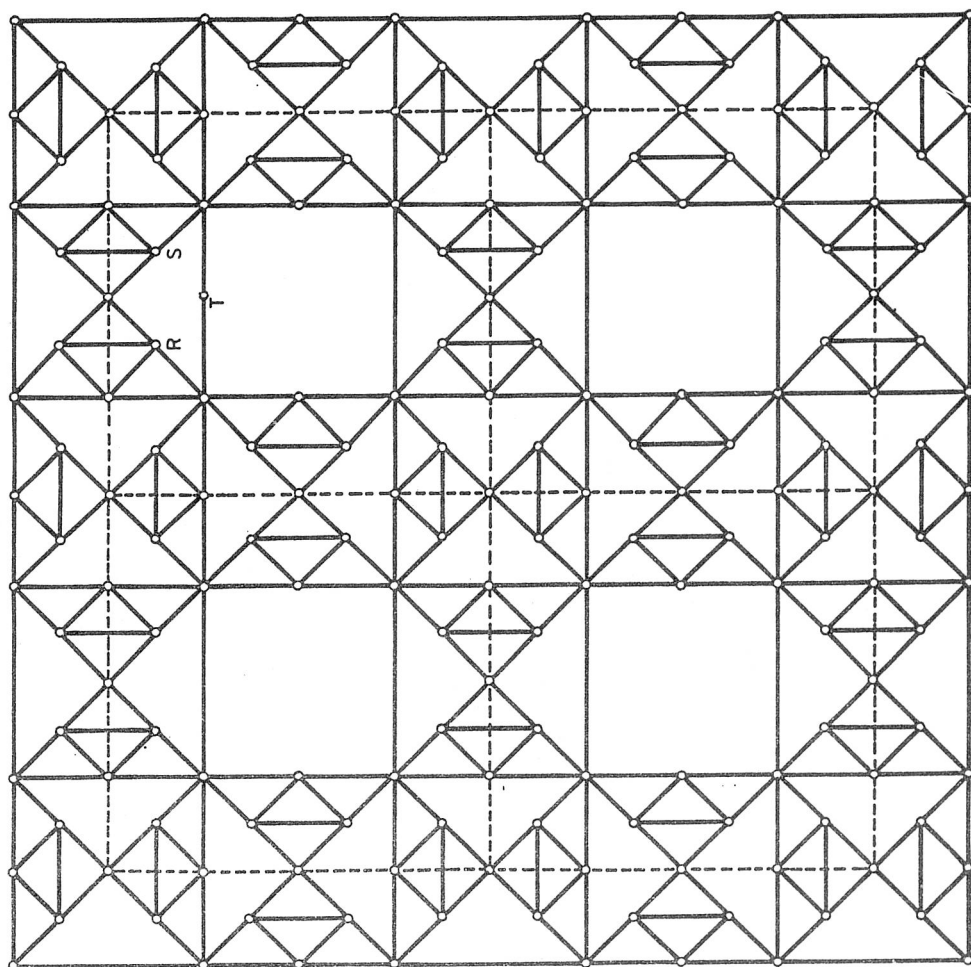
d

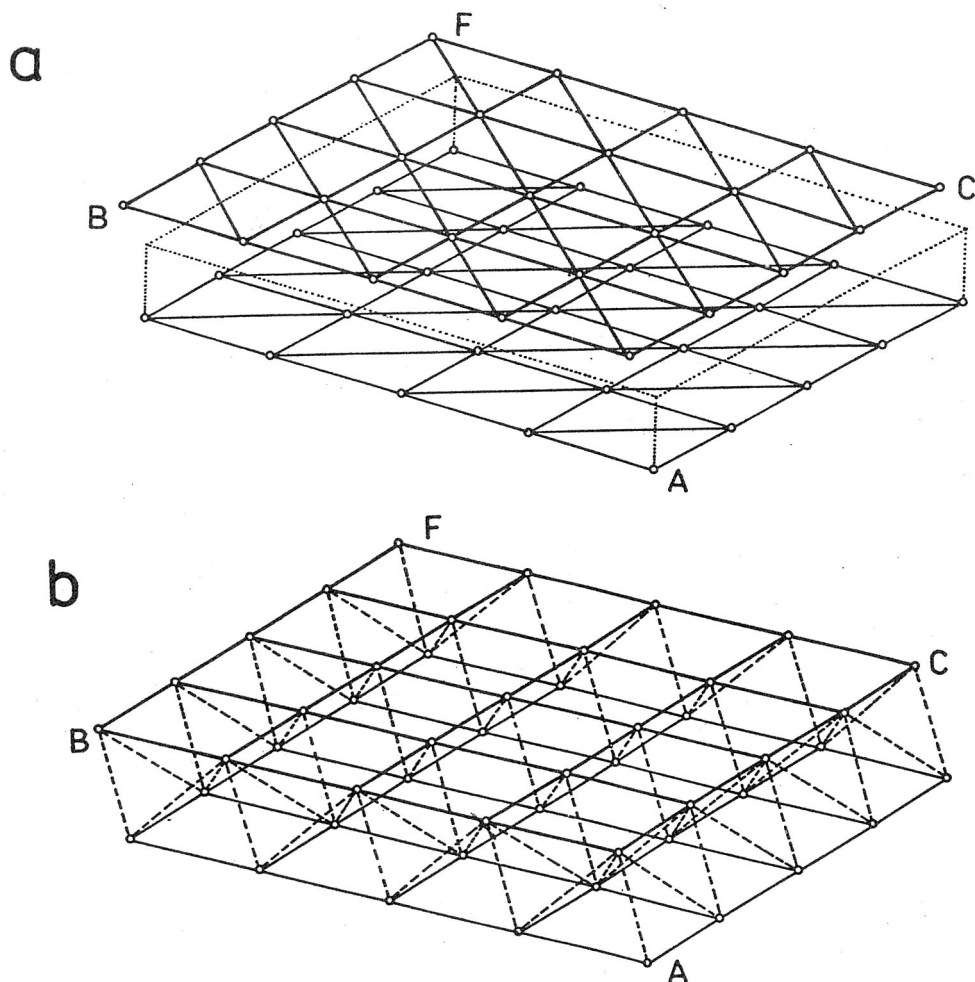


Rys. 7.2. Elementy składowe i budowa wewnętrzna struktury przestrzennej oznaczonej jako $2/4B\{O-O/2\}A$
 Fig. 7.2. Components and inner structure of the space structure denoted as $2/4B\{O-O/2\}A$



