NAUKI INŻYNIERSKIE I TECHNOLOGIE ENGINEERING SCIENCES AND TECHNOLOGIES
1(32) • 2019

ISSN 2080-5985
e-ISSN 2449-9773

Magdalena Słowińska
e-mail: mslowinska96@gmail.com

WYKORZYSTANIE TESTU CHI-KWADRAT W BADANIACH PREFERENCJI ŻYWIENIOWYCH KONSUMENTÓW

USE OF THE CHI-SQUARE TEST IN CONSUMER PREFERENCES STUDIES

DOI: 10.15611/nit.2019.1.02
JEL Classification: Q19

Streszczenie: W badaniach postaw i preferencji konsumentów do pomiaru cech o charakterze jakościowym stosowane są skale nominalne i porządkowe. Najczęściej wykorzystywanym testem do sprawdzenia, czy między analizowanymi zmiennymi nominalnymi zachodzi zależność, jest opracowany w 1900 r. przez Karla Pearsona test niezależności χ^2. Służy on weryfikacji hipotezy zerowej (H_0), że dwie badane zmienne są niezależne. Celem pracy jest przybliżenie czytelnikowi w sposób przejrzysty i praktyczny zasad stosowania testu niezależności χ^2. Na przykładach wybranych danych pochodzących z badania ankietowego, przeprowadzonego w okresie luty-kwiecień 2020 r. na grupie 210 turystów korzystających z usług gastronomicznych we Wrocławiu, zaprezentowano wykorzystanie testu χ^2 do badania współzależności zmiennych nominalnych. Przykłady zastosowania testu niezależności χ^2 przedstawiono w ujęciu zarówno uproszczonym, wykorzystując dostępną w programie Microsoft Excel 2010 funkcję chi.test, jak i w ujęciu pełnej procedury obliczeniowej.

Słowa kluczowe: test χ^2, zmienne nominalne, procedura obliczeniowa, badanie ankietowe, żywienie.

Abstract: Nominal and ordinal scales are used to measure the attitudes and preferences of consumers to measure qualitative features. The most commonly used test to check whether there is a relationship between the analyzed nominal variables is the test independence χ^2 developed in 1900 by Karl Pearson. It serves to verify the null hypothesis (H_0) – that the two examined variables are independent. The purpose of the work is to familiarize the reader with the principles of using the test independence χ^2 in a transparent and practical way. On the examples of selected data from the survey conducted in February-April 2020 on a group of 210 tourists using gastronomic services in Wrocław, the use of the χ^2 test to examine the interdependence of nominal variables was presented. Examples of the use of the test independence χ^2 are presented in a simplified approach, using the chi.test function available in Microsoft Excel 2010, as well as in theoretical terms – verification of hypotheses based on critical values.

Keywords: χ^2 test, nominal variables, calculation procedure, surveys, nutrition.

1. Wstęp

Analiza i interpretacja wyników badań postaw i preferencji żywieniowych konsumentów stanowi cel większości prac z zakresu nauk o żywieniu człowieka. Badane cechy mają zwykle charakter jakościowy, kategorialny, tj. posiadają ograniczoną liczbę odrębnych wartości lub kategorii, dlatego też do pomiaru postaw i preferencji konsumentów wykorzystywane są najczęściej skale nominalne i porządkowe. Z punktu widzenia badacza interesujące jest wykrywanie zależności między zmiennymi, np. badanie wpływu wykształcenia respondentów na wydatki na gastronomię czy też wpływu płci badanych na rodzaj wybieranych placówek gastronomicznych.

Procedura weryfikacji hipotez statystycznych wymaga od osoby opracowującej wyniki badań umiejętności wyboru i zastosowania odpowiednich narzędzi statystycznych, zwanych testami (Bobowski, 2004). Umiejętności te decydują w dużej mierze o wiarygodności uzyskanych wyników i poprawności ich interpretacji. Przy badaniu współzależności zmiennych zdarza się wykorzystywanie metod niewłaściwych dla danej skali (Sokołowski, 2004). Weryfikację hipotez z udziałem zmiennych jakościowych przeprowadza się za pomocą testów nieparametrycznych. Wśród najczęściej stosowanych testów nieparametrycznych wyróżnia się testy: U Manna-Whitneya, Kruskala-Wallisa, Friedmana, Wilcoxona oraz chi-kwadrat (χ^2) Pearsona. Wybór odpowiedniego testu do badanych zmiennych stanowi często nie lada wyzwanie. Nieco zamieszania wprowadzają tu również nieprecyzyjne nazwy testów, jak test chi-kwadrat: zgodności, niezależności, dla jednej wariancji, istotności zmiennej dodanej w modelu regresji itp. (Sokołowski, 2004).

Jednym z najczęściej stosowanych w licznych dyscyplinach badawczych testów nieparametrycznych jest test niezależności χ^2 . Test χ^2 Pearsona może być stosowany zarówno jako tzw. test chi-kwadrat jednej zmiennej lub test zgodności, wykorzystywany w praktyce do sprawdzenia równoliczności grup oraz oszacowania, czy rozkład badanej zmiennej różni się od wskazanego przez nas rozkładu teoretycznego, jak również jako tzw. test chi-kwadrat dwóch zmiennych lub test niezależności używany do zbadania istnienia zależności między dwiema zmiennymi (Mider i Marcinkowska, 2013).

Celem niniejszej pracy jest omówienie – w sposób przejrzysty i praktyczny – przykładów zastosowania testu niezależności χ^2 Pearsona w ujęciu teoretycznym oraz z wykorzystaniem programu MS Excel 2010.

2. Podstawy teoretyczne testu niezależności χ^2 Pearsona

Test niezależności χ^2 Pearsona zaliczany jest do metod wnioskowania statystycznego. Test niezależności χ^2, tak jak inne testy nieparametryczne, nie jest uzależniony od rozkładu badanej zbiorowości, a więc może być stosowany zarówno, gdy mamy do czynienia z rozkładem normalnym, jak i we wszystkich innych przypadkach. Ponadto testy nieparametryczne dotyczą rozkładu zbiorowości według określonej cechy, a nie jej parametrów, takich jak: średnia, wariancja, odsetki (Rajs, 2006).

