

Alicja Ganczarek-Gamrot

Akademia Ekonomiczna w Katowicach

MODELE AUTOREGRESYJNE NA RYNKU DNIA NASTĘPNEGO TOWAROWEJ GIEŁDY ENERGII SA*

Streszczenie: W artykule zaprezentowano analizę szeregów czasowych z Rynku Dnia Następnego (RDN) Towarowej Giełdy Energii SA. Celem pracy jest aplikacja liniowych i nieliniowych modeli autoregresyjnych na szeregi czasowe z RDN. Analizę przeprowadzono na szeregach czasowych RDN notowanych w okresie 30.03.2003-25.10.2003 (5039 obserwacji). Bazując na wynikach dopasowania omawianych modeli do szeregów czasowych z rynku energii elektrycznej, oceniono charakter zmienności tych szeregów.

Słowa kluczowe: Rynek Dnia Następnego, szeregi czasowe, modele autoregresyjne.

1. Wstęp

Towarowa Giełda Energii SA fizycznie zaistniała na polskim rynku w lipcu 2000 r. Pierwsze transakcje zrealizowano na Rynku Dnia Następnego (RDN). Cena 1 MWh energii elektrycznej ustalana jest na RDN odrębnie dla każdej godziny dzień przed realizacją dostawy. Jest to cena równowagi złożonych ofert kupna i sprzedaży. Przez pierwszy rok działalności RDN ceny energii elektrycznej w ciągu doby charakteryzowały się niewielkim zróżnicowaniem. Od momentu powstania Rynku Bilansującego (RB), który równoważy popyt i podaż na energię elektryczną w każdej godzinie, na RDN zarówno cena, jak i wolumen obrotu charakteryzują się wyraźną zmiennością oraz cyklicznością. W lipcu 2002 r. RB wprowadził dodatkowe ceny: cenę rozliczeniową odchyleń sprzedaży (CROs) oraz cenę rozliczeniową odchyleń zakupu (CROz), co spowodowało wyraźny wzrost obrotów na RDN. Zaletą RDN jest to, że producenci i odbiorcy energii elektrycznej mogą składać oferty zarówno kupna, jak i sprzedaży.

W analizie szeregów czasowych na rynkach finansowych i towarowych często wykorzystuje się modele zmiany cen w czasie. W tym celu rozpatruje się m.in. modele matematyczne opierające się błędzeniu losowym (w przypadku czasu dyskretnego) oraz ruchu Browna (w przypadku czasu ciągłego), w których zakłada się, że stopy zwrotu są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowych rozkładach.

* Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr N111 033 32/0262 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

W wielu pracach empirycznych wykazano, że założenia te często są niespełnione [Weron, Weron 1998; Piontek 2000; Welfe 2003; Ganczarek 2004; Akgü, Sayyan 2005; Osińska 2006]. Modele uwzględniające zależność zwrotów od przeszłych notowań można ogólnie podzielić na modele liniowe i modele nieliniowe. Losowość tych modeli jest reprezentowana przez ciąg ε_t nazywany szumem, będący ciągiem niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie z zerową wartością oczekiwaną i skończoną wariancją.

W pracy do opisanie szeregów czasowych na RDN wykorzystano powszechnie znane modele uwzględniające autoregresyjny charakter wartości oczekiwanej oraz wariancji. Wśród rozważanych na rynku energii szeregów czasowych ceny energii elektrycznej, szeregów czasowych wolumenu obrotu energią elektryczną oraz szeregów czasowych względnych zmian cen i wolumenu w pracy poddano analizie szereg logarytmicznych stóp zwrotu cen energii elektrycznej notowanych na RDN Towarowej Giełdy Energii SA:

$$z_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right), \quad (1)$$

gdzie: P_t – cena 1 MWh energii elektrycznej w godzinie t ,
 P_{t-1} – cena 1 MWh energii elektrycznej w godzinie $t - 1$.

Modele adaptowano z rynku finansowego na szeregi czasowe RDN w okresie od 30.03.2003 r. do 25.10.2003 r. (5039 obserwacji). Bazując na wynikach dopasowania omawianych modeli do szeregów czasowych z rynku energii elektrycznej, oceniono charakter zmienności tych szeregów. Celem pracy jest: opis szeregów czasowych względnych zmian cen energii elektrycznej na Rynku Dnia Następnego Towarowej Giełdy Energii SA za pomocą modeli autoregresyjnych, wykorzystanie modeli liniowych oraz nieliniowych do oceny autoregresji szeregów czasowych, wybór modeli autoregresyjnych najlepiej opisujących szeregi empiryczne na RDN.

