

Nina Siemieniuk, Joanna Gieraltowska

Uniwersytet w Białymstoku

WYKORZYSTANIE METOD CHAOSU DETERMINISTYCZNEGO DO OCENY DYNAMIKI WYBRANYCH SPÓŁEK FUNKCJONUJĄCYCH NA POLSKIEJ GIEŁDZIE NA TLE KRYZYSU GOSPODARCZEGO

Streszczenie: Celem artykułu jest porównanie wielkości współczynników chaosu spółki notowanej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w okresie bezpośrednio poprzedzającym rozpoczęcie recesji oraz w okresie poprzedzającym sygnały o destabilizacji rynków kapitałowych. Dodatkowo przedstawione zostały wyniki analizy stanu bieżącego wybranej spółki giełdowej od września 2008 r. do kwietnia 2010 r.

Słowa kluczowe: chaos deterministyczny, wykładnik Hursta, spółka akcyjna, rynek kapitałowy.

1. Wstęp

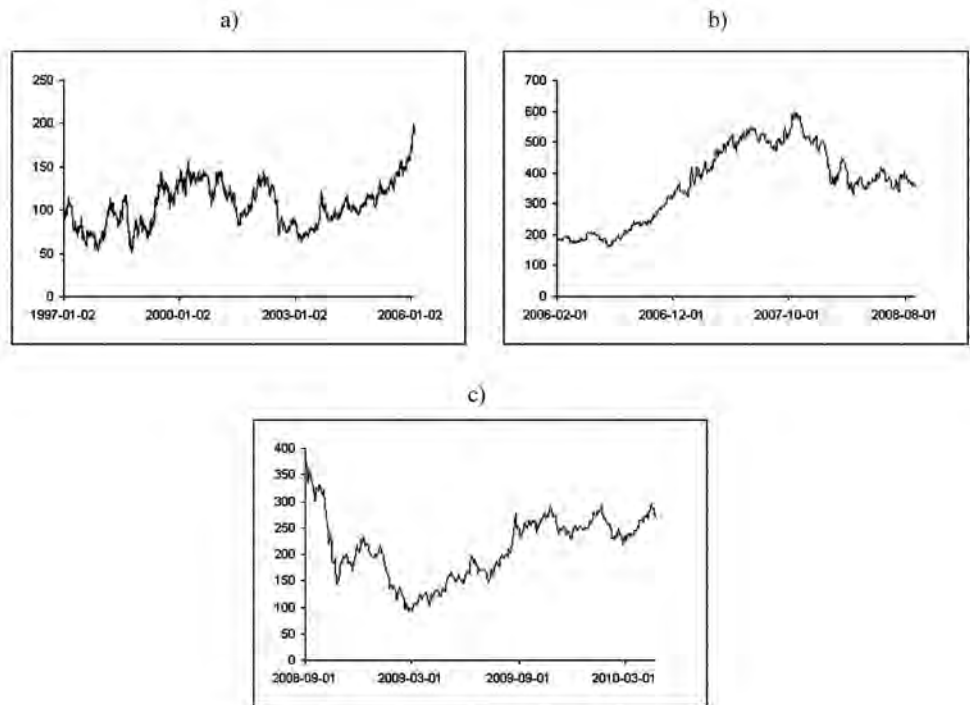
Dotychczasowe badania wielokrotnie wykazały, że polski rynek kapitałowy posiada właściwości fraktalne [Siemieniuk 2001, s. 254-259]. W dobie światowego kryzysu gospodarczego, za którego początek przyjmuje się upadek banku Lehman Brothers we wrześniu 2008 r., interesująca wydaje się kwestia odpowiedzi na pytanie, czy można prognozować dynamikę notowań cen akcji spółki giełdowej z wykorzystaniem metod chaosu. Podstawowymi współczynnikami mogącymi świadczyć o przyszłym spadku wartości firmy, której kondycję reprezentuje szereg czasowy notowań jej akcji, są wymiar fraktalny i wykładnik Hursta. W dotychczasowych badaniach rynku kapitałowego metodami chaosu deterministycznego dowiedziono, że firmy stabilne, których wartość akcji rośnie sukcesywnie, cechuje wyższy wskaźnik chaosu niż te, które obrazują spółki u progu bankructwa [Siemieniuk 2001, s. 160].

Niski wymiar fraktalny czy wykładnik Hursta cechują notowania firm chylących się ku upadkowi, istotne zaś jest, by móc stwierdzić, jakie wielkości wyznaczonych współczynników pozwalają przewidzieć nie upadłość, lecz trwale pogorszenie kondycji, wywołane globalnymi sygnałami, takimi jak te, które poprzedzały obecny światowy kryzys gospodarczy.

2. Zastosowanie analizy fraktalnej do oceny dynamiki polskiego rynku kapitałowego na przykładzie BRE Banku SA na tle kryzysu gospodarczego

Badania zostały przeprowadzone na szeregach notowań akcji BRE Banku SA, który wchodzi w skład indeksu WIG20. Wybór ten podyktowany jest zarówno wskazywanym przez licznych analityków połączeniem sektora bankowego z kryzysem gospodarczym, jak i chęcią przeprowadzenia analiz na podstawie danych płynących z dotąd prężnie i stabilnie działającej spółki. Na uwagę zasługuje tu fakt niewypłacania od kilku lat dywidend przez BRE Bank, który przeznaczają te środki finansowe na inwestycje, również w nowe technologie.