Test niezależności χ^2 może być szczególnie przydatny w sytuacjach, w których dwie zmienne podlegające badaniom ankietowym mierzone są na skalach nominalnych, a rezultaty pomiarów przedstawione są w macierzy (tablicy kontyngencji, tablicy krzyżowej) o dowolnej liczbie wierszy i kolumn (tab. 1). Test niezależności χ^2 znajduje zastosowanie tylko w przypadku analizy dwóch cech zmiennych. Do zbadania łącznie zależności trzech lub więcej zmiennych konieczne jest zastosowanie wielowymiarowych tablic kontyngencji oraz uogólnionej postaci testu niezależności χ^2 (Krzciuk i Ziuziański, 2012). Statystykę χ^2 można obliczyć dla tablic dwudzielczych, gdy podane są liczebności, procenty lub prawdopodobieństwa (Rajs, 2006). W tabeli 1 przedstawiono przykład dwudzielnej tablicy kontyngencji z liczebnościami obserwowanymi, empirycznymi. Liczebności w tablicy rozkładu empirycznego uzyskuje się na podstawie badań.

Tabela 1. Przykład tablicy kontyngencji z liczebnościami obserwowanymi
Table 1. An example of a contingency table with observed numbers

		Zmienna *Y*/ Variable *Y*				
Zmienna *X*/ Variable *X*	*j* / *i*	1	2	…	*k*	Suma/ Sum
	1	O_{11}	O_{12}	O_{1j}	O_{1k}	$f_{1.}$
	2	O_{21}	O_{22}	O_{2j}	O_{2k}	$f_{2.}$
	…	O_{i1}	O_{i2}	O_{ij}	O_{ik}	$f_{i.}$
	r	O_{r1}	O_{r2}	O_{rj}	O_{rk}	$f_{r.}$
	Suma/ Sum	$f_{.1}$	$f_{.2}$	$f_{.j}$	$f_{.k}$	*n*

k – liczba kolumn, r – liczba wierszy, $i = 1, 2,\ldots, r$ – numer wiersza, $j = 1, 2,\ldots, k$ – numer kolumny, n – liczebność badanej populacji, $f_{i.}$ – suma liczebności brzegowej dla wiersza i; $f_{.j}$ – suma liczebności brzegowej dla kolumny j, O_{ij} – liczebności obserwowane./ k – number of columns, r – number of rows, $i = 1,2, ..., r$ – row number, $j = 1,2, ..., k$ – column number, n – size of the studied population, $f_{i.}$ – sum of edge numbers for row i, $f_{.j}$ – sum of edge numbers for column j, O_{ij} – observed numbers.

Źródło: (Kowal, 2011).
Source: (Kowal, 2011).

Jak wcześniej wspomniano, test niezależności χ^2 ma zastosowanie przede wszystkim w badaniu współzależności zmiennych nominalnych. Zmienna traktowana jest jako nominalna, gdy jej wartości reprezentują kategorie, bez wewnętrznego rangowania, tzn. że nie można określić, który z przypadków jest np. większy, lepszy, ważniejszy od innego. Skale pomiarowe nominalne można wykorzystać m.in. w pytaniach dotyczących wyboru rodzaju placówek gastronomicznych (restauracje, bary, stołówki, punkty gastronomiczne, itp.) do oceny różnorodności bazy gastronomicznej (zgadzam się, nie wiem, nie zgadzam się) oraz w pytaniach o płeć (kobieta, mężczyzna) czy też województwo zamieszkania.

Test niezależności χ^2 można również stosować, jeśli zmienna zależna jest mierzona na skali porządkowej, ale wtedy nie powinna mieć ona zbyt wielu wartości. Skale porządkowe stosowane są np. do oceny wpływu danego czynnika na wybór placówki gastronomicznej (skala od 1 do 5: 1 – bardzo mały wpływ, 5 – bardzo duży), określenia poziomu wykształcenia (podstawowe, średnie, zawodowe, wyższe) czy też miejsca zamieszkania (wieś, małe miasto, duże miasto itp.). Zmienne porządkowe, na co sama nazwa wskazuje, można uporządkować w określonej kolejności, jednak bez wskazania konkretnej różnicy ani ilorazu między dwiema wartościami. Jeśli w pojedynczej komórce tablicy krzyżowej, powstałej z testowanych zmiennych, jest zbyt mało wskazań, to problem ten można rozwiązać, agregując poszczególne wartości zmiennej w mniejszą liczbę kategorii (Mider i Marcinkowska, 2013), tworząc nowe przedziały, np. mając do czynienia ze skalą 9-stopniową, można skumulować kategorie w następujący sposób: od 1 do 3 (mało ważne), od 4 do 6 (umiarkowanie ważne) oraz od 7 do 9 (bardzo ważne).

Korzystanie ze statystyki χ^2 wiąże się z pewnymi ograniczeniami (Sulewski, 2016). Wśród dwóch najważniejszych założeń stosowalności testu χ^2 wymienia się: minimalną liczebność próby oraz niezależność grup (Kwasiborski i Sobol, 2011; Siegiel, Shim i Hartman, 1995; Stupnicki, 2015).