2. Modele autoregresyjne

Modele liniowe szeregów czasowych na rynkach finansowych często charakteryzują się autokorelacją składnika losowego. Autokorelacja może być efektem liniowej zależności rozpatrywanych zmiennych lub ich sezonowości. Wśród liniowych modeli autoregresyjnych na RDN adaptowano [Brockwell, Davis 1996]:

– szereg autoregresyjny (*Autoregression*) rzędu p AR(p):

$$z_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

– szereg średniej ruchomej (*Moving Average*) rzędu q MA(q):

$$z_t = \mu + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j z_{t-j}, \quad (3)$$

- szereg autoregresji i średniej ruchomej (Autoregressive Moving Average) rzędu (p,q) ARMA (p,q):

$$z_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j z_{t-j}, \quad (4)$$

- zintegrowany sezonowo szereg autoregresji i średniej ruchomej SARIMA (*Seasonal Auto-Regressive Integrated Moving Average*) (p,d,q) × (P, D, Q) z okresem s:

$$\Delta_s^d z_t = (1 - B)^d (1 - B^s)^D z_t, \quad (5)$$

gdzie: μ, ϕ_i, θ_j – parametry modelu szacowane MNW,

$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma)$ – biały szum,

z_t – szereg czasowy,

$Bz_t = z_{t-1}$ – operator opóźnienia.

Szereg (5) jest szeregiem ARMA zdefiniowanym następująco:

$$\phi(B)\Phi(B^s)\Delta_s^d z_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t,$$

gdzie: $\phi(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i$, $\Phi(B) = 1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i B^i$,

$$\theta(B) = 1 - \sum_{i=1}^q \theta_i B^i, \quad \Theta(B) = 1 - \sum_{i=1}^Q \Theta_i B^i.$$

Na podstawie wielu doświadczeń empirycznych na rynkach finansowych udowodniono, że szeregi czasowe notowanych stóp zwrotu cen nie zależą jedynie od pierwszego momentu rozpatrywanych danych. Rozkładom szeregów czasowych stóp zwrotu towarzyszą: efekt skupiania zmienności (*volatility clustering*), efekt leptokurtozy (*the leptokurtic distribution*) i grubych ogonów (*the fat-tailed*), efekt skośności rozkładów (*skewness*), efekt autokorelacji stóp zwrotu (tzw. efekt dźwigni (*leverage effects*)), autokorelacja kwadratów stóp zwrotu (efekt długiej pamięci (*the long memory processes*)) [Weron, Weron 1998; Piontek 2000; Welfe 2003; Akgü, Sayyan 2005; Osińska 2006].

Jednym z modeli autoregresyjnych uwzględniającym wymienione efekty towarzyszące często szeregom czasowym notowanym z dużą częstotliwością jest zaproponowany w 1982 r. przez Engle'a model ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*):

$$z_t = \mu + \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad (6)$$

z warunkową wariancją:

$$h_t = c_0 + \sum_{i=1}^q c_i z_{t-i}^2. \quad (7)$$

W kolejnych latach powstawały jego modyfikacje, które wykorzystywano przede wszystkim do opisu szeregów czasowych rynków finansowych. W niniejszej pracy do opisanie nieliniowej autokorelacji szeregów czasowych na dobowo-godzinny rynek energii elektrycznej Towarowej Giełdy Energii wykorzystano:

- model GARCH (p,q) (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) (6) z warunkową wariancją [Engle, Bollerslev 1986]:

$$h_t = c_0 + \sum_{i=1}^q c_i z_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p b_i h_{t-i}, \quad (8)$$

- model IGARCH (p,q) (*Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) o postaci [Engle, Bollerslev 1986]:

$$[1 - \phi(B)](1 - B) z_t^2 = c_0 + [1 - b(B)] v_t, \quad (9)$$

którego bezwarunkowa wariancja nie istnieje, ale sam model jest stacjonarny w szerszym sensie:

$$\sum_{i=1}^q c_i + \sum_{i=1}^p b_i = 1,$$

gdzie: z_t – logarytmiczne stopy zwrotu z warunkowym rozkładem $N(0, h_t)$,

μ – wartość oczekiwana stóp zwrotu,

h_t – warunkowa wariancja,

c_p, b_i – współczynniki modelu

$c_0, c_q, b_p > 0$, a pozostałe współczynniki są nieujemne,

jeżeli $\sum_{i=1}^q c_i + \sum_{i=1}^p b_i < 1$, to szereg czasowy z_t jest stacjonarny w szerszym sensie,

$\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ – szum.