Spółka BRE SA notowana była na giełdzie od 6 października 1992 r., jednak w pracy zostanie zamieszczona analiza szeregu skróconego, tj. od 1 stycznia 1997 r. ze względu na rzadko odbywające się sesje giełdowe w początkowych latach funkcjonowania GPW w Warszawie.



Rys. 1. Szereg notowań akcji banku BRE w okresach: a) I.1997 – I.2006, b) II.2006 – VIII.2008, c) IX.2008 – IV.2010

Źródło: opracowanie własne.

Do budowy szeregów czasowych notowań akcji wybrano kurs zamknięcia, przy czym dla dni, w których na giełdzie nie wyznaczano wartości akcji spółki, przyjęto wartość ostatniego notowania. Na podstawie tych danych utworzono szeregi czasowe notowań akcji od stycznia 1997 r. do stycznia 2006 r, reprezentujące okres przed sygnałami mogącymi świadczyć o zbliżającej się recesji, następnie szereg w granicach luty 2006 r.– sierpień 2008 r. jako okres bezpośrednio poprzedzający nadejście kryzysu gospodarczego. Ostatni szereg czasowy to dane od września 2008 r. do kwietnia 2010 r. reprezentujące stan obecny. Rysunek 1 przedstawia wymienione szeregi czasowe.

Aby zgromadzone dane można było poddać analizie metodami opartymi na teorii chaosu deterministycznego, należy wyeliminować linię trendu. We wcześniejszych publikacjach wykazano, że dla danych giełdowych odpowiednią metodą obróbki jest budowa szeregu zwrotów notowań kursów akcji zgodnie ze wzorem (1) [Weron, Weron 1998, s. 283]:

$$S_i^\tau = \frac{P_i - P_{i-\tau}}{P_{i-\tau}}, \quad (1)$$

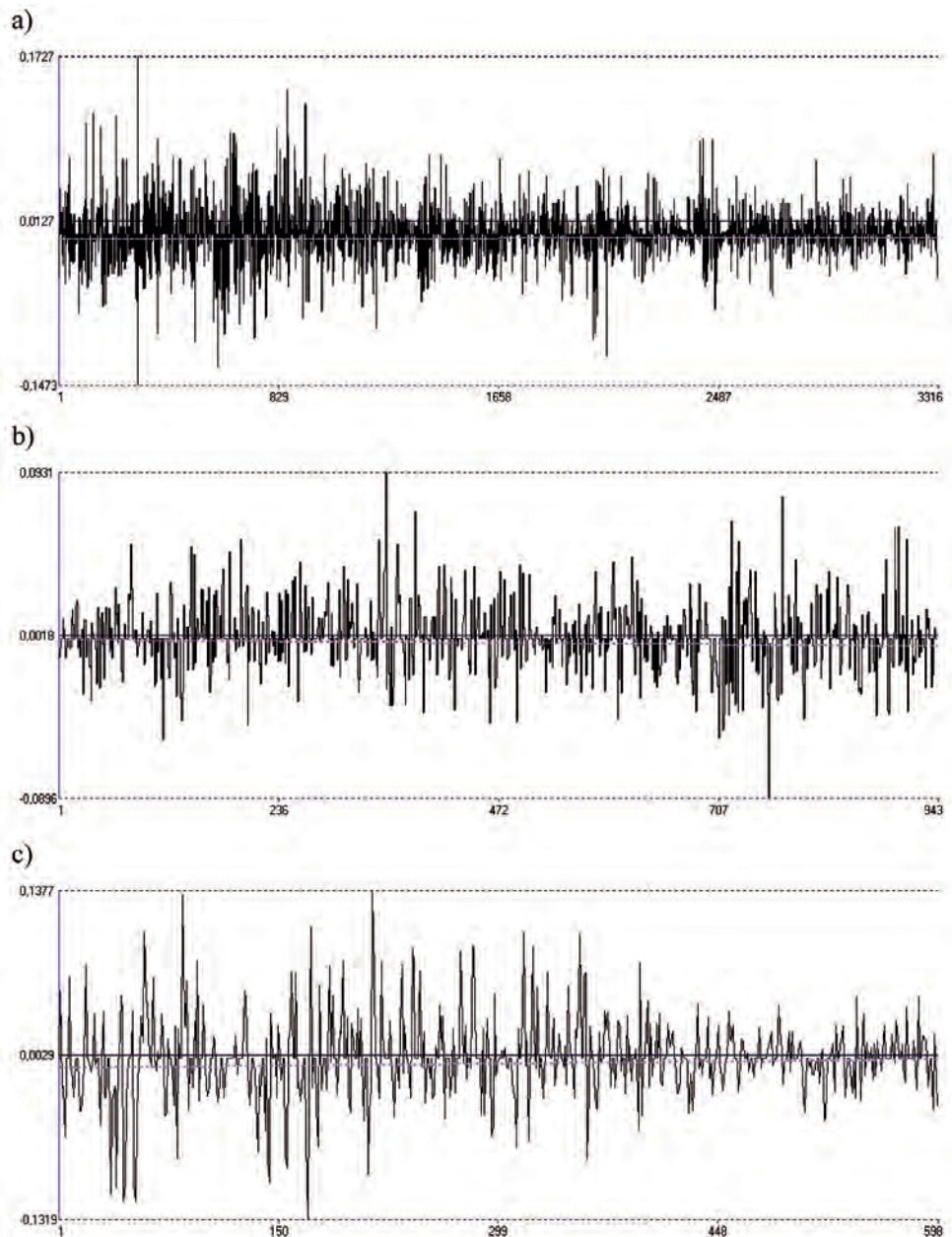
gdzie: P_i – kurs akcji w pewnym dniu,
 τ – odstęp czasowy liczony w dniach.