Pierwsze ograniczenie dotyczy wpływu liczebności próby na wyniki wnioskowania statystycznego. Im próba większa, tym mniejszy jest błąd w uogólnianiu wyników na populację (Mider i Marcinkowska, 2013). Zdania statystyków co do tego, jakie wartości powinny przyjmować liczebności oczekiwane, aby otrzymane wyniki testu χ^2 Pearsona można było uznać za prawidłowe, są podzielone. Niektórzy badacze uważają, że w tablicach dwudzielczych większych niż 2x2 można wykorzystywać test χ^2 Pearsona, gdy wszystkie liczebności oczekiwane są nie mniejsze od 1 oraz gdy nie więcej niż 20% tych wartości jest mniejsza niż 5 (Sulewski, 2016). Zdaniem natomiast Cochrana statystykę χ^2 Pearsona dla tablic większych niż 2x2 można wykorzystać, gdy przynajmniej jedna z liczebności oczekiwanych jest większa niż 5 (Sulewski, 2016). Jedne źródła (Kończak i Chmielińska, 2013) podają również, że gdy którakolwiek z liczebności oczekiwanych, niezależnie od „rozmiaru" tablic, jest mniejsza od 5, należy zastosować poprawkę ciągłości Yatesa. Należy zaznaczyć, że poprawka ciągłości Yatesa jest przeznaczona do obliczania testu χ^2 dla zmiennych dwuwartościowych – tabele 2x2 (Mider i Marcinkowska, 2013; Sulewski, 2015a, 2015b). Wyniki analiz uzyskane w programie Statistica firmy Statsoft Inc. USA przyjmuje się za wiarygodne, jeżeli spełnione są dwa warunki: co najwyżej 20% komórek ma liczebność oczekiwaną mniejszą niż 5 i minimalna liczebność oczekiwana jest większa od 1. Te informacje w programie Statistica znajdują się pod tabelą testu chi-kwadrat.

Drugie ograniczenie wiąże się z warunkiem niezależności między grupami, tj. jeden element (respondent) nie może znaleźć się w więcej niż jednej podgrupie.

Problem z niezależnością między grupami pojawia się wówczas, gdy zadawane pytania zakładają możliwość wielokrotnej odpowiedzi, wtedy danego respondenta można zaliczyć do wielu grup i niespełniony jest warunek niezależności między nimi (Kwasiborski i Sobol, 2011).

Różne stanowiska zajmowane przez statystyków w sprawie ograniczeń stosowania testu χ^2 Pearsona i znikoma liczba prac naukowych poświęconych praktycznemu zastosowaniu testu niezależności χ^2 bazujących na podstawach teoretycznych sprawiają, że badacz, który po raz pierwszy ma do czynienia z testem, już na samym początku może mieć obawy przed jego wykorzystaniem. W razie niespełnienia najważniejszych założeń testu, tj. o minimalnej liczebności grup oraz niezależności zdarzeń, pojawiają się wątpliwości co do wiarygodności przeprowadzonej weryfikacji statystycznej hipotez. Nieco zamieszania wprowadzają również prace naukowe z wątpliwymi przykładami zastosowania testu χ^2, pozostające często w oderwaniu od założeń teoretycznych, np. wybór testu χ^2 do analizy odpowiedzi respondentów w pytaniach wielokrotnego wyboru, tj. podejrzenie o niespełnieniu wymagania o niezależności grup (Dykiel, Pisarek, Krochmal-Marczak i Gargała, 2015).

W dalszej części artykułu przedstawiono procedurę obliczeniową testu niezależności χ^2 Pearsona.

Procedura obliczeniowa

1. Przedstawienie liczebności obserwowanych w formie tablicy kontyngencji (zob. tab. 1) – odpowiedzi respondentów zlicza się dla poszczególnych kategorii zmiennych.

2. Utworzenie tablicy z liczebnościami oczekiwanymi (teoretycznymi), analogicznej do tablicy z liczebnościami obserwowanymi. Liczebności oczekiwane obliczane są przy założeniu, że zmienne są niezależne. Poszczególne liczebności oczekiwane oznaczają, ilu respondentów powinno reprezentować dany warunek badawczy, tj. daną kombinację kategorii zmiennych, aby w sposób pełny został spełniony postulat niezależności zmiennych przedstawiony w hipotezie zerowej (H_0). Do obliczeń liczebności teoretycznych (E_{ij}) wykorzystuje się wzór (1) (Aczel, 2000; Kowal, 2011):

$$E_{ij} = \frac{f(i.) \cdot f(.j)}{n}, \tag{1}$$

gdzie: n – liczebność próby, $f(i)$ – suma liczebności brzegowej dla wiersza i, $f(j)$ – suma liczebności brzegowej dla kolumny j. Wartości wymienionych danych znajdują się w tablicy z liczebnościami obserwowanymi utworzonej na etapie 1 procedury obliczeniowej.

3. Wyliczenie wartości statystyki χ^2 na podstawie wzoru (2) (Aczel, 2000; Kowal, 2011):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}}, \tag{2}$$

gdzie: O_{ij} – liczebności obserwowane, E_{ij} – liczebności oczekiwane (teoretyczne), r – wiersze, liczba kategorii badanej cechy (np. kategorie wykształcenia), k – kolumny, liczba kategorii badanej cechy (np. kategorie wydatków), i – numer danego wiersza, j – numer danej kolumny.

Na etapie wyliczania wartości statystyki χ^2 można również, w celu zachowania przejrzystości zapisu, utworzyć tabelę z poszczególnymi składnikami statystyki χ^2 (obliczenia według zapisu ułamkowego przedstawionego we wzorze (2)). Następnie, po obliczeniu poszczególnych składników statystyki, należy zsumować wszystkie wartości składowe. Wynik tej operacji stanowi wartość statystyki χ^2.

4. Ostatnim etapem weryfikacji hipotez statystycznych testem χ^2 jest porównanie wyliczonej wartość statystyki χ^2 z wartością krytyczną (χ_α^2). Wartości krytyczne dla przyjętego poziomu istotności (np. $\alpha = 0{,}05$) oraz odpowiednich stopni swobody odczytuje się ze specjalnych tabel rozkładu chi-kwadrat, załączonych jako aneks do książek, poświęconych zagadnieniom statystycznym (Aczel, 2000; Pułaska-Turyna, 2008). Stopnie swobody (*ss*) dla badanych zmiennych wyznaczane są według następujących zasad (Aczel, 2000; Pułaska-Turyna, 2008):

- jeśli $r > 1$ i $k > 1$, to $ss = (r - 1)(k - 1)$;
- jeśli $r = 1$ i $k > 1$, to $ss = k - 1$,
- jeśli $r > 1$ i $k = 1$, to $ss = r - 1$.
- gdy $r = k = 1$, wtedy nie można skorzystać z testu niezależności χ^2.