Rozkłady szeregów czasowych notowanych na rynkach finansowych charakteryzują się często grubymi ogonami. W związku z tym w analizach tych rozkładów wykorzystywany jest rozkład t-Studenta, a ze względu na leptokurtyczność rozkładów empirycznych – rozkład GED (uogólniony rozkład błędu) [Piontek 2000; Akgü, Sayyan 2005; Osiańska 2006]. W niniejszej pracy losowość modeli autoregresyjnych opisujących szeregi czasowe na RDN reprezentowana przez ciąg ε_t niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie z zerową wartością oczekiwaną

i skończoną wariancją została opisana za pomocą rozkładu: normalnego – $N(0,1)$, t-Studenta – $t\text{-St}(0, 1, \nu_s)$ oraz GED (*General Error Distribution*) – $\text{GED}(0, 1, \nu_G)$. W pracy do estymacji modeli nieliniowych wykorzystano metodę największej wiarygodności (MNV). W zależności od rozkładu szeregu logarytmu funkcji największej wiarygodności mają postać:

– dla rozkładu normalnego ε_t [Engle 1982]:

$$\ln L_N = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln h_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{z_t^2}{h_t}, \quad (10)$$

– dla rozkładu t-Studenta ε_t [Nelson 1991]:

$$\begin{aligned} \ln L_S = & -\frac{T}{2} \ln(\pi(\nu_s - 2)) + T \ln \Gamma\left(\frac{\nu_s + 1}{2}\right) - T \ln \Gamma\left(\frac{\nu_s}{2}\right) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln h_t \\ & - \left(\frac{\nu_s + 1}{2}\right) \sum_{t=1}^T \ln\left(1 + \frac{z_t^2}{(\nu_s - 2)h_t}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

– dla rozkładu GED ε_t [Bollerslev 1987]:

$$\ln L_G = \sum_{t=1}^T \ln \frac{\nu_G}{\lambda_G} - T \ln \Gamma\left(\frac{1}{\nu_G}\right) - T \Gamma\left(\frac{\nu_G + 1}{\nu_G}\right) \ln 2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln h_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left| \frac{z_t}{\lambda_G \sqrt{h_t}} \right|^{\nu_G}, \quad (12)$$

gdzie: z_1, \dots, z_T – empiryczne stopy zwrotu,

$\lambda_G^1, \nu_s, \nu_G$ – parametry rozkładów,

$\Gamma(x)$ – funkcja gamma².

W literaturze przedmiotu są stosowane różne kryteria oceny efektywności modeli heteroskedastycznych. Większość z nich opiera się na minimalizacji pewnej funkcji straty. Jednym z takich kryteriów jest kryterium Akaikiego dane formułą [Akaikie 1973]:

$$\text{AIC} = -2\ln L + 2k, \quad (13)$$

gdzie k jest liczbą parametrów modelu.

Często stosowane jest również kryterium Schwarza [Schwarz 1978]:

$$\text{BIC} = -2\ln L + 2k \ln T, \quad (14)$$

gdzie T jest rozmiarem próby.

1 $\lambda_G = \sqrt{\frac{\Gamma(\frac{1}{\nu_G})}{\Gamma(\frac{3}{\nu_G})} 2^{-\frac{1}{\nu_G}}}$.

2 $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$.

Wymienione kryteria – (13) oraz (14) – wykorzystywane są do ustalenia rzędu opóźnień modeli autoregresyjnych. Wartości funkcji AIC lub BIC są najmniejsze dla modeli z optymalną liczbą opóźnień.