Ze względu na ograniczenia programu RECS użytego do obliczeń¹ oraz stosunkowo niewielką ilość danych w dwóch ostatnich szeregach, założono opóźnienie czasowe $\tau = 1$ i w oparciu o tę wartość zbudowano, zgodnie ze wzorem (1), szeregi zwrotów przedstawione na rys. 2 [www.statsoft.pl].

Linia trendu w powstałych szeregach została oznaczona na rysunkach przerywaną kreską, która pozwala ocenić, że praktycznie nie występuje on w zbudowanych szeregach zwrotów. Współczynniki kierunkowe prostych opisujących linię trendu wynoszą odpowiednio 1,56E-7, -3,81E-6 oraz 1,24E-5 dla kolejnych szeregów, więc ze względu na bardzo niską wartość można uznać, że mimo opóźnienia czasowego wynoszącego 1 trend został poprawnie wyeliminowany.

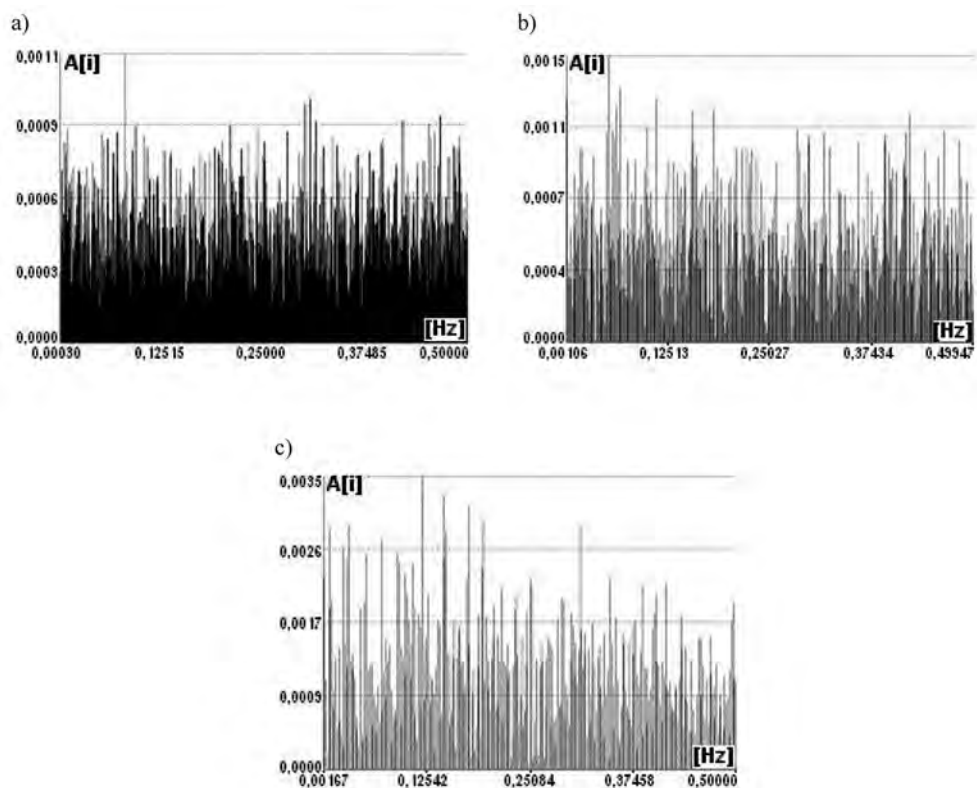
W kolejnym kroku analizy na podstawie przygotowanych danych obliczono częstotliwościowe widma mocy. Ich obrazy zostały przedstawione na rys. 3. Przypominają one widmo ciągłe, nie ma w nich izolowanych składowych o wysokich amplitudach, charakterystycznych dla sygnałów periodycznych. We wszystkich przypadkach pełen zakres częstotliwości widma ma znaczący wpływ na kształt sygnału, co jest charakterystyczne dla widm sygnałów, w których występuje zjawisko chaosu deterministycznego.

¹ Program RECS wymaga minimum 200 punktów w szeregu czasowym.



Rys. 2. Szereg zwrotów notowań akcji banku BRE w okresach: a) I.1997 – I.2006, b) II.2006 – VIII.2008, c) IX.2008 – IV.2010

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.



Rys. 3. Widmo mocy szeregu zwrotów notowań akcji BRE Banku w okresach: a) I.1997 – I.2006, b) II.2006 – VIII.2008, c) IX.2008 – IV.2010

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.

Analizując obrazy widm, nie można stwierdzić zasadniczej różnicy między szeregiem zwrotów bezpośrednio poprzedzającym okres recesji (rys. 3b) a szeregiem z poprzednich 9 lat (rys. 3a). Jeśli chodzi o szereg opisujący okres kryzysu gospodarczego (rys. 3c), można zauważyć zwiększoną liczbę częstotliwości o wysokich amplitudach, mających zasadniczy wpływ na kształt sygnału, jednak analiza fourierowska, zdaniem autorów, nie pozwala na wyciąganie wniosków dotyczących przyszłego stanu badanego układu dynamicznego pod kątem prognozowania drastycznej przeceny akcji.