Na podstawie wartości χ^2 i χ_α^2. przeprowadza się weryfikację hipotez. W teście niezależności χ^2 występują dwie hipotezy: zerowa (H_0) i alternatywna (H_1), sformułowane w następujący sposób:

H_0: badane zmienne są niezależne.

H_1: badane zmienne są zależne.

Jeżeli obliczona wartość χ^2 jest mniejsza od odczytanej wartości krytycznej ($\chi^2 \leq \chi_\alpha^2$) to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, czyli stwierdza się niezależność zmiennych, natomiast w sytuacji przeciwnej, gdy $\chi^2 > \chi_\alpha^2$, należy odrzucić hipotezę zerową, co oznacza, że badane zmienne są zależne (Łapczyński, 2005).

Należy jednak pamiętać, że test niezależności χ^2 nie służy do oceny siły i kierunku związku między zmiennymi. Na podstawie uzyskanego wyniku orzekamy tylko, czy związek jest, czy go nie ma. W celu określenia siły zależności należy wyznaczyć jedną z dostępnych miar korelacji, np. współczynnik V-Cramera (Kowal, 2011).

3. Zastosowanie testu niezależności χ^2 za pomocą programu Excel

Przedstawiona procedura obliczeniowa testu niezależności χ^2 może się wydawać studentom zawiła i pracochłonna. Często rezygnują oni ze stosowania metod statystycznych z obawy przed spędzeniem nad obliczeniami wielu pracowitych godzin. Z korzyścią dla studentów współczesne programy komputerowe opracowane na potrzeby stosowania metod statystycznych pozwalają wykonywać obliczenia relatywnie szybko w porównaniu z tradycyjnymi narzędziami (kartką, długopisem i kalkulatorem). Niestety, jednocześnie pojawiło się niebezpieczeństwo bezmyślnego stosowania gotowych funkcji statystycznych w sytuacji, gdy prawie wszystko można obliczyć w sposób tradycyjny (Sokołowski, 2004). Wydaje się oczywiste, że współczesne programy komputerowe, zarówno te specjalistyczne, takie jak, np. programy statystyczne: Statistica, SPSS, Stata, SAS PSPP i R (Obliczenia Statystyczne.pl, 2018), jak i ogólnodostępne programy do wykonywania obliczeń, np. Microsoft Excel, są tylko narzędziami, które ułatwiają wykonywanie obliczeń matematycznych. Jednak bez znajomości teoretycznej strony zagadnienia można uzyskać wyniki łatwe do zakwestionowania oraz niewnoszące wartości dodanej do dorobku danej dziedziny nauki (Sokołowski, 2004).

Aktualne możliwości komputerowe i powszechnie dostępne oprogramowania umożliwiają przeprowadzanie analiz statystycznych bez znajomości szczegółowej procedury matematycznej. Niemniej jednak znajomość podstaw teoretycznych pozwala na dostrzeżenie pewnych różnic chociażby w sposobie podejmowania decyzji o odrzuceniu (lub nie) hipotezy zerowej. W przypadku korzystania z programów statystycznych wartość χ^2 ma znaczenie informacyjne. Decyzja podejmowana jest na podstawie *p*-wartości.

3.1. Materiały i metody badawcze

Do przedstawienia i omówienia przykładów zastosowania testu niezależności χ^2 Pearsona wykorzystano zmienne jakościowe (nominalne i porządkowe) z badania ankietowego przeprowadzonego w okresie luty-kwiecień 2020 r. techniką CAWI (*Computer-Assisted Web Interview*) na grupie 210 turystów korzystających z usług gastronomicznych podczas wyjazdu turystycznego. Celem badania ankietowego była analiza zachowań i preferencji żywieniowych turystów krajowych. Dobór próby był celowy. Mimo że próba nie została dobrana w sposób losowy, uznano, że ma walory reprezentatywne. Uwzględniając błąd szacunkowy wynoszący 7% i 50-procentową proporcjonalność populacji, stwierdzono, że minimalna wielkość próby przy 95-procentowym poziomie ufności wynosi 196. Wartość wyliczono zgodnie z równaniem (3) (Pułaska-Turyna, 2008):

$$n = \frac{u_\alpha^2\left(p(1-p)\right)}{e^2} \qquad n = \frac{1{,}96^2\left(0{,}5(1-0{,}5)\right)}{0{,}07^2} = 196\,, \tag{3}$$

gdzie: n – minimalna liczebność próby, p – proporcja populacji (przyjęto najmniej korzystne założenie, tj. że $p = 0{,}5$), e – błąd szacunkowy, u_α – wartość zmiennej losowej o rozkładzie normalnym standaryzowanym (odczytana z tablic) dla 95-procentowego poziomu ufności $u_\alpha = 1{,}96$.

Na podstawie uzyskanego wyniku uznano, że badana próba (210) jest wystarczająca, aby przeprowadzić wnioskowanie statystyczne.

Weryfikację hipotez statystycznych przeprowadzono za pomocą arkusza kalkulacyjnego MS Excel 2010. Rozwiązania przykładów przedstawiono zarówno na podstawie wartości *p*, zwracanej przez funkcję chi.test, jak i w ujęciu pełnej procedury obliczeniowej – na podstawie wartości statystyki χ^2 i wartości krytycznej χ^2, otrzymanej w wyniku zastosowania funkcji rozkł.chi.odwr.ps. Za poziom istotności przyjęto $\alpha = 0{,}05$.