W celu sprawdzenia dopasowania modelu do danych empirycznych może być wykorzystana analiza szeregu:

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{z_t - \hat{\mu}}{\sqrt{\hat{h}_t}}, \quad (15)$$

gdzie $\hat{h}_t, \hat{\mu}$ są oszacowanymi charakterystykami modelu (6).

Na mocy tego kryterium o dobrym dopasowaniu modelu do danych empirycznych można mówić, gdy szereg reszt $\hat{\varepsilon}_t$ ma w zależności od wyjściowych założeń modelu odpowiednio rozkład $N(0,1)$, $t\text{-St}(0, 1, \nu_s)$ lub $GED(0, 1, \nu_G)$. W celu oceny dopasowania oszacowanych rozkładów do danych empirycznych wykorzystano:

- statystykę Kołmogorowa:

$$K = \max_z |F_e(z) - F(z)|, \quad (16)$$

- statystykę Andersona-Darlinga:

$$AD = \max_z \frac{|F_e(z) - F(z)|}{\sqrt{F(z)(1-F(z))}}, \quad (17)$$

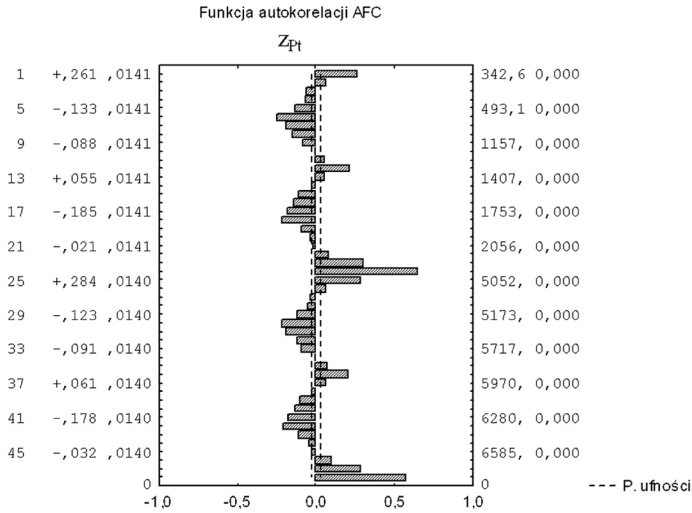
gdzie: $F_e(z)$ – dystrybuanta rozkładu empirycznego,
 $F(z)$ – dystrybuanta rozkładu teoretycznego.

3. Estymacja autoregresyjnych modeli szeregów czasowych na rynku dobowym

W tej części pracy poddano analizie szereg czasowy godzinnych logarytmicznych stóp zwrotu cen energii elektrycznej z_{pt} notowanej w okresie 30.03.2003-25.10.2003 (5039 obserwacji)³.

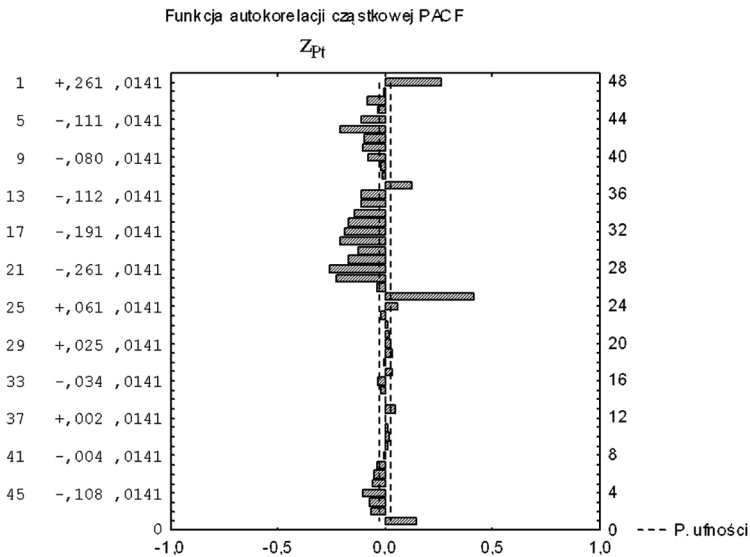
Na rysunku 1 zaprezentowano funkcję autokorelacji ACF szeregu z_{pt} , a na rys. 2 – funkcję autokorelacji cząstkowej PACF szeregu z_{pt} .