W przypadku GPW w Warszawie często mówi się, iż przecena, jaka nastąpiła na przełomie lat 2008 i 2009, nie tyle jest związana z kryzysem światowym, którego odczuwanie w Polsce jest jednak bardzo ograniczone, ile z korelacją z giełdami w USA i innych krajach Unii Europejskiej. Szybka utrata informacji o stanie początkowym jest typowa dla układów chaotycznych – dobry stan gospodarki polskiej został szybko „zapomniany”, GPW zaś błyskawicznie podążyła w kierunku wyzna-

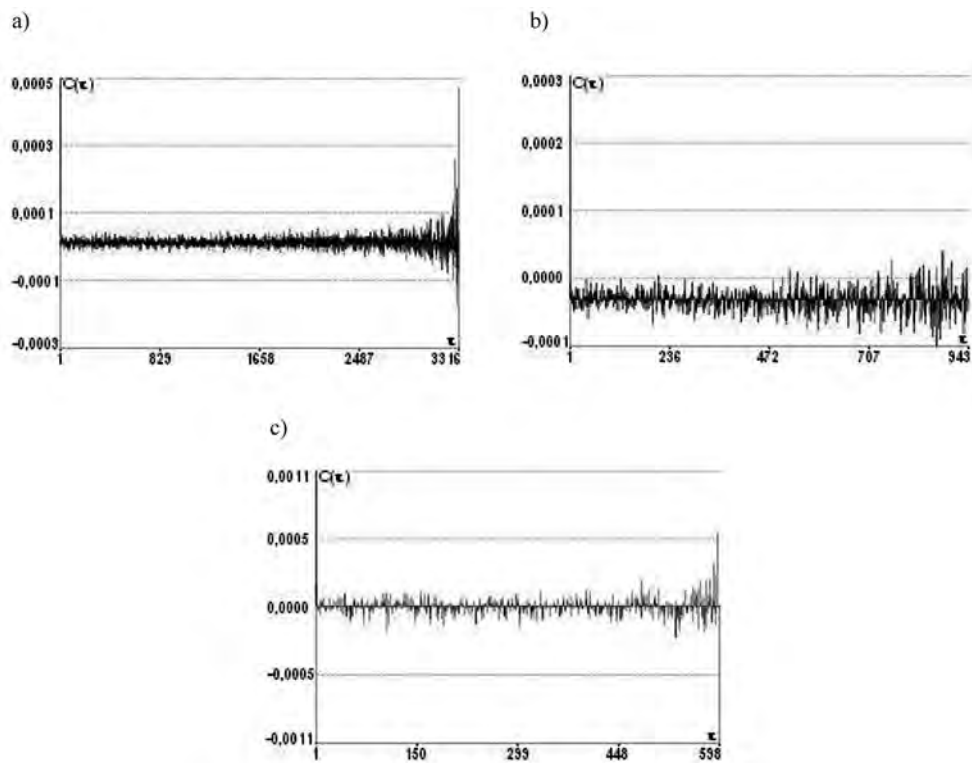
czanym przez giełdy zachodnie. Miara, która wyraża informację o przyszłym stanie układu, jest funkcja autokorelacji dana wzorem (2):

$$C(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-\tau-1} x_i \cdot x_{i+\tau}, \quad (2)$$

gdzie: N – liczebność badanego zbioru,
 τ – opóźnienie czasowe,
 x_i – wartość i -tej próbki.

W badanych szeregach wartość autokorelacji będzie pozwalała na ocenę powiązania cen akcji z cenami sprzed okresu wyrażonego opóźnieniem czasowym.

Wykresy funkcji autokorelacji dla szeregów zwrotów notowań akcji BRE Banku zostały sporządzone w oparciu o jednodniowe opóźnienie czasowe, przedstawiono je na rys. 4.



Rys. 4. Fragment funkcji autokorelacji szeregu zwrotów notowań akcji BRE Banku w okresach: a) I.1997 – I.2006, b) II.2006 – VIII.2008, c) IX.2008 – IV.2010

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.

Wartości funkcji dla badanych szeregów zmniejszają się, co wskazuje na brak wzajemnej korelacji bliskich próbek. W przypadku danych sprzed okresu prowadzącego do załamania gospodarki zmiany wartości funkcji wraz ze wzrostem opóźnienia czasowego maleją lub rosną, wyraźnie oscylując wokół liczby 0 (rys. 4a). Podobnie jest w przypadku szeregu reprezentującego obecną kondycję badanej spółki (rys. 4c). Ten proces, charakterystyczny dla szeregów, w których występuje zjawisko chaosu deterministycznego, oznacza, że kolejne przyrosty są statystycznie niezależne, co wskazuje na brak wpływu wewnętrznej dynamiki giełdy na wartości współczynników [Augustynek, Duda 2004, s. 3-4]. Pozwala to wnioskować, że obecnie w perspektywie krótkoterminowej nie występuje zależność notowań BRE od stanu pozostałych spółek GPW, a stan innych giełd także nie ma na nie bezpośredniego wpływu.