3.2. Rozwiązanie przykładu z wykorzystaniem *p*-wartości

W przypadku korzystania z programów komputerowych decyzja o odrzuceniu (lub nie) hipotezy zerowej podejmowana jest na podstawie wartości *p*. Podawana w Excelu wartość *p* wyznacza najniższy poziom istotności, przy którym następuje (jeszcze) odrzucenie hipotezy zerowej (Pułaska-Turyna, 2008; Trzpiot, 2016). Funkcja chi.test w MS Excel nie zwraca wartości χ^2. Gdy wartość współczynnika *p* jest mniejsza od przyjętego poziomu istotności, $\alpha = 0{,}05$ ($p \leq \alpha$), wtedy odrzuca się hipotezę zerową o niezależności zmiennych, natomiast gdy wartość *p* jest większa od α ($p > \alpha$), stwierdza się, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, co oznacza, że nie istnieje związek między zmiennymi. Wartości *p* zaprezentowano z dokładnością do czwartego miejsca po przecinku, zgodnie z konwencją powszechną w literaturze światowej (Sokołowski, 2004).

Na przykładzie 1 przedstawiono poszczególne etapy procedury weryfikacji hipotezy z wykorzystaniem *p*-wartości.

Przykład 1

Postanowiono zbadać, czy występuje zależność między wykształceniem a poziomem wydatków ponoszonych przez respondentów na usługi gastronomiczne. Do weryfikacji hipotezy zerowej (H_0), stanowiącej, że badane zmienne są niezależne, zastosowano następującą procedurę postępowania.

Rozwiązanie przykładu 1 wymaga utworzenia dwóch tablic: z liczebnościami obserwowanymi (tab. 2) oraz oczekiwanymi (tab. 3). W celu lepszej interpretacji wyników obok liczebności wprowadzono również wartość procentową. Sama różnica w liczebności nie dostarcza wiedzy o ewentualnych różnicach w grupach. Przedstawianie wyników procentowych umożliwia również porównywanie proporcji w odniesieniu do wszystkich zebranych danych. W przypadku występowania innych liczb wartości obserwowanych w analizowanych grupach analiza na podstawie samych liczebności w odniesieniu do wszystkich danych jest niemożliwa. Procentowa wartość może zostać obliczona względem sumy liczebności brzegowej danego wiersza lub danej kolumny. W przykładzie 1 procenty obliczono względem poszczególnych kategorii wydatków. Mimo że sposób konstruowania tablicy jest dowolny i nie ma wpływu na proces testowania hipotez, wybór ułożenia zmiennych często podyktowany jest liczbą kategorii poszczególnych zmiennych oraz estetyką prezentacji.

Krok 1. Utworzenie tablicy rozkładu empirycznego, obserwowanego

Liczebności w tablicy rozkładu empirycznego uzyskuje się na podstawie otrzymanych wyników badań.

Tabela 2. Liczebności obserwowane
Table 2. The numbers observed

Wydatki/ Expenses Wykształcenie/ Education	Do 25 zł/ To 25 PLN	25-50 zł/ 25-50 PLN	50-70 zł/ 50-70 PLN	Powyżej 70 zł/ above 70 PLN	Suma/ Sum
• podstawowe/ primary	12 (30,8%)	15 (17,2%)	10 (17,9%)	0 (0,0%)	37 (17,6%)
• średnie/ secondary	14 (35,9%)	33 (37,9%)	20 (35,7%)	3 (10,7%)	70 (33,3%)
• zawodowe/ vocational	5 (12,8%)	3 (3,4%)	5 (8,9%)	0 (0,0%)	13 (6,2%)
• wyższe/ higher	8 (20,5%)	36 (41,4%)	21 (37,5%)	25 (89,3%)	90 (42,9%)
Suma/Sum	39 (100%)	87 (100%)	56 (100%)	28 (100%)	**210 (100%)**

Źródło: opracowanie własne.
Source: own study.

Krok 2. Utworzenie tablicy rozkładu teoretycznego (na podstawie obliczeń)

Aby policzyć wartości oczekiwane, można skorzystać ze wzoru (1), a także po obliczeniu w kroku 1 procentów można liczbę osób z danego przedziału wydatków dzielić proporcją dla poziomu wykształcenia. Przykładowo wartość oczekiwaną dla pierwszego warunku badawczego, tj. wykształcenia podstawowego i wydatków do 25 zł, oblicza się następująco: $17{,}6\% \cdot 39 = 6{,}86 \cong 7$.

Przed przystąpieniem do kolejnego etapu procedury weryfikacji hipotez, przeanalizowano utworzone tabele rozkładu: empirycznego (tab. 2) i oczekiwanego (tab. 3). Analizując na początku same tabele, można wstępnie ocenić, czy jest szansa na występowanie zależności między zmiennymi. Na podstawie analizy wzrokowej można ocenić również, czy zostały spełnione najważniejsze założenia testu niezależności χ^2, tj. wszystkie liczebności oczekiwane (tab. 3) są nie mniejsze od 1 oraz nie więcej niż 20% tych wartości jest mniejsza niż 5 (Sulewski, 2016). Wartości poniżej 5 stanowią 18,75% (trzy liczebności o wartościach 2, 2 i 3 podzielono przez sumę wszystkich pól z wartościami, tj. 16). Należy także zwrócić uwagę na występowanie ewentualnych rozbieżności między liczebnościami zaobserwowanymi a oczekiwanymi, które wprawdzie nie przesądzają jeszcze o istotności statystycznej, ale pozwalają domniemywać wynik zastosowanego testu (Kwasiborski i Sobol, 2011).

Tabela 3. Liczebności teoretyczne
Table 3. Theoretical numbers

Wykształcenie/ Education \ Wydatki/ Expenses	Do 25 zł/ To 25 PLN	25-50 zł/ 25-50 PLN	50-70 zł/ 50-70 PLN	Powyżej 70 zł/ Above 70 PLN
p= 0,0000*a				
• podstawowe/ primary	$\frac{39 \cdot 37}{210} \cong 7$ (17,6%)	15 (17,6%)	10 (17,6%)	5 (17,6%)
• średnie/ secondary	13 (33,3%)	29 (33,3%)	19 (33,3%)	9 (33,3%)
• zawodowe/ vocational	2 (6,2%)	5 (6,2%)	3 (6,2%)	2 (6,2%)
• wyższe/ higher	17 (42,9%)	37 (42,9%)	24 (42,9%)	12 (42,9%)
Wartości *p* dla danej kategorii wydatków/ *p*-value	**0,0106***	**0,6459**	**0,7650**	**0,0000***

* Wynik istotny statystycznie, a – analiza wszystkich kategorii zmiennych./ *Statistically significant result, *a* – analysis of all categories of variables.