³ Notowania RDN są dostępne na stronach Centrum Informacji o Rynku Energii CIRE: <http://www.cire.pl/>.



Rys. 1. Funkcja autokorelacji ACF szeregu czasowego stóp zwrotu cen notowanych na RDN w okresie 30.03.2003-25.10.2003

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 2. Funkcja autokorelacji cząstkowej PACF szeregu czasowego stóp zwrotu cen notowanych na RDN w okresie 30.03.2003-25.10.2003

Źródło: obliczenia własne.

Dla 48 opóźnień funkcji autokorelacji (zaprezentowanych na rys. 1) wyraźnie widoczna jest dzienna sezonowość cen energii elektrycznej. Również na podstawie funkcji autokorelacji cząstkowej (rys. 2) widoczne są wysokie oceny współczynników autokorelacji wynikających z sezonowego charakteru kształtowania się szeregów czasowych stóp zwrotu cen energii elektrycznej.

Ze względu na sezonowość ceny energii elektrycznej wartości funkcji autokorelacji oraz autokorelacji cząstkowej nie zmierzają do zera wraz ze wzrostem rzędu opóźnienia. W takim razie nie jest możliwe wyznaczenie skończonej wielkości rzędu opóźnień autoregresji p i średniej ruchomej q . Dlatego w pracy zaprezentowano jedynie wyniki estymacji sezonowego modelu SARIMA (5). Na podstawie obserwacji szeregu ustalony został parametr opóźnienia sezonowego $s = 24$. Dodatkowo w celu wyeliminowania trendu dokonano różnicowania szeregu $d(1) = 1$. Aby wyeliminować sezonowość występującą ciągu dnia, dokonano różnicowania szeregu $D(24) = 1$. Pozostałe parametry modelu szacowano za pomocą wbudowanej przybliżonej metody McLeoda i Salesa⁴, dobierając odpowiednio rząd p , P , q , Q na podstawie wartości funkcji ACF oraz PACF. Uzyskano w ten sposób model SARIMA(1,1,2)(1,1,1) z opóźnieniem sezonowym $s = 24$:

$$(1 - 0,86B)(1 - 0,13B^{24})(1 - B)(1 - B^{24})z_{p_t} = (1 - 1,93B + 0,94B^2)(1 - 0,85B^{24})\varepsilon_t.$$

W tabeli 1. przedstawiono wyniki estymacji parametrów modelu (5).

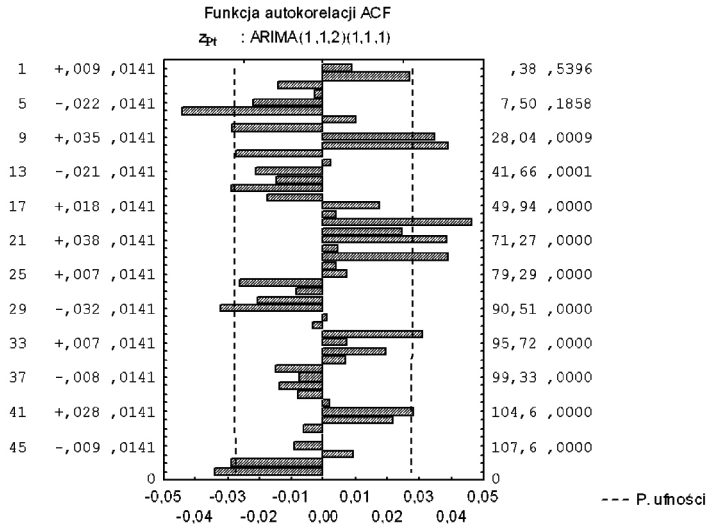
Tabela 1. Istotne parametry modelu SARIMA(1,1,2)(1,1,1) szeregu stóp zwrotu cen na RDN w okresie 30.03.2003-25.03.2003

Rząd modelu	Ocena parametru	Błąd standardowy	t-Stat	Wartość p
p(1)	0,86	0,01	76,27	0,00
q(1)	1,93	0,01	366,86	0,00
q(2)	-0,94	0,01	-177,61	0,00
Ps(1)	0,13	0,02	7,49	0,00
Qs(1)	0,85	0,01	101,91	0,00
D(1) = 1, D(24) = 1, s = 24,				

Źródło: obliczenia własne.

