Politechnika Wrocławska

Instytut Fizyki

Rozprawa doktorska

Wybrane procesy konwersji częstotliwości w strukturyzowanych włóknach optycznych

Karol Tarnowski

Promotor:
dr hab. inż. Włodzimierz Salejda, prof. PWr

Rozprawa powstała przy wsparciu Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej w ramach programu „Mistrz" oraz Europejskiego Funduszu Społecznego, finansowanego z środków Unii Europejskiej, w ramach projektu „Rozwój potencjału dydaktyczno-naukowego młodej kadry akademickiej Politechniki Wrocławskiej," a także Wrocławskiego Centrum Badań EIT+ w ramach projektu „Wykorzystanie nanotechnologii w nowoczesnych materiałach - NanoMat" (POIG.01.01.02-02-002/08), finansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego i budżetu państwa (Program Operacyjny Innowacyjna Gospodarka, Poddziałanie 1.1.2).

Wrocław, 2012

Joasi

Z podziękowaniami
dla prof. Włodzimierza Salejdy za opiekę,
dla prof. Wacława Urbańczyka za okazaną pomoc,
dla dra Bertranda Kiblera z Université de Bourgogne za owocną współpracę
oraz wszystkich członków Grupy Optyki Światłowodów IF PWr

Spis treści

1. Wstęp **1**
1.1. Rys historyczny 1
1.2. Cel i teza pracy 3

2. Propagacja światła w światłowodach **5**
2.1. Rodzaje światłowodów 5
2.1.1. Światłowód konwencjonalny o skokowym rozkładzie współczynnika załamania 5
2.1.2. Światłowód fotoniczny typu „index-guided” 6
2.1.3. Światłowody wykorzystujące efekt fotonicznej przerwy wzbronionej 7
2.2. Parametry opisujące właściwości światłowodów 8
2.2.1. Parametry liniowe 10
2.2.2. Parametry nieliniowe 17

3. Wyznaczanie charakterystyk liniowych **21**
3.1. Metoda elementów skończonych 21
3.1.1. Dyskretyzacja zagadnienia 22
3.1.2. Warunki brzegowe 23
3.1.3. Porównanie z wynikami eksperymentalnymi 24
3.2. Metoda fal płaskich 26
3.3. Testy zbieżności 27
3.3.1. Światłowód konwencjonalny o skokowym rozkładzie współczynnika załamania 28
3.3.2. Wyidealizowany światłowód fotoniczny 30
3.3.3. Rzeczywisty światłowód fotoniczny 30

4. Modelowanie efektów nieliniowych **33**
4.1. Uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera 33
4.1.1. Dyspersja prędkości grupowej 36

4.1.2. Dyspersja trzeciego rzędu 37
4.1.3. Samomodulacja fazy 39
4.1.4. Formowanie solitonów 40
4.1.5. Niestabilność modulacyjna 45
4.1.6. Rozpraszanie Ramana 47
4.1.7. Generacja superkontinuum 49
4.1.8. Generacja trzeciej harmonicznej 52
4.1.9. Efekty wektorowe 55
4.2. Teoria modów sprzężonych dla przypadku generacji trzeciej harmonicznej 56

5. Generacja trzeciej harmonicznej w światłowodach 61
5.1. Przegląd znanych metod generacji trzeciej harmonicznej 61
5.2. Kwazidopasowana fazowo generacja trzeciej harmonicznej 62
5.2.1. Pompowanie w trybie ciągłym 63
5.2.2. Tryb pracy impulsowy 74

6. Efekty nieliniowe w światłowodach dwójłomnych z siatką polaryzacyjną 85
6.1. Siatka polaryzacyjna 86
6.2. Symulacje efektów nieliniowych 87
6.2.1. Charakterystyki światłowodu 87
6.2.2. Charakterystyka siatki polaryzacyjnej 91
6.2.3. Wpływ siatki na generowane widma 92

7. Podsumowanie 101

Spis publikacji 105

Rozdział 1.

Wstęp

1.1. Rys historyczny

Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia, na którym opiera się zasada działania światłowodów o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, zostało po raz pierwszy zademonstrowane przez Daniela Colladona w 1841 r. Colladon pokazywał przejście laminarnego przepływu w turbulentny dla strugi wody wypływającej ze zbiornika [1–3], przy czym w celu lepszej demonstracji tego efektu wprowadzał światło do strumienia wody. Mniej więcej w tym samym czasie podobne zjawisko zaobserwował Jacques Babinet, jednakże nie docenił wagi swojego odkrycia. Babinet zauważył, że efekt prowadzenia światła można uzyskać w wygiętym szklanym pręcie oraz sugerował wykorzystanie takiego urządzenia do oświetlania jamy ustnej [1,3,4]. Pokaz Colladona powtórzył także John Tyndall [5] i to jemu przez wiele lat przypisywano pierwszą demonstrację zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia [1].

Inny pomysł na wykorzystanie szklanych pręcików miał Henry C. Saint-René, który już w końcu XIX w. zaproponował przesyłanie obrazów przez wiązkę włókien szklanych w urządzeniu, które dziś nazwalibyśmy obrazowodem [1]. Pomysł ten wrócił pod koniec lat 20' XX w., kiedy to w Wielkiej Brytanii, w Stanach Zjednoczonych oraz w Niemczech zostały niezależnie złożone zgłoszenia patentowe przez Johna L. Bairda, Clarence'a W. Hansella, oraz Heinricha Lamma [1, 3, 6, 7], na obrazowód zbudowany z wiązki włókien.

Kolejne trzydzieście lat obrazowód czekał na ponowne odkrycie. Tym razem dwie prace autorstwa Abrahama C. S. van Heela oraz Harolda H. Hopkinsa, które ukazały się w *Nature* w 1954 r. dały impuls do dalszego rozwoju tego urządzenia [1, 8, 9]. Przełomowym rozwiązaniem było pokrycie włókien szklanych innym materiałem o niższym współczynniku załamania (płaszczem) [8]. Taka konstrukcja światłowodów stosowana jest do dziś w telekomunikacji optycznej.

Do końca lat 60' praktyczne zastosowania światłowodów były ograniczone do przesyłania informacji na niewielkich odległościach ze względu na wysoką tłumienność. Kolejnym punktem zwrotnym były dokonania Charles'a K. Kao [10–12], które docenione zostały Nagrodą Nobla w 2009 r. Zauważył on, że wysoka tłumienność szkła kwarcowego stosowanego wtedy do wytwarzania elementów optycznych nie jest jego naturalną cechą, a wynika jedynie z wysokiego poziomu zanieczyszczeń. Niewiele później firma Corning Glass wytworzyła światłowód, w którym tłumienność w paśmie 0,8 μm wynosiła 20 dB/km [13]. Pozwoliło to myśleć o zastosowaniu światłowodów w telekomunikacji, a dalszy postęp technologii umożliwił osiągnięcie w 1979 r. tłumienności 0,2 dB/km w paśmie 1,5 μm [14].

Opracowanie technologii wytwarzania światłowodów o niskiej tłumienność pozwoliło także na rozwój nieliniowej optyki światłowodowej. Sprzyjającym czynnikiem było pojawienie się źródeł światła o dużych gęstościach mocy. W roku 1960 Theodore H. Maiman jako pierwszy zaobserwował akcję laserową w rubinie [15]. W 1962 r. skonstruowano pierwszy laser półprzewodnikowy [16], a po siedmiu latach grupa Ałfierowa zademonstrowała pierwszy laser półprzewodnikowy działający w temperaturze pokojowej [17].

Nieliniowe procesy w światłowodach były zaobserwowane już w latach 70' [6, 18], wśród nich wymuszone rozpraszanie Ramana [19], wymuszone rozpraszanie Brillouina [20], optyczne zjawisko Kerra [21], mieszanie czterech fal [22] oraz samomodulacja fazy [23]. Kolejnym badanym procesem nieliniowym w światłowodach była niestabilność modulacyjna [24], którą zaobserwowano w 1986 r. [25]. Wszystkie wymienione procesy prowadzą do konwersji energii fali elektromagnetycznej pompy na inne częstotliwości. Odgrywają one ważną rolę w generacji supercontinuum, kiedy to konwersja częstotliwości pompy zachodzi do bardzo szerokiego zakresu spektrum [18].

Ważny wkład w nieliniową optykę światłowodową poczynili Hasegawa i Tappert przewidując w 1973 r. istnienie solitonów w obszarze anomalnej dyspersji [26]. Pierwszego eksperymentalnego potwierdzenia ich przewidywań dokonał Mollenauer w 1980 r. [18, 27].

Wraz z rozwojem techniki światłowodowej pojawiły się możliwości poosiowej modulacji ich właściwości i wytworzenia siatek światłowodowych różnych typów. Pierwsza siatka Bragga została przypadkowo wpisana w światłowodzie w 1978 r. przez Hilla, który odkrył efekt fotoczułości w szkłach germanowo-krzemionkowych [28]. Siatki Bragga stosowane są najczęściej jako wąskopasmowe filtry odbiciowe. W technice światłowodowej stosowane są również tak zwane siatki długookresowe, które sprzęgają mod podstawowy z modami płaszczowymi lub modami wyższych rzędów. Szczególnym przypadkiem siatki długookresowej są siatki polaryzacyjne nazywane „rocking filter," które sprzęgają mody polaryzacyjne w światłowodzie dwójłomnym [29].

Od 1996 roku możliwości kształtowania właściwości propagacyjnych włókien optycznych zostały znacznie zwiększone dzięki wynalezieniu światłowodów fotonicznych [30, 31]. Odmienna struktura włókna fotonicznego wpływa zarówno na jego właściwości liniowe jak i nieliniowe. W szczególności można wytwarzać światłowody fotoniczne z zerową dyspersją prędkości grupowej w zakresie widzialnym [32], a nawet uzyskiwać dwukrotne zerowanie się dyspersji prędkości grupowej w zakresie 0,6–1,6 μm. Dodatkowo, w światłowodach fotonicznych efekty nieliniowe mogą być wzmocnione, ze względu na dużo mniejsze pole powierzchni modu.

Nowe możliwości projektowania włókien fotonicznych o pożądanych właściwościach przyczyniły się do dalszego wzrostu zainteresowania nieliniową optyką światłowodową [6,18], a wiarygodne opisanie efektów nieliniowych zachodzących w światłowodach fotonicznych było kolejnym kamieniem milowym w rozwoju technik światłowodowych.

1.2. Cel i teza pracy

Celem niniejszej rozprawy było zbadanie niektórych procesów konwersji energii, które zachodzą w nieliniowych światłowodach. Postawiono tezę, że *poosiowa (wzdłużna) modulacja parametrów światłowodu ma korzystny wpływ na wybrane procesy nieliniowe, w tym w szczególności na generację trzeciej harmonicznej i nieliniową konwersję energii w światłowodach dwójłomnych.* Analizowano możliwość generacji trzeciej harmonicznej w modzie podstawowym dzięki kwazidopasowaniu fazowemu uzyskiwanemu przez poosiową modulację światłowodu. W rozprawie przedstawiono także wyniki badań dotyczących nieliniowej propagacji w światłowodach dwójłomnych i wpływu siatek polaryzacyjnych indukowanych mechanicznie na strukturę widma na wyjściu światłowodów.

Rozdział 2 stanowi krótkie wprowadzenie w tematykę rozprawy i zawiera podstawowe informacje na temat światłowodów oraz definiuje parametry, które służą do opisu ich właściwości. W kolejnych dwóch rozdziałach przedstawiono modele numeryczne wykorzystywane w obliczeniach właściwości liniowych (rozdział 3) oraz symulacjach zjawisk nieliniowych (rozdział 4). Rozdział 5 zawiera wyniki badań numerycznych dotyczących generacji trzeciej harmonicznej w modzie podstawowym z wykorzystaniem techniki kwazidopasowania fazowego. Rozdział 6 przedstawia wyniki symulacji nieliniowej propagacji światła w światłowodach dwójłomnych z długokresowymi siatkami polaryzacyjnymi.

Rezultaty uzyskane w ramach rozprawy zostały częściowo opublikowane w następujących artykułach:

1. K. Tarnowski, B. Kibler, C. Finot, W. Urbańczyk, „Quasi-phase-matched third

harmonic generation in optical fibers using refractive-index gratings," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **47**(5), str. 622–629, 2011 [33];

2. K. Tarnowski, B. Kibler, W. Urbańczyk, „Grating-assisted third-harmonic generation in photonic crystal fibers using a pulse pump," *Journal of the Optical Society of America. B, Optical Physics*, **28**(9), str. 2075–2080, 2011 [34];
3. J. M. Lazaro, A. Quintela, K. Tarnowski, J. Wojcik, W. Urbańczyk, J. M. Lopez-Higuera, „Experimental characterization of the spectral effective index dependence of index-guided photonic crystal fibers," *Measurement Science & Technology*, **21**(5), str. 6, 2010 [35].

Rozdział 2.

Propagacja światła w światłowodach

W tym rozdziale przedstawiono w skrótowy sposób najważniejsze rodzaje światłowodów konwencjonalnych i fotonicznych. Zdefiniowano także parametry, które wykorzystuje się do opisu właściwości transmisyjnych i nieliniowych włókien obu typów.

2.1. Rodzaje światłowodów

2.1.1. Światłowód konwencjonalny o skokowym rozkładzie współczynnika załamania

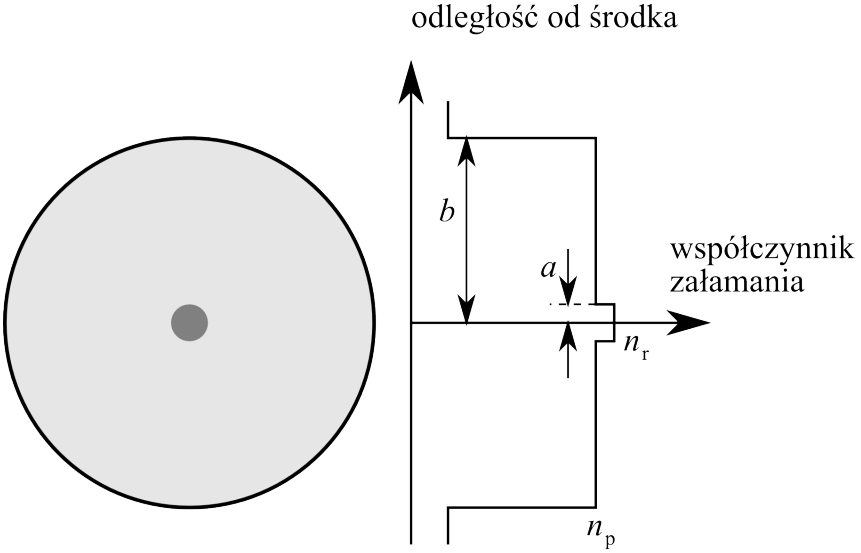
Najprostszą strukturą, która prowadzi światło w oparciu o zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia, jest włókno optyczne o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, przedstawione schematycznie na rysunku 2.1. Centralnie położony rdzeń o współczynniku załamania n_r otoczony jest płaszczem o współczynniku załamania n_p, przy czym $n_\mathrm{p} < n_\mathrm{r}$ [6].

Włókna optyczne najczęściej są wytworzone ze szkła krzemionkowego, choć istnieją także światłowody ze szkieł chalkogenidkowych oraz polimerów. W przypadku szkła krzemionkowego różnicę współczynników załamania uzyskuje się wprowadzając odpowiednie domieszki. Dodatki tlenków germanu (GeO_2) i fosforu (P_2O_5) powodują zwiększenie współczynnika załamania, natomiast fluoru (F_2) i tlenku boru (B_2O_3) zmniejszenie w odniesieniu do czystego SiO_2.

Względna różnica współczynników załamania

$$\Delta = \frac{n_\mathrm{r} - n_\mathrm{p}}{n_\mathrm{r}}, \tag{2.1}$$

oraz promień rdzenia a decydują o modowości światłowodu. Można pokazać, że jeśli



Rysunek 2.1. Przekrój włókna o skokowym rozkładzie współczynnika załamania; n_r – współczynnik załamania rdzenia, n_p – współczynnik załamania płaszcza, a – promień rdzenia, b – promień płaszcza.

parametr V, nazywany częstotliwością znormalizowaną, który zdefiniowany jest jako

$$V = k_0 a \sqrt{n_r^2 - n_p^2}, \tag{2.2}$$

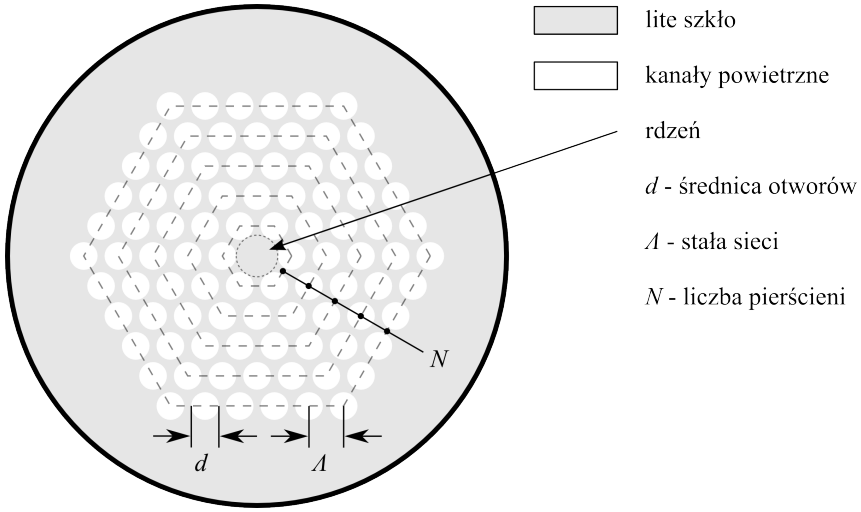
gdzie k_0 jest stałą propagacji fali w próżni, jest mniejszy od 2,405, to włókno jest jednomodowe. Typowymi wartościami dla jednomodowego światłowodu telekomunikacyjnego zoptymalizowanego na drugie okno transmisyjne są $\Delta = 0{,}35\%$ oraz $a = 4{,}5\,\mu$m.

2.1.2. Światłowód fotoniczny typu „index-guided"

Pierwsze włókno optyczne tego typu zostało wykonane przez zespół Phillipa Russela [30]. Zmniejszenie wartości efektywnego współczynnika załamania płaszcza w światłowodach fotonicznych uzyskuje się dzięki obecności kanałów powietrznych, które są rozmieszczone periodycznie, tworząc dwuwymiarowy kryształ fotoniczny. Rdzeniem światłowodu fotonicznego jest defekt sieci, który powstaje poprzez zastąpienie centralnego kanału powietrznego litym szkłem. W rezultacie obszar mikrostrukturalnego płaszcza ma efektywny współczynnik załamania mniejszy niż rdzeń. Schematyczny przekrój włókna fotonicznego typu „index-guided" pokazano na rysunku 2.2.

Parametrami konstrukcyjnymi używanymi do opisu geometrii światłowodu fotonicznego są:

- Λ – stała sieci,



Rysunek 2.2. Schematyczny przekrój włókna fotonicznego typu „index-guided."

- d – średnica otworów powietrznych,
- N – liczba pierścieni otaczających rdzeń.

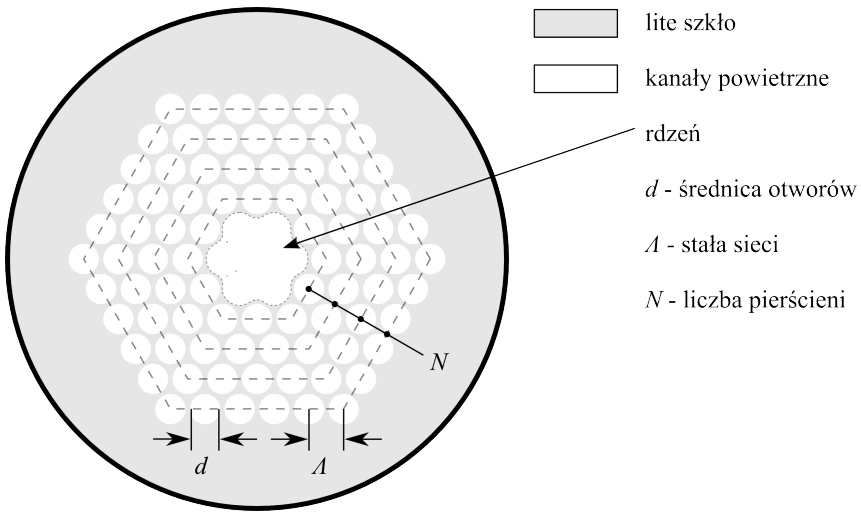
Dodatkowo wprowadza się także liniowy współczynnik wypełnienia (*filling factor*) zdefiniowany jako:

$$f = \frac{d}{\Lambda}. \tag{2.3}$$

W światłowodach fotonicznych typu „index-guided" domieszkowanie szkła nie jest konieczne, aby uzyskać różnicę współczynników załamania między rdzeniem i płaszczem. Dodatkową korzyścią wynikającą z takiej konstrukcji światłowodu jest możliwość uzyskania jednomodowej propagacji dla każdej długości fali. Właściwości włókna fotonicznego mogą być projektowane z dużą elastycznością. Przykładowo możliwe jest przesunięcie długości fali o zerowej dyspersji w stronę widzialnego zakresu widma lub uzyskanie dopasowania prędkości grupowych dla pożądanych długości fal, co zostało wykorzystane w dalszej części rozprawy.

2.1.3. Światłowody wykorzystujące efekt fotonicznej przerwy wzbronionej

W światłowodach tego typu prowadzenie modu uzyskuje się w oparciu o efekt fotonicznej przerwy wzbronionej, która może pojawić się w krysztale fotonicznym tylko dla pewnych pasm spektralnych [36, 37]. Pojęcia kryształu fotonicznego i fotonicznej przerwy wzbronionej zostały stworzone przez analogię do pojęć kryształu i przerwy wzbronionej w elektronowej strukturze pasmowej ciał stałych charakteryzujących się periodycznym potencjałem [38]. W obszarze o okresowym rozkładzie współczynnika załamania fale elektromagnetyczne o pewnych długościach nie mogą



Rysunek 2.3. Schematyczny przekrój włókna fotonicznego o powietrznym rdzeniu prowadzącego światło w oparciu o efekt fotonicznej przerwy wzbronionej.

propagować. Przy odpowiednio dobranych parametrach konstrukcyjnych fala elektromagnetyczna może zostać uwięziona w defekcie stanowiącym rdzeń światłowodu.

Istnieją konstrukcje światłowodów, w których płaszczem jest heksagonalna sieć cylindrycznych otworów (o bardzo dużym współczynniku wypełnienia), a defekt stanowiący rdzeń uzyskuje się przez powiększenie centralnego otworu. W ten sposób uzyskuje się włókna fotoniczne o powietrznym rdzeniu (*hollow core fibers*). Schematyczny przekrój takiego włókna pokazano na rysunku 2.3.

Możliwe jest także uzyskanie fotonicznej przerwy wzbronionej w światłowodzie, w którym periodyczny rozkład współczynnika załamania uzyskuje się dzięki regularnej sieci inkluzji o wyższym współczynniku załamania niż szkło krzemionkowe. W tym przypadku rdzeniem światłowodu jest obszar pozbawiony jednej lub więcej inkluzji. W ten sposób można wytworzyć lite włókna optyczne prowadzące światło w oparciu o efekt fotonicznej przerwy wzbroninej (*all-solid band gap fibers*) [39].

2.2. Parametry opisujące właściwości światłowodów

W tym rozdziale wprowadzono szereg parametrów, które opisują właściwości włókien optycznych. Parametry te przedstawiono z podziałem na liniowe i nieliniowe. Za Agrawalem [6] przyjęto konwencję, w której zmienne zależne od częstotliwości oznaczono tyldą.

Równania Maxwella w światłowodzie dielektrycznym bez prądów i ładunków

swobodnych przyjmują postać [3, 6, 38, 40, 41]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla \times \mathbf{E}, \\ \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \nabla \times \mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \end{aligned} \tag{2.4}$$

gdzie:

- $\mathbf{E}$ – natężenie pola elektrycznego [V/m],
- $\mathbf{D}$ – indukcja elektryczna [C/m^2],
- $\mathbf{H}$ – natężenie pola magnetycznego [A/m],
- $\mathbf{B}$ – indukcja magnetyczna [Wb/m^2].

Dodatkowo, odpowiednie wektory indukcji i natężeń można powiązać następującymi równaniami materiałowymi:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}, \end{aligned} \tag{2.5}$$

w których ε_0 i μ_0 oznaczają przenikalność elektryczną i magnetyczną próżni, natomiast $\mathbf{P}$ i $\mathbf{M}$ indukowaną polaryzację odpowiednio elektryczną i magnetyczną. W ośrodkach niemagnetycznych, a za takie można uznać materiały stosowane do wytwarzania włókien optycznych, $\mathbf{M} = 0$.

Z równań Maxwella i równań materiałowych można wyprowadzić równanie falowe:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{\mathrm{c}^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \tag{2.6}$$

gdzie c oznacza prędkość światła w próżni

$$\mathrm{c} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}. \tag{2.7}$$

Polaryzację w ogólności wyraża się jako szereg [6, 42]:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \varepsilon_0 \left(\tilde{\chi}^{(1)} \otimes \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\chi}^{(2)} \otimes \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\chi}^{(3)} \otimes \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}} + \dots \right), \tag{2.8}$$

gdzie $\chi^{(j)}$ jest wielkością tensorową rzędu $j+1$, którą nazywa się podatnością j-ego rzędu, a symbol $\otimes$ oznacza iloczyn tensorowy odpowiedniego rzędu.

Wektor polaryzacji jest gęstością momentów dipolowych w ośrodku materialnym, które indukowane są przez pole elektryczne $\mathbf{E}$. Dipole te stają się źródłem wtórnego pola elektrycznego, dając wkład do indukcji elektrycznej $\mathbf{D}$, co opisuje równanie (2.5).

Dominujący wkład do całkowitej polaryzacji wnosi podatność pierwszego rzędu $\chi^{(1)}$, nazywana też podatnością liniową. Efekty liniowe zwykle opisuje się wykorzystując względną przenikalność elektryczną ε powiązaną z podatnością równaniem (2.13).

Podatność rzędu drugiego (kwadratowa) $\chi^{(2)}$ jest odpowiedzialna za takie zjawiska nieliniowe jak: generacja drugiej harmonicznej ($\omega + \omega \rightarrow 2\omega$), generacja fali o częstotliwości sumarycznej ($\omega_1 + \omega_2 \rightarrow \omega_3$), fali o częstotliwości różnicowej ($\omega_3 - \omega_2 \rightarrow \omega_1$), stałego pola elektrycznego ($\omega - \omega \rightarrow 0$) oraz za zjawisko elektrooptyczne Pockelsa ($\omega + 0 \rightarrow \omega$). Podatność kwadratowa jest niezerowa tylko w ośrodkach, które wykazują brak środka symetrii. Ze względu na losową strukturę szkła, efekty kwadratowe w światłowodach nie występują.

Istotne są natomiast zjawiska nieliniowe trzeciego rzędu związane z podatnością $\chi^{(3)}$. Należą do nich: samomodulacja fazy, niestabilność modulacyjna, wzajemna modulacja fazy, rozpraszanie Ramana oraz generacja trzeciej harmonicznej. Efekty te opisano szczegółowo w rozdziale 4. Pomijając efekty nieliniowe wyższych rzędów, polaryzację można zapisać jako sumę dwóch wyrazów:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}} + \tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{NL}}, \tag{2.9}$$

gdzie $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}}$ oraz $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{NL}}$ oznaczają odpowiednio część liniową i nieliniową polaryzacji.

W celu opisania propagacji nieliniowej w światłowodach krzemionkowych stosuje się typowo przybliżenie słabej nieliniowości. Zakłada się w nim, że efekty nieliniowe wpływające na zmianę wartości współczynnika załamania są dużo mniejsze, niż poprzeczna modulacja współczynnika załamania. Innymi słowy, przyjmuje się, że rozkład pola prowadzonego modu nie zmienia się w funkcji mocy, natomiast efekty nieliniowe powodują zmianę efektywnego współczynnika załamania oraz sprzęganie pomiędzy częstotliwościami.

2.2.1. Parametry liniowe

W ogólności podatność liniowa jest tensorem rzędu 2, jednakże w szkłach wykorzystywanych do wytwarzania światłowodów, ze względu na ich izotropowość tensor ten można zastąpić skalarem.

Liniowa część polaryzacji może być wtedy zapisana jako:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}} = \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(1)} \tilde{\mathbf{E}}. \tag{2.10}$$

Korzystając z przybliżenia słabej nieliniowości, równanie falowe (2.6) po przejściu do domeny częstotliwościowej można zapisać w następującej postaci:

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}\left(\mathbf{r}, \omega\right) = \tilde{\varepsilon}\left(\mathbf{r}, \omega\right) \frac{\omega^2}{\mathrm{c}^2} \tilde{\mathbf{E}}\left(\mathbf{r}, \omega\right), \tag{2.11}$$

gdzie $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega)$ jest transformatą Fouriera z $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ zdefniowaną jako:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\exp(\mathrm{i}\omega t)\,dt, \tag{2.12}$$

natomiast $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega)$ oznacza względną przenikalność elektryczną ośrodka

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega) = 1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\mathbf{r},\omega). \tag{2.13}$$

Równanie falowe wygodnie jest rozwiązywać przy założeniu monochromatyczności fal, co pozwala zapisać je w następującej postaci:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})\frac{\omega^2}{\mathrm{c}^2}\mathbf{E}(\mathbf{r}). \tag{2.14}$$

Zakładając niezmienniczość włókna optycznego wzdłuż kierunku z można rozdzielić zmienne. Rozwiązaniem równania (2.14) jest wtedy funkcja:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(x,y)\exp(\mathrm{i}\beta z), \tag{2.15}$$

gdzie β oznacza stałą propagacji modu, natomiast $\mathbf{E}(x,y)$ jest rozkładem pola elektrycznego w modzie światłowodu. Stałą propagacji można powiązać z efektywnym współczynnikiem załamania modu w następujący sposób:

$$n = \frac{\beta}{k_0}. \tag{2.16}$$

W przypadku światłowodów fotonicznych równanie falowe rozwiązuje się numerycznie z wykorzystaniem metody elementów skończonych lub metody fal płaskich, które opisano w rozdziale 3.

W przypadku światłowodów konwencjonalnych o symetrii cylindrycznej równanie (2.14) ma rozwiązania analityczne. Ze względu na symetrię wygodnie jest zapisać je we współrzędnych cylindrycznych ρ, ϕ oraz z. Ostatecznie otrzymuje się następujące równanie na składową E_z:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \varepsilon(\rho)k_0^2 E_z = 0. \tag{2.17}$$

Ma ono ogólne rozwiązanie postaci:

$$E_z(\mathbf{r}) = \underbrace{F(\rho)\exp(\mathrm{i}m\phi)}_{E_z(\rho,\phi)}\exp(\mathrm{i}\beta z), \tag{2.18}$$

gdzie m jest liczbą całkowitą (co wynika z okresowości funkcji względem ϕ), natomiast $F(\rho)$ określa zależność radialną.

Spełnia ona równanie Bessela:

$$\frac{d^2F(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dF(\rho)}{d\rho} + \left(n(\rho)^2k_0^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{\rho^2}\right) = 0, \tag{2.19}$$

gdzie skorzystano ze związku pomiędzy przenikalnością elektryczną, a współczynnikiem załamania: $n^2 = \varepsilon$.

W przypadku światłowodu o skokowej zmianie współczynnika załamania, w którym:

$$n(\rho) = \begin{cases} n_\mathrm{r} & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ n_\mathrm{p} & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases}, \tag{2.20}$$

równanie (2.19) ma następujące rozwiązania:

$$F(\rho) = \begin{cases} J_m(p\rho) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ K_m(q\rho) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases}, \tag{2.21}$$

gdzie $J_m(x)$ jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju rzędu m, $K_m(x)$ jest zmodyfikowaną funkcją Bessela pierwszego rodzaju rzędu m, natomiast:

$$p = \sqrt{n_\mathrm{r}^2 k_0^2 - \beta^2}, \tag{2.22}$$

$$q = \sqrt{\beta^2 - n_\mathrm{p}^2 k_0^2}. \tag{2.23}$$

Ostatecznie składowa E_z pola elektrycznego ma następującą postać:

$$E_z = \begin{cases} AJ_m(p\rho)\exp(\mathrm{i}m\phi)\exp(\mathrm{i}\beta z) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ CK_m(q\rho)\exp(\mathrm{i}m\phi)\exp(\mathrm{i}\beta z) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases}. \tag{2.24}$$

Podobne równanie opisuje składową H_z pola magnetycznego:

$$H_z = \begin{cases} BJ_m(p\rho)\exp(\mathrm{i}m\phi)\exp(\mathrm{i}\beta z) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ DK_m(q\rho)\exp(\mathrm{i}m\phi)\exp(\mathrm{i}\beta z) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases}, \tag{2.25}$$

natomiast pozostałe składowe można wyznaczyć z następujących zależności:

$$E_\rho = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{i}}{p^2}\left(\beta\dfrac{\partial E_z}{\partial\rho} + \mu_0\omega\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial H_z}{\partial\phi}\right) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ -\dfrac{\mathrm{i}}{q^2}\left(\beta\dfrac{\partial E_z}{\partial\rho} + \mu_0\omega\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial H_z}{\partial\phi}\right) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases} \tag{2.26}$$

$$H_\rho = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{i}}{p^2}\left(\beta\dfrac{\partial H_z}{\partial\rho} - \varepsilon_0 n_\mathrm{r}^2\omega\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial E_z}{\partial\phi}\right) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ -\dfrac{\mathrm{i}}{q^2}\left(\beta\dfrac{\partial H_z}{\partial\rho} - \varepsilon_0 n_\mathrm{p}^2\omega\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial E_z}{\partial\phi}\right) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases} \tag{2.27}$$

$$E_\phi = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{i}}{p^2}\left(\beta\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial E_z}{\partial\phi} - \mu_0\omega\dfrac{\partial H_z}{\partial\rho}\right) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ -\dfrac{\mathrm{i}}{q^2}\left(\beta\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial E_z}{\partial\phi} - \mu_0\omega\dfrac{\partial H_z}{\partial\rho}\right) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases} \tag{2.28}$$

$$H_\phi = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{i}}{p^2}\left(\beta\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial H_z}{\partial\phi} + \varepsilon_0 n_\mathrm{r}^2\omega\dfrac{\partial E_z}{\partial\rho}\right) & \text{dla} \quad \rho \leqslant a \\ -\dfrac{\mathrm{i}}{q^2}\left(\beta\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial H_z}{\partial\phi} + \varepsilon_0 n_\mathrm{p}^2\omega\dfrac{\partial E_z}{\partial\rho}\right) & \text{dla} \quad \rho > a \end{cases} \tag{2.29}$$

Z warunków ciągłości składowych stycznych pól **E** i **H** na granicy rdzenia i płaszcza wynika równanie dyspersyjne Hondrosa-Debey'a [3, 6]:

$$\left[\frac{J'_m(pa)}{pJ_m(pa)} + \frac{K'_m(qa)}{qK_m(qa)}\right]\left[\frac{J'_m(pa)}{pJ_m(pa)} + \frac{n_\mathrm{p}^2}{n_\mathrm{r}^2}\frac{K'_m(qa)}{qK_m(qa)}\right] = \left(\frac{m\beta k_0\left(n_\mathrm{r}^2 - n_\mathrm{p}^2\right)}{an_\mathrm{r}p^2q^2}\right)^2, \quad (2.30)$$

gdzie prim oznacza różniczkowanie po argumencie danej funkcji.

Dla określonej częstotliwości ω mogą istnieć różne rozwiązania (mody) o różnych stałych propagacji. W analizie równania (2.30) pojawia się parametr nazywany częstotliwością znormalizowaną V zdefiniowany równaniem (2.2) oraz warunek, który musi być spełniony, by światłowód o skokowym rozkładzie współczynnika załamania był jednomodowy:

$$V < 2{,}405. \quad (2.31)$$

Dyspersja

Rozważając rozchodzenie się impulsu w światłowodzie należy uwzględnić, że różne składowe częstotliwościowe posiadają różne stałe propagacji. Ponieważ częstotliwości impulsu ograniczonego w czasie są skupione wokół częstotliwości centralnej ω_0 wygodnie jest rozwinąć zależność $\beta(\omega)$ w szereg Taylora w wokół częstotliwości centralnej ω_0:

$$\beta(\omega) = \sum_{j=0}\frac{1}{j!}\beta_j(\Delta\omega)^j, \quad (2.32)$$

gdzie

$$\beta_j = \left.\frac{d^j\beta}{d\omega^j}\right|_{\omega=\omega_0} \qquad (j = 0, 1, 2, \ldots) \quad (2.33)$$

oraz

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0. \quad (2.34)$$

Parametr β_1 określa prędkość grupową v_g z jaką propaguje impuls

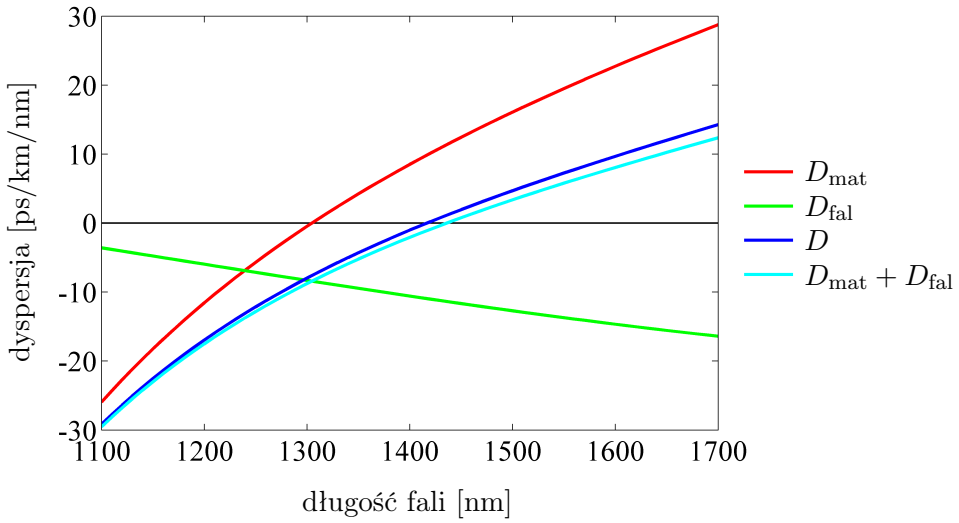
$$\beta_1 = \frac{1}{v_\mathrm{g}} = \frac{n_\mathrm{g}}{\mathrm{c}} = \frac{1}{\mathrm{c}}\left(n + \omega\frac{dn}{d\omega}\right) \quad \left[\frac{\mathrm{ps}}{\mathrm{km}}\right]. \quad (2.35)$$

Jednakże nie wszystkie składowe impulsu propagują z tą samą prędkością, w związku z czym impuls ulega poszerzeniu czasowemu. Zjawisko to nazywane jest dyspersją prędkości grupowej. Ilościowo poszerzenie impulsu określa parametr β_2

$$\beta_2 = \frac{1}{\mathrm{c}}\left(2\frac{dn}{d\omega} + \omega\frac{d^2n}{d\omega^2}\right) \quad \left[\frac{\mathrm{ps}^2}{\mathrm{km}}\right]. \quad (2.36)$$

W praktyce stosowany jest także parametr D, który określany jest mianem dyspersji chromatycznej:

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi\mathrm{c}}{\lambda^2}\beta_2 = -\frac{\lambda}{\mathrm{c}}\frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad \left[\frac{\mathrm{ps}}{\mathrm{km\,nm}}\right]. \quad (2.37)$$



Rysunek 2.4. Dyspersje dla światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.1; kolory oznaczają: czerwony – dyspersja materiałowa, zielony – dyspersja falowodowa, niebieski – dyspersja chromatyczna, błękitny – suma dyspersji materiałowej i falowodowej.

Wkład do dyspersji chromatycznej światłowodu pochodzi od dwóch czynników. Dyspersja materiałowa (D_{mat}) związana jest z zależnością wartości współczynnika załamania materiału od długości fali, natomiast dyspersja falowodowa (D_{fal}) zależy od geometrii włókna optycznego. W pierwszym przybliżeniu dyspersja chromatyczna jest sumą dyspersji materiałowej i falowodowej. Ilustruje to rysunek 2.4, na którym zestawiono dyspersje dla światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania z domieszką szkła germanowego w rdzeniu, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.1. Na rysunku pokazano dyspersję materiałową dla materiału rdzenia (linia czerwona), dyspersję falowodową obliczoną przy założeniu stałej wartości współczynnika załamania szkła (linia zielona), oraz dyspersję chromatyczną uwzględniającą oba czynniki (linia niebieska), a ponadto przybliżenie dyspersji chromatycznej obliczone jako sumę dyspersji materiałowej i falowodowej (linia błękitna).

W zastosowaniach telekomunikacyjnych korzystnym jest, aby poszerzenie impulsu było minimalne. Cel ten osiąga się projektując światłowód tak, aby długość fali, dla której dyspersja jest zerowa (*zero dispersion wavelength*) odpowiadała roboczej długości fali.

Jednakże nawet dla długości fali, przy której spełniony jest warunek zerowej dyspersji, efekty dyspersyjnie nie znikają całkowicie. Istotnym staje się wtedy kolejny wyraz w rozwinięciu w szereg Taylora. Parametr β_3 odpowiada za zjawisko dyspersji trzeciego rzędu. W sytuacji, gdy opisywana jest propagacja bardzo krótkich impulsów, a co za tym idzie impulsów bardzo szerokich spektralnie, rozwinięcie w szereg

może być nie dość dokładne. Konieczne jest wtedy wykorzystanie w obliczeniach pełnej zależności dyspersyjnej $\beta(\omega)$.

Straty

W rzeczywistych włóknach optycznych w trakcie propagacji moc impulsu zmniejsza się. Dzieje się to na skutek: absorpcji materiałowej, rozpraszania Rayleigha oraz strat falowodowych. Ubytek mocy ma charakter wykładniczy. Zakładając, że do światłowodu wprowadzona jest moc P_0, a straty opisuje współczynnik α, to moc na wyjściu włókna o długości L wyraża się wzorem:

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L), \tag{2.38}$$

gdzie α wyrażone jest w km^{-1}. Współczynnik α wyraża się również w dB/km

$$\alpha_{\mathrm{dB}} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = 4{,}343\alpha. \tag{2.39}$$

Dwutlenek krzemu ma rezonans elektronowy w ultrafioletowym zakresie spektrum oraz rezonanse oscylacyjne w dalekiej podczerwieni. Z tego powodu idealnie oczyszczone szkło krzemionkowe praktycznie nie absorbuje energii fal elektromagnetycznych w zakresie od $0{,}5\,\mu$m do $2\,\mu$m [6]. Jednakże ze względu na obecność zanieczyszczeń w postaci jonów OH, które mają rezonas wibracyjny około długości fali $2{,}73\,\mu$m obserwuje się dominujący pik absorpcji około długości fali $1{,}4\,\mu$m oraz mniejszy około długości fali $1{,}23\,\mu$m. Energia fal elektromagnetycznych zamieniana jest na energię drgań atomów w jonach OH. Straty w piku absorpcji mogą być zredukowane do poziomu 1,4 dB/km [43]. Dodatkowo straty w rzeczywistych światłowodach spowodowane są obecnością tlenków metali. Dla szkieł otrzymywanych metodą osadzania z fazy gazowej poziom zanieczyszczeń tlenkami metali jest rzędu 10^{-11}.