Źródło: opracowanie własne.
Source: own study.

Analiza rozbieżności między liczebnościami zaobserwowanymi a oczekiwanymi wykazała, że to respondenci z wykształceniem podstawowym częściej niż osoby z wykształceniem wyższym wydawali do 25 zł na usługi gastronomiczne (rozkład empiryczny – 31%, rozkład oczekiwany – 18%), natomiast respondenci z wykształceniem wyższym w tym zakresie wydatków wydawali zdecydowanie rzadziej (rozkład empiryczny – 21%, rozkład oczekiwany – 42,9%) niż inne grupy respondentów. W kategoriach wydatków 25-50 zł oraz 50-70 zł nie zaobserwowano znaczących różnic między rozkładem empirycznym a oczekiwanym. Duże rozbieżności między liczebnościami obserwowanymi a oczekiwanymi wystąpiły natomiast w wydatkach powyżej 70 zł. W tej kategorii wydatków osoby z wykształceniem wyższym znacznie częściej niż osoby z innych grup wydawały na usługi gastronomiczne powyżej 70 zł (rozkład empiryczny – 89%, rozkład oczekiwany – 43%).

Na podstawie tego opisu można zauważyć, że wstępna analiza nie wymaga znajomości zaawansowanego modelu matematycznego czy analizy statystycznej, pozwala natomiast uchronić się od popełnienia podstawowych błędów.

Do sprawdzenia, czy między liczebnościami zaobserwowanymi oraz teoretycznymi występują różnice istotne statystycznie, wykorzystano dostępną w programie MS Excel funkcję chi.test. Składnia funkcji jest następująca:

= chi.test(zakres_bieżący; zakres_przewidywany).

W zakresie bieżącym zaznacza się komórki odpowiadające wartościom zaobserwowanym, bez nazw kategorii i wartości zsumowanych. W podobny sposób postępuje się z zakresem przewidywanym – zakres danych zawierający wartości teoretyczne. Przed zaznaczaniem zakresu bieżącego i przewidywanego należy zwrócić szczególną uwagę na to, jakie hipotezy zamierza się zweryfikować. W tabeli 3 przedstawiono różne wartości *p* uzyskane w wyniku testowania różnych zakresów zmiennych i zestawów hipotez. Na podstawie wartości *p* przedstawionej w drugim wierszu tab. 3 (p = 0,0000; p < 0,0001) podjęto decyzję o odrzuceniu hipotezy zerowej (H_0) o braku zależności między wykształceniem i wydatkami na rzecz hipotezy alternatywnej (H_1), tj. o występowaniu zależności między badanymi zmiennymi. W przypadku wartości *p* odnoszącej się do wszystkich kategorii wydatków zakresem bieżącym i przewidywanym były wszystkie kategorie zmiennych. Wartości *p*, które przedstawiono w ostatnim wierszu tab. 3 zostały przedstawione w celu dokładniejszego opisania, na czym polega zależność między wykształceniem i wydatkami. Przeprowadzono weryfikację czterech zestawów hipotez, które nawiązywały do poszczególnych kategorii wydatków. Przykładowo zestaw 1 składał się z hipotezy zerowej (H_0), stanowiącej, że nie występuje zależność między wykształceniem a wydatkami ponoszonymi w zakresie do 25 zł, i alternatywnej (H_1) – istnieje zależność między wykształceniem a wydatkami ponoszonymi w zakresie do 25 zł. Należy podkreślić, że przeprowadzona weryfikacja pomocniczych zestawów hipotez nie może wpłynąć na główny wniosek, nie może go podważyć. Na podstawie przeprowadzonego w przykładzie 1 wnioskowania statystycznego stwierdzono, że istnieje zależność między badanymi zmiennymi, tj. wykształceniem i wydatkami, szczególnie w kategoriach do 25 zł (p = 0,0106; p < 0,05) i powyżej 70 zł (p = 0,0000; p < 0,0001).

3.3. Rozwiązanie przykładu z wykorzystaniem wartości krytycznej χ_α^2

Gdy dostęp do tablic matematycznych rozkładu chi-kwadrat jest utrudniony, można wykorzystać dostępną w Excelu funkcję rozkł.chi.odwr.ps, zwracającą odwrotność prawostronnego prawdopodobieństwa rozkładu chi-kwadrat, tj. wartość krytyczną, dla określonego poziomu istotności oraz odpowiednich stopni swobody. Wartości uzyskane w wyniku zastosowania tej funkcji są identyczne z wartościami odczytanymi z tabel rozkładu chi-kwadrat. Składnia funkcji jest następująca:

= ROZKŁ.CHI.ODWR.PS(prawdopodobieństwo*; stopnie swobody),

gdzie: * – prawdopodobieństwo skojarzone z rozkładem chi-kwadrat, przyjęty poziom istotności, np. $\alpha = 0{,}05$.

Procedura weryfikacji statystycznej w programie Excel z wykorzystaniem wartości krytycznej pokrywa się z procedurą obliczeniową przedstawioną w punkcie 2 niniejszej pracy, tj. wymaga skonstruowania tablic: z wartościami obserwowanymi, teoretycznymi oraz ze składnikami statystyki χ^2 .

Należy zwrócić uwagę, że w rozpatrywanym przykładzie 1 odpowiedzi na pytanie o wydatki były zestawiane ze zmienną (wykształcenie) zawartą w metryczce. Podobnie można zestawić ze sobą częstości odpowiedzi na różne pytania, o ile ma to sens i wiąże się z badanym zagadnieniem (Stupnicki, 2015).