c

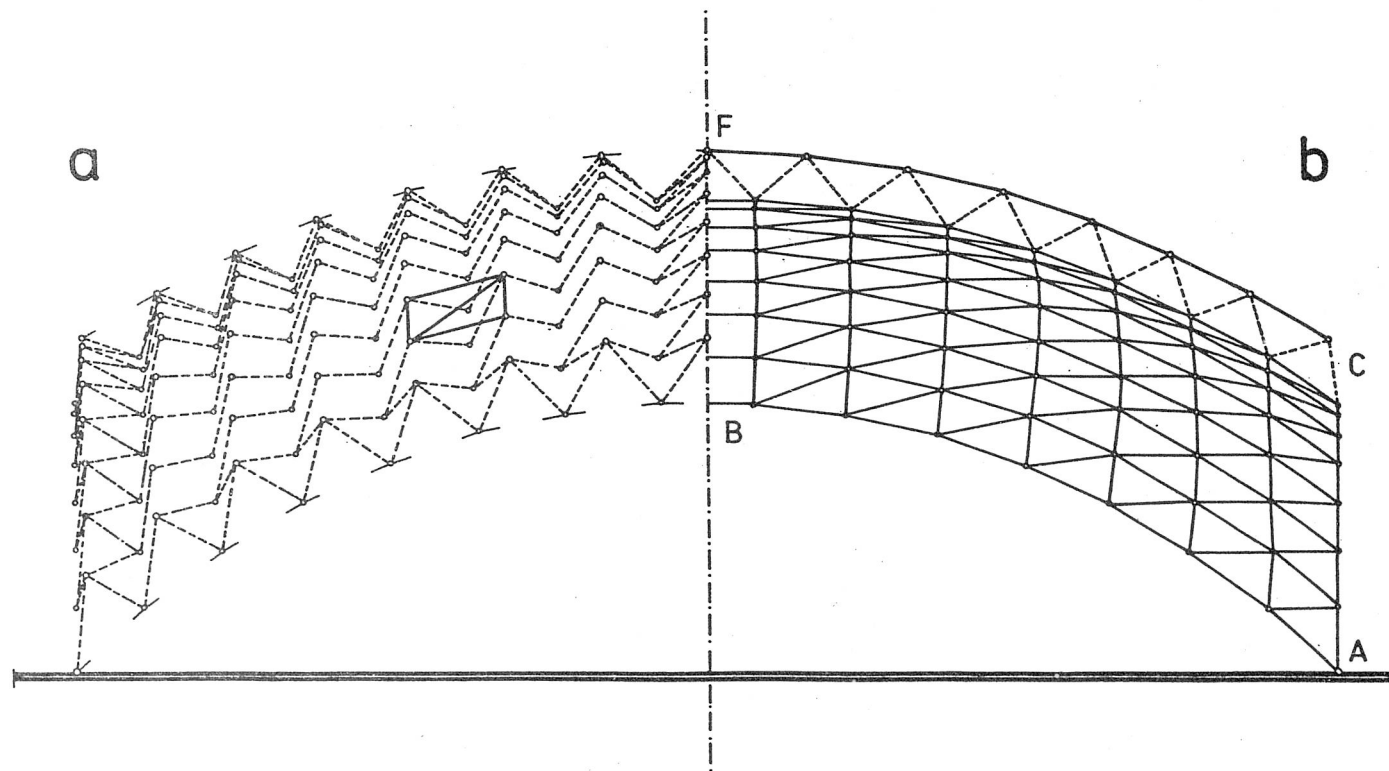




Rys. 7.3. Rozmieszczenie prętów w przestrzeni proponowanej formy segmentów montażowych struktury przestrzennej

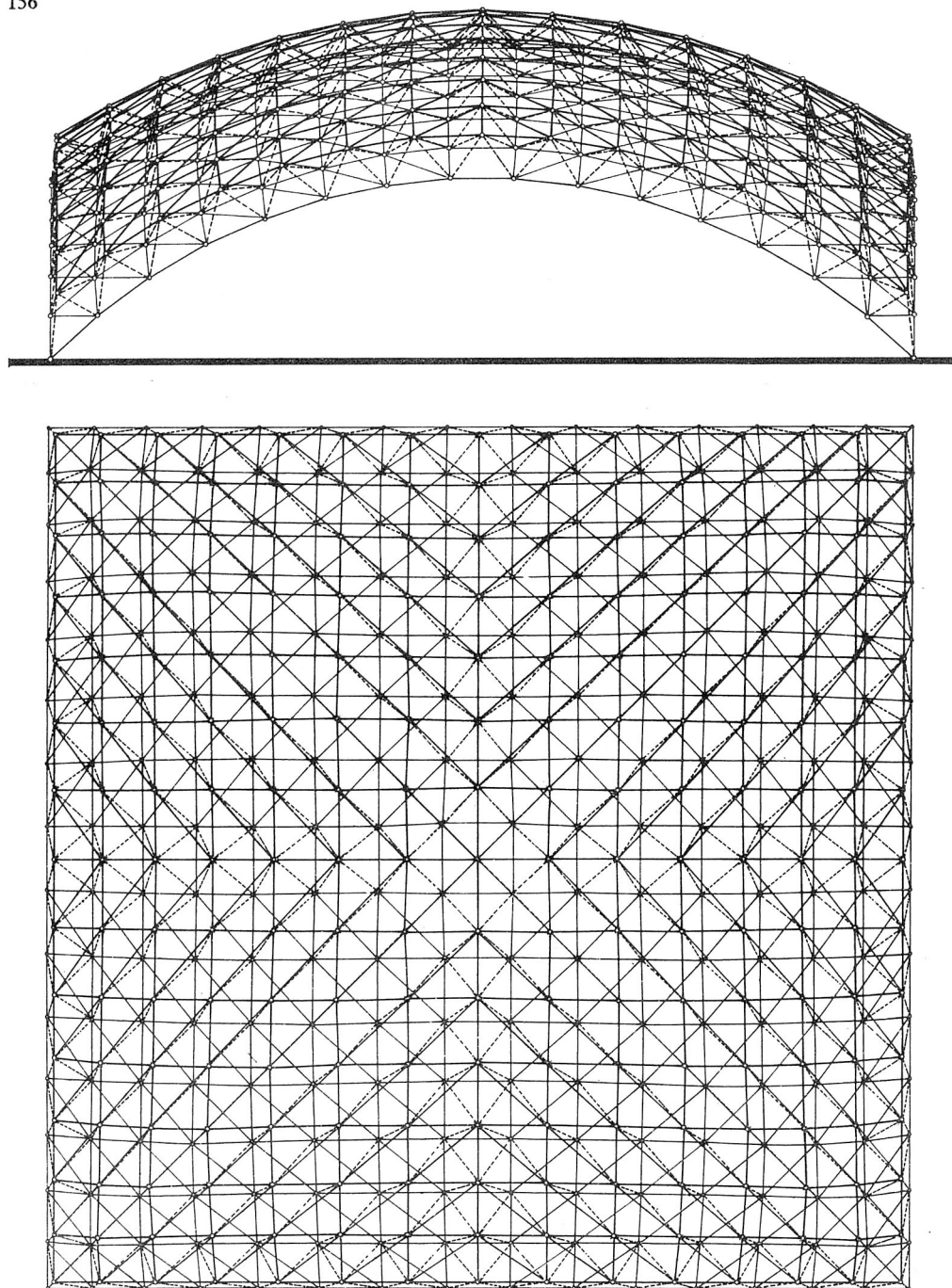
Fig. 7.3. Bar arrangement in the space of the proposed form of assembly segments of the space structure

pręty diagonalne obydwóch warstw są najdłuższymi prętami tej struktury. Pręty siatki ortogonalnych oraz wszystkie krzyżulce będą miały tę samą długość i będą najkrótszymi prętami. Warstwy zewnętrzne tej struktury będą połączone ze sobą za pomocą krzyżulców, których usytuowanie pokazano schematycznie na rys. 7.3b. W przeważającej części obszaru tego fragmentu struktury, krzyżulce będą usytuowane w płaszczyznach prostopadłych do warstw zewnętrznych i zawierających pręty diagonalne warstwy górnej. Jedynie krawędzie boczne będą tworzyć pasy kratowe z trójkątnych pól, a krawędzie wyróżnione jako brzegowe strefy przekrycia będą uzupełniane dodatkową liczbą krzyżulców, dzięki którym będzie można wyodrębnić w tej strefie wyraźne elementy układu bryłowego. Ta dość złożona



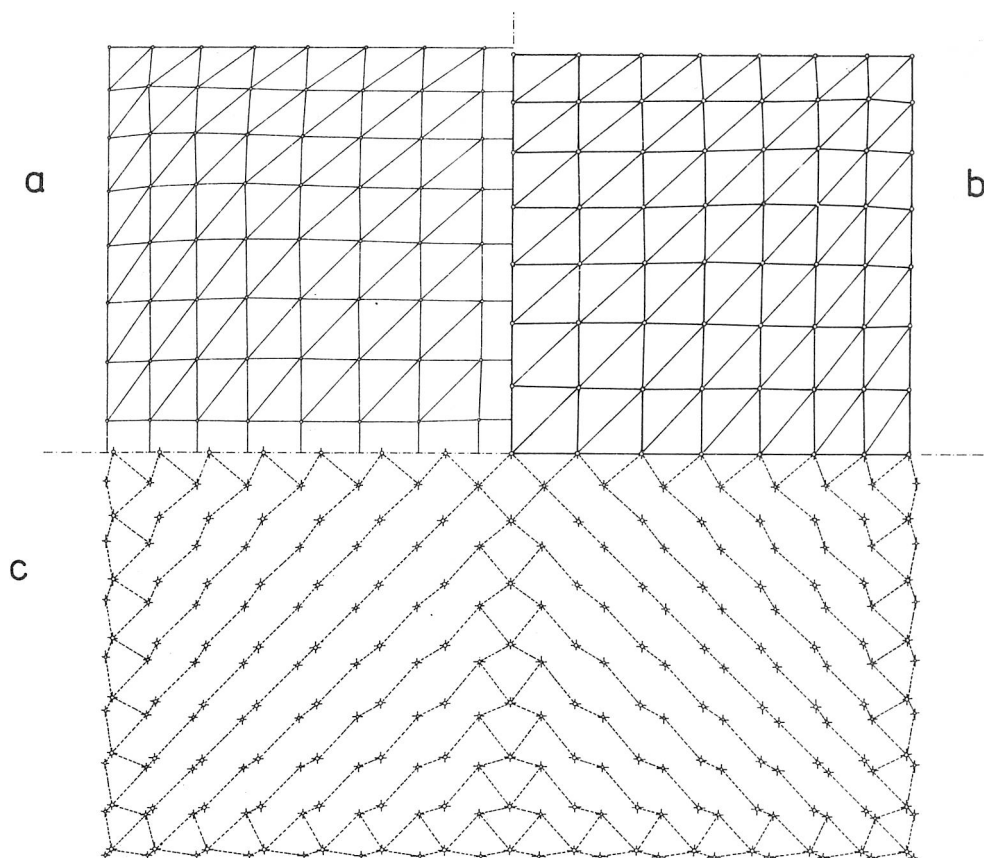
Rys. 7.4. Widok boczny układu krzyżulców wraz ze schematem lokalizacji prętów w warstwie górnej (a), schemat przekroju wraz z układem prętów w warstwie dolnej przykładowej formy struktury sferycznej wykonanej z czterech segmentów montażowych (b)