Na straty mocy w światłowodach ma także wpływ rozpraszanie Rayleigha spowodowane drobnymi fluktuacjami gęstości i składu szkła. Rozpraszają one światło we wszystkich kierunkach, przy czym straty zależą od długości fali jak odwrotność czwartej potęgi

$$\alpha_{\mathrm{R}} = \frac{C_{\mathrm{R}}}{\lambda^4}, \tag{2.40}$$

gdzie stała C_{R} przyjmuje wartości z przedziału 0,7–0,9 $\left[\dfrac{\mathrm{dB}\,\mu\mathrm{m}^4}{\mathrm{km}}\right]$ w zależności od składu rdzenia, co daje wartości 0,12–0,15 [dB/km] dla $\lambda = 1{,}55\,\mu$m i stanowi dominujący wkład do strat w tym paśmie.

W światłowodach fotonicznych istnieje specyficzny rodzaj strat nazywany stratami falowodowymi, które spowodowane są efektem wyciekania prowadzonego modu.

Część pola modu przedostaje się poza ostatni pierścień otworów i jest wypromieniowywana na zewnątrz światłowodu [44]. Straty związane z tym zjawiskiem opisane są przez zespoloną część stałej propagacji β. Jeżeli

$$\beta = \beta_{\mathrm{re}} - \mathrm{i}\beta_{\mathrm{im}}, \tag{2.41}$$

to współczynnik strat związanych z wyciekaniem modu dany jest przez:

$$\alpha = 2\beta_{\mathrm{im}}. \tag{2.42}$$

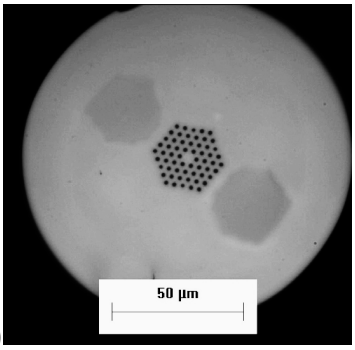
Dwójłomność

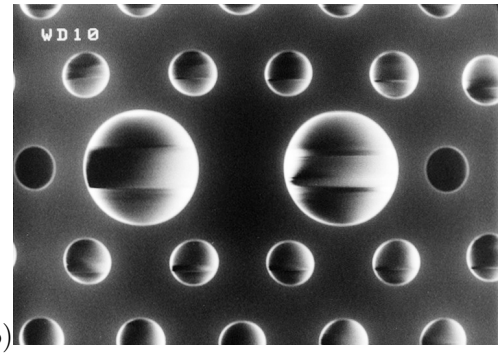
W idealnym światłowodzie o symetrii cylindrycznej światło propagowałoby w postaci modu podstawowego zdegenerowanego, który składa się z dwóch ortogonalnych modów spolaryzowanych liniowo. W układach rzeczywistych niedoskonałości wykonania oraz czynniki zewnętrzne wpływają w niekontrolowany sposób na stałe propagacji. Światłowody takie nie zachowują stanu polaryzacji i nie mogą być zastosowane do koherentnej transmisji danych lub do budowy czujników interferencyjnych, gdzie wymagana jest zgodność stanów polaryzacji interferujących wiązek [45].

Trudność tę można pokonać wykorzystując światłowody dwójłomne, w których usuwa się degenerację modów polaryzacyjnych dzięki złamaniu symetrii cylindrycznej. Efekt ten osiąga się zmieniając geometrię rdzenia, bądź wprowadzając anizotropowe naprężenia, a najczęściej przez połączenie obu metod.

Dwójłomość generowaną dzięki naprężeniom można osiągnąć zarówno w światłowodach tradycyjnych, jak i w światłowodach fotonicznych. Naprężenia uzyskuje się dzięki wprowadzeniu w strukturę włókna elementów o innym współczynniku rozszerzalności termicznej niż szkło krzemionkowe. Są to zazwyczaj obszary domieszkowane B_2O_3, które charakteryzują się znacznie większymi współczynnikami rozszerzalności termicznej niż czyste szkło krzemionkowe, co skutkuje powstawaniem znacznych naprężeń w obszarze rdzenia podczas wyciągania włókna. Przykładowy przekrój fotonicznego włókna dwójłomnego z elementami naprężającymi pokazano na rysunku 2.5a.

Dwójłomność generowana naprężeniowo słabo zależy od długości fali, natomiast dwójłomność pochodzenia geometrycznego jest dyspersyjna i zazwyczaj rośnie z długością fali. Istnieje kilka sposobów indukowania dwójłomności geometrycznej w światłowodach fotonicznych. Jednym z nich jest zwiększenie średnic dwóch kanałów płaszczowych w pobliżu rdzenia. Można także złamać symetrię heksagonalną płaszcza poprzez zmniejszenie średnic w jednym rzędzie kanałów powietrznych. Kolejnym sposobem jest wytworzenie rdzenia o podłużnym kształcie poprzez wprowadzenie podwójnego lub potrójnego defektu w sieci kanałów powietrznych. Przykładowy

(a) 

(b) 

Rysunek 2.5. (a) Przekrój fotonicznego światłowodu o dwójłomności generowanej przez elementy naprężające domieszkowane B_2O_3 położone w zewnętrznej części płaszcza (szare obszary) [46] (b) Struktura światłowodu o dwójłomności generowanej geometrycznie [47].

przekrój obszaru rdzenia światłowodu o dwójłomności generowanej efektami geometrycznymi pokazano na rysunku 2.5b.

We włóknach dwójłomnych stałe propagacji modów polaryzacyjnych stają się różne, a miarą różnicy pomiędzy nimi jest parametr nazywany fazową dwójłomnością modową:

$$B = \frac{(\beta_x - \beta_y)}{k_0} = n_x - n_y \ . \tag{2.43}$$

Z dwójłomnością wiąże się droga zdudnień:

$$L_B = \frac{2\pi}{|\beta_x - \beta_y|} = \frac{\lambda}{|B|}, \tag{2.44}$$

która odpowiada długości światłowodu, po przebyciu której różnica faz pomiędzy modami polaryzacyjnymi zmienia się o 2π.

Ponieważ dyspersje obu stałych propagacji mogą się różnić, zatem B również zależy od częstotliwości. Dyspersję chromatyczną dwójłomności fazowej opisuje parametr

$$G = B - \lambda \frac{dB}{d\lambda}, \tag{2.45}$$

nazywany grupową dwójłomnością modową. We włóknach fotonicznych z dwójłomnością typu geometrycznego drugi wyraz w powyższym wzorze jest zazwyczaj dominujący, co powoduje, że B i G mają przeciwne znaki.

2.2.2. Parametry nieliniowe

Procesy nieliniowe zachodzące w światłowodach związane są z nieliniowym wkładem $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{NL}}$ do całkowitej polaryzacji $\tilde{\mathbf{P}}$, zgodnie z równaniem (2.9). W najogólniejszym przypadku polaryzację $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{NL}}$ można zapisać następująco:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\mathrm{NL}} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \otimes \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{E}}, \tag{2.46}$$

gdzie $\chi^{(3)}$ jest tensorem rzędu czwartego, a $\otimes$ oznacza iloczyn tensorowy. W ogólności tensor ten ma osiemdziesiąt jeden elementów. W ośrodkach izotropowych dwadzieścia jeden z nich jest niezerowych, w tym trzy są liniowo niezależne [42].

W pierwszym przybliżeniu rozważa się nieliniową propagację spolaryzowanej fali elektromagnetycznej. W tym przypadku zarówno pole elektryczne, jak i polaryzacja elektryczna mają składowe tylko wzdłuż osi x. Dodatkowo zakładając, że amplituda jest wolnozmienna, pole elektryczne można zapisać w następującej postaci:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}\left[E(\mathbf{r},t)\exp(-\mathrm{i}\omega_0 t) + \text{c.c.}\right], \tag{2.47}$$

gdzie $\hat{x}$ oznacza wersor wzdłuż kierunku osi x.

Polaryzację elektryczną można wyrazić, zgodnie z równaniem (2.9), z podziałem na część liniową i nieliniową:

$$\mathbf{P}_{\mathrm{L}}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}\left[P_{\mathrm{L}}(\mathbf{r},t)\exp(-\mathrm{i}\omega_0 t) + \text{c.c.}\right], \tag{2.48}$$

$$\mathbf{P}_{\mathrm{NL}}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}\left[P_{\mathrm{NL}}(\mathbf{r},t)\exp(-\mathrm{i}\omega_0 t) + \text{c.c.}\right]. \tag{2.49}$$

Zakłada się, że propagująca fala zachowuje stan polaryzacji (w zależności od kontekstu określenie „polaryzacja" odnosi się do polaryzacji elektrycznej indukowanej przez pole elektryczne lub do stanu polaryzacji tego pola). Bardziej skomplikowany przypadek nieliniowej propagacji światła w dwójłomnym włóknie optycznym, kiedy to nie można założyć skalarności pola, przedstawiono w rozdziale 6.

Korzystając z wymienionych powyżej założeń czasową zależność nieliniowej części polaryzacji można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{NL}}(\mathbf{r},t) &= \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{t} dt_1 \int_{-\infty}^{t} dt_2 \int_{-\infty}^{t} dt_3 \\ &\times \chi^{(3)}_{xxxx}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) E(\mathbf{r},t_1)\, E(\mathbf{r},t_2)\, E(\mathbf{r},t_3). \end{aligned} \tag{2.50}$$

Główny wkład do części nieliniowej polaryzacji dają efekty elektronowe. W porównaniu do szybkości zmian pola fali elektromagnetycznej są one natychmiastowe. Mniejszy wkład pochodzi od przesunięć jąder, przy czym ich odpowiedź jest dużo wolniejsza ($60 - 70\,\mathrm{fs}$) niż odpowiedź elektronowa. Dla impulsów dłuższych niż $1\,\mathrm{ps}$ można zakładać, że odpowiedź ośrodka jest natychmiastowa, a zależność podatności $\chi^{(3)}$ od czasu można przedstawić w postaci iloczynu delt Diraca:

$$\chi^{(3)}_{xxxx}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) = \chi^{(3)}_{xxxx}\delta(t-t_1)\delta(t-t_2)\delta(t-t_3). \tag{2.51}$$

Dla krótszych impulsów konieczne może być uwzględnienie rozpraszania Ramana. Zjawisko to zostało szczegółowo opisane w rozdziale 4.1.6.

Podstawiając wyrażenie na pole elektryczne monochromatycznej fali o częstotliwości ω_0 oraz równanie (2.51) do (2.50) można pokazać, że polaryzacja nieliniowa

P_{NL} ma człony oscylujące z częstotliwościami ω_0 oraz $3\omega_0$. Związane są one odpowiednio z samomodulacją fazy oraz generacją trzeciej harmonicznej. Ze względu na niedopasowanie fazowe, ten ostatni efekt jest zwykle bardzo mało wydajny. Rozdział 5 zawiera szczegółowy opis tego zjawiska wraz z propozycją poprawy jego wydajności.

Pomijając wyraz związany z trzecią harmoniczną, polaryzację nieliniową można zapisać w następującej postaci:

$$P_{\mathrm{NL}}(\mathbf{r},t) \approx \varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{NL}} E(\mathbf{r},t), \tag{2.52}$$

gdzie nieliniowy wkład do przenikalności elektrycznej dany jest przez:

$$\varepsilon_{\mathrm{NL}} = \frac{3}{4}\chi^{(3)}_{xxxx} |E(\mathbf{r},t)|^2 . \tag{2.53}$$

Podsumowując, dla ośrodków z nieliniowością typu Kerra przenikalność elektryczną można zapisać w postaci:

$$\varepsilon(\mathbf{r},t) = 1 + \chi^{(1)}_{xx} + \frac{3}{4}\chi^{(3)}_{xxxx} |E(\mathbf{r},t)|^2 . \tag{2.54}$$

Tak zdefiniowany parametr ε pojawia się w równaniu falowym Helmholtza, które zapisane w domenie częstotliwościowej przyjmuje postać:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0. \tag{2.55}$$

Z ostatniego równania wyprowadza się uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera, które opisuje propagację nieliniową światła w światłowodach.

Nieliniowy współczynnik Kerra

W ośrodku nieliniowym można przedstawić współczynnik załamania jako sumę części liniowej i składnika zależnego od natężenia fali elektromagnetycznej:

$$n = n_0 + n_2^E |E(\mathbf{r},t)|^2 , \tag{2.56}$$

gdzie nieliniowy współczynnik Kerra n_2^E powiązany jest z podatnością $\chi^{(3)}$ następującą zależnością:

$$n_2^E = \frac{3}{8n_0}\mathrm{Re}\left(\chi^{(3)}_{xxxx}\right) \quad \left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V}^2}\right]. \tag{2.57}$$

W praktyce częściej wykorzystuje się nieliniowy współczynnik Kerra n_2 wyrażony w m^2/W. Współczynnik załamania ma wtedy postać:

$$n = n_0 + n_2 I, \tag{2.58}$$

gdzie

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \mathrm{c} n_0 |E(\mathbf{r},t)|^2 . \tag{2.59}$$

Podatność trzeciego rzędu wiąże się ze współczynnikiem nieliniowości Kerra n_2 w następujący sposób:

$$\chi^{(3)} = \frac{4}{3}\varepsilon_0 c n_0^2 n_2. \tag{2.60}$$

Nieliniowy współczynnik Kerra n_2 w czystym szkle krzemionkowym w paśmie $1\,\mu$m ma wartość $2{,}44 \times 10^{-20}\,\mathrm{W/m^2}$ [48]. Natomiast wartości mierzone dla krzemionkowych włókien optycznych mieszczą się w przedziale $2{,}2-3{,}4\times10^{-20}\,\mathrm{m^2/W}$ [6]. Dość duży rozrzut wynika z różnic w składzie szkła. Przykładowo, domieszkowanie GeO_2 powoduje zwiększenie współczynnika nieliniowości Kerra.

Współczynnik nieliniowości γ

Równanie falowe (2.55) rozwiązuje się metodą rozdzielenia zmiennych wykorzystując podstawienie:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y)\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)\exp(\mathrm{i}\beta_0 z), \tag{2.61}$$

gdzie $F(x, y)$ to rozkład pola modu, β_0 stała propagacji dla częstotliwości centralnej ω_0, natomiast $\tilde{A}\,(z, \omega)$ jest wolnozmienną amplitudą. Otrzymać można wtedy uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera, które szczegółowo opisano w rozdziale 4.1. Ważnym parametrem w tym równaniu jest współczynnik nieliniowości γ, który wiąże się ze współczynnikiem nieliniowości Kerra relacją

$$\gamma = \frac{n_2\omega}{\mathrm{c}A_{\mathrm{eff}}} \quad \left[\frac{1}{\mathrm{W\,km}}\right], \tag{2.62}$$

gdzie A_{eff} oznacza efektywne pole modu.

Efektywne pole modu

Dla fali elektromagnetycznej o ustalonej mocy optycznej propagującej w światłowodzie wpływ na siłę efektów nieliniowych ma rozmiar modu. Im mniejsza wielkość efektywnego pola modu, tym większa gęstość mocy w rdzeniu światłowodu oraz natężenie pola elektrycznego, a co za tym idzie silniejsze są efekty nieliniowe.

Efektywne pole modu zdefiniowane jest następująco:

$$A_{\mathrm{eff}} = \frac{\left(\iint_{-\infty}^{\infty} |F\,(x,y)|^2\,dxdy\right)^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} |F\,(x,y)|^4\,dxdy} \quad \left[\mu\mathrm{m}^2\right]. \tag{2.63}$$

Zależy ono od parametrów konstrukcyjnych światłowodu. W światłowodach typu „index-guided" (zarówno konwencjonalnych, jak i fotonicznych) efektywne pole modu maleje wraz z długością fali. Typowo efektywne pole modu mieści się w przedziale od 1 do $100\,\mu\mathrm{m}^2$ w paśmie $1{,}5\,\mu$m, a co za tym idzie współczynnik nieliniowości γ w światłowodach krzemionkowych osiąga wartości od 1 do $100\,(\mathrm{W\,km})^{-1}$.

Rozdział 3.

Wyznaczanie charakterystyk liniowych

Pierwszym krokiem do opisania nieliniowej propagacji fali elektromagnetycznej w światłowodzie jest wyznaczenie jego parametrów liniowych. Otrzymuje się je poprzez rozwiązanie równania falowego (2.14), przy czym analityczne rozwiązanie jest możliwe tylko w przypadku światłowodów o skokowym profilu współczynnika załamania. Dla światłowodów o bardziej złożonej strukturze współczynnika załamania równanie falowe rozwiązuje się stosując metody numeryczne.

W tym rozdziale opisano metodę elementów skończonych oraz metodę fal płaskich, stosowane do numerycznego rozwiązywania równania falowego, a ponadto przedstawiono wyniki testów zbieżności obu metod. Zaprezentowane metody wykorzystano do wyznaczania stałych propagacji oraz rozkładów pola modów we włóknach optycznych. Obie metody mogą być także stosowane do wyznaczania fotonicznej struktury pasmowej układów periodycznych.

3.1. Metoda elementów skończonych

Metoda elementów skończonych jest najpopularniejszą metodą numeryczną stosowaną do rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych, które pojawiają się w szerokim spektrum zagadnień naukowych oraz inżynierskich. Także równanie falowe:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\omega^2}{\mathrm{c}^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \tag{3.1}$$

może być rozwiązywane z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Wyznacza się w ten sposób efektywne współczynniki załamania i rozkłady pól modów. Do obliczeń metodą elementów skończonych przeprowadzonych w ramach rozprawy stosowano komercyjnie dostępne oprogramowanie – COMSOL Multiphysics [49].

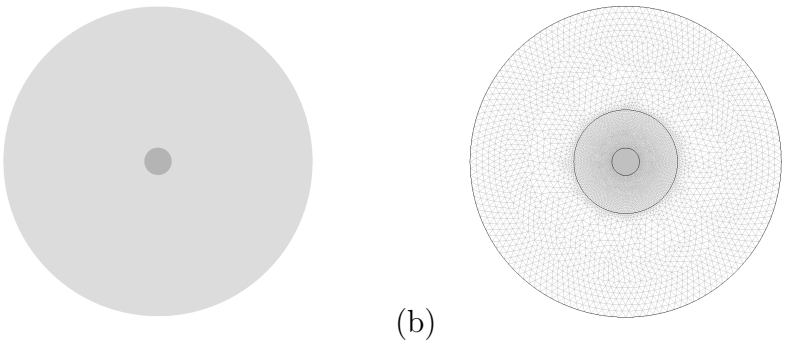
3.1.1. Dyskretyzacja zagadnienia

W metodzie elementów skończonych równanie falowe zastępuje się algebraicznym zagadnieniem własnym, w którym funkcja własna opisuje rozkład modu, a wartość własna odpowiada stałej propagacji. Cel ten osiąga się dzięki podziałowi przekroju światłowodu na elementy skończone (dyskretyzacji). Do stworzenia siatki najczęściej używa się triangulacji Delaunay'a [50] korzystającej z elementów trójkątnych, choć stosowane są także inne wielokąty oraz inne metody siatkowania. Ponadto w obszarach, w których oczekiwana jest duża zmienność rozwiązania należy zagęścić siatkę, co służy zwiększeniu dokładności rozwiązania.

Przykładową siatkę zastosowaną w modelu opisującym światłowód o skokowym rozkładzie współczynnika pokazano na rysunku 3.1. Wyniki uzyskane dla tego przypadku wykorzystano w symulacjach zjawisk nieliniowych, które opisano w rozdziale 5. Powiększenie siatki w obszarze rdzenia i w jego sąsiedztwie przedstawiono na rysunku 3.2. Siatka jest gęstsza (zbudowana jest z mniejszych elementów) tam, gdzie spodziewamy się uzyskać dużą zmienność rozwiązania (rozkładu pola modu).

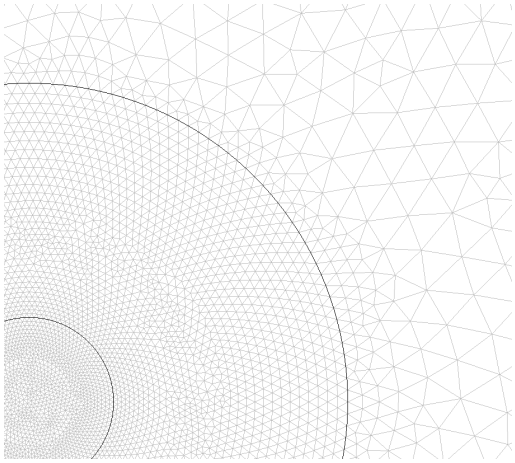
Siatkę dyskretną można stworzyć dla struktury o dowolnym kształcie, dzięki czemu możliwe jest wykonanie obliczeń nie tylko dla idealnego projektu światłowodu, ale także dla modelu stworzonego na podstawie zdjęcia rzeczywistej struktury [35, 51].

Na rysunku 3.3. pokazano procedurę konstruowania siatki dla rzeczywistego włókna fotonicznego, na przykładzie światłowodu wytworzonego w Pracowni Technologii Światłowodów Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie. W pierwszym kroku obraz światłowodu ze skaningowego mikroskopu elektronowego poddaje się obróbce graficznej. W ten sposób uzyskuje się informację o faktycznym położeniu, rozmiarze i kształcie rdzenia oraz kanałów powietrznych. Następnie taki obraz przetwarza się uzyskując siatkę stosowaną do obliczeń metodą elementów skończonych.

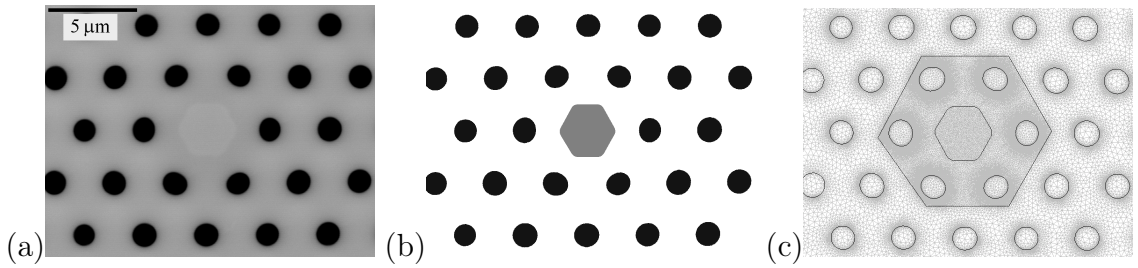


(a) (b)

Rysunek 3.1. (a) Rozkład współczynnika załamania w przykładowym włóknie o skokowym profilu współczynnika załamania, (b) siatka stworzona do obliczeń metodą elementów skończonych.



Rysunek 3.2. Powiększenie siatki pokazujące zmienny rozmiar elementów w obszarze rdzenia, w jego bezpośrednim sąsiedztwie oraz przy zewnętrznej granicy płaszcza.



Rysunek 3.3. Procedura konstruowania siatki wykorzystywanej w obliczeniach metodą elementów skończonych; (a) obraz światłowodu uzyskany za pomocą skaningowego mikroskopu elektronowego, (b) struktura światłowodu otrzymana po obróbce graficznej zdjęcia, kolor biały oznacza czyste szkło krzemionkowe, kolorem czarnym zaznaczono kanały powietrzne, kolorem szarym rdzeń domieszkowany szkłem germanowym, (c) siatka elementów skończonych wykorzystana w obliczeniach [35].

Wykorzystanie zdjęcia realnej struktury pozwala zwiększyć wiarygodność obliczeń numerycznych. Wyniki obliczeń zależności efektywnego współczynnika załamania od długości fali dla tego światłowodu, które zostały opublikowane w artykule [35], przedstawiono w rozdziale 3.1.3.

3.1.2. Warunki brzegowe

Istotnym zagadnieniem w wyznaczaniu efektywnych współczynników załamania oraz modów światłowodu są warunki brzegowe. Zwykle wykorzystuje się jeden z dwóch typów warunków brzegowych:

- PEC – idealny przewodnik (*Perfect Electric Conductor*) [52],
- PML – warstwy idealnie dopasowane (*Perfectly Matched Layers*) [53, 54].

W pierwszym przypadku zakłada się, że pole elektryczne spełnia na granicy obszaru obliczeniowego następującą relację:

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = 0, \tag{3.2}$$

gdzie $\hat{\mathbf{n}}$ oznacza wektor normalny do granicy obszaru obliczeniowego. Fizycznie odpowiada to umieszczeniu na brzegu obszaru obliczeniowego idealnego przewodnika. Powierzchnia taka odbija całe padające na nią promieniowanie elektromagnetyczne. Tego typu warunki brzegowe stosuje się do modelowania światłowodów, które dla zadanej długości fali prowadzą rozpatrywany mod bez strat falowodowych. Oznacza to, że przy granicy obszaru obliczeniowego pole elektryczne jest praktycznie zerowe, a zatem ewentualne odbicie nie wpływa na rozwiązanie równania falowego.

W przypadku włókien, dla których oczekiwany jest pewien poziom strat związanych w wyciekaniem modu należy wykorzystać warstwy idealnie dopasowane. Przy granicy obszaru umieszczone są warstwy absorbujące o parametrach dobranych tak, aby pomiędzy właściwą częścią obszaru obliczeniowego a nimi, nie pojawiało się odbicie. Osiąga się to dzięki idealnemu dopasowaniu impedancji warstw do impedancji ośrodka wypełniającego obszar obliczeniowy, skąd bierze się nazwa tego typu warunków brzegowych. Rozwiązując zagadnienie własne uzyskuje się wartość własną w postaci zespolonej, której część urojona związana jest ze współczynnikiem strat relacją (2.41) [44, 45].

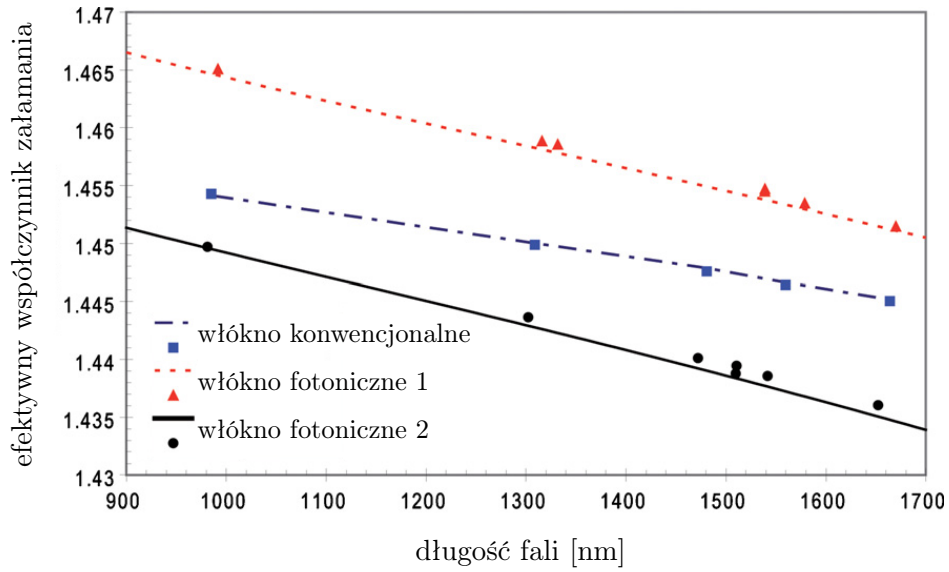
3.1.3. Porównanie z wynikami eksperymentalnymi

W pracy [35] pokazano porównanie wartości efektywnych współczynników załamania obliczonych metodą elementów skończonych oraz zmierzonych z wykorzystaniem siatki Bragga. W światłowodach (konwencjonalnym i mikrostrukturalnych), zawierających różne koncentracje domieszki szkła germanowego w rdzeniu, wytwarzano periodyczne modulacje współczynnika załamania o znanych okresach. Zapisu siatek dokonywano z wykorzystaniem koherentnej wiązki z lasera UV oraz maski fazowej.

Na podstawie położeń maksimów w widmie odbitym od wytworzonej siatki braggowskiej można wnioskować o wartości efektywnego współczynnika załamania. Długość fali, dla której odbicie osiąga maksimum ($\lambda_{\max}$) powiązana jest z efektywnym współczynnikiem załamania (n_{FBG}) następującą zależnością:

$$\lambda_{\max} = 2\Lambda_{\mathrm{FBG}} n_{\mathrm{FBG}}, \tag{3.3}$$

gdzie Λ_{FBG} jest okresem siatki, a n_{FBG} oznacza efektywny współczynnik załamania światłowodu z siatką.



Rysunek 3.4. Porównanie obliczonych zależności efektywnego współczynnika załamania od długości fali oraz wartości zmierzonych przy pomocy siatek Bragga dla dwóch włókien fotonicznych i jednego światłowodu konwencjonalnego [35].

Ponieważ celem pomiaru było wyznaczenie efektywnego współczynnika załamania włókna bez siatki, wykorzystano relację podaną przez Erdogana [55]:

$$\lambda_{\max} = 2\left(1 + \frac{\overline{\delta n}_{\text{eff}}}{n_{\text{eff}}}\right)\Lambda_{\text{FBG}} n_{\text{eff}}, \tag{3.4}$$

gdzie n_{eff} jest efektywnym współczynnikiem załamania modu prowadzonego w światłowodzie, natomiast $\overline{\delta n}_{\text{eff}}$ jest średnią zmianą współczynnika załamania związaną z podniesieniem wartości współczynnika załamania w trakcie zapisu siatki. Z równania (3.4) wynika następujący wzór na efektywny współczynnik załamania:

$$n_{\text{eff}} = \frac{\lambda_{\max}}{2\Lambda_{\text{FBG}}} - \overline{\delta n}_{\text{eff}}. \tag{3.5}$$

W celu wyznaczenia wartości $\overline{\delta n}_{\text{eff}}$ prowadzono pomiar widma odbicia od siatki w trakcie jej wytwarzania. Otrzymano wartości $\overline{\delta n}_{\text{eff}}$ rzędu 2×10^{-4} w przypadku włókien fotonicznych oraz 1×10^{-4} dla włókna konwencjonalnego.

Na rysunku 3.4 pokazano wyniki pomiarów efektywnego współczynnika załamania oraz wyznaczone metodą elementów skończonych zależności w funkcji długości fali [35]. Otrzymano bardzo dobrą zgodność wyników, co potwierdza wiarygodność zarówno stosowanej metody numerycznej rozwiązywania równania falowego, jak i procedury konstruowania siatki w oparciu o zdjęcie wykonane skaningowym mikroskopem elektronowym.

Zaprezentowane wyniki pozwalają ponadto wskazać różnice pomiędzy badanymi włóknami. Pierwszą jest nachylenie zależności efektywnego współczynnika załama-

nia od długości fali, które w przypadku włókien fotonicznych przybiera wartości $-2{,}029 \times 10^{-5}\,\mathrm{nm}^{-1}$ i $-2{,}044 \times 10^{-5}\,\mathrm{nm}^{-1}$, natomiast w przypadku włókna konwencjonalnego $-1{,}388 \times 10^{-5}\,\mathrm{nm}^{-1}$. Kolejną są duże różnice efektywnych współczynników załamania pomiędzy włóknami, które związane są z poziomami domieszki szkła germanowego w rdzeniach.

3.2. Metoda fal płaskich

Podstawowym zastosowaniem metody fal płaskich jest wyznaczanie fotonicznej struktury pasmowej kryształów fotonicznych, jednakże można ją także zastosować do wyznaczania charakterystyk liniowych światłowodów. Do obliczeń przeprowadzonych w ramach rozprawy wykorzystano oprogramowanie MIT Photonic-Bands (MPB) [56].

Metoda fal płaskich bazuje na podstawowej cesze kryształów fotonicznych, a mianowicie na ich periodyczności. Równanie falowe:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\omega^2}{\mathrm{c}^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \tag{3.6}$$

sprowadza się do algebraicznego zagadnienia własnego stosując rozwinięcie w szereg Fouriera, przy czym liczba uwzględnionych wyrazów szeregu decyduje o dokładności rozwiązania. Inaczej niż w metodzie elementów skończonych rolę wartości własnej zagadnienia pełni częstotliwość ω, natomiast wektorami własnymi są rozkłady pola elektromagnetycznego wyrażone w bazie fal płaskich, wyznaczane dla ustalonego wektora propagacji.

W metodzie fal płaskich wykorzystuje się fakt, że rozkład współczynnika załamania w płaszczu jest okresowy. Spełniona jest zależność:

$$n(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = n(\mathbf{r}), \tag{3.7}$$

dla każdego wektora sieci $\mathbf{R}$, który wyraża się przez podstawowe wektory sieci $\mathbf{a}_1$ i $\mathbf{a}_2$ następująco:

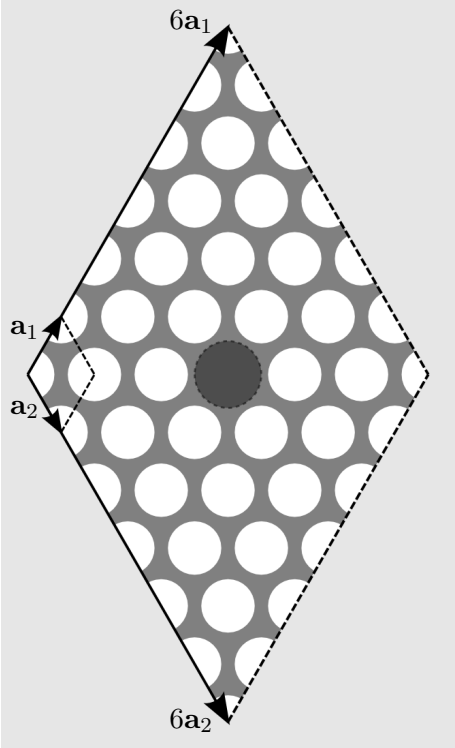
$$\mathbf{R} = l_1 \mathbf{a}_1 + l_2 \mathbf{a}_2, \tag{3.8}$$

gdzie l_1 oraz l_2 oznaczają liczby całkowite. Z periodyczności układu wynikają periodyczne warunki brzegowe, które są charakterystyczne dla tej metody.

Płaszcz światłowodów fotonicznych najczęściej jest kryształem fotonicznym o symetrii heksagonalnej. Wektory bazowe takiej sieci to:

$$\mathbf{a}_1 = \Lambda \left[\frac{1}{2}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \right], \tag{3.9}$$

$$\mathbf{a}_2 = \Lambda \left[\frac{1}{2}, \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \right], \tag{3.10}$$



Rysunek 3.5. Przykładowa superkomórka wykorzystywana w obliczeniach metodą fal płaskich składająca się z 36 komórek elementarnych kryształu fotonicznego, podstawowe wektory sieci $\mathbf{a}_1$ i $\mathbf{a}_2$ rozpinają pojedynczą komórkę elementarną, natomiast ich wielokrotności $6\mathbf{a}_1$ i $6\mathbf{a}_2$ rozpinają superkomórkę; kolorem białym oznaczono kanały powietrzne, kolorem szarym szkło krzemionkowe, kolorem ciemnoszarym obszar rdzenia o podwyższonym współczynniku załamania.

gdzie Λ jest stałą sieci.

W celu zbadania charakterystyk liniowych światłowodu fotonicznego konstruuje się superkomórkę zawierającą defekt sieci – rdzeń światłowodu, a następnie poszukuje się rozwiązań równania falowego dla takiej superkomórki. Przykładową superkomórkę zbudowaną z 36 komórek elementarnych pokazano na rysunku 3.5.

3.3. Testy zbieżności

W przypadku każdej metody numerycznej otrzymuje się rozwiązanie przybliżone. W celu oszacowania niedokładności rozwiązania przeprowadza się testy zbieżności. W ramach rozprawy przeprowadzono testy zbieżności metody elementów skończonych oraz metody fal płaskich dla światłowodów fotonicznych oraz włókna konwencjonalnego.

Obiema metodami przeprowadzono obliczenia dla światłowodu konwencjonalnego o skokowym profilu współczynnika załamania, którego projekt przedstawiono

w rozdziale 5.2.1 oraz światłowodu fotonicznego, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.2. W przypadku metody elementów skończonych testy zbieżności przeprowadzono w funkcji liczby elementów siatki, natomiast w przypadku metody fal płaskich badano zmienność obliczanych efektywnych współczynników załamania w funkcji liczby fal płaskich uwzględnionych w rozwinięciu w szereg Fouriera (M) oraz rozmiaru superkomórki (m).

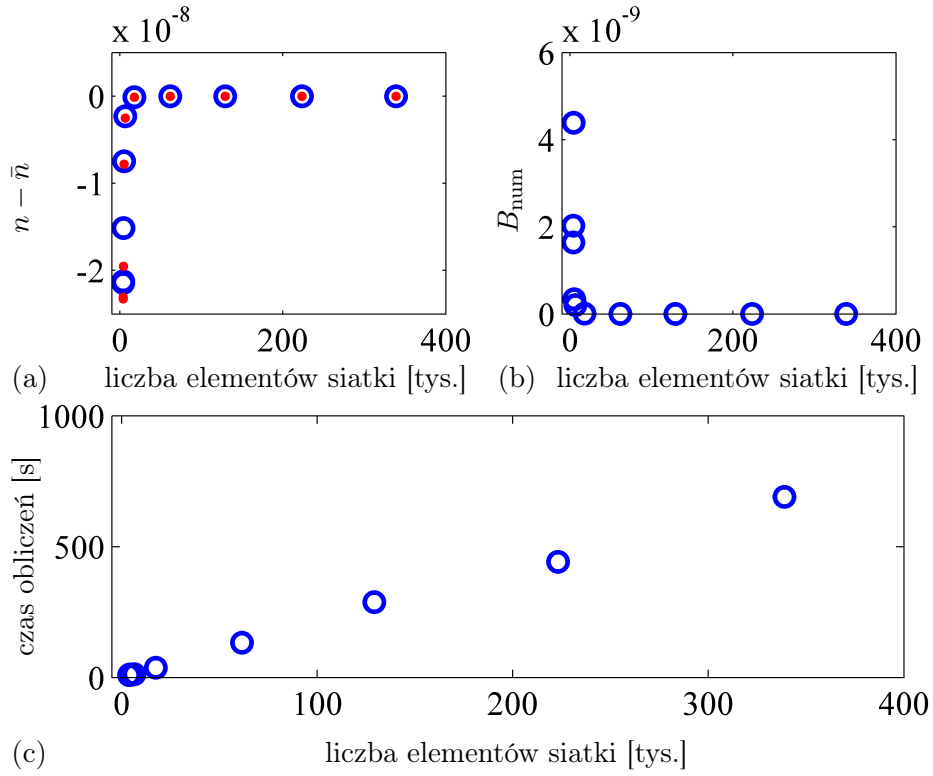
Testy zbieżności dla rzeczywistego włókna fotonicznego przedstawionego na rysunku 3.3, które wykorzystano w pracy [35], wykonano dla metody elementów skończonych. W obliczeniach wykorzystano siatki dyskretne, które otrzymano na podstawie zdjęć ze skaningowego mikroskopu elektronowego.

Wszystkie obliczenia przeprowadzono na stacji roboczej wyposażonej w procesor Intel Core2 Quad CPU Q9550 @ 2.83GHz oraz 8 GB pamięci operacyjnej działającej pod kontrolą systemu operacyjnego Windows 7.

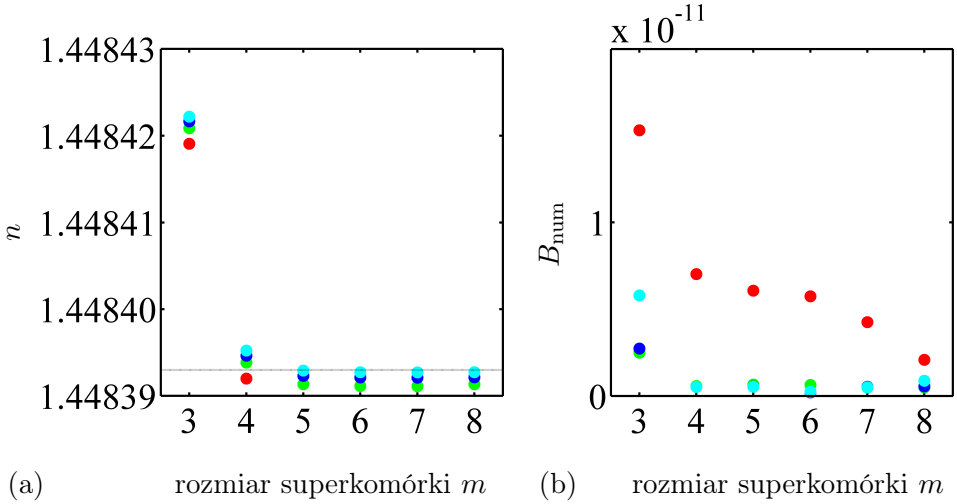
3.3.1. Światłowód konwencjonalny o skokowym rozkładzie współczynnika załamania

Rysunek 3.6 przedstawia wyniki testów zbieżności obliczeń efektywnego współczynnika załamania metodą elementów skończonych dla modelu numerycznego światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania dla długości fali $\lambda = 1{,}55\,\mu$m. Na rysunku 3.6a pokazano różnice pomiędzy wartościami efektywnego współczynnika załamania n obliczonymi w funkcji liczby elementów siatki, a efektywnym współczynnikiem załamania $\bar{n}$ obliczonym dla najgęstszej siatki o około 339 tysiącach elementów. W przypadku światłowodów, które nie wykazują dwójłomności, dodatkowym parametrem pozwalającym ocenić dokładność rozwiązania jest dwójłomność numeryczna B_{num}, której zależność od liczby elementów siatki pokazano na rysunku 3.6b. Z wykresów tych można wnioskować, że dla zbadanego modelu dokładność 10^{-9} można osiągnąć dla siatki o kilkunastu tysiącach elementów. Wysoka dokładność związana jest z bardzo prostą strukturą włókna. Na rysunku 3.6 pokazano także zależność czasu potrzebnego na wyznaczenie efektywnego współczynnika załamania i rozkładu pola modu dla pojedynczej długości fali.