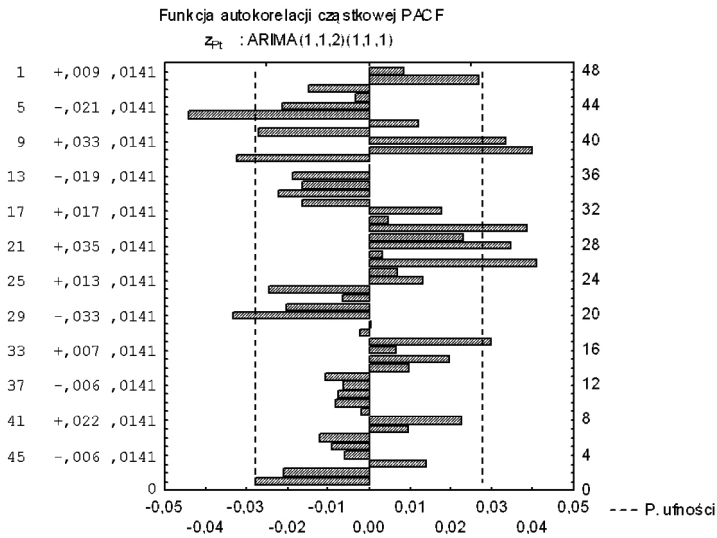
Wszystkie parametry otrzymanego modelu są istotnie różne od zera. Natomiast niewielkie oceny parametrów funkcji ACF (rys. 3) oraz PACF (rys. 4) reszt oszacowanego modelu SARIMA(1,1,2)(1,1,1) w większości przypadków są istotnie różne od zera na poziomie 0,05.

⁴ Przybliżona metoda McLeoda i Salesa jest jedną z wbudowanych metod szacowania parametrów modelu SARIMA w pakiecie Statistica.



Rys. 3. Funkcja autokorelacji ACF modelu SARIMA(1,1,2)(1,1,1) stóp zwrotu cen notowanych na RDN w okresie 30.03.2003-25.10.2003

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 4. Funkcja autokorelacji cząstkowej PACF modelu SARIMA(1,1,2)(1,1,1) stóp zwrotu cen notowanych na RDN w okresie 30.03.2003-25.10.2003

Źródło: obliczenia własne.

Zwiększenie rzędu opóźnień parametrów modelu SARIMA nie poprawiało precyzji dopasowania modeli do szeregu empirycznego. Ponadto rozkład reszt modeli SARIMA(1,1,2)(1,1,1) nie jest zgodny z rozkładem normalnym, charakteryzuje się wyraźną leptokutyrycznością oraz grubymi ogonami oraz autokorelacją.

Korzystając z wyników klasyfikacji zmiennych [Ganczarek 2003], w celu eliminacji sezonowości występującej w ciągu dnia wybrano z badanego okresu trzy szeregi zmiennych notowanych odpowiednio w godzinach {1-6}, {7-19}, {20-24}. W tabelach 2-4 przedstawiono wyniki estymacji modeli klasy GARCH(1,1) zestandaryzowanych stóp zwrotu ceny energii elektrycznej⁵.

Tabela 2. Wartości funkcji straty modeli klasy GARCH szeregu stóp zwrotu cen na RDN notowanych w godzinach {1-6} w okresie 30.03.2003-25.10.2003

T = 1254	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)	FGARCH(1,1)
$\ln L_N$	-1315,659	-1122,252	-1315,661	-1151,830
AIC	2635,318	2252,504	2635,322	2309,660
BIC	2659,854	2301,577	2659,858	2346,465
$\ln L_S$	-1113,862	-1147,358	-1113,862	-1022,562
AIC	2233,724	2304,716	2233,724	2053,124
BIC	2270,529	2366,057	2270,529	2102,197
$\ln L_{GED}$	-1140,326	-1035,660	-1140,327	-1039,935
AIC	2286,652	2081,320	2286,654	2087,870
BIC	2323,457	2142,661	2323,459	2136,943

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Wartości funkcji straty modeli klasy GARCH szeregu stóp zwrotu cen na RDN notowanych w godzinach {7-19} w okresie 30.03.2003-25.10.2003

T = 2717	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)	FGARCH(1,1)
$\ln L_N$	-3576,961	-2777,153	-3576,966	-2821,321
AIC	7157,922	5562,306	7157,932	5648,642
BIC	7185,551	5617,564	7185,561	5690,086
$\ln L_S$	-2716,863	-3125,737	-2716,864	-2497,773
AIC	5439,726	6261,474	5439,728	5003,546
BIC	5481,170	6330,547	5481,172	5058,804
$\ln L_{GED}$	-2874,021	-2630,163	-2874,023	-2607,153
AIC	5754,042	5270,326	5754,046	5222,306
BIC	5795,486	5339,399	5795,490	5277,564

Źródło: obliczenia własne.