Fig. 7.4. Front view of the cross-brace system and the scheme of bar localization in the upper layer (a), schemes of the cross-section and bar system in the lower layer of the exemplary form of space structure made of four assembly segments (b)



Rys. 7.5. Widok boczny i rzut poziomy przykładowej formy dwuwarstwowej struktury sferycznej wykonanej z czterech segmentów montażowych

Fig. 7.5. Front and top views of the exemplary form of the double-layer spherical structure made of four assembly segments



Rys. 7.6. Usytuowanie prętów w przestrzeni proponowanej formy struktury sferycznej: a – pręty warstwy dolnej, b – górna warstwa prętów, c – układ krzyżulców

Fig. 7.6. Bar localization in the space of the proposed form of spherical structure: a – bars of lower layer, b – upper layer of bars, c – cross-brace arrangement

procedura ma na celu budowę segmentów struktur przestrzennych, które mogą być np. wielkowymiarowymi elementami montażowymi kopuł rozpiętych nad wielokątnymi formami podstawy. W tym przypadku węzeł *A* będzie węzłem podporowym, a węzły *B* i *C* będą usytuowane w środkowych strefach krawędzi bocznych kopuły rozpiętej nad kwadratową formą podstawy. Węzeł *F* będzie węzłem zwornikowym kopuły. Zbudowany w ten sposób segment struktury przestrzennej będzie stanowił jedną czwartą część całej konstrukcji kopuły. Poglądowy schemat rozmieszczenia prętów w przestrzeni tej sferycznej formy przekrycia przedstawiono na rys. 7.4. Widok boczny układu krzyżulców w obszarze 1/4 części tej sferycznej struktury prętowej przedstawiono na rys. 7.4a. Na tym samym rysunku pokazano w sposób poglądowy układ prętów w warstwie górnej. Schemat przekroju poprzecznego oraz układu prętów w dolnej warstwie tak wykonywanej kopuły pokazano na rys. 7.4b. Widok boczny wraz z rzutem poziomym przykładowej postaci sferycznej struktury prętowej przed-

stawiono na rys. 7.5, rozmieszczenie prętów w poszczególnych warstwach proponowanej struktury natomiast na rys. 7.6.

Geometrię prętów tej struktury przestrzennej na odpowiednich powierzchniach sferycznych wyznaczono za pomocą jednej z odmian metody deformacji siatki wtórnej, stosującej własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę (por. rys. 2.23). Krawędzie boczne dolnej warstwy składają się z 15 odcinków prętów, w górnej zaś są utworzone z 14 odcinków prętów. Krzyżulce w strefach brzegowych oraz wzdłuż środkowych osi symetrii przekrycia wraz z prętami warstw zewnętrznych tworzą układy bryłowe złożone z przylegających do siebie czworościanów. Centralne pola dolnej warstwy mogą pozostać nie stężone prętami diagonalnymi. Całość przekrycia, w formie zaprezentowanej na rys. 7.5, jest podparta w czterech narożnych węzłach. W tym przypadku zespoły prętów w sąsiedztwie węzłów podporowych mogą być wyróżnione w postaci czworościanów, a te z kolei mogą być podzielone w sposób podobny do zaprezentowanego na rys. 4.2b, w celu zmniejszenia długości wybiegniowych prętów zlokalizowanych w tych strefach.

Układ prętów tej struktury, zwanej quasi-przestrzenną [89], pozwala na budowę różnorodnych form przekryć kopułowych. Segmenty montażowe mogą mieć różne kształty i mogą być stosowane do konstruowania przekryć rozpiętych nad różnymi postaciami rzutu podstawy. Określenie optymalnego sposobu łączenia ze sobą proponowanych form segmentów montażowych w jedną strukturę sferyczną będzie możliwe po wykonaniu wielu analiz statyczno-konstrukcyjnych. Wyniki tych analiz pozwolą określić praktyczną przydatność proponowanej struktury jako konstrukcji segmentów montażowych kopuł o dużych rozpiętościach.

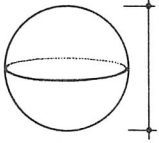
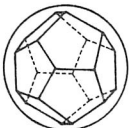
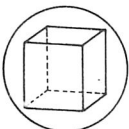
8. Uwagi końcowe i wnioski

Przedmiotem niniejszej pracy były zagadnienia związane z kształtowaniem konstrukcji przekryć o dużych rozpiętościach budowanych ze struktur prętowych. Powłokowa forma przekryć kopułowych umożliwia zużycie na budowę tego typu konstrukcji stosunkowo niewielkich ilości materiałów. Jednym z najważniejszych etapów projektowania kopuł prętowych jest proces wyznaczania na powierzchni sferycznej przyjętego typu siatki prętów. Ze względów statycznych najbardziej odpowiednimi do tego celu są siatki trójkątne. Siatki takie powinny jak najwierniej oddawać krzywizny kuli, składać się z jak najmniejszej liczby różnych odcinków, a zróżnicowanie długości wszystkich odcinków powinno być również jak najmniejsze. Siatki spełniające te zalecenia można określić mianem regularnych siatek sferycznych. Metoda deformacji siatki wtórnej, stosując własności rzutu środkowego lub prostopadłego na płaszczyznę, umożliwia uzyskiwanie tego typu siatek rozpiętych nad różnymi formami rzutów podstawy. Trójkątne siatki sferyczne rozpięte nad tym samym rzutem podstawy i wyznaczone odmianą tej metody wykorzystującą własności rzutu środkowego są bardziej regularne od siatek wyznaczonych drugą odmianą tej metody stosującą własności rzutu prostopadłego na płaszczyznę. Za pomocą tej metody można wyznaczyć trójkątne siatki sferyczne o minimalnym zróżnicowaniu długości tworzących je odcinków.

W tablicy 4. zestawiono parametry charakteryzujące przykładowe formy wielościanów

Tablica 4

Porównanie charakterystyk wielościanów wyznaczonych metodą deformacji siatki wtórnej na bazie 20-ścianu, 12-ścianu i sześciianu
 Comparison of the characteristics of polyhedrons obtained by the method of secondary grid deformation on the base of the icosahedron, dodecahedron and hexahedron