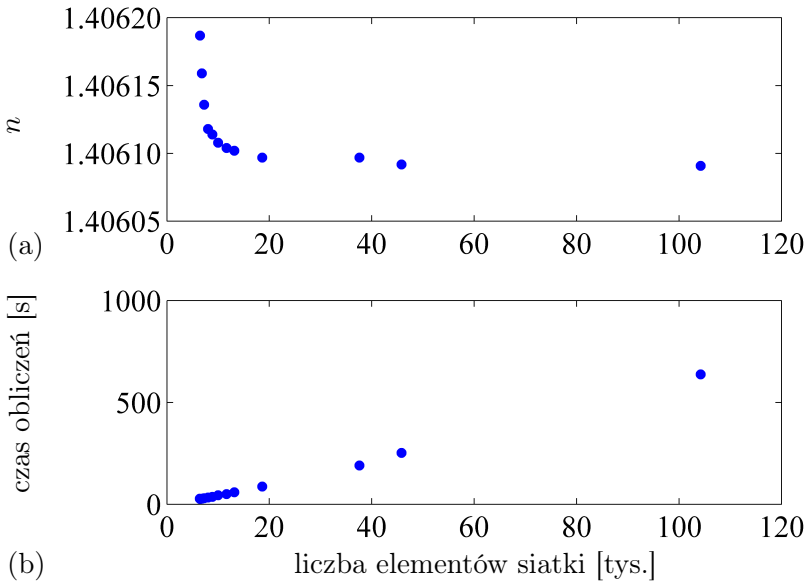
Wyniki testów zbieżności obliczeń przeprowadzonych metodą fal płaskich przedstawiono na rysunku 3.7 w funkcji parametru m, który określa rozmiar superkomórki. Kolory odpowiadają liczbie fal płaskich uwzględnionych w szeregu Fouriera: czerwony – $M = 32$, zielony – $M = 64$, niebieski – $M = 128$, błękitny – $M = 256$. Linią przerywaną na rysunku 3.7a oznaczono efektywny współczynnik załamania obliczony metodą elementów skończonych. Wyniki obliczeń metodą fal płaskich dla $m = 8$ oraz $M = 256$ są zgodne z wynikami metody elementów skończonych z dokładnością do 10^{-6}.



Rysunek 3.6. Wyniki testów zbieżności obliczeń przeprowadzonych metodą elementów skończonych dla światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.1.



Rysunek 3.7. Wyniki testów zbieżności obliczeń przeprowadzonych metodą fal płaskich dla światłowodu o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.1; kolory odpowiadają liczbie fal płaskich uwzględnionych w szeregu Fouriera: czerwony – $M = 32$, zielony – $M = 64$, niebieski – $M = 128$, błękitny – $M = 256$.



Rysunek 3.8. Wyniki testów zbieżności obliczeń przeprowadzonych metodą elementów skończonych dla światłowodu fotonicznego, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.2.

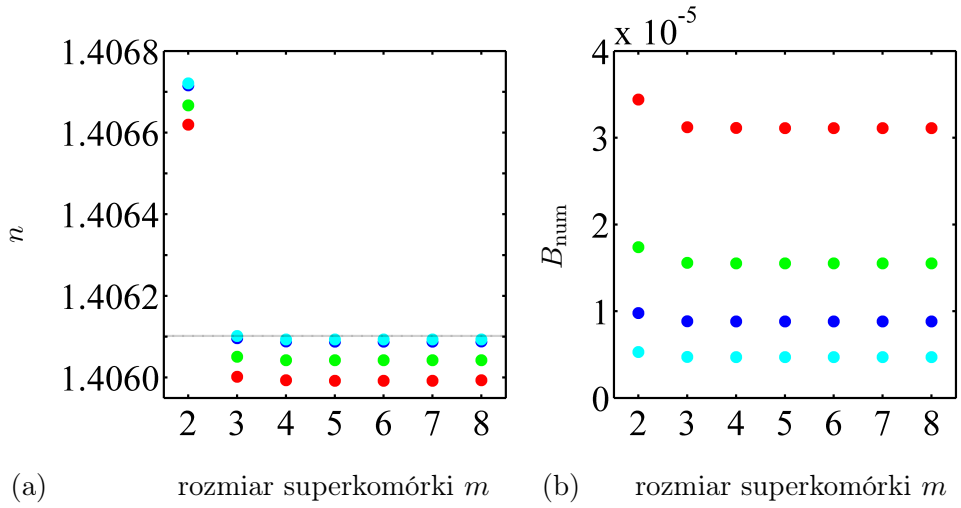
3.3.2. Wyidealizowany światłowód fotoniczny

Testy zbieżności przeprowadzono także dla światłowodu fotonicznego, którego projekt opisano w rozdziale 5.2.2. Na rysunku 3.8a przedstawiono wartości obliczonych efektywnych współczynników załamania dla $\lambda = 1{,}56\,\mu$m w funkcji liczby elementów siatki. Dla siatek o liczbie powyżej 15 tysięcy elementów rozwiązania są stabilne co do szóstej cyfry znaczącej. Czasy obliczeń dla poszczególnych siatek pokazano na rysunku 3.8b.

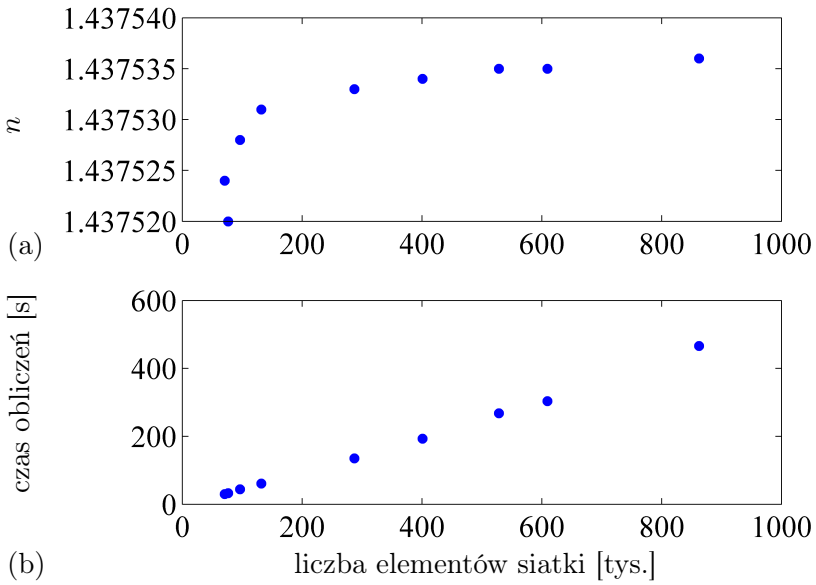
Dla tego samego projektu włókna przeprowadzono testy zbieżności obliczeń metodą fal płaskich. Ich wyniki zebrane są na rysunku 3.9. Pokazano obliczone efektywne współczynniki załamania oraz dwójłomność numeryczną w funkcji rozmiaru m superkomórki. Podobnie jak poprzednio kolory odpowiadają liczbie fal płaskich uwzględnionych w szeregu Fouriera: czerwony – $M = 32$, zielony – $M = 64$, niebieski – $M = 128$, błękitny – $M = 256$. Linią przerywaną na rysunku 3.9a oznaczono efektywny współczynnik załamania obliczony metodą elementów skończonych. Wyniki obliczeń przeprowadzonych obiema metodami są zgodne z dokładnością do 10^{-5}.

3.3.3. Rzeczywisty światłowód fotoniczny

W przypadku rzeczywistego światłowodu fotonicznego testy zbieżności przeprowadzono dla metody elementów skończonych. Rysunek 3.10 przedstawia obliczone wartości efektywnych współczynników załamania dla $\lambda = 1{,}55\,\mu$m oraz czas wy-



Rysunek 3.9. Wyniki testów zbieżności obliczeń przeprowadzonych metodą fal płaskich dla światłowodu fotonicznego, którego projekt przedstawiono w rozdziale 5.2.2; kolory odpowiadają liczbie fal płaskich uwzględnionych w szeregu Fouriera: czerwony – $M = 32$, zielony – $M = 64$, niebieski – $M = 128$, błękitny – $M = 256$.



Rysunek 3.10. Wyniki testów zbieżności obliczeń przeprowadzonych metodą elementów skończonych dla rzeczywistego światłowodu fotonicznego, który przedstawiono na rysunku 3.3 oraz wykorzystano w pracy [35].

konywania obliczeń w zależności od liczby elementów siatki. Dla siatek o liczbie elementów większej niż 300 tysięcy wartość efektywnego współczynnika załamania jest stabilna co do szóstej cyfry znaczącej. Liczba elementów, konieczna do osiągnięcia takiego samego poziomu dokładności, jest o rząd wielkości większa w przypadku rozwiązywania zagadnienia dla rzeczywistego włókna, niż dla wcześniej rozważanych projektów włókien. W celu wiarygodnego odwzorowania siatką drobnych detali i nieregularności rzeczywistej struktury należy użyć znacząco większej liczby elementów siatki.

Obie opisane metody można wykorzystać do wyznaczania charakterystyk liniowych, których znajomość jest konieczna do analizy propagacji nieliniowej. Zależności spektralne efektywnego współczynnika załamania prezentowane w dalszej części rozprawy obliczono metodą elementów skończonych. Metoda ta jest szybsza, niż metoda fal płaskich. Czas obliczeń dla pojedynczej długości fali w przypadku wyidealizowanego światłowodu fotonicznego dla najgęstszej siatki wynosił około dziesięciu minut (rysunek 3.8b), natomiast dla tego samego włókna obliczenia metodą fal płaskich dla superkomórki rozmiaru 8 na 8 przy wykorzystaniu rozwinięcia w szereg Fouriera o 256 wyrazach trwały sto dziesięć minut. Metoda elementów skończonych pozwala także na modelowanie struktur rzeczywistych o nieregularnych kształtach. Ponadto, dostępne narzędzie komercyjne COMSOL Multiphysics posiada rozbudowany interfejs graficzny co znacząco ułatwia obliczenia.

Rozdział 4.

Modelowanie efektów nieliniowych

W tym rozdziale przedstawiono zagadnienia związane z modelowaniem efektów nieliniowych zachodzących w światłowodach. W ramach rozprawy do opisania procesów konwersji energii wykorzystano uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera oraz teorię modów sprzężonych. Rozdział podzielono na dwie części, w których opisano oba podejścia.

W części poświęconej uogólnionemu nieliniowemu równaniu Schrödingera dokonano przeglądu efektów opisywanych tym równaniem. W celu weryfikacji opracowanych procedur numerycznych, wyniki uzyskane w tej części pracy zostały porównane z wynikami literaturowymi [6, 57, 58]. Testy przeprowadzone dla różnych procesów nieliniowych dały pozytywne rezultaty. W rozdziale 4.1.8 przedstawiono modyfikacje uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera, które pozwoliły modelować generację trzeciej harmonicznej w światłowodzie z poosiową modulacją właściwości, natomiast w rozdziale 4.1.9 przedstawiono układ nieliniowych uogólnionych równań Schrödingera pozwalający modelować efekty wektorowe.

Teorię modów sprzężonych zastosowaną do opisu generacji trzeciej harmonicznej we włóknie optycznym z poosiową modulacją współczynnika załamania przedstawiono w części 4.2.

4.1. Uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera – przegląd efektów

Uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera otrzymuje się podstawiając do równania falowego (2.55) powtórzonego poniżej:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0, \tag{4.1}$$

rozwiązanie dane wzorem (2.61):

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y)\tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(\mathrm{i}\beta_0 z). \tag{4.2}$$

Otrzymuje się wtedy dwa równania:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \left(\varepsilon(\omega)k_0^2 - \breve{\beta}^2\right) F = 0, \tag{4.3}$$

$$2\mathrm{i}\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \left(\breve{\beta}^2 - \beta_0^2\right) \tilde{A} = 0, \tag{4.4}$$

przy czym wyraz związany z druga pochodną $\dfrac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2}$ został pominięty, a $\breve{\beta}$ jest stałą propagacji.

Równanie (4.3) opisuje rozkład poprzeczny modu. Jak wspomniano w rozdziale 2.2, stosując przybliżenie słabej nieliniowości, możemy przyjąć, że rozkład pola modu prowadzonego w światłowodzie nie zmienia się w funkcji mocy, natomiast efekty nieliniowe powodują zmianę efektywnego współczynnika załamania, a co za tym idzie stałej propagacji $\breve{\beta}$, której zależność od częstotliwości można zapisać następująco:

$$\breve{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta(\omega), \tag{4.5}$$

gdzie $\beta(\omega)$ oznacza liniową część stałej propagacji, a $\Delta\beta(\omega)$ uwzględnia zjawiska nieliniowe.

Równanie (4.4) można przekształcić do postaci:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \mathrm{i}\left(\beta(\omega) + \Delta\beta(\omega) - \beta_0\right) \tilde{A}, \tag{4.6}$$

lub równoważnie:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \underbrace{\mathrm{i}\left(\beta(\omega) - \beta_0\right) \tilde{A}}_{\tilde{D}(\tilde{A})} + \underbrace{\mathrm{i}\Delta\beta(\omega)\tilde{A}}_{\tilde{N}(\tilde{A})}, \tag{4.7}$$

gdzie $\tilde{D}$ oraz $\tilde{N}$ oznaczają operatory dyspersji i nieliniowości w domenie częstotliwościowej. Równanie to opisuje ewolucję obwiedni w trakcie propagacji wzdłuż włókna optycznego. Po przejściu do domeny czasowej można je zapisać następująco:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left(\hat{D} + \hat{N}\right) A, \tag{4.8}$$

gdzie $\hat{D}$ oraz $\hat{N}$ oznaczają operatory odpowiadające za efekty liniowe i nieliniowe zapisane w domenie czasowej, natomiast obwiednia jest unormowana tak, że $|A|^2$ wyrażony jest w watach.

W najprostszym przypadku propagacji fali elektromagnetycznej o małej szerokości spektralnej równanie to przyjmuje postać:

$$\frac{\partial A\left(z,t\right)}{\partial z} = \underbrace{-\beta_1 \frac{\partial A\left(z,t\right)}{\partial t} - \frac{\mathrm{i}\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A\left(z,t\right)}{\partial t^2}}_{\hat{D}(A)} + \underbrace{\mathrm{i}\gamma \left|A\left(z,t\right)\right|^2 A\left(z,t\right)}_{\hat{N}(A)}, \tag{4.9}$$

gdzie założono, że w rozwinięciu zależności $\beta(\omega)$ w szereg, istotne są tylko wyrazy liniowy i kwadratowy. Ponadto przyjęto, że parametr nieliniowości γ jest stały dla całego zakresu spektralnego, a straty są zaniedbywalnie małe.

Wygodnie jest wprowadzić czas mierzony względem środka impulsu:

$$T = t - \frac{z}{v_{\mathrm{g}}} = t - \beta_1 z. \tag{4.10}$$

Równanie (4.9) przybiera wtedy postać:

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = -\frac{\mathrm{i}\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,T)}{\partial T^2} + \mathrm{i}\gamma \left|A(z,T)\right|^2 A(z,T), \tag{4.11}$$

która nazywana jest nieliniowym równaniem Schrödingera i znajduje zastosowanie nie tylko w optyce nieliniowej, ale także w innych działach fizyki, między innymi w hydrodynamice [59].

W celu opisania nieliniowej propagacji światła rozwiązuje się numerycznie równanie (4.8), gdzie w operatorach $\hat{D}$ i $\hat{N}$ uwzględnia się wyrazy odpowiadające za poszczególne efekty. Najpopularniejszą metodą numeryczną stosowaną do rozwiązywania tego równania jest metoda rozdzielonego kroku z transformatą Fouriera (*split-step Fourier method*) [6].

W metodzie tej uzyskuje się rozwiązanie przybliżone zakładając, że dla bardzo małych odległości propagacji operatory dyspersji i nieliniowości działają niezależnie. Dystans propagacji dzieli się na małe odcinki o długości h, a następnie oblicza się ewolucję obwiedni A, pod działaniem najpierw jednego operatora, a następnie drugiego. Dodatkowo wykorzystuje się fakt, że operator dyspersji w domenie czasowej powiązany jest z operatorem dyspersji w domenie częstotliwościowej transformatą Fouriera. Działanie operatora dyspersji w domenie częstotliwościowej sprowadza się do mnożenia, dzięki czemu wartość $\tilde{D}(\tilde{A})$ wyznacza się łatwo. Wartość operatora nieliniowości $\hat{N}$ w działaniu na obwiednię A dogodniej jest obliczać w domenie czasowej.

W przypadku rozwiązywania numerycznego, dyskretyzacji podlega okno czasowe i związane z nim okno częstotliwościowe, a wartość funkcji obwiedni oblicza się w równomiernie rozłożonych punktach siatki czasowej i częstotliwościowej. Parametrami określającymi okna obliczeniowe są:

- szerokość okna czasowego T_{num},
- liczba punktów siatki czasowej S_{num}.

Na podstawie tych parametrów obliczane są: siatka punktów czasowych t_i oraz częstotliwościowych ω_i dla $i \in \langle 1, S_{\mathrm{num}} \rangle$. Określone są one zależnościami:

- $t_i = -\dfrac{T_{\mathrm{num}}}{2} + i\Delta t$, gdzie $\Delta t = \dfrac{T_{\mathrm{num}}}{S_{\mathrm{num}}}$,
- $\omega_i = \left(-\dfrac{S_{\mathrm{num}}}{2} + i\right)\Delta\omega$, gdzie $\Delta\omega = \dfrac{2\pi}{T_{\mathrm{num}}}$.

Ponieważ w każdym kroku obliczeń należy przechodzić pomiędzy jedną a drugą domeną, zastosowanie znajduje szybka transformata Fouriera – algorytm obliczania wartości dyskretnej transformaty Fouriera [60].

W następnych podrozdziałach przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych przy użyciu opracowanych procedur numerycznych, które stanowią jednocześnie przegląd efektów opisywanych uogólnionym równaniem Schrödingera.

4.1.1. Dyspersja prędkości grupowej

Warunkiem brzegowym nieliniowego równania Schrödingera jest obwiednia impulsu określona na początku włókna. Najczęściej wykorzystywana jest obwiednia typu gaussowskiego:

$$A(0,T) = \sqrt{P_0} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right), \tag{4.12}$$

lub obwiednia określona sekansem hiperbolicznym:

$$A(0,T) = \sqrt{P_0} \cdot \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right). \tag{4.13}$$

Parametr P_0 określa moc szczytową impulsu, a parametr T_0 określa czas trwania impulsu. Zwyczajowo czas ten podaje się jako szerokość połówkową (*full width at half maximum*), która z parametrem T_0 wiąże się następującymi relacjami [6]:

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{FWHM}} &= 2\sqrt{(\ln 2)}T_0 \approx 1{,}665T_0 && \text{dla impulsu gaussowskiego,} \\ T_{\mathrm{FWHM}} &= 2\ln(1+\sqrt{2})T_0 \approx 1{,}763T_0 && \text{dla sekansa hiperbolicznego.} \end{aligned} \tag{4.14}$$

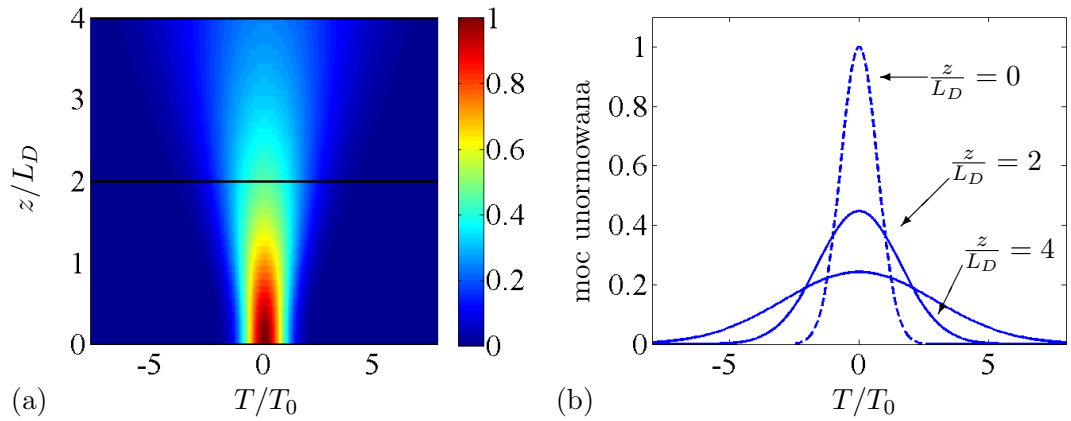
Ze względu na dyspersję różne składowe częstotliwościowe impulsu propagują z różnymi prędkościami, co powoduje poszerzanie impulsu. Wygodnie jest wprowadzić wielkość nazywaną drogą dyspersji L_D. Jest to dystans propagacji po jakim impuls gaussowski ulegnie poszerzeniu o czynnik $\sqrt{2}$. Określa go zależność:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}. \tag{4.15}$$

Pozwala on łatwo określić, czy w konkretnym układzie dyspersja jest istotnym zjawiskiem. Jeśli sygnał propaguje na odległość znacząco mniejszą od L_D, to efekty związane z dyspersją prędkości grupowej są praktycznie zaniedbywalne. Natomiast, jeśli dystans propagacji jest porównywalny lub większy niż L_D, to efekty dyspersyjne wpłyną znacząco na kształt impulsu.

W obliczeniach, przeprowadzonych dla dystansu propagacji $Z = 4L_D$, nie uwzględniono efektów nieliniowych – przyjęto $\gamma = 0$. Rozwiązywane równanie miało postać:

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = -\frac{\mathrm{i}\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,T)}{\partial T^2}. \tag{4.16}$$



Rysunek 4.1. Poszerzenie impulsu gaussowskiego spowodowane dyspersją prędkości grupowej. Unormowana moc w impulsie (a) w funkcji dystansu propagacji (b) dla trzech dystansów propagacji: $z = 0$, $z = 2L_D$, $z = 4L_D$.

Liniowe poszerzenie impulsu gaussowskiego ilustruje rysunek 4.1, gdzie pokazano wykres mocy unormowanej do mocy szczytowej początkowego impulsu, w zależności od dystansu propagacji. Wyniki te odniesiono do danych przedstawionych w [6]. Porównanie dało rezultat pozytywny, co pozwala wnosić o poprawności implementacji procedury numerycznej.

4.1.2. Dyspersja trzeciego rzędu

Poszerzenie impulsu może być również spowodowane dyspersją trzeciego rzędu. W tym przypadku można również zdefiniować charakterystyczną drogę dyspersji trzeciego rzędu [6]:

$$L'_D = \frac{T_0^3}{|\beta_3|}. \tag{4.17}$$

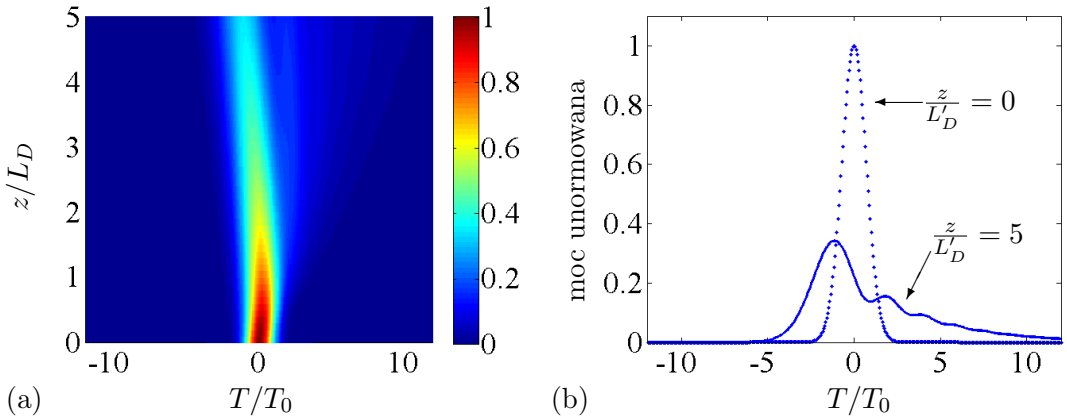
Parametr ten służy do oceny istotności efektów związanych z dyspersją trzeciego rzędu.

W celu ilustracji poszerzenia spowodowanego dyspersją trzeciego rzędu rozwiązano równanie:

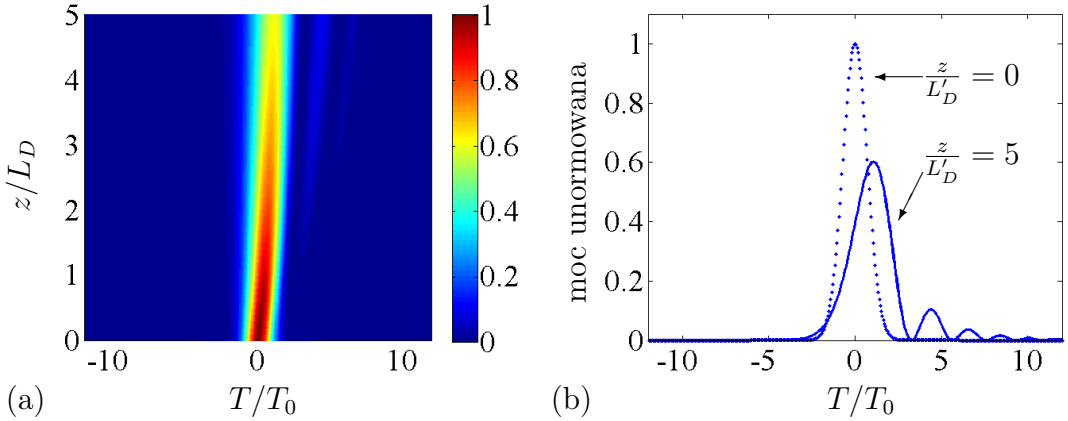
$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = -\frac{\mathrm{i}\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A(z,T)}{\partial T^3}, \tag{4.18}$$

przy czym parametry β_2 oraz β_3 dobrano tak, by $L_D = L'_D$. Wyniki obliczeń dla propagacji impulsu gaussowskiego na odległość $Z = 5L'_D$ przedstawiono na rysunku 4.2. Impuls w tym przypadku ulega poszerzeniu, przy czym jest ono asymetryczne. Dodatkowo impuls wykazuje drobne oscylacje.

Następnie, w celu pokazania wpływu dyspersji trzeciego rzędu, rozwiązano to samo równanie przyjmując $\beta_2 = 0$. Rezultat obliczeń przedstawiono na rysunku 4.3.



Rysunek 4.2. Poszerzenie impulsu gaussowskiego spowodowane efektami dyspersyjnymi rzędu drugiego i trzeciego. Unormowana moc w impulsie (a) w funkcji dystansu propagacji (b) dla dwóch dystansów propagacji: $z = 0$, $z = 5L'_D$.



Rysunek 4.3. Poszerzenie impulsu gaussowskiego spowodowane dyspersją trzeciego rzędu ($\beta_2 = 0$). Unormowana moc w impulsie (a) w funkcji dystansu propagacji (b) dla dwóch dystansów propagacji: $z = 0$, $z = 5L'_D$.

Oscylacyjna struktura wywołana dyspersją trzeciego rzędu uległa pogłębieniu, a poszerzenie jest także asymetryczne. Wyniki przedstawione na rysunkach 4.2 i 4.3 zostały porównane z analogicznymi wykresami z [6]. Sprawdzenie dało rezultat pozytywny.

Uwzględnienie dyspersji rzędów wyższych niż trzeci jest konieczne przy modelowaniu propagacji bardzo krótkich impulsów, które obejmują szeroki zakres spektralny. Daleko od częstotliwości centralnej różnica pomiędzy zbyt krótkim rozwinięciem w szereg, a pełną postacią $\beta(\omega)$ staje się znacząca.

Możliwe jest także inne podejście, w którym wykorzystuje się pełną postać $\beta(\omega)$ do zbudowania operatora dyspersji. Pełną zależność dyspersyjną można obliczyć z wykorzystaniem metod modelowania liniowego. Krok dyspersyjny wykonywany jest w domenie częstotliwościowej i przybiera postać analogiczną do przedstawionej w równaniu (4.7):

$$\frac{\partial \tilde{A}\left(z,\omega\right)}{\partial z} = \mathrm{i}\left(\beta(\omega) - \beta_0 - \beta_1 \Delta\omega\right) \tilde{A}\left(z,\omega\right), \tag{4.19}$$

gdzie odjęcie wyrazu β_0 związane jest z wyłączeniem szybkozmiennej części amplitudy, a wyraz $\beta_1 \Delta\omega$ odpowiada wprowadzeniu czasu T mierzonego względem środka impulsu zgodnie z zależnością (4.10).

4.1.3. Samomodulacja fazy

Zjawisko samomodulacji fazy związane jest z nieliniowością typu Kerra. W czasie propagacji impuls doznaje dodatkowego przesunięcia w fazie ϕ_{NL}, które zależy od mocy, a co za tym idzie jest różne w różnych częściach impulsu. Powoduje to ciągłą generację nowych częstotliwości i poszerzenie spektralne impulsu. W obszarze początkowym impulsu pojawiają się składowe o częstotliwości mniejszej niż częstotliwość centralna, natomiast w końcowym częstotliwości większe.

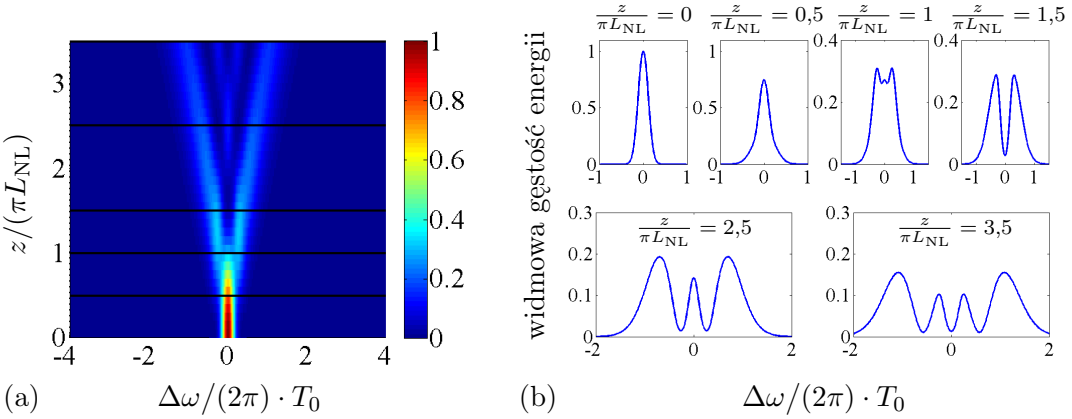
Podobnie jak dla procesów dyspersyjnych, także dla procesów nieliniowych można zdefiniować charakterystyczną długość. Parametr L_{NL} definiuje się jako odległość, na której nieliniowe przesunięcie fazy dla mocy szczytowej P_0 wynosi jeden radian i określa się zależnością [6]:

$$L_{\mathrm{NL}} = \frac{1}{\gamma P_0}. \tag{4.20}$$

Parametr ten ma podobne znaczenie dla procesów nieliniowych jak parametr L_D dla procesów dyspersyjnych.

W celu ilustracji efektu samomodulacji fazy rozwiązano następujące równanie:

$$\frac{\partial A\left(z,T\right)}{\partial z} = \mathrm{i}\gamma |A\left(z,T\right)|^2 A\left(z,T\right). \tag{4.21}$$



Rysunek 4.4. Poszerzenie spektralne impulsu gaussowskiego spowodowane samomodulacją fazy. Zależność spektralnej gęstości energii w impulsie (a) od dystansu propagacji (b) dla: $z = 0$, $z = 0{,}5\pi L_{\mathrm{NL}}$, $z = 1\pi L_{\mathrm{NL}}$, $z = 1{,}5\pi L_{\mathrm{NL}}$, $z = 2{,}5\pi L_{\mathrm{NL}}$ oraz $z = 3{,}5\pi L_{\mathrm{NL}}$.

Wyniki przedstawiono na rysunku 4.4. Wykreślając zależność spektralnej gęstości energii od dystansu propagacji można zauważyć symetryczne poszerzanie się impulsu. Także w tym przypadku uzyskane wyniki porównano z danymi literaturowymi z pozycji [6] stwierdzając ich całkowitą zgodność.

4.1.4. Formowanie solitonów

Wpływ poszczególnych efektów na propagację impulsu w światłowodach określa się ilościowo obliczając stosunek drogi dyspersyjnej do drogi nieliniowej L_D/L_{NL}. Jeżeli stosunek ten jest znacząco większy niż jeden – dominują efekty nieliniowe, natomiast jeżeli jest on znacząco mniejszy niż jeden – dominują efekty dyspersyjne. Taki podział odzwierciedla skrajne sytuacje, w których zjawiska nieliniowe odgrywają zaniedbywalnie małą rolę w stosunku do dyspersyjnych lub odwrotnie. Natomiast ciekawa jest sytuacja, w której oba efekty są porównywalne. Może wtedy dojść do formowania solitonów, niestabilności modulacyjnej lub generacji superkontinuum.

Efekt samomodulacji fazy prowadzi do generacji częstotliwości przesuniętych w stronę długofalowego zakresu widma w początkowej części impulsu, natomiast w końcowej części impulsu w stronę zakresu krótkofalowego. W przypadku dodatniej wartości β_2, prędkość grupowa rośnie wraz ze wzrostem długości fali. Częstotliwości generowane w początkowej części impulsu poruszają się zatem szybciej niż środek impulsu, natomiast częstotliwości powstające w końcowej części impulsu poruszają się wolniej. Oznacza to, że oba efekty przyczyniają się do poszerzenia czasowego impulsu.

W przypadku, gdy β_2 jest ujemne, efekty dyspersyjny i nieliniowy kompensują się wzajemnie. Częstotliwości generowane w początkowej części impulsu są spowalniane i dzięki temu przesuwają się w stronę centralnej części impulsu, a częstotliwości

generowane w końcowej części poruszają się szybciej doganiając środek. Możliwe jest uformowanie impulsu o stałym kształcie, nazywanego solitonem rzędu pierwszego.

W celu ilustracji tych efektów rozwiązano równanie (4.11) przytoczone poniżej:

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = -\frac{\mathrm{i}\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,T)}{\partial T^2} + \mathrm{i}\gamma\left|A(z,T)\right|^2 A(z,T). \tag{4.22}$$

Wartości parametrów włókna β_2 i γ oraz parametry impulsu początkowego o obwiedni gaussowskiej T_0 i P_0 przyjęto tak, by spełniona była równość $L_D = L_{\mathrm{NL}}$. Rozważano dwa przypadki: $\beta_2 > 0$ oraz $\beta_2 < 0$.

Wyniki obliczeń dla dyspersji normalnej ($\beta_2 > 0$) przedstawiono na rysunku 4.5. Pokazują one poszerzenie impulsu zarówno w domenie czasowej jak i w częstotliwościowej. Wyniki obliczeń dla dyspersji anomalnej ($\beta_2 < 0$) przedstawiono na rysunku 4.6. Ilustrują one proces formowania solitonu o obwiedni sekansa hiperbolicznego. Impuls zmienia swój kształt pod wpływem współdziałających dyspersji anomalnej i nieliniowości. Z początkowego impulsu gaussowskiego powstaje soliton. Jest on szerszy w czasie od impulsu początkowego, w związku z czym spektralnie węższy.

Wyniki zaprezentowane na rysunkach 4.5 i 4.6 uzyskano dla takich samych wartości parametrów jak wyniki przedstawione w [6]. Zgodność rezultatów otrzymanych przy pomocy oprogramowania opracowanego w ramach rozprawy i danych literaturowych potwierdza prawidłowe działanie procedur numerycznych.

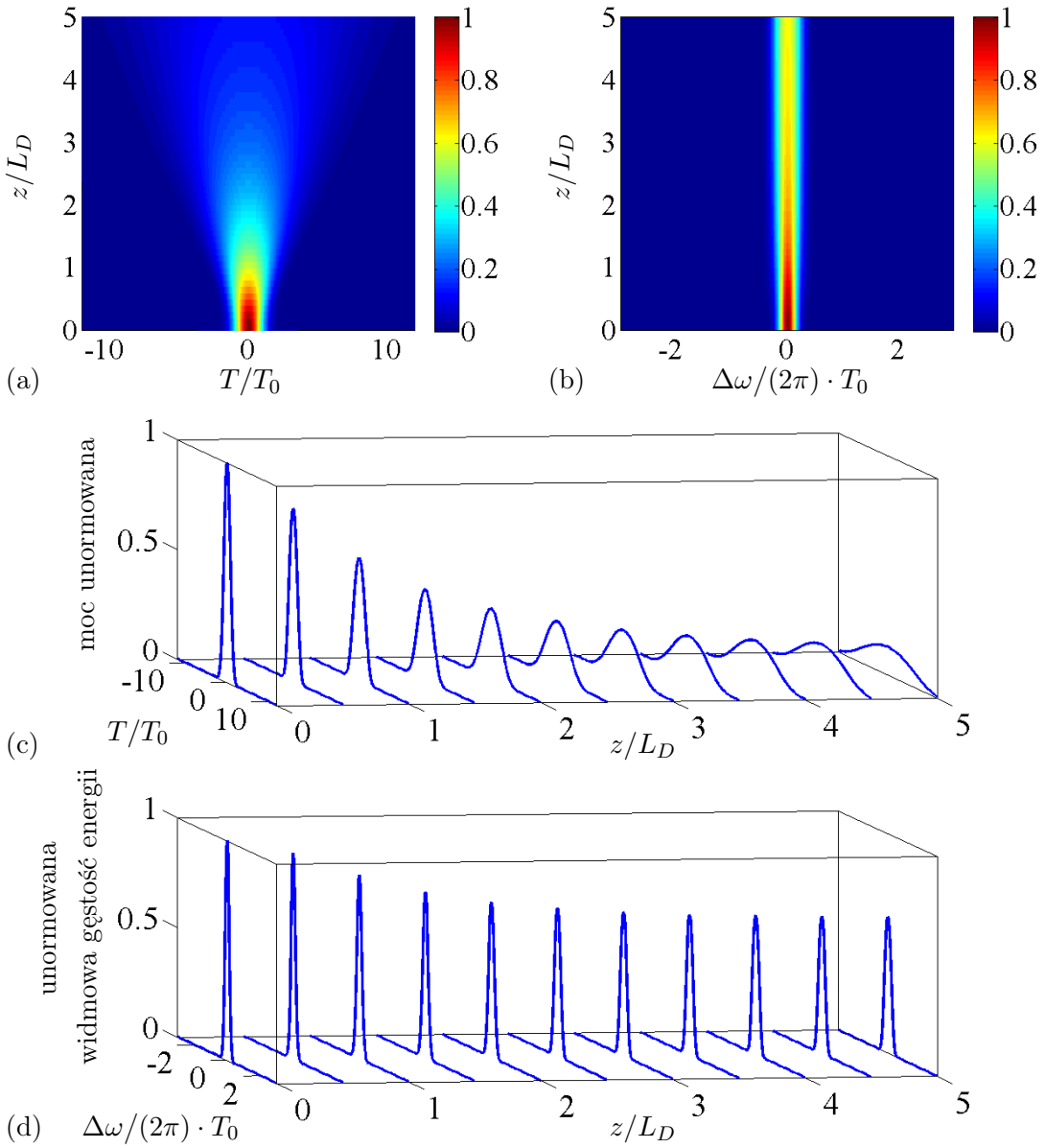
Soliton pierwszego rzędu, którego formowanie pokazano na rysunku 4.6 jest szczególnym przypadkiem szerszej klasy rozwiązań nieliniowego równania Schrödingera. Odpowiadają one całkowitym wartościom parametru N nazywanego rzędem solitonu i definiowanego zależnością [6]:

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{\mathrm{NL}}}. \tag{4.23}$$

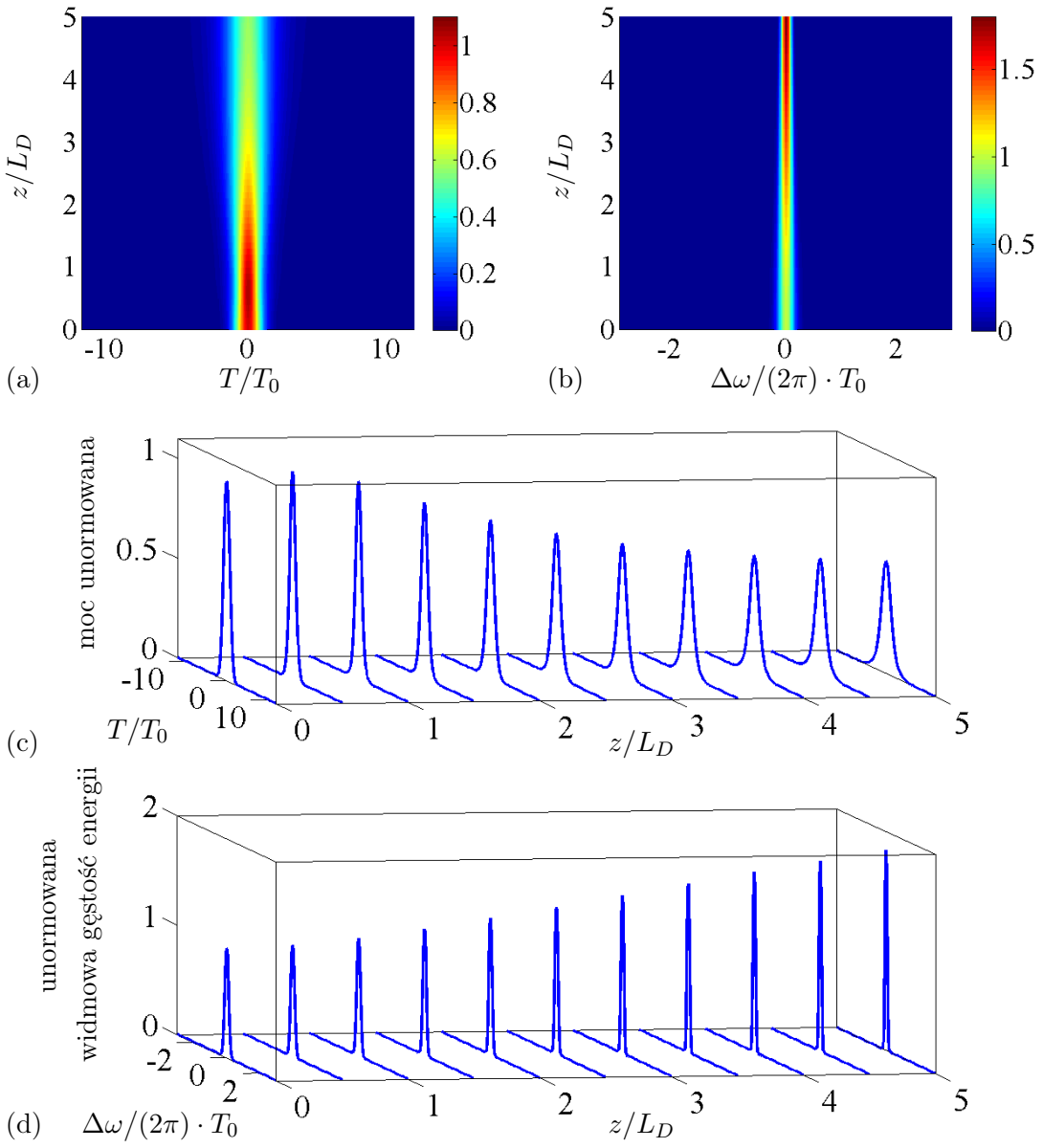
Solitonu pierwszego rzędu propaguje nie zmieniając swojego kształtu, natomiast solitony wyższych rzędów propagują oscylując. Dystans propagacji, po którym następuje odtworzenie kształtu impulsu wyraża się wzorem [6]:

$$z_0 = \frac{\pi}{2} L_D. \tag{4.24}$$

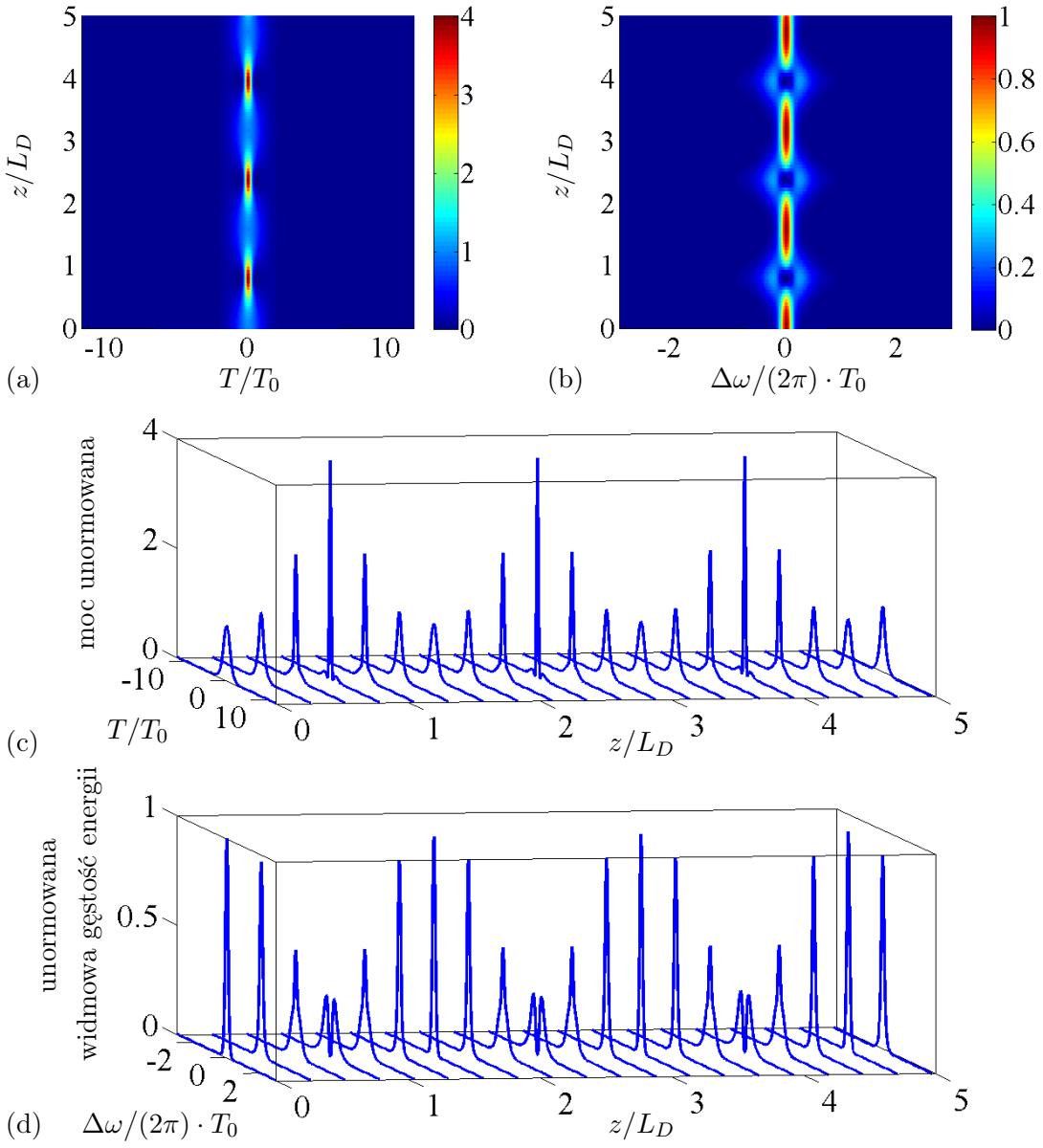
Propagację solitonu rzędu drugiego przedstawiono na rysunku 4.7. Początkowo impuls o obwiedni sekansa hiperbolicznego jest kompresowany w dziedzinie czasowej, czemu towarzyszy poszerzenie w domenie spektralnej. Następnie, ze względu na dyspersję prędkości grupowej, następuje jego czasowe poszerzenie, aż do odtworzenia pierwotnego kształtu na dystansie propagacji z_0.