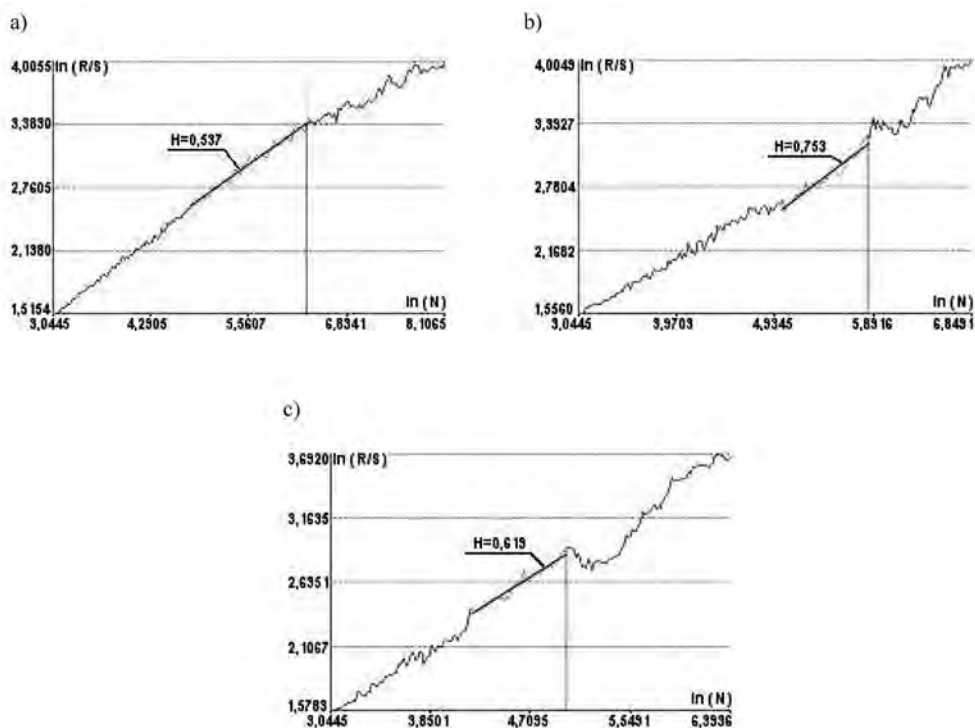
Inaczej jest w przypadku wykresu funkcji autokorelacji dla szeregu reprezentującego dane z okresu luty 2006 – sierpień 2008. W tym przypadku wartości funkcji wraz ze wzrostem opóźnienia czasowego oscylują lekko poniżej zera (rys. 4b). Pozwala to wnioskować, że współzależność pomiędzy zmiennymi układu kształtuje się w taki sposób, że gdy wartości jednej wykazują tendencję rosnącą, wówczas wartości drugiej wykazują tendencję malejącą [www.statsoft.pl]. Może to świadczyć o dużej wrażliwości na sygnały pochodzące z rynków, gdyż w trakcie pozostałych dwóch okresów autokorelacja próbek nie występuje.

Kolejnym krokiem analizy było wyznaczenie wartości wykładnika Hursta. Miara ta powinna być bliska liczbie 1 dla sygnału okresowego, a dla szeregów stochastycznych – liczbie 0,5. W przypadku danych giełdowych wartość wykładnika jest zwykle liczbą z zakresu od 0,5 do 1, przy czym wysoka wartość określa układ bardziej zdeterminowany, bliższa 0,5 zaś informuje, że sygnał bardziej przypomina szum. Rysunek 5 przedstawia sposób wyznaczania wartości wykładnika Hursta dla badanych szeregów zwrotów.

Fragmenty krzywych, na podstawie których wyznaczono wartości wykładnika Hursta badanych układów, oznaczono pogrubioną linią. Wartość wykładnika dla szeregu zwrotów notowań akcji banku BRE w okresie I.1997 – I.2006 określono jako 0,537, w okresie poprzedzającym kryzys gospodarczy jako 0,753, a stan obecnego wychodzenia z recesji charakteryzuje wykładnik równy 0,619.

Badane szeregi jako persystentne przedstawiają obciążone błędzenie przypadkowe. Wykładnik Hursta zaś jest miarą tego obciążenia – pozwala estymować, że jeśli ostatnia zmiana próbki w badanym szeregu była ujemna, to z prawdopodobieństwem równym wartości wykładnika następna próbka będzie również ujemna [Zacharkiewicz 1999-2002].

W przypadku pierwszego badanego szeregu wartość wykładnika Hursta jest stosunkowo niska (0,537), co może potwierdzać wnioski płynące z analizy autokorelacji układu. Sygnał względnie nie przejawia zależności między kolejnymi próbkami – stąd też wartość wykładnika jest bliska sygnałom stochastycznym. Zaskakujące są wartości wykładnika dla dwóch kolejnych sygnałów, czyli okresu zapowiadającego



Rys. 5. Wyznaczanie wykładnika Hursta dla szeregu zwrotów notowań akcji BRE Banku w okresach: a) I.1997 – I.2006 $H = 0,537$, b) II.2006 – VIII.2008 $H = 0,753$, c) IX.2008 – IV.2010 $H = 0,619$