	D [m]	n	$\begin{matrix} F \\ F_d \end{matrix}$	E	$\begin{matrix} E_d \\ E_s \end{matrix}$	$\frac{E_{\max} [\text{m}]}{E_{\min} [\text{m}]}$	η
	50,0	10	$\begin{matrix} 2000 \\ 22 \end{matrix}$	3000	$\begin{matrix} 26 \\ 10 \end{matrix}$	$\frac{3,2473}{2,7664}$	1,1738
	50,0	10	$\begin{matrix} 6000 \\ 55 \end{matrix}$	9000	$\begin{matrix} 72 \\ 20 \end{matrix}$	$\frac{1,9159}{1,6305}$	1,1750
	50,0	10	$\begin{matrix} 1200 \\ 25 \end{matrix}$	1800	$\begin{matrix} 33 \\ 15 \end{matrix}$	$\frac{4,9847}{3,0754}$	1,6208

wyznaczonych odmianą metody deformacji siatki wtórnej wykorzystującą własności rzutu środkowego. Przykładowe formy wielościanów powstały na bazie trzech podstawowych wielościanów foremnych, tzn. dwudziestościanu, dwunastościanu i sześcianu. Potrzebne związki miarowe tych wielościanów o dużej liczbie ścian wyznaczono dla jednakowej wartości średnicy sfery ($D = 50$ m) opisanej na każdym wielościanie oraz dla takiego samego stopnia podziału boków ($n = 10$), odpowiadających w rzucie środkowym krawędziom wielościanu podstawowego. Na podstawie każdego wielościanu foremnego otrzymano wielościany o dużej liczbie ścian (F), wśród których liczba różnych ścian jest oznaczona jako F_d . Na ogólną liczbę wszystkich krawędzi (E) przypada określona liczba krawędzi o różnych długościach (E_d), które z kolei tworzą pewną grupę krawędzi o zbliżonych do siebie długościach (E_s). Dla przyjętego stopnia podziału ($n = 10$) oraz przykładowej średnicy sfery ($D = 50$ m) wyliczono długości krawędzi najdłuższej ($E_{\max}$) oraz najkrótszej ($E_{\min}$). Te dwie wielkości służą do wyznaczenia wartości współczynnika η charakteryzującego zróżnicowanie długości prętów w całej trójkątnej siatce sferycznej.

Z analizy wielkości współczynników podanych w tablicy 4. wynika, iż najbardziej regularne siatki sferyczne można uzyskać w proponowanej metodzie na podstawie 20-ścianu foremnego i 12-ścianu foremnego. Przykładowa charakterystyka wielościanu powstałego na podstawie sześcianu ilustruje stopień zróżnicowania długości jego krawędzi i stanowi tło porównawcze dla dwóch pierwszych form wielościanów. Dla tych samych stopni podziału ($n = 10$) wielościany powstałe na podstawie 12-ścianu mają trzykrotnie większą liczbę ścian ($F = 6000$) od wielościanów powstałych na podstawie 20-ścianu ($F = 2000$). Procentowy udział liczby różnych krawędzi 6000-ścianu w ich ogólnej liczbie jest nieco mniejszy niż w 2000-ścianie. Mimo iż liczba grup krawędzi o zbliżonych do siebie długościach (E_s) jest w 6000-ścianie dwukrotnie większa od liczby tych samych grup krawędzi w obszarze 2000-ścianu, to jednak procentowy udział ich liczby w ogólnej liczbie krawędzi jest w przypadku wielościanu powstałego na podstawie 12-ścianu nieco mniejszy niż w wielościanie uformowanym w tej metodzie na podstawie 20-ścianu. Ponadto, bezwzględne długości prętów siatek uzyskanych na podstawie 12-ścianu są dla tych samych (n) oraz (D) znacznie mniejsze niż w przypadku wielościanów powstałych na podstawie 20-ścianu foremnego. Ta ostatnia własność siatek opracowanych na podstawie 12-ścianu ma duże znaczenie zwłaszcza dla geometrii kopuły o dużych rozpiętościach. Ponadto siatki formowane na bazie tego wielościanu foremnego dla $n \leq 13$ mają wartości współczynnika η zbliżone do wartości η charakteryzującego zróżnicowanie długości wszystkich krawędzi wielościanów powstałych na podstawie 20-ścianu foremnego. Można zatem stwierdzić, iż mimo większych wartości współczynników F_d , E_d oraz E_s trójkątne siatki sferyczne wyznaczone w metodzie deformacji siatki wtórnej na podstawie 12-ścianu foremnego mogą być konkurencyjne dla najczęściej stosowanych w praktyce siatek opracowywanych na podstawie 20-ścianu foremnego. Inne sposoby podziału wybranych trójkątów sferycznych pozwolą uzyskać w ich wnętrzu jeszcze bardziej regularne siatki sferyczne o minimalnej liczbie różnych długości odcinków [57].

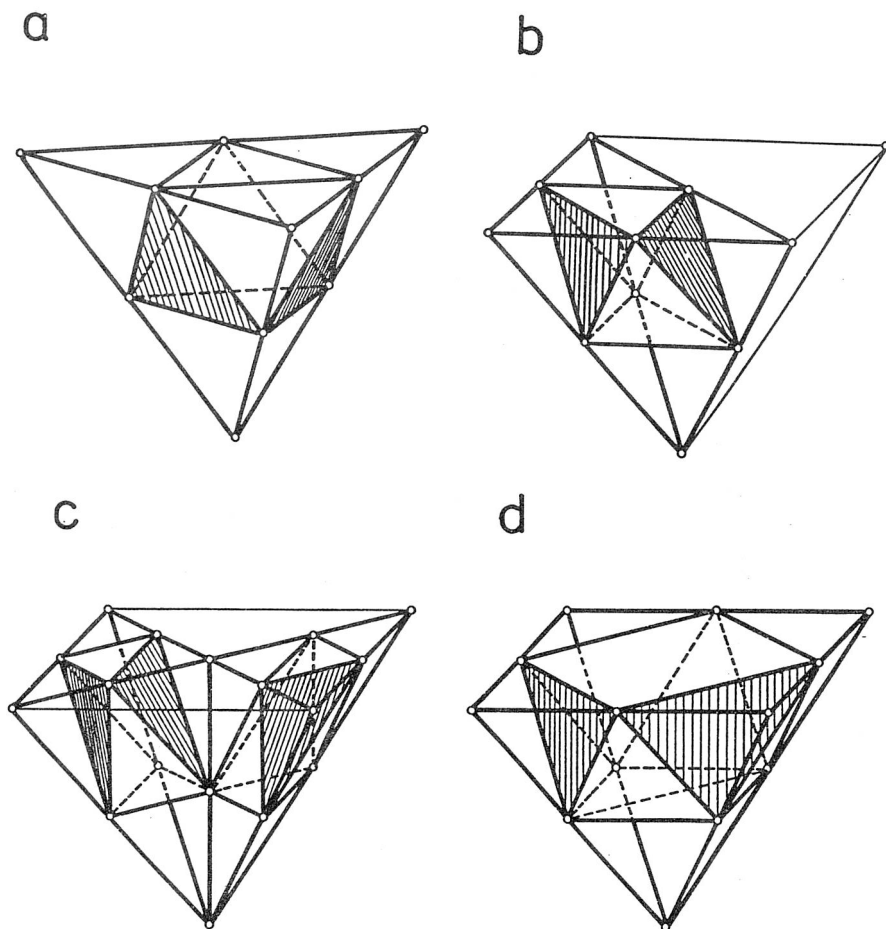
Bardzo szeroki zakres możliwych zastosowań metody deformacji siatki wtórnej pozwala stwierdzić, iż może ona być uważana za metodę ogólną i stanowić istotną część całej teorii kształtowania siatek na powierzchni sferycznej. Metoda deformacji siatki wtórnej dzięki swym własnościom może być w przyszłości stosowana do określania różnorodnych siatek na powierzchniach o dowolnych kształtach.

Konstrukcje przekryć o dużych rozpiętościach są często wykonywane w postaci prze-

strzennych struktur prętowych. Zagadnienia dotyczące tego rodzaju konstrukcji były przedmiotem rozważań zawartych w kolejnych częściach tej monografii. Celem prowadzonych poszukiwań było dążenie do kształtowania struktur o dużych rozpiętościach z prętów o stosunkowo niewielkich długościach. W procesie formowania ich budowy wewnętrznej wykorzystano różnorodne postacie modułów prętowych. Najczęściej stosowane formy modułów przedstawiono na rys. 8.1. Podstawowy moduł prętowy ma postać czworościanu foremego, którego krawędzie są utworzone z dwóch odcinków prętów, a każda ze ścian jest podzielona na cztery trójkątne pola (rys. 8.1a). Wszystkie pręty tworzące taki moduł mają tę samą długość. Taka postać modułu ma wystarczającą sztywność i umożliwia budowę struktur przestrzennych o dwukrotnie większej wysokości niż klasyczna forma struktury budowana z prętów o tych samych długościach. Jeżeli czworościenny moduł prętowy, pokazany na rys. 8.1a, wypełnia odpowiednie przestrzenie prostej formy struktury oznaczonej symbolem $\{T-T\}$, to utworzona tym sposobem „duża” postać struktury przestrzennej jest oznaczona jako $B\{T-T\}$. Czworościenny moduł prętowy może być przekształcony w ten sposób, że wypełni połowę przestrzeni ośmiościanu (rys. 8.1b). W razie zastosowania tej formy do wypełnienia odpowiednich części składowych układu bryłowego struktury $\{O-O\}$, nazywanej także *square on square*, nowa jej postać jest oznaczona symbolem $1/2B\{O-O\}$. Jeśli dwa czworościenne moduły prętów o wspólnej, pionowej krawędzi wypełnią symetrycznie dwie z czterech części połówki ośmiościanu (rys. 8.1c), to utworzona na podstawie tej samej struktury podstawowej jej nowa forma jest oznaczona symbolem $2/4B\{O-O\}$.