Rysunek 4.5. Poszerzenie impulsu gaussowskiego spowodowane dyspersją prędkości grupowej oraz samomodulacją fazy. Zależności: (a) czasowa mocy i (b) spektralna gęstości energii od dystansu propagacji. Zależności: (c) czasowa mocy i (d) spektralna gęstości energii dla wybranych odległości propagacji.



Rysunek 4.6. Formowanie solitonu pod wpływem jednoczesnego działania nieliniowości oraz dyspersji anomalnej. Zależności: (a) czasowa mocy i (b) spektralna gęstości energii od dystansu propagacji. Zależności: (c) czasowa mocy i (d) spektralna gęstości energii dla wybranych odległości propagacji.



Rysunek 4.7. Propagacja solitonu rzędu drugiego. Zależności: (a) czasowa mocy i (b) spektralna gęstości energii od dystansu propagacji. Zależności: (c) czasowa mocy i (d) spektralna gęstości energii dla wybranych odległości propagacji.

4.1.5. Niestabilność modulacyjna

W poprzednim rozdziale omówiono najważniejsze efekty, które dotyczą propagacji impulsów w światłowodzie nieliniowym. Pokazano możliwość formowania stabilnych impulsów w przypadku jednoczesnego działania nieliniowości i dyspersji anomalnej. W przypadku fali ciągłej, nieliniowość i dyspersja anomalna prowadzą do zjawiska niestabilności modulacyjnej.

Nieliniowe równanie Schrödingera (4.22) jest spełnione przez falę ciągłą, której amplituda wyraża się wzorem:

$$A(z) = \sqrt{P_0}\exp(\mathrm{i}\phi_{\mathrm{NL}}), \tag{4.25}$$

gdzie ϕ_{NL} oznacza nieliniową zmianę fazy wynoszącą $\gamma P_0 z$, a moc P_0 nie zależy od czasu. Jednakże rozwiązanie to nie jest stabilne. W celu pokazania tego efektu wprowadza się modyfikację rozwiązania (4.25) daną wzorem:

$$A\left(z,T\right) = \sqrt{P_0 + a\left(z,T\right)}\exp(\mathrm{i}\phi_{\mathrm{NL}}), \tag{4.26}$$

gdzie $a\left(z,T\right)$ oznacza niewielkie zaburzenie.

Podstawiając rozwiązanie postaci (4.26) do równania (4.22), otrzymuje się równanie na zaburzenie $a\left(z,T\right)$. Pomijając człony wyższe niż liniowe względem zaburzenia, równanie (4.22) można zapisać w następujący sposób:

$$\frac{\partial a\left(z,T\right)}{\partial z} = -\mathrm{i}\beta_2\frac{\partial^2 a\left(z,T\right)}{\partial T^2} + \mathrm{i}\gamma P_0\left(a\left(z,T\right) + a^*(z,T)\right). \tag{4.27}$$

Następnie postulując rozwiązanie w postaci:

$$a\left(z,T\right) = a_1\exp\left(\mathrm{i}\left(Kz - \Delta\omega T\right)\right) + a_2\exp\left(-\mathrm{i}\left(Kz - \Delta\omega T\right)\right), \tag{4.28}$$

otrzymuje się układ równań na współczynniki a_1 oraz a_2. Przy czym ze względu na wyłączenie części szybkozmiennej stała propagacji zaburzenia to $\beta_0 \pm K$, a częstość $\omega_0 \pm \Delta\omega$.

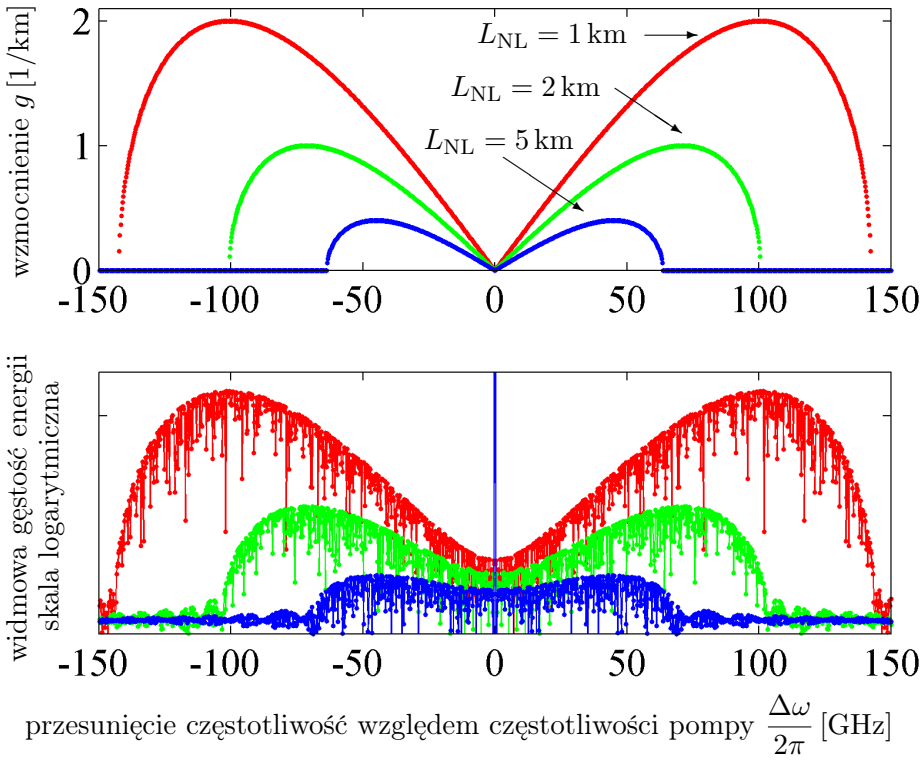
Układ ten ma nietrywialne rozwiązania, gdy spełniony jest warunek:

$$K = \pm\frac{1}{2}\left|\beta_2\Delta\omega\right|\sqrt{\Delta\omega^2 + \mathrm{sgn}\left(\beta_2\right)\omega_c^2}, \tag{4.29}$$

gdzie

$$\omega_c^2 = \frac{4\gamma P_0}{\left|\beta_2\right|} = \frac{4}{\left|\beta_2\right| L_{\mathrm{NL}}}. \tag{4.30}$$

Parametr K jest rzeczywisty w przypadku dodatniej wartości β_2, czyli w zakresie dyspersji normalnej. Jednakże w obszarze dyspersji anomalnej parametr K ma wartości urojone dla $|\Delta\omega| < \omega_c$, co oznacza wzmacnianie składowych częstotliwościowych z tego zakresu.



Rysunek 4.8. Porównanie widm wzmocnienia niestabilności modulacyjnej z widmami uzyskanymi z obliczeń numerycznych. Widma wzmocnienia wykreślono dla $\beta_2 = -5\,\mathrm{ps}^2/\mathrm{km}$ oraz L_{NL} równej 1, 2 oraz 5 km. Dystans propagacji przyjęty w obliczeniach wynosił 12 km.

Wzmocnienie g oblicza się z zależności:

$$g(\Delta\omega) = 2\mathrm{Im}(K) = |\beta_2 \Delta\omega| \sqrt{\omega_c^2 - \Delta\omega^2}, \tag{4.31}$$

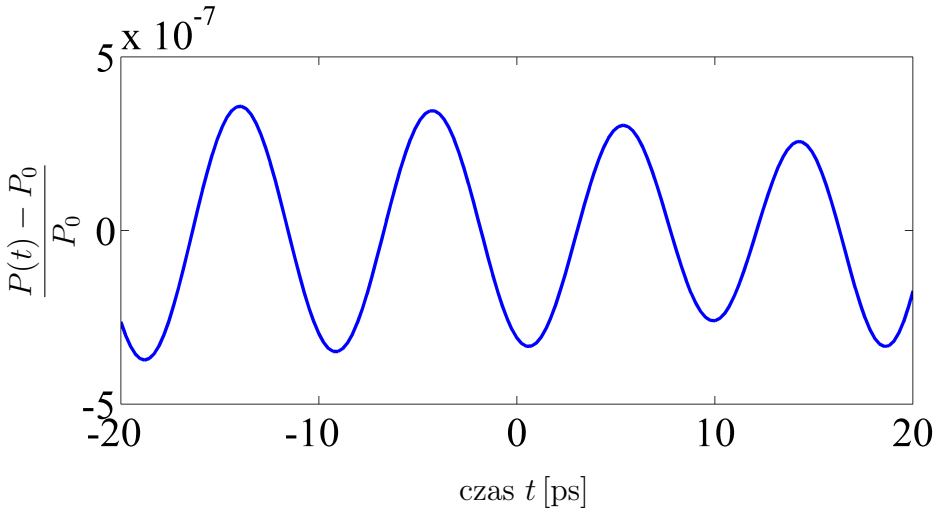
a wartość maksymalną osiąga ono dla:

$$\omega_{\max} = \pm\frac{\omega_c}{\sqrt{2}}. \tag{4.32}$$

Na rysunku 4.8 przedstawiono porównanie wzmocnienia g obliczonego z zależności (4.31) oraz przykładowego spektrum obliczonego przy użyciu procedur numerycznych dla różnych wartości mocy P_0. Rozważano propagację fali ciągłej we włóknie optycznym o $\beta_2 = -5\,\mathrm{ps}^2/\mathrm{km}$, $\gamma = 1\,(\mathrm{W\,km})^{-1}$ na odległość 12 km, przy czym moc dobrano tak, aby droga nieliniowa L_{NL} wynosiła 1, 2 oraz 5 km. Losowy charakter spektrum wynika z losowego charakteru zaburzenia początkowego.

W przypadku dużych odległości propagacji, niestabilność modulacyjna prowadzi do rozpadu fali ciągłej na serię impulsów. W rozważanym przypadku powstaje zaburzenie o periodycznym charakterze, którego okres wyraża się wzorem:

$$t_{\mathrm{NM}} = \frac{2\pi}{\omega_{\max}}. \tag{4.33}$$



Rysunek 4.9. Zaburzenie fali ciągłej wywołane niestabilnością modulacyjną. Wyniki uzyskano dla $\beta_2 = -5\,\mathrm{ps}^2/\mathrm{km}$ oraz $L_{\mathrm{NL}} = 1\,\mathrm{km}$. Dystans propagacji przyjęty w obliczeniach wynosił 12 km.

Dla mocy $P_0 = 1\,\mathrm{W}$, co odpowiada drodze nieliniowej $L_{\mathrm{NL}} = 1\,\mathrm{km}$, okres periodycznych zaburzeń równy jest $t_{\mathrm{NM}} \approx 9{,}9\,\mathrm{ps}$. Unoromowaną zależność zaburzenia mocy od czasu wokół środka okna obliczeniowego pokazano na rysunku 4.9.

Zgodność pomiędzy wynikami obliczeń numerycznych a widmami wzmocnienia niestabilności modulacyjnej wyznaczonymi z formuły analitycznej, potwierdza poprawne działanie opracowanego oprogramowania do rozwiązywania nieliniowego równania Schrödingera.

4.1.6. Rozpraszanie Ramana

Nieliniowe równanie Schrödingera opisuje poprawnie przedstawione w poprzednich rozdziałach efekty prowadzące do konwersji energii pomiędzy różnymi częstotliwościami. W jego wyprowadzeniu przyjęto, że podatność trzeciego rzędu w domenie czasowej wyrażona jest wzorem (2.51) przytoczonym poniżej:

$$\chi^{(3)}_{xxxx}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) = \chi^{(3)}_{xxxx}\delta(t-t_1)\delta(t-t_2)\delta(t-t_3), \tag{4.34}$$

czyli, że odpowiedź ośrodka jest natychmiastowa.

Jednakże w rzeczywistych ośrodkach czas odpowiedzi jest niezerowy, a dla impulsów krótszych niż 1 ps staje się porównywalny z czasem ich trwania [6]. Zatem w przypadku modelowania propagacji bardzo krótkich impulsów założenie o natychmiastowej odpowiedzi ośrodka nie jest spełnione.

Dodatkowo fala elektromagnetyczna przekazuje część swojej energii oscylacjom molekuł ośrodka. Efekt ten, zaobserwowany po raz pierwszy przez Chandrasekhara

V. Ramana w 1928 roku [61], nazwany został jego imieniem. Odkrycie Ramana nagrodzono Nagrodą Nobla w roku 1930.

Dla rzeczywistych ośrodków wkład do nieliniowej polaryzacji pochodzi od natychmiastowo reagujących na pole zewnętrzne elektronów oraz wolniejszych jąder. W takim przypadku podatność nieliniowa wyraża się wzorem [6, 62]:

$$\chi^{(3)}_{xxxx}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) = \chi^{(3)}_{xxxx} R(t-t_1)\delta(t-t_2)\delta(t-t_3), \tag{4.35}$$

gdzie $R(t)$ jest funkcją odpowiedzi nieliniowej znormalizowaną tak, aby:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(t)dt = 1. \tag{4.36}$$

Funkcja $R(t)$ zawiera w sobie zarówno wkład elektronowy, jak i jądrowy:

$$R(t) = (1 - f_{\mathrm{R}})\delta(t) + f_{\mathrm{R}} h_{\mathrm{R}}(t), \tag{4.37}$$

gdzie f_{R} określa udział poszczególnych efektów, a $h_{\mathrm{R}}(t)$ postać funkcji odpowiedzi ramanowskiej. Na podstawie danych eksperymentalnych przyjmuje się, dla szkła krzemionkowego, że $h_{\mathrm{R}} = 18\%$, natomiast funkcja $h_{\mathrm{R}}(t)$ wyraża się wzorem [3, 6, 62, 63]:

$$h_{\mathrm{R}}(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left(-t/\tau_2\right) \sin\left(t/\tau_1\right), \tag{4.38}$$

gdzie parametry $\tau_1 = 12{,}2\,\mathrm{fs}$ oraz $\tau_2 = 32\,\mathrm{fs}$.

Przyjmując postać nieliniowej podatności trzeciego rzędu opisaną równaniem (4.35) otrzymuje się uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera:

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = -\frac{\mathrm{i}\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,T)}{\partial t^2} + \mathrm{i}\gamma A(z,T) \int_0^{\infty} R(T') \left|A(T-T')\right|^2 dT', \tag{4.39}$$

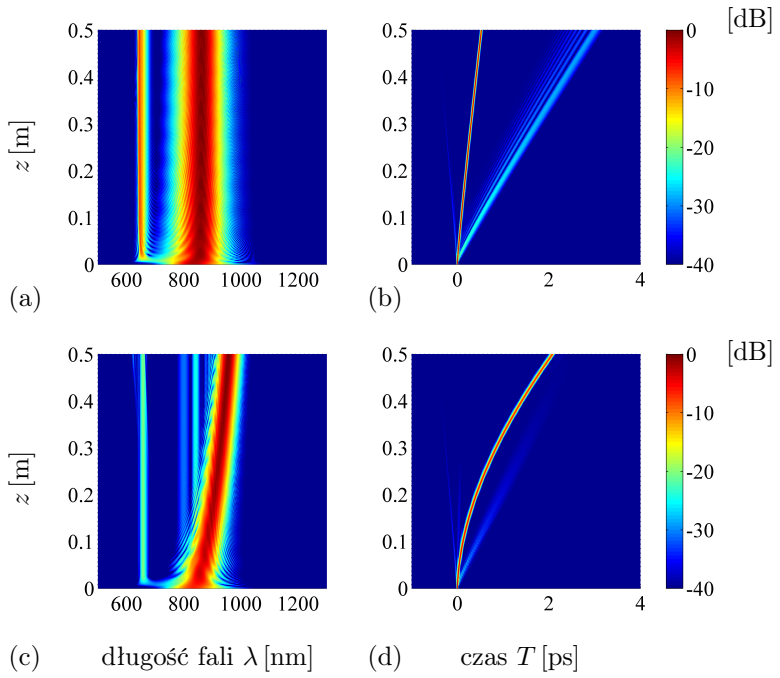
a uwzględniając w rozwinięciu dyspersji w szereg wyrazy rzędów wyższych niż drugi otrzymuje się:

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = \mathrm{i} \sum_{k \geqslant 2} \left(\frac{\mathrm{i}^k}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A(z,T)}{\partial T^k} \right) + \mathrm{i}\gamma A(z,T) \int_0^{\infty} R(T') \left|A(T-T')\right|^2 dT'. \tag{4.40}$$

Wartość całki wygodnie jest obliczać korzystając z właściwości operacji splotu. Mianowicie oblicza się dwie transformaty Fouriera: $\mathcal{F}\{R(T)\}$ oraz $\mathcal{F}\left\{|A(T)|^2\right\}$, następnie otrzymane zależności częstotliwościowe mnoży się przez siebie, a wyniki z wykorzystaniem transformaty odwrotnej przenosi się do domeny czasowej:

$$\int_0^{\infty} R(T') \left|A(T-T')\right|^2 dT' = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\{R(T)\} \cdot \mathcal{F}\left\{\left|A(T-T')\right|^2\right\}\right\}. \tag{4.41}$$

W celu ilustracji efektu Ramana oraz weryfikacji poprawności opracowanych procedur numerycznych wykonano obliczenia dla danych zaczerpniętych z publikacji [58]. Wyniki przedstawione na rysunku 4.10 pokazują charakterystyki spektralne



Rysunek 4.10. Porównanie nieliniowej propagacji impulsu bez (a-b) oraz z uwzględnieniem efektu rozpraszania Ramana (c-d). Kolory oznaczają unormowane: widmową gęstość energii oraz moc w skali logarytmicznej; (a), (c) charakterystyki spektralne; (b), (d) zależności czasowe.

i zależności czasowe uzyskane w obliczeniach uwzględniających i nieuwzględniających rozpraszania Ramana.

Impuls o obwiedni sekansa hiperbolicznego, propagujący w anomalnym obszarze dyspersji, o mocy szczytowej $P_0 = 3{,}48\,\mathrm{kW}$, częstotliwości centralnej odpowiadającej długości fali $\lambda_0 = 835\,\mathrm{nm}$ i szerokości połówkowej $T_{\mathrm{FWHM}} = 10\,\mathrm{ps}$ ulega rozpadowi ze względu na dyspersje wyższych rzędów (w obliczeniach uwzględniono rozwinięcie dyspersji w szereg do wyrazu rzędu dziesiątego). Dyspersje wyższych rzędów pozwalają na spełnienie warunku dopasowania fazowego i konwersję energii impulsu początkowego do obszaru o normalnej dyspersji na długość fali około 650 nm. W przypadku nieuwzględniania efektu rozpraszania Ramana ($f_{\mathrm{R}} = 0$) nie następuje dalsza zmiana częstotliwości. Przy uwzględnieniu rozpraszania Ramana obserwujemy systematyczne obniżanie częstotliwości impulsu wraz z dystansem propagacji, co związane jest z przekazywaniem energii fali elektromagnetycznej drgającym molekułom ośrodka.

4.1.7. Generacja superkontinuum

W przypadku propagacji impulsu o częstotliwości centralnej w obszarze spektrum bliskim zera dyspersji ($\beta_2 = 0$), dominujący wpływ na propagację w światłowodzie

mają efekty nieliniowe. Przedstawione w poprzednich rozdziałach efekty samomodulacji fazy, niestabilności modulacyjnej oraz rozpraszania Ramana prowadzą do znaczącego poszerzenia widma. Ich kombinacja nazywana jest procesem generacji superkontinuum, który pozwala uzyskać fale elektromagnetyczne pokrywające bardzo szeroki zakres spektralny.

Ze względu na szeroki zakres spektrum przyjęcie stałej wartości parametru nieliniowości γ nie jest poprawne. Przy założeniu, że dyspersje chromatyczne współczynnika nieliniowości Kerra n_2 oraz efektywnego pola modu A_{eff} są zaniedbywalne, można zapisać uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera w następującej postaci [58]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z,T)}{\partial z} &= \mathrm{i}\sum_{k\geqslant 2}\left(\frac{\mathrm{i}^k}{k!}\beta_k\frac{\partial^k A(z,T)}{\partial T^k}\right) + \\ &+ \mathrm{i}\gamma_0\left(1+\mathrm{i}\frac{1}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial T}\right)\left(A(z,T)\int_0^\infty R(T')\left|A(T-T')\right|^2 dT'\right), \end{aligned} \tag{4.42}$$

gdzie ω_0 oznacza częstotliwość centralną impulsu, a $\gamma_0 = \gamma(\omega_0)$, lub równoważnie:

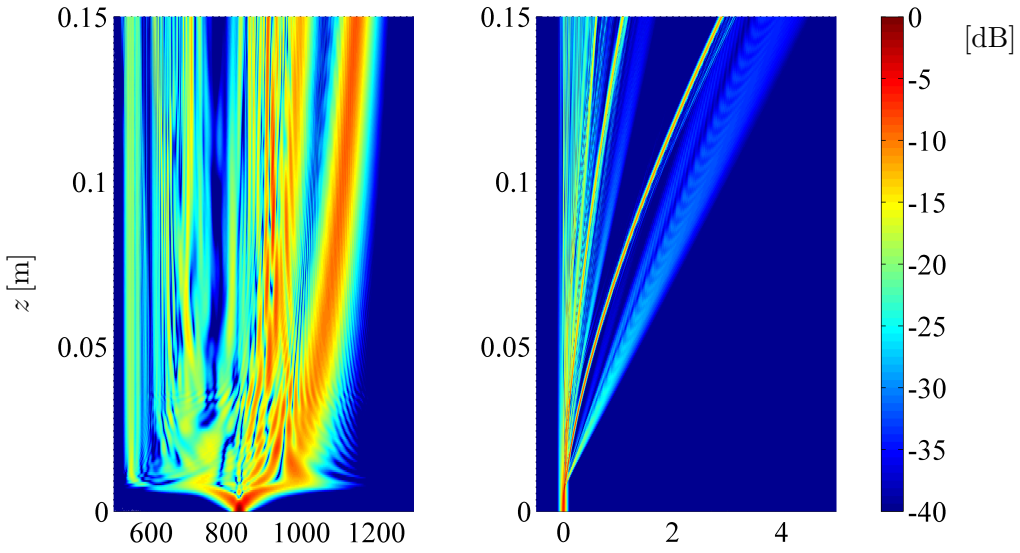
$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z,T)}{\partial z} &= \mathrm{i}\sum_{k\geqslant 2}\left(\frac{\mathrm{i}^k}{k!}\beta_k\frac{\partial^k A(z,T)}{\partial T^k}\right) + \\ &+ \mathrm{i}\gamma_0\left(1+\mathrm{i}\tau_\mathrm{s}\frac{\partial}{\partial T}\right)\left(A(z,T)\int_0^\infty R(T')\left|A(T-T')\right|^2 dT'\right), \end{aligned} \tag{4.43}$$

gdzie

$$\tau_\mathrm{s} = \frac{1}{\omega_0}. \tag{4.44}$$

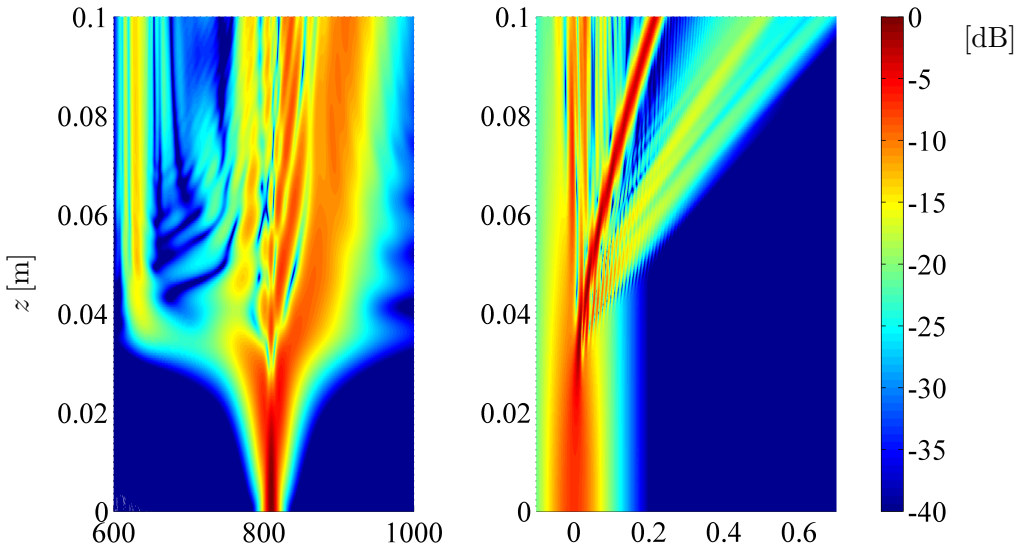
Parametr τ_s związany jest z procesem samostromienia impulsu, które może prowadzić do tworzenia optycznej fali uderzeniowej. Wyrażenie $\gamma_0\left(1+\mathrm{i}\tau_\mathrm{s}\frac{\partial}{\partial T}\right)$ odpowiada rozwinięciu zależności $\gamma(\omega)$ w szereg do wyrazu liniowego. Dodanie odpowiedniej poprawki do τ_s pozwala uwzględnić także dyspersyjność efektywnego pola modu [58] i było szczegółowo rozważane przez Kiblera [64].

W celu zilustrowania zjawiska generacji superkontinuum oraz sprawdzenia opracowanych w ramach rozprawy procedur numerycznych rozwiązano równanie (4.43) w dwóch przypadkach. Wyniki obliczeń, dla których parametry zostały zaczerpnięte z publikacji [57, 58], pokazano na rysunkach 4.11 oraz 4.12. Uzyskano bardzo dobrą zgodność rezultatów otrzymanych przy pomocy oprogramowania opracowanego w ramach rozprawy i wyników zaprezentowanych w wymienionych publikacjach, co potwierdza prawidłowe działanie procedur numerycznych.



(a) długość fali λ [nm] (b) czas T [ps]

Rysunek 4.11. Generacja superkontinnum dla parametrów propagacji przyjętych za pracą [58]. Kolory oznaczają unormowane: (a) widmową gęstość energii oraz (b) moc w skali logarytmicznej.



(a) długość fali λ [nm] (b) czas T [ps]

Rysunek 4.12. Generacja superkontinnum dla parametrów propagacji przyjętych za pracą [57]. Kolory oznaczają unormowane: (a) widmową gęstość energii oraz (b) moc w skali logarytmicznej.

4.1.8. Generacja trzeciej harmonicznej

Jednym z celów rozprawy było zbadanie możliwości wydajnej generacji trzeciej harmonicznej w modzie podstawowym. Ten proces jest zwykle pomijany ze względu na niską wydajność spowodowaną niedopasowaniem fazowym pomiędzy pompą i jej trzecią harmoniczną. Niedopasowanie to wynika z dyspersji materiałowej współczynnika załamania, a dodatkowo jest powiększane wkładem falowodowym do dyspersji chromatycznej. Jednakże obecność trzeciej harmonicznej może mieć wpływ na generację supercontinuum, co zostało pokazane przez Kiblera [65].

Uwzględnienie wyrazu związanego z trzecią harmoniczną w wyrażeniu na polaryzację nieliniową ośrodka prowadzi do kolejnej modyfikacji uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera, które przyjmuje wtedy następującą postać [65–67]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} &= \mathrm{i}\sum_{k\geqslant 0}\left(\frac{\mathrm{i}^k}{k!}\beta_k\frac{\partial^k A(z,t)}{\partial t^k}\right)+\mathrm{i}\gamma_0\left(1+\mathrm{i}\tau_\mathrm{s}\frac{\partial}{\partial t}\right)A(z,t)\times \\ &\times \left[(1-f_\mathrm{R})\left(|A(z,t)|^2+\frac{1}{3}\exp^{-\mathrm{i}2\omega_0 t}A(z,t)^2\right)+\right. \\ &\left.+f_\mathrm{R}\left(h_\mathrm{R}(t)*|A(z,t)|^2\right)\right],\end{aligned} \tag{4.45}$$

gdzie symbol $*$ oznacza splot.

Wykonując obliczenia numeryczne sprawdzono, że na rozważanych dystansach propagacji rozpraszanie Ramana nie ma znaczącego wpływu na wydajność procesu konwersji energii do trzeciej harmonicznej. Przyjmując $f_\mathrm{R}=0$ równanie (4.45) można zapisać następująco:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} &= \mathrm{i}\sum_{k\geqslant 0}\left(\frac{\mathrm{i}^k}{k!}\beta_k\frac{\partial^k A(z,t)}{\partial t^k}\right)+\mathrm{i}\gamma_0\left(1+\mathrm{i}\tau_\mathrm{s}\frac{\partial}{\partial t}\right)A(z,t)\times \\ &\times \left[\left(|A(z,t)|^2+\frac{1}{3}\exp^{-\mathrm{i}2\omega_0 t}A(z,t)^2\right)\right].\end{aligned} \tag{4.46}$$

Jednakże liniowe przybliżenie dyspersji współczynnika nieliniowości γ może być niewystarczające do wiarygodnego modelowania oddziaływania pomiędzy falami elektromagnetycznymi pompy i jej trzeciej harmonicznej. Korzystając z wyników modelowania parametrów liniowych światłowodów można wyznaczyć zależność efektywnego pola modu od częstotliwości. Uwzględnienie tej zależności prowadzi do następującego równania (4.46), które zapisano w domenie częstotliwościowej:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{A}(z,\omega)}{\partial z} &= \mathrm{i}\beta(\omega)\tilde{A}(z,\omega)+ \\ &+ \mathrm{i}\frac{n_2\omega}{\mathrm{c}A_\mathrm{eff}(\omega)}\mathcal{F}\left\{A(z,t)\left(|A(z,t)|^2+\frac{1}{3}\exp^{-\mathrm{i}2\omega_0 t}A(z,t)^2\right)\right\}.\end{aligned} \tag{4.47}$$

Oddziałujące ze sobą fale elektromagnetyczne propagują w modach o różnych polach efektywnych, w związku z czym wydajność interakcji pomiędzy pompą i trzecią

harmoniczną powinna być ograniczona odpowiednimi współczynnikami przekrycia. Zagadnienie to było rozważane przez Lægsgaarda [68], który zaproponował następujące normowanie amplitudy:

$$\bar{A}\left(z,\omega\right)=\frac{\tilde{A}\left(z,\omega\right)}{\sqrt[4]{A_{\mathrm{eff}}(\omega)}}, \tag{4.48}$$

wraz z odpowiednią modyfikacją uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera. Normowanie zgodnie z równaniem (4.48) w części nieliniowej prowadzi do następującej postaci uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tilde{A}\left(z,\omega\right)}{\partial z} &= \mathrm{i}\beta(\omega)\tilde{A}\left(z,\omega\right)+ \\ &+ \mathrm{i}\frac{n_2\omega}{\mathrm{c}\sqrt[4]{A_{\mathrm{eff}}(\omega)}}\mathcal{F}\left\{\bar{A}\left(z,t\right)\left(\left|\bar{A}\left(z,t\right)\right|^2+\frac{1}{3}\exp^{-\mathrm{i}2\omega_0 t}\bar{A}\left(z,t\right)^2\right)\right\},\end{aligned} \tag{4.49}$$

gdzie

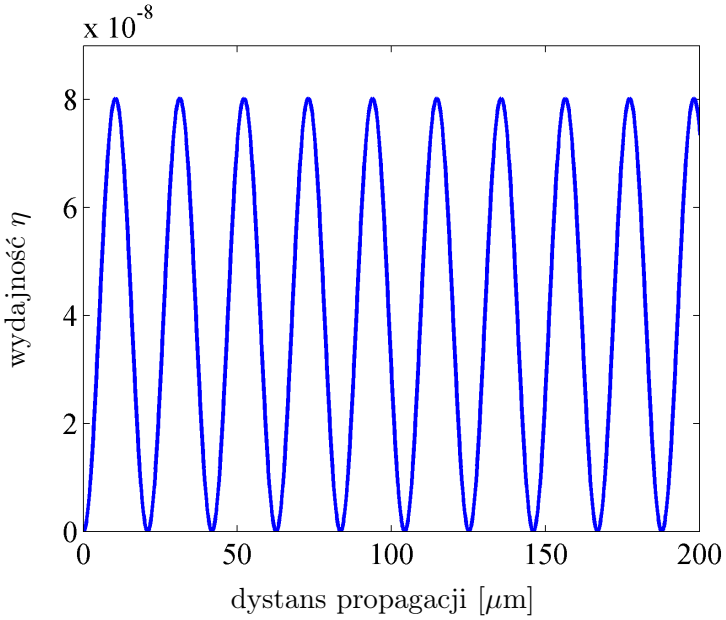
$$\bar{A}\left(z,t\right)=\mathcal{F}^{-1}\left\{\bar{A}\left(z,\omega\right)\right\}. \tag{4.50}$$

W celu zmniejszenia wymagań pamięciowych pojedyncze równanie Schrödingera, które obejmuje szeroki zakres spektralny, zastąpiono układem dwóch uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera [33, 34]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tilde{A}_{\mathrm{p}}\left(z,\omega\right)}{\partial z} &= \mathrm{i}\beta(\omega)\tilde{A}_{\mathrm{p}}\left(z,\omega\right)+\mathrm{i}\frac{n_2\omega}{\mathrm{c}\sqrt[4]{A_{\mathrm{eff}}(\omega)}}\times \\ &\times \mathcal{F}\left\{\bar{A}_{\mathrm{p}}\left(z,t\right)\left(\underbrace{\left|\bar{A}_{\mathrm{p}}\left(z,t\right)\right|^2}_{\mathrm{SPM}}+\underbrace{2\left|\bar{A}_{\mathrm{th}}\left(z,t\right)\right|^2}_{\mathrm{XPM}}\right)+\underbrace{\bar{A}_{\mathrm{p}}\left(z,t\right)^2\bar{A}_{\mathrm{th}}\left(z,t\right)^*}_{\mathrm{THG}}\right\}, \\ \frac{\partial\tilde{A}_{\mathrm{th}}\left(z,\omega\right)}{\partial z} &= \mathrm{i}\beta(\omega)\tilde{A}_{\mathrm{th}}\left(z,\omega\right)+\mathrm{i}\frac{n_2\omega}{\mathrm{c}\sqrt[4]{A_{\mathrm{eff}}(\omega)}}\times \\ &\times \mathcal{F}\left\{\bar{A}_{\mathrm{th}}\left(z,t\right)\left(\underbrace{\left|\bar{A}_{\mathrm{th}}\left(z,t\right)\right|^2}_{\mathrm{SPM}}+\underbrace{2\left|\bar{A}_{\mathrm{p}}\left(z,t\right)\right|^2}_{\mathrm{XPM}}\right)+\underbrace{\frac{1}{3}\bar{A}_{\mathrm{p}}\left(z,t\right)^3}_{\mathrm{THG}}\right\}.\end{aligned} \tag{4.51}$$

Podpisami oznaczono wyrazy opisujące samomodulację fazy w każdym oknie częstotliwościowym (SPM), wzajemną modulację fazy pomiędzy oknami (XPM) oraz generację trzeciej harmonicznej (THG). Dzięki tej modyfikacji liczba punktów siatki częstotliwościowej została znacząco zredukowana. Modelowana jest tylko ta część dziedziny spektralnej, która jest istotna w badanym zjawisku.

Układ równań (4.51) rozwiązano dla propagacji fali ciągłej w światłowodzie o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, którego parametry geometryczne podano w podrozdziale 5.2.1. Obliczono wydajność procesu konwersji do trzeciej harmonicznej z pompy w postaci fali ciągłej o mocy 10 kW na długości fali 1500 nm.



Rysunek 4.13. Wydajność generacji trzeciej harmonicznej w trybie pracy ciągłej w światłowodzie o skokowym rozkładzie współczynnika załamania.

Wydajność η określono jako stosunek mocy trzeciej harmonicznej do początkowej mocy pompy. Zależność wydajności procesu generacji trzeciej harmonicznej od dystansu propagacji pokazano na rysunku 4.13.

Zaobserwowano oscylacje charakterystyczne dla procesów niedopasowanych fazowo. Ze względu na różnicę prędkości fazowych pompy i trzeciej harmonicznej, generowana w danym punkcie fala o potrojonej częstotliwości może mieć przeciwną fazę niż wygenerowana wcześniej fala docierająca do tego punktu. W takim przypadku następuje interferencja destruktywna, a fale ulegają wygaszeniu.

Okres oscylacji L_{koh} odpowiada dystansowi po jakim odtwarzana jest relacja fazowa między pompą a trzecią harmoniczną i może być wyznaczony z następującej zależności:

$$L_{\text{koh}} = \frac{2\pi}{K}, \tag{4.52}$$

gdzie K oznacza niedopasowanie fazowe:

$$K = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0}, \tag{4.53}$$

natomiast β_{ω_0} jest stałą propagacji dla fali pompy oraz $\beta_{3\omega_0}$ jest stałą propagacji dla fali trzeciej harmonicznej. W rozważanym włóknie optycznym różnica efektywnych współczynników załamania modu podstawowego pompy i jej trzeciej harmonicznej przekłada się na niedopasowanie fazowe, któremu odpowiada okres oscylacji wynoszący 20,6 μm, co zgadza się z rezultatem obliczeń numerycznych.

W celu podniesienia wydajności procesów niedopasowanych fazowo można zastosować technikę kwazidopasowania fazowego, polegającą na wprowadzeniu periodycz-

nej modulacji właściwości ośrodka, w którym następuje propagacja. Wykorzystanie układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera pozwala na modelowanie generacji trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pracy pompy, a także w trybie impulsowym. Rezultaty modelowania konwersji energii do trzeciej harmonicznej z wykorzystaniem kwazidopasowania fazowego pokazano w rozdziale 5.2.

4.1.9. Efekty wektorowe

W wyprowadzeniu uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera pominięto efekty polaryzacyjne i rozważano jedynie propagację światła w przybliżeniu skalarnym. Przybliżenie to nie jest wystarczające do opisu nieliniowych zjawisk zachodzących w światłowodach dwójłomnych takich jak wektorowa niestabilność modulacyjna, która związana jest ze wzajemnym oddziaływaniem modów polaryzacyjnych. Również w celu opisaniu wpływu siatek polaryzacyjnych na zjawiska nieliniowe konieczne było rozważenie efektów wektorowych.