⁵ Estymacji dokonano za pomocą pakietu Laurenta i Petersa G@RCH 4.0 napisanego w języku Ox Dwornika i Oomsa (www.egss.ulg.ac.be/garch). Formuły pakietu wymagają danych w postaci zestandaryzowanych szeregów czasowych. Parametry oszacowanych modeli są statystycznie istotne na poziomie istotności 0,01.

Tabela 4. Wartości funkcji straty modeli klasy GARCH szeregu stóp zwrotu cen na RDN notowanych w godzinach {20-24} w okresie 30.03.2003-25.10.2003

T = 1025	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)	FGARCH(1,1)
$\ln L_N$	-1390,453	-1334,326	-1390,454	-1334,229
AIC	2784,906	2676,652	2784,908	2674,458
BIC	2808,713	2724,266	2808,715	2710,169
$\ln L_S$	-1214,431	-1197,855	-1214,432	-1171,493
AIC	2434,862	2405,710	2434,864	2350,986
BIC	2470,573	2465,228	2470,575	2398,600
$\ln L_{GED}$	-1188,305	-1152,805	-1188,305	-1156,936
AIC	2382,610	2315,610	2382,610	2321,872
BIC	2418,321	2375,128	2418,321	2369,486

Źródło: obliczenia własne.

Modele z wyższym rzędem opóźnień nie osiągnęły zbieżności. Podsumowując wyniki oszacowanych modeli (tab. 2-4) na podstawie kryterium Akaikego (13) i kryterium Schwarz (14), możemy powiedzieć, że modele klasy GARCH z resztami o rozkładzie normalnym są najsłabiej dopasowane do szeregów empirycznych w porównaniu z rozkładem t-Studenta oraz rozkładem GED.

Tabela 5. Parametry rozkładów reszt $\hat{\varepsilon}_t$ modeli GARCH

Godziny	Rozkłady	Średnia	Odchylenie standardowe	Kurtoza	Skośność	Licznik	K	AD
{1-6}	normalny	0,01	1,12	12,41	0,84	1252	0,061634	151607,5
	t-Studenta	0,02	1,14	15,55	1,34	1252	0,128368	0,259234
	GED	0,01	1,12	13,73	1,12	1252	0,168157	4,240772
{7-19}	normalny	-0,11	1,09	14,46	-1,32	2715	0,121293	0,245692
	t-Studenta	-0,03	0,83	1,82	0,3	2715	0,075497	0,222841
	GED	-0,03	0,84	1,68	0,31	2715	0,057607	0,166011
{20-24}	normalny	0,01	1,01	18,61	1,21	1043	0,104614	90993,54
	t-Studenta	0,01	1,02	20,17	1,35	1043	0,176486	0,371063
	GED	0,01	1,01	19,42	1,28	1043	0,129159	1,021173

Źródło: obliczenia własne.

W tabeli 5 zaprezentowano parametry rozkładów reszt oraz wyniki testów zgodności (15), (16) rozkładów reszt modeli GARCH(1,1) z rozkładem normalnym, t-Studenta oraz GED. Dla poszczególnych rozkładów empirycznych pogrubioną czcionką zaznaczono najmniejszą wartość statystyk (15) i (16). W okolicy mediany rozkładów reszt (analizując wartości statystyki K) najlepiej dopasowany jest rozkład

normalny, w ogonach rozkładów reszt (analizując wartości statystyki AD) – rozkład t-Studenta oraz GED.