Na rysunku 8.1d pokazano przykładową formę podziału połówki ośmiościanu będącej składnikiem układu bryłowego struktury o formie podstawowej określanej symbolem $\{D-O\}$. Utworzoną w ten sposób złożoną postać struktury przestrzennej przyjęto określać symbolem cyfrowo-literowym $B2\{D-O\}A$. Grupa struktur zbudowana z takich form modułów prętowych może posłużyć do budowy różnorodnych form przekryć o bardzo dużych rozpiętościach.

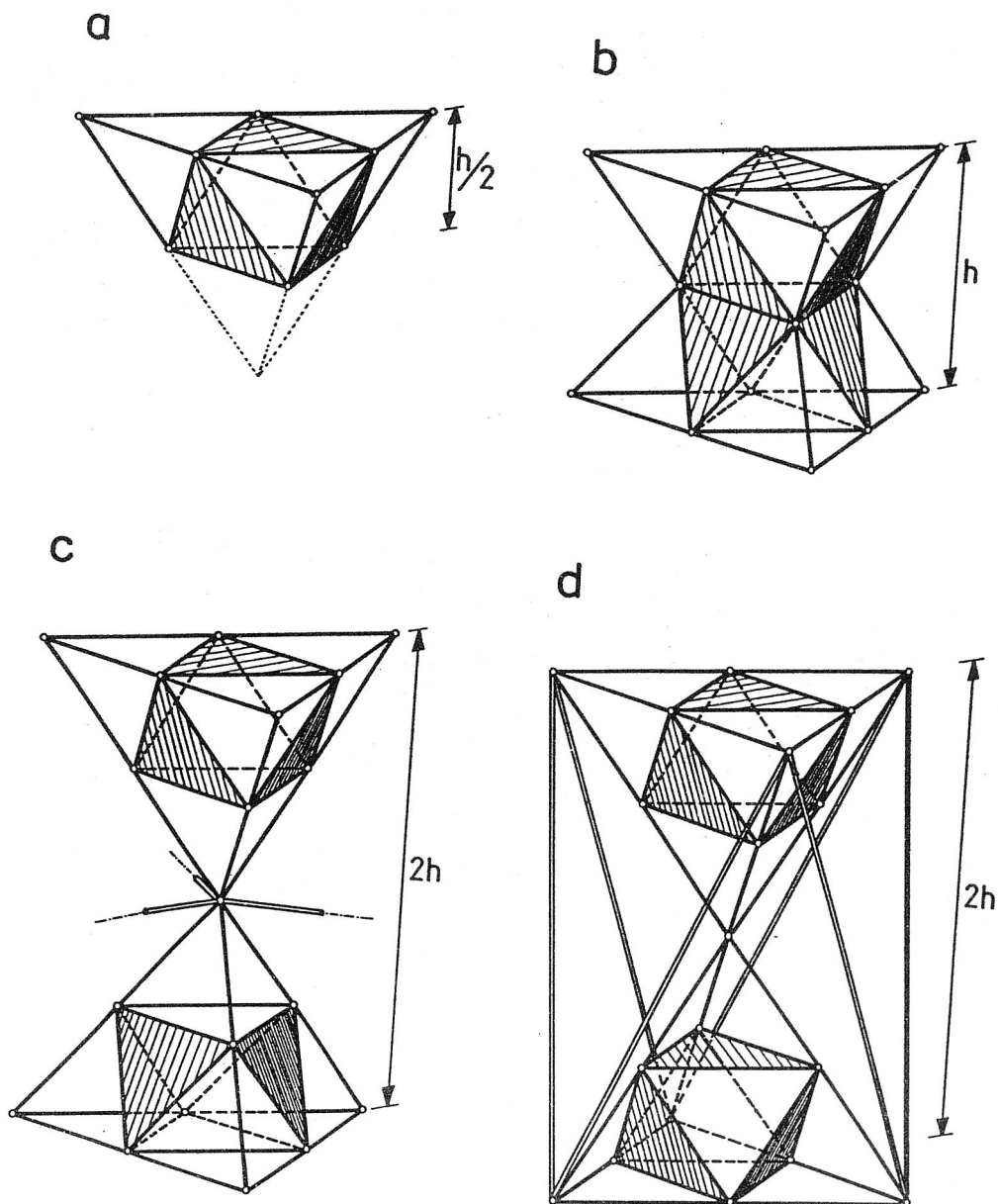
Wyróżnione postacie czworościennych modułów mogą być przedmiotem dalszych przekształceń prowadzonych w celu poszerzenia zakresu form struktur mogących być konstrukcjami przekryć o bardzo dużych rozpiętościach. Schematy przykładowych przekształceń i zestawień czworościennych modułów prętowych, będących elementem powtarzalnym struktury $B\{T-T\}A$, w poglądowy sposób przedstawiono na rys. 8.2. Zredukowana postać takiego modułu posłuży do budowy struktury oznaczonej jako $RB\{T-T\}A$ (rys. 8.2a). Wysokość konstrukcyjna tej formy struktury będzie równa połowie wysokości struktury budowanej z pełnej formy czworościennych modułów prętowych. Odpowiednio złożone zredukowane postacie wyróżnionego modułu są elementem powtarzalnym struktury oznaczonej $2 \times RB\{T-T\}A$ (rys. 8.2b). Jeżeli „duże” moduły są usytuowane tak, jak pokazano to na rys. 8.2c, to tworzą złożoną postać trójwarstwowej struktury prętowej, która może być oznaczona w dwojaki sposób. Jeśli będzie ona rozpatrywana jako odpowiednie złożenie struktur typu $B\{T-T\}$, to wykonany w ten sposób moduł (rys. 8.2c) posłuży do budowy bardzo złożonej formy struktury przestrzennej. Ta skomplikowana postać struktury wielowarstwowej o zredukowanej liczbie prętów warstw zewnętrznych (por. rys. 4.5) i rozrzedzonej siatce prętów warstwy środkowej może być oznaczana jako $\{RT-H/2-RT\}$ lub innego symbolu w postaci $2 \times B\{TH-H/2\}B$. Wzajemne usytuowanie wyróżnionych modułów może również ulegać zmianie. Na rysunku 8.2d pokazano układ modułów czworościennych połączonych swymi wierzchołkami oraz systemem ukośnych prętów, łączących bezpośrednio węzły warstw zew-



Rys. 8.1. Podstawowe formy przestrzennych modułów prętowych
Fig. 8.1. Basic forms of space bar modules

nętrnych budowanej struktury. Rysunki prętów warstw zewnętrznych w rzucie poziomym są obrócone w stosunku do siebie. Tę formę struktury przyjęto oznaczać symbolem $2 \times B\{T-T\}OBR$. Tak złożone formy struktur przestrzennych nie znajdują zapewne zastosowania w praktyce, a ich przedstawienie ilustruje jedynie możliwości różnorodnego formowania tych struktur oraz sposobów ich oznaczeń.