Jak wspomniano w rozdziale 2.2.2, tensor podatności nieliniowej w ośrodkach izotropowych ma dwadzieścia jeden niezerowych elementów, z których tylko trzy są niezależne [42]. Poszczególne składowe tego tensora spełniają relację:

$$\chi^{(3)}_{ijkl} = \chi^{(3)}_{xxyy}\delta_{ij}\delta_{kl} + \chi^{(3)}_{xyxy}\delta_{ik}\delta_{jl} + \chi^{(3)}_{xyyx}\delta_{il}\delta_{jk}, \tag{4.54}$$

gdzie δ_{ij} oznacza deltę Kroneckera. W przypadku szkła krzemionkowego trzy niezależne składowe można uważać za równe sobie [6].

W celu opisania propagacji nieliniowej z uwzględnieniem efektów polaryzacyjnych zapisuje się układ sprzężonych równań na wolnozmienne amplitudy A_x oraz A_y.

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} = D_x(A_x) + N_x(A_x, A_y), \tag{4.55}$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial z} = D_y(A_y) + N_y(A_x, A_y), \tag{4.56}$$

gdzie $D_x(A_x)$ oraz $D_y(A_y)$ to operatory dyspersji o postaci analogicznej do przedstawionej w równaniu (4.9), zapisane dla dwóch ortogonalnych stanów polaryzacji liniowej, natomiast operatory nieliniowe N_x oraz N_y sprzęgające polaryzacje mają następującą postać [6]:

$$N_x(A_x, A_y) = \mathrm{i}\gamma\left(|A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2\right)A_x + \mathrm{i}\frac{\gamma}{3}A_x^* A_y^2 \exp\left(-2\mathrm{i}\Delta\beta z\right), \tag{4.57}$$

$$N_y(A_x, A_y) = \mathrm{i}\gamma\left(|A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2\right)A_y + \mathrm{i}\frac{\gamma}{3}A_y^* A_x^2 \exp\left(2\mathrm{i}\Delta\beta z\right), \tag{4.58}$$

gdzie $\Delta\beta = \beta_{0x} - \beta_{0y}$. W wyprowadzeniu tych równań przyjmuje się, że współczynnik nieliniowości γ jest stały w modelowanym zakresie widma, a ponadto rozkłady pól obu modów nie różnią się istotnie.

W metodzie rozdzielonego kroku dyspersyjną część równania rozwiązuje się niezależnie od części nieliniowej. Przed rozwiązywaniem części nieliniowej wygodnie jest przejść do bazy polaryzacji kołowych wykonując następujące działania:

$$A_+ = \frac{A_x + \mathrm{i}A_y}{\sqrt{2}}, \tag{4.59}$$

$$A_- = \frac{A_x - \mathrm{i}A_y}{\sqrt{2}}, \tag{4.60}$$

gdyż równania (4.55), (4.56) mają wtedy następującą postać:

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} = D_+(A_+) + N_+(A_+, A_-), \tag{4.61}$$

$$\frac{\partial A_-}{\partial z} = D_-(A_-) + N_-(A_+, A_-). \tag{4.62}$$

Wówczas operatory nieliniowości przyjmują mniej złożoną formę niż w bazie polaryzacji liniowych:

$$N_+(A_+, A_-) = \frac{2\mathrm{i}\gamma}{3}\left(|A_+|^2 + 2\,|A_-|^2\right) A_+, \tag{4.63}$$

$$N_-(A_+, A_-) = \frac{2\mathrm{i}\gamma}{3}\left(|A_-|^2 + 2\,|A_+|^2\right) A_-. \tag{4.64}$$

Po wykonaniu kroku nieliniowego powraca się do bazy polaryzacji liniowych:

$$A_x = \frac{A_+ + A_-}{\sqrt{2}}, \tag{4.65}$$

$$A_y = \mathrm{i}\frac{A_+ - A_-}{\sqrt{2}}. \tag{4.66}$$

Przedstawione podejście wykorzystano do symulacji nieliniowej propagacji światła w światłowodzie dwójłomnym z siatką polaryzacyjną, które opisano w rozdziale 6.

4.2. Teoria modów sprzężonych dla przypadku generacji trzeciej harmonicznej

Generacja trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pracy pompy może być opisana z wykorzystaniem nieliniowej teorii modów sprzężonych. W tym podejściu wyznacza się mody własne idealnego światłowodu liniowego. Następnie falę propagującą w światłowodzie, który od idealnego różni się pewnym niewielkim zaburzeniem, opisuje się jako superpozycję modów własnych światłowodu idealnego [3]. Zaburzenie może prowadzić do konwersji energii pomiędzy modami, która opisana jest współczynnikami sprzęgania.

Nieliniową teorię modów sprzężonych zastosował Suhara do opisu generacji drugiej harmonicznej z wykorzystaniem kwazidopasowania fazowego [69]. W ramach

rozprawy teorię modów sprzężonych [70] zastosowano do opisu generacji trzeciej harmonicznej w światłowodzie z siatką, która pozwala na kwazidopasowanie fazowe [33].

W celu wyprowadzenia równań opisujących wydajność konwersji założono, że w światłowodzie propagują dwa mody podstawowe: mod pompy o częstości ω_0 oraz mod jej trzeciej harmonicznej o częstości $3\omega_0$. Dodatkowo, w celu porównania wyników uzyskanych z teorii modów sprzężonych oraz modelowania numerycznego opartego o rozwiązywanie uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera, powiązano efektywny współczynnik załamania n oraz współczynnik nieliniowości Kerra n_2 z przenikalnością elektryczną ε oraz podatnością nieliniową $\chi^{(3)}$. Przenikalność elektryczną wiąże się z efektywnym współczynnikiem załamania relacją:

$$\varepsilon = n^2, \tag{4.67}$$

natomiast podatność nieliniową ze współczynnikiem nieliniowości Kerra zależnością (2.60) powtórzoną poniżej:

$$\chi^{(3)} = \frac{4}{3}\varepsilon_0 \mathrm{c} n^2 n_2. \tag{4.68}$$

W analizowanym przypadku jako zaburzenie traktowano nieliniowość oraz zmianę właściwości liniowych (modulację efektywnego współczynnika załamania). W ogólności zaburzenia te mogą zostać wyrażone w postaci szeregów Fouriera:

$$\Delta\varepsilon = \sum_q \Delta\varepsilon_q \exp(-\mathrm{i}qKz), \tag{4.69}$$

$$\chi^{(3)} = \sum_q \chi^{(3)}_q \exp(-\mathrm{i}qKz), \tag{4.70}$$

gdzie K jest stałą siatki. W przypadku siatek sinusoidalnych w rozwinięciu w szereg niezerowe są tylko wyrazy, dla których $q = -1, 0, 1$.

Jako idealny światłowód, dla którego wyznaczane były mody własne, przyjęto światłowód odpowiadający uśrednionym parametrom siatki. Z tego powodu w równaniu (4.69) nie pojawia się $\Delta\varepsilon_0$ – zerowy wyraz rozwinięcia zaburzenia liniowego w szereg.

Zmiany amplitud modów własnych światłowodu opisywane są układem równań:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}A_{\omega_0}(z) &= -\mathrm{i}\frac{\omega_0}{4}\iint \mathbf{E}^*_{\omega_0}(x,y)\exp\left(\mathrm{i}\beta_{\omega_0}\right)\mathbf{P}_{\omega_0}(x,y,z)\,, \\ \frac{d}{dz}A_{3\omega_0}(z) &= -\mathrm{i}\frac{3\omega_0}{4}\iint \mathbf{E}^*_{3\omega_0}(x,y)\exp\left(\mathrm{i}\beta_{3\omega_0}\right)\mathbf{P}_{3\omega_0}(x,y,z)\,, \end{aligned} \tag{4.71}$$

gdzie A_{ω_0} jest zależnością amplitudy pompy od dystansu propagacji, $A_{3\omega_0}$ jest zależnością amplitudy trzeciej harmonicznej od dystansu propagacji, $\mathbf{E}_{\omega_0}(x,y)$, $\mathbf{E}_{3\omega_0}(x,y)$ są unormowanymi rozkładami pola elektrycznego modów o odpowiednich częstościach. Unormowane rozkłady spełniają zależność:

$$\iint \mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{E}_\mathrm{t}\times\mathbf{H}^*_\mathrm{t}\right)\right]dxdy = 1, \tag{4.72}$$

gdzie indeks dolny t oznacza składowe pól transwersalne do kierunku propagacji.

Wielkości $\mathbf{P}_{\omega_0}(x,y,z)$, $\mathbf{P}_{3\omega_0}(x,y,z)$ to polaryzacje związane z zaburzeniem idealnego światłowodu. Uwzględniając wszystkie oddziaływania nieliniowe pomiędzy modami można zapisać następujące równania:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{\omega_0} &= \varepsilon_0\Delta\varepsilon_{\omega_0}\mathbf{E}_{\omega_0} + 3\varepsilon_0\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}\omega_0}\left(\mathbf{E}_{\omega_0}\right)^2\mathbf{E}^*_{\omega_0} + \\ &\quad + 3\varepsilon_0\chi^{(3)}_{\mathrm{THG}}\mathbf{E}_{3\omega_0}\left(\mathbf{E}^*_{\omega_0}\right)^2 + 6\varepsilon_0\chi^{(3)}_{\mathrm{XPM}}\mathbf{E}_{3\omega_0}\mathbf{E}^*_{3\omega_0}\mathbf{E}_{\omega_0}, \\ \mathbf{P}_{3\omega_0} &= \varepsilon_0\Delta\varepsilon_{3\omega_0}\mathbf{E}_{3\omega_0} + \varepsilon_0\chi^{(3)}_{\mathrm{THG}}\left(\mathbf{E}_{\omega_0}\right)^3 + \\ &\quad + 6\varepsilon_0\chi^{(3)}_{\mathrm{XPM}}\mathbf{E}_{\omega_0}\mathbf{E}^*_{\omega_0}\mathbf{E}_{3\omega_0} + 3\varepsilon_0\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}3\omega_0}\left(\mathbf{E}_{3\omega_0}\right)^2\mathbf{E}^*_{\omega_0},\end{aligned} \tag{4.73}$$

gdzie skrótami oznaczono następujące procesy nieliniowe:

- THG – generacja trzeciej harmonicznej,
- SPMω_0 – samomodulacja fazy dla modu pompy,
- SPM$3\omega_0$ – samomodulacja fazy dla modu trzeciej harmonicznej,
- XPM – wzajemna modulacja fazy.

Wykorzystując podstawienia [69]:

$$\begin{aligned}A_{\omega_0}(z) &= A_{\mathrm{p}}(z)\exp\left[-\mathrm{i}\left(2\kappa_{\omega_0}/K\right)\sin\left(Kz\right)\right], \\ A_{3\omega_0}(z) &= A_{\mathrm{th}}(z)\exp\left[-\mathrm{i}\left(2\kappa_{3\omega_0}/K\right)\sin\left(Kz\right)\right],\end{aligned} \tag{4.74}$$

gdzie κ_{ω_0} oraz $\kappa_{3\omega_0}$ są współczynnikami sprzężenia związanymi z wpływem zaburzenia na własności liniowe, układ równań (4.71) można zapisać następująco:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dz}A_{\mathrm{p}}(z) &= -3\mathrm{i}\sum_q \kappa^{(q)}_{\mathrm{SPM}\omega_0}\exp\left(-\mathrm{i}qKz\right)\left|A_{\mathrm{p}}(z)\right|^2 A_{\mathrm{p}}(z) + \\ &\quad -3\mathrm{i}\sum_q \kappa^{(q)}_{\mathrm{THG}\omega_0}\exp\left(-2\mathrm{i}\Delta_{-q}z\right)\exp\left[-\mathrm{i}\phi\sin\left(Kz\right)\right]\left(A^*_{\mathrm{p}}(z)\right)^2 A_{\mathrm{th}}(z) + \\ &\quad -6\mathrm{i}\sum_q \kappa^{(q)}_{\mathrm{XPM}\omega_0}\exp\left(-\mathrm{i}qKz\right)\left|A_{\mathrm{th}}(z)\right|^2 A_{\mathrm{p}}(z), \\ \frac{d}{dz}A_{\mathrm{th}}(z) &= -\mathrm{i}\sum_q \kappa^{(q)}_{\mathrm{THG}3\omega_0}\exp\left(\mathrm{i}2\Delta_q z\right)\exp\left[\mathrm{i}\phi\sin\left(Kz\right)\right]\left(A_{\mathrm{p}}(z)\right)^3 + \\ &\quad -6\mathrm{i}\sum_q \kappa^{(q)}_{\mathrm{XPM}3\omega_0}\exp\left(-\mathrm{i}qKz\right)\left|A_{\mathrm{p}}(z)\right|^2 A_{\mathrm{th}}(z) + \\ &\quad -3\mathrm{i}\sum_q \kappa^{(q)}_{\mathrm{SPM}3\omega_0}\exp\left(-\mathrm{i}qKz\right)\left|A_{\mathrm{th}}(z)\right|^2 A_{\mathrm{th}}(z),\end{aligned} \tag{4.75}$$

gdzie

$$\phi = \frac{2\left(3\kappa_{\omega_0} - \kappa_{3\omega_0}\right)}{K}, \tag{4.76}$$

oraz

$$2\Delta_q = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0} - qK, \tag{4.77}$$

natomiast współczynniki κ, określające sprzężenia pomiędzy modami, wyrażone są następującymi relacjami:

$$\kappa_{\omega_0} = \frac{\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left|\mathbf{E}_{\omega_0}(x,y)\right|^2 \Delta\varepsilon_{\omega_0} dxdy, \tag{4.78}$$

$$\kappa_{3\omega_0} = \frac{3\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left|\mathbf{E}_{3\omega_0}(x,y)\right|^2 \Delta\varepsilon_{3\omega_0} dxdy, \tag{4.79}$$

$$\kappa^{(q)}_{\mathrm{SPM}\omega_0} = \frac{\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left|\mathbf{E}_{\omega_0}(x,y)\right|^4 \chi^{(3)}_{q\mathrm{SPM}\omega_0} dxdy, \tag{4.80}$$

$$\kappa^{(q)}_{\mathrm{THG}\omega_0} = \frac{\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left(\mathbf{E}^*_{\omega_0}(x,y)\right)^3 \mathbf{E}_{3\omega_0}(x,y)\, \chi^{(3)}_{q\mathrm{THG}} dxdy, \tag{4.81}$$

$$\kappa^{(q)}_{\mathrm{XPM}\omega_0} = \frac{\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left|\mathbf{E}_{\omega_0}(x,y)\right|^2 \left|\mathbf{E}_{3\omega_0}(x,y)\right|^2 \chi^{(3)}_{q\mathrm{XPM}} dxdy, \tag{4.82}$$

$$\kappa^{(q)}_{\mathrm{THG}3\omega_0} = \frac{3\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \mathbf{E}^*_{3\omega_0}(x,y) \left(\mathbf{E}_{\omega_0}(x,y)\right)^3 \chi^{(3)}_{q\mathrm{THG}} dxdy, \tag{4.83}$$

$$\kappa^{(q)}_{\mathrm{XPM}3\omega_0} = \frac{3\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left|\mathbf{E}_{3\omega_0}(x,y)\right|^2 \left|\mathbf{E}_{\omega_0}(x,y)\right|^2 \chi^{(3)}_{q\mathrm{XPM}} dxdy, \tag{4.84}$$

$$\kappa^{(q)}_{\mathrm{SPM}3\omega_0} = \frac{3\omega_0 \varepsilon_0}{4} \iint \left|\mathbf{E}_{3\omega_0}(x,y)\right|^4 \chi^{(3)}_{q\mathrm{SPM}3\omega_0} dxdy. \tag{4.85}$$

Układ równań (4.75) rozwiązywano numerycznie z wykorzystaniem procedury `ode23` z pakietu `Matlab`. Rezultaty obliczeń zostały przedstawione w rozdziale 5.2 oraz porównane z wynikami obliczeń wykonanych przy wykorzystaniu układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.

Rozdział 5.

Generacja trzeciej harmonicznej w światłowodach

W tym rozdziale przedstawiono wyniki symulacji procesu generacji trzeciej harmonicznej w światłowodach. Na wstępie dokonano przeglądu znanych sposobów generacji trzeciej harmonicznej w światłowodach, a następnie przeanalizowano możliwość wykorzystania siatki wpisanej w światłowód w celu uzyskania kwazidopasowania fazowego.

5.1. Przegląd znanych metod generacji trzeciej harmonicznej

Pierwszej eksperymentalnej obserwacji generacji trzeciej harmonicznej w światłowodzie dokonał Gabriagues w 1982 roku [71]. W zastosowanym przez niego wielomodowym włóknie o eliptycznym rdzeniu domieszkowanym germanem zachodziły także inne procesy nieliniowe prowadzące do generacji fali o częstotliwości sumarycznej. W późniejszych pracach eksperymentalnych zastosowano konwencjonalne włókna optycznych, w których rdzeń domieszkowany był germanem, erbem lub azotem [72–74]. W wymienionych publikacjach dopasowanie fazowe uzyskiwano pomiędzy modem podstawowym pompy oraz modem wyższego rzędu trzeciej harmonicznej. Osiągnięto niską wydajność konwersji – maksymalnie 2×10^{-4} [74].

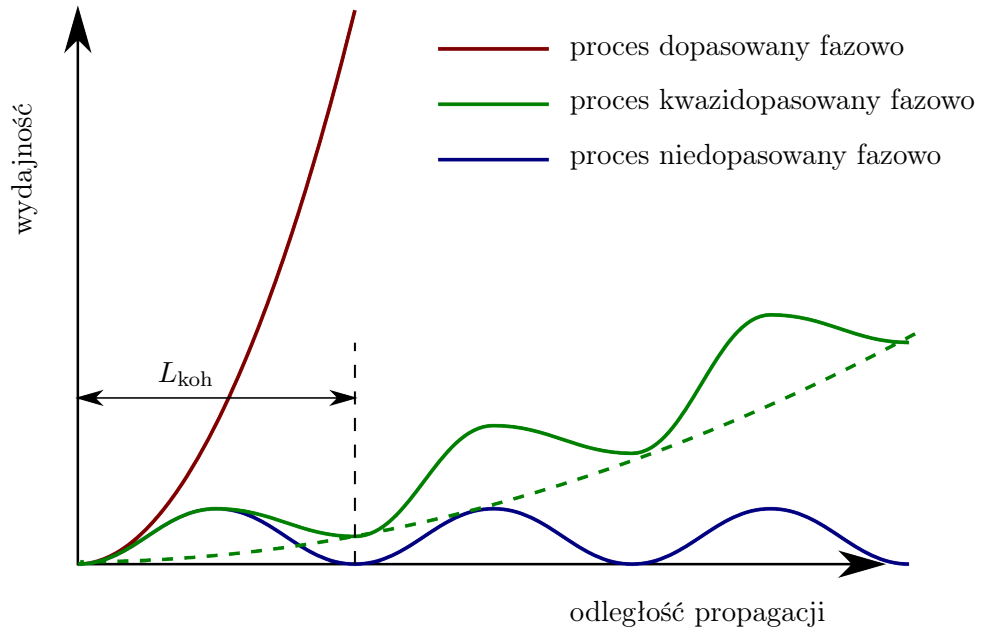
Dopasowanie fazowe do modów wyższego rzędu w światłowodach fotonicznych było także przedmiotem szczegółowej analizy eksperymentalnej i teoretycznej w pracach [75,76]. Dzięki zastosowaniu włókien fotonicznych zapewniających większą możliwość kształtowania charakterystyk dyspersyjnych udało się zwiększyć wydajność generacji trzeciej harmonicznej, jednakże nie przekroczyła ona jednego procenta.

Inny sposób na uzyskanie dopasowania został zaproponowany w pracy [77]. Pa-

rametry geometryczne włókna prowadzącego światło w oparciu o efekt fotonicznej przerwy wzbronionej zostały dobrane tak, aby w długofalowym zakresie spektrum umożliwić propagację światła z wykorzystaniem efektu zmodyfikowanego całkowitego wewnętrznego odbicia. Zaproponowana konstrukcja włókna umożliwia uzyskanie dopasowania pomiędzy modem podstawowym pompy prowadzonym dzięki zmodyfikowanemu całkowitemu wewnętrznemu odbiciu, a modem podstawowym trzeciej harmonicznej prowadzonym dzięki fotonicznej przerwie wzbronionej.

5.2. Kwazidopasowana fazowo generacja trzeciej harmonicznej

W ramach rozprawy, w celu pokonania trudności związanych z uzyskaniem dopasowania fazowego, wykorzystano tak zwaną technikę kwazidopasowania fazowego, uzyskiwanego poprzez wzdłużną modulację właściwości światłowodu. Technika ta zaproponowana została w jednej z pierwszych prac dotyczących nieliniowych procesów optycznych w odniesieniu do procesu generacji drugiej harmonicznej w kryształach [78, 79]. Wprowadzając periodyczne zaburzenie o okresie odpowiadającym niedopasowaniu fazowemu pomiędzy pompą i generowaną falą można doprowadzić do sytuacji, w której na drodze L_{koh} nie następuje spadek mocy generowanej fali do zera. Dzięki temu na dużym dystansie propagacji możliwa jest wydajna generacja pożądanej częstotliwości. Schematycznie efekt działania kwazidopasowania fazowego pokazano na rysunku 5.1.



Rysunek 5.1. Schematyczna ilustracja działania kwazidopasowania fazowego.

W ramach rozprawy rozważono dwie konstrukcje włókien optycznych, które mogą być wykorzystane do generacji trzeciej harmonicznej. Pierwszą z nich jest światłowód o skokowym rozkładzie współczynnika załamania, dla którego przeprowadzono symulacje generacji trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pracy pompy przedstawione w rozdziale 5.2.1.

W impulsowym trybie pracy pompy istotne jest, aby impuls pompy i generowany impuls trzeciej harmonicznej propagowały razem. Innymi słowy należy tak zaprojektować włókno, aby spełniony był warunek dopasowania prędkości grupowych pomiędzy pompą i jej trzecią harmoniczną. Spełnienie tego warunku nie jest możliwe w światłowodzie konwencjonalnym, natomiast jest możliwe w światłowodzie fotonicznym. Wyniki symulacji generacji trzeciej harmonicznej w światłowodzie fotonicznym, w którym spełniony jest warunek dopasowania prędkości grupowych przedstawiono w rozdziale 5.2.2.

W obu przypadkach rdzeń światłowodu domieszkowany był germanem. Zastosowanie szkła germanowego pozwala na zapisanie siatki z wykorzystaniem promieniowania ultrafiloetowego [80]. Dodatkowo domieszkowanie germanem zwiększa nieliniowy współczynnik Kerra w stosunku do czystego szkła krzemionkowego.

5.2.1. Pompowanie w trybie ciągłym

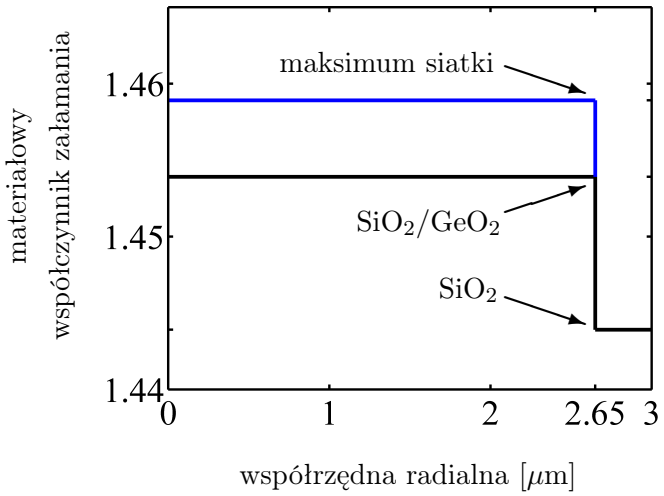
Projekt światłowodu

W celu zapewnienia możliwie wysokiej wydajności konwersji trzeciej harmonicznej przyjęto następujące założenia dotyczące konstrukcji światłowodu:

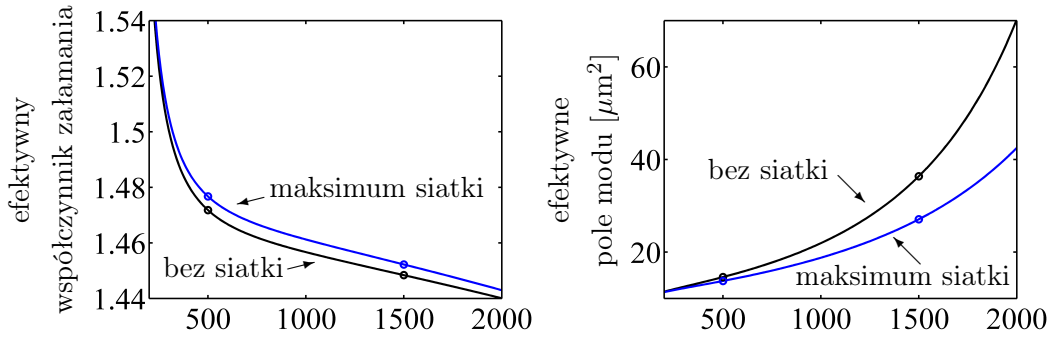
- bezwględna różnica materiałowych współczynników załamania rdzenia i płaszcza równa 1×10^{-2},
- maksymalna zmiana współczynnika załamania w rdzeniu po wpisaniu siatki równa 5×10^{-3} [80, 81],
- światłowód jednomodowy dla długości fali pompy $\lambda = 1{,}5\,\mu$m.

Przyjęte założenia stanowią realistyczny kompromis pomiędzy wydajnością procesu generacji trzeciej harmonicznej, a praktyczną realizowalnością światłowodu. Korzystając ze znanych relacji [82], opisujących zależność współczynnika załamania szkła krzemionkowo-germanowego od stężenia GeO_2, ustalono jego wartość na 7,34 mol%. Natomiast wartość promienia rdzenia ustalono na 2,65 μm, aby światłowód był jednomodowy dla długości fali pompy. Rozkład materiałowego współczynnika załamania w obszarze rdzenia pokazany jest na rysunku 5.2.

Charakterystyki włókna wyznaczone metodą elementów skończonych przedstawiono na rysunku 5.3. Wartości efektywnych współczynników załamania i efektywnych pól modów dla pompy oraz trzeciej harmonicznej pokazano na rysunku 5.4

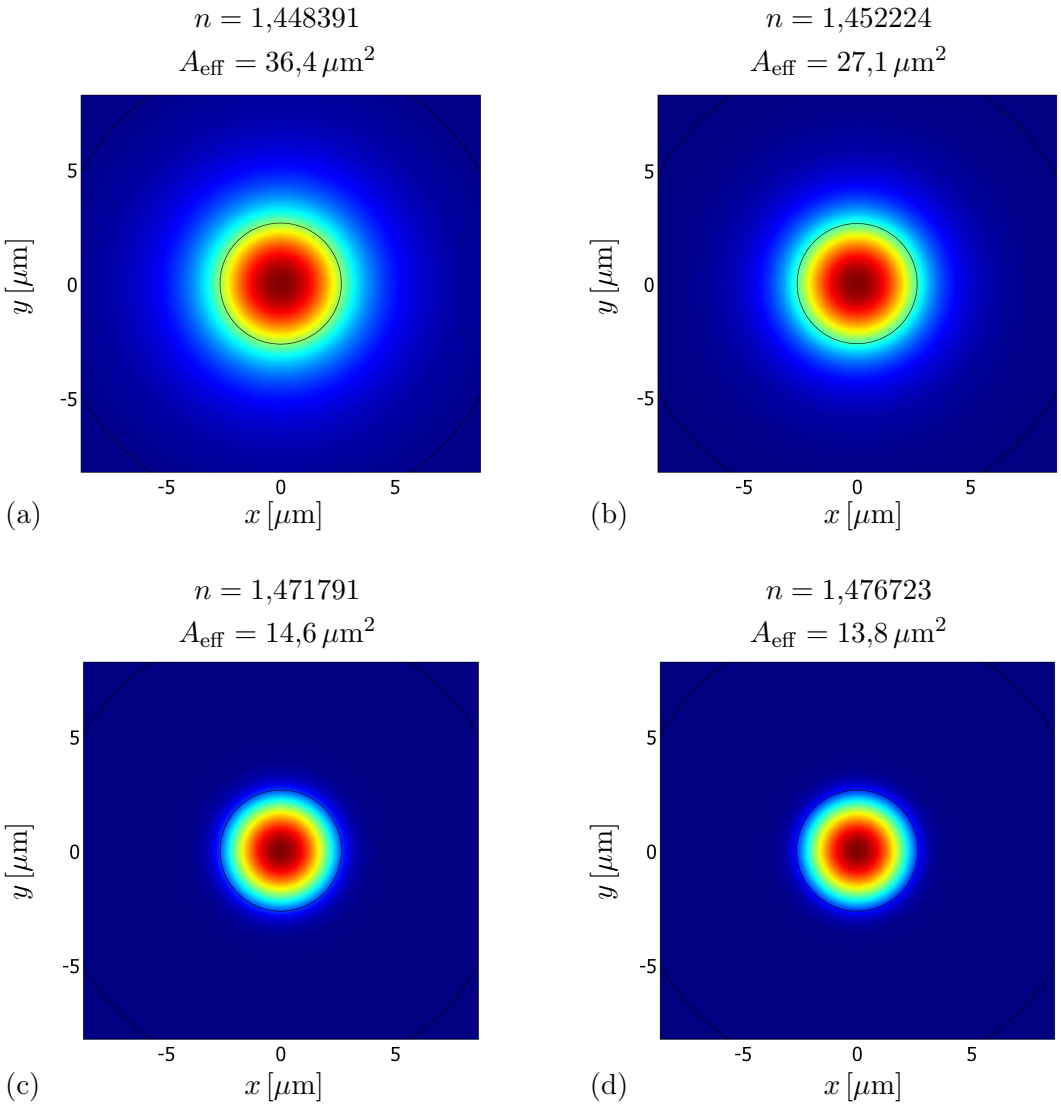


Rysunek 5.2. Rozkład materiałowego współczynnika załamania w rdzeniu światłowodu o skokowym profilu współczynnika załamania.



(a) długość fali [nm] (b) długość fali [nm]

Rysunek 5.3. Zależności efektywnego współczynnika załamania oraz efektywnego pola modu od długości fali dla światłowodu o skokowym profilu współczynnika załamania; kolorem czarnym oznaczono dane dla włókna bez siatki, kolorem niebieskim dla maksimum siatki; kółka pokazują wartości parametrów dla długości fal 500 nm oraz 1500 nm.



Rysunek 5.4. Moduł natężenia pola elektrycznego, efektywny współczynnik załamania (n) oraz efektywne pole modu (A_{eff}) wyznaczone metodą elementów skończonych (a) $\lambda = 1500\,\text{nm}$ dla włókna bez siatki, (b) $\lambda = 1500\,\text{nm}$ w maksimum siatki, (c) $\lambda = 500\,\text{nm}$ dla włókna bez siatki, (d) $\lambda = 500\,\text{nm}$ w maksimum siatki.

wraz z wykresami ilustrującymi rozkład natężenia pola elektrycznego modów.

W obliczeniach przyjęto, że wartość współczynnika nieliniowości Kerra nie zależy od długosci fali i wynosi $n_2 = 2{,}6 \times 10^{-20}\mathrm{m}^2/\mathrm{W}$. W celu porównania wyników uzyskanych z rozwiązania układu nieliniowych sprzężonych równań Schrödingera oraz nieliniowej teorii modów sprzężonych, współczynniki podatności nieliniowych dla procesów samomodulacji fazy obliczono zgodnie z równaniem (4.68):

$$\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}\omega} = 1{,}9365 \times 10^{-22}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V}^2}, \tag{5.1}$$

$$\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}3\omega} = 2{,}0000 \times 10^{-22}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V}^2}, \tag{5.2}$$

natomiast dla procesów generacji trzeciej harmonicznej oraz wzajemnej modulacji fazy wyznaczono je jako średnie geometryczne [33]:

$$\chi^{(3)}_{\mathrm{THG}} = \sqrt[4]{\left(\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}\omega}\right)^3 \chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}3\omega}} = 1{,}9515 \times 10^{-22}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V}^2}, \tag{5.3}$$

$$\chi^{(3)}_{\mathrm{XPM}} = \sqrt[4]{\left(\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}\omega}\right)^2 \left(\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}3\omega}\right)^2} = 1{,}9675 \times 10^{-22}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V}^2}. \tag{5.4}$$

Wyniki obliczeń

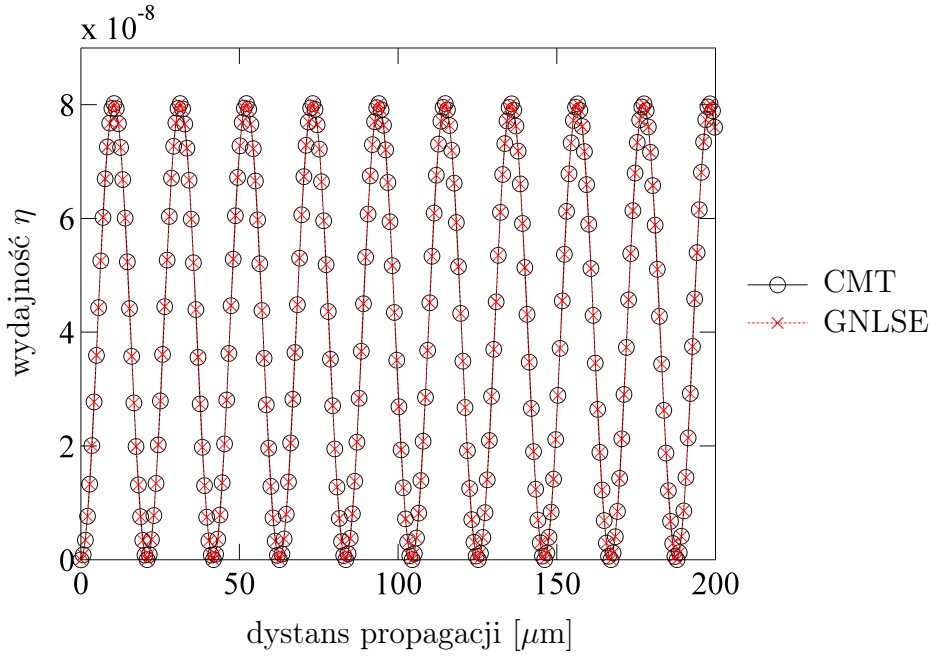
Obliczenia w trybie pracy ciągłej wykonano dla pompy o mocy 10 kW pracującej na długości fali $\lambda = 1{,}5\,\mu\mathrm{m}$. W poszczególnych przypadkach rozwiązywano układ uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera (4.51) metodą rozdzielonego kroku z transformatą Fouriera oraz układ równań opisujący generację trzeciej harmonicznej z wykorzystaniem nieliniowej teorii modów sprzężonych (4.75).

W pierwszej kolejności rozważano proces niedopasowany fazowo. Obliczono zależność wydajności generacji trzeciej harmonicznej w funkcji drogi propagacji przyjmując parametry włókna odpowiadające średnim wartościom siatki. Wyniki obliczeń wykorzystujących układ uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera zaprezentowano wcześniej na rysunku 4.13, natomiast na rysunku 5.5 przedstawiono porównanie wyników uzyskanych obydwoma metodami. Bardzo dobra zgodność wyników potwierdza równoważność obu metod w przypadku pompowania w trybie ciągłym.

Następnie wykonano obliczenia uwzględniając modulację jedynie właściwości liniowych światłowodu. Przyjęto, że wpisanie siatki nie zmienia znacząco rozkładów pól w modach, natomiast wprowadza modulację efektywnych współczynników załamania. Okres L siatki wyznaczono tak, aby spełniony był warunek kwazidopasowania fazowego:

$$K = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0}. \tag{5.5}$$

W celu opisania oddziaływania fal elektromagnetycznych w światłowodzie o zmiennych poosiowo właściwościach rozwiązywano układ uogólnionych nieliniowych rów-

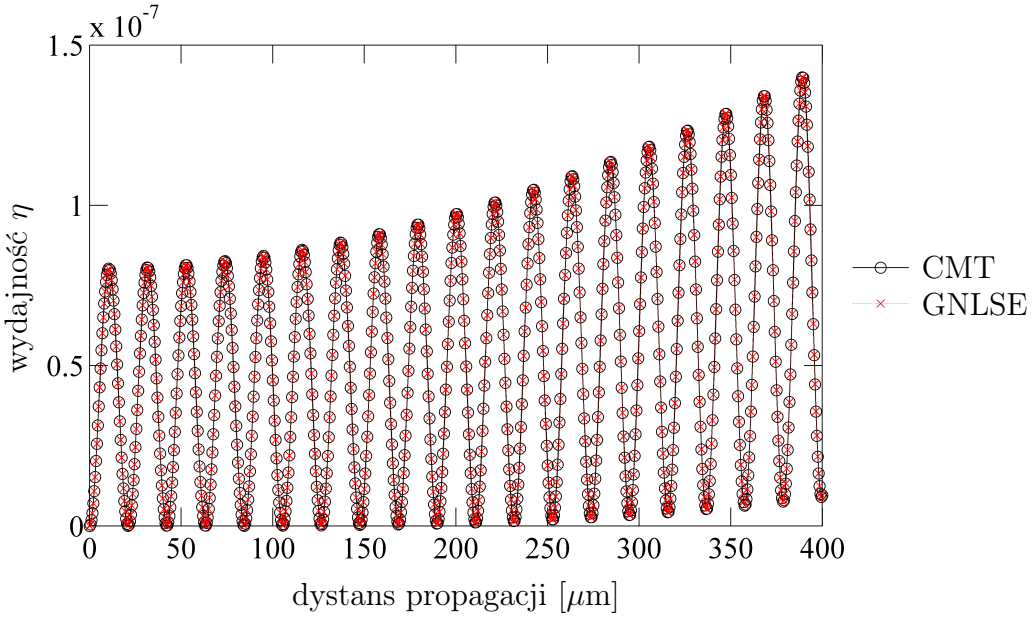


Rysunek 5.5. Porównanie wyników obliczeń wykonanych w oparciu o układ uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera (GNLSE) oraz o teorię modów sprzężonych (CMT). Wydajność generacji trzeciej harmonicznej w trybie pracy ciągłej w zaprojektowanym światłowodzie o skokowym rozkładzie współczynnika załamania pokazanym na rysunku 5.2.

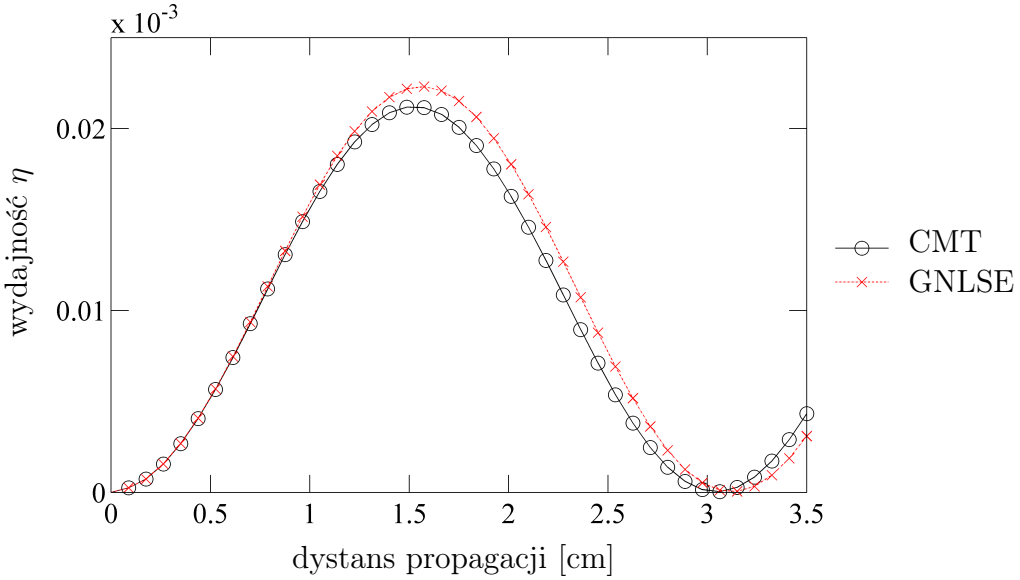
nań Schrödingera (4.51) z krokiem $(L/300)$. Natomiast w układzie równań opisującym konwersję na podstawie nieliniowej teorii modów sprzężonych (4.75) przyjęto wartości współczynników sprzężenia κ_{ω_0} (4.78) oraz $\kappa_{3\omega_0}$ (4.79) wyznaczone przy założeniu, że $\Delta\varepsilon_{\omega_0} = 5{,}560 \times 10^{-3}$ oraz $\Delta\varepsilon_{3\omega_0} = 7{,}272 \times 10^{-3}$, co odpowiada modulacji efektywnych współczynników załamania w siatce.

Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 5.6 oraz 5.7. Na pierwszym z nich pokazano wydajność procesu na początkowych 400 μm włókna, w celu zobrazowania charakteru procesu kwazidopasowanego fazowo. Podobnie jak w przypadku procesu niedopasowanego fazowo (rysunek 5.5) widoczne są oscylacje o okresie zbliżonym do 20,6 μm, jednakże obserwowany jest systematyczny wzrost wydajności.

Na rysunku 5.7 pokazano dalszy przebieg zależności wydajności od dystansu propagacji, przy czym oscylacje wydajności zostały uśrednione. Maksymalna wydajność jest około 250 razy większa niż dla włókna bez siatki. Wyniki otrzymane przy pomocy obu metod są zgodne. Periodyczny charakter wydajności sugeruje, że proces nie jest w pełni dopasowany fazowo. Wynika to z pominięcia w wyrażeniu na warunek kwazidopasowania fazowego (5.5) wpływu nieliniowości na stałe propagacji. Uwzględniając wpływ samomodulacji i wzajemnej modulacji fazy, stałe propagacji



Rysunek 5.6. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji na początkowym odcinku włókna w światłowodzie z siatką liniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.5); CMT – wyniki uzyskane z teorii modów sprzężonych, GNLSE – wyniki uzyskane z układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.