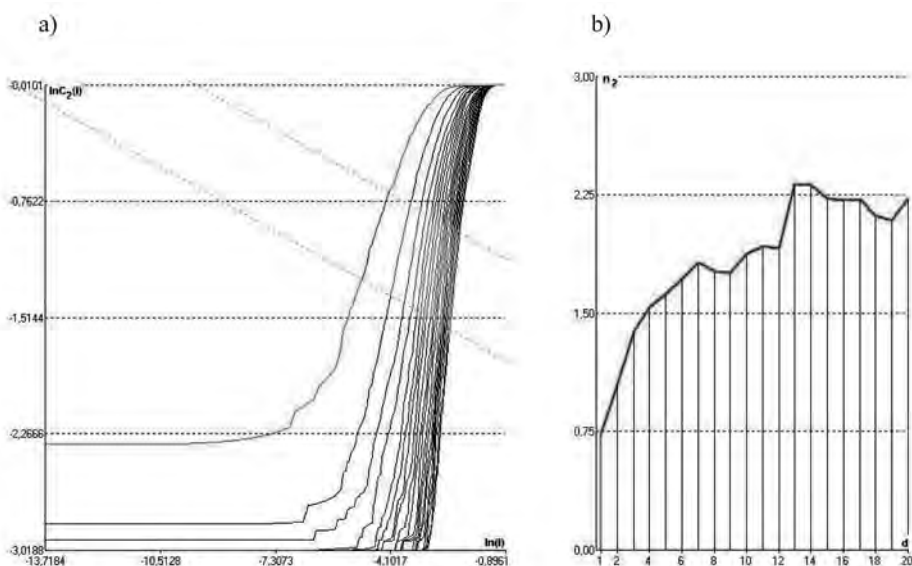
Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.

stan destabilizacji gospodarki oraz okres uznawany za stan recesji. W pierwszym z wymienionych przypadków wykładnik osiągnął bardzo wysoką wartość 0,753. Próba interpretacji tego wyniku może wydawać się daleko idąca, jednak szybko przywodzi na myśl działania instytucji finansowych ukierunkowanych na chęć zysku, bez stosownego sprawdzenia zabezpieczenia np. udzielanych kredytów. Między innymi takie działania doprowadziły bowiem do załamania na światowych giełdach. Mówiąc ogólnie, wszelkie sygnały o zbliżającym się kryzysie gospodarczym, które mogły mieć swoje echo w danych giełdowych przed faktycznym stwierdzeniem tego stanu, sprawiły że wykładnik Hursta dla tych danych przybiera wysokie wartości, tak jakby sygnał pochodził z układu silnie zdeterminowanego.

W przypadku danych reprezentujących stan po ogłoszeniu kryzysu (rys. 5c), wielkość wykładnika Hursta znacznie się obniżyła do wartości 0,619. Można to uznać za stan „wracania do normy” tego wskaźnika, czyli wychodzenia z recesji, które zostanie zakończone po powrocie do wartości wykładnika około 0,54, a więc takiej jak przed stanem prowadzącym do drastycznej przeceny wartości akcji.

Przy rekonstrukcji atraktora badanych układów dynamicznych oparto się na obserwacji kształtu atraktora w przestrzeni fazowej podczas zmiany wartości opóźnienia czasowego. Korzystając z tej metody, przyjęto $\tau = 7$ dni dla wszystkich sygnałów. Atraktory dla tej wartości τ mają wyraźny punkt przyciągania, dla sygnału stochastycznego zaś byłby sześcianem równomiernie wypełniającym przestrzeń fazową. Wyznaczenie wartości opóźnienia czasowego było istotne z punktu widzenia dalszej analizy, która miała na celu wyznaczenie wymiaru fraktalnego zrekonstruowanego atraktora.

Dla szeregu zwrotów notowań akcji BRE Banku obliczono wymiary korelacyjne w wymiarach zanurzenia 1-20 przy opóźnieniu czasowym $\tau = 7$, używając metody Grassbergera-Procaccia. Wyniki analizy dla danych z okresu I.1997 – I.2006 zamieszczono na rys. 6.