Proponowane w tej pracy układy przestrzennych struktur prętowych ukształtowano z myślą o budowie przekryć o bardzo dużych rozpiętościach. Niektóre z proponowanych układów struktur pokazano także na przykładowych postaciach przekryć kopułowych, które niekiedy mogą mieć ciekawą i indywidualną formę architektoniczną. Do oznaczeń poszczególnych układów struktur został zaadaptowany prosty system opisu ich geometrii. Znaczna elastyczność tego systemu pozwala na dużą swobodę w formułowaniu oznaczeń struktur o bardzo złożonej niekiedy budowie wewnętrznej. Wnioski płynące z wyników analiz statycznych wykonanej grupy struktur przestrzennych, które to analizy przedstawiono w pracy [76],



Rys. 8.2. Przykłady zestawień modułów prętowych tworzących postacie struktur przestrzennych oznaczonych kolejno jako: a – struktura $RB\{T-T\}A$, b – $2 \times RB\{T-T\}A$, c – struktura $B\{TH-H/2-TH\}$ lub $2 \times B\{TH-H/2\}A$, d – struktura $2 \times B\{T-T\}OBR$

Fig. 8.2. Examples of the specifications of bar modules forming space structures denoted respectively, as: a – structure $RB\{T-T\}A$, b – structure $2 \times RB\{T-T\}A$, c – structure $B\{TH-H/2-TH\}$ or $2 \times B\{TH-H/2\}A$, d – structure $2 \times B\{T-T\}OBR$

były istotną pomocą w procesie kształtowania proponowanych układów struktur. Sposób kształtowania struktur, polegający na wyodrębnieniu podstawowych układów prętów i zwiększaniu lub zmniejszaniu ich liczby w przestrzeni tak wyróżnionych modułów, może być stosowany do budowy różnorodnych form tych struktur, będących konstrukcjami przekryć dachowych. Można także stwierdzić, że zastosowanie takiego sposobu w formowaniu struktur o dużych wysokościach może dać w wyniku również interesujące rozwiązania[90].

Prezentowana praca ma charakter teoretyczny i w zamiarze autora ma być podstawą do przeprowadzenia wielu kompleksowych analiz statycznych, technologicznych i ekonomicznych. Po ich wykonaniu można będzie wyróżnić najbardziej efektywne, spośród prezentowanych w tej pracy, układy struktur przestrzennych. Należy sądzić, iż dzięki zastosowaniu odpowiednich rozwiązań konstrukcyjnych, zwłaszcza węzłów [91], niektóre z proponowanych grup struktur przestrzennych będą mogły znaleźć zastosowanie w praktyce inżynierskiej.

LITERATURA

- [1] RĘBIELAK J., *Modularne struktury powierzchniowe*, Prace Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Nr 25, Seria: Monografie Nr 14, Wrocław, PWr., 1988.
- [2] ŻÓRAWSKI J., *O budowie formy architektonicznej*, Warszawa, Arkady, 1973.
- [3] HERBST K., *Architektura wyrazem kultury*, Architektura, nr 6(1984), s.8–13.
- [4] ŻURAWSKI B., *Chufu, czyli o gigantomanii u dawnych*, Warszawa, KAW, 1984.
- [5] KRZAK Z., *Stonehenge*, Architektura, nr 4–5(1985), s. 426–427.
- [6] KUMANIECKI K., *Historia kultury starożytnej Grecji i Rzymu*, Warszawa, PWN, 1964.
- [7] MEYER P., *Historia sztuki europejskiej*, Warszawa, PWN, 1973.
- [8] PEVSNER N., *Historia architektury europejskiej*, Warszawa, WAiF, 1976.
- [9] WASIUTYŃSKI Z., *O architekturze mostów*, Warszawa, PWN, 1971.
- [10] ROSSET A., *Starożytne drogi i mosty*, Warszawa, WKiŁ, 1970.
- [11] ROSSET A., *Drogi i mosty w średniowieczu i w czasach odrodzenia*, Warszawa, WKiŁ, 1974.
- [12] COWAN H.J., *Stroitel'naja nauka XIX i XX veka* (tytuł oryginału: Science and building. Structural and environmental design in the nineteenth and twentieth centuries), Moskwa, Strojizdat, 1982.
- [13] BORUSIEWICZ W., *Konstrukcje budowlane dla architektów*, Warszawa, Arkady, 1978.
- [14] MENERINGHAUSEN M., *Raumfachwerke aus Stäben und Knoten*. Komposition in Raum. Bd. 1. Theorie – Planung – Ausführung, Wiesbaden und Berlin, Bauverlag, GmbH, 1975.
- [15] MAKOWSKI Z.S., *Space structures of today and tomorrow*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 1–8.
- [16] BÜTTNER O., STENKER H., *Lekkie budownictwo metalowe*, Warszawa, Arkady, 1975.
- [17] LISOWSKI B., *Architektura konstrukcji powłokowych, Konstrukcje powłokowe. Teoria i zastosowania*, T. II, Materiały Sympozjum, Kraków, 25–27 kwietnia 1974, Warszawa, PWN, 1979, s.105–129.
- [18] WENDEL W.R., *Spaceframe forms – where vision take shape*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s.153–157.
- [19] FENTIMAN H.G., *International examples of latticed Triodetic structures*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, s. 9–14.
- [20] GERRITS J.M., *Space structures in the Netherlands since 1975*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 28–35.
- [21] BRÓDKA J., red., *Przekrycia strukturalne*, Warszawa, Arkady, 1985.
- [22] PANCEWICZ Z., ARCISZEWSKI T., BONI B., *Nowe koncepcje konstrukcyjne budynków wysokich*, Inżynieria i Budownictwo, nr 3(1973), s. 105–109.

- [23] NEJMAN T.J., SIECZKOWSKI J., *Zagadnienia konstrukcyjno-statyczne budynków wysokich*, Inżynieria i Budownictwo, nr 12(1974), s. 542–548.
- [24] GABRIEL J.F., *Multi-layer space frames and architecture*, The First International Conference on Lightweight Structures in Architecture, Sydney, Australia, 1986, Proceedings, Vol. I, s.104–111.
- [25] GABRIEL J.F., *Space frames: the space within – a guided tour*, An International Journal of Space Structures, Vol. 1, No. 1, 1985, s. 3–12.
- [26] SUNNER F., *Un mega-structure, symbole du défi choinois*, Techniques et Architecture, No. 372, 1987, s. 80–85.
- [27] SZYMAŃSKI J., *Koncepcja najwyższego budynku w świecie*, Inżynieria i Budownictwo, nr 12, 1990, s. 457–458.
- [28] OTTO F., *Architecture et bionique. Constructions naturells*, Editions Delta Et SPES, 1985.
- [29] PYRAK S., SZULBORSKI K., *Wybrane problemy kształtowania przekryć podwieszonych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 4–5(1990), s. 127–133.
- [30] BARUCKI T., *Stadion British Columbia Place*, Architektura, nr 4–5(1986), s. 17.
- [31] CIESIELSKI R., *Refleksje na temat osiągnięć i zadań inżynierii lądowej*, Inżynieria i Budownictwo, nr 7–8, 1988, s. 256–260.
- [32] GUTKOWSKI W., red., *Obliczenia statyczne-przekryć strukturalnych*, Warszawa, Arkady, 1980.
- [33] NIEMIERKO A., *Rzecz o kratownicach*, Warszawa, WKiŁ, 1987.
- [34] RĘBIELAK J., *Struktury przestrzenne – propozycje kształtowania*, Instytut Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Raport serii PRE nr I-1/P-588/90, Wrocław, 1990.
- [35] MÜLLER S., *Architektura a rozwój techniczny*, Architektura, nr 377–378, marzec–kwiecień, 1979, s. 8–11.
- [36] *Poradnik projektanta konstrukcji metalowych*, Praca zbiorowa pod kierunkiem W. Boguckiego, Warszawa, Arkady, 1982.
- [37] PAWŁOWSKI Z., MATERSKI W., PAWŁOWSKI J., *Możliwości racjonalnego stosowania konstrukcji z drewna klejonego*, Przegląd Budowlany, nr 9(1983), s. 388–393.
- [38] PIRNER M., NAPRSTEK J., *A large span timber dome*, An International Journal of Space Structures, Vol. 3, No. 2, 1988, s. 74–83.
- [39] *100-Meter Kuppel als Kohlemischhalle*, Bauen mit Holtz, Januar, 1988, s. 6–7.
- [40] *The largest timber dome in the world*, An International Journal of Space Structures, Vol. 1, No. 1, s. 60–62.
- [41] BELLWORTHY A.J., CROLL J.G.A., *Dielectric spaceframe radomes*, An International Journal of Space Structures, Vol. 1, No. 1, 1985, s.41–50.
- [42] GLOCKNER P.G., *Reinforced ice and ice domes: opportunities for the north*, An International Journal of Space Structures, Vol. 3, No. 2, 1988, s. 84–102.
- [43] KLIMKE H., KEMMER W., RENNON N., *Die Stabweskuppel der Stockholm Globe Arena*, Der Stahlbau, nr 12(1989), s. 1–8.
- [44] KRYNICKI E., *Przekrycie stadionu Sky Dome w Toronto*, Inżynieria i Budownictwo, nr 4–5(1990), s. 123–126.
- [45] RYKALUK K., MIRSKI J., *O kształtowaniu geometryczno-konstrukcyjnym kopuł siatkowych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 7(1991), s. 272–275.
- [46] PAVLOV G.N., *Compositional Form-Shaping of Crystal Domes and Shells*, w: Tarnai T., ed., *Spherical Grid Structures. Geometric essays on geodesic domes*, Hungarian Institute for Building Science, Budapest, 1987, s. 10–64.
- [47] SUMEC J., *Regularne mrievkove dosky a skupiny*, VEDA, Bratislava, Vydavatelstvo Slovenskej Akademie Vied, 1984.
- [48] TARNAI T., WENNINGER M.J., *Spherical Circle-Coverings and Geodesic Domes*, Structural Topology, nr 16 (1990), s. 5–21.
- [49] FULIŃSKI J., *Geometria kratownic powierzchniowych*, Prace Naukowe Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, Seria B, nr 178, Wrocław, 1973.
- [50] BURT M., *The wandering vertex method*, Structural Topology, nr 6 (1982), s. 5–12.
- [51] LALVANI H., *Structures on hyper-structures*, Structural Topology, nr 6 (1982), s. 13–16.
- [52] CRAPO H., *Review: Transpolyhedra, dual transformations by explosion-implosion*, by Hareh Lalvani, Structural Topology, nr 6 (1982), s. 17–20.
- [53] HUYBERS P., *The use of polyhedra for building structures*, Structural Topology, nr 6 (1982), s. 33–42.
- [54] MAKAI Jr. E., TARNAI T., *On some geometrical problems of single-layered spherical grids with triangular network*, Proceedings of the Second International Conference on Space Structures, University of Surrey, 1975, s. 675–682.