Rysunek 5.7. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji w światłowodzie z siatką liniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.5); CMT – wyniki uzyskane z teorii modów sprzężonych, GNLSE – wyniki uzyskane z układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.

można zapisać następująco:

$$\tilde{\beta}_{\omega_0} = \beta_{\omega_0} + \frac{n_2\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{SPM}\omega_0} P_{\omega_0} + 2\frac{n_2\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{XPM}} P_{3\omega_0}, \tag{5.6}$$

$$\tilde{\beta}_{3\omega_0} = \beta_{3\omega_0} + \frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{SPM}3\omega_0} P_{3\omega_0} + 2\frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{XPM}} P_{\omega_0}, \tag{5.7}$$

gdzie P_{ω_0} oraz $P_{3\omega_0}$ oznaczają moc odpowiednio w modzie pompy oraz w modzie trzeciej harmonicznej, natomiast współczynniki f określają przekrycie między modami [6]:

$$f_{\mathrm{SPM}\omega_0} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{\omega_0}(x,y)|^4 \, dxdy}{\left(\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{\omega_0}(x,y)|^2 \, dxdy\right)^2}, \tag{5.8}$$

$$f_{\mathrm{SPM}3\omega_0} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{3\omega_0}(x,y)|^4 \, dxdy}{\left(\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{3\omega_0}(x,y)|^2 \, dxdy\right)^2}, \tag{5.9}$$

$$f_{\mathrm{XPM}} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{\omega_0}(x,y)|^2 |F_{3\omega_0}(x,y)|^2 \, dxdy}{\left(\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{\omega_0}(x,y)|^2 \, dxdy\right)\left(\iint_{-\infty}^{\infty} |F_{3\omega_0}(x,y)|^2 \, dxdy\right)}. \tag{5.10}$$

Wykorzystując wyrażenie na efektywne pole modu (2.63) współczynniki f można wyrazić następująco:

$$f_{\mathrm{SPM}\omega_0} = \frac{1}{A_{\mathrm{eff}\omega_0}}, \tag{5.11}$$

$$f_{\mathrm{SPM}3\omega_0} = \frac{1}{A_{\mathrm{eff}3\omega_0}}, \tag{5.12}$$

$$f_{\mathrm{XPM}} \approx \frac{1}{\sqrt[4]{\left(A_{\mathrm{eff}\omega_0}\right)^2 \left(A_{\mathrm{eff}3\omega_0}\right)^2}}, \tag{5.13}$$

przy czym przybliżenie w równaniu (5.13) odpowiada normowaniu amplitudy zaproponowanemu przez Lægsgaarda [68], zgodnie z równaniem (4.48).

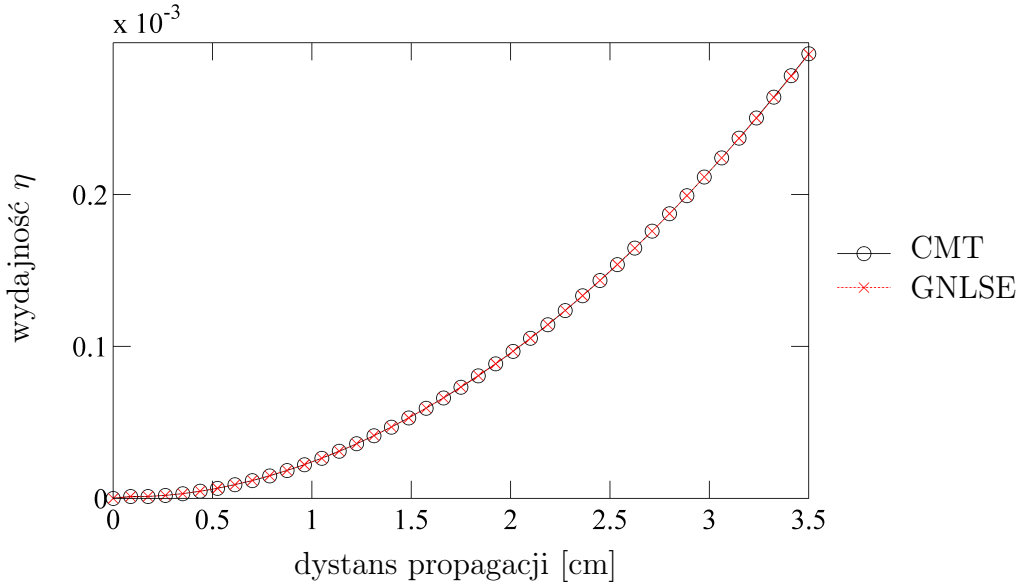
Po uwzględnieniu wpływu efektów nieliniowych na stałe propagacji warunek dopasowania fazowego określony jest następującym wyrażeniem:

$$\begin{aligned} K = {} & \beta_{3\omega_0} + \frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{SPM}3\omega_0} P_{3\omega_0} + 2\frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{XPM}} P_{\omega_0} + \\ & - 3\beta_{\omega_0} - 3\frac{n_2\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{SPM}\omega_0} P_{\omega_0} - 6\frac{n_2\omega_0}{\mathrm{c}} f_{\mathrm{XPM}} P_{3\omega_0}. \end{aligned} \tag{5.14}$$

Na początku włókna moc trzeciej harmonicznej jest zerowa, co oznacza, że wyrażenie (5.14) przyjmuje postać:

$$K = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0} + \frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} \left(2 f_{\mathrm{XPM}} - f_{\mathrm{SPM}\omega_0}\right) P_{\omega_0}. \tag{5.15}$$

Wyniki obliczeń uwzględniających wyłącznie modulację właściwości liniowych w siatce, której okres spełnia nieliniowy warunek dopasowania fazowego (5.15) przedstawiono na rysunku 5.8. Na dystansie propagacji równym 3,5 cm wydajność osiąga



Rysunek 5.8. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji w światłowodzie z siatką liniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.15); CMT – wyniki uzyskane z teorii modów sprzężonych, GNLSE – wyniki uzyskane z układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.

poziom 3×10^{-3}, czyli ponad 10 razy więcej niż w przypadku liniowego warunku dopasowania fazowego (5.5). Dodatkowo w analizowanym przypadku zgodność wyników z obu metod jest bardzo dobra.

W kolejnym etapie obliczeń uwzględniono nie tylko poosiową modulację właściwości liniowych (efektywnych współczynników załamania), ale także modulację właściwości nieliniowych w siatce (efektywnych pól modów). Układ uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera (4.51) rozwiązywano z krokiem $L/300$, uwzględniając zmienność efektywnych pól modów oraz efektywnych współczynników załamania na dystansie propagacji.

W celu rozwiązania układu równań wyprowadzonego na podstawie nieliniowej teorii modów sprzężonych (4.75) wartości współczynników sprzężenia (4.80)-(4.85) zostały obliczone przy założeniu, że modulację rozkładu pola modów można zastąpić modulacją podatności nieliniowych. W wyrażeniach na współczynniki sprzężenia (4.80)-(4.85) przyjęto następujące wartości:

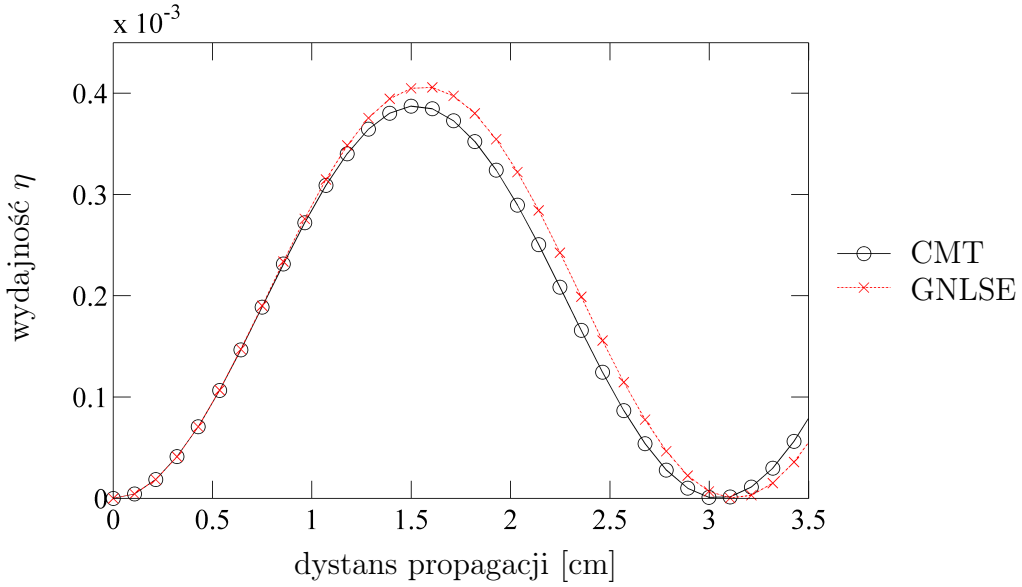
$$\chi^{(3)}_{(1)\mathrm{SPM}\omega_0} = 0{,}0732\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}\omega_0}, \tag{5.16}$$

$$\chi^{(3)}_{(1)\mathrm{XPM}} = 0{,}0442\chi^{(3)}_{\mathrm{XPM}}, \tag{5.17}$$

$$\chi^{(3)}_{(1)\mathrm{THG}} = 0{,}0587\chi^{(3)}_{\mathrm{THG}}, \tag{5.18}$$

$$\chi^{(3)}_{(1)\mathrm{SPM}3\omega_0} = 0{,}0149\chi^{(3)}_{\mathrm{SPM}3\omega_0}. \tag{5.19}$$

Współczynniki liczbowe odpowiadają modulacji współczynników $f_{\mathrm{SPM}\omega_0}$, $f_{\mathrm{SPM}3\omega_0}$,



Rysunek 5.9. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji w światłowodzie z siatką nieliniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.5); CMT – wyniki uzyskane z teorii modów sprzężonych, GNLSE – wyniki uzyskane z układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.

f_{XPM} określonych wzorami (5.11), (5.12), (5.13) oraz współczynnika f_{THG} określonego analogiczną zależnością:

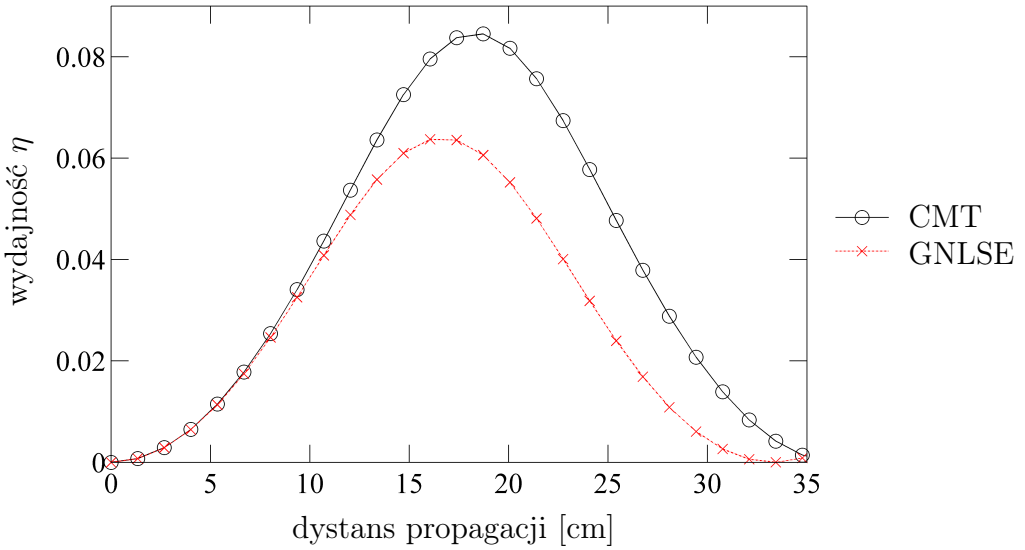
$$f_{\mathrm{THG}} \approx \frac{1}{\sqrt[4]{\left(A_{\mathrm{eff}\omega_0}\right)^3 \left(A_{\mathrm{eff}3\omega_0}\right)}} \tag{5.20}$$

Zmienność współczynników f obliczono na podstawie wartości efektywnych pól modów wyznaczonych dla włókna bez siatki oraz w maksimum siatki, które przedstawiono na rysunku 5.4.

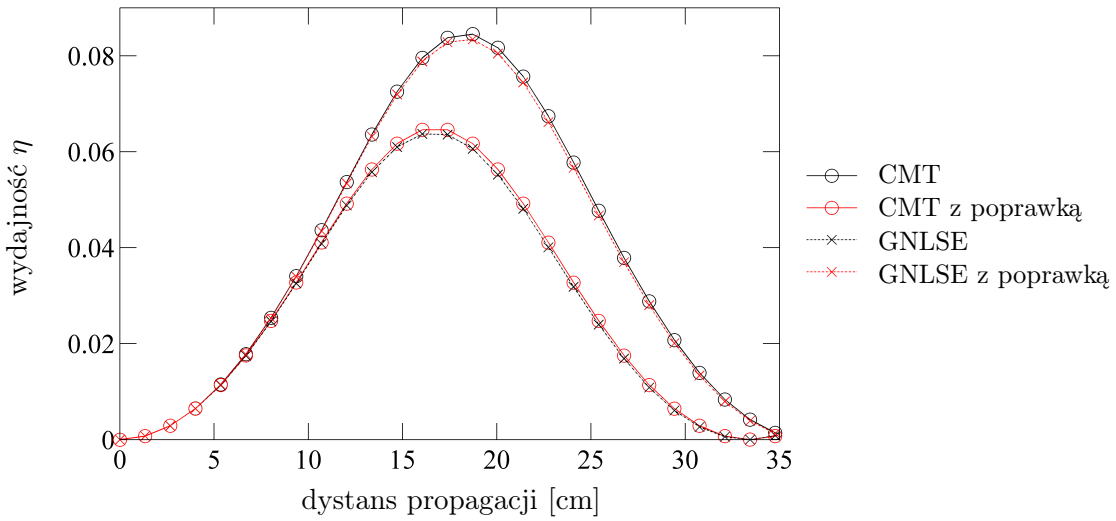
Wyniki obliczeń dla nieliniowej siatki spełniającej warunek dopasowania fazowego (5.5) przedstawiono na rysunku 5.9. Także w tym przypadku obliczenia wykonane obiema metodami dają zgodne rezultaty.

Jakościowo zależność wydajności od dystansu propagacji jest zbliżona do zależności pokazanej na rysunku 5.7 dla siatki liniowej, jednakże maksymalna wartość wydajności jest dwudziestokrotnie większa w przypadku uwzględnienia modulacji właściwości nieliniowych w siatce. Podobieństwo wynika z faktu, że także w tym przypadku, proces nie jest w pełni dopasowany fazowo, a stopień niedopasowania jest taki sam. Natomiast większa maksymalna wydajność wynika z tego, że modulacja efektywnych pól modów odpowiadająca założonej modulacji materiałowego współczynnika załamania w rdzeniu jest większa, niż modulacja efektywnych współczynników załamania.

Na rysunku 5.10 przedstawiono wyniki obliczeń dla nieliniowej siatki spełniającej nieliniowy warunek dopasowania fazowego (5.15). Wydajność konwersji obliczona



Rysunek 5.10. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji w światłowodzie z siatką nieliniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.15); CMT – wyniki uzyskane z teorii modów sprzężonych, GNLSE – wyniki uzyskane z układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.



Rysunek 5.11. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji w światłowodzie z siatką nieliniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.15) oraz (5.21); CMT – wyniki uzyskane z teorii modów sprzężonych, GNLSE – wyniki uzyskane z układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera.

z zastosowaniem obu metod przekracza 5% na dystansie propagacji poniżej 20 cm. Odległość ta odpowiada około 9000 okresom siatki. Wyniki uzyskane dla obu modeli opisują zgodnie wydajność na początkowym odcinku około 10 cm, jednakże maksymalna wartość i odpowiadający jej dystans propagacji różnią się. Można wiązać tą różnicę z faktem, że w obu modelach w inny sposób uwzględnia się współdziałanie efektów liniowych i nieliniowych. W konsekwencji na dystansie propagacji kumuluje się niewielka różnica faz. Zastosowanie poprawki do warunku dopasowania fazowego (5.15) pozwoliło uzgodnić wyniki pomiędzy obydwoma metodami. W obliczeniach wykorzystano następujący warunek dopasowania fazowego:

$$K = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0} + \frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} \left(2 f_{\mathrm{XPM}} - f_{\mathrm{SPM}\omega_0}\right) P_{\omega_0} \pm \xi, \tag{5.21}$$

gdzie ξ oznacza wprowadzoną poprawkę.

Wartość bezwzględna poprawki wynosi $5\,\mathrm{m}^{-1}$, co stanowi $1{,}66 \times 10^{-5}$ całkowitego niedopasowania. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 5.11.

Optymalizacja

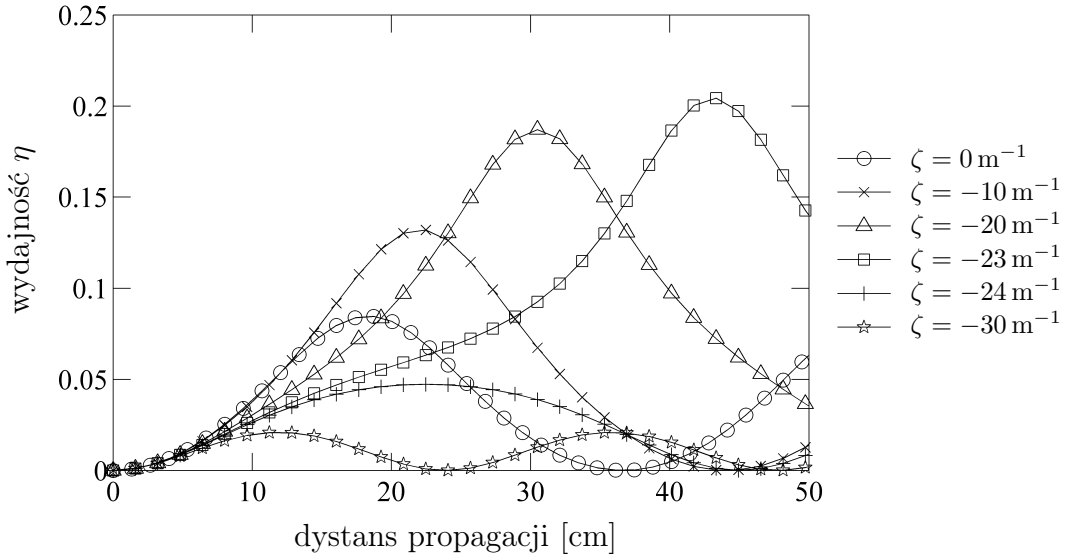
Rezultaty obliczeń pokazują, że moc w modzie trzeciej harmonicznej osiąga znaczący poziom i pominięcie jej w wyprowadzeniu nieliniowego warunku dopasowania fazowego jest nieuzasadnione. Prowadzi to także do konkluzji, że warunek dopasowania fazowego zależy od dystansu propagacji.

W celu sprawdzenia, czy dla siatki o stałym okresie można uzyskać większą wydajność, niż dla siatki spełniającej nieliniowy warunek dopasowania fazowego (5.15), wykonano serię obliczeń dla siatek spełniających następujący warunek dopasowania fazowego:

$$K = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0} + \frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} \left(2 f_{\mathrm{XPM}} - f_{\mathrm{SPM}\omega_0}\right) P_{\omega_0} + \zeta. \tag{5.22}$$

Poszukiwano wartości poprawki ζ, która daje maksymalną wydajność.

Rezultaty obliczeń wykonanych przy użyciu nieliniowej teorii modów sprzężonych przedstawiono na rysunku 5.12. Uzyskano maksymalną wydajność sięgającą 20% na drodze propagacji mniejszej niż 45 cm dla $\zeta = -23\,\mathrm{m}^{-1}$. Wyniki te potwierdzono także przy użyciu układu uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera. Pokazują one wysoką wrażliwość procesu kwazidopasowanej generacji trzeciej harmonicznej na niewielkie przesunięcie w warunku dopasowania fazowego. Ograniczenie to, charakterystyczne dla siatek o stałym okresie, może być pokonane przy zastosowaniu siatki o zmiennym okresie, który kompensuje wpływ mocy w trzeciej harmonicznej na przesunięcie fazy pomiędzy pompą i trzecią harmoniczną.



Rysunek 5.12. Zależność wydajności konwersji energii do trzeciej harmonicznej w ciągłym trybie pompy od dystansu propagacji w światłowodzie z siatką nieliniową spełniającą warunek dopasowania fazowego (5.22) dla różnych wartości ζ.

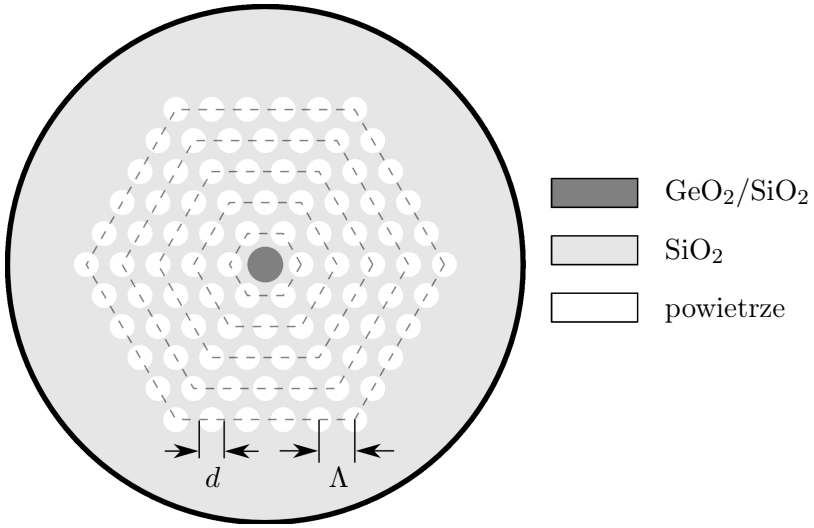
5.2.2. Tryb pracy impulsowy

Światłowód z dopasowaniem prędkości grupowych

W celu opracowania konstrukcji światłowodu fotonicznego prowadzącego światło w oparciu o efekt zmodyfikowanego całkowitego wewnętrznego odbicia, która zapewnia wysoką wydajność konwersji do trzeciej harmonicznej przyjęto następujące założenia:

- prędkości grupowe dla pompy o długości fali 1560 nm oraz jej trzeciej harmonicznej na długości fali 520 nm są równe,
- rdzeń jest domieszkowany germanem tak, aby bezwzględna różnica materiałowych współczynników załamania obszaru domieszkowanego i niedomieszkowanego wynosiła 1×10^{-2},
- maksymalna zmiana współczynnika załamania w rdzeniu po wpisaniu siatki wynosi 1×10^{-2} [80, 81].

Wartość stężenia domieszki GeO_2 w obszarze rdzenia ustalono na 7,34 mol% a średnica obszaru domieszkowanego jest równa stałej sieci. Dla kanałów powietrznych wartość liniowego współczynnika wypełnienia f wynosi 0,7. Zapewnia ona znacząca modulację efektywnych pól modów dla pompy i trzeciej harmonicznej, która odgrywa dużą rolę w procesie kwazidopasowanym fazowo. Dla mniejszych wartości f nie można osiągnąć dopasowania prędkości grupowych, natomiast dla większych – modulacja efektywnego pola modu jest mniejsza. Następnie strukturę zoptymali-

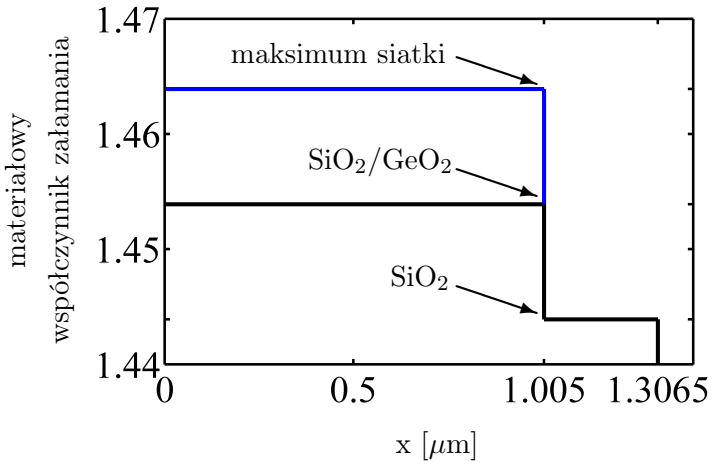


Rysunek 5.13. Schematyczny przekrój włókna fotonicznego typu „index-guided" spełniającego warunek dopasowania prędkości grupowych pomiędzy pompą na 1560 nm, a jej trzecią harmoniczną.

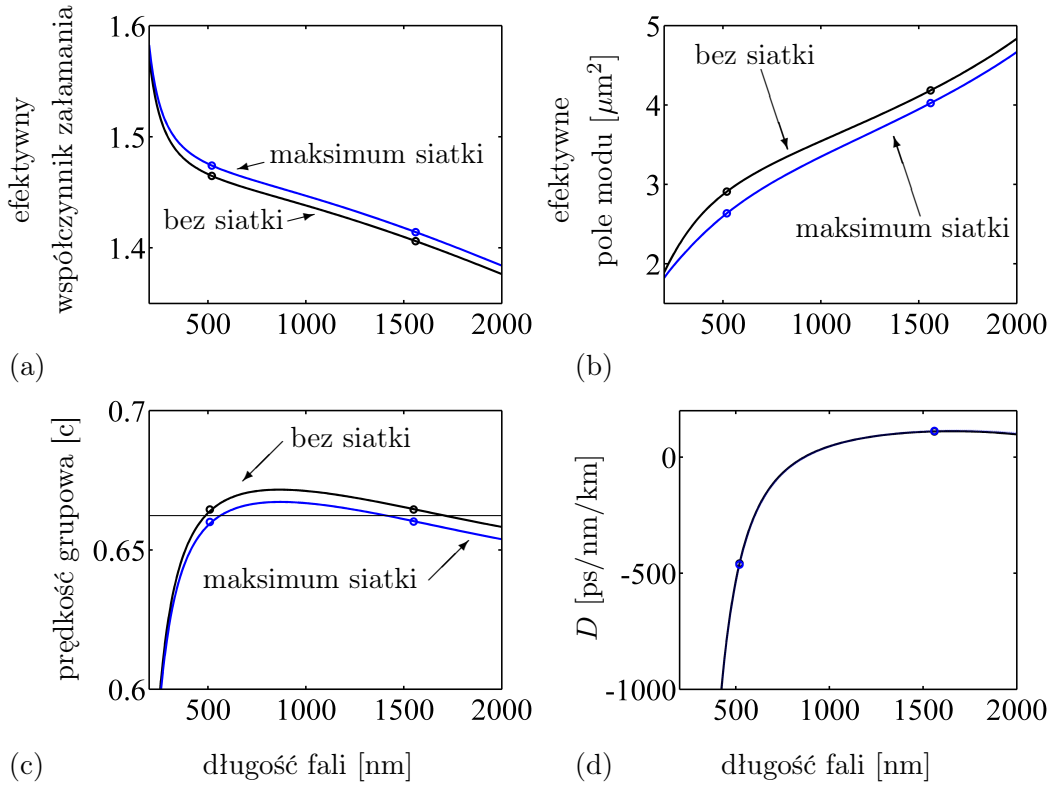
zowano względem stałej sieci Λ tak, by zachodziło pożądane dopasowanie prędkości grupowych. Warunek ten jest spełniony dla $\Lambda = 2010\,\text{nm}$, co daje średnicę kanałów powietrznych równą $d = f\Lambda = 1407\,\text{nm}$. Geometrię zaprojektowanego włókna fotonicznego przedstawiono na rysunku 5.13, natomiast rozkład materiałowego współczynnika załamania w rdzeniu przedstawiono na rysunku 5.14.

Charakterystyki włókna wyznaczone metodą elementów skończonych przedstawiono na rysunku 5.15. Na podstawie wartości efektywnych współczynników załamania obliczono zależności prędkości grupowej oraz dyspersji chromatycznej od długości fali. Na wykresie ilustrującym zależność prędkości grupowej linią poziomą zaznaczono średnią wartość w siatce. Wykres pokazuje spełnienie warunku dopasowania prędkości grupowych pomiędzy pompą i jej trzecią harmoniczną. Wpisanie siatki ma natomiast stosunkowo niewielki wpływ na dyspersję chromatyczną, w części (d) rysunku 5.15 przedstawiono dwie krzywe, które są praktycznie nierozróżnialne.

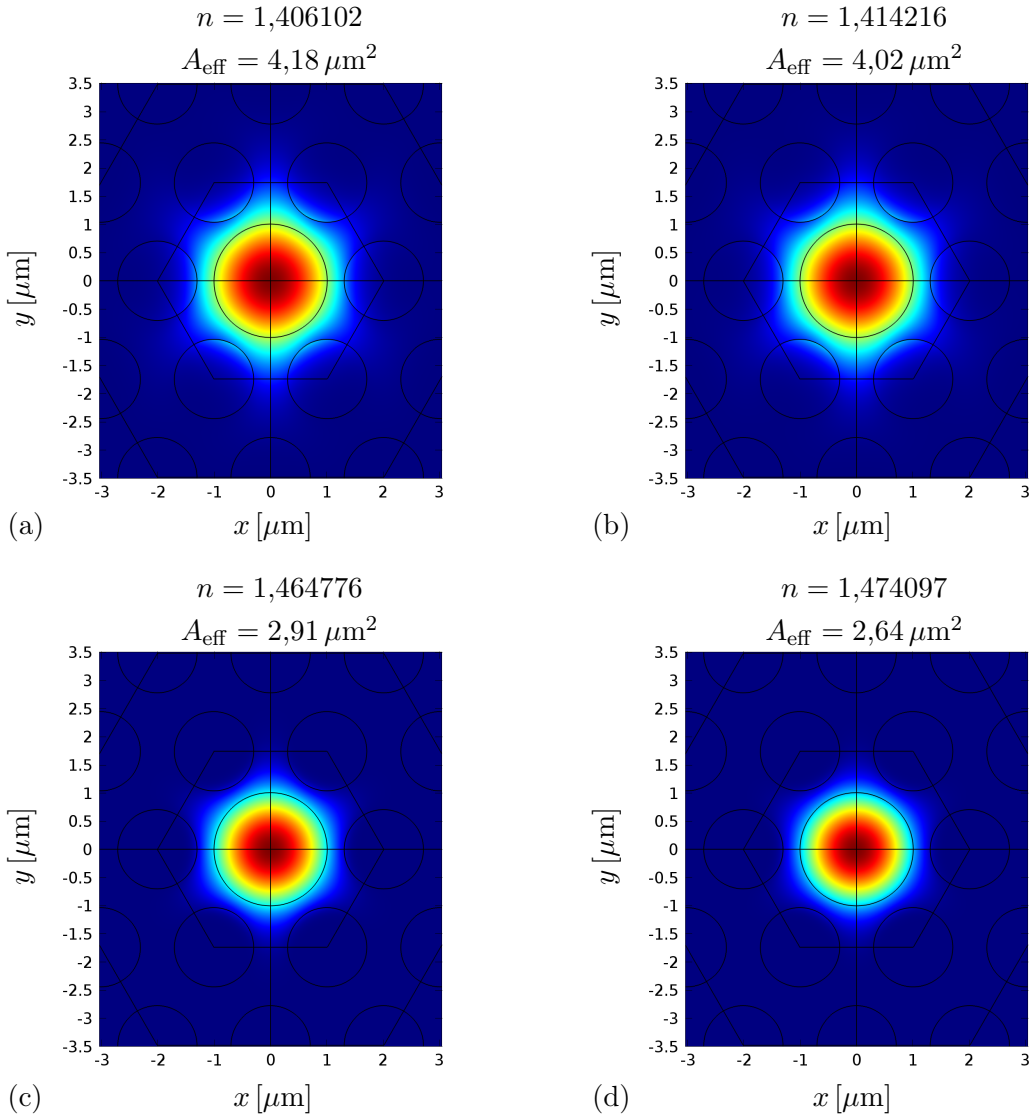
Wartości efektywnych współczynników załamania i efektywnych pól modów dla pompy oraz trzeciej harmonicznej pokazano na rysunku 5.16 wraz z wykresami ilustrującymi rozkład natężenia pola elektrycznego modów.



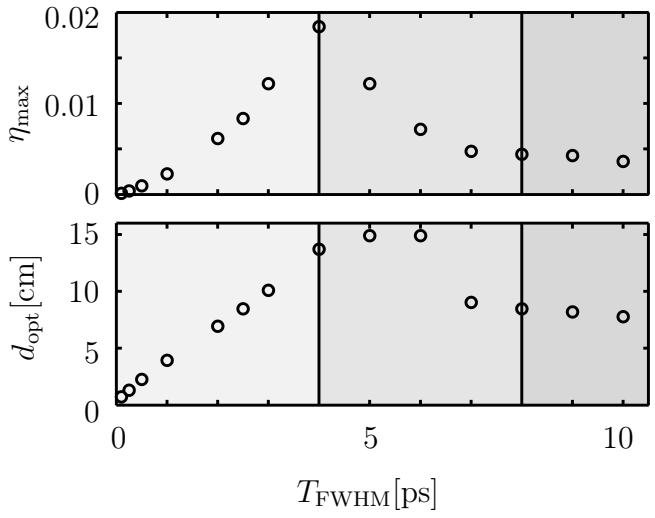
Rysunek 5.14. Rozkład materiałowego współczynnika załamania w rdzeniu światłowodu fotonicznego spełniającego warunek dopasowania prędkości grupowych.



Rysunek 5.15. Charakterystyki zaprojektowanego włókna fotonicznego o dopasowanych prędkościach grupowych: (a) efektywny współczynnik załamania, (b) efektywne pole modu, (c) prędkość grupowa, (d) dyspersja chromatyczna; kolorem czarnym oznaczno dane dla włókna bez siatki, kolorem niebieskim dla maksimum siatki; kółka pokazują wartości parametrów dla długości fal 520 nm oraz 1560 nm; linia pozioma na rysunku (c) odpowiada prędkości grupowej w średniej siatki dla pompy.



Rysunek 5.16. Moduł natężenia pola elektrycznego, efektywny współczynnik załamania (n) oraz efektywne pole modu podstawowego (A_{eff}) wyznaczone metodą elementów skończonych dla włókna o dopasowanych prędkościach grupowych: (a) $\lambda = 1560\,\text{nm}$ włókno bez siatki, (b) $\lambda = 1560\,\text{nm}$ w maksimum siatki, (c) $\lambda = 520\,\text{nm}$ włókno bez siatki, (d) $\lambda = 520\,\text{nm}$ w maksimum siatki.



Rysunek 5.17. Maksymalna wydajność konwersji energii do trzeciej harmonicznej $\eta_{\max}$ oraz odpowiadający jej dystans propagacji d_{opt} w funkcji szerokości połówkowej impulsu T_{FWHM}[ps].

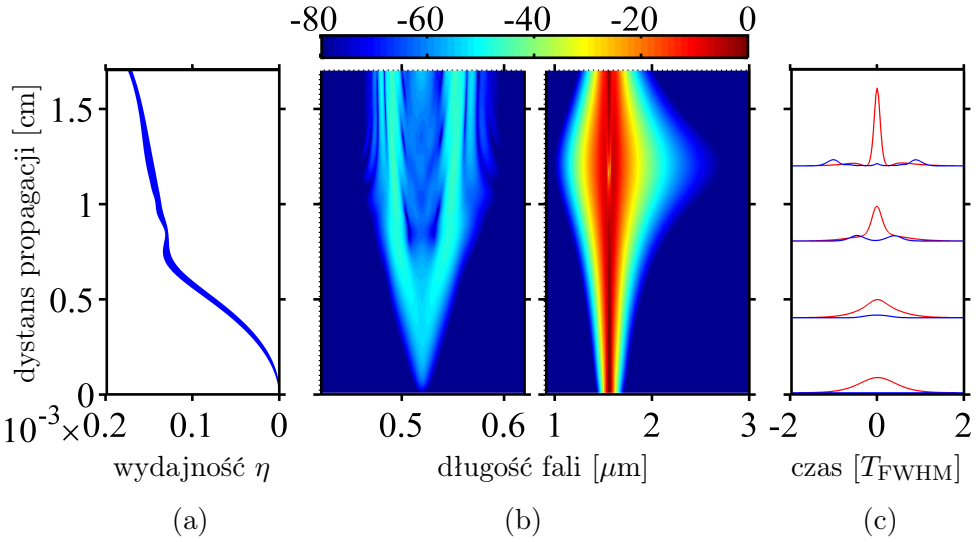
Wyniki obliczeń

W celu obliczenia wydajności konwersji w trybie impulsowym wykorzystano układ uogólnionych nieliniowych równań Schrödingera (4.51). Analizowano zależność wydajności konwersji od czasu trwania impulsu o obwiedni sekansa hiperbolicznego i ustalonej mocy szczytowej $P_{\omega_0} = 10\,\mathrm{kW}$. Czas trwania określano z wykorzystaniem parametru szerokości połówkowej (*full width half maximum*) – T_{FWHM}. Wydajność obliczano jako stosunek energii w obliczeniowym oknie trzeciej harmonicznej do początkowej energii w oknie pompy. Okres siatki dobrano tak, by stała siatki K spełniała nieliniowy warunek dopasowania fazowego (5.15) powtórzony poniżej:

$$K = \beta_{3\omega_0} - 3\beta_{\omega_0} + \frac{n_2 3\omega_0}{\mathrm{c}} \left(2f_{\mathrm{XPM}} - f_{\mathrm{SPM}\omega_0}\right) P_{\omega_0}. \tag{5.23}$$

Na rysunku 5.17 przedstawiono maksymalną wydajność otrzymaną dla danego czasu trwania impulsu oraz dystans na jakim tę maksymalną wartość osiągnięto. Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że istnieją trzy różne reżimy, w których konwersja ograniczona jest różnymi procesami. Dla krótkich impulsów ($T_{\mathrm{FWHM}} < 4\,\mathrm{ps}$), proces konwersji jest ograniczony przez wzajemną modulację fazy. Przebieg procesu dla reprezentatywnego przypadku $T_{\mathrm{FWHM}} = 100\,\mathrm{fs}$ pokazano na rysunku 5.18.

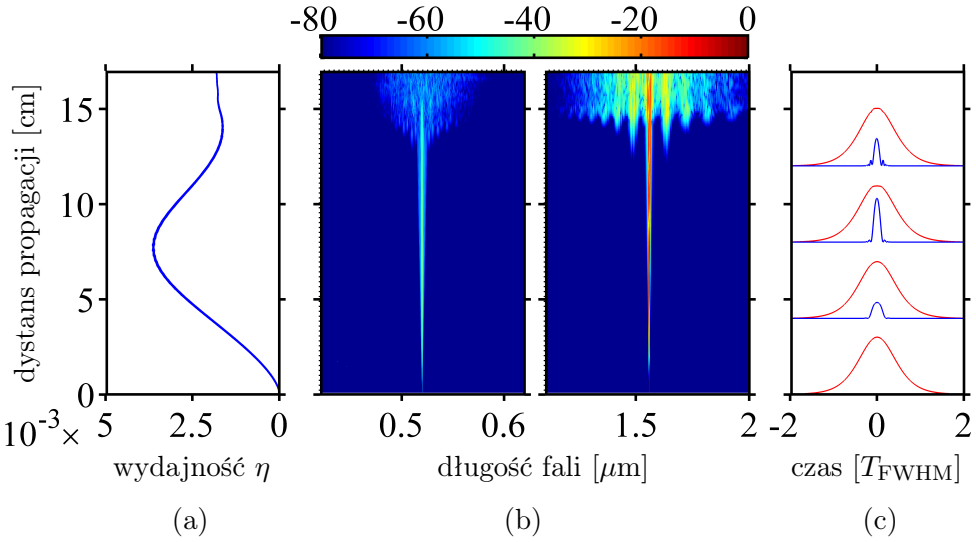
W przypadku długich impulsów ($T_{\mathrm{FWHM}} > 8\,\mathrm{ps}$), maksymalna wydajność oraz dystans na jakim jest osiągana są praktycznie stałe. Wydajność generacji trzeciej harmonicznej ograniczona jest przez nie w pełni skompensowane niedopasowanie fazowe, które związane jest z zależnością warunku (5.23) od mocy. Przebieg procesu dla reprezentatywnego przypadku $T_{\mathrm{FWHM}} = 10\,\mathrm{ps}$ pokazano na rysunku 5.19.



Rysunek 5.18. Generacja trzeciej harmonicznej dla impulsu pompy o czasie trwania $T_{\mathrm{FWHM}} = 100\,\mathrm{fs}$ w zależności od dystansu propagacji: (a) wydajność η, (b) znormalizowana widmowa gęstość energii w skali logarytmicznej w oknach trzeciej harmonicznej i pompy, (c) czasowe zależności mocy dla wybranych odległości propagacji dla pompy (kolor czerwony) oraz dla trzeciej harmonicznej (kolor niebieski) – moc w trzeciej harmonicznej została powiększona 2000 razy ze względu na czytelność wykresów.

Dla impulsów o umiarkowanym czasie trwania ($4\,\mathrm{ps} < T_{\mathrm{FWHM}} < 8\,\mathrm{ps}$) przebieg procesu generacji trzeciej harmonicznej jest bardziej złożony, a wydajność jest ograniczona wsteczną konwersją, jak również niestabilnością modulacyjną, która prowadzi do rozbicia impulsu pompy. Efekt wstecznej konwersji pojawia się ze względu resztkowe niedopasowanie fazowe związane z ubytkiem mocy pompy. Impulsy o czasie trwania do około 6 ps ulegają kompresji czasowej na drodze propagacji, co prowadzi do kompensacji efektu zmniejszenia mocy, a w rezultacie pozwala osiągnąć wydajność rzędu 2% dla $T_{\mathrm{FWHM}} = 4\,\mathrm{ps}$.