4. Analiza porównawcza wyników empirycznych modeli autoregresyjnych

Na podstawie wyników estymacji autoregresyjnych modeli liniowych na RDN można stwierdzić, że szeregi czasowe stóp zwrotu cen energii elektrycznej charakteryzują się autokorelacją wartości oczekiwanej szeregu. Istotne na poziomie 0,05 wartości współczynników autokorelacji oraz autokorelacji cząstkowej uzyskanego modelu SARIMA(1,1,2)(1,1,1) mogą być efektem nieliniowości szeregu czasowego, czyli efektem autokorelacji wariancji szeregu.

Wśród modeli opisujących heteroskedastyczny charakter szeregów czasowych na rynku energii elektrycznej do danych empirycznych najlepiej dopasowują się modele z resztami o rozkładzie t-Studenta oraz rozkładzie GED, których ogony są grubsze od ogonów rozkładu normalnego.

W pracy do analizy autokorelacji szeregów czasowych na RDN wykorzystano podstawowe modele z szerokiej klasy modeli GARCH. Można je stosować do opisu autokorelacyjnego charakteru zmian na rynku energii elektrycznej, a w szczególności do prognozowania wartości oczekiwanej ceny energii elektrycznej, jak również prognozowania zmienności ceny energii elektrycznej. Wyniki estymacji modeli prognoz zmienności ceny można wykorzystać do oceny ryzyka zmiany ceny przy ustalonym horyzoncie czasu inwestycji na rynku energii elektrycznej.

Analizując parametry rozkładów reszt zamieszczone w tabeli 5 wskazujące na asymetrię oraz leptokurtyczność, zauważa się potrzebę dalszego poszukiwania rozwiązań zarówno wśród postaci modeli, jak i wśród rozkładów reszt białego szumu.

Literatura

- Akaike H., *Information theory and an extension of the maximum likelihood principle*, 2nd International Symposium on Information Theory, eds. B.N. Petrov, F. Csaki, Akadémiai Kiadó, Budapest 1973, s. 267-281.
- Akgü I., Sayyan H., *Modeling and forecasting long-memory in exchange rate volatility versus stable and integrated GARCH models*, working paper 2005.
- Bollerslev T., *A conditionally heteroscedastic time series model of security prices and rates of return*, "Review Economics Statistics" 1987, 59, s. 542-547.
- Brockwell P.J., Davis R.A., *Introduction to time series and forecasting*, Springer-Verlag, New York 1996.
- Engle R.F., *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*, "Econometrica" 1982, 50, s. 987-1007.
- Engle R.F., Bollerslev T., *Modeling the persistence of conditional variance*, "Econometric Review" 1986, 5, s. 1-50.

- Ganczarek A., *Klasyfikacja polskiego rynku energii. Inżynieria Ekonomiczna w badaniach społeczno-gospodarczych*, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2003, s. 51-66.
- Ganczarek A., *GARCH models of time series on DAM*, Acta Universitatis Lodzianis Folia Oeconomica, UŁ, Łódź 2004 (w druku).
- Nelson D., *Conditional heteroskedasticity in basset returns: a new approach*, "Econometrica" 1991, 59, s. 347-370.
- Osińska M., *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa 2006.
- Piontek K., *Modelowanie finansowych szeregów czasowych z warunkową wariancją*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 890, AE, Wrocław 2000, 218-226.
- Schwarz G., *Estimating the dimension of a model*, "The Annals of Statistics" 1978, 6, s. 461-464.
- Welfe A., *Ekonometria*, PWE, Warszawa 2003.
- Weron A., Weron R., *Inżynieria finansowa*, WNT, Warszawa 1998.

THE AUTOREGRESSIVE MODELS ON THE DAY AHEAD MARKET OF THE POLISH ENERGY EXCHANGE

Summary: In this paper an analysis of the time series on the Day Ahead Market (DAM) of the Polish Power Exchange is presented. The Polish Energy Exchange was established in July 2000. The DAM was the first market which was established on the Polish Energy Exchange. This whole-day market consists of the twenty-four separate, independent markets associated with each hours, where participants may freely buy and sell electricity. The advantage of the Exchange is that all the participants of the market can buy and sell electric energy, irrespective of whether they are producers or receivers.

The aim of this article is to apply certain autoregressive models to the Polish energy market including linear as well as nonlinear ones. The analysis is based on the data from 30.03.2003 to 25.10.2003 (5039 data points). The main thesis of this article states that the time series of rates of return on DAM are dependent on the first and second moment of the data.