- [55] TARNAI T., *Geodesic Domes with Skew Networks*, w: Tarnai T., ed., Spherical Grid Structures. Geometric Essays on Geodesic Domes, Hungarian Institute for Building Science, Budapest, 1987, s. 125–145.
- [56] MAKAI Jr. E., TARNAI T., *Uniformity of Networks of Geodesic Domes*, w: Tarnai T., ed., Spherical Grid Structures. Geometric Essays on Geodesic Domes, Hungarian Institute for Building Science, Budapest, 1987, s. 161–182.
- [57] TARNAI T., *Optimization of Spherical Networks for Geodesic Domes*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 100–104.
- [58] McCONNEL R.E., *Network Optimisation of Curved Space Structures*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 650–655.
- [59] RĘBIELAK J., *The method of secondary grid deformation*, An International Journal of Space Structures, Vol. 5, No. 3–4(1990), s. 197–212.
- [60] PENKALA T., *Zarys krystalografii*, Warszawa, PWN, 1977.
- [61] RĘBIELAK J., *Przykłady zastosowań metody deformacji siatki wtórnej*, Instytut Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Raport serii PRE nr I–1/P–610/90, Wrocław, 1990.
- [62] CLINTON J.D., *Advanced structural geometry studies*. P. I, Polyhedral subdivision concepts for structural applications, NASA Contractor Report, NASA CR–1734, Washington D.C., 1971.
- [63] MAKAI Jr. E., *On polyhedra with approximately equal edges*, w: Tarnai T., ed., Spherical Grid Structures. Geometric Essays on Geodesic Domes, Hungarian Institute for Building Science, Budapest, 1987, s. 183–197.
- [64] MENERINGHAUSEN M., *Raumfachwerke als Mittel der individuellen Baugestaltung*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 73–80.
- [65] ENSERINK J.W.B., *Space Structures of the RAI Congress and Exhibition Building in Amsterdam*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 866–871.
- [66] MAGAS B., *Stadion in Split*, Deutsche Bauzeitschrift, nr 8(1981), s. 1145–1148.
- [67] RUSS R., HODER F., DOHNAL J., *Prefabricated Steel Space Structures Designed by Chemiprojekt Prague –CSSR*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 42–47.
- [68] BRÓDKA J., CZECHOWSKI A., GRUDKA A., *„Mostostal Space Grids – Development and Applications*, w: Nooshin H., ed., London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 48–52.
- [69] GEBHARDT D.H., *The Power-Strut Space Frame System*, w: Nooshin H., ed., London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 53–58.
- [70] BALUT N., PORUMB B., GINOCU V., *Some Recent Examples of Latticed Shells from Romania*, w: Nooshin H., ed., London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 36–41.
- [71] CLARKE R.C., *The Kinematics of a Novel Deployable Space Structure System*, w: Nooshin H., ed., London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 820–822.
- [72] ESCRIG F., *Expandable Space Frame Structures*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 845–850.
- [73] BABICKI B.B., FAST P., *Expo 86 Modular Structural System for International Exhibition Pavilions*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 988–993.
- [74] SOARE M.V., CRAINICESCU M., TAROG D., *Double-layer Grids with steel members and Reinforced Concrete Slabs*, An International Journal of Space Structures, Vol. 1, No. 1, 1985, s. 27–32.
- [75] BERANEK W.J., HOBELMAN G.J., *Space Frames designed as “Twistless Case”*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 239–244.
- [76] RĘBIELAK J., BERANEK W.J., HOBELMAN G.J., *Wielowarstwowe struktury przestrzenne. Zagadnienia statyczne i geometryczne*, Raport Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, PRE nr I–1/P–322, Wrocław, 1985.
- [77] BARACS J., *Juxtapositions*, Structural Topology, nr 1(1979), s. 59–73.
- [78] LALVANI H., *Generative Morphology of Transforming Space structures*, w: Nooshin H., ed., London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 129–140.
- [79] EBERLEIN H., RUDOLPH P., *Structure and Configuration of Planar Space-Frame Derived from a Cubic*

- System*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 166–173.
- [80] TAYLOR R.G., *Practical Design of Space Structures*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 803–808.
- [81] HAIDER S.G., STRUTT J.W., SHIER J.H., *Networks structure and form*, Proceedings of the Second International Conference on Space Structures, University of Surrey, 1975, s. 655–662.
- [82] BARANOWSKI J., *Structures of Zeolites*, Structural Topology, nr 16(1990), s. 49–56.
- [83] BOBBIN T., *Quasicrystals for Architecture. The Visual Properties of Three Dimensional Penrose Tessellation*, w: Darvas G., Nagy D., eds., Symmetry of Structure. An Interdisciplinary Symposium, Abstracts, Vol. I, Budapest 1989, s. 479–482.
- [84] LALVANI H., *Structures and Meta-Structures*, w: Darvas G., Nagy D., eds., Symmetry of Structure. An Interdisciplinary Symposium, Abstracts, Vol. I, Budapest 1989, s. 302–306.
- [85] HUYBERS P., ENDE van der G., *Uniform Polyhedra for Building Structures*, w: Darvas G., Nagy D., eds., Symmetry of Structure. An Interdisciplinary Symposium, Abstracts, Vol. I, Budapest 1989, s. 233–236.
- [86] EMMERICH D.G., *Symmetrical Stable Simplex. Introduction to the Resistance of Forms*, w: Darvas G., Nagy D., eds., Symmetry of Structure. An Interdisciplinary Symposium, Abstracts, Vol. I, Budapest 1989, s. 111–114.
- [87] KLEPRLIK J., *The Analysis, Design, Construction and Erection of the Double-Layer Al Ain Dome*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Science Publishers, 1984, s. 935–940.
- [88] THORNTON C.H., LEW I.P., *Investigation of the Causes of Hartford Coliseum Collapse*, w: Nooshin H., ed., Third International Conference on Space Structures, London & New York, Elsevier Applied Sciences Publishers, 1984, s. 636–641.
- [89] RĘBIELAK J., *Struktura quasi-przestrzenna*, XXXIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica-Gliwice 1987, T. I, Teoria konstrukcji, s. 103–108.
- [90] RĘBIELAK J., *Struktury wysokie – propozycja kształtowania*, Instytut Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej, Raport Serii PRE nr I-1/P-639/91, Wrocław 1991.
- [91] *Harley Systems. A few simple ideas and a whole new perspective on structures*, Materiały informacyjne firmy Harley Systems Pty. Ltd. Associated Company GWA Group, Brisbane, Australia 1986.

Praca wpłynęła 17.10.1991 r.

Po poprawieniu 6.01.1992 r.