Rysunek 5.18 przedstawia przebieg procesu kwazidopasowanej generacji trzeciej harmonicznej dla impulsu o czasie trwania $T_{\mathrm{FWHM}} = 100\,\mathrm{fs}$. Wydajność $1{,}3 \times 10^{-4}$ uzyskano na dystansie propagacji równym 0,74 cm. Od tego miejsca nachylenie krzywej wydajności jest dużo mniejsze, ze względu na brak czasowego przekrycia impulsów pompy i trzeciej harmonicznej. Z tego powodu miejsce to przyjęto jako koniec procesu generacji trzeciej harmonicznej. Jej impuls ulega najpierw poszerzeniu spektralnemu ze względu na wzajemną modulację fazy, a następnie podziałowi na dwie części, z powodu dyspersji prędkości grupowej. Jeden z wydzielonych impulsów propaguje szybciej, a drugi wolniej niż impuls pompy. Prowadzi to do ich rozdzielenia w czasie, co jest widoczne na rysunku 5.18c. Stosunkowo niski poziom osiąganej wydajności związany jest z krótką drogą, na której zachodzi generacja impulsu trzeciej

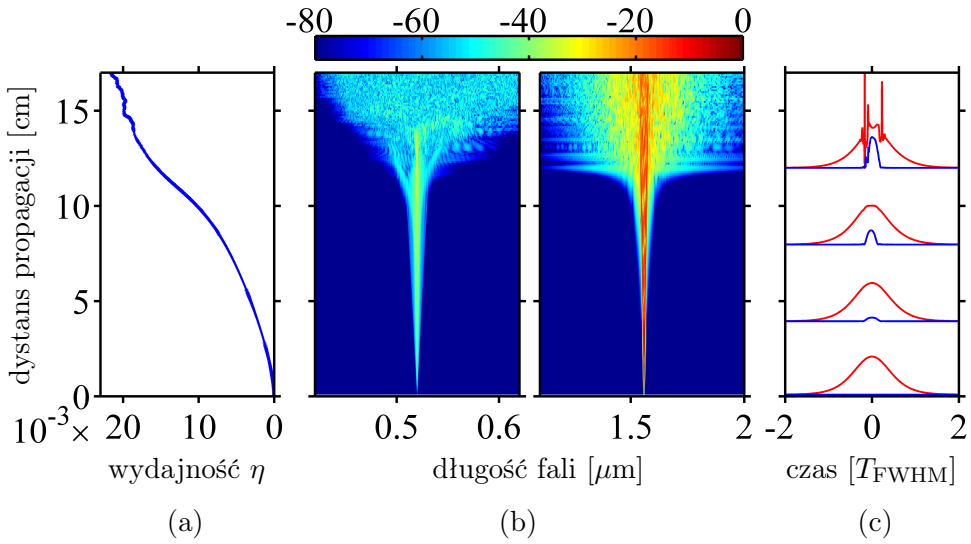


Rysunek 5.19. Generacja trzeciej harmonicznej dla impulsu pompy o czasie trwania $T_{\mathrm{FWHM}} = 10\,\mathrm{ps}$ w zależności od dystansu propagacji: (a) wydajność η, (b) znormalizowana widmowa gęstość energii w skali logarytmicznej w oknach trzeciej harmonicznej i pompy, (c) czasowe zależności mocy dla wybranych odległości propagacji dla pompy (kolor czerwony) oraz dla trzeciej harmonicznej (kolor niebieski) – moc w trzeciej harmonicznej została powiększona 30 razy ze względu na czytelność wykresów.

harmonicznej i jego oddziaływanie z impulsem pompy.

Dla długiego impulsu o czasie trwania $T_{\mathrm{FWHM}} = 10\,\mathrm{ps}$ wydajność konwersji ogranicza inny mechanizm. Z wykresów widmowej gęstości energii i mocy w zależności od dystansu propagacji przedstawionych na rysunku 5.19, odczytano wartości maksymalnej wydajności równej $3{,}6 \times 10^{-3}$, która osiągana jest na dystansie propagacji 7,7 cm. Od tego miejsca dominuje proces wstecznej konwersji, co pozwala stwierdzić, że generacja trzeciej harmonicznej nie jest w pełni dopasowana fazowo. W odróżnieniu od wcześniej rozważanego przypadku krótkiego impulsu, nie obserwowano zmiany charakteru zależności czasowej lub spektralnej w punkcie maksymalnej wydajności. Jednakże, po przebyciu przez impuls pompy około 12 cm pojawiają się pasma związane z procesem niestabilności modulacyjnej, który prowadzi do jego rozbicia. Niestabilność modulacyjna zachodzi, ponieważ pompa znajduje się w zakresie dyspersji anomalnej. Trzecia harmoniczna mimo, iż znajduje się w zakresie dyspersji normalnej, ulega niestabilności modulacyjnej, która indukowana jest przez pompę za pośrednictwem wzajemnej modulacji fazy.

Maksymalną wartość wydajności, dochodzącą do 2%, zaobserwowano dla czasu trwania impulsu $T_{\mathrm{FWHM}} = 4\,\mathrm{ps}$. Rezultaty obliczeń dla tego przypadku przedstawiono na rysunku 5.20. Znaczny wpływ procesów wzajemnej modulacji fazy i niestabilności modulacyjnej na spektra obserwowano dla zbliżonej odległości propa-



Rysunek 5.20. Generacja trzeciej harmonicznej dla impulsu pompy o czasie trwania $T_{\mathrm{FWHM}} = 4\,\mathrm{ps}$ w zależności od dystansu propagacji: (a) wydajność η, (b) znormalizowana widmowa gęstość energii w skali logarytmicznej w oknach trzeciej harmonicznej i pompy, (c) czasowe zależności mocy dla wybranych odległości propagacji dla pompy (kolor czerwony) oraz dla trzeciej harmonicznej (kolor niebieski) – moc w trzeciej harmonicznej została powiększona 10 razy ze względu na czytelność wykresów.

gacji (około 10 cm). Wydajność kwazidopasowanej generacji trzeciej harmonicznej jest ograniczana przez oba procesy. W analizowanym przypadku nie obserwujemy wstecznej konwersji, gdyż kompresja impulsu w czasie (poszerzenie spektralne wywołane samomodulacją fazy) pozwala skompensować niedopasowanie związane z ubytkiem mocy. Konwersja praktycznie przestaje zachodzić po przebyciu drogi propagacji równej 12 cm, ponieważ impuls pompy ulega rozbiciu. W celu uniknięcia niestabilności modulacyjnej, należałoby opracować taką konstrukcję włókna optycznego, aby pompa i trzecia harmoniczna znajdowały się w zakresie anomalnym dyspersji. Uzyskanie w tym przypadku dopasowania prędkości grupowych może być bardzo trudne lub nawet niemożliwe.

Przedstawione wyniki ilustrują mechanizmy, które ograniczają wydajność kwazidopasowanej generacji trzeciej harmonicznej w zależności od czasu trwania impulsu pompy. Ponadto pokazują, że dla ustalonej mocy pompy istnieje optymalny czas trwania impulsu, któremu odpowiada maksymalna wydajność stowarzyszona z najdłuższą drogą oddziaływania.

Wyniki obliczeń wskazują na możliwość uzyskania znaczącej wydajności konwersji, jednakże istnieje kilka czynników, które mogą ograniczać wydajność w realizacjach praktycznych. Należy do nich przede wszystkim precyzja wykonania siatki. Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że systematyczny błąd okresu siatki może być

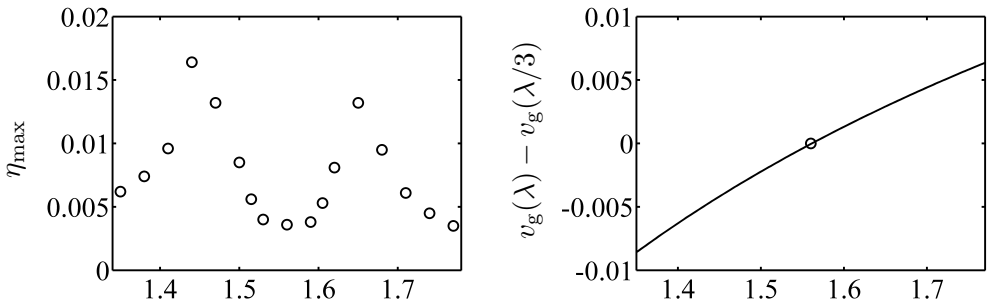
kompensowany poprzez rozciąganie włókna. Alternatywnie, wykorzystując obecność mocy w warunku kwazidopasowania fazowego, można w pewnym zakresie dostroić poziom mocy pompy do okresu siatki. Przypadkowe fluktuacje geometrii włókna nie mogą być skompensowane w ten sposób.

Optymalizacja

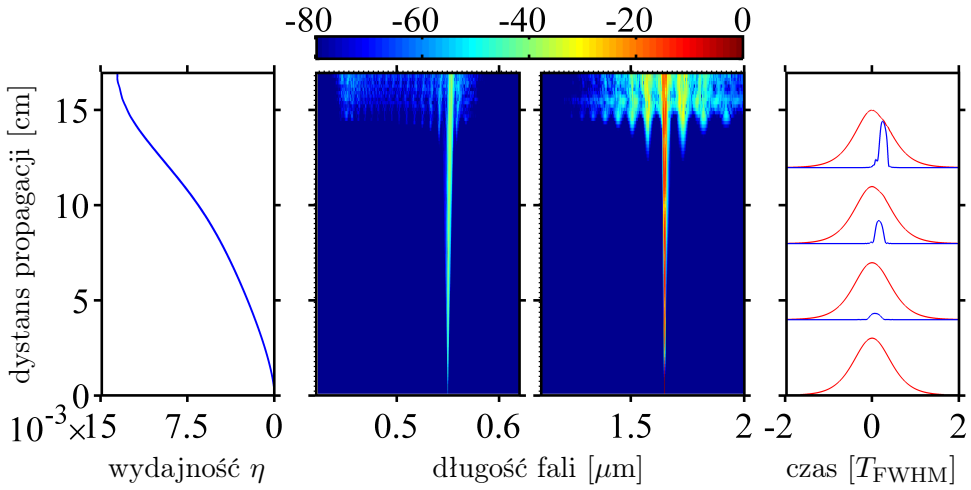
W celu podniesienia wydajności w przypadku długich impulsów należy uniemożliwić wsteczną konwersję. Można ten cel osiągnąć na dwa sposoby. Pierwszym jest zastosowanie poprawki do nieliniowego warunku dopasowania fazowego (5.22). Alternatywny sposób polega na celowym wprowadzeniu niewielkiego niedopasowania prędkości grupowych. W ten sposób po przebyciu pewnej odległości impulsy ulegną rozdzieleniu i wsteczna konwersja nie będzie możliwa. W celu weryfikacji tej tezy wykonano obliczenia dla zaprojektowanego włókna dla długości fal pompy różnych od 1560 nm. W ten sposób uzyskano zależność maksymalnej wydajności w funkcji długości fali pompy przy czasie trwania impulsu ustalonym na $T_{\mathrm{FWHM}} = 10\,\mathrm{ps}$. Zależność tę przedstawiono na rysunku 5.21 wraz z różnicą prędkości grupowych pompy o długości fali λ i jej trzeciej harmonicznej o długości fali $\lambda/3$. W przeprowadzonych obliczeniach okres siatki dobierany był dla każdej długości fali tak, by spełnić nieliniowy warunek dopasowania fazowego (5.23).

Zależność maksymalnej wydajności od długości fali ma dwa maksima: 1,44 oraz 1,65 μm. Lewe maksiumum jest wyższe, co związane jest z efektywnie większą nieliniowością i mniejszym polem modu. Wyniki pokazują, że dla rozważanej geometrii włókna i ustalonych mocy szczytowej oraz czasu trwania impulsu pompy, optymalna wartość odstrojenia odpowiada przesunięciu pompy o 90 do 120 nm. Dla przesunięcia większego, różnica prędkości grupowych jest na tyle duża, że separacja impulsów zachodzi zanim nastąpi znacząca konwersja, natomiast dla przesunięcie mniejszego, impulsy nie są rozdzielone i ma miejsce wsteczna konwersja.

Spektrum dla przypadku pompy na długości fali $\lambda = 1650\,\mathrm{nm}$ pokazano na rysunku 5.22. Moc w impulsie trzeciej harmonicznej stale rośnie, aż do dystansu, na którym niestabilność modulacyjna rozbija impuls pompy. Na rysunku 5.22c przedstawiono zależność mocy w impulsach pompy i trzeciej harmonicznej. Generowany impuls propaguje wolniej, niż impuls pompy, co uniemożliwia wsteczną konwersję energii.



Rysunek 5.21. (a) Maksymalna wydajność w funkcji długości fali pompy dla impulsu o mocy szczytowej 10 kW i czasie trwania 10 ps. (b) Różnica prędkości grupowych pompy i jej trzeciej harmonicznej w funkcji długości fali pompy; kółkiem zaznaczono dopasowanie prędkości grupowych dla $\lambda = 1{,}56\,\mu$m.



Rysunek 5.22. Generacja trzeciej harmonicznej dla impulsu pompy o czasie trwania $T_{FWHM} = 10$ ps i centralnej długości fali $\lambda = 1650$ nm w zależności od dystansu propagacji: (a) wydajność η, (b) znormalizowana widmowa gęstość energii w skali logarytmicznej w oknach trzeciej harmonicznej i pompy, (c) czasowe zależności mocy dla wybranych odległości propagacji dla pompy (kolor czerwony) oraz dla trzeciej harmonicznej (kolor niebieski) – moc w trzeciej harmonicznej została powiększona 15 razy ze względu na czytelność wykresów.

Rozdział 6.

Efekty nieliniowe w światłowodach dwójłomnych z siatką polaryzacyjną

W poprzednim rozdziale rozważano siatkę zapewniającą dopasowanie fazowe w nieliniowym procesie generacji trzeciej harmonicznej. Ze względu na dużą różnicę stałych propagacji modów pompy i trzeciej harmonicznej rozważane siatki miały stosunkowo krótki okres wyrażony w mikrometrach. Ten rozdział poświęcono analizie procesu konwersji częstotliwości we włóknach dwójłomnych z siatką polaryzacyjną typu „rocking filter," która w sposób rezonansowy sprzęga mody polaryzacyjne światłowodu. Ponieważ różnica stałych propagacji modów polaryzacyjnych jest stosunkowo mała, okres siatki jest rzędu milimetrów, co znacząco ułatwia jej wykonanie.

W odpowiednio zaprojektowanym dwójłomnym włóknie fotonicznym można osiągnąć ciekawą sytuację, w której mod spolaryzowany wzdłuż jednej osi symetrii propaguje w normalnym reżimie dyspersji, natomiast mod spolaryzowany ortogonalnie propaguje w zakresie dyspersji anomalnej. Dzięki tej jakościowej różnicy widma generowane w nieliniowym procesie mieszania czterech fal różnią się znacząco dla obu modów polaryzacyjnych. Stan polaryzacji fali, a pośrednio również generowane spektrum, może być kontrolowany z wykorzystaniem płytki półfalowej ustawionej w wiązce wprowadzonej do włókna, ale może być także zmieniany w różnych miejscach światłowodu przy pomocy siatki polaryzacyjnej indukowanej mechanicznie.

W tym rozdziale przedstawiono mechanizm działania siatki polaryzacyjnej oraz wyniki symulacji widma powstającego we włóknie z siatką, które przeprowadzono z wykorzystaniem układu równań sprzężonych.

6.1. Siatka polaryzacyjna

Siatki światłowodowe to struktury z poosiową modulacją parametrów włókna umożliwiające sprzęganie energii pomiędzy różnymi modami światłowodu. Okres modulacji powiązany jest z różnicą stałych propagacji sprzęganych modów następującą relacją [80, 83]:

$$|\beta_{\mathrm{a}} - \beta_{\mathrm{b}}| = \frac{2\pi N}{L}, \tag{6.1}$$

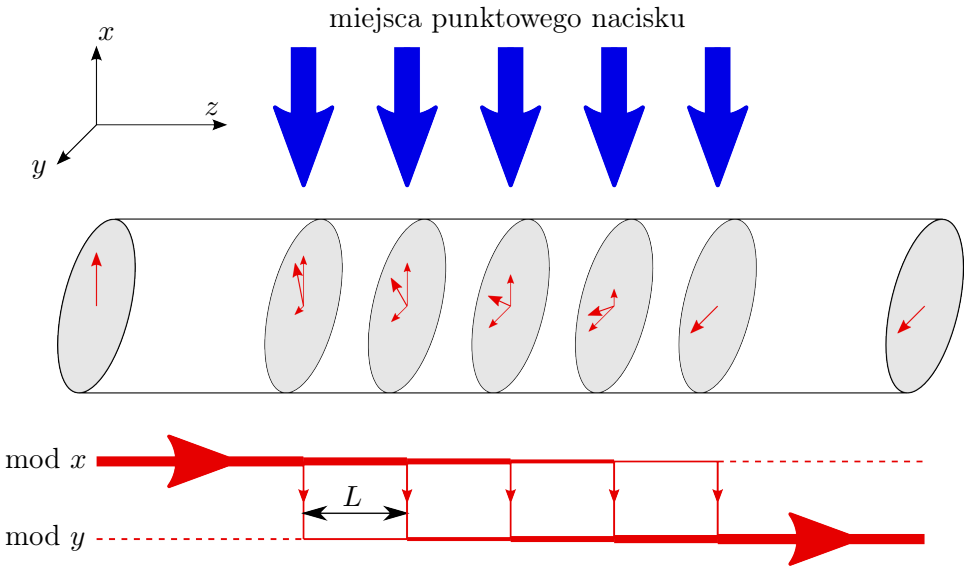
gdzie L jest okresem siatki, natomiast N jest liczbą całkowitą określającą jej rząd. Tak zdefiniowane pojęcie siatki światłowodowej obejmuje zarówno siatki Bragga [28, 35], które pozwalają na sprzęganie światła pomiędzy modami propagującymi w przeciwnych kierunkach, jak i siatki długookresowe pozwalające na sprzęganie modu podstawowego do modów wyższych rzędów lub modów płaszczowych [84] oraz siatki polaryzacyjne [85].

W przypadku siatek polaryzacyjnych okresowe zaburzenie właściwości włókna uzyskuje się poprzez manipulowanie preformą w trakcie wyciągania światłowodu [29] lub w dodatkowym procesie technologicznym. Polega on na skręceniu włókna wokół jego osi symetrii o niewielki kąt w kilku lub kilkunastu punktach, po wcześniejszym zmiękczeniu włókna przy użyciu lasera CO_2 [85] lub spawarki światłowodowej [86]. Siatki polaryzacyjne wytworzone powyższymi sposobami są wpisane na stałe we włókno.

Istnieje także możliwość uzyskiwania siatek polaryzacyjnych w sposób odwracalny. Poddając włókno naciskowi mechanicznemu w kilkunastu równoodległych punktach można uzyskać sprzężenie do ortogonalnego modu polaryzacyjnego, modów wyższych rzędów lub modów płaszczowych [84, 87–89]. Zaletami ostatniego rozwiązania oprócz odwracalności, są także łatwość otrzymywania i powiązana z nią przestrajalność. Zmieniając odległość pomiędzy punktami, w których przykładany jest nacisk można kontrolować położenie rezonansu.

Schematycznie zasadę działania siatki polaryzacyjnej pokazano na rysunku 6.1. W miejscach punktowego nacisku następuje sprzężenie amplitudy do modu niepobudzonego odpowiadające obrotowi stanu polaryzacji o pewien kąt. Okres siatki jest dobrany tak, aby w kolejnych punktach siatki relacje fazowe pomiędzy modami polaryzacyjnymi były odtwarzane, co umożliwia konstruktywną interferencję fal odsprzęgniętych do modu ortogonalnego. Maksymalną efektywność sprzęgania uzyskuje się, gdy suma kątów obrotów stanu polaryzacji po wszystkich punktach osiąga $\frac{\pi}{2}$.

Siatki światłowodowe stosuje się najczęściej jako czujniki. W zależności od parametrów zewnętrznych takich jak temperatura, ciśnienie lub naprężenia, zmieniają się właściwości dyspersyjne włókna, a co za tym idzie położenie rezonansu siatki.



Rysunek 6.1. Schematyczna ilustracja działania siatki polaryzacyjnej indukowanej mechanicznie. W miejscach przyłożenia punktowego nacisku następuje sprzęgnięcie fali od ortogonalnego modu polaryzacyjnego.

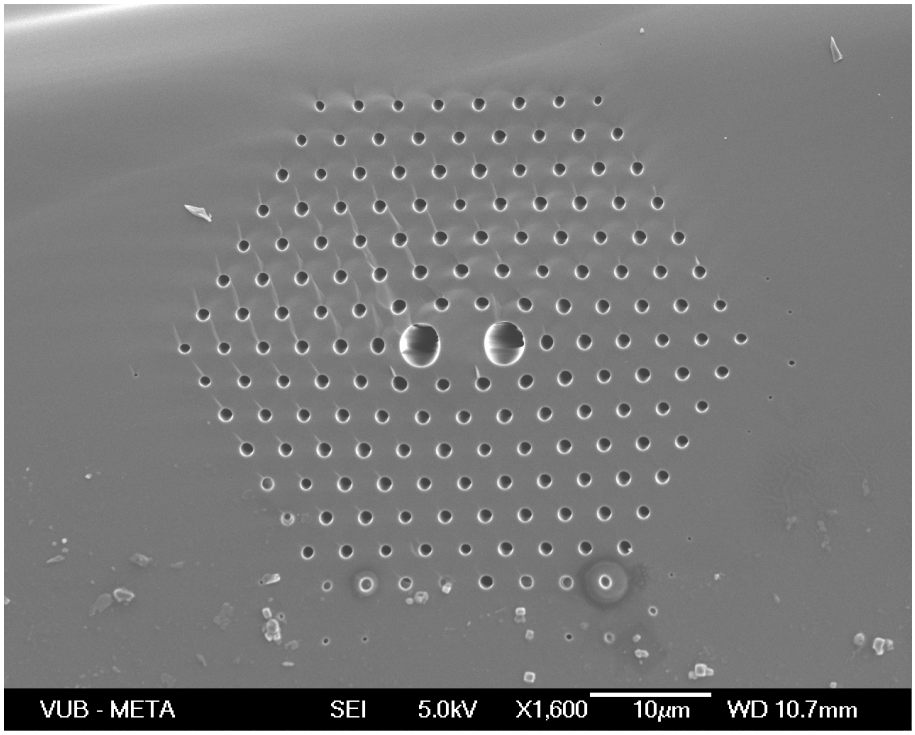
Na podstawie jego przesunięcia można określić zmianę wartości mierzonego parametru [86].

6.2. Symulacje efektów nieliniowych

W tym podrozdziale przedstawiono wyniki symulacji zjawisk nieliniowych przeprowadzonych przy użyciu oprogramowania opracowanego w ramach rozprawy. Przed przystąpieniem do rozwiązywania układu równań sprzężonych opisanego w rozdziale 4.1.9, wyznaczono charakterystyki liniowe wybranego światłowodu dwójłomnego. Obliczenia wykonano dla modelu otrzymanego na podstawie zdjęcia rzeczywistej struktury włókna ze skaningowego mikroskopu elektronowego. Przekrój włókna wytworzonego w Pracowni Technologii Światłowodów UMCS w Lublinie przedstawiono na rysunku 6.2. Kierunek pionowy przyjęto umownie jako x, natomiast kierunek poziomy jako y.

6.2.1. Charakterystyki światłowodu

Rysunek 6.3 przedstawia wykres dyspersji chromatycznej w funkcji długości fali dla dwóch ortogonalnych modów podstawowych. Na wykresie zaznaczono także długości fali, dla których dyspersje chromatyczne zmieniają znak λ_{ZD} (*zero dispersion wavelength*). Z wykresu można odczytać, że jeżeli długość fali pompy mieści się w przedziale od 1030 nm do 1047 nm, to mody polaryzacyjne propagują w odmien-



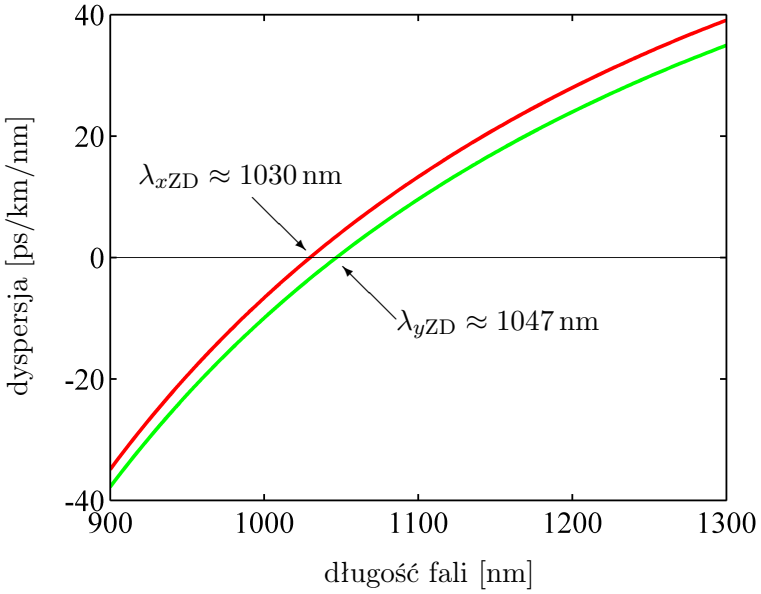
Rysunek 6.2. Zdjęcie ze skaningowego mikroskopu elektronowego przekroju fotonicznego włókna dwójłomnego wytworzonego w Pracowni Technologii Światłowodów UMCS w Lublinie.

nych reżimach dyspersji.

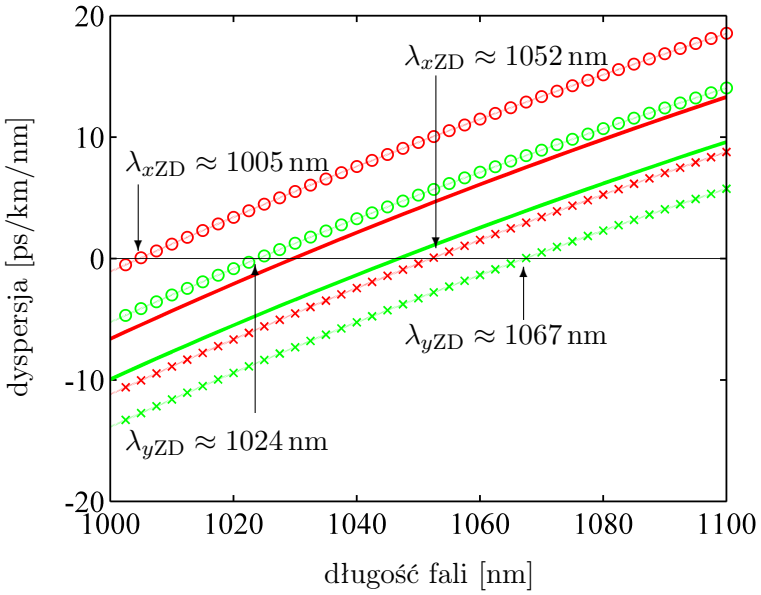
Typowym źródłem w zakresie bliskiej podczerwieni jest laser Nd:YAG, w którym ośrodkiem czynnym jest granat itrowo-aluminiowy domieszkowany neodymem. Laser taki pracuje na długości fali 1064 nm, zatem poza interesującym zakresem spektralnym.

W procesie wyciągania włókna mogą pojawić się różne niedoskonałości wykonania. Nieuniknione są niewielkie fluktuacje geometrii, które opisać można poprzez skalowanie wymiarów włókna. Jednocześnie takie skalowanie wpływa na położenie zera dyspersji chromatycznej. W celu sprawdzenia jaka powinna być wartość współczynnika skalowania, aby dla długości fali 1064 nm mody polaryzacyjne różniły się reżimem dyspersji, wykonano obliczenia przyjmując, że wszystkie wymiary włókna są równe 90% oraz 110% wartości wyjściowych. Na rysunku 6.4 przedstawiono obliczone dyspersje chromatyczne dla obu polaryzacji oraz zaznaczono ich miejsca zerowe: $\lambda_{x\mathrm{ZD}} \approx 1005\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{y\mathrm{ZD}} \approx 1024\,\mathrm{nm}$ dla skalowania o 90% oraz $\lambda_{x\mathrm{ZD}} \approx 1052\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{y\mathrm{ZD}} \approx 1067\,\mathrm{nm}$ dla skalowania o 110%.

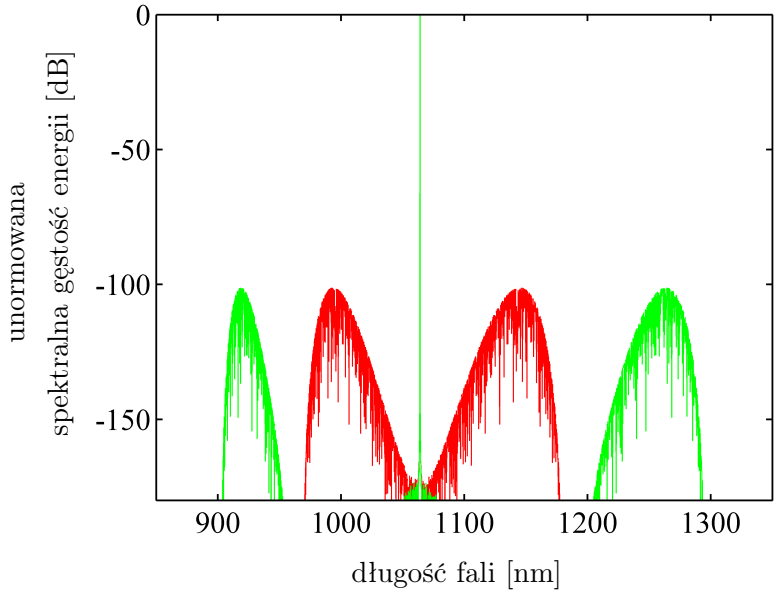
Symulacje propagacji nieliniowej wykonano dla zależności dyspersyjnej odpowiadającej światłowodowi przeskalowanemu o 110%. W obliczeniach przyjęto, że wartość współczynnika nieliniowości γ jest stała w analizowanym zakresie spek-



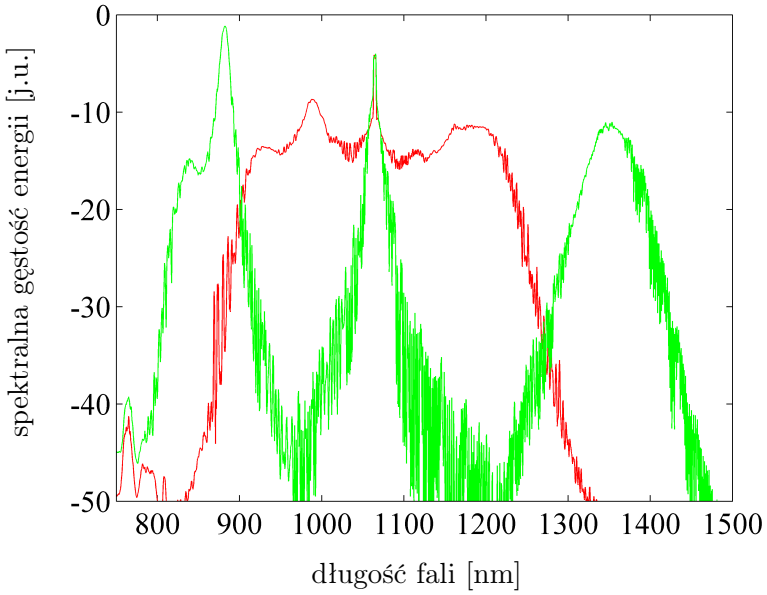
Rysunek 6.3. Dyspersja chromatyczna obliczona metodą elementów skończonych. Krzywa czerwona odpowiada dyspersji chromatycznej modu spolaryzowanego wzdłuż osi x, natomiast krzywa zielona odpowiada dyspersji modu spolaryzowanego wzdłuż osi y.



Rysunek 6.4. Dyspersje chromatyczne obliczone metodą elementów skończonych dla różnych współczynników skalowania włókna. Kółka odpowiadają skalowaniu o 90%, krzyżyki o 110%. Krzywe czerwone oznaczają dyspersje chromatyczne modów spolaryzowanych wzdłuż osi x, natomiast krzywe zielone dyspersje modów spolaryzowanych wzdłuż osi y.



Rysunek 6.5. Charakterystyczne pasma wzmocnienia dla obu polaryzacji. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Kolor czerwony odpowiada fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y.



Rysunek 6.6. Widma zmierzone dla obu polaryzacji. Kolor czerwony odpowiada fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y.

trum i wynosi 7,96 $(\mathrm{W\,km})^{-1}$, co odpowiada wartości efektywnego pola modu równej 19,3 $\mu\mathrm{m}^2$ dla długości fali pompy 1064 nm.

Rysunek 6.5 przedstawia obliczone spektra dla pobudzenia pompą o mocy 1500 W na wyjściu włókna o długości 1 m dla dwóch polaryzacji w światłowodzie bez siatki. Kolorem czerwonym oznaczono widmo uzyskane przy założeniu, że fala wprowadzona do włókna spolaryzowana jest w kierunku x. Dla tej polaryzacji pompa znajduje się w reżimie anomalnym dyspersji, a obserwowanym procesem jest niestabilność modulacyjna. Dla polaryzacji ortogonalnej, pompa znajduje się w zakresie dyspersji normalnej. W takiej sytuacji również generowane są dwie nowe długości fali, jednakże ich separacja od pompy jest znacznie większa. Obliczone widmo oznaczono kolorem zielonym.

Rysunek 6.6 przedstawia widma zmierzone w eksperymencie przeprowadzonym przez mgr inż. Alicję Anuszkiewicz i dr inż. Gabrielę Statkiewicz-Barabach z Grupy Optyki Światłowodowej Instytut Fizyki Politechniki Wrocławskiej. W doświadczeniu wykorzystywano włókno przedstawione na rysunku 6.2. Światłowód pobudzano laserem Nd:YAG generującym impulsy nanosekundowe.

Istnieje jakościowa zgodność pomiędzy danymi pomiarowymi a obliczonymi. Zmierzone widma dla ortogonalnych polaryzacji są znacząco różne. Dla polaryzacji x widoczne jest poszerzenie spektrum związane z niestabilnością modulacyjną, natomiast dla polaryzacji y pasma charakterystyczne dla mieszania czterech fal.

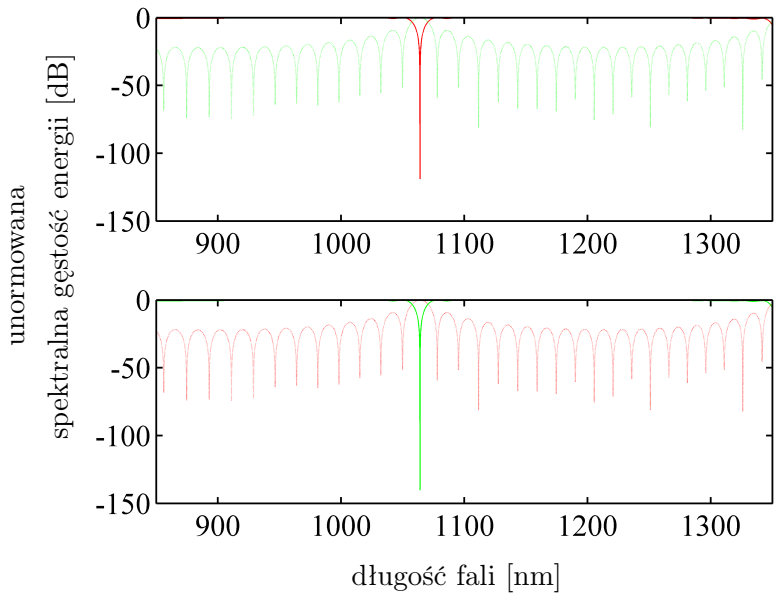
Jednakże pozycje odpowiadających sobie pasm wzmocnienia różnią się. Fakt ten wytłumaczyć można fluktuacjami geometrii włókna. Ponadto, w widmie zmierzonym dla polaryzacji x nie widać wyraźnych pasm niestabilności modulacyjnej, które są widoczne w obliczonym widmie. W symulacjach przyjęto pobudzenie falą ciągłą, której odpowiada wąski dobrze określony pik w centrum widma, natomiast w eksperymencie wykorzystywano impulsy nanosekundowe. Dodatkowo w widmie eksperymentalnym wysokość piku pompy jest ograniczona poprzez nasycenie optycznego analizatora spektrum.

6.2.2. Charakterystyka siatki polaryzacyjnej

Okres siatki przyjętej w symulacjach dobrano tak, aby spełniony był warunek (6.1), przy czym ze względu na łatwiejszą realizację eksperymentalną, zdecydowano się na siatkę rzędu drugiego, zatem L spełnia relację:

$$|\beta_x - \beta_y| = \frac{2\pi \cdot 2}{L}, \tag{6.2}$$

gdzie β_x oraz β_y oznaczają wartości stałych propagacji dwóch modów polaryzacyjnych dla długości fali pompy $\lambda = 1064$ nm. Obliczono, że odległość między kolejnymi punktami, w których przykładany jest nacisk mechaniczny powinna wynosić 1,01 cm.



Rysunek 6.7. Charakterystyki transmisyjne rozważanej siatki polaryzacyjnej. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Kolorem czerwonym oznaczono widma dla fali spolaryzowanej początkowo wzdłuż kierunku x, kolorem zielonym – dla fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y. Wykres górny odpowiada analizatorowi ustawionemu wzdłuż kierunku x, dolny wzdłuż kierunku y.

W celu wyznaczenia wpływu siatki na stan polaryzacji przyjęto, że w miejscach nacisku następuje sprzężenie amplitudy do modu niepobudzonego odpowiadające obrotowi stanu polaryzacji światłowodu o stały kąt ϕ dobrany tak, aby suma kątów po wszystkich punktach wynosiła $\frac{\pi}{2}$.

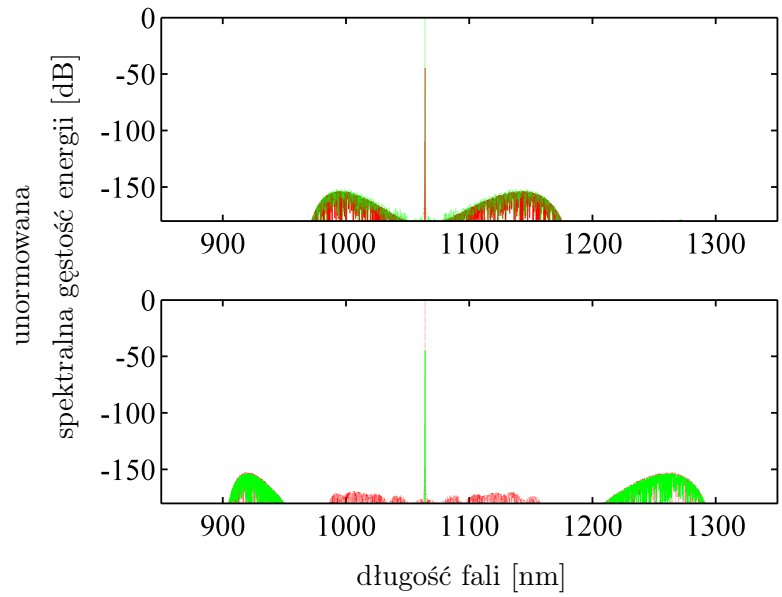
Rysunek 6.7 przedstawia charakterystykę siatki. Pokazano na nim widma uzyskane podczas propagacji szerokospektralnego impulsu we włóknie o długości 30 cm, w którym wpisana była siatka o 19 okresach.

6.2.3. Wpływ siatki na generowane widma

W celu przebadania wpływu siatki na widma generowane w procesach nieliniowych zachodzących w rozważanym włóknie dwójłomnym, wykonano obliczenia dla światłowodu z siatką opisaną w poprzednim podrozdziale.

Na rysunku 6.8 przedstawiono spektra obliczone dla propagacji fali pompy o mocy 1500 W na odległość 1 m, przy czym we włóknie wytworzona jest siatka polaryzacyjna, której pierwszy punkt znajduje się w odległości 40 cm od początku światłowodu.

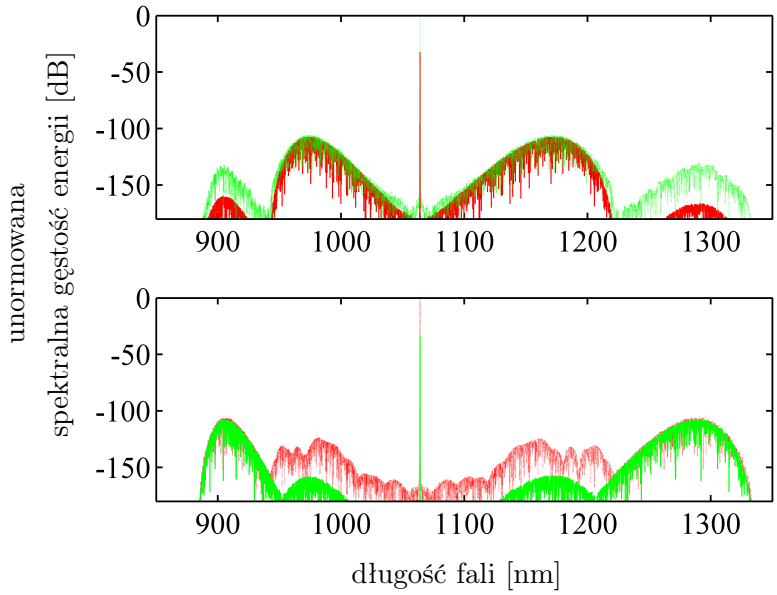
Widma uzyskane dla różnych stanów polaryzacji fali pompy przy ustalonym położeniu analizatora praktycznie się nie różnią. Jest to związane z położeniem siatki,



Rysunek 6.8. Widma powstające we włóknie z siatką polaryzacyjną położoną w połowie dystansu propagacji dla mocy pompy równej 1500 W. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Kolor czerwony odpowiada fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y. Wykres górny odpowiada analizatorowi ustawionemu wzdłuż kierunku x, dolny wzdłuż kierunku y.

którą wytworzono w połowie włókna. Oznacza to, że jeżeli początkowo fala była spolaryzowana w kierunku x, to na połowie dystansu propagacji generowane były nowe składowe spektralne charakterystyczne dla tej polaryzacji. Następnie ze względu na działanie siatki energia pompy została sprzęgnięta w całości do ortogonalnego modu polaryzacyjnego, a proces generacji niestabilności modulacyjnej w polaryzacji x został zatrzymany. Natomiast jeżeli początkowo fala była spolaryzowana w kierunku y, to za siatką pompa została sprzęgnięta do modu ortogonalnego x. Zatem niezależnie od początkowego stanu polaryzacji energia pompy przez połowę dystansu propaguje spolaryzowana wzdłuż kierunku x i generuje nowe składowe częstotliwościowe charakterystyczne dla procesu niestabilności modulacyjnej. Jednocześnie energia pompy przez połowę dystansu propaguje spolaryzowana wzdłuż kierunku y, z czym wiąże się generacja nowych składowych spektralnych charakterystycznych dla procesu mieszania czterech fal.