Przykład 2

Zbadano, czy istnieje zależność między grupami nabywców a zapamiętaniem i podaniem konkretnej nazwy lokalu gastronomicznego, którą respondenci chcieliby polecić swoim bliskim.

Grupy nabywców wyodrębniono na podstawie pytania obowiązkowego: „Proszę ocenić z jakim prawdopodobieństwem poleciliby Państwo bazę gastronomiczną we Wrocławiu swojej rodzinie/znajomym" (skala 11-pozycyjna). Respondentów udzielających odpowiedzi w zakresie od 0 do 6 zaklasyfikowano do grupy „krytycy", w zakresie od 7-8 – do kategorii „bierni", natomiast od 9-10 – do kategorii „promotorzy". Respondentów poproszono również o podanie nazwy lokalu, który chcieliby polecić swoim znajomym i rodzinie (pytanie nieobowiązkowe).

Krok 1. Tablica rozkładu empirycznego, obserwowanego

Tabela 4. Liczebności obserwowane
Table 4. The numbers observed

Nazwa lokalu/ The name of the place — Grupa nabywców/ Group of buyers	Tak/ Yes	Nie/ No	Suma/ Sum
Krytycy/ Critics	5 (4,1%)	15 (16,9%)	20 (9,5%)
Bierni/ Passive	48 (39,7%)	54 (60,7%)	102 (48,6%)
Promotorzy/ Promoters	68 (56,2%)	20 (22,5%)	88 (41,9%)
Suma/ Sum	121 (100%)	89 (100%)	210 (100%)

Źródło: opracowanie własne.
Source: own study.

Krok 2. Utworzenie tablicy rozkładu teoretycznego, oczekiwanego

Na podstawie analizy tab. 5 zweryfikowano dwa najważniejsze założenia testu niezależności χ^2, tj. minimalną liczebność oczekiwaną na poziomie 5 jednostek oraz niezależność zdarzeń. Założenia zostały spełnione. Zmienna *nazwa lokalu* posiada dwie kategorie: „tak", „nie". Kategorie są wzajemnie rozłączne i wyczerpujące, dlatego też wartości w kolumnach sumują się do 100%. Druga zmienna *grupa nabywców* posiada trzy kategorie: „krytycy", „bierni", „promotorzy". Gdy procenty obliczane są względem liczebności brzegowych kolumnowych, wtedy wartości w wierszach nie muszą sumować się do 100%. Każda z komórek odzwierciedla zarówno liczebności, jak i procent respondentów posiadających daną kombinację cech.

Tabela 5. Liczebności teoretyczne
Table 5. Theoretical numbers

Nazwa lokalu/ The name of the place — Grupa nabywców/ Group of buyers	Tak/ Yes	Nie/ No	Suma/ Sum
Krytycy/ Critics	$\frac{121 \cdot 20}{210} = 11{,}5$ (9,5%)	8,5 (9,5%)	20 (9,5%)
Bierni/ Passive	58,8 (48,6%)	43,2 (48,6%)	102 (48,6%)
Promotorzy/ Promoters	50,7 (41,9%)	37,3 (41,9%)	88 (41,9%)
Suma/ Sum	121 (100%)	89 (100%)	210 (100%)

Źródło: opracowanie własne.
Source: own study.

Z analizy porównań liczebności empirycznych z teoretycznymi wynika, że grupa promotorów częściej niż to wynika z rozkładu teoretycznego podawała nazwę lokalu gastronomicznego (56% – rozkład empiryczny, 42% – rozkład teoretyczny). Grupa biernych (61% – rozkład empiryczny; 49% – rozkład teoretyczny) oraz krytyków (17% – rozkład empiryczny, 10% – rozkład teoretyczny) częściej niż wynika to z rozkładu teoretycznego nie podawała nazwy lokalu.

Krok 3. Utworzenie tabeli ze składnikami statystyki χ^2

Tabela 6. Statystyka χ^2 i jej składowe
Table 6. Statistics χ^2 and its components

Nazwa lokalu/ The name of the place — Grupa nabywców/ Group of buyers	Tak/ Yes	Nie/ No	Suma/ Sum
Krytycy/ Critics	$\frac{(5-11{,}5)^2}{11{,}5} = 3{,}7$	5	8,7
Bierni/ Passive	2	2,7	4,7
Promotorzy/ Promoters	5,9	8	13,9
Suma/ Sum	11,6	15,7	27,3

Źródło: opracowanie własne.
Source: own study.

Wartość statystyki χ^2 wynosi 27,3. Obliczoną wartość statystyki porównano z wartością krytyczną. Aby uzyskać wartość krytyczną, wykorzystano funkcję rozkł. chi.odwr.ps. Za poziom istotności przyjęto $\alpha = 0{,}05$. Stopnie swobody (*ss*) dla badanych zmiennych wyznaczono w następujący sposób:

- zmienna: *grupa nabywców* – kategorie: promotorzy, bierni, nabywcy; $r = 3$;
- zmienna: *nazwa lokalu* – kategorie: tak, nie; k = 2;
- $r > 1$, $k > 1$, to $ss = (r\text{-}1)(k\text{-}1) = (3\text{-}1)(2\text{-}1) = 2$.

Wartość krytyczna χ_α^2: = rozkł.chi.odwr.ps(0,05;2). Wynik formuły to 5,9915.

Zależność między zmiennymi: $\chi^2 > \chi_\alpha^2$. Wartość *p* otrzymana w wyniku zastosowania funkcji chi.test wynosi 0,0000, co oznacza, że wynik jest istotny statystycznie ($p < 0{,}0001$). Obie wartości (wartość χ^2 oraz wartość *p*) pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej (H_0) i przyjęcie hipotezy alternatywnej (H_1). Stwierdzono, że między grupą nabywców a poleceniem nazwy lokalu istnieje zależność. Zależność między grupą nabywców a stopniem ich lojalności została potwierdzona również przez Reichhelda, który opracował wskaźnik Net Promoter Score (NPS) (Michalska-Dudek, 2015).