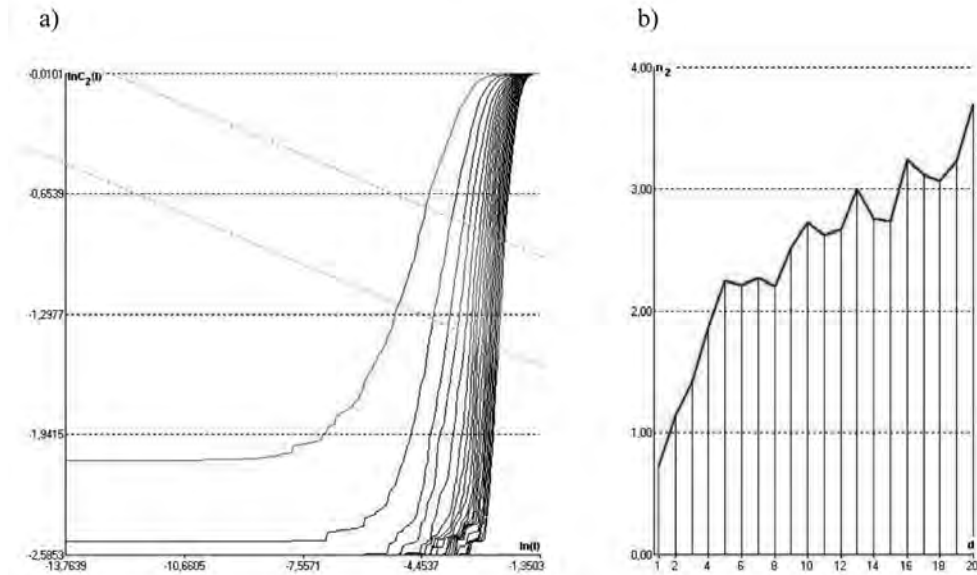


Rys. 6. Określanie wymiaru fraktalnego na podstawie wymiarów korelacyjnych dla notowań akcji BRE Banku w okresie I.1997 – I.2006 dla $\tau = 7$ próbek; a) krzywe $\ln C(l)$ względem $\ln(l)$, b) wymiary korelacyjne dla zanurzeń 1-20, obliczone na podstawie nachyleń prostych regresji stycznych do krzywych z oznaczonego obszaru

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.

Wymiary korelacyjne stabilizują się od trzynastego wymiaru zanurzenia, przyjmując wartości z zakresu 2,1-2,3. Mając na uwadze błąd obliczeniowy, można w uproszczeniu przyjąć, że wymiar fraktalny jest średnią wartością z podanego przedziału i wynosi około 2,2, wskazując na istnienie zaledwie trzech niezależnych zmiennych w badanym procesie. Tę wartość wymiaru fraktalnego należy również uznać za właściwą dla prawidłowej dynamiki zwrotów cen akcji banku BRE.

W przypadku szeregu dla danych z okresu II.2006 - VII.2008, a więc bezpośrednio poprzedzającego spadek wartości akcji na GPW, przyjęto takie same parametry obliczeń jak w przypadku pierwszego szeregu, tj. zanurzenia 1-20 i opóźnienie czasowe $\tau = 7$. Wyniki analizy przedstawiono na rys. 7.

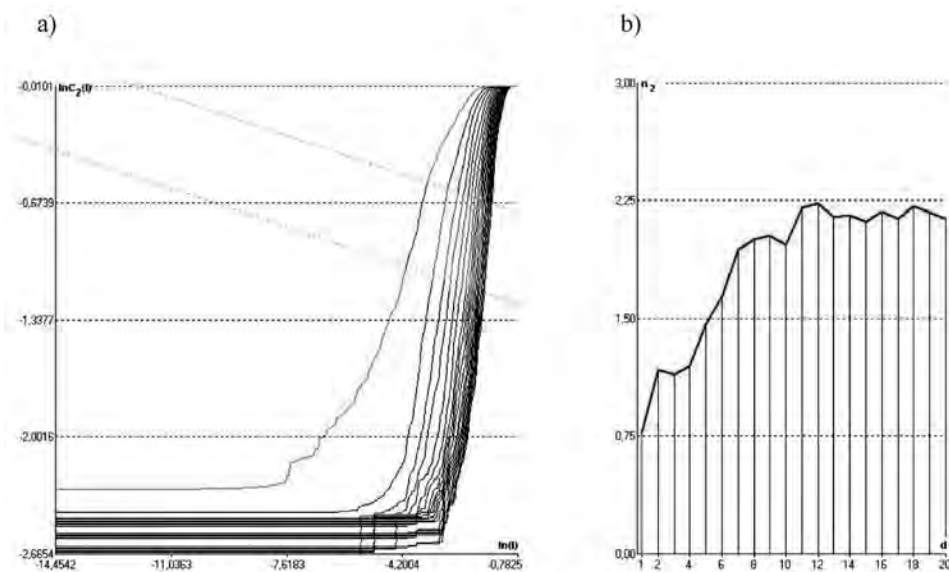


Rys. 7. Określanie wymiaru fraktalnego na podstawie wymiarów korelacyjnych dla notowań akcji BRE Banku w okresie II.2006 – VIII.2008 dla $\tau = 7$ próbek; a) krzywe $\ln C(l)$ względem $\ln(l)$, b) wymiary korelacyjne dla zanurzeń 1-20, obliczone na podstawie nachyleń prostych regresji stycznych do krzywych z oznaczonego obszaru

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.

W przeciwieństwie do poprzedniego sygnału wymiary korelacyjne nie stabilizują się wraz ze wzrostem wymiaru zanurzenia, lecz ich wartości rosną wraz z nim, osiągając w zanurzeniu 20 wartość 3,7. Wymiar fraktalny nie może więc zostać określony. Takie wyniki mogą świadczyć o istnieniu bardzo wielu niezależnych zmiennych w badanym procesie lub wskazywać, że sygnał zaczął przypominać szum. Jednak wzrost wymiarów korelacyjnych w kolejnych wymiarach zanurzenia w przypadku szumu jest liniowy, a w przypadku przedstawionym na rys. 7b linia wzrostu jest postrzępiona i nieregularna. Sygnał wyraźnie odbiegł od stanu typowego dla notowań akcji BRE (rys. 7b), co może być sygnałem do wyjątkowo ostrożnego podejmowania decyzji inwestycyjnych. Otrzymane wyniki świadczą także o mnogości informacji niesionych przez sygnał w okresie II.2006 – VII.2008, co wyraża się znacznym wzrostem zmiennych niezależnych układu (minimum 4) w stosunku do badanego poprzednio odcinka czasu.