Space structures or large span

The monograph presents a wide range of problems referring to the shaping of roof constructions of large span, built by means of bar space structures. A spherical dome is the exemplary form of cover in this study. The method of the secondary grid deformation, which makes possible a very regular division of the spherical surface, was worked out for the purpose of this form. Triangular spherical grids obtained in this way on the various forms of spherical surface are characterized by minimum differentiation of lengths of their section. The most regular spherical grids can be determined by using this method on the base of regular icosahedron and dodecahedron. The construction of the method of secondary grid deformation makes use of the properties of the central projection and orthogonal projection onto the plane. Spherical grids obtained by means of this method making use of the properties of the central projection are more regular than the grids spanned over the same form of base projection determined by variation of the method which uses the properties of the orthogonal projection. Due to its properties the method of the secondary grid deformation may find wide application and may be treated as a significant part of the general theory of shaping grids not only on spherical surfaces.

In the successive parts of the monograph are presented the proposals of space structures shaping of large span which are built from relatively short bars. The study presents several different forms of structures of compound space construction. The bar systems of these structures were shaped mainly on the basis of simple, double-layered forms of space structures. The ways of bar arrangement in the space of these structures are shown on the basis of flat layers

of the formed covers. Some of the suggested systems have been presented in the pictorial examples of dome covers which can obtained an interesting and individual architectonic view. This monograph gives only some basic ways of forming such compound systems of space structures. The presented systems are just proposals which will be subjected to thorough constructional-economic analysis. It may be supposed at present that some of the structures proposed in the this work may find wide application in practice. Likewise, the presented way of shaping space structure constructions of great spans may be applied in the forming of very tall objects and may give equally interesting results.

Verified by Marzena Łucziewicz

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СТРУКТУРЫ БОЛЬШИХ ПРОЛЕТОВ

В работе представлен широкий состав вопросов, касающихся формирования конструкций покрытий больших пролетов, которые строятся с помощью пространственных стержневых структур. В настоящей работе примерной формой покрытия был сферический купол. Для потребностей этой формы был разработан метод деформации вторичной сетки, дающей возможность регулярно членить сферические поверхности. Треугольные сферические сетки, полученные этим путем на разных формах сферической поверхности, характеризуются минимальным различием длины своих отрезков. Наиболее регулярные сферические сетки можно определить этим методом на основе правильного двенадцатигранника и правильного двенадцатигранник С С. Конструкция метода деформации вторичной сетки использует свойства центральной проекции и перпендикулярной проекции на плоскость. Сферические сетки, полученные разновидностью этого метода, использующей свойства центральной проекции, являются более регулярными, чем сетки, растянутые над этой же формой проекции, определенные разновидностью метода, использующей свойства перпендикулярной проекции. Благодаря своим свойствам метод деформации вторичной сетки может найти широкое применение и можно его рассматривать как существенную часть общей теории формирования сеток не только на сферических поверхностях.

В очередных главах работы представлены предложения формирования порпространственных структур больших пролетов, которые строятся из относительно коротких стержней. Представлено несколько групп разных форм структур сложного пространственного строения. Системы стержней этих структур формировались главным образом на основе прямых, двухслойных видов пространственных структур. Способы размещения стержней в пространстве этих структур показаны на примерах плоских слоев формируемых покрытий. Некоторые среди предлагаемых систем представлены наглядным способом на нескольких примерах купольных покрытий, которые благодаря этому могут получить интересную и индивидуальную архитектуру формы.

В работе представлено лишь несколько основных способов формирования таких сложных систем пространственных структур. Представленные системы имеют характер предложений, которые будут подвергнуты подробному конструкционно-экономическому анализу. Можно уже сейчас предполагать, что некоторые среди предлагаемых здесь структур могут найти широкое применение на практике. Также представленный способ формирования конструкций пространственных структур больших пролетов может применяться для формирования объектов очень высоких и он также может дать интересные результаты.

Проверил Станислав Ганцаж

SPIS RZECZY

Wprowadzenie	3
1. Ogólna prezentacja przedmiotu i zakresu opracowania	4
2. Regularne siatki sferyczne	12
2.1. Podstawy metody deformacji siatki wtórnej	12
2.2. Wielościany i siatki sferyczne uzyskane na podstawie dwudziestościanu, typ podziału $\{3, 5^+\}_{n,0}$	18
2.3. Wielościany powstałe na bazie 12-ścianu foremego, typ podziału $\{3, 5^+\}_{n,0}$	28
2.4. Wielościany powstałe na podstawie sześciianu, typ podziału $\{3, 4^+\}_{n,0}$	37
2.5. Przykłady zastosowań metody deformacji siatki wtórnej	44
3. Podstawowe grupy prętowych struktur przestrzennych	57
3.1. Kształtowanie struktur i sposoby opisu ich geometrii	57
3.2. Pierwsza grupa struktur	61
4. Przykłady grup struktur przestrzennych uformowanych na podstawie struktury $\{T-T\}$	73
5. Grupy struktur formowane z modułów wypełniających połówki ośmiościanów	106
5.1. Struktury budowane z przekształconej formy modułów prętowych	106
5.2. Przykłady formowania układów struktur za pomocą wyróżnionych postaci modułów prętowych	119
5.3. Propozycje kształtowania struktur ze złożonej postaci modułów prętowych	125
6. Grupy struktur kształtowanych na podstawie struktury $\{D-O\}$	133
7. Przykłady formowania innych układów struktur przestrzennych	148
8. Uwagi końcowe i wnioski	158
Literatura	164

CONTENTS

Introduction	3
1. General presentation of the subject matter and range of the elaboration	4
2. Regular spherical grids	12
2.1. The bases of the method of secondary grid deformation	12
2.2. Polyhedrons and spherical grids obtained on the base of an icosahedron, the type of the division $\{3, 5^+\}_{n,0}$	18
2.3. Polyhedrons formed on the base of a regular dodecahedron, the type of the division $\{3, 5^+\}_{n,0}$	28

2.4. Polyhedrons formed on the base of a regular hexahedron, the type of the division $\{3, 4^+\}_{n,0}$. . .	37
2.5. Examples of application of the secondary grid deformation	44
3. Basic groups of rod space structures	57
3.1. Shaping of structures and the ways of their geometry description	57
3.2. First group of structures	61
4. Examples of space structure groups formed on the base of the structure $\{T-T\}$	73
5. Groups of structures formed from the filling octahedron halves	106
5.1. Structures built from the transformed form of bar modules	106
5.2. Examples of structure systems formation by means of chosen of bar modules	119
5.3. Proposals of shaping structures from the complex form of bar modules	125
6. Groups of structures formed on the base of the structure $\{D-O\}$	133
7. Examples of the formation of other space structure system	148
8. Final remarks and conclusions	158
Literature	164



PRACE NAUKOWE INSTYTUTU ARCHITEKTURY I URBANISTYKI
(wydane w latach 1980–1992)

- Nr 17, Monografie nr 9, J. Chełmicki, *Budownictwo z elementów wielkoprzestrzennych — jeden z kierunków pełniejszego zaspokojenia potrzeb mieszkaniowych*, Wrocław 1980
- Nr 18, Monografie nr 10, J. Mroczkowski, *Rzutowa realizacja geometrii Łobaczewskiego*, Wrocław 1980
- Nr 19, Monografie nr 11, W. Kosiński, D. Karpiński, *Bolesławów — historia i plany*, Wrocław 1985
- Nr 20, Monografie nr 12, J. Mroczkowski, *Zastosowanie metod geometrii wykreślnej w szczególnej teorii względności*, Wrocław 1986
- Nr 21, Konferencje nr 4, *Miejsce pracy — miejsce zamieszkania*, Wrocław 1984
- Nr 22, Monografie nr 13, *Jakość życia w osiedlu*, Wrocław 1986
- Nr 23, Studia i Materiały nr 6, *Prace studialne Zakładu Geometrii Wykreślnej i Perspektywy Malarskiej*, Wrocław 1987
- Nr 24, Studia i Materiały nr 7, *Habitat — środowisko mieszkaniowe człowieka*, Wrocław 1988
- Nr 25, Monografie nr 14, J. Rębielak, *Modularne struktury powierzchniowe*, Wrocław 1988
- Nr 26, Studia i Materiały nr 8, *Współczesne tendencje kształtowania terenów mieszkaniowych w świetle teorii i praktyki*, Wrocław 1991



BIBLIOTEKA GŁÓWNA

308736 L/1