4. Zakończenie

Analiza statystyczna stanowi nieodłączną część analizy wyników badań ankietowych, dzięki której możliwa jest weryfikacja wcześniej sformułowanych hipotez. Przy dokonywaniu wyboru odpowiedniego testu statystycznego ważna jest znajomość podstawowych kryteriów i założeń jego zastosowania. W badaniach postaw i preferencji żywieniowych konsumentów większość istotnych dla badaczy zmiennych jest mierzona na skalach jakościowych: nominalnych i porządkowych. W związku z tym badacze preferencji konsumenckich są niejako zobowiązani do korzystania z testów nieparametrycznych.

Analizowanie danych z wykorzystaniem testu χ^2 Pearsona nie powinno sprawiać większych problemów, pod warunkiem że badacz posiadł podstawową wiedzę z zakresu statystyki. Należy jednak zwrócić uwagę na to, że autorzy prac naukowych przy informowaniu odbiorców o tym, jaki test wykorzystali, często rezygnują z przedstawienia założeń teoretycznych oraz zastosowanej procedury obliczeniowej. Jest to problematyczne z punktu widzenia studentów, którzy podczas przygotowywania prac dyplomowych ze względu na dostępność oraz zwięzłą formę przedstawienia danego zagadnienia często korzystają z artykułów publikowanych w czasopismach naukowych. Nierzadko również wykorzystują stosowane tam metody badawcze i sposoby prezentowania wyników analiz statystycznych we własnych pracach badawczych. Dlatego też metodyka analiz statystycznych powinna być przedstawiona w sposób przystępny dla odbiorcy. Po zapoznaniu się z podstawami teoretycznymi i przykładami wykorzystania testu w praktyce student prowadzący badania naukowe może się stać świadomym użytkownikiem testu niezależności chi-kwadrat i za pomocą programu Excel w relatywnie szybki sposób dokonać niezbędnych obliczeń.

Stwierdzono, że prace naukowe z zakresu nauk żywieniowych ze względu na ich badawczy, praktyczny charakter po załączeniu informacji o podstawowych założeniach wykorzystanego narzędzia statystycznego mogą również stanowić dla młodych naukowców cenną wskazówkę przy statystycznym opracowywaniu wyników badań.

Literatura

Aczel, A. (2000). *Statystyka w zarządzaniu.* Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Bobowski, Z. (2004). *Wybrane metody statystyki opisowej i wnioskowania statystycznego* (wydanie 1). Wałbrzych: Wydawnictwo WWSZiP.

Dykiel, M., Pisarek, M., Krochmal-Marczak B. i Gargała, M., (2015). Preferencje konsumenckie dotyczące spożycia herbaty wśród respondentów zamieszkałych w Krośnie i okolicy. W: M. Karwowska, W. Gustaw (red.), *Trendy w żywieniu człowieka* (s. 47-59). Kraków: Wydawnictwo Naukowe PTTŻ.

Kończak, G. i Chmielińska, M. (2013). Zastosowanie metod symulacyjnych w analizie wielowymiarowych tablic wielodzielczych. *Studia Ekonomiczne*, (133).

Kowal, J. (2011). Statystyka opisowa w zarządzaniu. W*:* Z. Knecht (red.), *Zarządzanie przedsiębiorcze* (s. 107-162). Wrocław: WSZE.

Krzciuk, M. i Ziuziański, P. (2012). O teście niezależności trzech zmiennych na pewnym przykładzie empirycznym. W: Z. Zieliński (red.), *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne* (t. 2). Kielce: Wydawnictwo Wyższej Szkoły Handlowej.

Kwasiborski, P. i Sobol, M. (2011). Test niezależności chi-kwadrat i jego zastosowanie w interpretacji wyników badań klinicznych. *Kardiochirurgia i Torakochirurgia*, (4), 550-554.

Łapczyński, M. (2005). Analiza porównawcza tabel kontyngencji i metody CHAID. *Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie*, (659), 149-163.

Michalska-Dudek, I., (2015). Pomiar i zarządzanie lojalnością nabywców na rynku usług turystycznych z wykorzystaniem wskaźnika NPS oraz indeksu TRI*M. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, (379), 321-331.

Mider, D. i Marcinkowska, A. (2013). *Analiza danych ilościowych dla politologów. Praktyczne wprowadzenie z wykorzystaniem programu GNU PSPP.* Warszawa.

Obliczenia Statystyczne.pl. (2018). Pobrano 27 czerwca 2020 z http://obliczeniastatystyczne.pl/programy-statystyczne/

Pułaska-Turyna, B. (2008). *Statystyka dla ekonomistów* (wydanie II rozszerzone). Warszawa: Difin.

Rajs, R. (2006). *Ocena testów sprawdzających wiedzę studenta metodami testowania hipotez statystycznych. Modelowanie metodą (chi kwadrat)*. Pobrano 27 czerwca 2020 z http://www.kis.pwszchelm.pl/publikacje/V/Rajs.pdf

Trzpiot, G. (2016). Rozważania o p-value. *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, (304), 58-67.

Siegiel, J., Shim, J. i Hartman, S. (1995). *Przewodnik po finansach – 201 narzędzi podejmowania decyzji dla menedżerów*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Sokołowski, A. (2004). *O niewłaściwym stosowaniu metod statystycznych*. StatSoft Polska.

Stupnicki, R. (2015). *Analiza i interpretacja danych ankietowych* (wydanie II poprawione). Warszawa: Wydawnictwa Akademii Wychowania Fizycznego.

Sulewski, P. (2015a). Modyfikacja testu niezależności. *Wiadomości Statystyczne*, (10).

Sulewski, P. (2015b). Wyznaczanie obszaru krytycznego przy testowaniu niezależności w tablicach wielodzielczych. *Wiadomości Statystyczne*, (3).

Sulewski, P. (2016). Moc testów niezależności w tablicy dwudzielczej większej niż 2x2. *Przegląd Statystyczny*, LXIII, 2, 191-209.