Szereg zwrotów cen akcji BRE Banku z okresu IX.2008 - IV.2010 posłużył do sprawdzenia wartości wymiaru fraktalnego w okresie wychodzenia z recesji. Do obliczeń przyjęto opóźnienie czasowe $\tau = 7$, wymiary zanurzeń 1-20. Wyniki analizy przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Określanie wymiaru fraktalnego na podstawie wymiarów korelacyjnych dla notowań akcji BRE Banku w okresie IX.2008 – IV.2010 dla $\tau = 7$ próbek; a) krzywe $\ln C(l)$ względem $\ln(l)$, b) wymiary korelacyjne dla zanurzeń 1-20, obliczone na podstawie nachyleń prostych regresji stycznych do krzywych z oznaczonego obszaru

Źródło: opracowanie własne z wykorzystaniem programu RECS.

Zgodnie z oczekiwaniami otrzymano podobne wyniki jak w przypadku pierwszego szeregu, tj. dla okresu I.1997 – I.2006. Wymiary korelacyjne stabilizują się na poziomie 2,1-2,25 począwszy od jedenastego wymiaru zanurzenia. Wymiar fraktalny można zatem określić w przybliżeniu jako 2,2, a więc jest on taki sam jak w przypadku pierwszego badanego sygnału. Przyjmując tę wartość wymiaru fraktalnego jako typową dla szeregu zwrotów notowań akcji BRE, można powiedzieć, że przeprowadzona analiza jest dowodem na stabilizację dynamiki sygnału potwierdzającą wychodzenie z okresu kryzysu gospodarczego i unormowanie nerwowych zachowań inwestorów na GPW. Na podstawie przeprowadzonych badań można wysunąć tezę o zakończeniu bessy na polskiej giełdzie.

3. Podsumowanie

Przeprowadzone w pracy badania umożliwiły sprecyzowanie interesujących wniosków. Stwierdzono, że dla sygnału z okresu, gdy stan globalnej gospodarki był stabilny, współczynniki chaosu miały zupełnie inne wartości niż w trakcie okresu prowadzącego do światowego kryzysu ekonomicznego. Mimo że analiza fourierowska danych nie przyniosła rozstrzygających wyników, to już współczynnik autokorelacji świadczył o zachwianej równowadze szeregu zwrotów notowań cen akcji BRE Banku SA w okresie II.2006 – VIII.2008. Wielkość współczynnika umożliwia sprecyzowanie teorii o ujemnej wartości korelacji kolejnych próbek w szeregu, w którym ma być obserwowana drastyczna przecena wartości akcji. Analogicznie, wartość wykładnika Hursta odbiega od typowej wartości dla danego szeregu, gdy sygnały z rynku, nawet niezauważalne dla statystycznego inwestora, wskazują na możliwość znacznej korekty notowań. Oczywiście po wspomnianej korekcie sygnał stopniowo wraca do typowych dla siebie wartości współczynników chaosu. Najlepszym tego przykładem jest wymiar fraktalny, który w przypadku badanych szeregów czasowych zwrotów cen akcji BRE Banku SA wyniósł dokładnie tyle samo dla danych z okresu daleko poprzedzającego stanu kryzysu, ile dla danych z okresu wychodzenia z recesji.

Analiza pierwszego i trzeciego z badanych sygnałów dostarczyła jednak wątpliwości – wyznaczone wymiary fraktalne są stosunkowo niskie, natomiast opierając się na literaturze przedmiotu, można stwierdzić, iż nie są one typowe dla spółek polskiej giełdy, gdzie duże, świetnie prosperujące przedsiębiorstwa charakteryzuje wymiar fraktalny powyżej 5 (układy dynamiczne, o co najmniej 6 składowych niezależnych) [Siemieniuk 2001, s. 254-255]. Niski wymiar fraktalny i wykładnik Hursta świadczą o podwyższonym ryzyku inwestycyjnym związanym z badaną spółką, gdyż są cechami wspólnymi szeregów notowań akcji spółek zbliżających się ku bankructwu.

Z pewnością przedstawione zagadnienia wymagają dalszych badań, gdyż nie można poprzestać wyłącznie na sektorze bankowym. Globalną stagnację odczuły wszystkie spółki notowane na GPW, niezależnie od branży. Przedstawione wyniki mogą stanowić podstawę do dalszych przemyśleń i potwierdzenia w kolejnych analizach.

Literatura

- Augustynek A., Duda J.T., *Analiza korelacji notowań KGHM z indeksami Giełdy Warszawskiej i wiodących giełd światowych*, www.zarz.agh.edu.pl., 2004.
- Siemieniuk N., *Fraktalne własności polskiego rynku kapitałowego*, Uniwersytet w Białymstoku, Białystok 2001.
- Weron A., Weron R., *Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku*, WNT, Warszawa 1998.
- Zacharkiewicz A., *Metody analizy długozasięgowej*, Hugo Steinhaus Center, 1999-2002. www.statsoft.pl.

**USING METHODS OF DETERMINISTIC CHAOS
IN THE DYNAMICS ASSESSMENT OF SELECTED COMPANIES
ON POLISH STOCK EXCHANGE AGAINST A BACKGROUND
OF THE ECONOMIC CRISIS**

Summary: The aim of this paper is to compare the levels of chaos ratios of a company listed on the Warsaw Stock Exchange in the period immediately preceding the beginning of recession and in the period preceding the signals of markets destabilization. Additionally, the results of the analysis of a current situation i.e. from September 2008 to 22 April 2010 are presented.