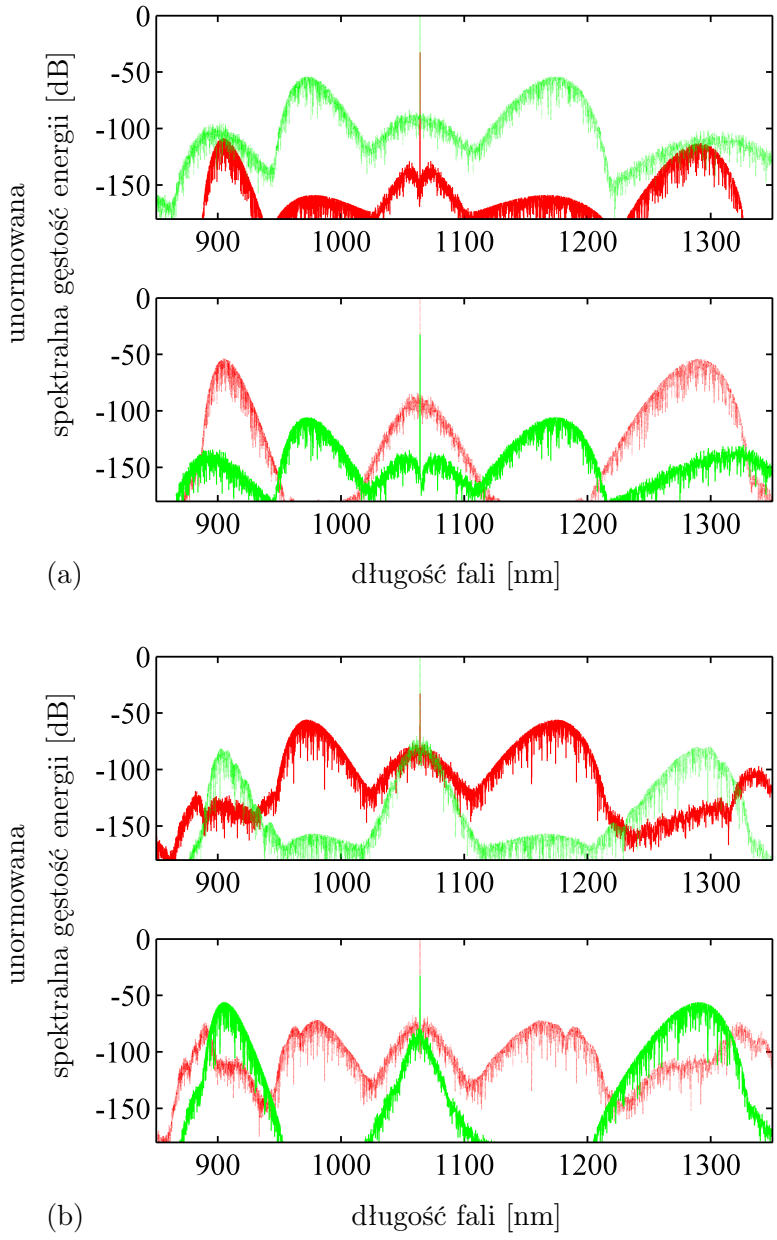
Ponieważ efektywny dystans propagacji dla każdego z procesów jest mniejszy niż w przypadku propagacji bez siatki, wydajność generowania charakterystycznych pasm jest dużo mniejsza niż przedstawiona na rysunku 6.5, gdzie cała energia pompy propagowała na całym dystansie w jednym z dwóch modów polaryzacyjnych.



Rysunek 6.9. Widma powstające we włóknie z siatką polaryzacyjną położoną w połowie dystansu propagacji dla mocy pompy równej 3000 W. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Kolor czerwony odpowiada fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y. Wykres górny odpowiada analizatorowi ustawionemu wzdłuż kierunku x, dolny wzdłuż kierunku y.

W przypadku procesów nieliniowych skrócenie drogi, na której zachodzi dany proces można kompensować zwiększeniem mocy. Na rysunku 6.9 przedstawiono widma uzyskane dla takiej samej siatki, przy dwukrotnie zwiększonej wartości mocy. Poziom pasm związanych z dominującymi procesami w obu polaryzacjach dla tego przypadku jest porównywalny z poziomem uzyskanym dla włókna bez siatki (rys. 6.5). Jednakże w przypadku włókna bez siatki w widmach nie ma pasm związanych z niestabilnością modulacyjną drugiego rzędu, które pojawiają się na rysunku 6.9. Wyższa wydajność w przypadku włókna z siatką związana jest ze zbliżonym położeniem pasm niestabilności modulacyjnej drugiego rzędu w polaryzacji x i pasm generowanych w mieszaniu czterech fal w polaryzacji y. Fala wygenerowana w polaryzacji y na początkowym odcinku włókna poprzez siatkę sprzęga się w pewnym stopniu do polaryzacji x. Moc sprzęgniętej fali jest wystarczająca, aby stymulować proces niestabilności modulacyjnej drugiego rzędu i zwiększać jego efektywność.

W dotychczas rozpatrywanych przypadkach siatkę umieszczano w połowie dystansu propagacji. W celu przeanalizowania wpływu położenia siatki na generowane widma przeprowadzono symulacje dla pompy o mocy 3000 W, dla dwóch rożnych odległości pierwszego punktu siatki od początku włókna: 15 i 65 cm, co odpowiada



Rysunek 6.10. Widma powstające w włóknie z siatką polaryzacyjną położoną: (a) w jednej czwartej, (b) w trzech czwartych dystansu propagacji dla mocy pompy równej 3000 W. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Kolor czerwony odpowiada fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y. Wykresy górne odpowiadają analizatorowi ustawionemu wzdłuż kierunku x, dolne wzdłuż kierunku y.

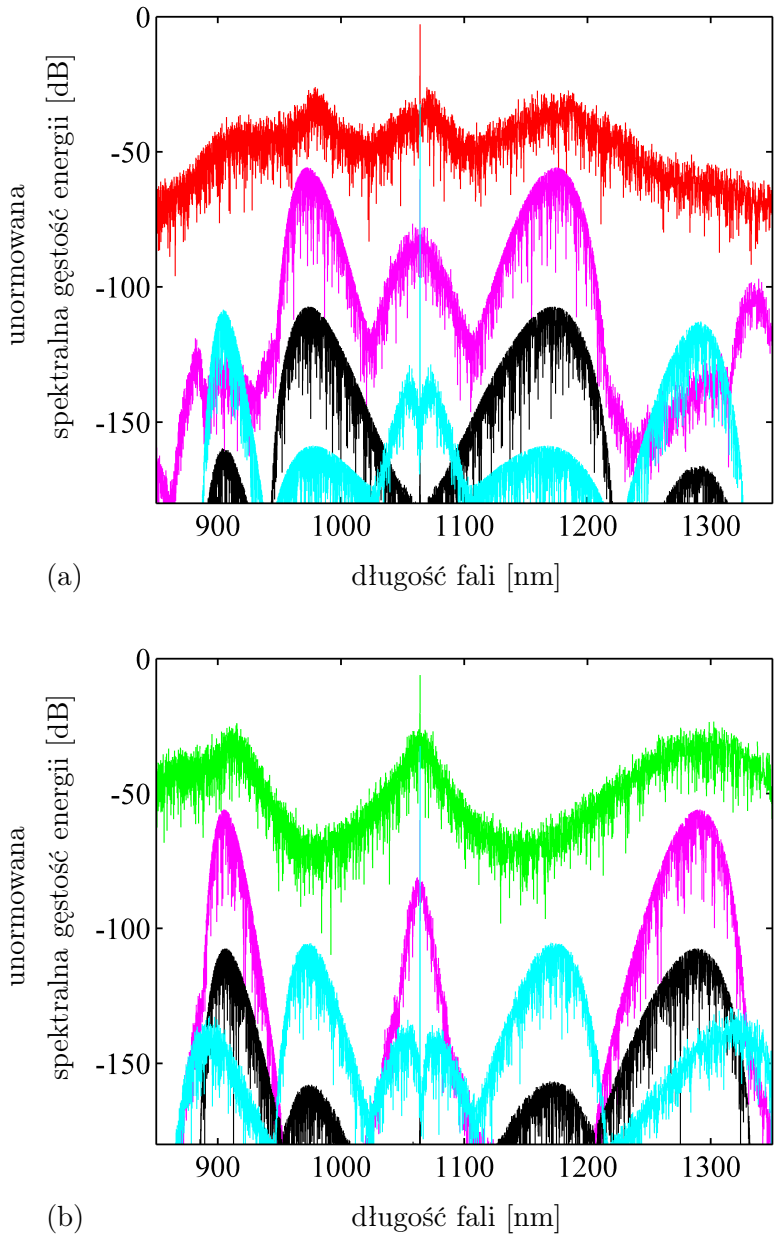
umiejscowieniu siatki w jednej czwartej i trzech czwartych rozważanego dystansu propagacji. Wyniki przedstawione na rysunku 6.10 pokazują, że w zależności od początkowego stanu polaryzacji oraz pozycji siatki otrzymywane widma bardzo się różnią. Stwarza to możliwość wykorzystania obserwowanego efektu do przestrojenia widma wyjściowego lub do lokalizacji położenia miejsca nacisku wzdłuż długości włókna na podstawie struktury widma.

Na rysunku 6.11a przedstawiono widma obliczone dla polaryzacji x, przy założeniu, że fala pompy jest również spolaryzowana w tym kierunku dla włókna bez siatki oraz, gdy siatka jest umieszczona w jednej czwartej, w połowie i w trzech czwartych dystansu propagacji. Rysunek 6.11b przedstawia analogiczne wyniki uzyskane dla polaryzacji y. W zależności od miejsca przyłożenia siatki indukowanej naciskiem otrzymuje się różne widma, co pozwala wnioskować o jej położeniu. Poziomy mocy dobrane w przeprowadzonych obliczeniach numerycznych umożliwiają eksperymentalną weryfikację symulowanych procesów. Zmniejszając moc można wydłużyć drogę nieliniową, a dzięki temu zwiększyć długość włókna do setek metrów, co daje potencjalną możliwość wykorzystania czujników tego typu do detekcji nacisku na dużych odległościach.

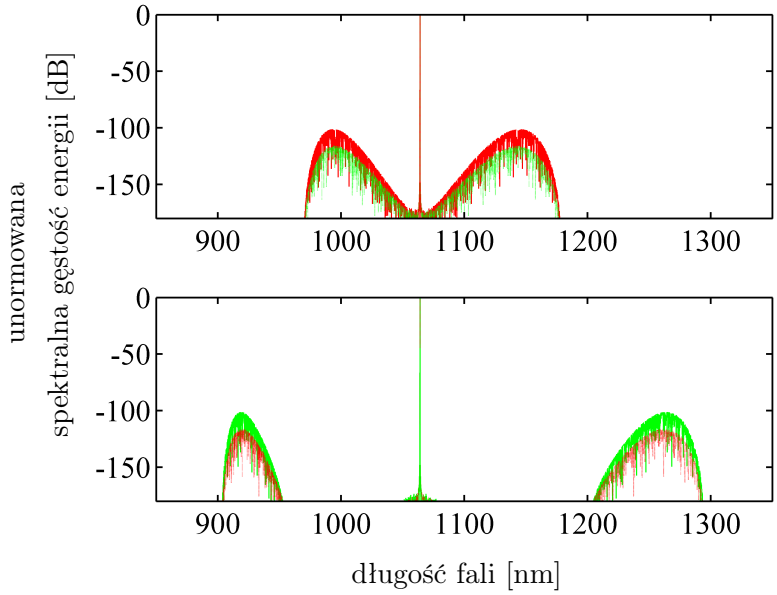
Innym zastosowaniem może być kontrolowanie stanu polaryzacji i przełączanie widm obserwowanych na końcu włókna. Rysunek 6.12 przedstawia widma obliczone w symulacji na końcu włókna o długości 1 m. Kolorem czerwonym oznaczono widma uzyskane dla pompy spolaryzowanej wzdłuż kierunku x. Indukując siatkę polaryzacyjną bardzo blisko początku włókna (położenie pierwszego punktu siatki to 5 cm) można sprząc pompę do modu ortogonalnego i obserwować pasma charakterystyczne dla tej polaryzacji.

Wyniki pomiarów przeprowadzonych w analogicznej sytuacji przedstawia rysunek 6.13. W eksperymencie wykorzystano włókno fotoniczne przedstawione na rysunku 6.2. Linie ciągłe odpowiadają widmom przedstawionym na rysunku 6.6, czyli widmom obserwowanym bez siatki, gdy analizator na wyjściu włókna był ustawiony zgodnie z początkowym stanem polaryzacji. Linie przerywane odpowiadają widmom zarejestrowanym, gdy analizator był ustawiony ortogonalnie do polaryzacji pompy oraz wytworzono siatkę we włóknie.

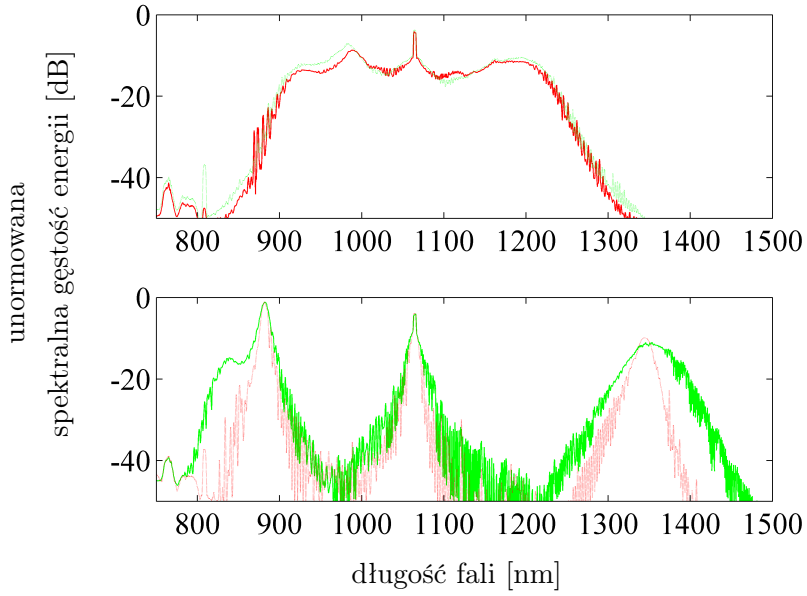
Wyniki eksperymentu i symulacji są zgodne jakościowo. Niezależnie od początkowego stanu polaryzacji (x lub y) można uzyskać wybrane widmo na wyjściu włókna. Zatem, indukując mechanicznie siatkę polaryzacyjną można kontrolować generowane widmo.



Rysunek 6.11. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Widma generowane: (a) dla polaryzacji x, (b) dla polaryzacji y; bez siatki (kolory czerwony i zielony) oraz, gdy siatka jest umieszczona w jednej czwartej dystansu propagacji (kolor błękitny), w połowie (kolor czarny), w trzech czwartych (kolor różowy) dla mocy pompy równej 3000 W.



Rysunek 6.12. Porównanie widm generowanych we włóknie z siatką polaryzacyjną w trzech dwudziestych dystansu propagacji (linie przerywane) oraz bez siatki (linie ciągłe) dla mocy pompy równej 1500 W. Spektralna gęstość energii unormowana do wartości początkowej dla długości fali pompy. Kolor czerwony odpowiada fali początkowo spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y. Wykres górny odpowiada analizatorowi ustawionemu wzdłuż kierunku x, dolny wzdłuż kierunku y.



Rysunek 6.13. Porównanie widm zmierzonych dla obu polaryzacji we włóknie z siatką (linie przerywane) oraz bez siatki (linie ciągłe). Kolor czerwony odpowiada fali początkowo spolaryzowanej wzdłuż kierunku x, kolor zielony – fali spolaryzowanej wzdłuż kierunku y. Wykres górny odpowiada analizatorowi ustawionemu wzdłuż kierunku x, dolny wzdłuż kierunku y.

Rozdział 7.

Podsumowanie

W ramach rozprawy przeprowadzono numeryczne badania wybranych procesów konwersji częstotliwości, które zachodzą w nieliniowych optycznie światłowodach. Rozważano strukturyzowane włókna optyczne, w których periodyczna modulacja właściwości pozwala spełnić warunek dopasowania fazowego. Uwagę skupiono na procesie kwazidopasowanej generacji trzeciej harmonicznej w modzie podstawowym oraz na wpływie siatki polaryzacyjnej na procesy nieliniowe w światłowodzie dwójłomnym.

Opanowano metody obliczeniowe stosowane do wyznaczania właściwości liniowych włókien optycznych. Do obliczeń metodą elementów skończonych wykorzystywano oprogramowanie COMSOL Multiphysics, natomiast do obliczeń metodą fal płaskich oprogramowanie MIT Photonic-Bands. Przy pomocy tych narzędzi przeprowadzono obliczenia właściwości liniowych zarówno wyidealizowanych jak i rzeczywistych włókien optycznych. Ostatecznym sprawdzianem było porównanie wyników teoretycznych z wynikami pomiarów efektywnych współczynników załamania [35]. Wyznaczone parametry liniowe rozważanych włókien optycznych były następnie wykorzystywane w symulacjach zjawisk nieliniowych.

Kolejnym krokiem była implementacja własnego oprogramowania do rozwiązywania uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera. W oparciu o dane literaturowe zaczerpnięte z pozycji [6, 57, 58] opracowano obszerny przegląd zjawisk zachodzących w nieliniowych światłowodach. Zestawienie, które przedstawiono w rozdziale 4.1, stanowi rozbudowany test poprawności implementacji, a jednocześnie pozwala głębiej zrozumieć elementarne procesy nieliniowe zachodzące w światłowodach.

Opracowaną implementację rozszerzono tak, aby możliwe było przeprowadzenie symulacji generacji trzeciej harmonicznej w poosiowo modulowanym światłowodzie w ciągłym i impulsowym trybie pracy pompy. Równolegle, stosując teorię modów sprzężonych, wyprowadzono układ równań opisujący kwazidopasowaną generację

trzeciej harmonicznej dla ciągłego trybu pracy. Otrzymane w ten sposób narzędzia zastosowano do analizy możliwości generacji trzeciej harmonicznej w modzie podstawowym światłowodu.

Ze względu na dyspersję materiałową i falowodową uzyskanie dopasowania fazowego dla procesu generacji trzeciej harmonicznej nie jest możliwe pomiędzy modami podstawowymi w światłowodach konwencjonalnych, a w światłowodach fotonicznych jest bardzo trudne [77]. Wprowadzenie poosiowej modulacji współczynnika załamania o odpowiednim okresie pozwala spełnić warunek dopasowania fazowego, a dzięki temu podnieść wydajność konwersji energii o kilka rzędów wielkości.

W celu ilościowej analizy procesu kwazidopasowanej generacji trzeciej harmonicznej opracowano dwie technologicznie realizowalne konstrukcje włókien, dla których przeprowadzono symulacje zjawisk nieliniowych. Dla ciągłego trybu pracy pompy w procesie niedopasowanym fazowo wydajność osiąga wartość $8 \cdot 10^{-8}$, natomiast w procesie kwazidopasowanym fazowo przewidywana wydajność przekracza kilka procent, a przy odpowiedniej optymalizacji siatki dochodzi do 20%. Zgodne wyniki otrzymano wykorzystując oba opracowane narzędzia numeryczne.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wskazano czynniki, które mogą ograniczać wydajność. Najważniejszym jest zależność warunku dopasowania od mocy prowadzonej w obu oddziałujących modach, co oznacza, że siatka o stałym okresie nie może kompensować niedopasowania fazowego na całym dystansie propagacji. Dodatkowo, w trybie impulsowym zidentyfikowano procesy, które wpływają na efektywność generacji w zależności od reżimu czasowego. Pokazano, że dla krótkich impulsów generacja jest ograniczona separacją czasową impulsów pompy i trzeciej harmonicznej, która pojawia się w związku ze wzajemną modulacją fazy. Natomiast dla długich impulsów proces konwersji ograniczony jest niestabilnością modulacyjną, która prowadzi do rozbicia impulsu pompy. Maksymalną wartość wydajności osiągającą 2% uzyskano dla impulsu pompy o szerokości $T_{\mathrm{FWHM}} = 4\,\mathrm{ps}$.

Jednocześnie wskazano możliwe sposoby zwiększenia efektywności konwersji energii. Odpowiednia optymalizacja okresu siatki tak, aby skompensować efekt niedopasowania fazowego spowodowany zależnością stałych propagacji od mocy pompy i trzeciej harmonicznej, może podnieść wydajność procesu zarówno w ciągłym trybie pracy pompy, jak i w impulsowym. Ponadto pokazano, że wprowadzenie intencjonalnego niedopasowania prędkości grupowych zapobiega wstecznej konwersji, którą zaobserwowano w reżimie długich impulsów.

Oprogramowanie służące do rozwiązywania nieliniowego uogólnionego równania Schrödingera rozszerzono także o opis zjawisk wektorowych, co umożliwiło analizę wpływu siatek polaryzacyjnych na propagację fali i generację nowych częstotliwości w nieliniowych włóknach dwójłomnych. Przebadano zmiany widm generowanych w światłowodach z siatką polaryzacyjną w zależności od stanu polaryzacji początko-

wej fali i położenia siatki. Na podstawie otrzymanych wyników zaproponowano konstrukcje nieliniowego światłowodowego czujnika nacisku oraz mechanicznego przełącznika pozwalającego kontrolować strukturę generowanego widma.

Rezultaty uzyskane w ramach rozprawy zostały częściowo opublikowane w trzech artykułach w czasopismach recenzowanych [33–35]. Potwierdzają one tezę, że *poosiowa (wzdłużna) modulacja parametrów światłowodu ma korzystny wpływ na wybrane procesy nieliniowe, w tym w szczególności na generację trzeciej harmonicznej i nieliniową konwersję energii w światłowodach dwójłomnych*. Wykazano, że modulacja parametrów światłowodu o odpowiednio dobranym okresie prowadzi do znaczącego wzrostu wydajności generacji trzeciej harmonicznej w modzie podstawowym, zarówno w trybie impulsowym jak i ciągłym. Pokazano również, że przy pomocy mechanicznie indukowanej siatki polaryzacyjnej można w sposób aktywny kontrolować strukturę widma na wyjściu nieliniowego światłowodu dwójłomnego.

Ponadto opracowano narzędzia numeryczne do symulacji propagacji nieliniowej w strukturyzowanych światłowodach nieliniowych, które zastosowano do badania wybranych procesów konwersji energii. Planowane jest wykorzystanie opracowanych narzędzi modelowania nieliniowych zjawisk optycznych do badania innych procesów. Ciekawym tematem badań może być kwazidopasowane mieszanie czterech fal, które zostało ostatnio zademonstrowane w falowodzie krzemowym [90] lub identyfikacja czułości procesów nieliniowych na parametry zewnętrzne (temperatura, ciśnienie, naprężenie) i opracowanie czujnika światłowodowego wykorzystującego efekty nieliniowe [91].

Spis publikacji

Lista artykułów opublikowanych w czasopismach recenzowanych w trakcie studiów doktoranckich:

1. K. Tarnowski, B. Kibler, C. Finot, W. Urbańczyk, „Quasi-phase-matched third harmonic generation in optical fibers using refractive-index gratings," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **47**(5), str. 622–629, 2011 [33];
2. K. Tarnowski, B. Kibler, W. Urbańczyk, „Grating-assisted third-harmonic generation in photonic crystal fibers using a pulse pump," *Journal of the Optical Society of America. B, Optical Physics*, **28**(9), str. 2075–2080, 2011 [34];
3. J. M. Lazaro, A. Quintela, K. Tarnowski, J. Wojcik, W. Urbańczyk, J. M. Lopez-Higuera, „Experimental characterization of the spectral effective index dependence of index-guided photonic crystal fibers," *Measurement Science & Technology*, **21**(5), str. 6, 2010 [35];
4. T. Martynkien, G. Statkiewicz-Barabach, J. Olszewski, J. Wojcik, P. Mergo, T. Geernaert, C. Sonnenfeld, A. Anuszkiewicz, M. Szczurowski, K. Tarnowski, M. Makara, K. Skorupski, J. Klimek, K. Poturaj, W. Urbańczyk, T. Nasiłowski, F. Berghmans, H. Thienpont, „Highly birefringent microstructured fibers with enhanced sensitivity to hydrostatic pressure," *Optics Express*, **18**(14), str. 15113-15121, 2010;
5. G. Statkiewicz-Barabach, J. Olszewski, M. Napiórkowski, G. Gołojuch, T. Martynkien, K. Tarnowski, W. Urbańczyk, J. Wojcik, P. Mergo, M. Makara, T. Nasiłowski, F. Berghmans, H. Thienpont, „Polarizing photonic crystal fiber with low index inclusion in the core," *Journal of Optics*, **12**(7), 075402, 2010;
6. K. Tarnowski, W. Salejda, „Photonic Band Structure of Fibonacci Superlattices with Metamaterials. Part 1: The Algebraic Method of Calculation for Lossless Layers," *Photonics Letters of Poland*, **1**(3), str. 127-129, 2009;
7. K. Tarnowski, W. Salejda, „Photonic Band Structure of Fibonacci Superlattices with Metamaterials. Part 2: The Algebraic Method of Calculation for Absorptive Metamaterial Layers," *Photonics Letters of Poland*, **1**(3), str. 130-132, 2009;

8. K. Tarnowski, W. Salejda, M. H. Tyc, „Propagation of polarized light through optical nanosuperlattices," *Optica Applicata*, **37**(4), 2007;
9. G. Pawlik, K. Tarnowski, W. Walasik, A. C. Mitus, I. C. Khoo, „Infrared cylindrical cloak in nanosphere dispersed liquid crystal metamaterial," *Optics Letters*, **37**(11), str. 1847-1849, 2012;
10. M. Wośko, B. Paszkiewicz, K. Tarnowski, B. Ściana, D. Radziewicz, W. Salejda, R. Paszkiewicz, M. Tłaczała, „Reverse engineering of Al(x)Ga(1-x)As/GaAs structures composition by reflectance spectroscopy," *Opto-Electronics Review*, **19**(4), str. 418-424, 2011;
11. M. Ramiączek-Krasowska, J. Prażmowska, K. Los, A. Stafiniak, A. Szyszka, R. Paszkiewicz, W. Orski, K. Tarnowski, M. Tłaczała, „Creation of high resolution pattern by nanoscratching," *Central European Journal of Physics*, **9**(2), str. 404-409, 2011.

Bibliografia

[1] Hecht, J., *City of Light: The Story of Fiber Optics*, The Sloan Technology Series, Oxford University Press USA, 1999.

[2] Colladon, D., „Sur les réflexions d'un rayon lumiére á l'interieur d'une veine liquide parabolique," *Comptes Rendus*, **15**, str. 800–802, 1842.

[3] Karpierz, M. oraz E. Weinert-Rączka, *Nieliniowa optyka światłowodowa*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2009.

[4] Babinet, J., „Note sur la transmission de la lumiére par de canaux sinueux," *Comptes Rendus*, **15**, str. 802, 1842.

[5] Tyndall, J., „On some phenomena connected with the motion of liquids," *Proceedings of the Royal Institution of Great Britain*, **1**, str. 446–448, 1854.

[6] Agrawal, G. P., *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 4th ed., 2007.

[7] Hansell, C. W., „Picture transmission," *U.S. Patent*, **1 751 584**, marzec 1930.

[8] van Heel, A. C. S., „A New Method of transporting Optical Images without Aberrations," *Nature*, **173**(39), styczeń 1954, http://dx.doi.org/10.1038/173039a0.

[9] Hopkins, H. H. oraz N. S. Kapany, „A Flexible Fibrescope, using Static Scanning," *Nature*, **173**(39), styczeń 1954, http://dx.doi.org/10.1038/173041a0.

[10] Kao, C. K. oraz G. A. Hockham, „Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, **113**(7), str. 1151 – 1158, lipiec 1966, http://dx.doi.org/10.1049/piee.1966.0189.

[11] Kao, K. C. oraz T. W. Davies, „Spectrophotometric studies of ultra low loss optical glasses I: single beam method," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **1**(11), str. 1063–1068, 1968.

[12] Kao, M. W. J. K. C., „Spectrophotometric studies of ultra low loss optical glasses I: double beam method," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **2**(4), str. 331–335, 1969.

[13] Kapron, F. P., D. B. Keck oraz R. D. Maurer, „Radiation losses in glass optical waveguides," *Applied Physics Letters*, **17**(423), 1970, http://dx.doi.org/10.1063/1.1653255.

[14] Miya, T., Y. Terunuma, T. Hosaka oraz T. Miyashita, „Ultimate low-loss single-mode fibre at 1.55μm," *Electronics Letters*, **15**(4), str. 106 – 108, luty 1979.

[15] Maiman, T. H., „Stimulated Optical Radiation in Ruby," *Nature*, **187**, str. 493–494, sierpień 1960.

[16] Hall, R. N., G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys oraz R. O. Carlson, „Coherent Light Emission From GaAs Junctions," *Physical Review Letters*, **9**(9), str. 366–368, 1962.

[17] Alferov, Z. I., V. M. Andreev, E. L. Portnoi oraz M. K. Trukan, „AlAs-GaAs heterojunction injection lasers with a low room-temperature threshold," *Soviet Physics Semiconductors*, **3**(9), str. 1107–1110, marzec 1970.

[18] Dudley, J. M. oraz J. R. Taylor, *Supercontinuum generation in optical fibers*, Cambridge University Press, 2010.

[19] Stolen, R. H., E. P. Ippen oraz A. R. Tynes, „Raman Oscillation in Glass Optical Waveguide," *Applied Physics Letters*, **20**, str. 62, 1972.

[20] Ippen, E. P. oraz R. H. Stolen, „Stimulated Brillouin scattering in optical fibers," *Applied Physics Letters*, **21**(11), str. 539, 1972.

[21] Stolen, R. oraz A. Ashkin, „Optical Kerr effect in glass waveguide," *Applied Physics Letters*, **22**(6), str. 294, 1973.

[22] Stolen, R. H., J. E. Bjorkholm oraz A. Ashkin, „Phase-matched three-wave mixing in silica fiber optical waveguides," *Applied Physics Letters*, **24**(7), str. 308, 1974.

[23] Stolen, R. H. oraz C. Lin, „Self-phase-modulation in silica optical fibers," *Physical Review A*, **17**(4), str. 1448–1453, 1978.

[24] Hasegawa, A. oraz W. Brinkman, „Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **16**(7), str. 694 – 697, lipiec 1980.

[25] Tai, K., A. Hasegawa oraz A. Tomita, „Observation of modulational instability in optical fibers," *Physical Review Letters*, **56**(2), str. 135–138, 1986.

[26] Hasegawa, A. oraz F. Tappert, „Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion," *Applied Physics Letters*, **23**(3), str. 142, 1973.

[27] Mollenauer, L. F., R. H. Stolen oraz J. P. Gordon, „Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers," *Physical Review Letters*, **45**(13), str. 1095–1098, 1980.

[28] Hill, K. O., Y. Fujii, D. C. Johnson oraz B. S. Kawasaki, „Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication," *Applied Physics Letters*, **32**, str. 647, 1978.

[29] Stolen, R. H., A. Ashkin, W. Pleibel oraz J. M. Dziedzic, „In-line fiber-polarization-rocking rotator and filter," *Optics Letters*, **9**(7), lipiec 1984.

[30] Knight, J. C., T. A. Birks, P. S. J. Russell oraz D. M. Atkin, „All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding," *Optics Letters*, **21**(19), str. 1547–1549, październik 1996.

[31] Knight, J. C., „Photonic crystal fibres," *Nature*, **424**, str. 847–851, 2003.

[32] Ranka, J. K., R. S. Windeler oraz A. J. Stentz, „Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm," *Optics Letters*, **25**(1), str. 25–27, styczeń 2000.

[33] Tarnowski, K., B. Kibler, C. Finot oraz W. Urbańczyk, „Quasi-phase-matched third harmonic generation in optical fibers using refractive-index gratings," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **47**(5), str. 622–629, 2011.

[34] Tarnowski, K., B. Kibler oraz W. Urbańczyk, „Grating-assisted third-harmonic generation in photonic crystal fibers using a pulse pump," *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*, **28**(9), str. 2075–2080, 2011.

[35] Lazaro, J. M., A. Quintela, K. Tarnowski, J. Wojcik, W. Urbańczyk oraz J. M. Lopez-Higuera, „Experimental characterization of the spectral effective index dependence of index-guided photonic crystal fibers," *Measurement Science & Technology*, **21**(5), str. 6, 2010.

[36] Yablonovitch, E., „Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics," *Physical Review Letters*, **58**(20), str. 2059–2062, maj 1987.

[37] John, S., „Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices," *Physical Review Letters*, **58**(23), str. 2486–2489, czerwiec 1987.

[38] Joannopoulos, J. D., S. G. Johnson, J. N. Winn oraz R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, Princeton Univesity Press, second edition ed., 2008.

[39] Luan, F., A. K. George, T. D. Hedley, G. J. Pearce, D. M. Bird, J. C. Knight oraz P. S. J. Russell, „All-solid photonic bandgap fiber," *Optics Letters*, **29**(20), str. 2369–2371, 2004.

[40] Jackson, J. D., *Elektrodynamika klasyczna*, PWN, Warszawa, 1982.

[41] Suffczyński, M., *Elektrodynamika*, PWN, Warszawa, 1980.

[42] Boyd, R. W., *Nonlinear Optics*, Elsevier, 2008.

[43] Thomas, G. A., B. I. Shraiman, P. F. Glodis oraz M. J. Stephen, „Towards the clarity limit in optical fibre," *Nature*, **404**(6775), str. 262–264, marzec 2000.

[44] Olszewski, J., *Analiza strat mocy w światłowodach fotonicznych wybranych typów*, Rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska, 2006.

[45] Szpulak, M., *Modelowanie wybranych parametrów transmisyjnych światłowodów mikrostrukturalnych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska, 2006.

[46] Ritari, T., H. Ludvigsen, M. Wegmuller, M. Legré, N. Gisin, J. Folkenberg oraz M. Nielsen, „Experimental study of polarization properties of highly birefringent photonic crystal fibers," *Optics Express*, **12**(24), str. 5931–5939, listopad 2004.

[47] Suzuki, K., H. Kubota, S. Kawanishi, M. Tanaka oraz M. Fujita, „Optical properties of a low-loss polarization-maintaining photonic crystal fiber," *Optics Express*, **9**(13), str. 676–680, grudzień 2001.

[48] Oguama, F. A., A. M. Johnson oraz W. A. Reed, „Measurement of the nonlinear coefficient of telecommunication fibers as a function of Er, Al, and Ge doping profiles by using the photorefractive beam-coupling technique," *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*, **22**(8), str. 1600–1604, sierpień 2005.

[49] „COMSOL Multiphysics," `http://www.comsol.com/`.

[50] Delaunay, B., „Sur la sphère vide. A la mémoire de Georges Voronoï," *Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS. Classe des sciences mathématiques et naturelles*, **6**, str. 793–800, 1934, `http://mi.mathnet.ru/izv4937`.

[51] Szpulak, M., W. Urbanczyk, E. Serebryannikov, A. Zheltikov, A. Hochman, Y. Leviatan, R. Kotynski oraz K. Panajotov, „Comparison of different methods for rigorous modeling of photonic crystal fibers," *Optics Express*, **14**(12), str. 5699–5714, czerwiec 2006.

[52] Jin, J., *The finite element method in electromagnetics*, John Wiley & Sons, New York, 1993.

[53] Berenger, J.-P., „A perfectly matched layer for absorption of electromagnetic waves," *Journal of Computational Physics*, **114**(2), str. 185–200, 1994.

[54] Teixeira, F. oraz W. Chew, „General closed-form PML constitutive tensors to match arbitrary bianisotropic and dispersive linear media," *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE*, **8**(6), str. 223–225, czerwiec 1998.

[55] Erdogan, T., „Fiber grating spectra," *Journal of Lightwave Technology*, **15**(8), str. 1277–1294, sierpień 1997.

[56] Johnson, S. G. oraz J. D. Joannopoulos, „Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis," *Optics Express*, **8**(3), str. 173–190, 2001.

[57] Austin, D. R., C. M. de Sterke oraz B. J. Eggleton, „Dispersive wave blueshift in supercontinuum generation," *Optics Express*, **14**(25), str. 11 997–12 007, grudzień 2006.

[58] Dudley, J. M., G. Genty oraz S. Coen, „Supercontinuum generation in photonic crystal fiber," *Review of Modern Physcis*, **78**(4), str. 1135–1184, październik 2006.

[59] Zakharov, V., „Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid," *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, **9**(2), str. 190–194, 1968.

[60] Cooley, J. W. oraz J. W. Tukey, „An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series," *Mathematics of Computation*, **19**, str. 297–301, 1965.

[61] Raman, C. V., „A new radiation," *Indian Journal of Physics*, **2**, str. 387–398, 1928.

[62] Blow, K. oraz D. Wood, „Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **25**(12), str. 2665–2673, grudzień 1989.

[63] Stolen, R. H., J. P. Gordon, W. J. Tomlinson oraz H. A. Haus, „Raman response function of silica-core fibers," *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*, **6**(6), str. 1159–1166, czerwiec 1989.

[64] Kibler, B., J. M. Dudley oraz S. Coen, „Supercontinuum generation and nonlinear pulse propagation in photonic crystal fiber: influence of the frequency-dependent effective mode area," *Applied Physics B: Lasers and Optics*, **81**(2), str. 337–342, lipiec 2005.

[65] Kibler, B., *Propagation non-linéaire d'impulsions ultracourtes dans les fibres optiques de nouvelle génération*, Rozprawa doktorska, Université de Franche-Comté, Besançon, czerwiec 2007.

[66] Kibler, B., R. Fischer, G. Genty, D. Neshev oraz J. Dudley, „Simultaneous fs pulse spectral broadening and third harmonic generation in highly nonlinear fibre," *Applied Physics B: Lasers and Optics*, **91**(2), str. 349–352, 2008.

[67] Genty, G., P. Kinsler, B. Kibler oraz J. Dudley, „Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear waveguides," *Optics Express*, **15**(9), str. 5382–5387, kwiecień 2007.

[68] Lægsgaard, J., „Mode profile dispersion in the generalized nonlinear Schrödinger equation," *Optics Express*, **15**(24), str. 16 110–16 123, 2007.

[69] Suhara, T. oraz H. Nishihara, „Theoretical analysis of waveguide second-harmonic generation phase matched with uniform and chirped gratings," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **26**(7), str. 1265–1276, lipiec 1990.

[70] Nishihara, H., M. Haruna oraz T. Suhara, *Optical integrated circuits*, Optical and Electro-Optical Engineering Series, McGraw-Hill, New York, 1989.

[71] Gabriagues, J. M., „Third-harmonic and three-wave sum-frequency light generation in an elliptical-core optical fiber," *Optics Letters*, **8**(3), str. 183–185, marzec 1983.

[72] Nicacio, D. L., E. A. Gouveia, N. M. Borges oraz A. S. Gouveia-Neto, „Third-harmonic generation in GeO2-doped silica single-mode optical fibers," *Applied Physics Letters*, **62**(18), str. 2179–2181, maj 1993.

[73] Thogersen, J. oraz J. Mark, „Third harmonic generation in standard and erbium-doped fibers," *Optics Communications*, **110**(3–4), str. 435–444, 1994.

[74] Bufetov, I. A., M. V. Grekov, K. M. Golant, E. M. Dianov oraz R. R. Khrapko, „Ultraviolet-light generation in nitrogen-doped silica fiber," *Optics Letters*, **22**(18), str. 1394–1396, wrzesień 1997.

[75] Omenetto, F., A. Efimov, A. Taylor, J. Knight, W. Wadsworth oraz P. Russell, „Polarization dependent harmonic generation in microstructured fibers," *Optics Express*, **11**(1), str. 61–67, styczeń 2003.

[76] Efimov, A., A. Taylor, F. Omenetto, J. Knight, W. Wadsworth oraz P. Russell, „Phase-matched third harmonic generation in microstructured fibers," *Optics Express*, **11**(20), str. 2567–2576, październik 2003.

[77] Bétourné, A., Y. Quiquempois, G. Bouwmans oraz M. Douay, „Design of a photonic crystal fiber forphase-matched frequency doubling ortripling," *Optics Express*, **16**(18), str. 14 255–14 262, wrzesień 2008.

[78] Armstrong, J. A., N. Bloembergen, J. Ducuing oraz P. S. Pershan, „Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric," *Physical Review*, **127**, str. 1918–1939, wrzesień 1962.

[79] Fejer, M. M., G. A. Magel, D. H. Jundt oraz R. L. Byer, „Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **28**(11), str. 2631–2654, listopad 1992.

[80] Vasil'ev, S. A., O. I. Medvedkov, I. G. Korolev, A. S. Bozhkov, A. S. Kurkov oraz E. M. Dianov, „Fibre gratings and their applications," *Quantum Electronics*, **35**(12), str. 1085, 2005.

[81] Lemaire, P. J., R. M. Atkins, V. Mizrahi oraz W. A. Reed, „High pressure H2 loading as a technique for achieving ultrahigh UV photosensitivity and thermal sensitivity in GeO2 doped optical fibres," *Electronics Letters*, **29**(13), str. 1191–1193, czerwiec 1993.

[82] Dyott, R. B., *Elliptical fiber waveguides*, Artech House, Boston, 1995.

[83] Vasiliev, S. A. oraz O. I. Medvedkov, „Long-period refractive index fiber gratings: properties, applications, and fabrication techniques," *Proceedings of SPIE*, **4083**, str. 212, 2000.

[84] Steinvurzel, P., E. D. Moore, E. C. Mägi, B. T. Kuhlmey oraz B. J. Eggleton, „Long period grating resonances in photonic bandgap fiber," *Optics Express*, **14**(7), str. 3007–3014, 2006.

[85] Kakarantzas, G., A. Ortigosa-Blanch, T. A. Birks, P. S. J. Russell, L. Farr, F. Couny oraz B. J. Mangan, „Structural rocking filters in highly birefringent photonic crystal fiber," *Optics Letters*, **28**(3), str. 158–160, 2003.

[86] Statkiewicz-Barabach, G., A. Anuszkiewicz, W. Urbanczyk oraz J. Wojcik, „Sensing characteristics of rocking filter fabricated in microstructured birefringent fiber using fusion arc splicer," *Optics Express*, **16**(22), str. 17 249–17 257, 2008.

[87] Lee, D., Y. Jung, Y. S. Jeong, K. Oh, J. Kobelke, K. Schuster oraz J. Kirchhof, „Highly polarization-dependent periodic coupling in mechanically induced long period grating over air-silica fibers," *Optics Letters*, **31**(3), str. 296–298, 2006.

[88] Ceballos-Herrera, D. E., I. Torres-Gómez, A. Martínez-Ríos, G. Anzueto-Sánchez, J. A. Álvarez Chávez, R. Selvas-Aguilar oraz J. J. Sánchez-Mondragón, „Ultra-widely tunable long-period holey-fiber grating by the use of mechanical pressure," *Applied Optics*, **46**(3), str. 307–311, 2007.

[89] Sakata, H. oraz K. Yamahata, „Magnetic-force-induced long-period fiber gratings," *Optics Letters*, **37**(7), str. 1250–1252, 2012.

[90] Driscoll, J. B., N. Ophir, R. R. Grote, J. I. Dadap, N. C. Panoiu, K. Bergman oraz R. M. Osgood, „Width-modulation of Si photonic wires for quasi-phase-matching of four-wave-mixing: experimental and theoretical demonstration," *Optics Express*, **20**(8), str. 9227–9242, 2012.

[91] Gu, B., W. Yuan, M. H. Frosz, A. P. Zhang, S. He oraz O. Bang, „Nonlinear fiber-optic strain sensor based on four-wave mixing in microstructured optical fiber," *Optics Letters*, **37**(5), str. 794–796, 2012.